Aanvulling op artikel 'Om- en ingeschreven bollen'

Een paar uitwerkingen

Te bewijzen:

$$\frac{1}{\sqrt{3-\varphi^2}}=\varphi$$

Bewijs:

We maken gebruik van de rij-eigenschappen van de φ-rij : ..., $\frac{1}{\varphi}$, 1, φ, φ^2, ... en de eigenschappen $1+\varphi=\varphi^2$ en

$\frac{1}{\varphi}+1=\varphi$.

$$\sqrt{3-\varphi^2}=\sqrt{3-1-\varphi}=\sqrt{2-\varphi}=\sqrt{2-\frac{1}{\varphi}-1}=\sqrt{1-\frac{1}{\varphi}}=\sqrt{\frac{\varphi-1}{\varphi}}=\sqrt{\frac{1/\varphi}{\varphi}}=\frac{1}{\varphi}$$

Dus $\frac{1}{\sqrt{3-\varphi^2}}=\frac{1}{1/\varphi}=\varphi$.

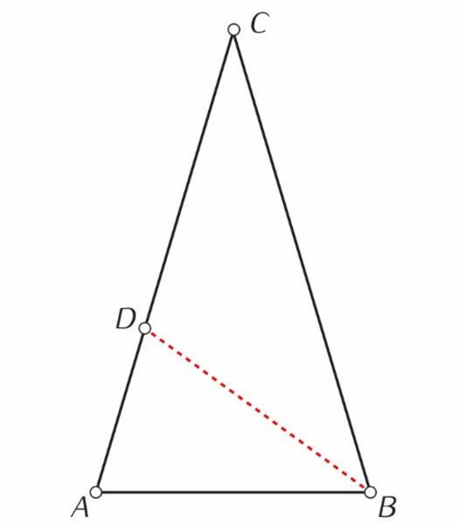
Te bewijzen:

$$\frac{1}{2-1/\varphi}=\frac{\varphi}{\sqrt{5}}$$

Bewijs:

We herschrijven: $\frac{1}{2-1/\varphi}=\frac{\varphi}{2\varphi-1}=\frac{\varphi}{2(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{5})-1}=\frac{\varphi}{1+\sqrt{5}-1}=\frac{\varphi}{\sqrt{5}}$

Een gelijkbenige driehoek met een tophoek van 36° is een gulden driehoek. Dat wil zeggen dat de lengte van een been gelijk is aan het gulden snede getal vermenigvuldigd met de lengte van de basis, zie figuur 1.



figuur 1

Gegeven: $\angle C = 36^\circ$ en $AC = BC$.
Kies $AB = 1$ en noem x de lengte van been BC.

Trek de bissectrice van $\angle B$. $\angle ABD = 36^o$.
Merk op dat ΔABD gelijkbenig is met een tophoek van 36^o.
$\Delta DAB \cong \Delta ABC$. Ook geldt: $AB = BD = DC = 1$.

Uit de gelijkvormigheid volgt: $\dfrac{AB}{AD}=\dfrac{BC}{AB}$. Ingevuld: $\dfrac{1}{x-1}=\dfrac{x}{1} \rightarrow x(x-1) = 1 \rightarrow x^2 - x - 1 = 0$.
De positieve oplossing is φ.

Dus $\dfrac{BC}{AB} = \varphi$.