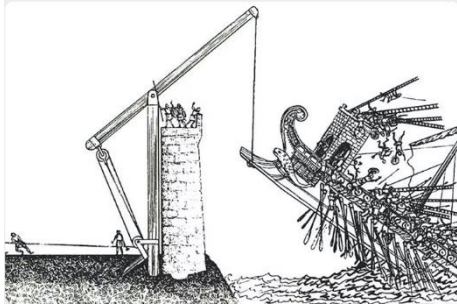


Noten bij het artikel:

Roel van Asselt (2025). Een historische blik op praktische wiskunde, deel 4. *Euclides*, 100(6).

[1] Voor het begrip *kracht* gebruikte Archimedes het woord *dynamis*: het vermogen om iets in beweging te krijgen. *Moment* zou met *rhopé* worden aangeduid wat in verband met hefbomen onder meer 'kanteling' betekent. Berekeningen daarmee verliepen op basis van verhoudingen en meetkundige eigenschappen van figuren.

[2] Er wordt beweerd dat door Archimedes' ontworpen militaire verdedigingswerktuigen het Romeinse beleg van Syracuse twee jaar lang kon worden weerstaan (voordat het viel en Archimedes daarbij sneuvelde). Er zijn daaromtrent veel mythes in omloop. Zo zou Archimedes met parabolische spiegels op afstand Romeinse schepen op zee in brand hebben kunnen steken. Gelet op de omvang van de spiegels die daarvoor nodig waren en de wendbaarheid van de constructies lijkt dat zeer onwaarschijnlijk. Hetzelfde geldt voor de mechanismen om grote oorlogsschepen in de havens omver te hijsen met behulp van katrollen en hefbomen.



[3] Dat doet Archimedes in een brief aan zijn vriend Erasthostenes en vermeldt dat in zijn *Methode van mechanische stellingen*. Elders heeft hij deze methode nooit gepubliceerd, mogelijk omdat hij de methode niet volledig vond; ook toen al was er immers nog veel onduidelijk over oneindig klein en oneindig veel (waarop pas in de 19e eeuw voldoende grip is gekregen). Hij gebruikte de methode om met oneindige sommen van ingenieus gekozen doorsnijdingen de inhoud van bol-, cilinder- en kegelsegmenten te bepalen. Ook rekende hij aan inhoud van omwentelingslichamen.

[4] Eerlijkheidshalve mag opgemerkt worden dat Archimedes de manipulaties met de spiraal ook uitvoerde om zijn vaardigheden te demonstreren en de schoonheid van de wiskunde te etaleren.

[5] Hierbij een voorbeeld van twee geneste spiralen die bijvoorbeeld als compressor in kleine koelsystemen kan worden gebruikt. De zwarte spiraal wordt rakend aan de rode spiraal in beweging gebracht waardoor compressie ontstaat.



[6] De toen bekende planeten waren Venus, Jupiter, Mars, Saturnus en Mercurius.

[7] Opgemerkt moet worden dat enkele wetenschapshistorici betwijfelen of het planetarium echt gebouwd is kunnen worden in die tijd, met de geschetste tandwielaandrijving. Het apparaat is niet bewaard gebleven. Wat vóór Archimedes pleit is dat hij wellicht de eerste was die een planetarium ontwierp en maakte, maar niet de

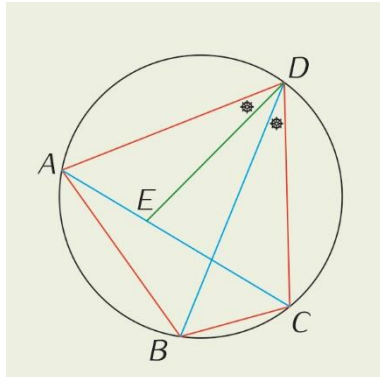
enige. Er is in 1900 namelijk voor de Turkse kust bij het eiland Antikythera in een scheepswrak een mechanisme gevonden dat gelijkenis vertoont met een planetarium en uit de betreffende periode afkomstig is. Het schip moet ongeveer 70 v.C. zijn gezonken. Dit zogenoemde Antikythera-mechanisme – met tenminste 37 bronzen tandwielen – wordt nu in verband gebracht met de mogelijke eerdere constructiewijze door Archimedes. Het bood zelfs meer: dit Antikythera-mechanisme leek al op een analoge computer waarmee zeer geavanceerde waarnemingen en voorspellingen konden worden gedaan en zelfs datums konden worden ingevoerd om een voorspellingen over de stand van hemellichamen te doen. De astronomen, werktuigbouwers en wiskundigen waren hun tijd veel en veel verder vooruit dan wij tot voor kort voor mogelijk hebben gehouden. En dat allemaal vóór onze jaartelling. Restanten van dit mechanisme zijn te bewonderen in het Natuurwetenschappelijk museum in Athene. Er wordt nog steeds onderzoek gedaan naar de functies en de constructies van het mechanisme.

