

Nu wordt het 'hogere' wiskunde

We gaan dit verhaal nu omzetten naar lineaire afbeeldingentaal. De hyperbool $(b-1)xy + ay - abx = 0$ leggen we in de driedimensionale ruimte door er een z -coördinaat van altijd 1 aan toe te voegen. De overgang van een punt (x_0, y_0) met parameter t_0 naar (x_1, y_1) met parameter $t_1 = bt_0$ kunnen we aangeven met $(x, y) \rightarrow (bx + a, a + \frac{1}{b}y)$, en in drie dimensies wordt dit de overgang $(x, y, 1) \rightarrow (bx + a, a + \frac{1}{b}y, 1)$.

Met de matrix

$$M = \begin{pmatrix} b & 0 & a \\ 0 & \frac{1}{b} & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

wordt deze overgang nu precies de vermenigvuldiging van M met $\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$:

$$M \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \cdot x & + & a \cdot 1 \\ \frac{1}{b} \cdot y & + & a \cdot 1 \\ 1 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} bx+a \\ a+\frac{1}{b}y \\ 1 \end{pmatrix},$$

dus een lineaire afbeelding $\underline{v} \rightarrow M\underline{v}$ op \mathbb{R}^3 . Het bijzondere aan deze lineaire afbeelding is nu dat ze een hyperbool liggend in het vlak $z = 1$ op zichzelf afbeeldt. Dat kunnen we aantonen met behulp van de gevonden parametrisatie:

$$M \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b & 0 & a \\ 0 & \frac{1}{b} & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a\frac{bt-1}{b-1} \\ a\frac{bt-1}{b-1} \cdot \frac{1}{t} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ba\frac{bt-1}{b-1} + a \\ \frac{1}{b}a\frac{bt-1}{b-1} \cdot \frac{1}{t} + a \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a\frac{b^2t-1}{b-1} \\ a\frac{b^2t-1}{b-1} \cdot \frac{1}{bt} \\ 1 \end{pmatrix},$$

wat precies overeenkomt met het vervangen van t door bt . Dit illustreert nog eens heel kort en elegant dat inderdaad de hyperbool wordt afgebeeld op zichzelf.

De matrix M heeft eigenwaarden $b, \frac{1}{b}, 1$, en bijbehorende eigenvectoren zetten we als kolommen in dezelfde volgorde in een matrix P :

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -a \\ 0 & 1 & ab \\ 0 & 0 & b-1 \end{pmatrix}, \text{ met inverse } P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{a}{b-1} \\ 0 & 1 & -\frac{ab}{b-1} \\ 0 & 0 & \frac{1}{b-1} \end{pmatrix}.$$

De theorie van matrixdiagonalisatie zegt nu dat $D = P^{-1}MP$ een diagonaalmatrix is met de eigenwaarden in de juiste volgorde op de diagonaal:

$$D = P^{-1}MP = \begin{pmatrix} b & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{b} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Een diagonaalmatrix heeft de prettige eigenschap dat zijn machten heel simpel te vinden zijn, namelijk door de machten van de elementen op de diagonaal te nemen:

$$D^k = \begin{pmatrix} b^k & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{b^k} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(de meeste matrices hebben die eigenschap niet!). Een fraaie toepassing is dat we nu makkelijk een formule afleiden voor M^k , de matrix die hoort bij het k keer achter elkaar uitvoeren van de lineaire afbeelding:

$$M^k = PDP^{-1}PDP^{-1} \dots PDP^{-1} = PD^kP^{-1}$$

want $P^{-1}P$ valt telkens netjes weg (telescoperen, bedenk dat bij matrix-vermenigvuldigen de volgorde niet mag veranderen), en dus

$$M^k = \begin{pmatrix} b^k & 0 & a \frac{b^k - 1}{b - 1} \\ 0 & \frac{1}{b^k} & \frac{1}{b^{k-1}} a \frac{b^k - 1}{b - 1} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Hierin kun je meteen herkennen dat je in de breuk $\frac{x}{y}$ in teller en noemer nu k a -tjes toevoegt:

$$a \frac{b^k - 1}{b - 1} = ab^{k-1} + ab^{k-2} + \dots + ab^2 + ab + a, \text{ en in het } b\text{-tallig stelsel staat hier } aa\dots aaa.$$

Grappiger dan dit gaat het niet worden.

(Echt niet? Zie Opgave 2 hieronder...)

Huiswerk

Er zijn natuurlijk allerlei varianten te bedenken, zoals cijfers wegstrepen op andere plaatsen dan vooraan/achteraan. Die te onderzoeken laten we graag aan de lezer over, onder andere in onderstaande opgaven.

Flauwiteiten: Bedenk wel dat $\frac{x}{z} = \frac{a|x}{z|a}$ (bijvoorbeeld $\frac{4}{1} = \frac{64}{16}$) nou niet echt een nieuwe variant is.

Er is een andere manier om uit een oplossing (x, z) van $\frac{x}{z} = \frac{x|a}{a|z}$ in het b -tallig stelsel oneindig veel nieuwe oplossingen te maken, maar die is wel een beetje flauw. Je mag namelijk achter z zoveel nullen schrijven als je maar wilt. Dus, als $\frac{x}{z} = \frac{x|a}{a|z}$ een oplossing is, dan ook $\frac{x}{z|0} = \frac{x|a}{a|z|0}$. Bijvoorbeeld: $\frac{1}{4} = \frac{16}{64}$, en dus ook

$$\frac{1}{40} = \frac{16}{640}, \frac{1}{400} = \frac{16}{6400}, \text{ enzovoorts. Deze}$$

z -jes hebben allemaal dezelfde y .

Er zijn ook andere flauwe oplossingen, namelijk die met $x = y = z = a$, en diens uitbreidingen.

Opgave 1 (makkelijk)

Laat zien dat de rij $\frac{16}{64} = \frac{166}{664} = \frac{16 \cdot \cdot 6}{6 \cdot \cdot 64}$ in feite dezelfde is als de rij $\frac{8}{32} = \frac{83}{332} = \frac{83 \cdot \cdot 3}{33 \cdot \cdot 32}$. Zoek in de tabel naar meer voorbeelden van deze soort.

Je kunt de afbeelding 'vermenigvuldigen met M ' ook achterstevoren toepassen, dat wordt dan 'vermenigvuldigen met M^{-1} '. Hierbij is M^{-1} de inverse matrix van M , dat is de matrix met de eigenschap

$$M \cdot M^{-1} = M^{-1} \cdot M = I, \text{ met de 'identiteitsmatrix' } I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ die ieder punt op zijn plek laat:}$$

$$I \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}. \text{ In ons geval is } M^{-1} \text{ niet moeilijk uit te rekenen uit de interpretatie als lineaire afbeelding:}$$

M stuurt x_{oud} naar $x_{\text{nieuw}} = bx_{\text{oud}} + a$ en y_{oud} naar $y_{\text{nieuw}} = a + y_{\text{oud}}/b$, dus M^{-1} stuurt x_{nieuw} naar $x_{\text{oud}} = (x_{\text{nieuw}} - a)/b$ en y_{nieuw} naar $y_{\text{oud}} = b(y_{\text{nieuw}} - a)$, b , dus de matrix wordt

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{b} & 0 & -\frac{a}{b} \\ 0 & b & -ab \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(Je had ook in de bovenstaande uitdrukking voor M^k gewoon $k = -1$ kunnen invullen.)

Opgave 2 (moeilijker)

Pas dit nu eens toe op ons eerste voorbeeld, waarbij we $x = 1$, $a = 6$, $z = 4$, $y = 4$ hadden. Laat zien dat je uitkomt op de rij $\frac{5}{20} = \frac{65}{260} = \frac{665}{2660} = \frac{6 \cdot \cdot 65}{26 \cdot \cdot 60}$, een aardige variant op ons thema, en in feite dezelfde als de rij $\frac{13}{52} = \frac{133}{532} = \frac{1333}{5332} = \frac{133 \cdot \cdot 3}{533 \cdot \cdot 2}$. En gebruik de onderstaand tabel weer naar meer voorbeelden van deze soort te maken.

