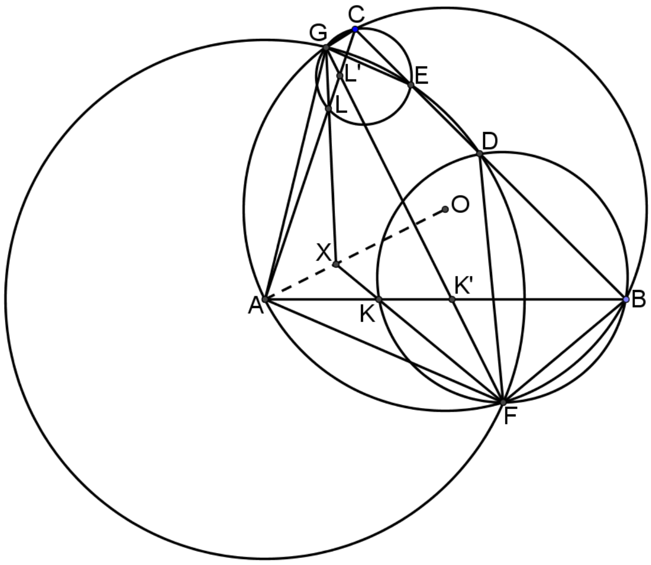
Een alternatief bewijs:

Driehoek ABC heeft omgeschreven cirkel Ω en middelpunt O. Een cirkel Γ met middelpunt A snijdt het lijnstuk BC in de punten D en E, zodanig dat B, D, E en C allemaal verschillend zijn en in deze volgorde op BC liggen. Laat F en G de snijpunten van Γ en Ω zijn, zodanig dat A, F, B, C en G in deze volgorde op Ω liggen. Zij K het tweede snijpunt van de omgeschreven cirkel van driehoek BDF en het lijnstuk AB. Zij L het tweede snijpunt van de omgeschreven cirkel van driehoek CGE en het lijnstuk CA.
Veronderstel dat de lijnen FK en GL verschillend zijn en elkaar snijden in het punt X. Bewijs dat X op de lijn AO ligt.



Neem de snijpunten van FG met AB en AC en noem ze K' en L'. Het is nog steeds een slim plan om aan te tonen dat X op de middelloodlijn van FG ligt, dus dat driehoek FXG gelijkbenig is. In hoeken moeten we laten zien dat $\angle KFK' = \angle XFG = \angle XGF = \angle LGL'$.
Laten we nu uitgaan van $\angle KFK'$. Uit de buitenhoekstelling in driehoek KFK' volgt dat $\angle KFK' + \angle FKK' = \angle BK'F$, oftewel $\angle KFK' = \angle BK'F - \angle FKK'$. Over beide hoeken aan de rechterkant kunnen we wel iets zeggen. Uit de hoekensom in driehoek $BK'F$ volgt dat $\angle BK'F = 180^\circ - \angle BFK' - \angle FBK' = 180^\circ - \angle BFG - \angle FBA$. Uit boog BF volgt dat $\angle FKK' = \angle FKB = \angle FDB$. Dit samennemend kunnen we ook zeggen dat $\angle KFK' = 180^\circ - \angle BFG - \angle FBA - \angle FDB$. Gelukkig kunnen we over de hoeken die we nu aan de rechterkant hebben staan nog meer zeggen. Uit koordenvierhoek $FBCG$ volgt dat $180^\circ - \angle BFG = \angle BCG$. Omdat $|AF|=|AG|$ en AF en AG beide koorden zijn van Ω, weten we doordat bij gelijke bogen gelijke hoeken horen, dat $\angle FBA = \angle ACG$ en uit het feit dat $FDEG$ een koordenvierhoek is, volgt dat $\angle FDB = 180^\circ - \angle FDE = \angle FGE = \angle L'GE$. We zien nu dat geldt dat $\angle KFK' = \angle BCG - \angle ACG - \angle L'GE = \angle BCA - \angle L'GE = \angle ECL - \angle L'GE$. Ten slotte merken we op dat uit koorde EL volgt dat $\angle ECL = \angle EGL$ waardoor we zien dat $\angle KFK' = \angle EGL - \angle L'GE = \angle LGL'$ en daarmee is de opgave ook opgelost.