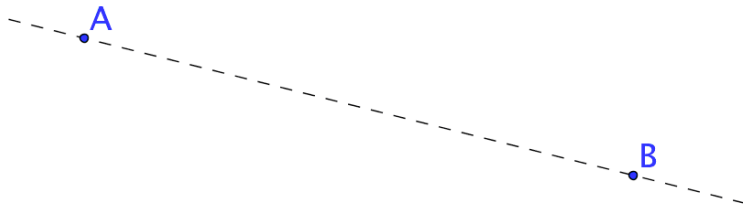


Oplossing van Just Bent / draaivermenigvuldiging Vouwoplossing zonder liniaal voor elfjarigen

Als je een rechte lijn wilt maken op een blaadje, dan kun je die krijgen door het blaadje te vouwen.

Het fijnst gaat dat, als het blaadje niet te dik is. Als je een beetje door het blaadje heen kunt kijken, dan zie je waarop je vouwt.

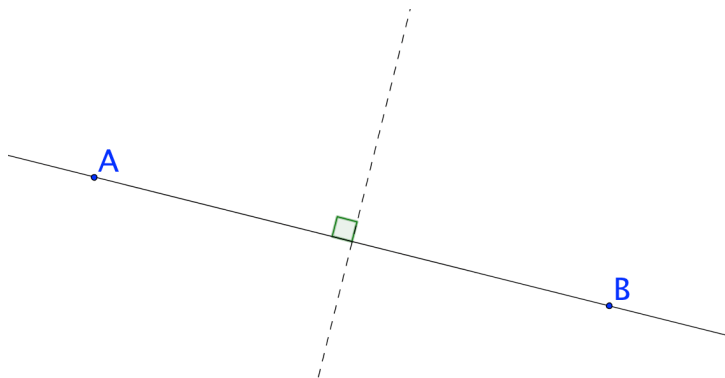
Met enige oefening lukt het bijvoorbeeld om een vouw te maken die precies door twee punten gaat.



Je weet misschien al wat een rechte hoek is. Ik laat je zien hoe je gemakkelijk een rechte hoek kunt vouwen.

Je vouwt gewoon een andere lijn dubbel.

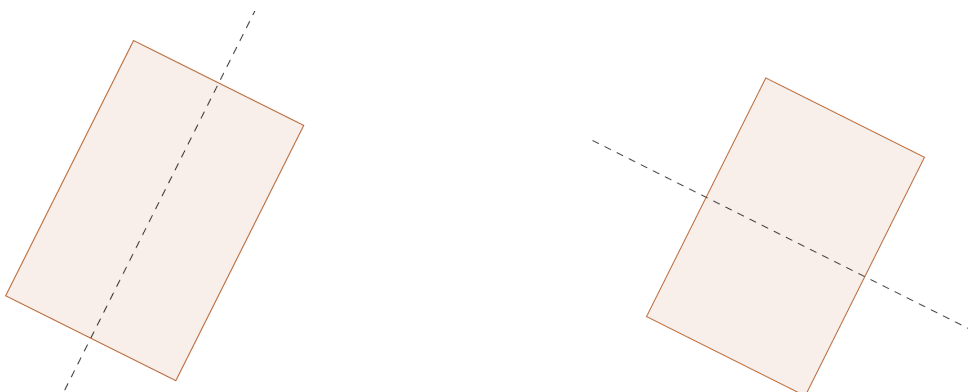
De twee lijnen maken dan een rechte hoek. (We zetten er dan zo'n groen blokje in)



Door een paar keer een rechte hoek te vouwen kun je gemakkelijk een rechthoek maken,

Over een rechthoek wil ik een paar dingen vertellen.

