

Het aanvankelijk meetkunde-onderwijs (1)

DE PERIODE TOT 1924

A. TREFFERS EN E. DE MOOR

De modernisering van ons wiskunde-onderwijs in de zestiger jaren van deze eeuw heeft het stelsel van Euclides in zijn traditionele vorm, met de in de negentiende eeuw naar voren gekomen 'nieuwere meetkunde', uit ons schoolonderwijs doen verdwijnen en laat het probleem van aard en plaats van het resterend 'meetkunde'-onderwijs binnen ons voortgezet onderwijs tot dusver onopgelost.

Dr. Joh. H. Wansink
Euclides 49-10

0 Inleiding

Het wiskunde-onderwijs is zo oud als de wiskunde en de methode van onderwijs is, evenals het doel van dat onderwijs, zeer verschillend naar de tijd. Zo was het wiskunde-onderwijs in de 17e en 18e eeuw praktisch gericht; de utiliteit was maatgevend voor de leerstof, die doorspekt was met toepassingen.

Vanaf het einde van de 18e eeuw ging het formele aspect steeds duidelijker spreken. We kunnen dit illustreren met het volgende citaat: 'Het Wis, Bouw en Natuurkundig Genootschap te Leyden onder de zinspreuk: de Wiskunde is de moeder der wetenschappen, bekroonde in het jaar 1797, een werkje met goud, tot motto hebbende: de kennis der Meetkunde is de eerste stap om een verstandig man te worden'. (1)

In de 19e eeuw domineerde de neo-humanistische geest met z'n sterke waardering voor het formele karakter van de wiskunde — voor zover er van waardering buiten de filologische onderwijsvakken sprake was — en zijn anti-utilitarisme, maar het verzet van de Napoleontisch realistische geest bleef ongebroken gehandhaafd.

Rond de eeuwwisseling, toen het wiskunde-onderwijs vooral bedreven werd op het veld van de dorre logika — sterke nadruk op het deductieve element, het eksponeren van sluitende bewijsketens — kwam er een toenemend verzet tegen de verschrompeling van het aanschouwelijke, eksperimentele, en kreatieve element, terwijl de roep om toepasbare wiskunde steeds luider klonk.

Hier en daar werd van gezaghebbende zijde — Klein, Poincaré, Nunn, Young — een niet deductieve inleiding in de meetkunde bepleit, wat echter in Nederland slechts bij een enkeling weerklank vond. Hoestra vertaalde een Engelse inleidende cursus (1907) Voerman schreef 'Meten en teekenen' en Kleefstra wijdde een beschouwing 'over het onderwijs in de wiskunde' (1909), waarin hij de deductieve methode voor het aanvangsonderwijs bestrijdt en de 'empiristische' methode van de lagere school vooral aanprijst, omdat de vormleer, die een schakel vormde tussen de lagere en de middelbare school, in 1889 als leervak van de lagere school geschrapt was.

1 Vormleer

De vormleer 'prentte den leerling de voornaamste begrippen van de meetkunde in volgens de aanschouwelijke en zelfzoekende methode, de eenige die voor het onderwijs aan kinderen geschikt is. Zij gaven de hoofdlijnen aan, volgens welke methodiek van het onderwijs in de wis- en natuurkunde bij het middelbaar en het hooger onderwijs zich had behooren te ontwikkelen en zich ongetwijfeld ook zou hebben ontwikkeld, als het middelbaar onderwijs zich van meet af had beschouwd als een natuurlijke voortzetting van het lager onderwijs, in plaats van zich op academisch standpunt te stellen'. (2)

Wilkeshuis merkt echter over de vormleer op: 'Helaas verdwaalde ook dit vak weer in de spooktuin van de abstractie'. (3) 'Bepaald jammer was het dan ook niet, dat dit vak uit de lagere school verdween'. (4)

Om te oordelen wat de vormleer is of beoogde te zijn en om de waarde ervan te schatten, doen we er het beste aan om te rade te gaan bij Pestalozzi's schildknaap in Nederland, nl. Van Dapperen.

