

# Dossieropdracht 4    Wie is de mol?

## Opdracht

Je gaat het spel 'Wie is de mol?' spelen. Dit doe je in een groep van circa acht personen, die wordt gemaakt door de docent. In je groep moet je acht vragen beantwoorden en inleveren bij de docent. Een groep bestaat uit twee notulisten, vijf kandidaten en een mol. Bij elke rol horen andere taken.

**notulisten:** jullie taak is het netjes, volledig en correct opschrijven van opdrachten op papier en het inleveren ervan bij de docent. Jullie zijn eindverantwoordelijk, dus jullie moeten goed in de gaten houden of de uitwerking wel correct is.

**De kandidaten:** jullie taak is het maken van de opdrachten, opzoeken van theorie en het zoeken naar de mol.

**De mol:** jouw taak is om zo onopvallend mogelijk een kandidaat te spelen. Alleen probeer jij zo veel mogelijk fouten te maken in het uitwerken van de opdrachten zonder dat de anderen dat door hebben. Je moet dus subtiele foutjes maken en zorgen dat de anderen je niet door hebben.

De groep moet in totaal acht vragen beantwoorden. Je mag je boek gebruiken, maar maak ook vooral gebruik van de kennis die jullie samen hebben. Het spel duurt 45-60 minuten. Daarna wordt de balans opgemaakt en bekend welke groepsleden het spel hebben gewonnen.

**De notulisten:** winnen als alles netjes is ingeleverd en het groepje de hoogste score van alle groepjes heeft. Zowel netheid als correctheid tellen mee.

**De kandidaten:** winnen als de mol is ontdekt en/of als jouw groepje de meeste goede antwoorden heeft gegeven binnen de tijd.

**De mol** wint als hij/zij niet ontdekt wordt en/of het groepje de minste punten heeft.

Op het bord wordt een scorebord bijgehouden.

Als jij wint, dan krijg je 10 punten extra bij de beoordeling van deze dossieropdracht.

## Inleveren

De uitwerking van de acht vragen neem je op in je dossier. Bij elke opdracht benoem je het hoofdstuk waar het bij hoort en over welk onderwerp de vraag gaat. De opdrachten moeten volledig uitgewerkt zijn.

Deze opdracht lever je in je snelhechter met de rest van je dossier in bij je docent. De deadline is de eerste les na de SE-week, dus maandag 14 maart.

Op de volgende pagina zie je hoe de opdracht beoordeeld wordt.

## Beoordelingsrubric

Punten Beoordelingscriteria	Slecht	Matig	Voldoende	Goed
Zijn de opgaven correct uitgewerkt?	Er zijn in meer dan 4 opgaven fouten gemaakt waardoor niet het goede antwoord gegeven is. <b>10-15</b>	Er zijn in meer dan twee opgaven fouten gemaakt waardoor niet het goede antwoord is gegeven. <b>15-20</b>	Niet alle opgaven zijn correct uitgewerkt, er zijn rekenfoutjes of notatiefouten gemaakt. <b>25</b>	Alle opgaven zijn correct uitgewerkt, eventueel op kleine foutjes na. <b>30</b>
Zijn de correcte hoofdstukken en onderwerpen benoemd?	Nee. <b>5</b>	De hoofdstukken zijn benoemd, maar niet de onderwerpen of andersom, of er zijn meer dan vijf fouten in gemaakt. <b>10</b>	De hoofdstukken en onderwerpen zijn genoemd, maar er zijn fouten in gemaakt, maar niet meer dan vijf. <b>15</b>	De hoofdstukken en onderwerpen zijn correct benoemd. <b>20</b>
Is er aandacht besteedt aan layout?	Nee, het is rommelig en slordig geschreven. <b>0</b>	Er is slordig geschreven. <b>4</b>	De opgaven zijn netjes uitgewerkt met duidelijke structuur. <b>6</b>	Alles is netjes uitgewerkt en er is een consequente layout aangehouden. <b>10</b>
Heb je gewonnen bij het spel?	Nee. <b>0</b>		Voldoende aan de eisen voldaan. <b>5</b>	Volledig aan de eisen voldaan. <b>10</b>