Je kunt hem op twee manieren dubbelvouwen:

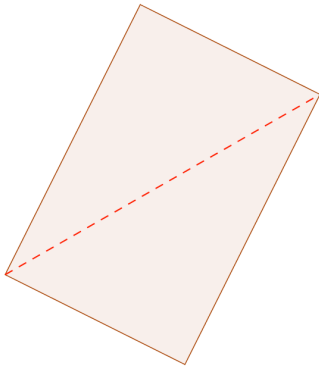


Als je een vorm kunt dubbelvouwen (zodat de helften precies op elkaar passen) dan heet de vorm *symmetrisch*. De twee helften zijn dan elkaars spiegelbeeld. Dat kan bijvoorbeeld bij een hartje op een manier, bij een rechthoek op twee manieren en bij een cirkel op ontelbaar veel manieren.

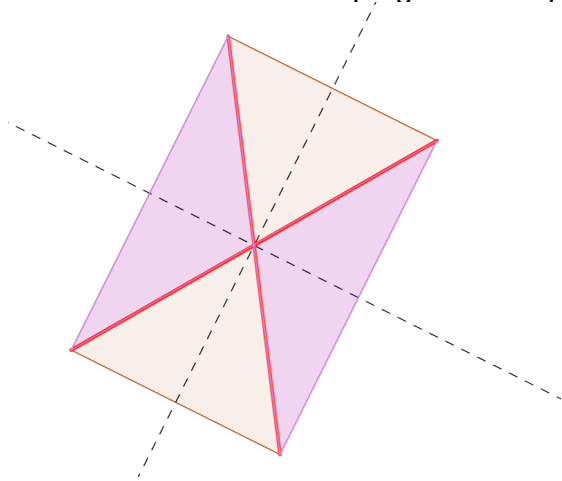
Een plaatje met twee cirkels kun je ook altijd dubbelvouwen als je maar zorgt dat de vouw door beide middens van de cirkels gaat.

Terug naar de rechthoek.

Je kunt de rechthoek ook schuin vouwen. De helften passen dan niet op elkaar. Toch zie je wel dat de helften precies gelijk zijn.



Je kunt dat laten zien door de rechthoek ook door de andere twee punten schuin te vouwen en dan zie je dat de beide driehoeken in twee stukjes verdeeld worden die twee aan twee elkaars spiegelbeeld zijn.



Je ziet dat de vierhoek zo in 8 gelijke driehoekjes verdeeld wordt.

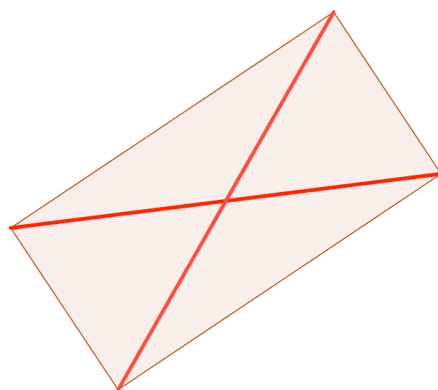
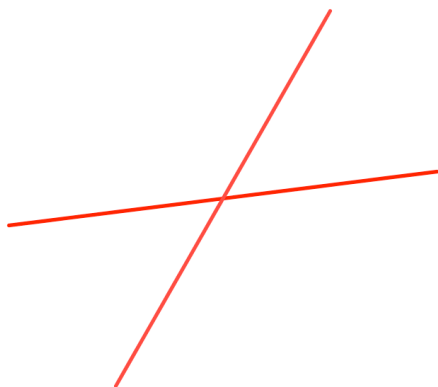
Je ziet ook dat in een rechthoek altijd een soort X zit met 4 gelijke pootjes. Omgekeerd: heb je een X met 4 gelijke pootjes, dan kun je er een rechthoek omheen tekenen.

Daarmee kunnen we ook op een andere manier een rechthoek vouwen.