'De vormleer is een middel om het kind op te leiden tot het naauwkeurig en geregeld beschouwen, der dingen, uit alle mogelijke oogpunten en dat wel met zoo veel zekerheid, dat het kind niet twijfelt of het al de mogelijkheden van hetgene hem voorgedragen is, naauwkeurig heeft ontdekt en opgegeven'. (5)

'Tevoren reeds hebben wij aangemerkt, dat onze bedoeling niet zozeer is, de kinderen vroegtijdig met eenige wetenschappen bekend te maken, maar veeleer het verstand der kinderen te ontwikkelen, en hunnen geest aan geregeld, trapsgewijze denken te gewennen'. (6)

'Maar waarom juist mathematische figuren? zal misschien iemand vragen. Gaarne zou ik mij van voorwerpen uit het dagelijksche leven bedienen, indien mij een eenig bekend ware, hetwelk zoo alomvattend in deszelfs bedoeling, zoo eenvoudig in deszelfs bestanddeelen was; waarvan de beginselen zoo gering waren, maar wiens samenstelling, die veelvuldige wijziging toeliet, als juist mathematische figuren; waarbij het kind en de onderwijzer nooit behoeven verlegen te staan, wijl het hun aan bouwstoffen mangelt, dat tevens den kinderen leert opmerken, zich uitdrukken en hun denkvermogen oefent, zonder te veel kennis in het kind te veronderstellen; dat eindelijk de kinderen daarheen brengt, alle resultaten der figuren in verdere oefening, zelf te vinden'. (7)

De oefening bestaat uit: de onderlinge ligging van punten — samenvallend of niet samenvallend — en van lijnen — samenvallend, snijgend, evenwijdig —; het bepalen van soorten hoeken, ligging van de hoeken t.o.v. elkaar; driehoeken onderscheiden naar hoeken, zijden en combinaties ervan; vierhoeken onderscheiden naar hoeken, zijden en combinaties ervan, verdeling van een driehoek door een lijn, idem met een vierhoek.

Inderdaad, alle mogelijkheden om te verdwalen in de spooktuin der abstractie waren aanwezig.

2 Kleefstra

De beschouwingen van Kleefstra over de leerstofkeuze en ordening daarentegen doen uiterst modern aan.

Begin met de rechthoek en ga volgens de analytische methode de begrippen hoek en lijn er uit afleiden.

'Voorts lijkt 't mij een natuurlijke voorwaarde, dat de leerlingen eenig materieel in handen krijgen (ik gebruik daarvoor altijd breipennen en kurkjes) om de figuren en lichamen, waar over gesproken wordt, zelf te maken.

Eenmaal het kwadraat en den rechthoek tot uitgangspunt nemende, moest ik natuurlijk de meetkunde bouwen op de parallelograms in plaats van op de driehoeken en kon ik niet ontkomen aan de moeilijkheid, om vervolgens de eigenschappen der driehoeken uit die der parallelograms af te leiden.

Hoewel ik hierin naar wensch geslaagd ben, en mij wellicht nog te rationeel heb gehouden aan den eisch van logische opeenvolging, ben ik toch van meening, dat men in het elementaire onderwijs niet zoo angstvallig hoeft te zijn in de bewijsvoering van voor de hand liggende waarheden, die door onbevooroordeelde waarneming bevestigd worden'. (8)

Als voorbeeld geeft Kleefstra de oppervlakte bepaling van een parallelogram door er een rechthoek van te maken voordat kongruentie van driehoeken ter sprake is gekomen. Kleefstra maakt dus gebruik van de aanschouwelijke evidentie in het aanvangsonderwijs en dit was in die tijd een onaanvaardbare koncessie aan het kinderlijke bevattingsvermogen.

Ook in het 'Leerboek der Planimetrie' van Gravelaar (1907³) wordt in het begin een aantal eigenschappen (over 2 evenwijdige lijnen gesneden door een derde) aangenomen op grond van 'vanzelfsprekendheid'.