### Opdracht 1 – Zelfde helling

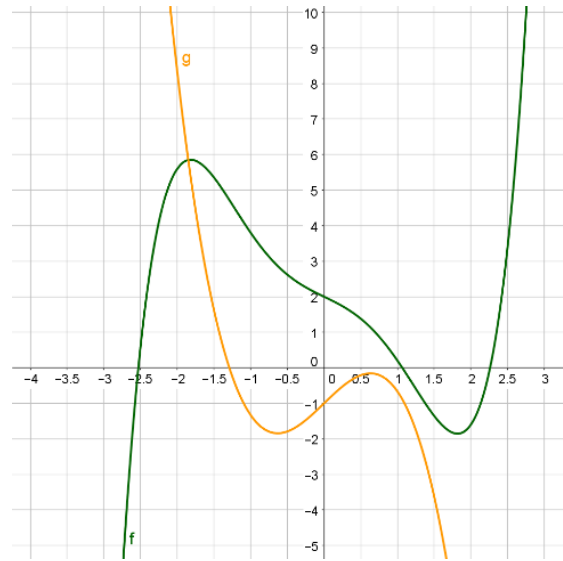
Gegeven zijn de functies:

$$f(x) = \frac{1}{5}x^5 - x^3 - x + 2$$

$$g(x) = -\frac{5}{3}x^3 + 2x - 1$$

De grafieken van  $f$  en  $g$  hebben naast één snijpunt ook twee punten waarin de raaklijnen evenwijdig aan elkaar lopen. De helling in die punten is dan gelijk.

**Bereken algebraïsch voor welke  $x$ -waarde de raaklijnen van de grafieken van  $f$  en  $g$  evenwijdig aan elkaar zijn.**



### Opdracht 2 – Parabool

De grafiek  $y = -2x^2 + 16x - 24$  kan in de topvorm en nulpuntsvorm zo geschreven worden dat je de top en de snijpunten met de  $x$ -as meteen uit de grafiek kunt aflezen.

**Zet de parabool in de topvorm en de nulpuntsvorm en schrijf de coördinaten van de top en de nulpunten op.**

### Opdracht 3 – Speurtocht

Bij een speurtocht moet een afstand van 500 meter worden gelopen in noordoostelijke richting en daarna 200 meter in zuidoostelijke richting. Beschouw het startpunt als de oorsprong van een assenstelsel, met de  $x$ -as naar het oosten en de  $y$ -as naar het noorden. De eenheid is een meter.

**Maak een schets van deze situatie en bereken de coördinaten van het eindpunt van de speurtocht.**

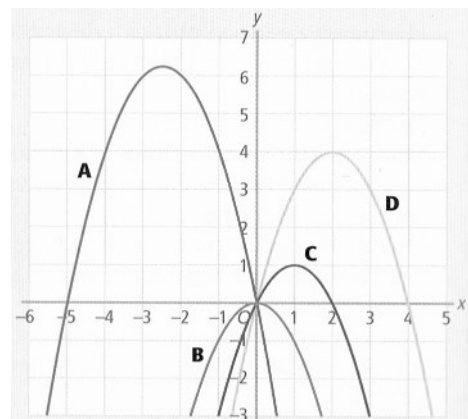
### Opdracht 4 – Verzameling parabolen

De familie van functies  $f(x) = bx - x^2$  is voor elke waarde van  $b$  ietsje anders.

Grafiek A hoort bij de functie met  $b = -5$ , dus

$$f(x) = -5x - x^2.$$

**Zoek uit welke waarde  $b$  heeft bij de grafieken van B, C en D.**



### Opdracht 5 – Oplossingen

$x = 5$  is een oplossing van de vergelijking  $x^2 - 4ax + 4a^2 - 4 = 0$ .

Bereken de andere mogelijke oplossingen van de vergelijking.

### Opdracht 6 – Raaklijn

De functie  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + x - 4$  heeft in enkele punten een raaklijn van de vorm  $y = -4x + c$ .