In de literatuur vind je ook voorbeelden als $344/731 = 3544/7531 = 35544/75531 = \dots$.

Opgave 3 (moeilijker)

Probeer te begrijpen waarom ook in dit geval de eerste gelijkheid $344/731 = 3544/7531$ leidt tot een oneindige rij met steeds meer vijfjes.

Het eerder aangehaalde artikel van Fried & Goldberg ^[1] bewijst de uitbreidbaarheid van een grote klasse van dit soort voorbeelden.

Tabellen maken

We laten ten slotte zien hoe we systematisch alle niet-flauwe oplossingen kunnen vinden. Voor gegeven a , b (met $a < b$) kunnen we simpelweg alle $x = 1, 2, 3, \dots$ gaan uittesten, tot we het zat zijn. Bereken telkens

$$y = \frac{abx}{(b-1)x+a}.$$

Niet iedere x is goed, bijvoorbeeld met $a = 6$, $b = 10$ vinden we voor $x = 3$ nu $y = \frac{60}{11}$, en die noemer 11

blijft er inzitten, hoe vaak we ook y met b vermenigvuldigen, m.a.w. er hoort nooit een geheel getal z bij. De goede x -jes zijn die waarvoor y een noemer heeft die alleen maar priemfactoren heeft die ook al in b zitten. Bijvoorbeeld, met $a = 6$, $b = 10$ en $x = 10$ vinden we $y = \frac{25}{4} = 6,25$ en dan is de eerste z die

voldoet $b^2y = 625$. Inderdaad, $\frac{10}{625} = \frac{106}{6625} = \frac{1066}{66625} = \dots$

Als we dit doen, en we filteren alle flauwe gevallen eruit, dan krijgen we lange lijsten. Zie hieronder voor een beginnetje voor $b \leq 10$ en $x < b^2$. Aan het einde van deze bijlage staat een uitgebreidere tabel voor $b \leq 16$ en $x < b^4$, en $b = 100$ en $x < 10000$.

Diverse van de in het artikel genoemde artikelen beschrijven ook dergelijke efficiënte methoden om tabellen te maken.

In deze tabellen valt het op dat er geen niet-triviale voorbeelden zijn gevonden waarbij b een priemgetal is, en slechts weinig als b een macht van een priemgetal is. Dat zal te verklaren zijn uit het feit dat een voorwaarde voor een goede x is dat de noemer van y alleen priemfactoren heeft die al in b zitten. Voor x , y en a gebruiken we de b -tallige schijfwijze.

$b = 4$:

y	t	x	a	z
2	1/2	1	3	2

$b = 6$:

y	t	x	a	z
9/8	8/3	3	1	1043
32/27	27/2	24	1	1104
20/9	9/4	5	2	212
9/4	8/3	10	2	213
9/4	4/9	1	3	213
225/64	64/9	41	3	3303213
8/3	3/8	1	4	24
9/2	8/3	20	4	43
3	1/3	1	5	3
4	1/2	2	5	4
9/2	2/3	3	5	43
21/4	4/3	11	5	513
16/3	3/2	12	5	52
45/8	8/3	23	5	5343
52/9	9/2	42	5	544
93/16	16/3	51	5	54513

$b = 8$:

y	t	x	a	z
4	1/4	1	7	4
6	1/2	3	7	6

$b = 9$:

y	t	x	a	z
3	1/3	1	4	3
6	1/3	2	8	6

Noten

- [1] Fried, M.N. & Mayer Goldberg (2010). A Pumping Lemma for Invalid Reductions of Fractions. *College Mathematics Journal*, 41(5), 357–364.

$b = 4 :$

y	t	x	a	z
2	$\frac{1}{2}$	1	3	2

$b = 6 :$

y	t	x	a	z
$\frac{9}{8}$	$\frac{8}{3}$	3	1	1043
$\frac{32}{27}$	$\frac{27}{2}$	24	1	1104
$\frac{153}{128}$	$\frac{128}{3}$	123	1	11101043
$\frac{2457}{2048}$	$\frac{2048}{3}$	3443	1	111104531043
$\frac{20}{9}$	$\frac{9}{4}$	5	2	212
$\frac{9}{4}$	$\frac{8}{3}$	10	2	213
$\frac{153}{64}$	$\frac{128}{3}$	250	2	2220213
$\frac{1748}{729}$	$\frac{729}{4}$	2005	2	2221532
$\frac{9}{4}$	$\frac{4}{9}$	1	3	213
$\frac{225}{64}$	$\frac{64}{9}$	41	3	3303213
$\frac{32}{9}$	$\frac{27}{2}$	120	3	332
$\frac{3681}{1024}$	$\frac{1024}{9}$	1521	3	33322433213
$\frac{8}{3}$	$\frac{3}{8}$	1	4	24
$\frac{9}{2}$	$\frac{8}{3}$	20	4	43
$\frac{1160}{243}$	$\frac{243}{8}$	401	4	443504
$\frac{153}{32}$	$\frac{128}{3}$	540	4	444043
3	$\frac{1}{3}$	1	5	3
4	$\frac{1}{2}$	2	5	4
$\frac{9}{2}$	$\frac{2}{3}$	3	5	43
$\frac{21}{4}$	$\frac{4}{3}$	11	5	513
$\frac{16}{3}$	$\frac{3}{2}$	12	5	52
$\frac{45}{8}$	$\frac{8}{3}$	23	5	5343
$\frac{52}{9}$	$\frac{9}{2}$	42	5	544
$\frac{93}{16}$	$\frac{16}{3}$	51	5	54513
$\frac{189}{32}$	$\frac{32}{3}$	143	5	552343
$\frac{160}{27}$	$\frac{27}{2}$	212	5	5532
$\frac{381}{64}$	$\frac{64}{3}$	331	5	5541513
$\frac{484}{81}$	$\frac{81}{2}$	1042	5	55504
$\frac{765}{128}$	$\frac{128}{3}$	1103	5	55505343
$\frac{1533}{256}$	$\frac{256}{3}$	2211	5	555324513
$\frac{1456}{243}$	$\frac{243}{2}$	3212	5	555412
$\frac{3069}{512}$	$\frac{512}{3}$	4423	5	5554422343