Deze koncessie vindt echter plaats in een syntetische opbouw van de meetkunde, terwijl de analytische opbouw van Kleefstra in zijn geheel plaatsvindt met het oog op het kinderlijk bevattingsvermogen.

In het geval Gravelaar wordt er water in de wijn gedaan, in het geval Kleefstra limonade toegediend.

3 Reindersma

Vlak vòòr de eerste wereldoorlog verscheen er in Nederland een leerboek voor een eksperimentele behandeling van de meetkunde.

De leerstof die niet wezenlijk afwijkt van de traditionele, bevat de volgende onderwerpen:

- 1 de rechte lijn
- 2 de kromme lijn
- 3 over vlakken
- 4 over hoeken
- 5 over het tekenen van driehoeken en vierhoeken
- 6 over evenwijdige lijnen
- 7 over kongruentie en symmetrie
- 8 over oppervlakteberekening
- 9 over de cirkel.

De methode van Reindersma kenmerkt zich door:

— Het gebruik van traditionele leerstof met 'n praktisch gericht toepassingsveld. Er wordt vooral verrijking van kennis der eigenschappen beoogd. De eigenschappen blijven echter beperkt tot dezelfde stellingen, als die van de logisch-deductieve richting.

— De opbouw van de theorie vindt plaats in de vraagstukken.

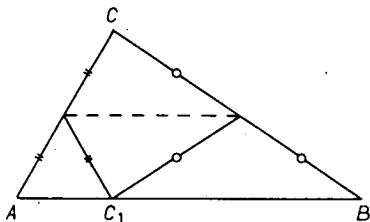
— Schatten, meten, vouwen, knippen, plakken, tekenen — ook op doorzichtig papier — schuiven, draaien, vloeien en konstrueren om eigenschappen te ontdekken en opdrachten uit te voeren.

Zo wordt bijvoorbeeld de eigenschap, dat de basishoeken in een gelijkbenige driehoek gelijk zijn, ontdekt door:

- 1 herhaalde meting in verschillende gevallen
- 2 door vouwen van de driehoek om de hoogtelijn uit de top

De gevonden eigenschap wordt dan weer gebruikt om te ontdekken dat de som van de hoeken van een driehoek 180° is. Deze laatste eigenschap kan namelijk ook ontdekt worden door:

- 1 herhaalde meting in verschillende gevallen
- 2 door het vouwen van de driehoek om de middenparallel, waarbij de volgende figuur ontstaat:



Knippen, vouwen en plakken worden vooral gebruikt in het hoofdstuk over oppervlakteberekening. Schuiven, draaien en vloeien komen in het hoofdstuk over congruentie en symmetrie aan de orde, waarbij een onderscheid tussen congruent en symmetrisch aangebracht wordt.

'We vinden dus dat we sommige figuren tot bedekking kunnen brengen en we weten, dat we deze congruent noemen. Nu zijn er evenwel ook figuren, die we eerst dan tot bedekking kunnen brengen, nadat we de eene hebben omgeklapt. Zulke figuren zullen we symmetrisch noemen'. (9)

Het begrip symmetrisch wordt dan verhelderd door gebruik te maken van vloeipapier: teken een driehoek, vloe de tekening af op vloeipapier, knip de figuur uit en probeer door middel van schuiven en draaien de oorspronkelijke driehoek te bedekken.

De leerling merkt dan op, dat dit alleen mogelijk is door omklappen, of in het algemeen door omvouwen; de as van symmetrie wordt daarbij als vouwlijn geïntroduceerd.

Kongruentie wordt vrijwel niet gebruikt om eigenschappen te bewijzen, maar

symmetrie daarentegen speelt 'n belangrijke rol ter verduidelijking van de grondkonstrukties door middel van de ruit.

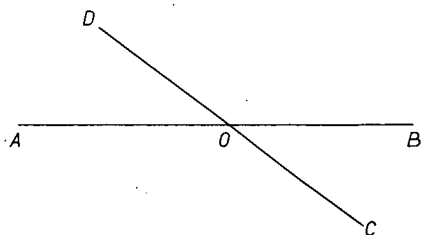
Konstrukties worden voorafgegaan door behandeling van de cirkel als meetkundige plaatsen, vaak voorbereid door omvouwing en door gebruikmaking van doorzichtig papier.

