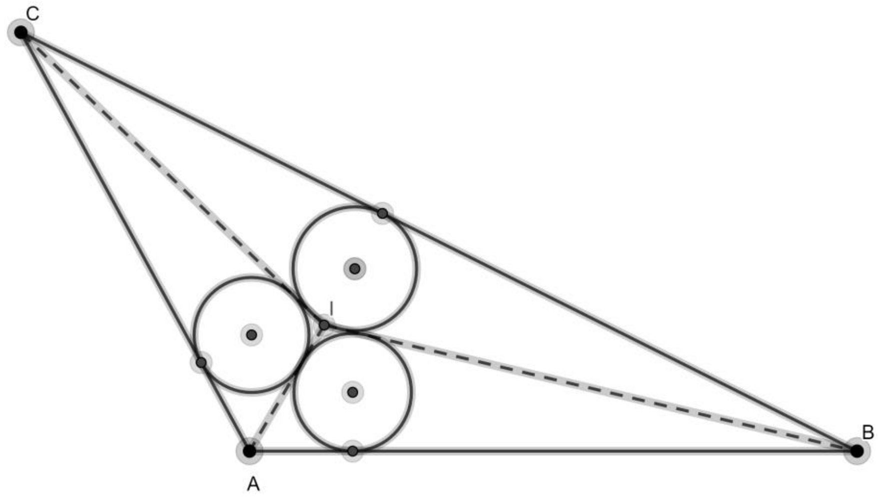
Uitwerkingen bij artikel 'Fouten maken en het Malfatti probleem'

Enige toelichting maar ook vragen bij de 'Constructie van Jacob Steiner'

1. *Construeer het middelpunt I van de ingeschreven cirkel van driehoek ABC, en de ingeschreven cirkels van de driehoeken ABI, ACI en BCI.*

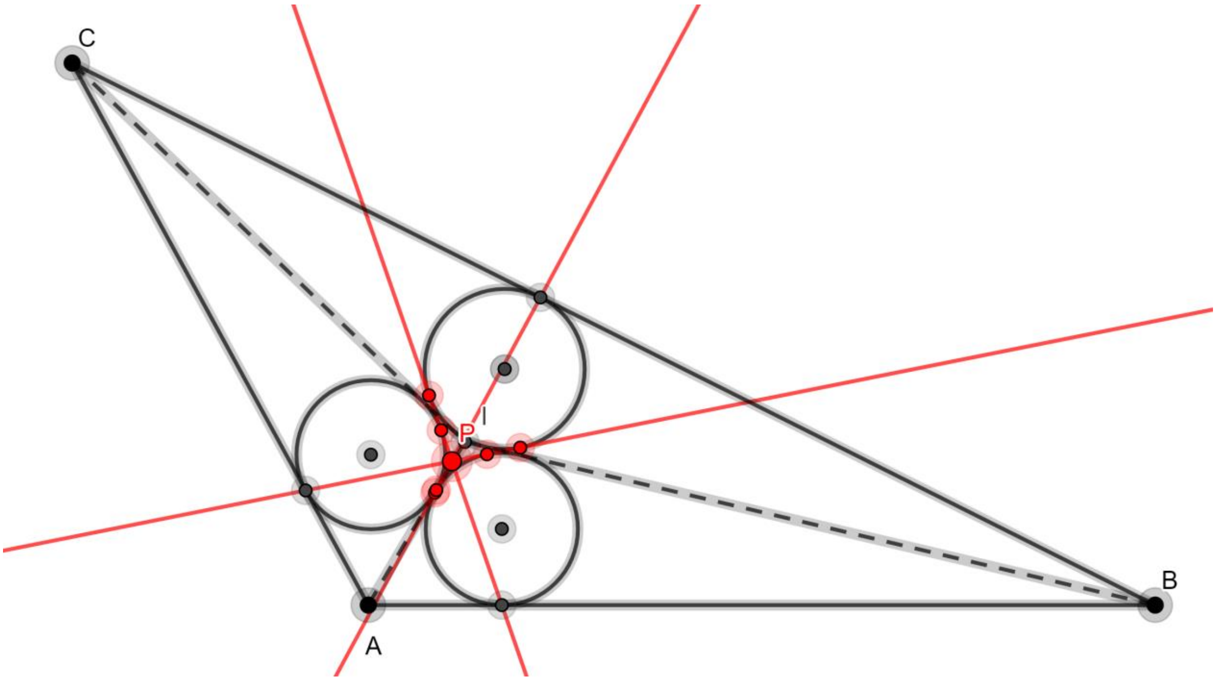
Dit betekent dat je vaak gebruik gaat maken van de optie *bissectrice tekenen* en *snijpunt bepalen*, zie figuur 1.