$b = 8 :$

y	t	x	a	z
4	$\frac{1}{4}$	1	7	4
6	$\frac{1}{2}$	3	7	6

$b = 9 :$

y	t	x	a	z
3	$\frac{1}{3}$	1	4	3
6	$\frac{1}{3}$	2	8	6

$b = 10 :$

y	t	x	a	z
$\frac{35}{32}$	$\frac{32}{5}$	7	1	109375
$\frac{2275}{2048}$	$\frac{2048}{5}$	455	1	111083984375
$\frac{3472}{3125}$	$\frac{3125}{2}$	1736	1	1111104
$\frac{35}{16}$	$\frac{32}{5}$	14	2	21875
$\frac{1388}{625}$	$\frac{625}{4}$	347	2	22208
$\frac{2275}{1024}$	$\frac{2048}{5}$	910	2	22216796875
$\frac{5}{2}$	$\frac{2}{5}$	1	3	25
$\frac{25}{8}$	$\frac{8}{5}$	5	3	3125
$\frac{16}{5}$	$\frac{5}{2}$	8	3	32
$\frac{105}{32}$	$\frac{32}{5}$	21	3	328125
$\frac{425}{128}$	$\frac{128}{5}$	85	3	33203125
$\frac{416}{125}$	$\frac{125}{2}$	208	3	3328
$\frac{1705}{512}$	$\frac{512}{5}$	341	3	3330078125
$\frac{6825}{2048}$	$\frac{2048}{5}$	1365	3	333251953125
$\frac{10416}{3125}$	$\frac{3125}{2}$	5208	3	333312
$\frac{27305}{8192}$	$\frac{8192}{5}$	5461	3	33331298828125
$\frac{35}{8}$	$\frac{32}{5}$	28	4	4375
$\frac{552}{125}$	$\frac{125}{8}$	69	4	4416
$\frac{2275}{512}$	$\frac{2048}{5}$	1820	4	4443359375
$\frac{75}{16}$	$\frac{16}{25}$	3	5	46875
$\frac{5675}{1024}$	$\frac{1024}{25}$	227	5	55419921875
$\frac{3472}{625}$	$\frac{3125}{2}$	8680	5	55552
4	$\frac{1}{4}$	1	6	4
5	$\frac{2}{5}$	2	6	5
$\frac{25}{4}$	$\frac{8}{5}$	10	6	625
$\frac{164}{25}$	$\frac{25}{4}$	41	6	656
$\frac{105}{16}$	$\frac{32}{5}$	42	6	65625
$\frac{425}{64}$	$\frac{128}{5}$	170	6	6640625
$\frac{1705}{256}$	$\frac{512}{5}$	682	6	666015625
$\frac{4164}{625}$	$\frac{625}{4}$	1041	6	66624
$\frac{6825}{1024}$	$\frac{2048}{5}$	2730	6	66650390625
$\frac{35}{8}$	$\frac{8}{35}$	1	7	4375
$\frac{28}{5}$	$\frac{5}{14}$	2	7	56
$\frac{15}{2}$	$\frac{14}{5}$	21	7	75
$\frac{245}{32}$	$\frac{32}{5}$	49	7	765625
$\frac{3955}{512}$	$\frac{512}{35}$	113	7	7724609375
$\frac{995}{128}$	$\frac{896}{5}$	1393	7	77734375

$b = 10$ (vervolg) :

y	t	x	a	z
$\frac{15925}{2048}$	$\frac{2048}{5}$	3185	7	777587890625
$\frac{972}{125}$	$\frac{875}{2}$	3402	7	7776
$\frac{254835}{32768}$	$\frac{32768}{35}$	7281	7	7776947021484375
$\frac{208}{25}$	$\frac{25}{16}$	13	8	832
$\frac{35}{4}$	$\frac{32}{5}$	56	8	875
$\frac{2275}{256}$	$\frac{2048}{5}$	3640	8	888671875
5	$\frac{1}{5}$	1	9	5
$\frac{15}{2}$	$\frac{2}{5}$	3	9	75
8	$\frac{1}{2}$	4	9	8
$\frac{35}{4}$	$\frac{4}{5}$	7	9	875
$\frac{75}{8}$	$\frac{8}{5}$	15	9	9375
$\frac{48}{5}$	$\frac{5}{2}$	24	9	96
$\frac{155}{16}$	$\frac{16}{5}$	31	9	96875
$\frac{315}{32}$	$\frac{32}{5}$	63	9	984375
$\frac{248}{25}$	$\frac{25}{2}$	124	9	992
$\frac{635}{64}$	$\frac{64}{5}$	127	9	9921875
$\frac{1275}{128}$	$\frac{128}{5}$	255	9	99609375
$\frac{2555}{256}$	$\frac{256}{5}$	511	9	998046875
$\frac{1248}{125}$	$\frac{125}{2}$	624	9	9984
$\frac{5115}{512}$	$\frac{512}{5}$	1023	9	9990234375
$\frac{10235}{1024}$	$\frac{1024}{5}$	2047	9	99951171875
$\frac{6248}{625}$	$\frac{625}{2}$	3124	9	99968
$\frac{20475}{2048}$	$\frac{2048}{5}$	4095	9	999755859375
$\frac{40955}{4096}$	$\frac{4096}{5}$	8191	9	9998779296875

$b = 12$:

y	t	x	a	z
88	$\frac{81}{4}$	1a	1	11054
$\frac{279}{256}$	$\frac{256}{3}$	79	1	110b3
$\frac{21472}{19683}$	$\frac{19683}{4}$	3134	1	1111085b14
$\frac{176}{81}$	$\frac{81}{4}$	38	2	220a8
$\frac{279}{128}$	$\frac{256}{3}$	136	2	221a6
$\frac{42944}{19683}$	$\frac{19683}{4}$	6268	2	222214ba28
$\frac{207}{64}$	$\frac{64}{9}$	1b	3	3299
$\frac{88}{27}$	$\frac{81}{4}$	56	3	3314
$\frac{21472}{6561}$	$\frac{19683}{4}$	93a0	3	333321594
$\frac{112}{27}$	$\frac{27}{16}$	7	4	4194
$\frac{279}{64}$	$\frac{256}{3}$	270	4	4439
$\frac{28624}{6561}$	$\frac{6561}{16}$	1051	4	44429b854
$\frac{15}{4}$	$\frac{4}{15}$	1	5	39
$\frac{40}{9}$	$\frac{9}{20}$	2	5	454
$\frac{16}{3}$	$\frac{15}{4}$	18	5	54
$\frac{440}{81}$	$\frac{81}{4}$	92	5	55228

$b = 12$ (vervolg) :

y	t	x	a	z
$\frac{87}{16}$	$\frac{80}{3}$	101	5	553
$\frac{1395}{256}$	$\frac{256}{3}$	329	5	55483
$\frac{11920}{2187}$	$\frac{2187}{20}$	418	5	554a3314
$\frac{22335}{4096}$	$\frac{4096}{15}$	a41	5	55526b3
$\frac{4096}{3976}$	$\frac{3645}{4}$	2a62	5	5554714
$\frac{729}{207}$	$\frac{64}{9}$	3a	6	6576
$\frac{32}{176}$	$\frac{81}{4}$	b0	6	6628
$\frac{27}{14}$	$\frac{3}{14}$	1	7	48
$\frac{231}{32}$	$\frac{32}{21}$	b	7	7276
$\frac{15}{2}$	$\frac{14}{3}$	2b	7	76
$\frac{616}{81}$	$\frac{81}{4}$	10a	7	77314
$\frac{5558}{729}$	$\frac{729}{14}$	291	7	775a628
$\frac{1953}{256}$	$\frac{256}{3}$	463	7	77669
$\frac{206}{27}$	$\frac{189}{2}$	501	7	7768
$\frac{250215}{32768}$	$\frac{32768}{21}$	6a8b	7	7776b21a6
$\frac{224}{27}$	$\frac{16}{16}$	12	8	8368
$\frac{279}{32}$	$\frac{256}{3}$	520	8	8876
$\frac{57248}{6561}$	$\frac{6561}{16}$	20a2	8	88857b4a8
$\frac{6561}{135}$	$\frac{16}{27}$	5	9	853
$\frac{16}{88}$	$\frac{81}{4}$	146	9	994
$\frac{160839}{16384}$	$\frac{16384}{27}$	3545	9	99975a39
$\frac{15}{2}$	$\frac{4}{15}$	2	a	76
$\frac{80}{9}$	$\frac{9}{20}$	4	a	8a8
$\frac{32}{3}$	$\frac{15}{4}$	34	a	a8
$\frac{880}{81}$	$\frac{81}{4}$	164	a	aa454
$\frac{87}{8}$	$\frac{80}{3}$	202	a	aa6
$\frac{1395}{128}$	$\frac{256}{3}$	656	a	aa946
$\frac{23840}{2187}$	$\frac{2187}{20}$	834	a	aa986628
$\frac{22335}{2048}$	$\frac{4096}{15}$	1882	a	aaa51a6
$\frac{7952}{729}$	$\frac{3645}{4}$	5904	a	aaa9228
6	$\frac{1}{6}$	1	b	6
8	$\frac{1}{4}$	2	b	8
9	$\frac{1}{3}$	3	b	9
10	$\frac{1}{2}$	5	b	a
$\frac{21}{2}$	$\frac{2}{3}$	7	b	a6
$\frac{32}{3}$	$\frac{3}{4}$	8	b	a8
$\frac{45}{4}$	$\frac{4}{3}$	13	b	b3
$\frac{34}{3}$	$\frac{3}{2}$	15	b	b4
$\frac{104}{9}$	$\frac{9}{4}$	22	b	b68
$\frac{93}{8}$	$\frac{8}{3}$	27	b	b76
$\frac{106}{9}$	$\frac{9}{2}$	45	b	b94
$\frac{189}{16}$	$\frac{16}{3}$	53	b	b99
$\frac{320}{27}$	$\frac{27}{4}$	68	b	ba28
$\frac{381}{32}$	$\frac{32}{3}$	a7	b	baa6
$\frac{322}{27}$	$\frac{27}{2}$	115	b	bb14

