

EEN π -SHIRT, BETER LAAT DAN NOOIT!

Rob van Oord

VERSLAG VAN DE NWD 2015

Wat te doen als je met pensioen bent? Gewoon weer naar de Nationale Wiskundedagen!

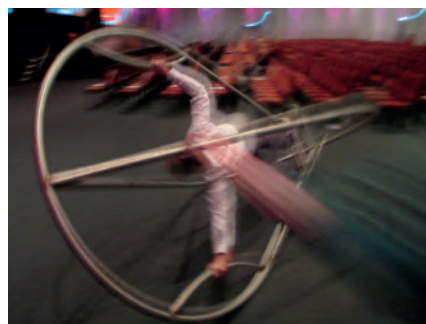
Rob van Oord is niet te stoppen, niet alleen bezocht hij de NWD, maar hij gaf er en passant ook een workshop en schreef wederom voor u een verslag van zijn ervaringen.

Natuurlijk ga ik weer naar de NWD, want zo veel vrienden wil je niet missen op de jaarlijkse 'reünie' van wiskundecollega's. Inspiratie opdoen voor je lessen die je gewoon nog geeft, of als invaller. Verdieping van je wiskundekennis, je laten verrassen door bijzondere aspecten van je favoriete vak, op de hoogte blijven van de rol van wiskundigen in de nieuwste ontwikkelingen in de maatschappij. Dat zijn de ingrediënten van de NWD en die maken een tweedaags bezoek meer dan waard. Ook moeder de vrouw is blij dat je effe een paar dagen de hort op bent, en neemt een nachtje alleen tussen de koude lakens graag voor lief. Want koud was het.

Vier plenaire lezingen en 40 workshops geven voldoende stof om gelukkig van te worden. In dit verslag komen slechts enkele workshops voor. Als deelnemer kun je er zelf maar vier bijwonen. Op de site van de NWD zijn de hand-outs en presentaties van vrijwel alle lezingen en workshops te vinden.^[1] Maar nu maar eens iets over wat ik zelf heb gezien en beleefd.

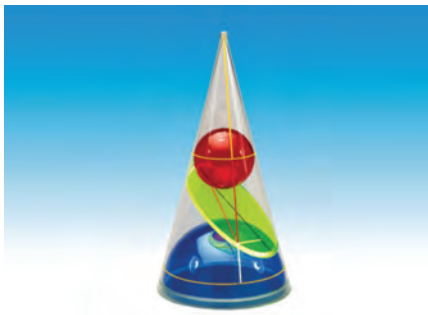
Hoe bijzonder een cycloïde is, werd door Michiel Doorman mooi uit de doeken gedaan. Aan de hand van deze ventielkromme, zijn muze, liet hij 20 jaar NWD de revue passeren. Om de kromme zichtbaar te maken, bevestigde hij een lampje op het ventiel van de voorband van zijn fiets en nam in het schemerdonker een foto met een lange sluitertijd van de baan ervan. Mijn gedachten gingen uit naar twee jaar geleden toen ik met mijn examenklas naar Nijmegen ging voor de masterclass *Waltzing Wheels* van Stephan Berendonk en Leon van den Broek. Daar moesten de leerlingen met een spirograaf de ventielkromme tekenen. Je zou nu ook met speels gemak leerlingen met hun smartphone een foto of een filmpje ervan kunnen laten maken. Daarna beginnen de Wiskundige Denkactiviteiten. Is er een formule van de baan? Hoe lang is de baan bij een omwenteling van het wiel? Iets verder gezocht: hoe groot is de oppervlakte van het vlakdeel dat tussen de grond en een omwenteling wordt ingesloten? Wie een grafische rekenmachine heeft, kan – uitgaande van een straal van 1 van het wiel – met de parametervoorstelling $x = t - \sin t$ en $y = 1 - \cos t$ de cycloïde plotten. Met wat integraalrekening kun je dan voor de lengte van 1 periode van de cycloïde op 8 komen en voor de oppervlakte onder 1 periode tot 3π .^[2] Michiel liet met filmpjes zien dat de (halve, omgekeerde) cycloïde