- [8] Een stade, of stadion, wordt in verband gebracht met de lengte van een atletiekbaan, toen.
De veelzijdigheid van Erastosthenes kan worden afgemeten aan zijn berekende en nauwkeurige schatting van de afstand tussen de maan en de aarde, en aan de naar hem genoemde ‘zeef van Erastosthenes’ die bedacht was om priemgetallen uit te zeven door successievelijke weglating van veelvouden van getallen uit de verzameling van natuurlijke getallen.
- [9] Zoals Archimedes, Menaechmus en Aristarchus waarvan het werk verloren is gegaan. Apollonius bracht de eerdere onderzoeken naar conische vormen samen in één geometrisch figuur: de kegelsnede, en in één geometrische relatie.
- [10] De huidige wereldwijd gebruikte, algebraïsche vergelijkingen van ellipsen, parabolen en hyperbolen zijn ontwikkeld in de loop van de 17e en 18e eeuw door respectievelijk François Viète, René Descartes, Johan de Wit, Pierre Fermat, Isaac Newton en Leonard Euler. Uiteindelijk werd de algemene vergelijking voor alle kegelsneden in een rechthoekig X - Y -assenstelsel beschreven als: $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey = F$.
- [11] De evolvente van een kromme is de afwikkeling van de krommen op raaklijnen aan de kromme. Ter toelichting: als we in gedachten een touw strak om een kromme spannen en het beginpunt van het touw strak afwikkelen, dan zal dat punt een baan beschrijven die we de evolvente van die kromme noemen. De evolvente van een cirkel bijvoorbeeld is spiraalvormig.
Het blijkt – op basis van nadere berekeningen – dat als we van de basiscirkels van tandwielen de evolvente gebruiken om de tandwielen te vormen, dat dan de overbrenging op de tanden rollend verloopt zonder te glijden; ook zullen de wielen eenparig kunnen roteren (met minder trilling en slijtage).
- [12] De getoonde gewelfconstructie uit een paleis in Ctesiphon (even onder Bagdad) heeft een ogenschijnlijke parabolische kromming. Het kan echter ook de omgekeerde kromming zijn geweest van een doorhangende van bijvoorbeeld een touw dat op gelijke hoogte wordt opgehangen. Tot in de 17e eeuw dacht men dat zo’n doorhangende een parabool was en de Grieken dachten dat vermoedelijk ook. Tevens wist men waarschijnlijk al wel dat in omgekeerde positie de druk geheel door de kromming geleid wordt en aldus een maximale belastingsterkte oplevert. Er is echter geen hard bewijs voor het gebruik van deze constructie op basis van de Griekse beschrijvingen, maar het ligt wel erg voor de hand. De doorhangende, die geen parabool is, maar een cosinushyperbolicus komen we in de 18e eeuw n.C. tegen in het werk van Christiaan Huygens.
- [13] Die in het Arabisch vertaalde studies uit plm de 7e eeuw n.C. waren oorspronkelijk geschreven in het Indiaas Sanskriet, waar de hoekmaat *ardha-jya* (halfkooorde) werd genoemd. Pas in de 18e eeuw is (o.a. door Euler) de sinus en de andere hoekmaten als lijnstuklengte losgelaten en als verhoudingsgetallen en functiewaarden gebruikt.

Dat in het hellenistische Alexandrië de interactie met Arabische wiskundigen al volop plaatsvond, blijkt ook uit de titel van het boek van Ptolemaios waarin hij zijn koorden tabellen beschreef; dat boek heette *Almagest*, afgeleid van *Al-majisti* wat in het Arabisch de grootste betekent. Het was hét standaardwerk astronomie uit de

Oudheid. Het door hem daarin vastgestelde geocentrische wereldbeeld hield 1200 jaar stand, totdat Copernicus het heliocentrische wereldbeeld aantoonde.

