

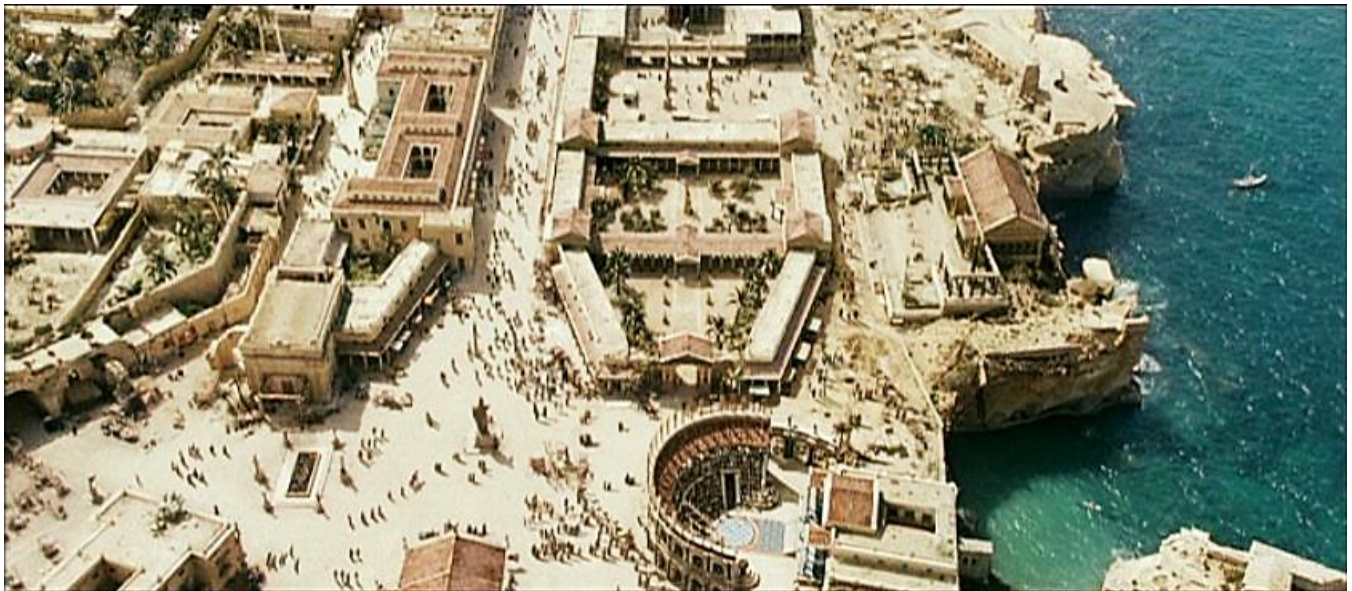
Noten bij het artikel:

Roel van Asselt (2025). Een historische blik op praktische wiskunde, deel 5. *Euclides*, 101(2).

- [1] In figuur 1 zijn de vierkante piramidale getallen: 1, 5 (1+4), 14 (1+4+9), 30 (1+4+9+16), 55 (30+25) en 91 (55+36) zichtbaar.

Een formule voor deze vierkante piramidale getallen met n lagen is $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

