

WISKUNDE KOMT TOT LEVEN

Alweer twee jaar geleden werden tijdens de jubileumviering van de NVvW de films gepresenteerd die ingezonden waren voor de Animath wedstrijd. Door het tijdloze karakter van die films is het nooit te laat een bloemlezing van de inzendingen te geven. Monique Pijls en Maarten van der Burg bespreken de meest opvallende video's.

Laatste stukje koek verdelen

Stelt u zich voor, we zijn in een huiskamer op zaterdagavond, vader, moeder en zoon voor de buis. Kop koffie met boterkoek erbij en ... wie neemt dat laatste stukje? Met deze reality-tv-scène opent de film *Trisectrice*,^[1] gemaakt door student lerarenopleiding wiskunde Arnaud. Een taartpunt in drie gelijke stukken delen, hoe doe je dat eigenlijk? Want dat felbegeerde laatste stuk boterkoek moet natuurlijk eerlijk verdeeld worden. Wiskundig gaat het om de driedeling van een hoek. De film switcht vanuit de openingsscène naar een abstracte visuele uitleg met origami en barokmuziek op de achtergrond. De kijker kan meedoen wat er in de film gebeurt en zo letterlijk 'vat' krijgen op hoe een trisectrice wordt geconstrueerd. Als dit helder is, komen we weer in de huiskamer en wordt de boterkoek – eind goed al goed – gelijk verdeeld.

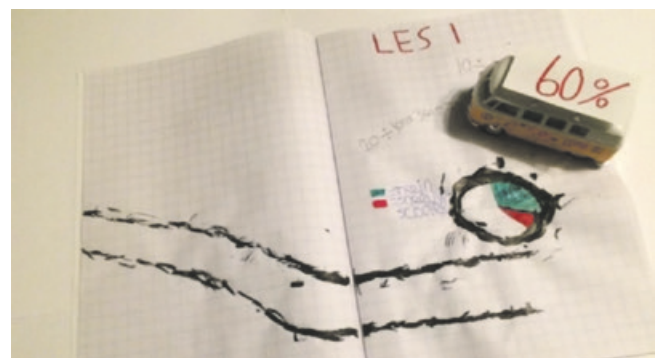


figuur 1 Trisectie

De film *Trisectie* was een van de prijswinnaars van de Animath-lustrumwedstrijd van de NVvW in 2015. 'Maak een clip met een wiskundig object in de hoofdrol, waarin een wiskundig onderwerp wordt uitgelegd en waarbij de clip zelf bovendien artistiek interessant is', zo luidde de opdracht. In de wiskundige uitleg moet bovendien een visueel element zitten. Geen makkelijke opgave, maar uitdagend en toegankelijk voor leerlingen en studenten op alle niveaus! Er zijn destijds 25 films ingestuurd, twaalf films genomineerd en uiteindelijk waren er vier prijswinnaars. In dit artikel maakt u kennis met een aantal genomineerde films.

Sterk door eenvoud

Hoeken meten viel op door de eenvoud van de productie. In een jazzy *lazy-sunday-afternoon* achtige sfeer maakt de kijker kennis met hoeken, de begrippen 'scherpe' en 'stompe' hoek, de gradenboog. Er gebeurt niet heel veel, feitelijk draait de clip om een doosje dat (vanzelf!) open en dichtgaat, maar die eenvoud is juist heel sterk. Dergelijke clips zouden er meer gemaakt moeten worden, als *apetizers* in de les.



figuur 2 Cirkeldiagram

Een verrassende inzending kwam van het Grafisch Lyceum Rotterdam, de film *Cirkeldiagram*. De film start in een wiskundeschrift, waar een speelgoedtrein en een auto doorheen rijden. De auto laat een spoor van inkt na, draait 360° om zijn eigen as en tekent zo een cirkel. Dat is een knap staaltje werk! Vervolgens wordt zichtbaar gemaakt hoe je een cirkeldiagram tekent, door aantallen om te rekenen naar de grootte van de hoek in het diagram. Een kleine vergissing in het tekenen (zoals je in de les als docent soms expres doet om te testen of de leerlingen dit opmerken!) vormt een prachtige aanleiding voor een gesprek. Het idee en de uitwerking zijn sterk, zeker gezien het feit dat de maker dit alleen heeft gedaan.