— Alle eigenschappen die ontdekt worden moeten eksakt geformuleerd worden en dit geldt ook voor een vanzelfsprekende stelling als bijvoorbeeld de eigenschap, dat de middellijnen in een cirkel even lang zijn. Reindersma gebruikt eenvoudige taal in theorie en toepassing.

— In het geheel van het boek valt 'n zekere opbouw te konstateren en dit heeft tot gevolg, dat men niet zomaar hier en daar een greep uit het gebodene kan doen. Het leerboek heeft dan ook een tweeledig doel: het wil een systematische inleiding geven voor die schooltypen — U.L.O. en M.M.S. — die een overzicht van de voornaamste waarheden der vlakke meetkunde behoeven zonder, dat aan het bewijs een of andere eis van gestrengheid gesteld wordt, maar tevens beoogt het boek een propedeutische introductie te geven op 'n mathematische in plaats van empirische benaderingswijze.

Er vindt dus geen geleidelijke overgang plaats naar een meer deductieve behandeling der leerstof, dat wil zeggen: in de propedeutische cursus, die ook als 'n systematische inleiding gebruikt kan worden, blijft de behandeling empirisch om vervolgens in het tweede deel dezelfde leerstof — abrupt — op een geheel andere wijze te benaderen, namelijk door gebruik te maken van de aksiomatische methode.

Uitgaande van 13 aksioma's wordt het gebruikelijke stellingenkompleks opgebouwd, waarbij echter opgemerkt moet worden, dat de schrijver alle moeite doet om de misverstanden, die een dergelijke inleidingsprocedure met zich meebrengt, uit de weg te ruimen en wel door het bewijs in de eerste hoofdstukken in een onderhoudende, weinig schematische stijl weer te geven. We geven een voorbeeld van de manier waarop Reindersma in het tweede deel (wiskunde als deductieve wetenschap) de overgang van een empirische naar een logisch-deductieve opvatting aangeeft:



'Stelling 3': twee overstaande hoeken zijn gelijk.

We zullen nu moeten bewijzen, dat $\angle AOD = \angle COB$

Daartoe meten we $\angle AOD$ en vinden, dat deze bijvoorbeeld 40° is.

Dan is $\angle AOC = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$, maar ook $\angle AOC$ en $\angle COB$ zijn nevenhoeken. We vinden dus $\angle AOD = \angle COB$.

Hier is nu een tegenwerping te maken, namelijk dat we niet precies kunnen meten, hoe groot $\angle AOD$ is. Deze moeilijkheid kunnen we evenwel vermijden door te zeggen: laat $\angle AOD$ a° zijn. Dan is $\angle AOC = 180^\circ - a^\circ$.

$\angle COD = 180^\circ - a^\circ = 180^\circ - 180^\circ + a^\circ = a^\circ$.

Hier hebben we dus gebruik gemaakt van de Algebra.

Maar nog korter kunnen we aldus redeneren:

$\angle AOD$ heeft tot supplement $\angle COA$

$\angle BOC$ heeft eveneens $\angle COA$ tot supplement.

Twee hoeken, die denzelfden hoek tot supplement hebben, zijn gelijk (stelling 2). (10)

— Reindersma geeft dus een propedeuse met gebruikmaking van de empirische methode, wat tot doel heeft om de eigenschappen der traditionele meetkunde te ontdekken en te formuleren en dit gebeurt dan in een systematisch opgezette leergang, waarin theorie en vraagstukken nauw met elkaar in verband staan.

4 Wolda

Wolda heeft in het begin van de twintiger jaren een leerboek laten verschijnen, dat bedoeld was om de plaats van de euclidische methode in te nemen.