$b = 12$ (vervolg) :

y	t	x	a	z
$\frac{968}{81}$	$\frac{81}{4}$	182	b	bb4a8
$\frac{765}{64}$	$\frac{64}{3}$	193	b	bb53
$\frac{970}{81}$	$\frac{81}{2}$	345	b	bb854
$\frac{1533}{128}$	$\frac{128}{3}$	367	b	bb876
$\frac{2912}{243}$	$\frac{243}{4}$	508	b	bb9768
$\frac{3069}{256}$	$\frac{256}{3}$	713	b	bba39
$\frac{2914}{243}$	$\frac{243}{2}$	a15	b	bba994
$\frac{6141}{512}$	$\frac{512}{3}$	1227	b	bbb1a6
$\frac{8744}{729}$	$\frac{729}{4}$	1322	b	bbb2628
$\frac{12285}{1024}$	$\frac{1024}{3}$	2453	b	bbb6b3
$\frac{8746}{729}$	$\frac{729}{2}$	2645	b	bbb7314
$\frac{26240}{2187}$	$\frac{2187}{4}$	3968	b	bbb8a0a8
$\frac{24573}{2048}$	$\frac{2048}{3}$	48a7	b	bbb9576
$\frac{26242}{2187}$	$\frac{2187}{2}$	7715	b	bbba5054
$\frac{49149}{4096}$	$\frac{4096}{3}$	9593	b	bbba899
$\frac{78728}{6561}$	$\frac{6561}{4}$	b482	b	bbbab4368

$b = 14$:

y	t	x	a	z
$\frac{2205}{2048}$	$\frac{2048}{7}$	187	1	11104d9598a7
$\frac{2205}{1024}$	$\frac{2048}{7}$	330	2	22209d4b537
$\frac{21}{8}$	$\frac{8}{21}$	1	3	28a7
$\frac{413}{128}$	$\frac{384}{7}$	c9	3	332598a7
$\frac{6615}{2048}$	$\frac{2048}{7}$	4b7	3	33310d030c37
$\frac{1108}{343}$	$\frac{1029}{2}$	86a	3	3332
$\frac{105861}{32768}$	$\frac{32768}{21}$	1ba1	3	3332b799477928a7
$\frac{2205}{512}$	$\frac{2048}{7}$	660	4	44415c98a7
$\frac{21}{4}$	$\frac{20}{7}$	11	5	537
$\frac{260}{49}$	$\frac{49}{10}$	1c	5	544
$\frac{1365}{256}$	$\frac{256}{35}$	2b	5	549114537
$\frac{11025}{2048}$	$\frac{2048}{7}$	807	5	5551ac5061a7
$\frac{21}{4}$	$\frac{8}{21}$	2	6	537
$\frac{316}{49}$	$\frac{147}{4}$	12d	6	664
$\frac{413}{64}$	$\frac{384}{7}$	1b4	6	664b537
$\frac{6615}{1024}$	$\frac{2048}{7}$	990	6	66621c061a7
$\frac{105861}{16384}$	$\frac{32768}{21}$	3962	6	666591549114537
$\frac{7693}{1024}$	$\frac{1024}{49}$	b3	7	7726b9bb537
$\frac{2205}{256}$	$\frac{2048}{7}$	cc0	8	8882bb537
$\frac{63}{8}$	$\frac{8}{21}$	3	9	7c37
$\frac{1197}{128}$	$\frac{128}{63}$	15	9	94cc98a7
$\frac{77}{8}$	$\frac{72}{7}$	71	9	98a7
$\frac{3312}{343}$	$\frac{343}{18}$	d2	9	9928
$\frac{1239}{128}$	$\frac{384}{7}$	29d	9	99730c37
$\frac{19845}{2048}$	$\frac{2048}{7}$	1067	9	99932b0928a7
$\frac{3324}{343}$	$\frac{1029}{2}$	1b62	9	9996
$\frac{317583}{32768}$	$\frac{32768}{21}$	5723	9	9998690dd88d7c37

$b = 14$ (vervolg) :

y	t	x	a	z
$\frac{60}{7}$	$\frac{7}{20}$	3	a	88
$\frac{21}{2}$	$\frac{20}{7}$	22	a	a7
$\frac{1365}{128}$	$\frac{256}{35}$	58	a	a94228a7
$\frac{11025}{1024}$	$\frac{2048}{7}$	1210	a	aaa37aa0c37
$\frac{693}{64}$	$\frac{64}{77}$	9	b	ab84537
$\frac{189}{16}$	$\frac{176}{7}$	173	b	bb537
$\frac{28424}{2401}$	$\frac{2401}{22}$	684	b	bba48
$\frac{24255}{2048}$	$\frac{2048}{7}$	1397	b	bbb3ca567c37
$\frac{21}{2}$	$\frac{8}{21}$	4	c	a7
$\frac{88}{7}$	$\frac{21}{8}$	25	c	c8
$\frac{413}{32}$	$\frac{384}{7}$	388	c	cc98a7
$\frac{6615}{512}$	$\frac{2048}{7}$	1540	c	ccc43a0c37
$\frac{217176}{16807}$	$\frac{16807}{24}$	3425	c	ccc944
$\frac{105861}{8192}$	$\frac{32768}{21}$	74c4	c	cccb42a94228a7
$\frac{7}{7}$	$\frac{1}{7}$	1	d	7
$\frac{21}{2}$	$\frac{2}{7}$	3	d	a7
$\frac{12}{4}$	$\frac{1}{2}$	6	d	c
$\frac{49}{4}$	$\frac{4}{7}$	7	d	c37
$\frac{105}{8}$	$\frac{8}{7}$	11	d	d1a7
$\frac{217}{16}$	$\frac{16}{7}$	23	d	d7c37
$\frac{96}{7}$	$\frac{7}{2}$	36	d	da
$\frac{441}{32}$	$\frac{32}{7}$	47	d	dad1a7
$\frac{889}{64}$	$\frac{64}{7}$	91	d	dc67c37
$\frac{1785}{128}$	$\frac{128}{7}$	143	d	dd33d1a7
$\frac{684}{49}$	$\frac{49}{2}$	1a6	d	dd6
$\frac{3577}{256}$	$\frac{256}{7}$	287	d	dd88d7c37
$\frac{7161}{512}$	$\frac{512}{7}$	531	d	ddb46ad1a7
$\frac{14329}{1024}$	$\frac{1024}{7}$	a63	d	ddc93567c37
$\frac{4800}{343}$	$\frac{343}{2}$	c36	d	ddcc
$\frac{28665}{2048}$	$\frac{2048}{7}$	16c7	d	ddd489a3d1a7
$\frac{57337}{4096}$	$\frac{4096}{7}$	2db1	d	ddd944c1d7c37
$\frac{114681}{8192}$	$\frac{8192}{7}$	5d83	d	ddd9260dad1a7
$\frac{33612}{2401}$	$\frac{2401}{2}$	61a6	d	ddd9ba
$\frac{229369}{16384}$	$\frac{16384}{7}$	bd27	d	dddcb8306c67c37