de brachistochroon is, de snelste glijbaan van een punt A boven de grond naar een punt B op de grond. Daarbij maakt het niet uit welk deel van de (halve) cycloïde je neemt. Vanaf elk willekeurig punt op de baan ben je even snel in het eindpunt. Een andere wereldvondst was die van Huygens bij een slingeruurwerk. Als je een massa aan het eind van een draadje een uitwijking geeft en loslaat zodat hij gaat slingeren, dan is de slingertijd bij grotere uitwijkingen niet gelijk aan die bij kleinere uitwijkingen. Maar als je er voor kunt zorgen dat de baan van de massa tijdens het slingeren precies op een cycloïde ligt, dan is de slingertijd van die massa onafhankelijk van de uitwijking. Huygens verzon zogenaamde wangen waartegen het draadje waaraan de massa zit tijdens het slingeren wordt omgebogen zodat het uiteinde met de massa precies op een cycloïde beweegt. In een artikel van K.P. Hart staat dat de wangen ook elk de vorm van een (halve) cycloïde hebben.^[3] Zie ook het artikel van Jan Aarts en Henk Broer.^[4]



figuur 1 Swier Garst in zijn oloïde

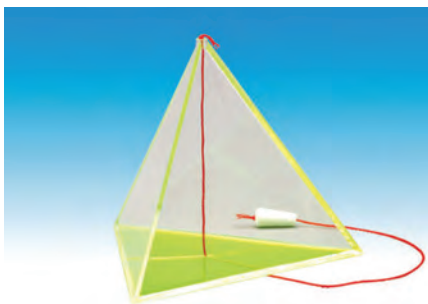
Na deze terugblik op mooie wiskunde in de afgelopen NWD's en de conclusie dat wij zelf de muzen van de wiskunde zijn, kwam Fieke Dekkers. Zij is als wiskundige verbonden aan het RIVM en doet onderzoek naar de invloed van alledaagse straling op de gezondheid, op het risico om kanker te krijgen. De modellen die voor grote hoeveelheden straling zijn opgesteld voor het risico op kanker berusten op tellingen van kankergevallen bij kernrampen. De vraag is of deze lineaire modellen een op een kunnen worden voortgezet naar risico's op kanker bij zeer kleine hoeveelheden straling zoals bij het personeel in ziekenhuizen bij Röntgenlabs. Ze maakte met



figuur 2 Ellips tussen bollen

een alcoholverstuiver de straling zichtbaar die in de zaal ook aanwezig is. Lopen we daarmee een hoger risico? Fieke liet in een duidelijk verhaal doorschemeren dat er eigenlijk nog geen zinnig woord gezegd kan worden over de risico's op kanker bij het blootstaan aan zeer kleine straling. Na de lezing zag ik Swier in zijn olöde rondraaien over de vloer van het Atrium, zie figuur 1. Een olöde bestaat uit aaneengelaste stalen buizen die de contouren van twee dwars in elkaar geschoven bierviltjes vormen. Middenin zitten een paar buizen waartegen je de voeten schrap kunt zetten. Dan erin hangen en na een zetje rollend over de vloer bewegen.

Tijd voor een rondgang langs de stands. Ik ben weer verleid tot het kopen van materiaal over optische fenomenen en Escher in de stand van Jan Broeders. Wel de aanbiedingen gekocht, want ik had een beperkt budget op zak. Bij de stand van Eurofysica met de modellen zag ik enkele nieuwe, maar met een niet erg hoog Doutzen Kroes-gehalte. Alleen de kegel met daarin twee bollen en een ellips benadert dat een beetje, zie figuur 2. De nieuwe had binnenin een beweegbare draad. Hiermee kun je laten zien waar het zwaartepunt van zo'n lichaam zit,



figuur 3 Draadmodel

zie figuur 3. Dat ophangen van wiskundige vormen kwam op de NWD nog vaker aan de orde. Zo ook in de lezing van Martin Kindt over methoden die Archimedes al gebruikte om een formule voor de inhoud van een bol te bepalen door een bol (met straal r) en een kegel (met straal bodem van $2r$ en hoogte $2r$) aan de ene kant van een balans te hangen en te snappen hoe die samen in evenwicht hangen met een cilinder (met straal bodem $2r$ en hoogte $2r$), zie kader.

