

Bouw aan je wiskunde

Vakdidactische Ontwerpprijs NVvW 2019

Aanleiding

De keuze voor mijn onderwerp is met name ingegeven door de klassen die ik les gaf op het moment dat ik met het ontwerp van het spel aan de slag ging. Het onderwerp dat wij toen behandelden had te maken met zijaanzichten, omtrek en inhoud.

Ik merkte bij het behandelen van deze onderwerpen dat leerlingen het lastig vonden om de transfer te maken van abstracte tekeningen (of afbeeldingen) in het boek naar een voorstelling van een concreet bouwwerk. Het leek me daarom van toegevoegde waarde om de leerlingen iets in handen te geven waarmee ze de opdrachten daadwerkelijk op konden bouwen.

Doelgroep

De doelgroep betreft vmbo 2^e klassen. Ik heb deze opdracht in GT-klassen uitgevoerd. In het vervolg van dit document heb ik uitgewerkt van welke concepten de leerlingen al wat kennis moeten hebben. Ik denk daarom dat de opdracht wat te vroeg komt voor de brugklas. In zijn algemeenheid merk ik dat dit type leerling baat heeft bij een manier van wiskundeonderwijs waarbij ze niet alleen hoeven te denken, maar ook iets moeten / kunnen doen. Het daadwerkelijk aan de slag zijn met houten blokken levert veel voldoening op (“hé, wiskunde is zo best leuk”) en reduceert in hoge mate het abstractieniveau van de opdracht.

Het idee van het spel

In het spel gaan leerlingen in kleine groepjes (3 – 4 personen) aan de slag met een aantal opdrachtkaarten en 32 houten blokjes van 2x2x2cm. In de opdrachten zit een opbouw van een gemakkelijke start naar een wat lastiger einde. Leerlingen moeten de opdrachten dan ook in de voorgeschreven volgorde uitvoeren. Het is de bedoeling dat zij met de blokken eerst bouwwerken samenstellen waarvan zij vervolgens de aanzichten moeten tekenen of daar handelingen mee verrichten. Daarnaast moeten zij van de vooraanzichten de omtrek en van bouwwerken het volume bepalen. Als laatste wordt in opdracht 9 en 10 een koppeling gelegd naar formules en grafieken. Lastige opdrachten waar niet alle vmbo-ers aan toe kunnen komen, maar die wel enige mate van differentiatie ondersteunen voor de leerlingen die een wat hoger niveau hebben dan de gemiddelde leerling.

Door de integratie van bovengenoemde zaken (bouwwerken, aanzichten, omtrek en volumes) worden leerlingen gedwongen (vriendelijker: gestimuleerd) om verschillende concepten toe te passen in één opgave. Daarnaast bouwen ze begrip op van het verschil tussen tweedimensionale aanzichten en driedimensionale bouwwerken en wat dat betekent voor bijvoorbeeld het werken met omtrek en het volume.

Naam student:	Johan Leurgans
Opleiding:	LVO Wiskunde, Driestar Hogeschool
Docent:	Mevr. T. van der Kolk MSc
Studiejaar:	2018-2019

Uitwerking

In de volgende pagina's heb meer in detail uitgewerkt waarom ik dit spel heb gekozen en in welke behoeften het voorziet. Daarnaast heb ik (vanuit de literatuur) de argumenten verwoord die mijn keuzes ondersteunen.

Inleiding

Dit spel is gemaakt in opdracht van Driestar Hogeschool in het kader van vakdidactiek. De directe aanleiding voor de keuze van mijn onderwerp, ligt in de stof waarmee ik deze weken met mijn klassen bezig ben. Ik geef les aan drie VBMO-GT 2^e klassen. Zij hebben in de loop van deze 3^e periode een Centraal Proefwerk over de hoofdstukken 6 en 7 van Getal en Ruimte 2VMBO-KGT deel 2. Het eerste hoofdstuk gaat over formules, het tweede hoofdstuk gaat over Ruimtefiguren.