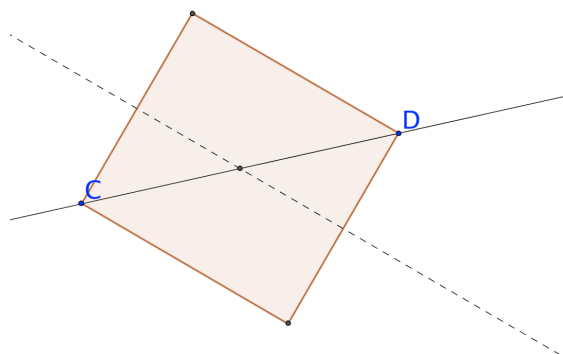
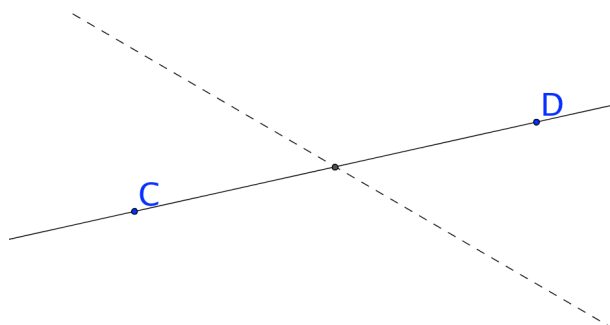
Je hebt twee punten C en D met een lijn er doorheen.

Vouw de punten op elkaar en je vindt het midden.

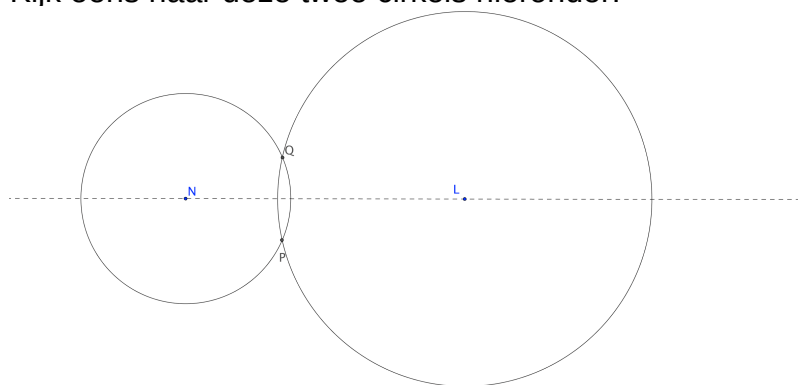
Maak nu nog een vouw door het midden (het maakt niet uit hoe schuin).



C en D vormen dan samen met hun spiegelbeelden een rechthoek. (Zie je de X?)

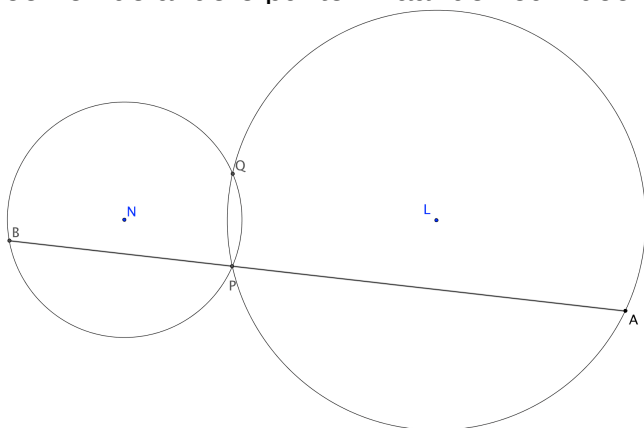


Kijk eens naar deze twee cirkels hieronder.

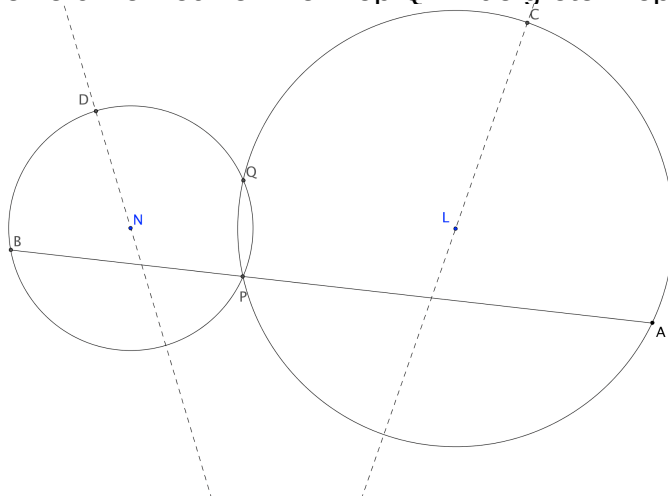


Die kunnen we op elkaar vouwen, zoals je weet. Dan komen P en Q op elkaar. Nu vouwen we zomaar een lijn door het punt P.