figuur 1

2. *Elk tweetal van deze cirkels heeft een gezamenlijke raaklijn die gaat door het raakpunt van de derde cirkel met de betreffende zijde van driehoek ABC. Construeer deze gezamenlijke raaklijnen.*

Als we deze bewering aannemen dan kunnen we gebruik maken van de optie *raaklijn tekenen*. Zie voor het resultaat figuur 2.



figuur 2

3. *Deze drie raaklijnen gaan door een gemeenschappelijk punt P.*

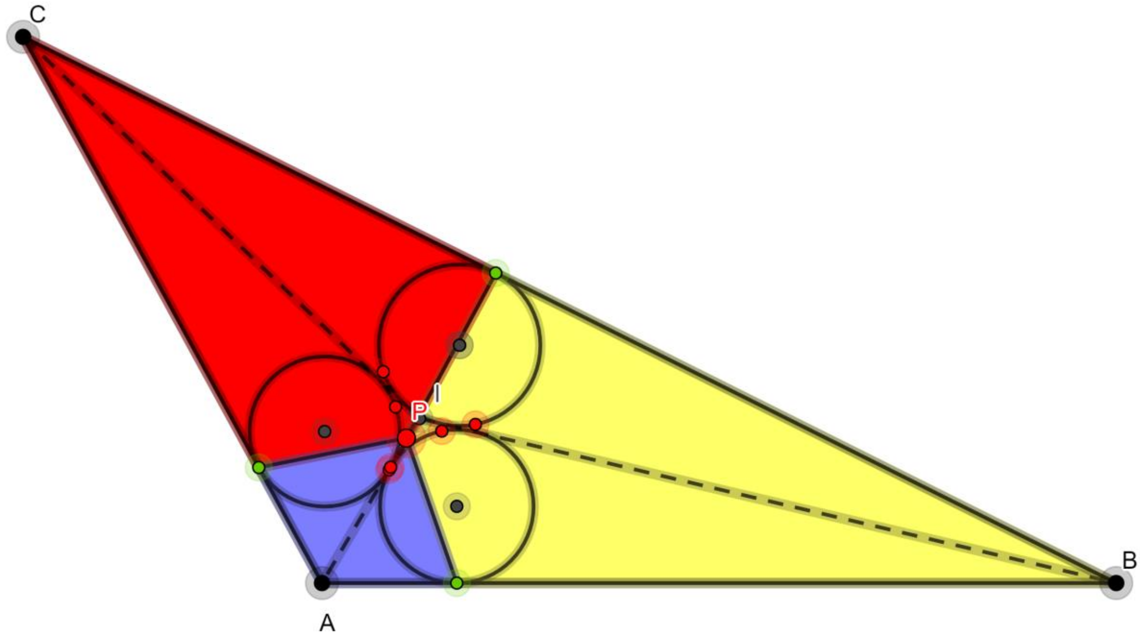
Maar waarom gaan die drie rode raaklijnen door een punt?

4. *Dit punt P, de raakpunten van de drie ingeschreven cirkels met de zijden van driehoek ABC en de hoekpunten van driehoek ABC zijn nu de hoekpunten van drie raaklijnenvierhoeken. De ingeschreven cirkels hiervan zijn de cirkels van Malfatti.*

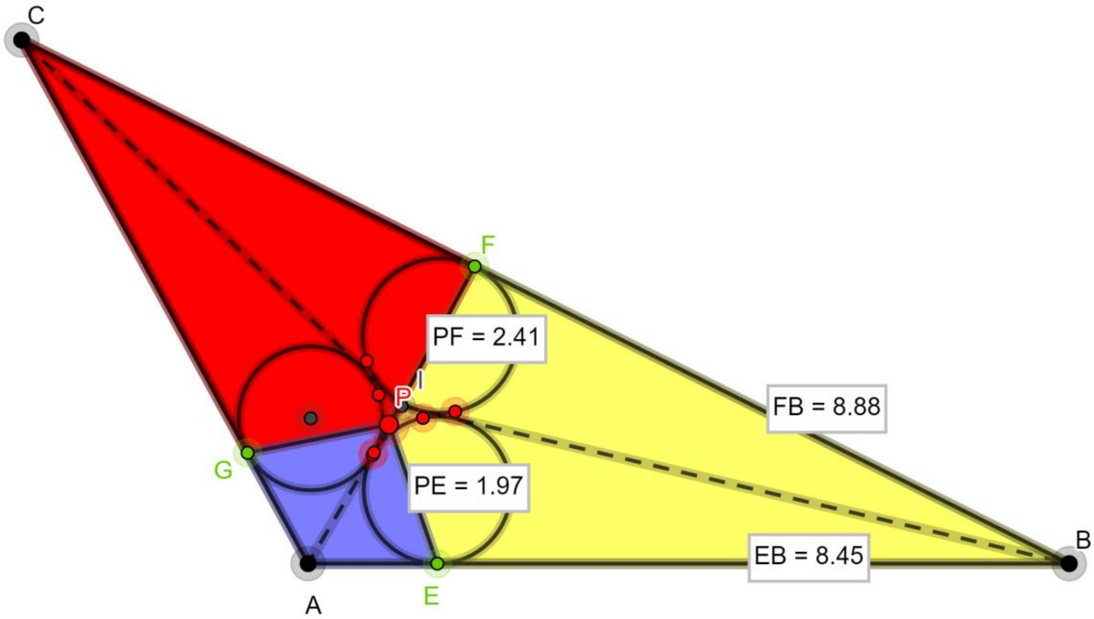
Waarom , zie figuur 3, zijn de gekleurde vierhoeken raaklijnenvierhoeken?