Dit spel gaat vooral over het hoofdstuk over ruimtefiguren, maar raakt ook het hoofdstuk over formules.

Ik merk dat het voor leerlingen vaak lastig is om vanuit een (abstracte) tekening in het boek een vertaalslag te maken naar werkelijke weergave / verschijning van een dergelijk ruimtefiguur. Het bouwen met blokken biedt daarnaast ook goede kansen om een concrete toepassing van formules te laten zien. Leerlingen kunnen bijvoorbeeld een aantal bouwwerken construeren waarbij het aantal blokken uitgedrukt kan worden in een formule met het volgnummer van het bouwwerk als variabele.

Wiskundige competenties

In Het leren van Wiskunde (Faes, et al., 2011) worden acht wiskundige competenties besproken. Van deze wiskundige competenties hoop ik met dit spel de volgende competenties in het bijzonder aan te spreken:

1. Denken en redeneren. Leerlingen zullen aan de hand van de opdrachten moeten bedenken hoe zij dit omzetten naar een concreet model in blokken. Ze zullen dit vanuit verschillende kanten moeten benaderen. Soms is de opdracht abstract en wordt een concreet eindproduct gevraagd (een bouwwerk). Soms is de opdracht concreet (een bouwwerk) en wordt een wat meer abstract antwoord gevraagd.
2. Communiceren over wiskunde. Alle opdrachten moeten met minimaal drie leerlingen uitgevoerd worden. Dit zorgt ervoor dat leerlingen gestimuleerd worden om met elkaar te praten over wiskunde. Ze zullen op sommige punten elkaar moeten overtuigen én iets van elkaar aannemen om tot een goed eindresultaat te komen.
3. Gebruik van hulpmiddelen en gereedschappen. De blokken en de opdrachtkaarten beschouw ik bij uitstek als hulpmiddelen en gereedschappen. De les beperkt zich nu niet – zoals zo vaak – tot boek, pen en papier. Er moeten nu concrete zaken (bouwwerken) tot stand komen om de opdracht op te kunnen lossen.

Intelligenties

In het boek Effectief leren (Ebbens, 2015) worden acht intelligenties beschreven. Ebbens geeft aan dat iedereen een voorkeur heeft voor een bepaalde intelligentie en daarmee een voorkeur voor een bepaalde manier van leren. Omdat een spel meerdere vormen van intelligentie aanspreekt, biedt het de leerlingen de kans om hun arsenaal aan intelligenties te gebruiken. Van de door Ebbens genoemde intelligenties wil ik vooral de volgende vormen aanspreken met mijn spel:

1. Interpersoonlijk. Dit punt sluit nauw aan bij de hiervoor genoemde wiskundige competentie 'communiceren over wiskunde'. Het is voor leerlingen nodig om contact met elkaar te leggen om tot beantwoording van de opgaven te komen. Ik hoop dat het concrete bouwen alle leerlingen daadwerkelijk uitnodigt om actief te participeren en niet op de achtergrond toe te kijken.

2. Logisch-mathematisch. Leerlingen zullen logisch moeten redeneren om de brug te leggen tussen abstracte vragen, concrete bouwwerken en vervolgens weer wat meer abstracte conclusies op basis van deze concrete bouwwerken.
3. Visueel-ruimtelijk. Vanwege de bouwwerken die zullen ontstaan, zal ook deze intelligentievorm sterk aangesproken worden. Leerlingen kunnen deze vorm goed ontwikkelen doordat ze heel gemakkelijk met de bouwwerken kunnen experimenteren. Het zijn vrij eenvoudige bouwwerken, waardoor je heel snel opnieuw kunt beginnen wanneer je een verkeerd spoor bewandeld hebt.