We noemen de andere punten waar de vouw door de cirkels gaat A en B.



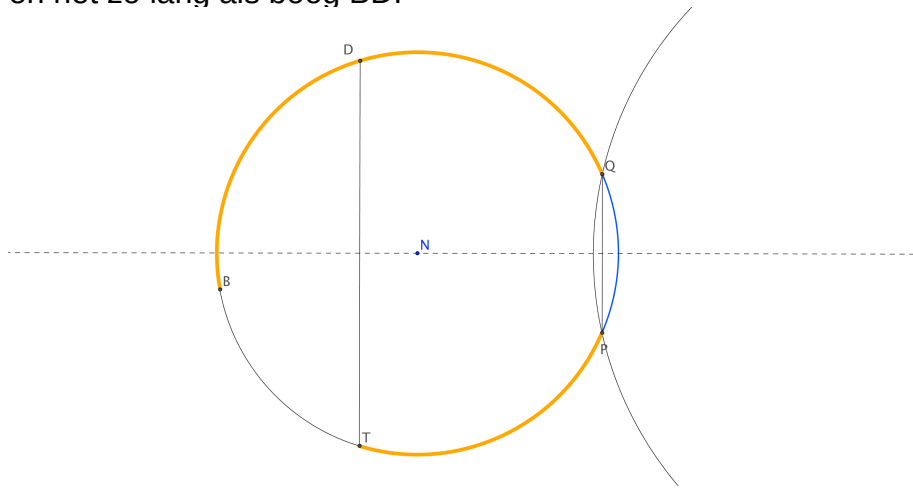
In de kleine cirkel vouwen we B op Q. In de grote A op



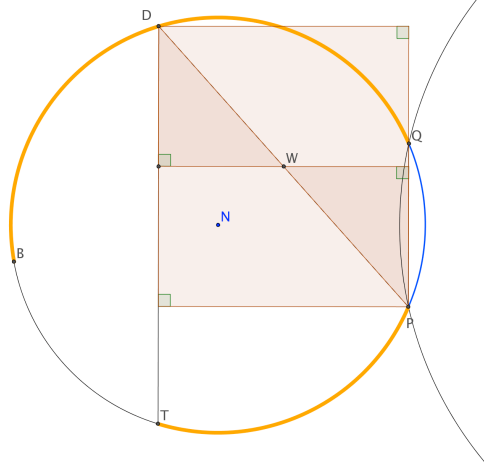
Q

Zo vinden we D en C (precies de middens van bogen BQ en AQ)

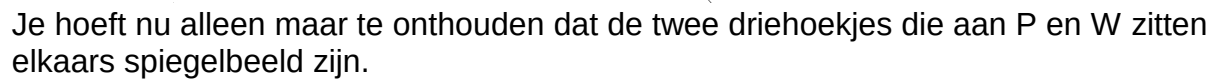
Als je nu P op Q vouwt, zodat D op T komt, dan is boog DQ net zo lang als boog PT en net zo lang als boog BD.



En je kunt een rechthoek maken zoals in het volgende plaatje.