**Bereken algebraïsch voor welke waarden van  $c$  een lijn van de vorm van  $y$  een raaklijn is aan de grafiek van  $f$ .**

### Opdracht 7 – Stelsel

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1\frac{1}{2} \\ y = 1\frac{1}{2}x - \frac{3}{4} \end{cases}$$

**Hoeveel oplossingen heeft dit stelsel?**

### Opdracht 8 – Twee mogelijkheden

Van  $\triangle DEF$  is gegeven:  $DE = 14$ ,  $\angle D = 21^\circ$  en  $EF = 7$ .

**Er zijn twee driehoeken die aan deze gegevens voldoen. Geef van deze beide driehoeken de grootte van  $\angle E$  en  $\angle F$ .**

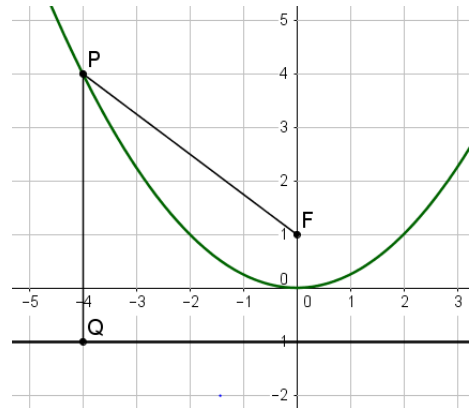
## Reserve-opdrachten

### Opdracht – Afstanden

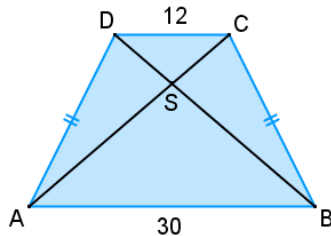
Getekend zijn de grafiek van  $f(x) = \frac{1}{4}x^2$ , het punt  $F(0,1)$  en de lijn  $y = -1$ . Op de grafiek van  $f$  ligt het punt  $P(-4,4)$ . Punt  $Q$  ligt loodrecht onder  $P$ .

**Laat met behulp van de stelling van Pythagoras zien dat de lengte van  $PF$  gelijk is aan de lengte van  $PQ$ .**

**Laat vervolgens op dezelfde manier zien dat voor elk punt  $X(x, \frac{1}{4}x^2)$  op de grafiek van  $f$  geldt:  $XF = XQ$  met  $Q(x, -1)$ .**



### Opdracht – Trapezium



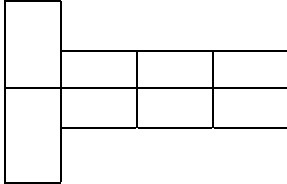
Het gelijkvormige trapezium  $ABCD$  heeft een zijde van 30 en een zijde van 12. Verder zijn de diagonalen getekend. Er geldt:  $AD = BC$ ,  $AB = 30$ ,  $CD = 12$  en  $AC = BD = 33$ .

**Bereken de lengte van  $AS$ ,  $CS$  en  $AD$ .**

## Lesplan

### Fase 1: Instructie (5 min)

De klas wordt door de docent in groepjes van circa (maar maximaal) acht leerlingen ingedeeld. Deze teams krijgen allemaal een nummer. De leerlingen gaan verplaatsen en schuiven de tafels bij elkaar in de volgende opstelling:



### Fase 2: Rolverdeling (5 min)

Elke leerling trekt een kaartje uit een bak waarin de kaarten met daarop de verschillende rollen zitten. Het lot bepaalt welke rol een leerling krijgt. Het briefje mag niemand anders zien. Als je jouw rol hebt dan berg je het briefje veilig op, zodat niemand het kan zien. Alleen de notulisten mogen hun rol bekend maken. De notulisten zitten aan de twee tafels aan kop en de rest zit willekeurig verdeeld over de zes andere tafels.

### Fase 3: Start spel (45-60 min)

Als iedereen goed zit start het spel. De acht opdrachten liggen op tafel en de groepjes bepalen zelf welke opdracht ze als eerste maken. Bij elke opdracht is het nummer aangegeven. De leerlingen lossen in de groep de vraag op en geven hem aan de notulisten. Die controleren correctheid en notatie en leveren de opdracht in, of geven hem terug omdat hij gecorrigeerd of aangevuld moet worden. Zij doen de eindredactie. Als hij is ingeleverd bij de docent kijkt de docent de opdracht na en noteert het aantal punten voor die opdracht op het bord. Elke opdracht is maximaal 10 punten waard.

