Olympiadepuzzel

Euclides 99 nummer 7

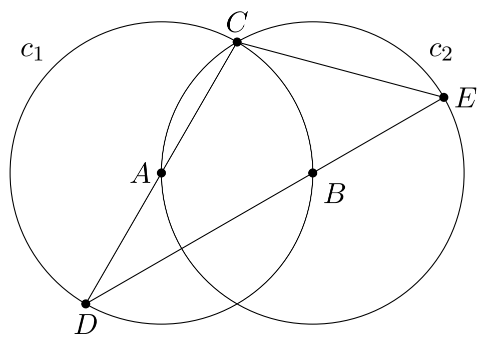
NEDERLANDSE WISKUNDE OLYMPIADE

Snijdende cirkels

Opgave

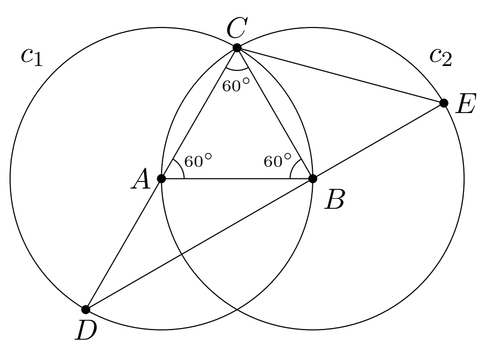
De cirkels c_1 en c_2 hebben respectievelijk middelpunten A en B. Het punt A ligt op c_2 en het punt B ligt op c_1. Het punt C is een van de snijpunten van de cirkels. De lijn door C en A snijdt c_1 daarnaast ook in D. De lijn door D en B snijdt c_2 in twee punten. Laat E het snijpunt zijn dat buiten c_1 ligt, zie onderstaande figuur.

Bereken de hoeken van driehoek $\triangle CDE$.



Uitwerking

De cirkels c_1 en c_2 hebben dezelfde straal, namelijk $|AB|$. Alle zijden van driehoek $\triangle ABC$ zijn stralen van de cirkels. Deze driehoek is daarom gelijkzijdig en heeft hoeken van $60°$.



Hieruit volgt dat $\angle BAD = 120°$. De driehoek $\triangle ABD$ is gelijkbenig omdat AB en AD stralen van c_1 zijn. Uit $\angle BAD + \angle ABD + \angle ADB = 180°$ volgt nu dat $\angle ABD = \angle ADB = \frac{180°-120°}{2} = 30°$.

Hieruit volgt dat $\angle CBE = 180° - \angle ABD - \angle ABC = 180° - 30° - 60° = 90°$. Omdat BC en

BE stralen van cirkel c_2 zijn, is ook $\triangle BCE$ gelijkbenig. Uit $\angle CBE + \angle BCE + \angle BEC = 180°$ volgt nu dat $\angle BCE = \angle BEC = \frac{180° - 90°}{2} = 45°$.

De hoeken van driehoek $\triangle CDE$ zijn dus $\angle CDE = \angle ADB = 30°$, $\angle DEC = \angle BEC = 45°$ en $\angle ECD = \angle BCE + 60° = 105°$.

Inzenders met de juiste oplossing

Richard Boeken Kruger, Maarten Boelens, Erwin Bruinsma, Mijke Campschroer, Gé Groenewegen, Sharon Groot Zwaaftink, Kenneth Halman, Hans Linders, Jos Remijn, Matthijs Schukking, Piet Smal, Joop van der Vaart, Rob van der Waal, Monica Woldinga en Sjoerd Zondervan

Winnaar van de cadeaubon

Erwin Bruinsma