Vi-harts van de lage Landen

Er waren meer soloartiesten, zoals Milou, die als een wiskundefluisteraar haar kijkers meeneemt in het toepassen van de *Stelling van Pythagoras*. Met humor, geduld en een goed gevoel voor timing, laat Milou de kijker nadenken

over het berekenen van de lengte van een onbekende zijde van een driehoek. Het bewust inzetten van een fout antwoord om vervolgens aan te geven hoe het wel zit is een didactisch goede vondst. Milou vertelde achteraf dat ze er zelf van leert om de clips te maken. Eigenlijk heeft ze moeite met wiskunde en haar vader spoorde haar aan om er films over te maken. 'Door het maken van de film ben ik wel anders naar het onderwerp bij wiskunde gaan kijken, want elke keer als ik nu een toets maak, dan denk ik weer aan hoe dat poppetje in de film naar binnen kwam en dan ging uitleggen hoe alles moest.' Zo begon ze en inmiddels is er een eindproduct waar ook anderen van kunnen leren! Een andere 'vi-hart van de Lage Landen' was Robin. Zij maakte de film *Oneindig grote oneindigheden*. Alsof ze het al haar leven lang doet, spreekt Robin een voiceover in over oneindigheid. Met subtiele creatieve vondsten en uitleg over de verschillende soorten getallen. Hier blijft een kans liggen om visueel duidelijk te maken wat het verschil is tussen bijvoorbeeld de verzameling rationale getallen en de natuurlijke getallen. We verheugen ons op meer werk van deze filmmaakster. Zelf zei ze: 'Ik ben niet zo goed in wiskunde, dat wist ik al. De opdracht was om wiskunde beeldend te maken, en daarom moest je het voor mijn gevoel ook een beetje in de echte wereld neerzetten. Toen heb ik wel moeten kijken naar, hoe je wiskunde eigenlijk weer kan geven en waar het eigenlijk in zit, want als je het in de les hebt, dan is het allemaal zo abstract en daar kan ik heel weinig mee, dus hoe maak je iets wat abstract is levendig.'



figuur 3 Oneindig grote oneindigheden

Muziek, klei en lego

Muziek speelde ook een belangrijke rol in de films. In *Moduloween* was deze zelf gecomponeerd, professioneel. Prachtige film over modulorekenen, verhalend, spannend. Als het wiskundige model van de klok was mee veranderd met het getallenvoorbeeld, dan was het begrip 'modulo' nog sterker uit de verf gekomen. Veel van de stop-motion films waren met klei en lego gemaakt, en een topper in deze categorie ging over rekenen met maten en oppervlakten. 'Ik heb onze film *Inhoud berekenen* ook laten zien aan kinderen van groep 8, want ik werd een keer uitgenodigd door school, om te vertellen over hoe het was op de



figuur 4 Moduloween

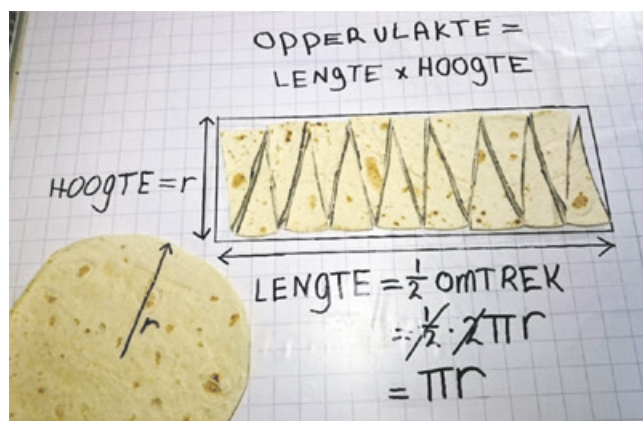


figuur 5 Figurenviendjes berekenen

middelbare, en toen had ik ook het filmpje laten zien, ze vonden het een erg leuk filmpje', vertelde Gert-Jan. Vertederend is de film *Figurenviendjes berekenen*, die laat zien hoe wiskundige objecten gaan leven en een eigen karakter krijgen in een alledaags verhaaltje.

Visueel bewijs

Didactisch interessant was de film *De oppervlakte van een cirkel*, een uitlegclip die iedereen zou moeten zien. Een voice-over met spannende muziek leidt de kijker stap voor stap door het visuele bewijs waarbij een cirkel – in dit geval een tortilla – in steeds kleinere partjes wordt verdeeld. Die partjes verschuiven samen tot een rechthoek waarvan de oppervlakte nadert naar $r \times \pi r$.



figuur 6 De oppervlakte van een cirkel

Sterke beelden die de hersenen doen kraken, heel geschikt voor in de klas! Interessant is dat wiskunde-docent Mariken Barents onlangs in de Facebookgroep Leraar Wiskunde naar deze clip vroeg om te gebruiken in haar les. Deze leerling-clip is veel aantrekkelijker dan de droge visuele animaties die al beschikbaar waren.

