

E U C L I D E S

vakblad voor de wiskundeleraar

februari

09

nr

4

jaargang 84

Modelleren

Prikkels in de klas

MapleTA

Kangoeroe

25 jaar Ars et Mathesis

Cardinael

Jaarrede 2008
en ereleden



Orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

COLOFON

f e b r u a r i

0 9

n r 4

j a a r g a n g 8 4

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.

Het blad verschijnt 8 maal per verenigingsjaar.

ISSN 0165-0394

Redactie

Bram van Asch

Klaske Blom, hoofdredacteur

Rob Bosch

Hans Daale

Gert de Kleuver, voorzitter

Dick Klingens, eindredacteur

Wim Laaper, secretaris

Marjanne de Nijs

Joke Verbeek

Inzendingen bijdragen

Artikelen en mededelingen naar de

hoofdredacteur: Klaske Blom,

Westerdoksdijk 39, 1013 AD Amsterdam

E-mail: redactie-euclides@nvvw.nl

Richtlijnen voor artikelen

Tekst liefst digitaal in Word aanleveren; op papier in drievoud. Illustraties, foto's en formules separaat op papier aanleveren: genummerd, scherp contrast.

Zie voor nadere aanwijzingen:

www.nvvw.nl/euclricht.html

Realisatie

Ontwerp en vormgeving, fotografie, drukwerk en mailingservices

De Kleuver bedrijfscommunicatie b.v.

Veenendaal, www.dekleuver.nl

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Website: www.nvvw.nl

Voorzitter

Marian Kollenveld,

Leeuwendaallaan 43, 2281 GK Rijswijk

Tel. (070) 390 70 04

E-mail: voorzitter@nvvw.nl

Secretaris

Kees Lagerwaard,

Eindhovensingel 15, 6844 CA Arnhem

Tel. (026) 381 36 46

E-mail: secretaris@nvvw.nl

Ledenadministratie

Elly van Bommel-Hendriks,

De Schalm 19, 8251 LB Dronten

Tel. (0321) 31 25 43

E-mail: ledenadministratie@nvvw.nl

Helpdesk rechtspositie

NVvW - Rechtspositie-Adviesbureau,

Postbus 405, 4100 AK Culemborg

Tel. (0345) 531 324

Lidmaatschap

Het lidmaatschap van de NVvW is inclusief Euclides.

De contributie per verenigingsjaar bedraagt voor

- leden: € 57,50
- leden, maar dan zonder Euclides: € 35,00
- studentleden: € 28,00
- gepensioneerden: € 35,00
- leden van de VVWL: € 35,00

Bijdrage WvF (jaarlijks): € 2,50

Betaling per acceptgiro. Nieuwe leden dienen zich op te geven bij de ledenadministratie.

Opzeggingen moeten plaatsvinden vóór 1 juli.

Abonnementen niet-leden

Abonnementen gelden steeds vanaf het eerstvolgende nummer.

Niet-leden: € 55,00

Instituten en scholen: € 140,00

Losse nummers zijn op aanvraag leverbaar: € 17,50

Betaling per acceptgiro.

Advertenties en bijsluiters

De Kleuver bedrijfscommunicatie bv:

t.a.v. Annemieke Boere

Kerkewijk 63, 3901 EC Veenendaal

Tel. (0318) 555 075

E-mail: a.boere@dekleuver.nl



KORT VOORAF

[Klaske Blom]

Bijna voorjaarsvakantie

Beloofd, dit is de laatste keer dat ik mijn 'kort vooraf' begin met een verwijzing naar een (komende of voorbij) vakantie. Een typische onderwijsgewoonte zal het zijn om van vakantie naar vakantie te leven en belangrijke data te relateren aan de afstand tot een vakantie. Pas zei iemand me: 'Het toch logisch is dat jullie dat doen, de vakanties zijn toch ook de weinige plezierige bijkomstigheden van lesgeven?' Ik weet niet zo goed wat ik daarvan moet denken. Weinig – plezierig – bijkomstig? Het is waar, het is prettig en ook meestal hard nodig om bij te komen en bij te werken. Maar, ik heb het er niet meer over nadat ik u vast een fijne voorjaarsvakantie gewenst heb, met lekker veel tijd om te lezen, onder andere *Euclides* nummer 4.

Inspirerend

U vindt in dit nummer relatief veel verslagen naar aanleiding van speciale evenementen zoals het Groot Zwolsch Bartjens Rekendictee (verslag Marianne de Nijs en Joke Verbeek), de Ars et Mathesis-dag (verslag Wim Laaper), de Kangoeroe reken- en wiskundewedstrijd en de Nederlandse Wiskunde Olympiade (verslag Wim Laaper). Ik heb eerlijk gezegd geen idee of bij elk vak zoveel leuke activiteiten en dagen georganiseerd worden, maar ik prijs mezelf gelukkig met het aanbod voor wiskundedocenten. Zo was ik op 10 januari op het Wintersymposium, jaarlijks georganiseerd door het KWG. Op het programma stonden drie bijzonder interessante lezingen. U mist veel moois als u dergelijke bijeenkomsten aan u voorbij laat gaan. Misschien zijn de onderwerpen niet altijd direct toepasbaar in de klas, maar inspirerend zijn ze wel. Ik hoop dat u in 2009 veel van dit soort dagen zult bezoeken en het liefst zie ik hierover dan ook nog een artikel van uw hand verschijnen!

Bij het lezen van het verslag van de AetM-lustrumdag kreeg ik enorme spijt dat ik die dag gemist heb. Heuglijk feit was dat Hans de Rijk, misschien beter bij u bekend onder zijn pseudoniem Bruno Ernst, tijdens deze dag een koninklijke onderscheiding kreeg. Vanaf deze plek willen we Hans graag van harte feliciteren met zijn benoeming tot Officier in de Orde van Oranje-Nassau!

In de klas

Mocht u helemaal geen zin hebben in al die extra activiteiten maar vooral geïnteresseerd zijn in concrete lesideeën, dan vindt u gelukkig ook veel van uw gading. Paul van Gorsel beschrijft zijn ervaringen met MapleTA in een brief aan een collega. Zijn eerste schreden op dit terrein vormen een heuse ontdekkingsreis; in zijn brief noemt hij de voor- en nadelen van het programma. Ingrid Berwald won voor het IJsselcollege de Scholenprijs 2008 en werkt in het artikel 'Prikkel in de klas' hun idee uit.

Inmiddels zijn er diverse universiteiten waar modules Wiskunde D worden aangeboden. Nellie Verhoef e.a. zonden een artikel in waarin de ervaringen aan de Universiteit Twente centraal staan. Van een heel andere orde is 'Bedankt !!' van Jordy Kollenburg die inmiddels anderhalf jaar werkt aan de Zebilla Senior Secondary Technical School in Ghana; hij hoopt op een Nobelprijs ooit voor een van zijn leerlingen die zijn masterclass volgt.