$b = 15$:

y	t	x	a	z
$\frac{260}{243}$	$\frac{243}{5}$	37	1	110b1a
$\frac{3348}{3125}$	$\frac{3125}{3}$	4e6	1	1110c9
$\frac{189800}{177147}$	$\frac{177147}{5}$	b3aa	1	11110e81911a
$\frac{520}{243}$	$\frac{243}{5}$	6e	2	221735
$\frac{6696}{3125}$	$\frac{3125}{3}$	9dc	2	2221a3
$\frac{260}{81}$	$\frac{243}{5}$	a6	3	33235
$\frac{2007}{625}$	$\frac{625}{9}$	ed	3	3327c
$\frac{10}{3}$	$\frac{3}{10}$	1	4	35
$\frac{21}{5}$	$\frac{10}{3}$	e	4	43

$b = 15$ (vervolg) :

y	t	x	a	z
$\frac{115}{27}$	$\frac{54}{5}$	31	4	43d5
$\frac{534}{125}$	$\frac{125}{6}$	5e	4	4413
$\frac{1040}{243}$	$\frac{243}{5}$	dd	4	442e6a
$\frac{9370}{2187}$	$\frac{2187}{10}$	427	4	443ed235
$\frac{13392}{3125}$	$\frac{3125}{3}$	14c9	4	444356
$\frac{84355}{19683}$	$\frac{39366}{5}$	9ee7	4	444426add5
$\frac{425}{81}$	$\frac{81}{25}$	12	5	53a85
$\frac{3348}{625}$	$\frac{3125}{3}$	19c0	5	55543
$\frac{316325}{59049}$	$\frac{59049}{25}$	3b38	5	5554ca80585
$\frac{520}{81}$	$\frac{243}{5}$	15c	6	6646a
$\frac{4014}{625}$	$\frac{625}{9}$	1eb	6	66509
5	$\frac{1}{5}$	1	7	5
6	$\frac{1}{3}$	2	7	6
$\frac{20}{3}$	$\frac{3}{5}$	4	7	6a
$\frac{36}{5}$	$\frac{5}{3}$	c	7	73
$\frac{65}{9}$	$\frac{9}{5}$	d	7	735
$\frac{200}{27}$	$\frac{27}{5}$	2a	7	761a
$\frac{186}{25}$	$\frac{25}{3}$	42	7	769
$\frac{605}{81}$	$\frac{81}{5}$	81	7	77085
$\frac{936}{125}$	$\frac{125}{3}$	15c	7	774c
$\frac{1820}{243}$	$\frac{243}{5}$	194	7	7752ba
$\frac{5465}{729}$	$\frac{729}{5}$	4cd	7	776add5
$\frac{4686}{625}$	$\frac{625}{3}$	6e2	7	776e6
$\frac{16400}{2187}$	$\frac{2187}{5}$	e8a	7	7773996a
$\frac{23436}{3125}$	$\frac{3125}{3}$	24ac	7	7775d3
$\frac{49205}{6561}$	$\frac{6561}{5}$	2db1	7	777633235
$\frac{147620}{19683}$	$\frac{19683}{5}$	8b34	7	7777110b1a
$\frac{117186}{15625}$	$\frac{15625}{3}$	b892	7	7777299
$\frac{20}{3}$	$\frac{3}{10}$	2	8	6a
$\frac{36}{5}$	$\frac{5}{12}$	3	8	73
$\frac{220}{27}$	$\frac{27}{20}$	b	8	8235
$\frac{25}{3}$	$\frac{12}{5}$	15	8	85
$\frac{42}{5}$	$\frac{10}{3}$	1d	8	86
$\frac{230}{27}$	$\frac{54}{5}$	62	8	87ba
$\frac{1068}{125}$	$\frac{125}{6}$	bd	8	8826
$\frac{2080}{243}$	$\frac{243}{5}$	1cb	8	885dd5
$\frac{1071}{125}$	$\frac{500}{3}$	653	8	887c
$\frac{18740}{2187}$	$\frac{2187}{10}$	84e	8	887eb46a
$\frac{168700}{19683}$	$\frac{19683}{20}$	2775	8	8886929c35
$\frac{26784}{3125}$	$\frac{3125}{5}$	29a3	8	8886ac
$\frac{18745}{2187}$	$\frac{8748}{5}$	469b	8	88877085
$\frac{1188}{125}$	$\frac{125}{27}$	2e	9	9786
$\frac{260}{27}$	$\frac{243}{5}$	213	9	996a
$\frac{850}{81}$	$\frac{81}{25}$	24	a	a761a
$\frac{6696}{625}$	$\frac{3125}{3}$	3490	a	aaa86

$b = 15$ (vervolg) :

y	t	x	a	z
$\frac{632650}{59049}$	$\frac{59049}{25}$	7771	a	aaa9a610b1a
$\frac{33}{5}$	$\frac{5}{33}$	1	b	69
$\frac{275}{27}$	$\frac{27}{55}$	5	b	a2ba
$\frac{35}{3}$	$\frac{33}{5}$	52	b	ba
$\frac{2860}{243}$	$\frac{243}{5}$	282	b	bb8235
$\frac{231935}{19683}$	$\frac{19683}{55}$	13b2	b	bbb45987ba
$\frac{1473}{125}$	$\frac{1375}{3}$	1901	b	bbb6
$\frac{36828}{3125}$	$\frac{3125}{3}$	3986	b	bbb939
$\frac{920733}{78125}$	$\frac{78125}{33}$	8401	b	bbba9eb6
9	$\frac{2}{9}$	2	c	9
10	$\frac{3}{10}$	3	c	a
$\frac{306}{25}$	$\frac{25}{18}$	12	c	c39
$\frac{115}{9}$	$\frac{54}{5}$	93	c	cba
$\frac{1040}{81}$	$\frac{243}{5}$	2b9	c	cc8d5
$\frac{8028}{625}$	$\frac{625}{9}$	3e7	c	cca13
$\frac{9370}{729}$	$\frac{2187}{10}$	c76	c	ccbe96a
$\frac{200889}{15625}$	$\frac{31250}{9}$	d362	c	cccc056
$\frac{65}{9}$	$\frac{9}{65}$	1	d	735
$\frac{312}{25}$	$\frac{25}{39}$	8	d	c73
$\frac{125}{9}$	$\frac{117}{5}$	16a	d	dd5
$\frac{3380}{243}$	$\frac{243}{5}$	301	d	dd996a
$\frac{91325}{6561}$	$\frac{6561}{65}$	63a	d	ddbcd3235
$\frac{348}{25}$	$\frac{325}{3}$	6a8	d	ddc
$\frac{43524}{3125}$	$\frac{3125}{3}$	4473	d	dddadc
10	$\frac{1}{5}$	2	e	a
12	$\frac{1}{3}$	4	e	c
$\frac{40}{3}$	$\frac{3}{5}$	8	e	d5
$\frac{72}{5}$	$\frac{5}{3}$	19	e	e6
$\frac{130}{9}$	$\frac{9}{5}$	1b	e	e6a
$\frac{400}{27}$	$\frac{27}{5}$	55	e	ec35
$\frac{372}{25}$	$\frac{25}{3}$	84	e	ed3
$\frac{1210}{81}$	$\frac{81}{5}$	112	e	ee11a
$\frac{1872}{125}$	$\frac{125}{3}$	2b9	e	ee99
$\frac{3640}{243}$	$\frac{243}{5}$	338	e	eea585
$\frac{10930}{729}$	$\frac{729}{5}$	9ab	e	eed6cba
$\frac{9372}{625}$	$\frac{625}{3}$	dd4	e	eeddc
$\frac{32800}{2187}$	$\frac{2187}{5}$	1e25	e	eee743d5
$\frac{46872}{3125}$	$\frac{3125}{3}$	4969	e	eeebb6
$\frac{98410}{6561}$	$\frac{6561}{5}$	5c72	e	eeec6646a