Leuk en duidelijk

Wat leren we hiervan? Dat leerlingen helemaal zelfstandig werken voor wat betreft de stop-motion-techniek en het creatieve aspect van de films. Dat leerlingen bij 'uitleg' niet altijd denken aan visuele uitleg, dus dat het belangrijk is om daar op te sturen. We zien dat het project zeer motiverend werkt, voor de makers en hun docenten. Muhtadi Al-Awwadi, student Masteropleiding Wiskunde en maker van de film *Kwadratische formules* zegt: 'Kijk, met een filmpje kun je het duidelijk maken, maar met stop-motion kun je het ook leuk maken. Dus je maakt het leuk en duidelijk en dat is echt wat leerlingen aanspreekt.'

Vanuit de Hogeschool van Amsterdam (HvA) zijn er ervaringen met het maken van Animath-clips als opdracht voor het vak Ontwerpen en Onderzoeken (O & O) op een Technasiumschool. Het project start dan met een kick-off op de HvA waarin leerlingen leren wat animatie is, wat visuele uitleg is en hoe zij een film kunnen maken op grond van een storyboard. Uiteindelijk vindt er een wiskundefilmfestival plaats op school, met rode loper en alle ouders in de zaal, waar de films worden vertoond en de makers vertellen over de films die ze hebben gemaakt. Een dergelijk filmfestival kan prima dienen als opmaat voor een landelijke wedstrijd. Het lectoraat Didactiek van de Bètavakken van de Hogeschool van Amsterdam heeft plannen om de landelijke Animath-wedstrijd opnieuw uit te schrijven, dus je kunt je leerlingen vast warm maken!



vakbladeuclides.nl/932pijls

Op de site vind je een pdf van dit artikel waarin iedere titel een hyperlink is naar de betreffende film. Of je gaat rechtstreeks naar <https://vimeopro.com/user38504697/animath-lustrumfilms-publieksprijs/>

Over de auteurs

Monique Pijls is lector Didactiek van de Bètavakken bij het Kenniscentrum Onderwijs en opvoeding van de Hogeschool van Amsterdam E-mail: m.h.j.pijls@hva.nl
Website: <http://betadidactiek-hva.nl>

Maarten van der Burg is filmmaker en eigenaar van Script Factory. E-mail: vanderburg@scriptfactory.nl
Website: <http://scriptfactory.nl>

BOEKBESPREKING

REKENONDERWIJS DOOR DE EEUWEN HEEN



Frank van Merwijk



Titel: Weg van het cijferen

Ondertitel: Rekenmethodes vanaf 1800 tot heden

Auteur: Adri Treffers

Uitgever: Reni Casoli (2015)

ISBN: 978909028793 , 252 pagina's (softcover)

Prijs: € 30,-

Gerommel in rekenland

'Rekenen is een stervend vak, onherstelbaar aangetast door het kennelijk moeilijk te bestrijden cijfervirus.'

Voor wie nog dacht dat de storm rondom rekenen pas zo'n jaar of twintig geleden voor het eerst is opgestoken: bovenstaand citaat komt van de onderwijsinspectie, stamt uit 1963 en al in 1936 constateerde de inspectie dat rekenen overgemechaniseerd was.

Aan het begin van deze eeuw vlamden discussies op rondom realistisch en traditioneel rekenen. In 2008 bracht de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen zijn rapport uit met de referentieniveaus voor de verschillende leeftijdsgroepen. De overheid heeft in aansluiting hierop de rekentoets bij de eindexamens vo en mbo ingesteld, waarbij cesuur en zak-/slaagregeling tot op de dag van vandaag niet definitief geregeld zijn. De ervaring van veel leraren uit het vo dat leerlingen matig tot belabberd rekenen valt moeilijk te rijmen met het resultaat van het PIAAC-onderzoek (2012): de Nederlandse jongeren van 16 tot 20 jaar zouden van alle OESO-landen de beste functionele rekenvaardigheid bezitten. Daar staat tegenover dat bij het laatste TIMSS-onderzoek de Nederlandse leerlingen uit de wereld-top-tien zijn gevallen. Kortom: het blijft rommelen in rekenland.