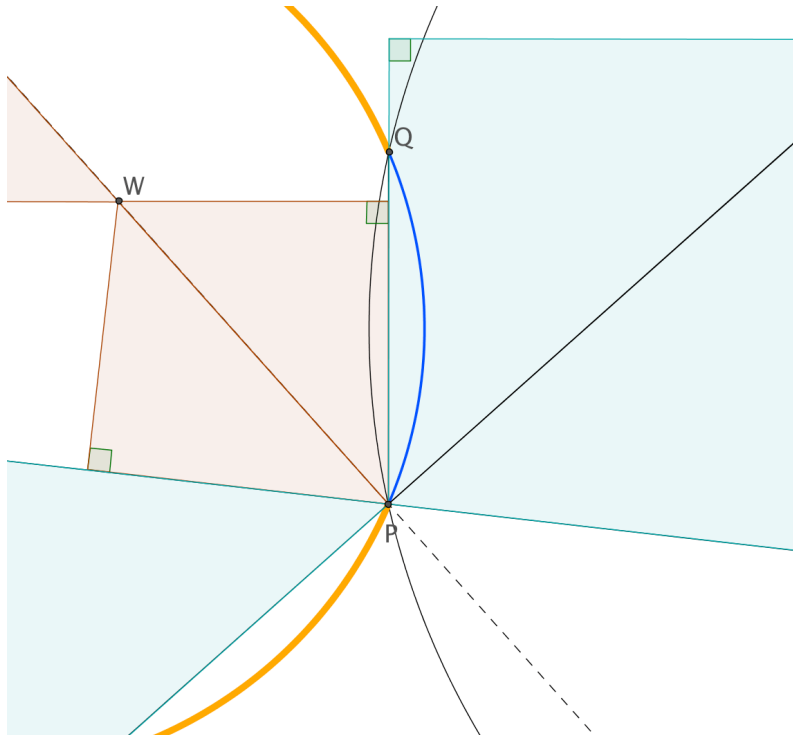


Je kunt vervolgens de bogen PT en BD op elkaar vouwen en dan ontstaat er een derde driehoekje dat ook weer precies gelijk is.



Nu zoomen we in op punt P.

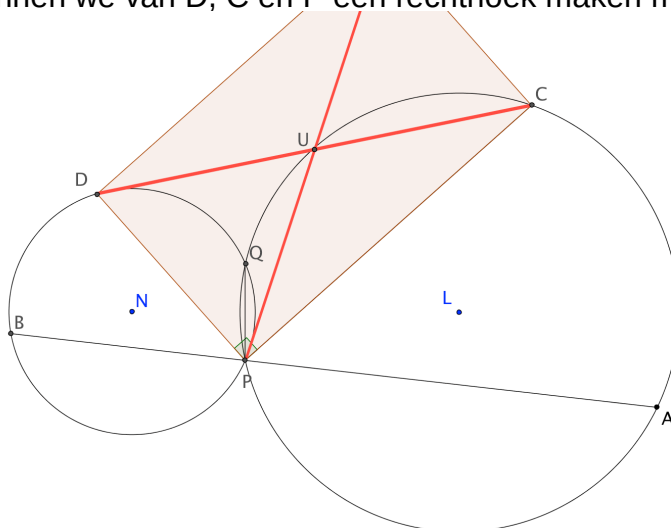
Als je de lijn door C en P een stukje doortrekt, dan vormen de lijnen door CP en AB een X.



Als we vouwen met de vouw op WP dan past de lijn door C en P dus op zichzelf (groen past op groen en bruin past op bruin)

Dan moet de hoek die DP en CP maken dus recht zijn!

En dus kunnen we van D, C en P een rechthoek maken met een X erin:



Die rechthoek is het enige wat je hoeft te onthouden.

Nu weer iets anders.

Als je B op P vouwt, dan vind je E (het midden van boog BP)



Hoe komt dat?