- [2] Het zou kunnen dat Nicomachos de kubussen met inhoud $1^3, 2^3, \dots, n^3$ opgebouwd uit blokjes van een-bij-een, uitgelegd heeft in een vierkant van $(1 + 2 + \dots + n)$ bij $(1 + 2 + \dots + n)$; wat inderdaad snel te doen is. Zie ook Praktische toepassingen voor in de les, no 1.
- [3] Dat rekenen op de marktplaats (agora) was natuurlijk iets anders dan de religieuze contemplatie over getallen binnen de getallenleer. Op de marktplaats rekende men vaak uit het hoofd (routinematig) en werkte men met standaard maten, en waar nodig met een telbord (ábax, later de abacus genoemd).
- [4] De kalenderrekening was weer onderdeel van de astronomie met onder meer de voorspelling van zons- en maansverduisteringen. Ook de beweging van de sterrenstelsels werd nauwkeurig bestudeerd en vastgelegd, en ook de bewegingen van de sterrenbeelden als input voor de astrologie. Verdelingskwesities speelden bij erfenissen, landopdeling, geldwisseling et cetera. Zie ook onder 4 en 5 bij 'voorbeelden in de les'.
- [5] Deze vergelijking voor $n > 2$ staat bekend als de vergelijking uit de (laatste) stelling van Fermat. Van die vergelijking is in de jaren '90 aangetoond dat hij niet oplosbaar is binnen de natuurlijke getallen.
- [6] Dat stond allemaal in zijn - uit dertien boeken bestaande - *Arithmetica*. Mede om die reden wordt hij wel *de vader van de algebra* genoemd, hoewel er meerderen die later leefden ook die titel meegekregen hebben.
- [7] Zie hier een luchtfoto van het kolossale filmdecor van de stad Alexandrië uit de film *Agora*. In die tijd (400 n.C.) telde de stad zo'n 400.000 inwoners. Deze film gaat over het leven en werken van Hypatia van Alexandrië. Een aanrader. Het is de duurste Spaanse film ooit geproduceerd (30 miljoen euro). Zie ook de literatuurlijst.



- [8] Zo gaf Hypatia verduidelijking en complexere variaties op de theorie van de kegelsneden van Apollonius. Aan de getaltheorie van Diophantus voegde zij nieuwe onbepaalde vergelijkingen toe met eigen oplossingsmethoden. De vele astronomische metingen uit de *Almagest* van Ptolemaïos werden becommentarieerd en geïnterpreteerd. Na haar hebben er in de wiskunde niet veel verdere ontwikkelingen plaats gevonden. Pas vanaf de 16^e eeuw pakken Ferrero, Cardano, Viete, Descartes et al de draad weer op.
- [9] Hypatia krijgt verzoeken voor het ontwikkelen van een aantal apparaten van niemand minder dan van de filosoof, schrijver en (later) bisschop Synesios (van Cyrene, in het huidige Libië). Van de naar schatting 156 bewaard gebleven brieven van hem zijn er zeven gericht aan Hypatia, die hij vol respect aanschrijft als 'De Filosoof'. Hij noemt haar in brief 16 'Moeder', 'Zuster' en 'Meesteres'. Deze brieven aan Hypatia zijn de (weinig)

bronnen die we over Hypatia hebben.

PM: Een densimeter wordt nu nog wel gebruikt om de kwaliteit van de biest, de eerste moedermelk van koeien en schapen, te bepalen.

- [10] Steeds meer historici gaan er vanuit dat Justitianus het onderwijzen van de niet christelijke filosofen heeft verboden; hij zou de staatssubsidie voor de academie hebben ingetrokken. Voor sommige historici is dit het startpunt van de middeleeuwen.
- [11] Terzijde: in zijn *Institutione Musica* onderzocht Boëthius de wiskundige basis van de muziek, voortbouwend op het werk van Pythagoras en Archytas. Het boek is tot ver in de middeleeuwen hét 'handboek der muziek' geweest. Naast muziek als kunstuiting meende ook Boëthius nog dat muziek een uiting van wiskundige harmonie was, en een weerspiegeling van de kosmische orde.
- [12] Door de culturele en wetenschappelijke uitwisseling vanuit het Islamitisch rijk met India is veel wiskunde uit India bij de Arabieren bekend geworden. Zo ook het ons bekende cijfer- en getal-systeem. Zie het chronologisch schema in onderstaande figuur.

India, 3e eeuw v.C.	— = ≡ ≠ ∽ ∽ ∽ ∽ ∽
India, 8e eeuw	१ २ ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ ०
West Arabisch, 11e eeuw	١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ٠
Europees, 15e eeuw	1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
Europees, 16e eeuw	1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

In India ontwikkelde zich in de 5e tot de 7e eeuw:

1. het *decimale*, positionele getal systeem inclusief het cijfer 0, en bijbehorende rekenregels,
2. een cijfernotatie die lijkt op wat later in Europa (langzaam) zal uitgroeien tot de ons bekende cijfers 0 tot en met 9, zie ook bovenstaande figuur.