En verder...

... vindt u mooie en tot nadenken stemmende bijdragen van Danny Beckers, Harm Jan Smid, Ton Lecluse en Frits Göbel. Charlotte Vlek vraagt met een poster uw aandacht voor het project 'Wiskunde in Perspectief'. En op de verenigingspagina's vindt u de jaarrede van Marian Kollenveld die ze uitsprak op de studiedag van 8 november j.l. Tot slot noem ik nog de bijdrage van het platform VVVO met een pleidooi voor facilitering van de correctietijd voor de tweede correctie. Maar voor we aan de tweede correctie kunnen gaan beginnen, moeten we eerst onze leerlingen nog naar het examen begeleiden.

Examen voorbereidingen

Inmiddels zijn de examenleerlingen over de helft met hun 'gewone' schooljaar. Nog even en we zitten weer midden in de intensieve examen voorbereidingen. Niet alleen voor onze leerlingen, ook voor onszelf geldt dat we goed geïnformeerd en voorbereid moeten zijn. Een van de belangrijke veranderingen bij de examens in de vernieuwde Tweede Fase van 2007 is, dat dit jaar de havo-leerlingen *geen formulekaart* meer bij hun examen mogen gebruiken. In de WiskundeE-brief nr. 478 (digitale nieuwsbrief voor wiskundedocenten; zie www.wiskundebrief.nl) geven Marja Bos en Gerard Koolstra informatie met betrekking tot het gebruik van formules/formulekaarten en rekenmachines bij de eerstkomende centrale examens vmbo/havo/vwo, waarbij ze verwijzen naar een belangrijke bron van informatie: www.examenblad.nl. Ik raad u aan hiervan kennis te nemen. En mocht u in één van de komende nummers uw ervaringen willen doorgeven met het voorbereiden van leerlingen op hun examens, dan bent u van harte uitgenodigd om te schrijven, en uiteraard ook over al het andere dat u bezig houdt met betrekking tot ons wiskundeonderwijs!

INHOUD

121	Kort vooraf [Klaske Blom]
122	Modelleren, hoe onderwijs je dat? [Nellie Verhoef e.a.]
125	Prikkel in de klas [Ingrid Berwald]
128	MapleTA [Paul van Gorsel]
133	De Nederlandse Wiskunde Olympiade 2008 [Wim Laaper]
135	Mededeling (Wiskunde & Onderwijs)
136	Bartjens Rekendictee [Marjanne de Nijs, Joke Verbeek]
137	Het Geheugen [Harm Jan Smid]
140	Bedankt !! [Jordy van Kollenburg]
142	Vanuit de oude doos [Ton Lecluse]
144	Tien redenen om met Kangoeroe mee te doen [Leon van den Broek]
146	25 jaar Ars et Mathesis [Wim Laaper]
148	Sybrandt Hansz. Cardinael 1578-1647 [Danny Beckers]
152	Klasseposter 'Wiskunde in Perspectief' [Charlotte Vlek]
152	Prijsvraag PI-dag [De Wiskundemeisjes en Hans Wisbrun]
153	Boekbespreking / Toegepaste wiskunde voor het HBO [Bram van Asch]
154	Jaarrede 2008, en meer [Marian Kollenveld]
158	Vacatures november 2008 [NVvW]
159	Bericht van het Platform VVVO [René van de Kraats]
160	Foto-impressie Jaarvergadering/ Studiedag 2008
162	Recreatie [Frits Göbel]
164	Servicepagina

Modelleren, hoe onderwijs je dat?

WAT ER TERECHTGEKOMEN IS VAN DE VISIE OP EEN DOMEIN IN WISKUNDE D

[Nellie Verhoef, Gerard Jeurnink en Brenny van Groesen]

Inleiding

Niemand kijkt vreemd op als dit artikel begint met de verzuchting dat de implementatie van onderwijsvernieuwingen, of curriculuminnovaties met een moeilijk woord, weerbarstig is. Wetenschappelijk onderzoek naar verschijningsvormen van vernieuwingen in het onderwijs bevestigt dit verlamende gevoel (Goodlad, 1994). Het ontwikkelteam van de module Modelleren, een kerngroep van UT- en wwo-docenten, had duidelijke eigen ideeën

bij de module; zie *Euclides*, maart 2007 (pp. 173-175). Zij werkten deze ideeën uit, zetten die op schrift, probeerden de module uit in de lespraktijk en gingen achteraf na wat leerlingen ervan geleerd hadden; zie het schema **in tabel 1**.

Het liep in de praktijk echter anders. En dat verbaast niet, getuige de triple van verschijningsvormen bij onderwijsvernieuwingen; **zie tabel 2**.

Het verloop van de curriculumvernieuwing met de Twentse module Modelleren wordt hierna beschreven aan de hand van het schema van tabel 2.

De beoogde verschijningsvorm van de module

Modelleren is een lastig onderdeel, omdat je niet goed kunt voorspellen hoe lessen en leerprocessen van leerlingen zullen verlopen. De fases die het modelleren van een (realistische) situatie typeren, laten heel wat ruimte toe voor verschillende oplossingswegen en keuzevariabelen. De doelen van de module Modelleren gaan over het eigen maken van de vaardigheid modelleren. Dat betekent dat leerlingen leren in (realistische) situaties te selecteren, te vereenvoudigen, en bekende wiskundige kennis en vaardigheden (technieken) toe te passen. Leerlingen leren zichzelf de juiste vragen te stellen. In operationele termen ligt de nadruk op het kunnen vertalen naar gekwantificeerde grootheden die de schakels vormen tussen werkelijkheid en model. De keuze van die grootheden is doorslaggevend voor de daaropvolgende wiskundige activiteiten. Het onderwijzen van deze vorm van leren (de didactiek) is anders dan gebruikelijk, en daarom voor docenten spannend en ongewis.

Concreet zullen leerlingen, uitgaande van een onderzoekende houding zich een voorstelling moeten kunnen maken van het verschijnsel in de werkelijkheid (1), die voorstelling vertalen naar meetbare grootheden (2), en naar relaties daartussen (3), om die met wiskundige technieken te bewerken (4), en te interpreteren in de oorspronkelijke werkelijkheid (5). Voor de leerling geeft deze aanpak een duidelijk inzicht in het interpreteren van de eventuele oplossing.