Kader

Het principe dat Archimedes al gebruikte, stoelt op oppervlaktes van doorsneden van een cilinder, (halve) bol en kegel. Als je ervan uitgaat dat de inhoud van een

kegel $\frac{1}{3}$ keer de inhoud is van de cilinder waarin hij precies past, dan kun je aan twee kanten van een balans schijfje voor schijfje de inhoud van de cilinder uithangen tegen een schijfje van een kegel en een schijfje van een bol bij elkaar.

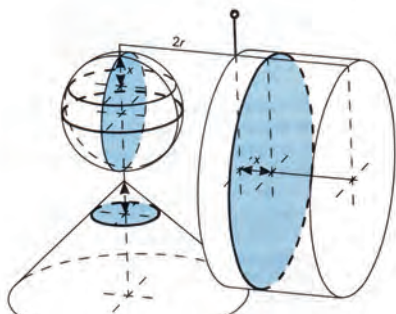
Rechts hangt de cilinder met zwaartepunt op afstand r van het ophangpunt. Het moment van de hele cilinder is dan $r \cdot \text{Inhoud}_{\text{cilinder}} = r \cdot \pi \cdot (2r)^2 \cdot 2r = \pi \cdot 8r^3$. Hieronder zie je een dwarsdoorsnede, met rechts in de cilinder ook nog doorsneden van de bol en de kegel getekend.

De diameter van de bol is $2r$. Dan is y de middel-evenredige van x en $(2r - x)$, dus $y^2 = x(2r - x) = 2rx - x^2$. Hieruit volgt dat $y^2 + x^2 = 2rx$. Vermenigvuldig alles met π , dan geldt:
(1)... $\pi y^2 + \pi x^2 = 2\pi rx$

Links in de figuur is te zien dat de horizontale doorsnede van de bol op afstand x van boven gelijk is aan πy^2 en dat tegelijkertijd de doorsnede van de kegel op afstand x onder de top gelijk is aan πx^2 . Het moment van deze twee cirkels is dan $2r(\pi y^2 + \pi x^2)$, omdat de cirkels als het ware in hun zwaartepunt (middenpunt) zijn opgehangen op afstand $2r$ van het ophangpunt. Als je nu in (1) alles met $2r$ vermenigvuldigt, dan krijg je links $2r(\pi y^2 + \pi x^2)$ en rechts $2\pi rx \cdot 2r = \pi x(2r)^2$. Dit laatste is precies het moment van een cirkel met straal $2r$ op afstand x van het ophangpunt. Als je nu x van 0 tot $2r$ laat lopen, dan hangt steeds een grote cirkel met straal $2r$ op afstand x (rechts) in evenwicht met een cirkel van de bol en een kegel op afstand $2r$ (links) beide op afstand x van boven. Bovendien heb je dan alle cirkels die de cilinder opvullen (rechts) en alle cirkeltjes die precies de bol en de kegel opvullen (links).

Dus $2r(\text{Inhoud}_{\text{bol}} + \text{Inhoud}_{\text{kegel}}) = r \cdot \text{Inhoud}_{\text{cilinder}}$. Er van uitgaand dat $\text{Inhoud}_{\text{kegel}} = \frac{1}{3} \cdot \text{Inhoud}_{\text{cilinder}}$ komt tot $2 \cdot \text{Inhoud}_{\text{bol}} = \frac{1}{3} \cdot \text{Inhoud}_{\text{cilinder}} = \frac{1}{3} \pi \cdot 8r^3$, dus $\text{Inhoud}_{\text{bol}} = \frac{4}{3} \pi r^3$. Q.E.D.

Ik zag een dergelijke balansafbeelding ook in de hand-out van Anne van Streun, zie figuur 4. Kennelijk komen er flink wat wiskundige denkactiviteiten (WDA) bij kijken om het bewijs met de balans te snappen. Ik daag de lezer uit om te snappen hoe die figuur gebruikt kan worden om de formule van de inhoud van een bol te verklaren. Net als Anne vind ik dat in elke wiskundeles WDA moeten plaatsvinden. Het voordoen-nadoenconcept levert geen kritische leerlingen op. Misschien wat hogere cijfers bij de ploetersaars, maar die kennis is dan snel verdwenen. Op dit moment waart het WDA-spoek door Nederland alsof het iets nieuws is. Ik vind dat je altijd moet zoeken naar WDA. Waarom zou je het getal -2 benoemen? Waarom werkt een balansmethode bij het oplossen van