Voorkennis

Leerlingen moeten kennis hebben van de volgende wiskundige concepten voordat zij deze opdracht succesvol kunnen starten:

- Lengte
- Breedte
- Oppervlakte
- Inhoud / Volume
- Omtrek
- Kwadraten
- Wortels
- Woordformules
- Stelling van Pythagoras

Vakinhoudelijke doelen

Dit spel staat niet op zichzelf, maar wordt door de leerlingen gespeeld in het kader van het hoofdstuk over ruimtefiguren en – in mindere mate – formules. De leerdoelen die ik hieronder formuleer, betreffen daarmee niet alleen dit spel, maar tevens de lessen die daaromheen gegeven worden. Ik heb het wel beperkt tot de leerdoelen waar dit spel een concrete bijdrage aan levert.

Na afloop van dit spel moeten de leerlingen de volgende zaken kunnen:

- Een instructie die vooraanzicht en zijaanzicht beschrijft, omzetten in een concreet bouwwerk
- Omtrek van een voor- of zijaanzicht bepalen
- Veranderingen aan bouwwerken aanbrengen waarbij binnen de specificaties van de opdracht wordt gebleven
- Volume bepalen waarbij niet alleen blokjes worden geteld, maar waarbij ook omgerekend moet worden.
- Bouwwerken construeren waarbij het aantal blokken is uitgedrukt in het volgnummer van het bouwwerk.

Ik heb – in tegenstelling tot *reguliere* wiskundelessen - bewust gekozen om geen zaken te definiëren die de leerlingen moeten *kennen*. Ik wil deze les echt beperken tot het toepassen van bestaande kennis met concrete materialen. De instructie bevat daarom ook geen nieuwe stof, maar bevat uitsluitend opdrachten die leerlingen met bestaande kennis uit kunnen voeren. Het doel van dit spel is om ze met concrete materialen meer inzicht te bieden in de behandelde stof.

Integratie

Dit spel is m.n. van toegevoegde waarde op de methode omdat leerlingen verschillende wiskundige vaardigheden moeten inzetten om tot een antwoord te komen:

- Ze moeten begrip hebben van dimensies (1, 2 en 3) om bijvoorbeeld in te zien dat een vooraanzicht van een driedimensionaal bouwwerk zelf twee dimensies heeft. Van daaruit wordt het mogelijk om de omtrek van het vooraanzicht te berekenen.
- Bij het tekenen en vouwen van de uitslagen, moeten leerlingen eerst zowel hun kennis over de vergrotingsfactor als hun kennis over vlakke figuren en ruimtefiguren inzetten om de juiste figuur te kunnen tekenen en vouwen.

Planmatig werken

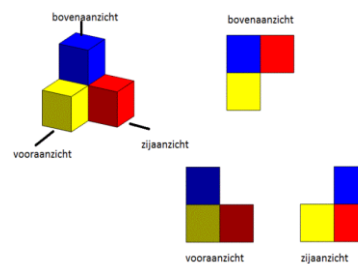
Naast de 'harde' wiskundige inhoud van dit spel wil ik de leerlingen graag nog een meer softere vaardigheid bijbrengen. Het gaat dan om een basale planmatige manier van werken. Ik merk dat veel van mijn leerlingen te snel overgaan tot het uitvoeren of proberen van de opdracht. Ze laten daarin niet een (bewuste of onbewuste) controle voorafgaan of ze de vraag goed begrepen hebben. Daarom laat ik de leerlingen voorafgaand en na afloop van iedere opdracht vier vakjes inkleuren:

- Hebben we de opdracht begrepen?
- Wat wordt ons plan?
- Hebben we ook volgens het plan gewerkt?
- Bleek het een goed plan te zijn?

Dit betreft de vier fasen van probleemaanpak volgens Polya zoals deze beschreven zijn in het boek *Probleemoplossen en Wiskunde* (Helden, Krabbendam, & Konings, 2016). Ik hoop dat de leerlingen deze algemene vaardigheden meenemen, ook als ze weer met andere onderwerpen aan de slag gaan. Omdat de transfervaardigheden van leerlingen vaak beperkt zijn, is het zaak om hier bij de evaluatie van het spel extra aandacht aan te besteden.

Bouw aan je wiskunde

Handleiding voor docenten



Inleiding

Deze docentenhandleiding is een aanvulling op de instructie die de leerlingen hebben gekregen en op de didactische onderbouwing van het spel.