Component	Omschrijving in de lespraktijk
Rationaal	Gedrag: strippen op de (persoonlijke) virtuele
Doel	De mogelijkheid om zelfbrekend te werken
Inhoud	(Her)ontwikkeling situaties die zich voordoen
Technische vaardigheden	Uitbreiden: Vragen stellen en beantwoorden
Relatieve vaardigheden	Epische vaardigheden
Methodische vaardigheden	Methodische vaardigheden: wiskundige technieken
Werkvorm	Een groep van leerlingen werkt samen
Werkruimte	Interactieve ruimte
Tijd	Scholen en thuis
Taal	Wiskunde

Zie: *Euclides*, maart 2007, pp. 173-175. *Euclides*, maart 2007, pp. 173-175.

tabel 1 Curriculumcomponenten

Verschijsingsvorm	Omschrijving
Beoogd	Actie
Beoogd	Techniek
Beoogd	Gedrag
Beoogd	Opdracht
Beoogd	Opdracht
Beoogd	Opdracht
Beoogd	Opdracht
Beoogd	Opdracht
Beoogd	Opdracht
Beoogd	Opdracht

Zie: *Euclides*, maart 2007, pp. 173-175. *Euclides*, maart 2007, pp. 173-175.

tabel 2 Verschijningsvormen van een curriculumvernieuwing

Hoe kunnen docenten dit proces sturen?

Idealiter vervult de docent de rol van *expert*, *model* en *coach*. De docent is *expert* omdat hij de wiskundige theorie gedegen beheerst en als 'meester-gezel' op zijn leerlingen overdraagt. Als *model* laat de docent – door voor te doen – zien hoe je wiskundige technieken toepast en hoe je verbanden legt met bestaande kennis en vaardigheden. Hij laat bijvoorbeeld zien hoe je een verschijnsel in de werkelijkheid zou kunnen beschrijven met wiskundige termen, hoe je verbindende relaties wiskundig vertaalt en hoe je problemen die zich voordoen oplost. Als *coach* zet hij leerlingen aan het nadenken met opmerkingen als: waarom geef je het op? Denk je dat je aannahme klopt? Hoe kom je daarachter? Wat kan helpen om het probleem op te lossen? Wat moet je weten voordat je verder kunt? Waarom probeer je dit idee niet uit? In alle gevallen is de docent erop gericht zichzelf zo snel mogelijk overbodig te maken zodat de leerling zelfstandig verder kan werken.

De geïmplementeerde verschijningsvorm van de module

In de UT-kerngroep is ervoor gekozen het lesmateriaal te verdelen in materiaal voor leerlingen en achtergrondmateriaal voor docenten. Het enige verschil is dat het docentenmateriaal extra informatie bevat: uitwerkingen van opdrachten, hints en tips voor leerlingen, en verdiepingsstof voor de docent zelf. Het leerlingenmateriaal begint met een startmodule (zie www.wiskundesteun.nl; kies de link naar Twente), een soort eerste voorbeeldmodule (20 slu) om in een eenvoudige situatie te ervaren hoe het proces van het modelleren verloopt. Op de startmodule volgen nog andere modules: Wave en golven, Golven en tsunami's, en Verkeer en files. De afsluiting van de modules vindt plaats door presentaties van leerlingen in aanwezigheid van UT-medewerkers. De verwachting was dat de aansluiting daarmee ingebed zou zijn.

De beschrijving in dit artikel gaat over eerste praktijkervaringen met de startmodule bij docenten Xandra Snoeker op het Stedelijk Daltoncollege in Zutphen en Gerard Stroomer op het Liemerscollege in Zevenaar.

Vanwege de formulering van de eerste vraag in de startmodule over de kijkafstand (zie *figuur 1*) gaan de leerlingen ervan uit dat er een exact antwoord gegeven moet worden.

Kijkafstand

Iemand staat op een vlak midden op een rustige (vlakke) zee. Hoe ver kan hij kijken?

Opgave 1

Probeer zelf een oplossing te vinden.

figuur 1

Maar, hoe kan dat nu als er geen getallen zijn om mee te rekenen (*kieszen van gekwantificeerde grootheden*)? De aanwijzing van de docent (coach) om eerst eens een schets van de situatie te maken, helpt. Al snel wordt er een cirkel getekend die de aarde moet voorstellen, met een mannetje dat staat te kijken en een kijklijn die raakt aan de cirkel (*wiskundige activiteit*). Een groepje leerlingen gaat op zoek naar een aardbol in het aardrijkskundelokaal en neemt die erbij om zich voor te stellen wat er aan de hand is. Hoe nu verder (*probleem*)?

Tijd voor de volgende aanwijzingen van de docent (expert): 'Kun je een driehoek tekenen?' en 'Welke eigenschappen heeft deze driehoek?' Nu komen de leerlingen op bekend terrein: een rechthoekige driehoek, twee bekende afstanden: de straal van de aarde en de lengte van de persoon die kijkt, de stelling van Pythagoras (*parate kennis over de stelling van Pythagoras gebruiken*).

Natuurlijk gebruikt elk groepje andere notaties. Om daarin eenheid te brengen zet de docent (expert) de situatie nog eens uiteen op het bord en voorziet de verschillende afstanden van een letter. Hij doet voor (model) hoe de straal van de aarde berekend kan worden als je de omtrek van de evenaar weet (*koppelingen tussen verschillende kennisgebieden*)... en het eerste model staat op het bord.

Wat is nu de variabele in dit model: de lengte van degene die kijkt. Er komt een formule op het bord en het is gemakkelijk te onderzoeken hoe de lengte van de persoon de kijkafstand beïnvloedt (*parate kennis over het oplossen van vergelijkingen*). Dan stelt de docent (model) de vraag of dit model ook bruikbaar is op een andere planeet? Ja, dat kan volgens de leerlingen, als je voor de straal een ander getal invult. De straal is een voorbeeld van een parameter (*wiskundige activiteit*). Tenslotte besteedt de docent (expert) aandacht aan het feit dat de lengte van degene die kijkt verwaarloosbaar klein is ten opzichte van de straal van de aarde. Het model wordt nog wat vereenvoudigd (*wiskundige activiteit*).

Een volgende vraag (zie *figuur 2*) gaat over een zwemmer in nood.

Zwemmer in nood

Iemand staat op het strand aan de watertlijn. Schijn voor zich ziet hij een zwemmer in nood. Hoe kan hij zo snel mogelijk bij de zwemmer komen om hulp te bieden? Springt hij meteen in het water of loopt hij eerst een stuk langs het strand?