Wat later in de 7e eeuw zien we aldaar het gebruik van letters en punten voor respectievelijk onbekende grootheden en operaties, en we zien voor het eerst *negatieve getallen*, die gebruikt worden om schulden of 'negatieve' bedrijfsresultaten aan te geven.

- [13] We doen Alchwārizmī ernstig te kort door alleen zijn grote bijdragen aan de wiskunde aan te geven; hij was ook groot astronoom, geograaf en cartograaf, Door vertalingen van twee van zijn boeken in het Latijn in het begin van het tweede millennium heeft hij veel aandacht gekregen vanuit de wiskunde. De oorspronkelijke werken zijn verloren gegaan. De afbeelding in figuur 4 is een artist impression, gebruikt op een Russische postzegel. Een postzegel- afbeelding was en is in Rusland een zeer grote erkenning van bijzondere verdiensten.
- [14] Het boek, kortweg *Al-jabr*, werd in Bagdad rond 820 geschreven en in 1145 in het Latijn vertaald. De vraagstukken en oplossingen in Alchwārizmī's werken zijn alle nog in meetkundige figuren beschreven. De aanpak mist zelfs de retorische omschrijvingen van Nicomachos en de symbolen van Diophantus. Niettemin herkennen we er overduidelijk onze huidige werkwijze in, met name de operaties op onbekende grootheden.
- [15] Een van de geleerden die naar Spanje afreisde om de Arabische schatten op te halen en te bestuderen was de Franse kloostermönnik Gerben, die later paus zou worden (Silverster II, zie afbeelding). Ook hij introduceerde de Arabische/Indiase cijfersymbolen en rekenwijze in Europa.



- [16] De allegorische voorstelling is een reflectie op de omwenteling in de rekenkunde van de klassieke oudheid naar de middeleeuwen, met respectievelijk Pythagoras en Boëthius als iconen voor 'oude' en 'moderne' benadering van de rekenkunde. Gesuggereerd wordt hier dat Boëthius de nieuwe rekenkunde naar de middeleeuwen bracht, vanwege zijn boek *Institutione Arithmetica*. Vermoedelijk is dat het boek dat vrouwe Arithmetica in haar rechter hand houdt. Het is evenwel onwaarschijnlijk dat Boëthius de getoonde cijfersymbolen al kende.

Naar de huidige inzichten heeft die overdracht en de verdere verspreiding op andere wijzen plaats gevonden; zie ook wat we daarover aangaven bij Alchwarizmi, en ook in deel 6 hierna. De allegorische voorstelling staat in de *Margarita Philosophica*, een encyclopedisch werk van Gregor Reisch uit 1503.

Bronnen en aanbevolen literatuur

- Bergamini, D. (1969). *Wiskunde*, Perscombinatie N.V. – Amsterdam.
- Bogaart, D. van den & Daems, J. (2016 t/m 2019). Wortels van de Wiskunde, artikelenserie, *Euclides* 92/93/94.
- Bunt, L. (1963). *Van Ahmes tot Euclides*. Noordhoff.
- Eves, H. (1964). *An introduction to the history of mathematics*. Holt, Rinehart and Winston.
- Van Hoorn, M. (2009). *Drie klassieke problemen*, Seniorenacademie Groningen en Drenthe.
- Kostasnas, K. (2018). *The inventions of the ancient Greeks*, Kostasnas museum Athene.
- Netz, R & William, N. (2007). *De Archimedes Codex*. Atheneum-Polak & Van Gennep.
- Olsen, L.M., (1975), *Women in Mathematics*, MIT Press
- Reimer, D. (2014). *Count Like an Egyptian*. Princeton University Press.
- Stichting Math4all, Website-artikelen van de stichting Math4all.
- Struik, D. (1980 heruitgave). *Geschiedenis van de Wiskunde*. SUA.
- Waerden, B. van der (1950). *Ontwakende Wetenschap. Egyptische, Babylonische en Griekse wiskunde*. Noordhoff.

DVD:

- Amenábar, A. (2009), *Agora* (over leven en werken van Hypatia van Alexandrië)
- Du Sautoy, M. (2008). *The Story of Maths*, BBC