Met dit spel werken de leerlingen aan de volgende wiskundige competenties:

1. Denken en redeneren. Leerlingen zullen aan de hand van de opdrachten moeten bedenken hoe zij dit omzetten naar een concreet model in blokken. Ze zullen dit vanuit verschillende kanten moeten benaderen. Soms is de opdracht abstract en wordt een concreet eindproduct gevraagd (een bouwwerk). Soms is de opdracht concreet (een bouwwerk) en wordt een wat mee abstract antwoord gevraagd.
2. Communiceren over wiskunde. Alle opdrachten moeten met minimaal drie leerlingen uitgevoerd worden. Dit zorgt ervoor dat leerlingen gedwongen worden om met elkaar te praten over wiskunde. Ze zullen op sommige punten elkaar moeten overtuigen én iets van elkaar aan moeten nemen om tot een goed eindresultaat te komen.
3. Gebruik van hulpmiddelen en gereedschappen. De blokken en de opdrachtkaarten beschouw ik als uitstekend als hulpmiddelen en gereedschappen. De les beperkt zich nu niet – zoals zo vaak – tot boek, pen en papier. Er moeten nu concrete zaken (bouwwerken) tot stand komen om de opdracht op te kunnen lossen.

Activiteiten van de docent tijdens het spel

Toekennen van punten

De rol van de docent is het tellen van de punten. Wanneer de leerlingen een opdracht hebben afgerond, moet de docent beoordelen of de punten worden toegekend. De punten worden alleen toegekend wanneer het antwoord volledig juist is. Wanneer het antwoord niet juist is, mogen de leerlingen een hint krijgen die hen op weg helpt. Het is niet de bedoeling dat leerlingen vastlopen en daardoor heel lang bij één vraag blijven hangen.

Controle van de checkkaartjes

Leerlingen moeten voor iedere opdracht zogenaamde 'checkkaartjes' invullen. Met deze kaartjes reflecteren ze op hun eigen werkproces en worden ze gestimuleerd om (op klein niveau) planmatig te werk te gaan. Wanneer een groepsproces niet loopt en de samenwerking niet goed op gang komt, zijn de checkkaartjes ook een hulpmiddel voor de docent om het gesprek met leerlingen aan te gaan.

Controle op gedeelde kennis

Na afloop van het spel vraagt de docent van iedere groep één leerling om een antwoord kort toe te lichten. Zo controleren we of iedereen heeft meegedaan. Als de leerling die door de docent gekozen wordt, het antwoord niet kan geven, wordt het aantal punten voor die vraag met de helft verminderd. Op deze manier voorkomen we meeliftgedrag.

Uitroepen van de winnaar

De docent vraagt aan iedere groep hoeveel punten er behaald zijn. Aan de hand daarvan wordt één groep tot winnaar uitgeroepen.

Varianten

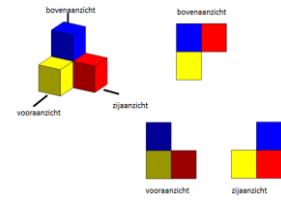
Afhankelijk van de tijdsduur of de onderwerpen die relevant zijn, kan de docent besluiten om een of meerdere vragen over te slaan. De geschatte tijdsduur is één lesuur.

Benodigheden

Ruitjesblad voor de uitwerkingen, pen, potlood, geodriehoek of liniaal, schaar.

Bouw aan je wiskunde

Handleiding voor leerlingen



Het spel

In dit wiskundespel ga je aan de slag met blokken. Het spel helpt je om beter te begrijpen hoe je aanzichten van bouwwerken kunt tekenen. Daarnaast ga je aan de slag met doorsnedes, uitslagen en formules.

De spelregels

Het spel wordt in groepen van 3 of 4 personen gespeeld. Jullie werken als groep samen om de antwoorden op de vragen te vinden. Als groep vorm je dus een team waarbij je tegen de andere groepen speelt.