Opgave 5

Probeer zelf een oplossing te vinden.

figuur 2

Onmiddellijk wordt het antwoord berekend en *en passant* door aan aantal groepjes geconstateerd dat de verhouding tussen loop- en zwemsnelheid bepalend is voor wat je moet doen. Dit is slim bedacht, maar is alleen waar voor bepaalde combinaties van getallen (expert). Dus toch maar eens formules opstellen met behulp van Pythagoras en gebruik van de relatie $t = \text{afstand} / \text{snelheid}$, om daarna pas getallen in te vullen (*gekwantificeerde grootheden*). Dan komt de vraag: hoe bepaal je nu het minimum van t (*wiskundig probleem*)? In eerste instantie hebben de leerlingen geen idee (*ontbreken van parate kennis*). Als de docent (coach) suggereert dat de leerlingen misschien de GR kunnen gebruiken, realiseren ze zich dat wiskunde B-kennis hier toegepast kan worden. De formule wordt ingevoerd en geplot. Dan kan het maximum bepaald worden (*wiskundige activiteit*). Daar komt iets onverwachts uit (*probleem*). Enig speurwerk leert dat de afstanden in meters zijn ingevuld en de snelheden in km/uur. Een goede aanleiding om het met de leerlingen te hebben (expert) over dimensies en dat je in een model altijd moet controleren of die kloppen!

Als laatste is het griepmodel aan de beurt (*zie figuur 3*).

Griep epidemie

Griep is een besmettelijke ziekte die van mens tot mens wordt overgedragen. Als de griep opdrukt is er sprake van gezonde mensen, zieke mensen en mensen die ziek zijn geweest maar beter zijn geworden. Alleen zieke mensen stelen gezonde mensen aan. De gemiddelde ziekte duurt 4 dagen, daarna ben je opnieuw tijdelijk immuun geworden. Je begint op een bepaalde dag met 100.000 personen waarvan er 100 ziek en 500 immuun zijn. Hoe verloopt het aantal zieken per dag, hoeveel is dit maximaal? (Zie ook [www.digitalewiskunde.nl](#))

Opdracht 11

Probeer zelf een model voor het achtereenvolgende verspreiden van de griep te maken. Gebruik hiervoor de computer en het rekenblad Excel of

figuur 3

Daarvoor kunnen de leerlingen niet in één keer een oplossing vinden omdat het gaat om een proces dat zich afspeelt in de tijd en de variabelen afhankelijk van elkaar veranderen. Een heel ander soort probleem dus. Je kunt wel formules opstellen en die kwalitatief bekijken. Gebeurt er globaal wat je verwacht? Wat moet je in het model veranderen om te zorgen dat dat wel gebeurt (*kiezen van gekwantificeerde grootheden*)? De leerlingen hebben moeite dit zelf te

verzinnen (*probleem met interpreteren in de werkelijkheid*). De docent (model) laat de leerlingen op het bord zien hoe ze dit probleem kunnen aanpakken.

Na het stoeien met de drie modellen is het tijd om het over de modelleercyclus te hebben (expert). Dat blijkt lang niet zo interessant te zijn als het opstellen van de modellen. Het is wellicht te abstract? Het huiswerk waarin gevraagd wordt om eens terug te kijken en te benoemen wat er is gedaan tot nu toe wordt slecht of niet gemaakt (*motivatieprobleem*).

Na een klassikale evaluatie van de drie modellen en de modelleercyclus krijgen de leerlingen de opdracht om te kiezen uit een aantal contexten en daar een model bij te maken. In het vooruitzicht wordt gesteld een bezoek aan de UT met presentaties van hun ontworpen modellen!

De bereikte verschijningsvorm van de module

Het bezoek begint met een college – opgeluisterd met fotomateriaal en animaties – over tsunami's, hoe die ontstaan en wat de verwoestende gevolgen kunnen zijn (wiskundig gemodelleerd in de vervolgmodule Golven en tsunami's). Er worden verbanden gelegd met geofysica en theoretische natuurkunde. Een computer-

practicum hierover volgt in één van de pc-zalen van de universiteit. Voor de leerlingen is dat wel even wennen om in je eentje op een chique stoel met wielletjes achter een computer te zitten. Het bezoek aan de universiteit wordt na een lunch afgesloten met de leerlingpresentaties (*zie foto 1*) en een rondleiding over de UT-campus.



foto 1

De leerlingen krijgen 10 minuten de tijd om te laten zien wat ze hebben onderzocht en tot welke resultaten dat leidde. Elke presentatie eindigt met 5 minuten van vraag-en-antwoord. Onder het gehoor zijn medewerkers van de afdeling Toegepaste Wiskunde en van de Lerarenopleiding ELAN aanwezig. Bij de beoordeling wordt speciaal gelet op: de helderheid van het betoog, de keuze van de gekwantificeerde grootheden, de wiskundige activiteiten, de resultaten van het model in werkelijkheid, de presentatie, en de discussie naar aanleiding van de presentatie. De presentaties van de leerlingen gaan over:

- inblikken, de minimale vorm/afmetingen van een blik met inhoud van 1 liter;
- slingertijd, een formule die de slingertijd van een slinger beschrijft;
- brandstof, kiezen voor het autorijden op benzine, diesel of gas;
- straatverlichting, optimaliseren van de verhouding tussen kosten en verlichting.

Voor de leerlingen was het spannend om op een universiteit een presentatie te verzorgen. Op vragenlijsten achteraf reageerden de leerlingen als volgt:

- de inleiding over tsunami's was interessant (waardering: 7);
- het computerpracticum was wel leuk, maar voor veel leerlingen iets te gemakkelijk (waardering: 7,5);

Prikkels in de klas

[Ingrid Berwald]

- het presenteren was leuk en spannend, de aanwezigheid van medewerkers van de UT voegt echt iets toe, 10 minuten per presentatie is te weinig (waardering: 7,5);
- de dag als geheel is voor herhaling vatbaar (waardering 7,3);
- het contact met de studenten, met name tijdens de lunch, werd zeer op prijs gesteld; volgend jaar graag weer!

De implementatie van deze eerste module leverde voor de vo-docenten een gevoel op van 'zó, kan het ook!', en 'hier gebruik je dus wiskundige kennis en vaardigheden'. Het voelde als een verademing om niet in het keurslijf van alledag te opereren. Het blijft spannend, maar ook uitdagend. Voor UT-medewerkers was het een eye-opener om te zien en te ervaren hoe leerlingen met het modelleren bezig zijn, welke problemen ze ervaren, welke kennis ze paraat hebben, en welke kennis ze niet hebben. Een stukje tekst naar aanleiding van deze ervaringen in de laatste schoolkrant van het jaar maakt duidelijk dat de bereikte doelen te maken hebben met enthousiasme (van docenten en hun leerlingen) voor het vak wiskunde, met name als het over modelleren gaat, in combinatie met een werkbezoek aan de Universiteit Twente.

Met dank aan Xandra Snoeker, Stedelijk Daltoncollege Zutphen, en aan Gerard Stroomer, Liemerscollege Zevenaar.