Hij verwerpt de klassieke methode van meetkunde-onderwijs volledig:

'De wiskunde dreigt zijn goeden naam te verliezen en we gelooven, dat zijn zuiver klassieke methode daarvan de oorzaak is'. (11)

De fout van het traditionele meetkunde-onderwijs bestaat volgens Wolda hierin 'dat we den leerling streng wetenschappelijke bewijsvoeringen willen opdringen van beweringen, die naar zijn inzicht absoluut geen bewijs van noode hebben'. (12)

'Laat de leerling zoeken, proberen, tekenen, laat hem zijn grote voorwetenschappelijke kennis analyseren en scherp tot bewustzijn brengen, laat hem zijn kennis formuleren en de drang tot onderzoek ontplooiën en pas dan 'kan hij iets gaan voelen voor de arbeid, die noodig was om tot strengere definities te komen, die het einde — niet het begin — der wetenschap zijn'. (13)

Ontwikkel de wiskundige intuïtie aan een ruim wiskundig gebied, dat niet zuiver meetkundig van karakter hoeft te zijn.

Laat de leerlingen zich oriënteren in eigen kennis en kunnen.

Besluit de steeds strenger wordende onderwijsmethode met een streng wetenschappelijke behandeling van het begin der wiskunde.

De methode van Wolda heeft de volgende karakteristieke trekken:

— In het begin worden geen aksioma's gegeven.

— Het bewijs wordt in het begin op eenvoudige wijze gebruikt in het hoofdstuk: 'De som van twee zijden van een driehoek is grooter dan de derde'.

De stelling zelf wordt niet bewezen, maar de redeneringen die erop gebouwd

zijn, zijn korrekt en in de vraagstukken wordt ook een eksakte bewijsvoering gevraagd.

— Aanvankelijk wordt de nadruk vooral op het tekenen en het konstrueren gelegd.

— Later als de nadruk wat meer op het bewijzen komt te liggen, steunen deze bewijzen op de werkelijk uitgevoerde konstrukties. Om dit aksent op de konstruktie nog eens ekstra te laten horen wordt er niet gesproken over het 'gegeven' maar over 'wat gedaan is'. Pas aan het einde van het eerste deel — 'Congruentie' — wordt de eis, dat een konstruktie moet voorafgaan aan het bewijs, losgelaten; een eis die de praktische moeilijkheid met zich meebrengt dat een vraagstuk, dat op andere wijze gekonstrueerd is ook een ander bewijs krijgt, zodat de bespreking niet klassikaal kan geschieden.

Het indirekte bewijs wordt in deel I niet en in deel II — 'Over evenredigheid en berekeningen' — slechts spaarzaam toegepast.

— De leerstof wijkt sterk af van de euclidische schoolmeetkunde, zoals blijkt uit de volgende opsomming van onderwerpen die aan de orde komen en begrippen die ingevoerd worden:

Regelmaat, symmetrie, afhankelijkheid, draaien en wentelen, verzamelingen, vergroting, manieren waarop figuren zichzelf kunnen bedekken, tekenen van regelmatige veelhoeken, richting en verschuiving.

Vooral het begrip verzameling krijgt ruime aandacht: 'In eenvoudige gevallen vragen we naar een verzameling om tot een behoorlijke omschrijving te geraken; soms om begrippen te ontwikkelen, andermaal, in moeilijke gevallen, om haar langs experimenteelen weg uit te vinden. Voor wie het antwoord intuïtief kan geven is het experiment natuurlijk onnoodig'. (14)

Vaak gaat een intuïtieve behandeling vooraf aan een streng logische behandeling, die dan gevolgd wordt door een reeks vraagstukken.

— Er is geen duidelijke scheiding tussen theorie en vraagstukken; veel eigenschappen worden door de leerling zelf ontdekt. De opgaven dienen enerzijds om de oude theorie te herhalen in vooral praktische toepassingen ontleend aan het dagelijkse leven en aan vakken als natuurkunde, aardrijkskunde en mechanika, anderzijds worden de vraagstukken gebruikt om nieuwe theorie voor te bereiden.

