

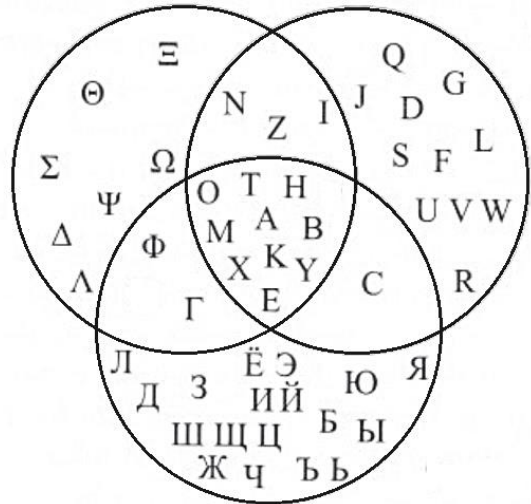
## Antwoorden puzzels winactie

*Euclides 98-4* stonden drie puzzels uit *Denkwereld*, een uitgave van New Scientist. Hierna vind je de puzzels en de oplossingen.

### Puzzel 1

Het Venndiagram in figuur 1 bevat diverse symbolen/letters. Welke twee symbolen/letters missen hier? Waar horen ze te staan?

Het Venndiagram bevat bijna alle letters van drie alfabetten: Latijn, Grieks en Russisch/Cyrrillisch, alle in hoofdletters. De twee symbolen/letters die missen zijn P en  $\pi$ . De P komt in alle drie de alfabetten voor, dus komt in de doorsnede van de drie cirkels. De  $\pi$  komt voor in het Grieks en Cyrrillisch, dus staat in het gebied met de  $\phi$  en de  $\Gamma$ .

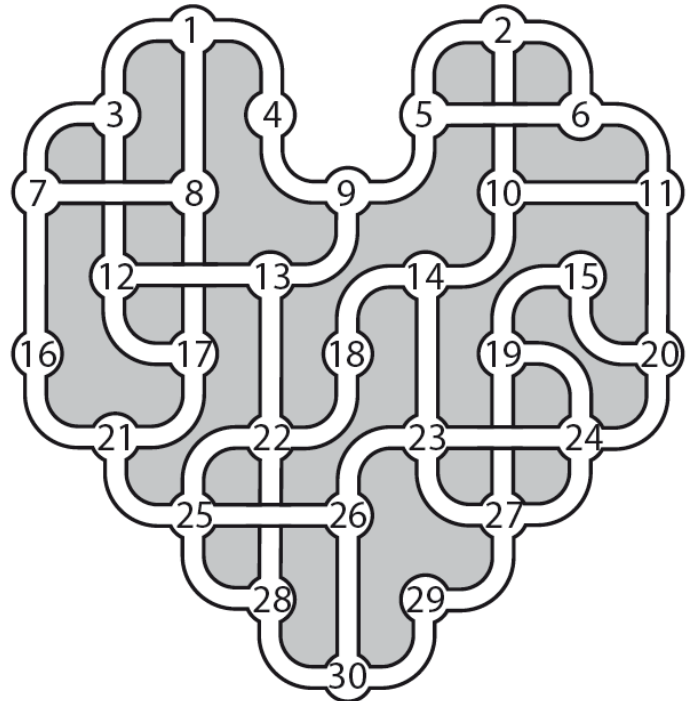


figuur 1

### Puzzel 2

In het doolhof in figuur 2 is er precies één route die alle knooppunten precies één keer aandoet en die terugkomt in het startpunt, een hamiltoncykel. Een hint bij het zoeken is dat elke route tussen twee knooppunten die je op twee of meer manieren kunt maken geen deel van de oplossing kan zijn: de oplossing is immers uniek! Kijk ook goed naar knooppunten van waaruit precies twee paden vertrekken: die zitten in ieder geval in de rondgang.

Zoek de rondgang door het doolhof die precies één keer langs alle dertig knooppunten gaat. Voor het gemak hebben we de knooppunten genummerd, je hoeft alleen maar de nummers van de knooppunten in de goede volgorde te noemen.



figuur 2

Het unieke hamiltonpad is 1-4-9-5-6-2-10-11-20-15-19-24-27-29-30-28-25-26-23-14-18-22-13-12-3-7-16-21-17-8 en daarna terug naar 1. Uiteraard kan deze hamiltoncykel ook in omgekeerde volgorde worden afgelegd.

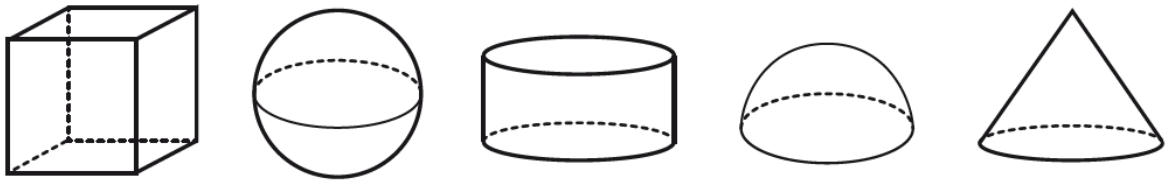
### Puzzel 3

In figuur 3 zie je vijf driedimensionale vormen die alleen gehele kentallen gebruiken. Het zijn (niet op dezelfde schaal afgebeeld): een kubus met ribbe 30, een bol met straal 12, een cilinder met straal 15 en hoogte 10, een halve bol met straal 9 en een kegel.

Je ziet vast wel enig verband tussen deze vijf vormen. Daarom kunnen we je rustig vragen:

Wat zijn de afmetingen van de kegel?

Je wilt nog een hint? Vooruit: de halve bol kan ook vervangen worden door een balk van  $40 \times 10 \times 8$ .



figuur 3

De inhoud en oppervlakte van de eerste vier gegeven vormen staan in onderstaande tabel, samen met hun verhouding .

	inhoud $I$	oppervlakte $O$	$\frac{I}{O}$
kubus	$30^3 = 27000$	$6 \cdot 30^2 = 5400$	5
bol	$\frac{4}{3}\pi \cdot 12^3 = 2304\pi$	$4\pi \cdot 12^2 = 576\pi$	4
cilinder	$\pi \cdot 15^2 \cdot 10 = 2250\pi$	$2\pi \cdot 15 \cdot 10 + 2\pi \cdot 15^2 = 750\pi$	3
halve bol	$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 9^3 = 486\pi$	$\frac{1}{2} \cdot 4\pi \cdot 9^2 + \pi \cdot 9^2 = 243\pi$	2

De verhouding tussen inhoud en oppervlakte van de kegel zal derhalve 1 zijn. Als  $r$  de straal van de kegel is en  $h$  de hoogte, dan moet dus  $\pi r^2 + \pi r\sqrt{r^2 + h^2} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ . Hieruit volgt  $h = \frac{6r^2}{r^2 - 9} = 6 + \frac{54}{r^2 - 9}$ . De enige gehele oplossing van deze vergelijking is  $r = 6$  en  $h = 8$ .

De drie winnaars van een exemplaar van *Denkwereld* hebben deze intussen per post ontvangen.