$b = 16$:

y	t	x	a	z
4	$\frac{1}{4}$	1	5	4
6	$\frac{1}{6}$	1	9	6
8	$\frac{3}{8}$	3	9	8
8	$\frac{1}{4}$	2	a	8

$b = 16$ (vervolg) :

y	t	x	a	z
8	$\frac{1}{8}$	1	f	8
12	$\frac{1}{4}$	3	f	c
14	$\frac{1}{2}$	7	f	e

b = 100 :

y	t	x	a	z
775	256	31	3	302734375
256	25			
775	256	62	6	605468750
128	25			
905	896	1267	7	707031250
128	5			
145	16	29	9	90625
16	5			
2325	256	93	9	908203125
256	25			
1136	125	284	9	90880
125	4			
10	1	1	11	10
175	16	7	11	109375
16	25			
355	32	71	11	11093750
32	5			
11375	1024	455	11	111083984375
1024	25			
6944	625	1736	11	111104
625	4			
22755	2048	4551	11	11110839843750
2048	5			
775	256	124	12	12109375
64	25			
1638	125	63	13	131040
125	26			
105	104	273	13	131250
8	5			
44184	3125	789	14	14138880
3125	56			
905	896	2534	14	14140625
64	5			
3875	256	155	15	1513671875
256	25			
2125	128	5	17	1660156250
128	425			
145	16	58	18	181250
8	5			
2325	256	186	18	1816406250
128	25			
2272	125	568	18	181760
125	4			
35	2	1	21	1750
2	35			
5425	256	217	21	2119140625
256	25			
106	35	371	21	2120
5	2			
43435	2048	1241	21	21208496093750
2048	35			
2715	896	3801	21	2121093750
128	5			
20	1	2	22	20
175	16	14	22	218750
8	25			
355	32	142	22	221875
16	5			
2776	125	347	22	222080
125	8			
11375	1024	910	22	222167968750
512	25			
13888	625	3472	22	222208
625	4			
22755	2048	9102	22	222216796875
1024	5			
345	16	3	23	215625
16	115			
775	256	248	24	24218750
32	25			
104	5	1	26	2080
5	104			
105	104	546	26	2625
4	5			
24	1	2	27	24
25	12			
105	3	3	27	25
4	25			
1725	4	7	27	2625
64	15			
435	64	23	27	26953125
16	75			
136	16	87	27	271875
5	5			
6975	15	102	27	2720
256	256	279	27	2724609375
3408	25			
125	125	852	27	272640
1745	4	1047	27	27265625
64	192			
27925	5	3351	27	272705078125
1024	3072			
85224	25	7102	27	27271680
3125	3125			
111705	12	7447	27	27271728515625
4096	4096			
4096	15			

b = 100 (vervolg) :

y	t	x	a	z
88368	3125	1578	28	28277760
3125	56			
905	896	5068	28	28281250
32	5			
725	32	1	29	22656250
32	725			
3875	256	310	30	3027343750
128	25			
744	25	6	31	2976
25	124			
125	124	155	31	3125
4	25			
25	1	1	33	25
30	25			
30	1	3	33	30
125	10			
4	4	5	33	3125
4	25			
32	1	8	33	32
65	4			
2	2	13	33	3250
525	5			
16	16	21	33	328125
16	25			
265	8	53	33	331250
8	5			
166	5	83	33	3320
5	2			
2125	64	85	33	33203125
64	25			
832	25	208	33	3328
25	4			
1065	32	213	33	33281250
32	5			
8525	256	341	33	3330078125
256	25			
4265	128	853	33	3332031250
128	5			
34125	1024	1365	33	333251953125
1024	25			
4166	125	2083	33	333280
125	2			
17065	512	3413	33	333300781250
512	5			
20832	625	5208	33	333312
625	4			
136525	4096	5461	33	33331298828125
4096	25			
2125	128	10	34	33203125
64	425			
1125	224	63	35	35156250
32	125			
176	5	11	36	3520
5	16			
145	16	116	36	3625
4	5			
2325	256	372	36	36328125
64	25			
37925	1024	41	37	370361328125
1024	925			
1235	32	19	39	38593750
32	65			
4914	125	189	39	393120
125	26			
10075	256	403	39	3935546875
256	25			
315	104	819	39	393750
8	5			
1325	1312	2173	41	41406250
32	25			
647062	15625	7891	41	41411968
15625	82			
35	2	2	42	35
35	35			
40	7	7	42	40
40	40			
5425	256	434	42	4238281250
128	25			
132552	3125	2367	42	42416640
3125	56			
43435	2048	2482	42	424169921875
1024	35			
2715	896	7602	42	42421875
64	5			
22145	512	103	43	432519531250
512	215			
40	1	4	44	40
10	10			
175	16	28	44	4375
4	25			
1104	25	69	44	4416
25	16			
355	32	284	44	443750
8	5			
5552	125	694	44	444160
125	8			
11375	1024	1820	44	4443359375
1024	25			
111705	125	1	45	3125
4096	4			
4096	125			

b = 100 (vervolg) :

<u>y</u>	<u>t</u>	<u>x</u>	<u>a</u>	<u>z</u>
<u>11625</u>	<u>256</u>	465	45	4541015625
<u>256</u>	<u>25</u>			
<u>1136</u>	<u>125</u>	1420	45	4544
<u>25</u>	<u>4</u>			
<u>186125</u>	<u>4096</u>	1489	45	45440673828125
<u>4096</u>	<u>125</u>			
<u>345</u>	<u>16</u>	6	46	431250
<u>8</u>	<u>115</u>			
<u>194345</u>	<u>4096</u>	827	47	47447509765625
<u>4096</u>	<u>235</u>			
<u>30272</u>	<u>625</u>	473	48	484352
<u>625</u>	<u>64</u>			
<u>775</u>	<u>256</u>	496	48	484375
<u>16</u>	<u>25</u>			
<u>202125</u>	<u>4096</u>	165	49	49346923828125
<u>4096</u>	<u>1225</u>			
<u>6335</u>	<u>896</u>	8869	49	4949218750
<u>128</u>	<u>5</u>			
<u>34</u>	<u>1</u>	1	51	34
	<u>34</u>			
<u>6375</u>	<u>128</u>	15	51	4980468750
<u>128</u>	<u>425</u>			
<u>50</u>	<u>17</u>	17	51	50
	<u>50</u>			
<u>13175</u>	<u>256</u>	527	51	5146484375
<u>256</u>	<u>25</u>			
<u>208</u>	<u>5</u>	2	52	4160
<u>5</u>	<u>104</u>			
<u>105</u>	<u>104</u>	1092	52	5250
<u>2</u>	<u>5</u>			
<u>48</u>	<u>1</u>	4	54	48
	<u>12</u>			
<u>50</u>	<u>3</u>	6	54	50
	<u>25</u>			
<u>105</u>	<u>4</u>	14	54	5250
<u>2</u>	<u>15</u>			
<u>1725</u>	<u>64</u>	46	54	53906250
<u>32</u>	<u>75</u>			
<u>435</u>	<u>16</u>	174	54	543750
<u>8</u>	<u>5</u>			
<u>272</u>	<u>15</u>	204	54	5440
<u>5</u>	<u>4</u>			
<u>6975</u>	<u>256</u>	558	54	5449218750
<u>128</u>	<u>25</u>			
<u>6816</u>	<u>125</u>	1704	54	545280
<u>125</u>	<u>4</u>			
<u>1745</u>	<u>192</u>	2094	54	54531250
<u>32</u>	<u>5</u>			
<u>27925</u>	<u>3072</u>	6702	54	545410156250
<u>512</u>	<u>25</u>			
<u>375</u>	<u>8</u>	3	55	468750
<u>8</u>	<u>125</u>			
<u>50</u>	<u>1</u>	5	55	50
	<u>10</u>			
<u>875</u>	<u>16</u>	35	55	546875
<u>16</u>	<u>25</u>			
<u>28375</u>	<u>512</u>	227	55	554199218750
<u>512</u>	<u>125</u>			
<u>56875</u>	<u>1024</u>	2275	55	555419921875
<u>1024</u>	<u>25</u>			
<u>6944</u>	<u>625</u>	8680	55	555520
<u>125</u>	<u>4</u>			
<u>6944</u>	<u>125</u>	31	56	555520
<u>125</u>	<u>224</u>			
<u>266</u>	<u>5</u>	7	57	5320
<u>5</u>	<u>38</u>			
<u>7315</u>	<u>128</u>	77	57	5714843750
<u>128</u>	<u>95</u>			
<u>115</u>	<u>38</u>	437	57	5750
<u>2</u>	<u>5</u>			
<u>14725</u>	<u>256</u>	589	57	5751953125
<u>256</u>	<u>25</u>			
<u>725</u>	<u>32</u>	2	58	453125
<u>16</u>	<u>725</u>			
<u>3875</u>	<u>256</u>	620	60	60546875
<u>64</u>	<u>25</u>			
<u>305</u>	<u>8</u>	1	61	381250
<u>8</u>	<u>305</u>			
<u>1488</u>	<u>25</u>	12	62	5952
<u>25</u>	<u>124</u>			
<u>125</u>	<u>124</u>	310	62	6250
<u>2</u>	<u>25</u>			
<u>105</u>	<u>2</u>	3	63	5250
<u>2</u>	<u>35</u>			
<u>1925</u>	<u>32</u>	11	63	60156250
<u>32</u>	<u>175</u>			
<u>125</u>	<u>14</u>	35	63	6250
<u>2</u>	<u>25</u>			
<u>1582</u>	<u>25</u>	113	63	6328
<u>25</u>	<u>14</u>			
<u>1015</u>	<u>16</u>	203	63	634375
<u>16</u>	<u>5</u>			
<u>16275</u>	<u>256</u>	651	63	6357421875
<u>256</u>	<u>25</u>			
<u>318</u>	<u>35</u>	1113	63	6360
<u>5</u>	<u>2</u>			
<u>7952</u>	<u>125</u>	1988	63	636160
<u>125</u>	<u>4</u>			
<u>130305</u>	<u>2048</u>	3723	63	63625488281250
<u>2048</u>	<u>35</u>			