Je krijgt een opdrachtkaart met daarop 10 opdrachten. Begin bij opdracht 1 en maak de opdrachten in de volgorde die staat aangegeven: Begin bij 1 en eindig bij 10.

Bij iedere opdracht die je moet maken, moet je een 'planningskaartje' invullen. Eén iemand uit de groep leest de vraag voor, de anderen uit de groep beantwoorden de vraag. Lees om beurten een vraag voor. De eerste twee vragen beantwoord je vóór iedere opdracht, de derde en de vierde vraag beantwoord je wanneer je een opdracht hebt uitgevoerd.

Materialen

Per groep zijn de volgende materialen nodig:

- 32 houten kubussen van 2x2x2cm
- Eén opdrachtkaart met de 10 opdrachten
- Checkblad met voor iedere opdracht een checkkaartje
- Scoreblad om de punten per opdracht in te vullen.

Puntentelling

Bij iedere opdracht staat het aantal punten dat je met deze vraag kunt verdienen. Je krijgt de punten alleen bij een juist antwoord. Wanneer je een opdracht afgerond hebt, vraag je aan de docent om te controleren of het antwoord juist is. Daarna zal de docent de punten invullen op jullie scoreblad.

Als het spel is afgelopen

Wanneer het spel is afgelopen, zal de docent een aantal vragen stellen. Hij kan aan ieder lid van de groep vragen om uit te leggen hoe jullie aan het antwoord zijn gekomen. Als dat groepslid het antwoord niet zelf kan geven, krijgen dat team nog maar de helft van het aantal punten. Jullie moeten er namelijk voor zorgen dat iedereen in de groep de opdracht en het antwoord begrepen heeft.

Bibliografie

Ebbens, S. (2015). *Effectief leren*. Groningen: Noordhoff Uitgevers.

Faes, T., Goris, T., Konings, T., Krabbendam, H., Monquil, A., & Staal, H. (2011). *Het leren van Wiskunde*. Meppel: Ten Brink.

Helden, H. v., Krabbendam, H., & Konings, T. (2016). *Probleemoplossen en Wiskunde*. Meppel: Ten Brink Uitgevers.



Opdracht 1

2	3	2	1
5	2	4	1
1	1	0	2

Hiernaast is een bovenaanzicht gegeven. Bouw het bouwwerk met de blokken.

Teken na het bouwen het vooraanzicht en het zijaanzicht.



Opdracht 2

Hiernaast is een bovenaanzicht gegeven. Bouw het bouwwerk met de blokken.

Opdracht: Bepaal de omtrek en de oppervlakte van het vooraanzicht. Schrijf duidelijk op hoe je aan je antwoord bent gekomen.

2	3	2	1
5	2	4	1
1	1	0	2



Opdracht 3

Hiernaast is een bovenaanzicht gegeven. Bouw het bouwwerk met de blokken.

Opdracht a: Hoeveel blokken kun je weghalen zonder dat het vooraanzicht en rechteraanzicht veranderen? Schrijf op hoe je dit hebt uitgevonden.

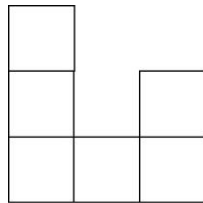
Opdracht b: Teken het bovenaanzicht van dit nieuwe bouwwerk. Vul op iedere plaats in hoeveel blokken er op elkaar staan.

1	3	2	5
3	4	5	1
1	3	2	2

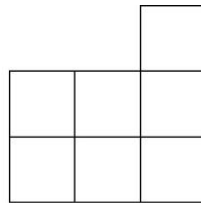


Opdracht 4:

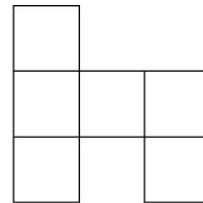
Je ziet hier een vooraanzicht, een zijaanzicht en een bovenaanzicht van hetzelfde bouwwerk.



vooraanzicht



Rechter zijaanzicht



bovenaanzicht

Bouw een bouwwerk waarvoor deze aanzichten kloppen. Vul daarna in het bovenaanzicht in hoeveel blokken er op iedere plaats staan.