Referenties

- J. van den Akker, U. Hameyer, W. Kuiper (eds.) (2003): *Curriculum landscapes and trends*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- J.I. Goodlad (1994): *The national Network of Educational Renewal*. In: Phi Delta Kappan, Vol. 75, 8 (7); pp. 632-638.

Over de auteurs

Prof.dr. Brenny van Groesen is als hoogleraar Toegepaste Analyse en Mathematische Fysica betrokken bij Wiskunde D, dr. Gerard Jeurnink is coördinator van het steunpunt Wiskunde D en dr. Nellie Verhoef is vakdidacticus wiskunde (ELAN). Allen zijn verbonden aan de Universiteit Twente.

In onderstaand artikel presenteert Ingrid Berwald het materiaal waarmee het IJsselcollege in Capelle aan den IJssel de 'Wiskunde Scholenprijs' 2008 heeft gewonnen. De Wiskunde Scholenprijs is door het Freudenthal Instituut ingesteld om scholen te stimuleren met hun sterke punten op het gebied van wiskundeonderwijs naar buiten te treden. Alle scholen voor voortgezet onderwijs kunnen meedingen in drie categorieën: vmbo (klas 1 t/m 4); havo/vwo onderbouw (klas 1 t/m 3); havo/vwo bovenbouw (klas 4 t/m 6). In elke categorie is 1.000 euro aan prijzengeld beschikbaar.

Citaat uit het 'Juryoordeel' over de inzending van het IJsselcollege: De jury is onder de indruk van de enorme rijkdom aan opgaven. Het aanleggen van het dossier appelleert aan positieve leerervaringen, de jury is dan ook niet verbaasd dat de leerlingen trots zijn op hun dossier. De opdrachten zijn zeer enthousiasmerend en motiverend, zeker omdat er voor de leerlingen ook nog te kiezen valt. Het is duidelijk dat hier heel veel vrije tijd en aandacht in zit, en het materiaal is zo mooi gemaakt dat het meteen te gebruiken is door al die mensen die dit niet zelf kunnen maken, maar wel iets goeds kunnen herkennen als ze het zien. Deze inzending is absoluut de hoofdprijs waardig!



Het IJsselcollege heeft dit jaar voor de tweede keer een prijs gewonnen met de 'Wiskunde Scholenprijs'. Deze keer met het onderwerp 'Wiskundedossier', op de school zelf bekend onder de naam 'Wiskundeprikkels'.

Meervoudige intelligentie

Op het IJsselcollege worden twee belangrijke uitgangspunten gehanteerd bij het vormgeven van het onderwijs. Er wordt gewerkt met lesblokken van 100 minuten en de lessen worden ingericht vanuit het idee van meervoudige intelligenties. Toen we gingen werken met lesblokken van 100 minuten, waren we als wiskundeleraars gedwongen onze lessen opnieuw in te richten. Hele blokken sommen maken uit het boek, bleek voor veel kinderen teveel. Er moest dus iets gebeuren. Onze school heeft zich laten inspireren door de ideeën van Howard Gardner.

Begin jaren tachtig ontwikkelde de Amerikaanse hoogleraar Howard Gardner

zijn theorie van de meervoudige intelligentie. Intelligentie is voor hem de bekwaamheid om problemen op te lossen of om iets bestaands aan te passen aan veranderende omstandigheden. Mensen blijken dat op verschillende manieren te doen. Ieder mens heeft tenminste acht verschillende intelligenties beschikbaar waarmee hij zijn talenten ontplooit. Gardner heeft ze genoemd: - Verbaal-linguïstisch (taalkundig, deze leerlingen schrijven hele verhalen bij antwoorden). - Logisch-mathematisch (logisch wiskundig, daar doen we al genoeg aan bij wiskunde). - Visueel-ruimtelijk (ook een wiskundige, maar ook creatief). - Muzikaal-ritmisch (behalve het opdreunen van de tafels, niet veel gebruikt bij wiskunde). - Lichamelijk-kinestetisch (motorisch, veel leerlingen vinden het prettig om zo wiskunde te leren). - Naturalistisch (deze leerlingen houden van ordenen, ook handig bij wiskunde). - Interpersoonlijk (samenwerken). - Intrapersoonlijk (oplossingen bij jezelf zoeken, denkers).

Het werken in lesblokken en het uitgangspunt van de meervoudige intelligentie heeft ervoor gezorgd dat de lesstof op verschillende manieren aangeboden wordt. De wiskundesectie heeft ervoor gekozen om bij elk hoofdstuk activiteiten en/of spannende opdrachten in te bouwen, waardoor de leerlingen de lesstof kunnen afwisselen, af en toe iets leuks doen, en wiskunde leren op verschillende manieren.

- 1 Teken in het midden van een blad de contouren van een plaatje.
- 2 Teken een cirkel om het plaatje.
- 3 Teken in de cirkel twee snijdende lijnen die niet loodrecht op elkaar staan.
- 4 Vul de cirkel met evenwijdige lijnen aan beide lijnen. Neem als afstand steeds 1 cm.
- 5 Vul de cirkel met een dambordpatroon.

Voorbeeld



figuur 1 Opdracht evenwijdige lijnen



figuur 2 Verborgen dolfijn

De opdrachten

In **figuur 1** staat een opdracht uit klas 1. Het is een oefening voor het tekenen van evenwijdige lijnen al hebben de leerlingen meer het idee dat ze een leuk plaatje aan het tekenen zijn. Het kleuren van het dambordpatroon valt trouwens ook niet mee en blijkt veel lastiger dan het lijkt. Veel jongens maken de Feyenoord F, ook dieren zijn populair (*zie figuur 2*).

De spannende opdrachten bleken niet voor het oprapen te liggen. Dat betekende dat er opdrachten gezocht en ontworpen moesten worden, en na een paar jaar ontstond er toch een hele verzameling. Door hun enthousiaste reacties hebben leerlingen zelf ervoor gezorgd dat de docenten door bleven gaan met zoeken en uitproberen, de opdrachten werden namelijk zeer goed ontvangen. Veel leerlingen kwamen steeds vragen om meer. De eerste jaren was het nog erg vrijblijvend, vorig jaar moesten de leerlingen een dossier bijhouden van de opdrachten die ze gedaan hebben. In hun dossier moeten havo-leerlingen 10 en vwo-leerlingen 15 opdrachten op een

A4-tje uitwerken. De leerlingen kiezen zelf welke opdrachten ze hiervoor nemen. Het geheel bleek een boekje te worden waar de leerlingen echt trots op zijn. De meesten maken veel meer opdrachten in hun dossier, sommigen voegen zelfs opdrachten uit het boek toe die ze leuk vinden. Vooral in de eerste klas willen de leerlingen het dossier het liefst elke les aan je laten zien.