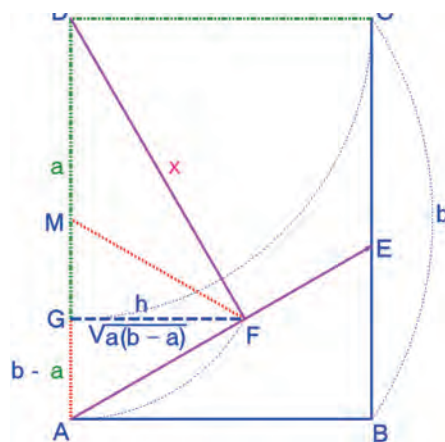


figuur 4 Bol, kegel, cilinder

een (lineaire) vergelijking? Is kwadraat afsplitsen echt uit de tijd? Martin Kindt zegt dat hij de abc -formule niet uit zijn hoofd kent. Hij splitst altijd kwadraat af. Verder was Martin zeer verguld met de stelling van Ceva. Daarmee kun je in een klap bewijzen dat zowel zwaartelijnen als bissectrices en hoogtelijnen in een driehoek door 1 punt gaan. Van Martin was een boekje te koop met een verzameling van al zijn 'Wat te bewijzen is...' uit de jaargangen van de *Nieuwe Wiskrant*. Wie wilde, kon een gesigneerd exemplaar bemachtigen.

In de pauze na de eerste lezing snel naar B15 om alles in gereedheid te brengen voor mijn eigen workshop. Samen met Marjan Botke moesten gekleurde papieren, kartonnen neusisstroken, geodriehoeken, linialen, markeerstiften, schaarjes en werkbladen en een blad met benodigde voorkennis op de tafels worden gelegd. Na een korte introductie waarbij iedereen op een of andere manier een hoek in drie gelijke hoeken moest delen, werd vervolgens met behulp van 'klassikaal' vouwen (een geodriehoek en een passer heeft een leerling doorgaans ook niet bij zich) stap voor stap naar twee lijnen in een rechthoek toegewerkt. De langs die lijnen geknipte delen zouden na wat schuiven tot een vierkant gelegd kunnen worden. In een PowerPoint werden de mogelijke keuzes voor de deelnemers voorbereid. Daarna ging ieder in groepjes aan de slag met de trisectie van een hoek of verdelen van een rechthoek naar een vierkant of een vierkant naar een gelijkzijdige driehoek. Er werd eerst een instructie gegeven die tot een bepaald resultaat leidde. Daarna moest er gezocht worden naar een bewijs. Om een vierkant te vinden met oppervlakte ab (van een rechthoek met zijden a en b) moet zijde $\sqrt{ab}$ gevonden worden. Dit is de middelevenredige van a en b . Die vind je in een halve cirkel met middellijn $a + b$, als loodlijn op het punt waar a en b tegen elkaar liggen. Maar dat kun je niet op de rechthoek zelf (bijvoorbeeld een A4'tje) tekenen. Maar met wat inzicht en de stelling van Thales kun je de middelevenredige van a en $b - a$ tekenen en daarmee ook $\sqrt{ab}$. Teken een halve cirkel met straal $(MA =) \frac{1}{2}a$, teken in het punt (G) waar a en $b - a$ tegen elkaar op de middellijn (AD) liggen de loodlijn naar de halve cirkel, zie figuur 5. FG is nu de middelevenredige van a en $b - a$, dus $FG = \sqrt{a(b - a)}$. Nu geldt in driehoek DFG dat $x^2 = h^2 + a^2 = a(b - a) + a^2 = ab$, dus $DF = \sqrt{ab}$. Maar