Raaklijnenvierhoek

De B-leerlingen zullen er bekend mee zijn. We memoreren toch de definitie en een eigenschap.
Niet in elke vierhoek kun je een cirkel tekenen die binnen de vierhoek ligt en elke zijde van de vierhoek raakt. Als dat bij een vierhoek wel lukt noemen we het een raaklijnenvierhoek. Er geldt: de sommen van elk paar overstaande zijden zijn gelijk. Ook het omgekeerde geldt.



figuur 3

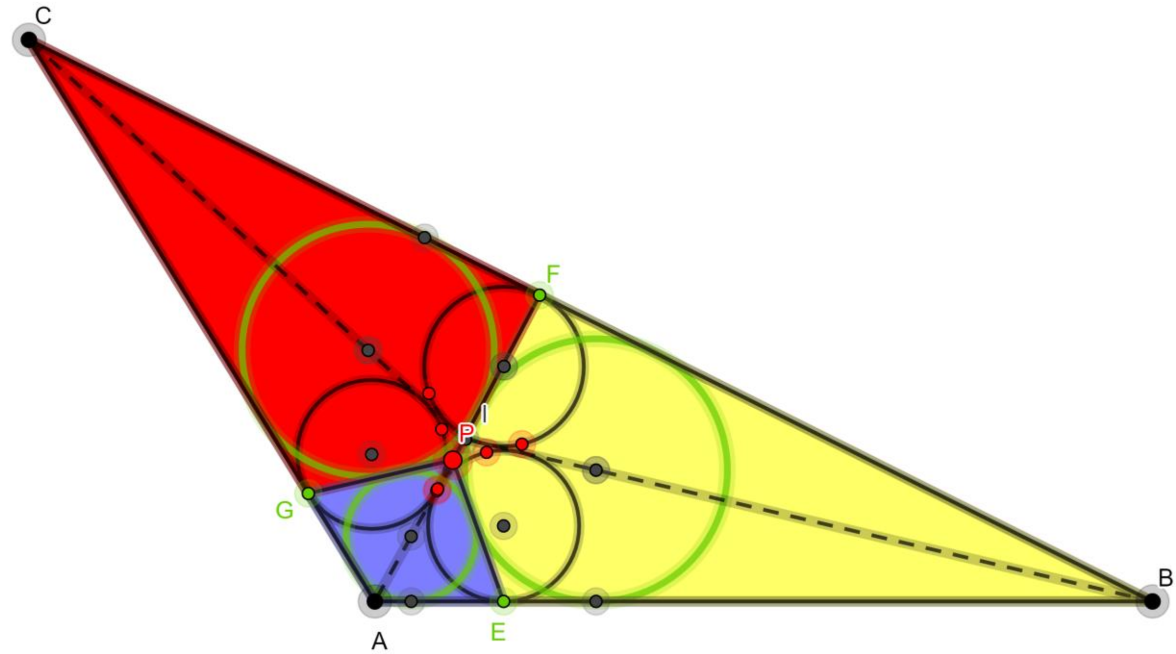


figuur 4

Controle - bij de door mij gekozen afmetingen van ΔABC -van gele vierhoek *EBFP*. *EB*+*PF*=*PE*+*FB*? 8,45+2,41=10,86 en 1,97+8,88=10,85. Klopt aardig. Raaklijnenvierhoek.