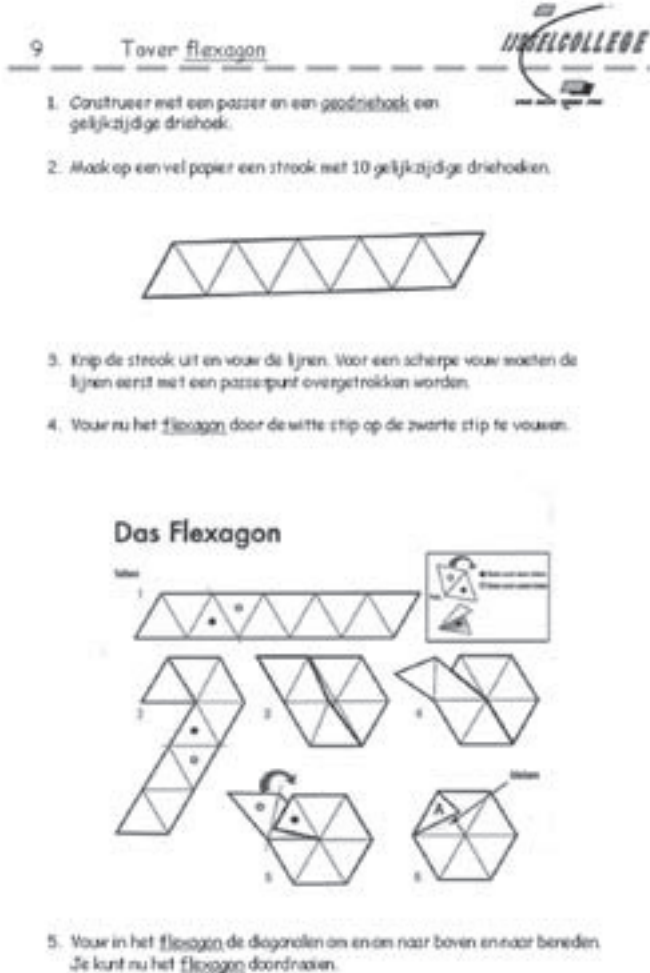
Collega's van andere vakken vonden ook wel eens opdrachten voor ons; zo kwam een collega Duits met het toverflexagon (*zie figuur 3*). Een flexagon is een zeshoek die zo gevouwen is, dat er naast een boven- en onderkant, ook een binnenkant is die naar buiten gedraaid kan worden. Het is een erg leuke opdracht waarbij het construeren van gelijkzijdige driehoeken er goed in moet zitten en leerlingen tegelijkertijd hun Duits oefenen; de vouwinstructie van de opdracht is namelijk in het Duits. Er zijn nog veel meer flexagons: penta-, hexa- en tetraflexagons zijn onder andere de namen van zeshoeken die vijf, zes of vier kanten blijken te hebben. Een pentahexaflexagon is een zeshoek waarbij je vijf kanten naar buiten

kunt draaien. Het aantal kanten (of lagen van de flexagon) wordt net zo aangegeven als het aantal koolstofatomen bij scheikunde. Hier wordt een linkje (het tellen van het aantal C-atomen in koolstof) gelegd met scheikunde.

De opdrachten zijn niet alleen maar leuk, al lijken ze dat vaak wel. Van het oplossen van vergelijkingen hebben we een blad gemaakt met twaalf opgaven waarvan het antwoord een letter voorstelt (*zie figuur 4*). $X = 5$ wordt een *e* (de vijfde letter van het alfabet). $X = -4$ stelt de letter *w* voor (vierde letter van achter). Met de twaalf letters moet een woord gemaakt worden. Eigenlijk zijn het gewoon opgaven uit het boek, maar doordat er een woord uit komt, ervaren de leerlingen de opgaven wel als leuker en zijn ze veel kritischer op de antwoorden.

Diepgang en logisch-mathematische intelligentie

In de klassen 2 en 3 krijgen de opdrachten meer diepgang qua complexiteit en abstractie. Zo moeten de leerlingen in klas 2 een bewijs van de stelling van Pythagoras



figuur 3 Toverflexagon

uitwerken in een PowerPoint-presentatie. We hebben zeven bewijzen die passen bij verschillende intelligenties waarvan er een uitgewerkt moet worden. Er zijn erg visuele en motorische bewijzen, maar ook zeer logisch wiskundige. Het voorbeeld van het bewijs door Jacob de Gelder (*zie figuur 5*) sluit aan bij de visueel en motorische intelligentie, het werkt met schuiven en kleuren. Voor veel leerlingen is dit de eerste keer dat ze iets bewijzen. Vaak denken ze dat de toepassing al het bewijs is. Er worden prachtige presentaties met veel animaties gemaakt die op de open dag door bezoekers te bewonderen zijn.

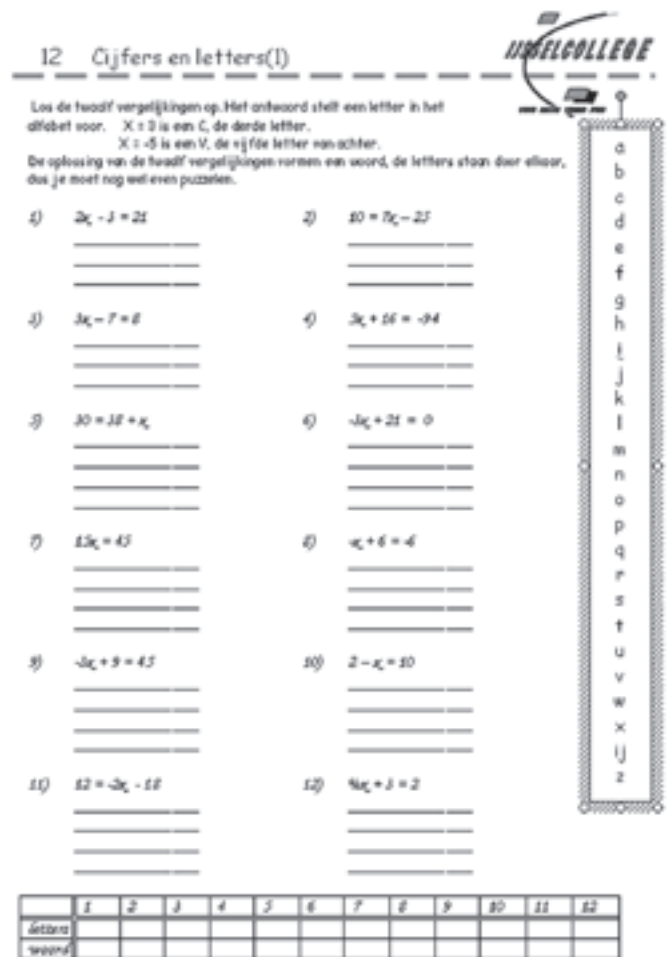
Bij het hoofdstuk goniometrie kunnen de leerlingen zelf het getal pi narekenen. Dit lukt de leerlingen tot maximaal 12 decimalen met de methode van Archimedes. De geschiedenis leert dat geleerden dit een paar honderd jaar na Christus zonder rekenmachine ook al konden.