### Fase 4: Einde spel. (5 min)

De balans wordt opgemaakt. Per groepje wordt gevraagd wie zij denken dat de mol is. Iedere kandidaat (en de mol zelf, anders valt het op) moet opschrijven wie de mol is. Dan volgt de bekendmaking van de mollen. Wie het goed heeft krijgt bonuspunten, degene die het fout heeft niet.

### Fase 5: (30 min)

Punten tellen per leerling en verwerken in het Excel bestand. Spel afsluiten en tafels terugzetten.

### Fase 6: (indien tijd over)

Begin maken aan de dossieropdracht: de opgaven netjes en correct uitwerken en bundelen.

## Scoreschema

<i>Opdracht</i>	<i>Team 1</i>	<i>Team 2</i>	<i>Team 3</i>	<i>Team 4</i>
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

Mol	Notulist
Notulist	Kandidaat
Kandidaat	Kandidaat
Kandidaat	Kandidaat

Mol	Notulist
Notulist	Kandidaat
Kandidaat	Kandidaat
Kandidaat	Kandidaat



## Uitwerkingen van de opdrachten

### Opdracht 1 – Zelfde helling

$$f'(x) = x^4 - 3x^2 - 1$$

$$g'(x) = -5x^2 + 2$$

Gelijkstellen en oplossen:

$$x^4 - 3x^2 - 1 = -5x^2 + 2$$

$$x^4 + 2x^2 - 3 = 0$$

Substitueer  $p = x^2$

$$p^2 + 2p - 3 = 0$$

$$(p + 3)(p - 1) = 0$$

$$p = -3 \vee p = 1$$

Terug naar  $x$

$$x^2 = -3 \vee x^2 = 1$$

$$K.N. \quad x = -1 \vee x = 1$$

In de punten  $x = -1$  en  $x = 1$  zijn de hellingen van  $f$  en  $g$  gelijk.

### Opdracht 2 – Parabool

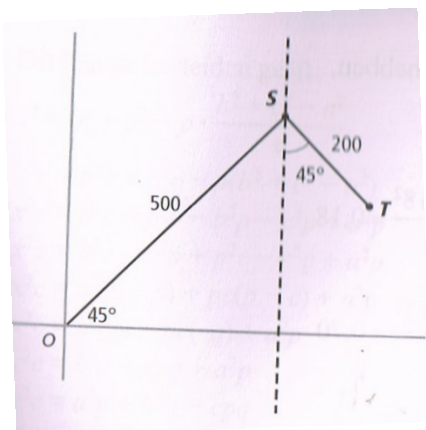
Topvorm:  $y = -2(x - 4)^2 + 8$

De top is  $T(4, 8)$ .

Nulpuntsvorm:  $y = -2(x - 2)(x - 6)$

De nulpunten zijn  $(2, 0)$  en  $(6, 0)$ .

### Opdracht 3 – Speurtocht



Na de eerste 500 meter wordt punt  $S(500 \cos 45, 500 \sin 45)$  bereikt.

Daarna punt  $T(500 \cos 45 + 200 \sin 45, 500 \sin 45 - 200 \cos 45)$ .

Dit is bij benadering het punt  $T(494, 97, 212, 13)$ .

## Opdracht 4 – Verzameling parabolen

B  $b = 0$

C  $b = 2$

D  $b = 4$

## Opdracht 5 – Oplossing

Als  $x = 5$  moet er nul uitkomen, eerst  $a$  berekenen.

$$5^2 - 20a + 4a^2 - 4 = 4a^2 - 20a + 21 = 0 \rightarrow a = 1,5 \vee a = 3,5$$

$$a = 1,5: \rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \rightarrow (x - 5)(x - 1) = 0 \rightarrow x = 1 \vee x = 5$$

$$a = 3,5: \rightarrow x^2 - 14x + 45 = 0 \rightarrow (x - 9)(x - 5) = 0 \rightarrow x = 9 \vee x = 5$$

**Dus de andere oplossing is 1 of 9.**

## Opdracht 6 – Raaklijn

$$f'(x) = x^2 + 6x + 1$$

Als de raaklijn van de vorm van  $y$  moet zijn, moet de helling gelijk zijn aan  $-4$ .