Opvallend is het feit, dat de vraagstukken soms opzettelijk onvolledig zijn en daardoor meerdere oplossingen toelaten.

Er worden niet veel vraagstukken aan een bepaald onderwerp gewijd direkt nadat het behandeld is: bij de vraagstukken komen steeds weer andere onderwerpen aan de orde, uitgezonderd in het eerder genoemde hoofdstuk over de som van twee zijden van een driehoek, waar juist wel dezelfde soort bewijs-sommen bij elkaar staan om de leerling aan de nieuwe werkwijze te laten wennen.

Aan het einde van deel III — 'De Cirkel' — wordt een meer wetenschappelijke behandeling van het begin der wiskunde gegeven en de leergang wordt besloten met een opsomming van de traditionele eigenschappen die in deze methode

— langs een andere weg — behandeld worden.

De methode Wolda kenmerkt zich dus door:

— De niet-traditionele leerstof.

— De nadruk op de analyse der voor-wetenschappelijke ervaring.

— De systematische inleiding.

5 Internationale ontwikkelingen

Het aanvangsonderwijs in de meetkunde was ook één van de studie-objekten van de 'Commission Internationale de l'enseignement Mathématique' — afgekort C.I.E.M. — die in 1908 besloot om het wiskunde-onderwijs in verschillende landen te bestuderen. Klein, Greenhill en Fehr behoorden tot een commissie, die rapporten verzamelde onder medewerking van subcommissies, om mede een antwoord te geven op de vraag in hoeverre er sprake was van een streng logische opbouw van de wiskunde voor het middelbaar onderwijs in de verschillende landen.

'Ter oriëntering bij de beantwoording dezer vragen had Lietzmann voor de leden der commissie een schema opgesteld. Naar den 'graad der strengheid' onderscheidt hij de volgende vier mogelijkheden:

- A. De grondslagen worden in hun volle strengheid door de axioma's gelegd en het systeem wordt langs zuiver deductieve weg opgebouwd.
- B. De grondslagen zijn empirisch, zonder de hulp van axioma's. Op een zeker ogenblik gaat men over tot het streng bewijzen der stellingen.
- C. Intuïtieve beschouwingen wisselen af met de deductieve methode in de verschillende deelen van het onderwijs.
- D. De methode der deductie wordt niet gebruikt; de wiskunde wordt gebaseerd uitsluitend op proefneming en intuïtie'. (15)

De konklusie van de commissie luidde — na bestudering van de rapporten — dat A en D in geen enkel land voorkwamen voor het middelbare onderwijs in het algemeen, B vooral in Frankrijk en Italië, C vooral in Duitsland en Oostenrijk. Op grond van het ontbreken van niet-deductieve inleidingen mogen we stellen dat ook voor Nederland C gold, waarmee we de vraag naar de ordening van de leerstof beantwoord hebben m.b.t. de periode vóór de 1e wereldoorlog.

Ook was de vraag naar het samenstellen of relaties leggen tussen de verschillende delen der wiskunde aktueel. Tot de fusionisten moesten gezaghebbende mensen als Moore (V.S.), Perry (Engeland) en Klein (Duitsland) gerekend worden, maar ook de puristen, die de verschillende delen der wiskunde gescheiden wilden houden, waren niet wég te cijferen.

6 Nederland

Tijdens de eerste wereldoorlog vonden in Nederland de eerste vergaderingen van leraren plaats ten huize van Ehrenfesst-Afanassjewa, met als onderwerp

een niet-duktieve en niet-eksperimentele inleiding in de meetkunde.