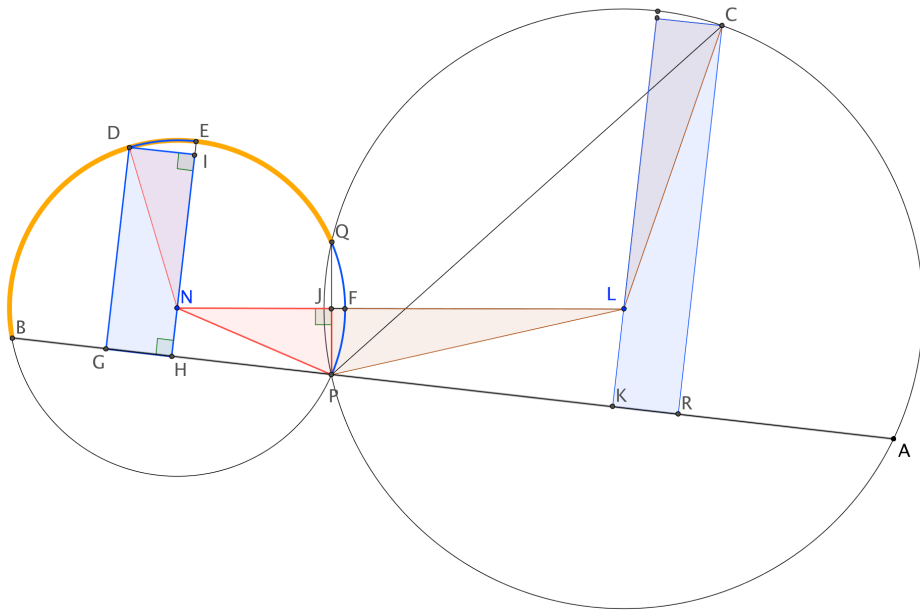
De oranje bogen (BD en DQ) zijn even lang en de blauwe bogen (PF en QF) zijn ook even lang.

Vouw nu I op H (het midden van BP) en D op G

[illegible]

In de grote cirkel kunnen we precies hetzelfde kunstje doen.

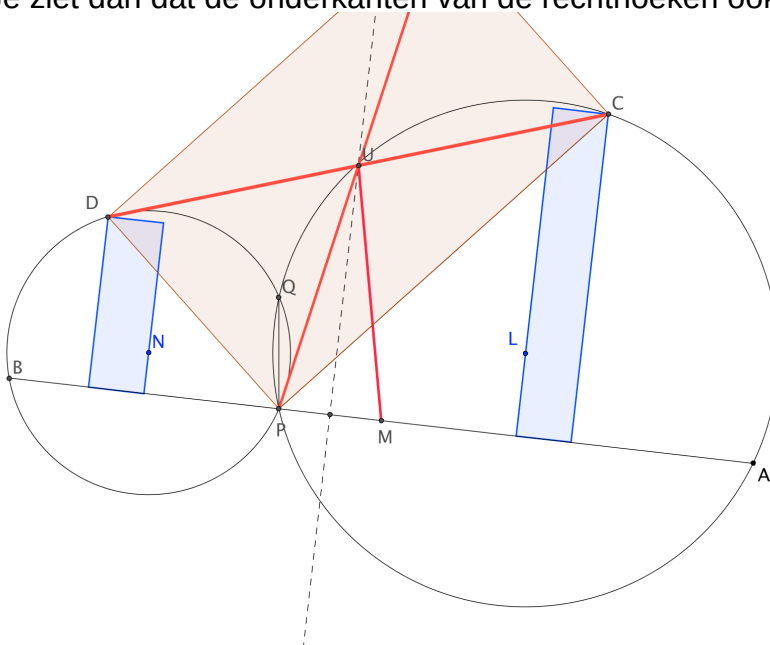
Kun je nu zelf zien waarom GH precies net zo lang is als KR?



We kijken weer naar de grote rode X.

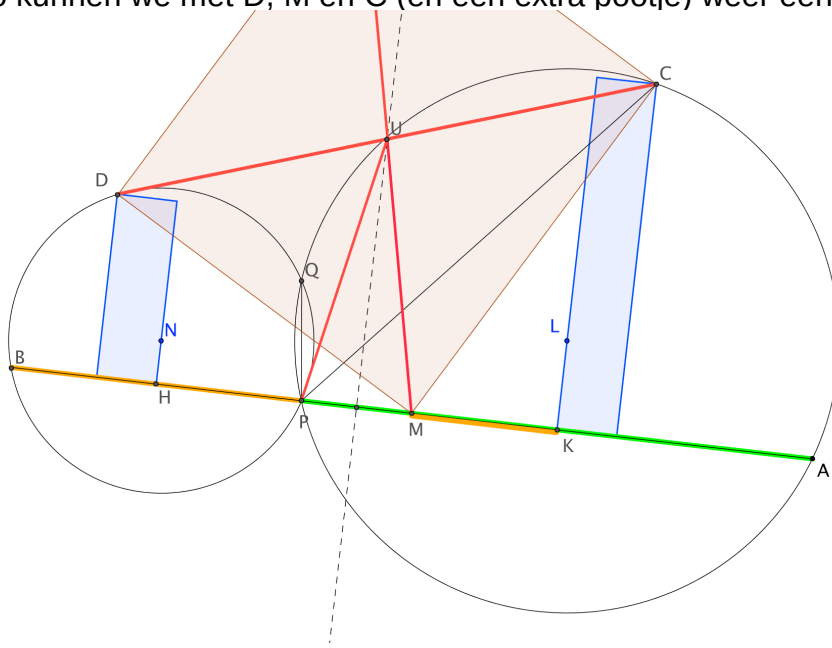
We vouwen de lijn AB op zichzelf, zo dat de vouw door het midden gaat van CD (U)