Ook ouders vinden de opdrachten interessant, leerlingen praten er kennelijk thuis over want we krijgen tijdens ouder-

avonden regelmatig inhoudelijke vragen over opdrachten of een tip over een bron waar we nog meer opdrachten kunnen vinden. In de derde klas is er een opdracht over het dubbelvouwen van papier: stel dat je wel kunt blijven vouwen, hoe vaak moet je vouwen voor je bij de maan bent. De vermoedens van de kinderen hierover bestaan bijna altijd uit getallen met meer dan vijf nullen. Het antwoord 42 is dan ook erg verrassend. Laatst werd een collega door een vader gebeld of dat antwoord wel klopte!

Interpersoonlijke intelligentie

Het schooluitgangspunt, het werken vanuit het concept van 'meervoudige intelligentie', verplicht ons tot andere werkvormen in de klas. We laten leerlingen bijvoorbeeld samenwerken door een spel te maken zoals kwartetten of Triviant, een werkvorm waarbij we de wiskunde laten zoals hij is. Het spel Triviant is een hulpmiddel om leerlingen een samenvatting te laten maken; vorig jaar hebben we dat in de examenklas 4-mavo gedaan. De leerlingen moesten zes hoofdstukken leren voor het examen. Elke



figuur 4 Cijfers en letters

leerling kreeg de opdracht over elk hoofdstuk één goede vraag met het antwoord op een blad te zetten. Daarna gingen we met de klas 'trivianten'. De klas werd in zes groepen verdeeld en elke groep kreeg een lege triviantkaart (dit is een kaart met een triviant, een cirkel met 6 segmenten, er op; elk segment heeft een andere kleur als hij vol is; je moet dus 6 verschillende kleuren sparen). Een leerling gooit met twee dobbelstenen. Bijvoorbeeld 1 en 4. De groep mag kiezen of ze de vraag over hoofdstuk 1 of 4 willen beantwoorden. Wordt er dubbel gegooid, dan valt er niets te kiezen, dat is de triviantvraag. Wie het eerst zijn triviant vol heeft, is de winnaar. Eigenlijk een heel simpel spel, maar voor de leerlingen wel een goede en tegelijk leuke oefening. Als het geven van de antwoorden veel tijd vraagt, bijvoorbeeld doordat er veel gerekend moet worden, dan kun je het spel ook als volgt versnellen; groep 1 gooit en kiest een vraag, daarna loop je door naar groep 2. Tegen de tijd dat je weer bij groep 1 bent, moeten ze het antwoord geven. Fout betekent een beurt overslaan, goed is een 'triviantje' (ook bij niet dubbel

Jacob bewees de stelling van Pythagoras in 1610. Hij klapte de vierkanten op de zijden van de rechthoekige driehoek naar binnen!



Jacob maakte gebruik van hulplijnen:



Hij ging het grote schuine vierkant, in stukken verschuiven naar het rechte vierkant.

1 Laat zien dat het grote schuine vierkant een oppervlakte heeft van b^2 .



2 Leg uit dat het blauwe deel steeds dezelfde oppervlakte heeft.

Het zelfde deed Jacob ook met het kleine vierkant.

figuur 5 Bewijs van Jacob de Gelder

gooien). Het spel op deze manier spelen is in een onderbouwklas leuker omdat er meer tempo in zit. Een groep wil echt het juiste antwoord geven en er wordt goed uitgelegd aan elkaar. Na zo'n spel weet de leerling precies wat hij nog moet leren.

We hebben inmiddels meer dan honderd opdrachten verzameld. Om het allemaal overzichtelijk te houden hebben we de opdrachten gebundeld en de bundel laten drukken. Elk jaar drukken we een nieuwe versie van deze bundel omdat er nog steeds opdrachten bij komen. Iedereen die ook zo'n boek wil (ongeveer 125 bladzijden) kan het tegen betaling zelf laten drukken of downloaden via de site www.lulu.nl. Daar is het te vinden onder de naam 'wiskundeprikkels'.

Over de auteur

Ingrid Berwald is docente wiskunde aan het IJsselcollege in Capelle aan den IJssel. Ze geeft les aan vmbo-, havo- en vwo-klassen en vindt het belangrijk dat alle leerlingen positieve ervaringen op doen tijdens het vak wiskunde. Op haar school heeft ze de wiskundeprikkels bedacht en samen met haar collega's gemaakt tot wat het nu is. E-mailadres: i.berwald@ijsselcollege.nl

Hallo collega,

Maple, Metha en licenties

In deze brief wil ik je even bijpraten over MapleTA. Een paar jaar geleden stond Metha Kamminga met een MapleTA-demonstratie op de jaarvergadering van de NVvW in Nieuwegein. Dit was mijn eerste kennismaking met het programma. Voor die tijd wist ik alleen dat het bestond en dat het programma goede mogelijkheden had voor digitale toetsing. Omdat ik er lol in heb om met Maple te rekenen en te tekenen, leek het mij een prima manier om het nuttige met het aangename te verenigen: toetsen maken waarbij Maple het reken- en tekenwerk voor zijn rekening neemt. Ik was bij wijze van spreken al om voordat Metha ook maar een woord gezegd had. De demonstratie beviel mij prima en Metha kwam met nog een paar sterke argumenten om twijfelaars over de streep te trekken: de mogelijkheid van het digitaal corrigeren en het kunnen genereren van oneindig veel oefenopgaven. Met dit programma wilde ik zo snel mogelijk aan de slag.

Daarna heb ik me ingeschreven voor een gratis workshop in Amsterdam; dat was in januari 2006. Het is onmogelijk om op zo'n dag het programma onder de knie te krijgen. Dat weet de licentiegever ook, dus je mag een half jaar met het programma experimenteren. Geniale zet van die leverancier. Heb je het programma net een beetje door, moet er alweer afstand van doen. Ik heb mijn directeur gevraagd een proeflicentie voor een jaar te nemen. Gelukkig hebben wij een talige directie, die wel ontzag voor je heeft zodra het een beetje technisch wordt. (Deze status moet ik vast zien te houden.) De licentie mocht er komen, ook omdat de resultaten van de experimenten uit het eerste half jaar positief waren.

