



Cijfers permuteren

Opgave

In deze opgave bekijken we getallen n van lengte vier die drie verschillende cijfers hebben. Eén van de cijfers komt dus tweemaal voor. Voorbeelden van zulke getallen zijn 1213 en 4804.

Gegeven zo'n getal n kunnen we met dezelfde combinatie van cijfers nog elf andere getallen vormen. Daarbij is het toegestaan dat een of meer van deze getallen met een 0 beginnen. Bepaal alle mogelijkheden voor n zodat de som van deze elf getallen gelijk is aan 34683.

Uitwerking

Stel dat n de cijfers a , a , b en c heeft. Met deze cijfers kunnen in totaal twaalf getallen gevormd worden: $\overline{aabc}$, $\overline{aacb}$, $\overline{abac}$, $\overline{acab}$, $\overline{abca}$, $\overline{acba}$, $\overline{baac}$, $\overline{caab}$, $\overline{baca}$, $\overline{caba}$, $\overline{bcaa}$ en $\overline{cbaa}$. Hierbij geeft de notatie $\overline{aabc}$ aan dat het getal achtereenvolgens uit de cijfers a , a , b en c bestaat.

In deze twaalf getallen komt het cijfer a zesmaal voor op iedere positie. De cijfers b en c komen elk driemaal voor op iedere positie. De som van de twaalf getallen is dus

$$6666 \cdot a + 3333 \cdot (b + c) = 3333 \cdot (2a + b + c).$$

Er is gegeven dat de elf getallen die niet gelijk zijn aan n , samen som 34683 hebben. Hieruit volgt dat

$$3333 \cdot (2a + b + c) = 34683 + n.$$

We concluderen dat $34683 + n$ deelbaar moet zijn door 3333. Daarom moet

$$(34683 + n) - 11 \cdot 3333 = n - 1980$$

ook deelbaar zijn door 3333, dus n heeft rest 1980 bij deling door 3333. Omdat n precies vier cijfers heeft, moet n gelijk zijn aan 1980, 5313 of 8646.

De optie $n = 1980$ voldoet niet aan de eis dat een cijfer tweemaal voorkomt.

Voor $n = 5313$ geldt dat

$$3333 \cdot (2a + b + c) = 3333 \cdot 12 = 39996 = 34683 + n.$$

Voor $n = 8646$ is echter

$$3333 \cdot (2a + b + c) = 3333 \cdot 24 = 79992 > 34683 + n.$$

De enige oplossing is daarom $n = 5313$.

Inzenders met de juiste oplossing

Hanneke Abbenhuis, Bart van Beurden, Kenneth Halman, Guy Hogenhout, Hans Huisman, Hans Linders, Job Porck, Piet Smal, Johan Smits en Monica Woldinga

Winnaar van de cadeaubon

Bart van Beurden