Je ziet dan dat de onderkanten van de rechthoeken ook precies op elkaar passen.



Poot PU heeft als spiegelbeeld UM en dus is UM even lang.

Zo kunnen we met D, M en C (en een extra pootje) weer een nieuwe X maken.



Tot slot:

Je weet dat HB even lang is als HP en even lang als MK wegens het vouwen.

AK en PK zijn ook even lang.

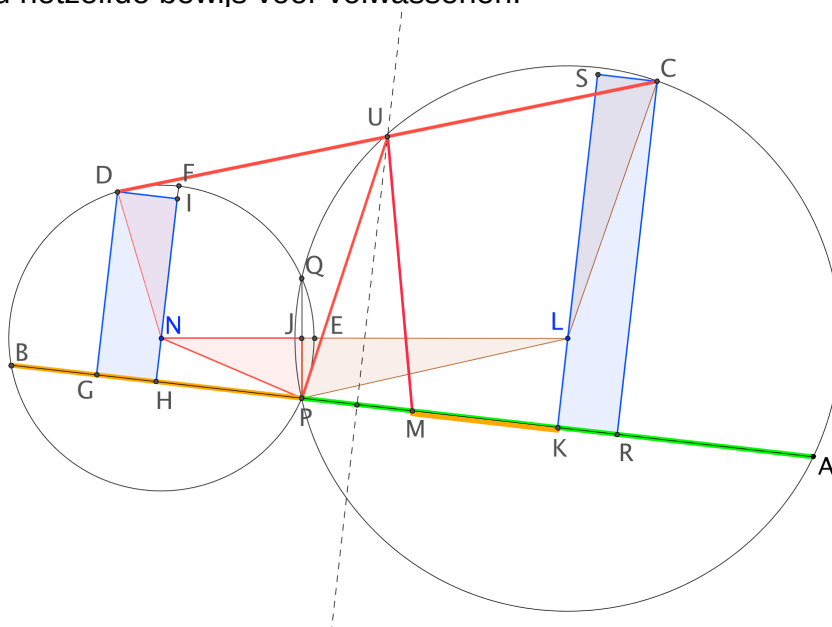
Dan is 1 x groen en 1 x oranje weer de helft van 2x groen en 2 x oranje.

Dus M is het midden van AB.

Was dat nou alles?

Ja, dat was alles.

Nu hetzelfde bewijs voor volwassenen:



N en L zijn de middelpunten van de cirkels.

Wegens bissectrices weten we dat $\angle DPC$ recht is en dus dat $DU = UP = UC$

F is het midden van de grote boog BP en dus $FH \perp AB$.

Boog FD is dus de helft van boog PQ oftewel boog FD = boog PE.

Daarom is $\triangle NPJ \cong \triangle NDI$ (de rode driehoeken)

Evenzo aan de andere kant $\triangle JPL \cong \triangle SCL$

Dat geeft $GH = KR$

Als we nu spiegelen in de lijn door U loodrecht op AB, dan is het beeld van P gelijk aan M.

M is het midden van AB, want $AK = \frac{1}{2} AP$ en $MK = \frac{1}{2} BP$.

Dus $UM = UD = UC$ en dus is $\angle DMC = 90^\circ$