$$x^2 + 6x + 1 = -4$$

$$x^2 + 6x + 5 = 0$$

$$(x + 5)(x + 1) = 0$$

$$x = -5 \vee x = -1$$

$$x = -5: f(-5) = 24\frac{1}{3} \rightarrow 24\frac{1}{3} = -4 \cdot -5 + c \rightarrow c = 4\frac{1}{3}$$

$$x = -1: f(-1) = -2\frac{1}{3} \rightarrow -2\frac{1}{3} = -4 \cdot -1 + c \rightarrow c = -6\frac{1}{3}$$

Voor de waarden  $4\frac{1}{3}$  en  $-6\frac{1}{3}$  zijn de raaklijnen van de vorm  $y = -4x + c$ .

## Opdracht 7 – Stelsel

Substitueren:

$$3x - 2\left(1\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}\right) = 1\frac{1}{2}$$

$$3x - 3x + 1\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2} \rightarrow 0x = 0$$

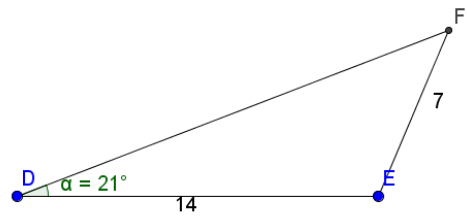
Het stelsel heeft oneindig veel oplossingen.

## Opdracht 8 – Twee mogelijkheden

Met de sinusregel kun je de grootte van  $\angle F$  bepalen.

$$\frac{\sin 21^\circ}{7} = \frac{\sin \angle F}{14}$$

$$\sin \angle F = 14 \cdot \frac{\sin 21^\circ}{7} \rightarrow \angle F = \sin^{-1}\left(14 \cdot \frac{\sin 21^\circ}{7}\right) \approx 45,8^\circ$$



**Mogelijkheid 1:**  $\angle F \approx 45,8^\circ$  ( $\approx 46^\circ$ ) en  $\angle E = 180^\circ - 21^\circ - 45,8^\circ = 113,2^\circ$  ( $\approx 113^\circ$ )

Volgens de symmetrie van de sinus kan  $\angle F$  ook  $180^\circ - 45,8^\circ = 134,2^\circ$  zijn.

**Mogelijkheid 2:**  $\angle F \approx 134,2^\circ$  ( $\approx 134^\circ$ ) en  $\angle E = 180^\circ - 21^\circ - 134,2^\circ = 24,8^\circ$  ( $\approx 25^\circ$ )

Reserve opdrachten

## Opdracht – Afstanden

$$PQ = 5$$

$$PF = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

Dus volgens de stelling van Pythagoras geldt dat  $PQ = PF$ .

$$XF = \sqrt{x^2 + \left(\frac{1}{4}x^2 - 1\right)^2} = \sqrt{x^2 + \frac{1}{16}x^2 - \frac{1}{2}x^2 + 1} = \sqrt{\frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{2}x + 1}$$

$$XQ = \sqrt{(x - x)^2 + \left(\frac{1}{4}x^2 - -1\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{2}x + 1}$$

Dus volgens de stelling van Pythagoras geldt dat  $XF = XQ$ .

## Opdracht – Trapezium

De driehoeken ABS en CDS zijn gelijkvormig.

$$CS = \frac{12}{42} \cdot 33 \approx 9,4$$

$$AS = AC - CS = 33 - 9,4 \approx 23,6$$

Berekening van AD:

$$DS = CS = 9,4 \text{ en } AS = 23,6.$$

De bovenste hoek van S ( $\angle DSC$ ) berekenen met de cosinusregel:

$$12^2 = 9,4^2 + 9,4^2 - 2 \cdot 9,4 \cdot 9,4 \cdot \cos \angle DSC \rightarrow \angle DSC = 79^\circ$$

$$\angle ASD = 180^\circ - 79^\circ = 101^\circ \text{ (want gestrekte hoek).}$$

Nu kan AD berekend worden met de cosinusregel.

$$AD^2 = 9,4^2 + 23,6^2 - 2 \cdot 9,4 \cdot 23,6 \cdot \cos 101$$

$$AD \approx 27$$