Let op! Laat het bouwwerk staan. Je hebt dit nodig bij opdracht 5.



Opdracht 5

Je hebt bij opdracht 4 een bouwwerk gebouwd. Bereken nu het volume van het bouwwerk.

Beschrijf duidelijk hoe je aan je antwoord bent gekomen.



Opdracht 6

Bouw met 15 blokken een bouwwerk waarvan het vooraanzicht en het rechterzijaanzicht allebei een omtrek hebben van 14 cm.

Teken daarna het vooraanzicht, het rechterzijaanzicht en het bovenaanzicht. Vul daarna in het bovenaanzicht in hoeveel blokken er op iedere plaats staan.



Opdracht 7

Opdracht a:

Teken een uitslag van één van de houten blokjes waarmee je aan het bouwen bent. Teken deze niet op ware grootte, maar maak alle afmetingen 2x zo groot.

Opdracht b:

Knip je uitslag daarna uit om te controleren of je er weer een kubus van kunt vouwen.



Opdracht 8

Wanneer je twee kubussen aan elkaar lijmt, krijg je een nieuwe wiskundige ruimtefiguur. Deze figuur noem je een balk.

Opdracht a:

Beschrijf wat het verschil is tussen een kubus en een balk.

Opdracht b: Teken een uitslag van de balk die je krijgt als je twee houten blokjes aan elkaar lijmt. Teken ook deze niet op ware grootte, maar maak alle afmetingen 2x zo groot.

Opdracht c: Knip de uitslag uit. Controleer of je van deze uitslag weer een balk kunt vouwen.



Opdracht 9

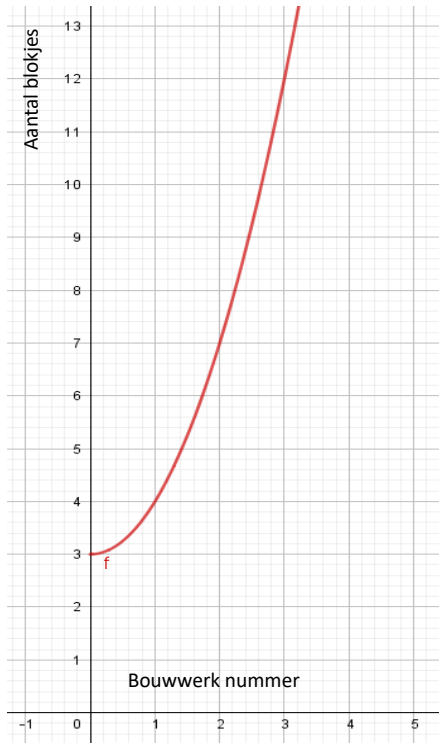
Opdracht a: Bouw drie bouwwerken naast elkaar. Dit worden eenvoudige bouwwerken waarbij alle blokjes op een rij staan. Je bouwt dus alleen een 'voorste rij'.

Ieder bouwwerk krijgt een nummer: De eerste krijgt nummer 1, de tweede krijgt nummer 2 en de 3e krijgt nummer drie.

Het aantal blokjes van een bouwwerk kun je uitrekenen met de formule:

$$\text{aantal blokjes} = \text{bouwwerknummer}^2 + 2$$

Opdracht b: Er is één bouwwerk dat is gemaakt van 227 blokjes. Welk nummer heeft dat bouwwerk?



Opdracht 10



Je ziet hiernaast een grafiek die laat zien hoeveel blokjes er nodig zijn voor een bouwwerk.

Opdracht a: Bouw de bouwwerken met nummer 1, 2 en 3. Verzin zelf hoe je bouwwerken eruit komen te zien.

Opdracht b: Vul de formule aan:

aantal blokjes = bouwwerknummer² +

.....

Opdracht c: Hoeveel blokjes zijn er nodig voor het 10e bouwwerk?