omdat driehoek DFG congruent is met driehoek AEB is ook $AE = \sqrt{ab}$. Omdat $\angle AFD = 90^\circ$ (Thales) en dus ook $\angle DFE = 90^\circ$, kan met de drie stukken ABE , AFD en $FECD$ een vierkant gelegd worden. Schuif ABE omhoog naar DCE' (past, want $AB = DC$) en schuif AD naar EE' (past, want $EC + CE' = EC + BE = BC = AD$). In de workshop waagden de deelnemers zich ook aan de neusis-methode om een gegeven hoek in drie even grote hoeken te delen. Met het richten (neuein) van de strook vanuit het hoekpunt moet een vast lijnstukje worden afgepast tussen een cirkelboog en een lijn (die parallel loopt met een van de benen van de gegeven hoek). Voor het bewijs worden Z-hoeken, de hoekensom van een driehoek en gelijkbenige driehoeken (met twee stralen van de cirkel) gebruikt. Voor de constructie met de trisector was te weinig tijd. Wel waagde een aantal deelnemers zich aan de trisectie door origami. In bewijs daarvan wordt



figuur 5 Rechthoek verdelen

veelvuldig gebruikgemaakt van het feit dat een vouw eigenlijk een spiegeling is. Daarmee ontdek je allerlei eigenschappen van driehoeken, zoals gelijkbenigheid en bissectrices. Uiteindelijk kun je daarmee de trisectie bewijzen. Bij de stand van de vereniging en van Epsilon zag ik dat er ook een Zebraboekje verschenen is over de driedeling van een hoek, nummer 41: *Met passer, liniaal en neusislat* van Ad Meskens en Paul Tytgat. Het kado wat de sprekers dit jaar van de organisatie kregen was erg origineel. Een bouw pakket van een mini-strandbeest van Theo Jansen, zie figuur 6. Enkele jaren geleden kwam hij nog met zijn PVC-beesten op het dak van zijn auto ons vertellen hoe hij ze heeft ontworpen en liet ze ook door de zaal lopen. Na een avondje knutselen zat hij in elkaar. En hij doet het! Blazen tegen de propellers of draaien met de aandrijf-as zorgt er voor dat het beest loopt. Dank voor dit stukje vernuft. Bij het diner gezellig bijgekleet met Eva, dochter van mijn voormalige rector Roos; even geknuffeld met Anja. Denk niet meteen aan geile Geert van Boer Zoekt Vrouw. Het is hartverwarmend om alle mensen die zo actief zijn in wiskundeland weer te zien. Dus hier en daar een knuffel moet kunnen. Adri zou mij zijn dochter Nienke die ook wiskundelocent is geworden



figuur 6 Mini-strandbeest

nog voorstellen, maar we zijn elkaar misgelopen. Hij vertelde dat ze in Hoorn in de krant komen, want ook zijn vader was wiskundedocent. Drie generaties vol passie voor het vak. De avondlezing over het gat in de prent van Escher, een galerij met een prentententoonstelling aan de haven van Malta, was spectaculair. Hendrik Lenstra legde uit hoe wiskundigen de transformatie van een normaal ruitjespapier kunnen overzetten in een golvend patroon. Je ziet hoe de man die naar een prent staat te kijken in een galerij waar hij zelf op staat, in feite een soort Drostemannetje is dat bij inzoomen telkens weer terugkeert. Dit inzoomen werd in prachtige filmpjes gedemon-



figuur 7 Plafondkapje van Snowpuppe

streerd.^[5] Na de lezing was het tijd voor spelletjes. Samen met Jörgen nam ik plaats aan een tafel met twee dames om met z'n vieren het spel *RoboRama* te spelen, een ingewikkelde Halma-variant waarbij je jouw vier robots met door kaartjes bepaalde zetten naar de hoek diagonaal tegenover de starthoek moet delegeren. De dames deden het beter en eentje won. Een spel met meer *levels*. Maar voor mij op dat moment dus een *Rob-o-Drama*. Als je de basisversie onder de knie hebt, zijn er moeilijkere varianten te spelen waarbij er zelfs een truck op rupsbanden in de weg gezet kan worden. Na de spelletjes tijd voor de dansvloer. De band 'De Buren' vond ik een succes. Lekker dansmuziek tot in de kleine uurtjes. Ze waren verbaasd dat wiskundedocenten zo lekker kunnen swingen. Ook met stijldansen kwam ik aan mijn trekken. Marjan was in vorm met de Quickstep, de chachacha, de rumba en de jive. Ik deelde mijn bakje meegenomen cashewnootjes met secties van scholen uit Terneuzen, Helmond en Hoorn.