Bij deze vernieuwingspoging, die weliswaar een voortijdig einde vond vlak na de eerste wereldoorlog, werd het zaad gelegd voor de uitbloei van de Wiskunde Werkgroep, die in 1936 als afdeling van de Werkgroep Vernieuwing Onderwijs (W.V.O.) opgericht werd. In de jaren rond 1920 heerste er in Nederland — in het algemeen gesproken — een gedeprimeerde stemming aangaande de waarde van wiskunde als leervak voor de scholen van U.L.O., M.O. en V.H.M.O. Handhaving van wiskunde als leervak werd nu veel meer verdedigd op grond van haar toepasbaarheid in de natuurwetenschap en haar onmisbaarheid bij verdere studie, dan om de bijdrage die het wiskunde-onderwijs zou leveren aan de ontwikkeling van het logische denken (in vergelijking met een halve eeuw geleden). De resultaten van het aanvangsonderwijs in de meetkunde waren onbevredigend. Uit een vijftal onderzoeken, waarbij in totaal duizenden leerlingen betrokken waren, bleek dat wiskunde een moeilijk vak genoemd moest worden: hoog percentage onvoldoenden — bijna 30% —, een laag gemiddelde — ruim vijf, waarbij we bedenken dat vóór 1930 vijf als zwak gekwalificeerd werd — en een relatief grote spreiding van de cijfers.

De oorzaak van de slechte resultaten werd enerzijds gezocht in een algemene teruggang van het intelligentiepeil der leerlingen of wat op hetzelfde neerkomt in een onvoldoende selectie, anderzijds in een onjuiste didaktiek van het aanvangsonderwijs.

7 'Euclides'

De brochure van Ehrenfest-Afanassjewa 'Wat kan en moet het Meetkunde-onderwijs aan een niet-wiskundige geven', waarin ook kritiek werd uitgeoefend op de traditionele leerstof-ordering en omvang van het aanvankelijk meetkunde-onderwijs en op de bijbehorende onderwijsmethoden, ontlokte een reactie van Dijksterhuis. Er ontstond een polemiek die de directe aanleiding vormde tot de oprichting — in oktober 1924 — van een tijdschrift voor de didaktiek der exacte vakken, dat aanvankelijk verscheen als Bijvoegsel van het 'Nieuwe tijdschrift voor Wiskunde', maar dat na drie jaar zelfstandig onder de naam 'Euclides' ging verschijnen.

8 Naschrift

Vijftig jaar geleden gaf het meetkunde-onderwijs dus aanleiding tot heftige gedachtenwisselingen. Ook nu is de kwestie weer aktueel: zowel bij het basisonderwijs als het voortgezette onderwijs is de meetkunde het middelpunt van internationale discussies.

Al met al is er voldoende reden om de kernvraag uit de eerste jaargang 'Moet het meetkunde-onderwijs gewijzigd worden?'

in de vijftigste aflevering opnieuw te stellen.

De serie van drie artikelen getiteld 'Het aanvankelijk meetkunde-onderwijs' vormt de inleiding op een speciaal meetkunde-nummer van Euclides, waarin een aantal wiskunde-didaktici hun licht over het meetkunde-onderwijs zullen laten schijnen.

Noten

- 1 Dapperen, D. van
Vormleer; Amsterdam 1825, p. 34
- 2 Kleefstra, J.
Over het onderwijs in de wiskunde; Haarlem 1909, p. 6
- 3 Wilkeshuis, D. van
Daantje zou naar school toe gaan; Honderd jaar 'volksonderwijs'; Utrecht 1966, p. 117
- 4 ibid
- 5 Dapperen, D. van
Vormleer; Amsterdam 1825, P. 34
- 6 loc. cit. p.30
- 7 loc. cit. p.33
- 8 Kleefstra, J.
Over het onderwijs in de wiskunde; Haarlem 1909, P. 29
- 9 Reindersma, N.
Over het inleidende onderwijs in de meetkunde; Groningen 1912, p. 41
- 10 loc. cit. p. 8
- 11 Wolda, G:
Meetkunde (theorieën en vraagstukken) I Congruentie; Zwolle 1921, het voorbericht (ongenummerd)
- 12 ibid
- 13 ibid
- 14 ibid
- 15 Schrek, D.J.E.
De 'Commission internationale de l'enseignement mathématique' 1908-1920 in 'Paedagogische Studiën' 3 (1922-1923), p. 114
- 16 Gage, N.L.
Handbook of research on teaching; Chicago 1964, p. 1010