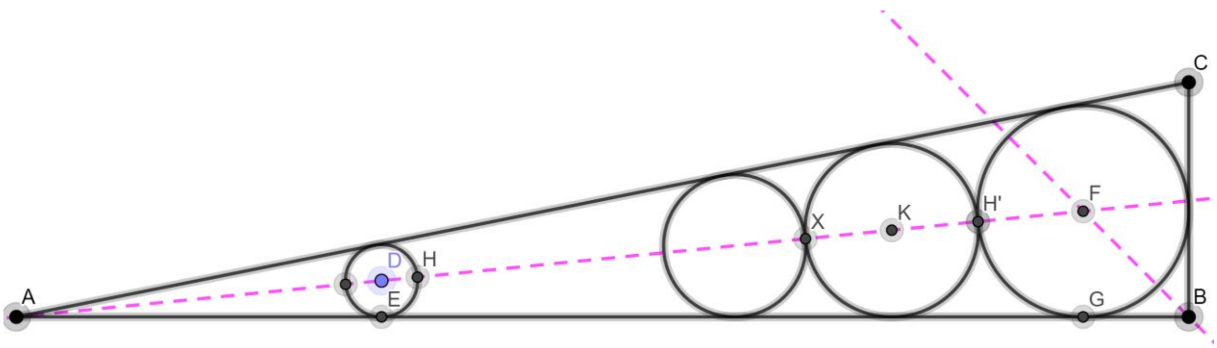
Bij de vierde stap gebruiken we weer de opties *bissectrice* en *snijpunt* bepalen.

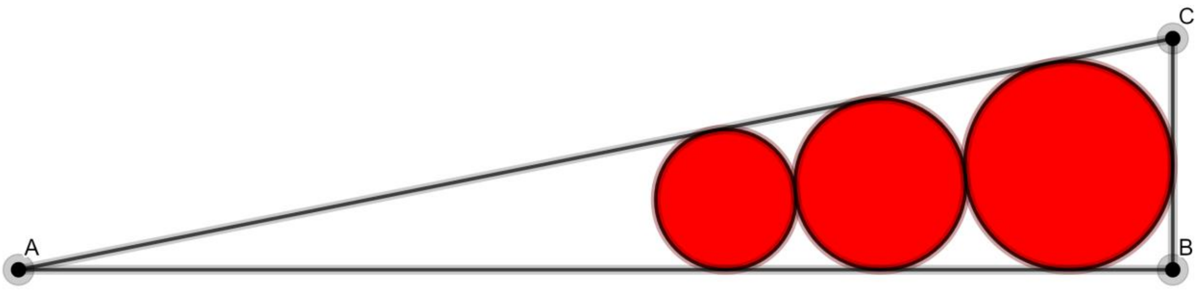
De middelpunten van de Malfatticirkels liggen op de bissectrices van driehoek *ABC.* Elke ingeschreven cirkel in een raaklijnenvierhoek raakt dus twee zijden van driehoek *ABC.*

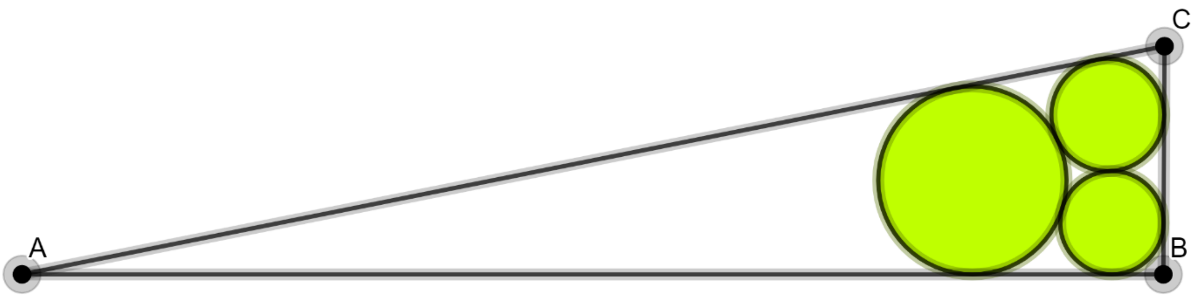


Opdracht bij figuur 10 en 11 van het artikel.

- Teken eerst de ingeschreven cirkel van driehoek *ABC*.
- Teken met behulp van de bissectrice van $\angle BAC$ een hulpcirkel die de benen van $\angle BAC$ raakt.
- Vermenigvuldig de hulpcirkel vanuit hoekpunt A met factor $\dfrac{AH'}{AH}$. Dat geeft de cirkel met middelpunt K.
- Vermenigvuldig de hulpcirkel vanuit hoekpunt A met factor $\dfrac{AX}{AH}$. Dat geeft de meest linkse cirkel.




C
A
B


C
A
B