De volgende morgen vroeg op voor de FUNRUN. Ik had speciaal nieuwe hardloopschoenen gekocht. Door mijn verkoudheid kon ik voor het eerst niet aan een stuk de 6 km hollen. Af en toe moest ik in de wandelpas. Maar wat een deceptie toen bij de finish bleek dat er **geen** π -shirts waren. We hoorden dat het T-shirt in het teken van het π -jaar is bedrukt. Maar ze lagen nog in Utrecht.

Vorig jaar april las ik in het AD over een klein bedrijfje *Snowpuppe* in Den Haag dat origami in hun ontwerpen gebruikt. Toen ik informeerde of ze een workshop over hun werkwijze en producten wilden geven reageerden ze meteen erg enthousiast. Na overleg met de programmacommissie werd plaats gemaakt voor hun workshop op de NWD. Deze stond direct na het ontbijt op het programma. Kenneth en zijn vrouw Nellianna zijn afgestudeerd in Delft op industriële vormgeving. Kenneth gaf ons een kijkje in zijn keuken. Hij liet zien hoe hij door de gulden snede geïnspireerd is. In zijn ontwerpen komt deze verhouding telkens terug. Hij showde zijn speciale paraplu, maar zijn bedrijf maakt vooral lampekappen (de *Chestnut*) en afdekkapjes tegen het plafond, zie figuur 7 en 8. De deelnemers gingen daarna onder hun leiding aan de slag met het vouwen van een plafondkapje uit een voorgeritst stuk karton. Het was een zeer geanimeerde bedrijvigheid. De in elkaar geflanste kapjes mochten mee naar huis genomen worden. Hij legde tot slot uit hoe hij zijn *Chestnut* lampekap had ontworpen door allerlei lijnen over een cirkelring te tekenen. Eerst acht middellijnen en dan diagonalen die steeds 1 punt verschillen met het diametrale punt. Het is mooi om te horen dat je van een dergelijk concept ook kunt leven.

Omdat ergens dit jaar 14 maart geschreven kan worden als 3-14-'15 ligt het voor de hand om internationaal 2015 uit te roepen tot π -jaar. In dat licht bezien werd een lezing verzorgd door Frits Beukers, auteur van het boekje *Pi*, nummer 6 van de Zebrareeks. De eerste benaderingen van π zijn gevonden door het benaderen van de omtrek via ingesloten en omgeschreven regelmatige veelhoeken bij een cirkel. Archimedes kwam op die manier al tot enkele decimalen van π . Ludolph van Ceulen was zo'n beetje de laatste die op die manier π nog (zonder rekenapparaat) in 35 decimalen wist te benaderen. Door het onderzoek aan reeksen in de zeventiende eeuw ontstonden veel snellere methodes. De infinitesimaalrekening gaf een enorme boost aan het zoeken naar snel convergerende reeksen.

De reeksontwikkeling van

$$\arctan(x) = \frac{x}{1} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots \text{ geeft bij}$$

$$\arctan(1) = \frac{\pi}{4} \text{ echter nog een weinig snel convergerende}$$

reeks. De echte winst werd geboekt toen men met complexe getallen ging werken. Het argument van het

product van twee complexe getallen is gelijk aan de som van de afzonderlijke argumenten (modulo 2π). Men zocht naar handige combinaties om op een bruikbaar rationaal veelvoud van π uit te komen. Zo heeft het getal $1 + i$ een hoek van 45° , dus $\frac{\pi}{4}$. Probeer complexe getallen te vinden die vermenigvuldigd op argument 0 uitkomen. Gebruik de reeksen van arctangensen van die argumenten en je hebt een snelle(re) benadering van π . Machin

vond bijvoorbeeld $\frac{\pi}{4} = 4 \arctan(\frac{1}{5}) - \arctan(\frac{1}{239})$.