b = 100 (vervolg) :

<u>y</u>	<u>t</u>	<u>x</u>	<u>a</u>	<u>z</u>
<u>125</u>	<u>26</u>	13	65	6250
<u>2</u>	<u>125</u>			
<u>1638</u>	<u>125</u>	315	65	6552
<u>25</u>	<u>26</u>			
<u>40</u>	<u>1</u>	1	66	40
	<u>40</u>			
<u>50</u>	<u>1</u>	2	66	50
	<u>25</u>			
<u>60</u>	<u>1</u>	6	66	60
	<u>10</u>			
<u>125</u>	<u>4</u>	10	66	6250
<u>2</u>	<u>25</u>			
<u>64</u>	<u>1</u>	16	66	64
	<u>4</u>			
<u>65</u>	<u>2</u>	26	66	65
	<u>5</u>			
<u>328</u>	<u>5</u>	41	66	6560
<u>5</u>	<u>8</u>			
<u>525</u>	<u>16</u>	42	66	656250
<u>8</u>	<u>25</u>			
<u>265</u>	<u>8</u>	106	66	6625
<u>4</u>	<u>5</u>			
<u>2125</u>	<u>64</u>	170	66	66406250
<u>32</u>	<u>25</u>			
<u>1664</u>	<u>25</u>	416	66	6656
<u>25</u>	<u>4</u>			
<u>1065</u>	<u>32</u>	426	66	665625
<u>16</u>	<u>5</u>			
<u>8525</u>	<u>256</u>	682	66	6660156250
<u>128</u>	<u>25</u>			
<u>8328</u>	<u>125</u>	1041	66	666240
<u>125</u>	<u>8</u>			
<u>4265</u>	<u>128</u>	1706	66	66640625
<u>64</u>	<u>5</u>			
<u>34125</u>	<u>1024</u>	2730	66	666503906250
<u>512</u>	<u>25</u>			
<u>17065</u>	<u>512</u>	6826	66	6666015625
<u>256</u>	<u>5</u>			
<u>2125</u>	<u>128</u>	20	68	66406250
<u>32</u>	<u>425</u>			
<u>1035</u>	<u>16</u>	9	69	646875
<u>16</u>	<u>115</u>			
<u>8648</u>	<u>125</u>	94	69	691840
<u>125</u>	<u>92</u>			
<u>17825</u>	<u>256</u>	713	69	6962890625
<u>256</u>	<u>25</u>			
<u>1115</u>	<u>368</u>	5129	69	696875
<u>16</u>	<u>5</u>			
<u>1141835</u>	<u>16384</u>	9929	69	6969207763671875
<u>16384</u>	<u>115</u>			
<u>1125</u>	<u>224</u>	126	70	703125
<u>16</u>	<u>125</u>			
<u>44184</u>	<u>3125</u>	3945	70	706944
<u>625</u>	<u>56</u>			
<u>18105</u>	<u>256</u>	51	71	7072265625
<u>256</u>	<u>355</u>			
<u>352</u>	<u>5</u>	22	72	7040
<u>5</u>	<u>16</u>			
<u>145</u>	<u>16</u>	232	72	7250
<u>2</u>	<u>5</u>			
<u>2325</u>	<u>256</u>	744	72	72656250
<u>32</u>	<u>25</u>			
<u>150745</u>	<u>2048</u>	413	73	73605957031250
<u>2048</u>	<u>365</u>			
<u>37925</u>	<u>1024</u>	82	74	740722656250
<u>512</u>	<u>925</u>			
<u>4375</u>	<u>64</u>	7	75	68359375
<u>64</u>	<u>625</u>			
<u>4964375</u>	<u>65536</u>	7943	75	757503509521484375
<u>65536</u>	<u>625</u>			
<u>175</u>	<u>4</u>	1	77	4375
<u>4</u>	<u>175</u>			
<u>56</u>	<u>1</u>	2	77	56
	<u>28</u>			
<u>70</u>	<u>1</u>	7	77	70
	<u>10</u>			
<u>595</u>	<u>8</u>	17	77	743750
<u>8</u>	<u>35</u>			
<u>75</u>	<u>7</u>	21	77	75
	<u>25</u>			
<u>378</u>	<u>5</u>	27	77	7560
<u>5</u>	<u>14</u>			
<u>1225</u>	<u>16</u>	49	77	765625
<u>16</u>	<u>25</u>			
<u>19775</u>	<u>256</u>	113	77	7724609375
<u>256</u>	<u>175</u>			
<u>155</u>	<u>14</u>	217	77	7750
<u>2</u>	<u>5</u>			
<u>2485</u>	<u>32</u>	497	77	77656250
<u>32</u>	<u>5</u>			
<u>39795</u>	<u>512</u>	1137	77	777246093750
<u>512</u>	<u>35</u>			
<u>4975</u>	<u>448</u>	1393	77	77734375
<u>64</u>	<u>25</u>			
<u>79625</u>	<u>1024</u>	3185	77	777587890625
<u>1024</u>	<u>25</u>			
<u>1944</u>	<u>175</u>	3402	77	7776
<u>25</u>	<u>4</u>			
<u>1274175</u>	<u>16384</u>	7281	77	7776947021484375
<u>16384</u>	<u>175</u>			

b = 100 (vervolg) :