- [14] Uit de voor de hand liggende hoekmaten van 72° en 60° konden dan snel die van 12° worden bepaald, en die van 6° , 3° , $1^\circ 30'$,
- [15] Ptolemaios en zijn voorgangers, zoals Hipparchos en Aristarchus deden hun waarnemingen met verbluffende precisie met het blote oog, ondersteund met hoekmetingen via de genoemde kwadrant, het astrolabium en ander handgereedschap. PM: Aristarchus was voor zover bekend een van de eersten die een heliocentrisch model van de kosmos vermoedde.
- [16] Het betrof de zogenoemde *epicirkels*, waarvoor Edoxus ook al een model had gebouwd. Uiteindelijk betekende het wel een deuk in de filosofie van Plato, omtrent de cirkelharmonie in de kosmos.
- [17] In de boldriehoeksmeting zijn bijvoorbeeld de som van hoeken in een driehoek geen 180° , en geldt het parallelle axioma niet. Om die redenen heet die meetkunde niet-Euclidisch, omdat Euclides deze eisen wel stelde aan de vlakke meetkunde.
- [18] zie: [Ellipsograaf - Trammel van Archimedes – GeoGebra](#)
- [19] Bekijk eerst onderstaande tekening van een cirkel met daarin een willekeurige koordenvierhoek op de punten A , B , C en D . In die koordenvierhoek zegt de stelling dat het product van de lengten van de diagonalen gelijk is aan de som van de producten van de overstaande vierhoekzijden. In de tekening geldt dus: $AC \cdot BD = AB \cdot DC + AD \cdot BC$. Dit gaan we nu dus bewijzen.



Kies een nieuwe punt E op de diagonaal AC zó dat $\angle ADE$ gelijk is aan $\angle BDC$. Omdat (ook) $\angle DAC = \angle DBC$ zijn $\triangle ADE$ en $\triangle BDC$ gelijkvormig. Verder geldt nu ook dat $\triangle DEC$ en $\triangle DAB$ gelijkvormig zijn omdat $\angle ADB = \angle EDC$ en $\angle DCE = \angle DBA$. Uit de eerste gelijkvormigheid volgt $AD : AE = BD : BC$, of $AD \cdot BC = AE \cdot BD$ en uit de tweede gelijkvormigheid volgt: $EC \cdot DC = AB \cdot DB$ of $DC \cdot AB = EC \cdot DB$. Tellen we beide productvergelijkingen op dan komt er: $AD \cdot BC + DC \cdot AB = AE \cdot BD + EC \cdot DB$. Het rechterlid van deze vergelijking is $(AE + EC) \cdot DB$, wat gelijk is aan $AC \cdot DB$. Waarmee het bewijs rond is.

- [20] Zet in figuur 13 een middelpunthoek in M op de boog BC ; de halve middelpunthoek is ook gelijk $\alpha - \beta$, en zijn sinus is BC .

Bronnen en aanbevolen literatuur

- Bergamini, D. (1969). *Wiskunde*, Perscombinatie N.V. – Amsterdam.
- Bogaart, D. van den & Daems, J. (2016 t/m 2019). Wortels van de Wiskunde, artikelenserie, *Euclides* 92/93/94.
- Bunt, L. (1963). *Van Ahmes tot Euclides*. Noordhoff.
- Eves, H. (1964). *An introduction to the history of mathematics*. Holt, Rinehart and Winston.
- Van Hoorn, M. (2009). *Drie klassieke problemen*, Seniorenacademie Groningen en Drenthe.
- Kostasas, K. (2018). *The inventions of the ancient Greeks*, Kostasas museum Athene.
- Netz, R & William, N. (2007). *De Archimedes Codex*. Atheneum-Polak & Van Gennep.
- Reimer, D. (2014). *Count Like an Egyptian*. Princeton University Press.
- Stichting Math4all, Website-artikelen van de stichting Math4all.

Struik, D. (1980 heruitgave). *Geschiedenis van de Wiskunde*. SUA.

Waerden, B. van der (1950). *Ontwakende Wetenschap. Egyptische, Babylonische en Griekse wiskunde*. Noordhoff.

DVD:

Du Sautoy, M. (2008). *The Story of Maths*, BBC