Bedenk dat voor het argument ϕ van $5 - i$ geldt dat $\tan \phi = -\frac{1}{5}$, dus $\phi = \arctan(-\frac{1}{5}) = -\arctan(\frac{1}{5})$ en het

argument van $239 + i$ is $\arctan(\frac{1}{239})$. Reken maar na:

$(1 + i)(5 - i)(239 + i) = 228488$. Dit is een reëel getal en heeft dus argument 0. Gebruiken we de regel voor het argument van het product, dan zien we:

$$\frac{\pi}{4} - 4 \arctan(\frac{1}{5}) + \arctan(\frac{1}{239}) = 0.$$

Een geheel nieuwe benadering kwam van de geniale Indiër Ramanujan. Hij vond

$$\pi \approx \frac{12}{\sqrt{190}} \log((2\sqrt{2} + \sqrt{10})(3 + \sqrt{10})).$$

Als ik dat intik op mijn GR, levert dat $\pi \approx 1,364376354$ (maar dan moet je voor de log wel de natuurlijke logaritme nemen). Met de opkomst van de computer ging het snel met het aantal decimalen van π . Interessant is dat de Oekraïense broers Chudnovsky een computer bouwden die hun hele appartement in beslag nam. Er is op internet veel over deze broers te vinden, interessant onderwerp voor in de les?

De slotlezing van de NWD werd verzorgd door Peter Grünwald. Hij liet zien dat de wetenschap vervuild is met zogenaamd bewezen hypothesen door de significantietoetsen. Er wordt op van alles een toets losgelaten om weer ergens een 'bewijs' voor te hebben. Zo herinnerde ik me iets over chocola eten bij zwangere vrouwen. Ik vond op internet: Het is gebleken dat het eten van chocolade

in de eerste drie maanden van de zwangerschap het risico op zwangerschapsvergiftiging met 19% verlaagt. Vrijwel elke week lees je wel over een of ander onderzoek waarmee een of ander verband wordt aangetoond. Peter begon met te stellen dat het publiek significant paranormaal is voor het vermoeden achter welk gordijn een erotisch plaatje zit. Hij toonde een dia met naast elkaar twee dichte gordijnen. Achter een van de twee hangt een (erotisch getint) plaatje. Met je smartphone kon je kiezen voor Links of Rechts. Het publiek koos overduidelijk voor Links. Hij 'schoof' het gordijn open en ja hoor, het erotische plaatje hing Links. Er is nu significant bewezen dat het publiek over paranormale gaven bezit. Hoe komt dit? Kiezen we nu eenmaal vaker voor Links als je mag kiezen voor Links of Rechts? Wat zeggen de p -waardes die gevonden worden? We concluderen te gemakkelijk dat bij een p -waarde onder de betrouwbaarheid α , meestal 5% genomen, dat de nulhypothese verworpen moet worden en dat die dus helemaal fout is. Maar hoe groot de werkelijke μ of p van de alternatieve hypothese moet zijn, weet je dan nog steeds niet. Misschien ligt die wel dicht bij die van H_0 . De *Prosecutor's fallacy* is een vaak voorkomend fenomeen. Er worden denkfouten gemaakt bij het waarderen van het bewijs bij het gebruik van kansrekening bij strafzaken. Je wilt zo graag het bewijs dat je de dader hebt, dat je uit het oog verliest wat je eigenlijk statistisch bewijst.

Enigszins in verwarring verlaten we de zaal om de lunch te nuttigen. We praten nog wat na met deze en gene. Dan komen de collega's die met me zijn meegereden me ophalen; of ik ze weer veilig thuis wil brengen. Natuurlijk, maar pas nadat we onderweg de bekende drie bossen tulpen voor € 5 hebben opgepikt voor onze liefjes. Het waren ondanks het koude weer een paar warme dagen waaraan ik met plezier terugdenk.

Noten

- [1] Zie www.fisme.science.uu.nl/nwd/
- [2] Zie vakbladeuclides.nl/906vanoord
- [3] Hart, K.P. (2000). De Cycloïde. *Pythagoras*, 39(4), 30-31, www.pyth.eu/nummer.php?id=240
- [4] Aarts, J.M., Broer, H.W. (2010). *Schoolmeetkunde in het Horologium Oscillatorium van Christiaan Huygens*. Universiteit Groningen (pre-print), www.math.rug.nl/~broer/pdf/aarts
- [5] Zie <http://escherdroste.math.leidenuniv.nl/>



figuur 8 Chestnut lampekop

Over de auteur

Rob van Oord was sinds 1974 werkzaam als eerste-graads docent wiskunde aan het Coenecoopcollege te Waddinxveen en is sinds 2014 met pensioen. E-mailadres: robvanoord@tiscali.nl