y	t	x	a	z
$\frac{312}{5}$	$\frac{5}{104}$	3	78	6240
$\frac{1235}{16}$	$\frac{32}{65}$	38	78	771875
$\frac{10075}{128}$	$\frac{256}{25}$	806	78	7871093750
$\frac{315}{4}$	$\frac{104}{5}$	1638	78	7875
$\frac{2614505}{32768}$	$\frac{32768}{395}$	6619	79	797883605957031250
$\frac{45}{16}$	$\frac{1}{45}$	1	81	45
$\frac{1125}{16}$	$\frac{16}{225}$	5	81	703125
$\frac{72}{16}$	$\frac{1}{12}$	6	81	72
$\frac{75}{4}$	$\frac{3}{25}$	9	81	75
$\frac{315}{4}$	$\frac{4}{15}$	21	81	7875
$\frac{80}{20}$	$\frac{9}{20}$	36	81	80
$\frac{2016}{25}$	$\frac{25}{36}$	56	81	8064
$\frac{5175}{64}$	$\frac{64}{75}$	69	81	80859375
$\frac{325}{4}$	$\frac{36}{25}$	117	81	8125
$\frac{1305}{16}$	$\frac{16}{5}$	261	81	815625
$\frac{408}{5}$	$\frac{15}{4}$	306	81	8160
$\frac{20925}{256}$	$\frac{256}{25}$	837	81	8173828125
$\frac{83745}{1024}$	$\frac{1024}{45}$	1861	81	817822265625
$\frac{10224}{125}$	$\frac{125}{4}$	2556	81	817920
$\frac{5235}{64}$	$\frac{192}{5}$	3141	81	81796875
$\frac{1340325}{16384}$	$\frac{16384}{225}$	5957	81	8180694580078125
$\frac{51496}{625}$	$\frac{625}{328}$	157	82	823936
$\frac{1325}{16}$	$\frac{1312}{25}$	4346	82	828125
$\frac{10987125}{131072}$	$\frac{131072}{2075}$	5295	83	83825111389160156250
$\frac{70}{35}$	$\frac{2}{35}$	4	84	70
$\frac{80}{40}$	$\frac{7}{40}$	14	84	80
$\frac{5425}{64}$	$\frac{256}{25}$	868	84	84765625
$\frac{265104}{3125}$	$\frac{3125}{56}$	4734	84	84833280
$\frac{43435}{512}$	$\frac{2048}{35}$	4964	84	848339843750
$\frac{10625}{128}$	$\frac{128}{425}$	25	85	8300781250
$\frac{22145}{256}$	$\frac{512}{215}$	206	86	8650390625
$\frac{2175}{32}$	$\frac{32}{725}$	3	87	67968750
$\frac{2146}{25}$	$\frac{25}{58}$	37	87	8584
$\frac{175}{2}$	$\frac{58}{25}$	203	87	8750
$\frac{22475}{256}$	$\frac{256}{25}$	899	87	8779296875
$\frac{2878975}{32768}$	$\frac{32768}{725}$	3971	87	878593444824218750
$\frac{80}{10}$	$\frac{1}{10}$	8	88	80
$\frac{416}{5}$	$\frac{5}{32}$	13	88	8320
$\frac{175}{2}$	$\frac{16}{25}$	56	88	8750
$\frac{2208}{25}$	$\frac{25}{16}$	138	88	8832
$\frac{355}{4}$	$\frac{32}{5}$	568	88	8875
$\frac{11375}{128}$	$\frac{1024}{25}$	3640	88	8886718750
$\frac{1472505}{16384}$	$\frac{16384}{445}$	3309	89	8987457275390625
$\frac{125}{2}$	$\frac{4}{125}$	2	90	6250
$\frac{11625}{128}$	$\frac{256}{25}$	930	90	9082031250
$\frac{2272}{25}$	$\frac{125}{4}$	2840	90	9088
$\frac{186125}{2048}$	$\frac{4096}{125}$	2978	90	90881347656250
$\frac{325}{4}$	$\frac{28}{325}$	7	91	8125
$\frac{11466}{125}$	$\frac{125}{26}$	441	91	917280
$\frac{2296}{25}$	$\frac{325}{28}$	1066	91	9184

b = 100 (vervolg) :

y	t	x	a	z
$\frac{735}{8}$	$\frac{104}{5}$	1911	91	918750
$\frac{6021925}{65536}$	$\frac{65536}{2275}$	2647	91	918872833251953125
$\frac{345}{4}$	$\frac{16}{115}$	12	92	8625
$\frac{464}{5}$	$\frac{115}{16}$	667	92	9280
$\frac{775}{16}$	$\frac{16}{775}$	1	93	484375
$\frac{2232}{25}$	$\frac{25}{124}$	18	93	8928
$\frac{375}{4}$	$\frac{124}{25}$	465	93	9375
$\frac{24025}{256}$	$\frac{256}{25}$	961	93	9384765625
$\frac{1538375}{16384}$	$\frac{16384}{775}$	1985	93	9389495849609375
$\frac{194345}{2048}$	$\frac{4096}{235}$	1654	94	94895019531250
$\frac{3142125}{32768}$	$\frac{32768}{2375}$	1323	95	958900451660156250
$\frac{49125}{512}$	$\frac{9728}{125}$	7467	95	959472656250
$\frac{60544}{625}$	$\frac{625}{64}$	946	96	968704
$\frac{775}{8}$	$\frac{256}{25}$	992	96	968750
$\frac{1602925}{16384}$	$\frac{16384}{2425}$	661	97	9783477783203125
$\frac{202125}{2048}$	$\frac{4096}{1225}$	330	98	98693847656250
$\frac{309288}{3125}$	$\frac{3125}{56}$	5523	98	98972160
$\frac{50}{50}$	$\frac{1}{50}$	1	99	50
$\frac{75}{25}$	$\frac{1}{25}$	3	99	75
$\frac{80}{20}$	$\frac{1}{20}$	4	99	80
$\frac{175}{2}$	$\frac{2}{25}$	7	99	8750
$\frac{90}{10}$	$\frac{1}{10}$	9	99	90
$\frac{375}{4}$	$\frac{4}{25}$	15	99	9375
$\frac{95}{5}$	$\frac{1}{5}$	19	99	95
$\frac{96}{4}$	$\frac{1}{4}$	24	99	96
$\frac{775}{8}$	$\frac{8}{25}$	31	99	968750
$\frac{195}{2}$	$\frac{2}{5}$	39	99	9750
$\frac{98}{2}$	$\frac{1}{2}$	49	99	98
$\frac{1575}{16}$	$\frac{16}{25}$	63	99	984375
$\frac{395}{4}$	$\frac{4}{5}$	79	99	9875
$\frac{496}{5}$	$\frac{5}{4}$	124	99	9920
$\frac{3175}{32}$	$\frac{32}{25}$	127	99	99218750
$\frac{795}{8}$	$\frac{8}{5}$	159	99	993750
$\frac{498}{5}$	$\frac{5}{2}$	249	99	9960
$\frac{6375}{64}$	$\frac{64}{25}$	255	99	99609375
$\frac{1595}{16}$	$\frac{16}{5}$	319	99	996875
$\frac{12775}{128}$	$\frac{128}{25}$	511	99	9980468750
$\frac{2496}{25}$	$\frac{25}{4}$	624	99	9984
$\frac{3195}{32}$	$\frac{32}{5}$	639	99	99843750
$\frac{25375}{256}$	$\frac{256}{25}$	1023	99	9990234375
$\frac{2498}{25}$	$\frac{25}{2}$	1249	99	9992
$\frac{6395}{64}$	$\frac{64}{5}$	1279	99	99921875
$\frac{51175}{512}$	$\frac{512}{25}$	2047	99	999511718750
$\frac{12795}{128}$	$\frac{128}{5}$	2559	99	9996093750
$\frac{12496}{125}$	$\frac{125}{4}$	3124	99	999680
$\frac{102375}{1024}$	$\frac{1024}{25}$	4095	99	999755859375
$\frac{25595}{256}$	$\frac{256}{5}$	5119	99	9998046875
$\frac{12498}{125}$	$\frac{125}{2}$	6249	99	999840
$\frac{204775}{2048}$	$\frac{2048}{25}$	8191	99	99987792968750