Het fijne is dat je eigenlijk helemaal geen kennis van Maple nodig hebt om er in te kunnen ontwerpen. MapleTA heeft een eigen programmeeromgeving met een zogenoemde 'designer'. Hierin kun je variabelen bedenken zonder de programmeertaal te kennen. (zie het kader 'De techniek van het programmeren' aan het eind van dit

In de hieronder volgende ‘brief aan een collega’ schrijft de auteur over zijn ervaringen met MapleTA. Het enthousiasme spat er van af.

artikel). Hetzelfde geldt voor het schrijven van het vraagstuk zelf.

De editor vertaalt je tekst naar html. Die code kun je met de hand verder bewerken, maar het hoeft niet. In de editor heb je mogelijkheden genoeg. Je kunt tekst bewerken, tabellen invoegen, plaatjes en formules. Pas als je een antwoord wilt analyseren, is kennis van Maple wel handig.

De lat te hoog

In het eerste half jaar van de gratis proeflicentie heb ik alleen maar geprobeerd vraagstukken in elkaar te zetten. Mijn vwo 5-klas was zo vriendelijk om proefkonijn te zijn. Dat ik op dat moment de eerste was, heb ik moeten bezuren omdat er geen materiaal voor handen was op het gebied van wiskunde A. De vraagstukken die uit het hbo beschikbaar waren, waren vooral gericht op de wiskunde B. Mijn leerlingen waren bezig met toegepaste statistiek, grafen en matrices, typische A-onderwerpen. En een van mijn eisen was dat ik bij elk vraagstuk een illustratie wilde plaatsen omdat die soms heel veel vertellen. Hierdoor legde ik de lat veel te hoog. Voor mij moest alles met random getallen werken én er moest een illustratie bij én de attractiewaarde moest hoog zijn. Nu ik dit opschrijf, zie ik dat er wel vaak ‘moest’ achter elkaar staat. Tja, niet zo handig, maar ja soms moet het zoals het moet. Door de tijdsdruk ben ik daardoor wel eens met een half product aan de slag gegaan.

Zo zat er in een vraag over grafen een zwakke plek: het was mogelijk dat er *at random* twee dezelfde grafen gegenereerd werden, en als dat zou gebeuren, zou het hele vraagstuk in duigen vallen. De kans was klein, daarom nam ik het risico maar. Prompt dat een leerling geheel *at random* twee dezelfde grafen voorgeschoteld kreeg. **Zie figuur 1** – ja, deze is wel goed, de fout is er inmiddels wel uit.

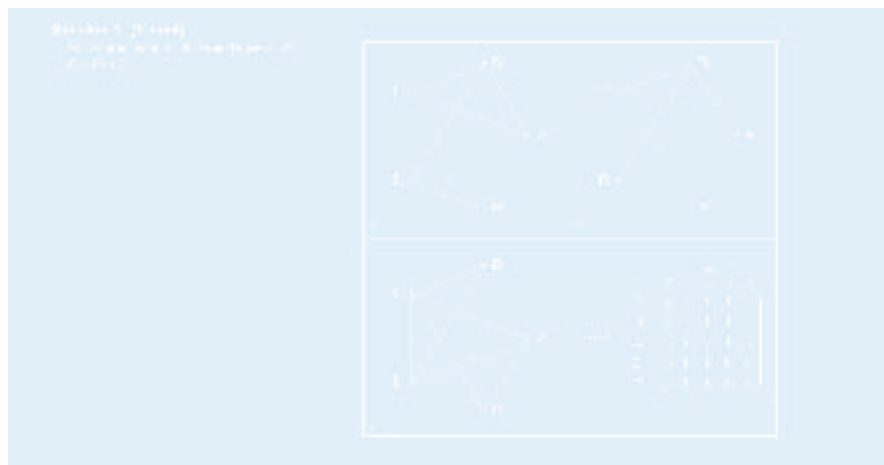
De eerste ervaringen

Wat erg mooi was, was dat leerlingen samen een vraagstuk te lijf gingen. Ze kwamen erachter dat ze allemaal andere getallen hadden, maar hetzelfde probleem. Van deze oefensessie hebben ze veel geleerd. Een Leslie-matrix in elkaar zetten, een oorspronkelijke populatie berekenen. Gewone dingen die ook in het boek staan, maar nu anders gepresenteerd worden. Tijdens de oefensessie in het open leercentrum kwam mijn afdelingsdirecteur even kijken. Hij had geen gunstiger moment uit kunnen kiezen: MapleTA mocht blijven. De licentie werd met een jaar verlengd zodat ik een jaar langer kon experimenteren. In dat jaar heb ik meerdere testen gedaan. Het was wel allemaal vrijblijvend en er hing niets van af, wat mij toch wel een onbehagelijk gevoel gaf. De school investeerde geld in een programma en ik zat er lekker mee te spelen. Nou ja, op zich viel dat spelen wel mee want onder tussen ontdekte ik wel dat een digitale

toets een papieren toets voorlopig niet kan vervangen. Jarenlang heb ik leerlingen uitgelegd hoe belangrijk de berekeningen zijn, en nu zou ik ineens genoeg moeten nemen met slechts het eindantwoord! Een groot deel van de klassieke wiskunde-toetsvragen past dus niet in een digitale toets. Er moet te veel geschreven worden. De gewone rekenvaardigheden daarentegen passen prima in een digitale toets. Omdat ik nog niet zoveel specifiek materiaal had, moest ik leerlingen laten oefenen met vragen die niet direct betrekking hadden op het hoofdstuk dat getoetst zou gaan worden. Ik wilden namelijk dat de leerlingen het programma minstens één keer van te voren gezien zouden hebben. Een aantal leerlingen zag er tegenop. Ik heb ze gerust kunnen stellen door te benadrukken dat ze gewoon een paar vragen zouden gaan beantwoorden op de computer en de rest op papier. Bij een aantal opgaven heb ik gebruik gemaakt van een tekstvak. Je kunt die wel op trefwoorden door de computer na laten kijken, maar ik controleer toch al het werk even op typefouten; dus de volzinnen die in zo’n vakje staan, kan ik net zo makkelijk zelf beoordelen. Je kunt handmatig extra punten toekennen. Met digitaal toetsen ontkomt je dus niet echt aan nakijken.

Concreet aan het werk

Aan het eind van schooljaar 2006/07 moest het nieuwe PTA voor 2007/08 weer vastgesteld worden. Ik heb er toen vijf toetsmomenten met MapleTA in opgenomen – sommige mensen hebben zo’n stok achter de deur nodig – zodat ik, verspreid over het jaar, vijf toetsen klaar moest hebben. Werkbare toetsen waarvoor leerlingen een cijfer zouden krijgen. Weg vrijblijvendheid. Dit beetje tijdsdruk deed goed, zo gebeurde er nog eens wat. In het PTA had ik met opzet niets geschreven over de weging. De toets stond omschreven als schriftelijk/digitaal. De resultaten van de digitale toets werden dus op een of andere manier verrekend met het resultaat van de papieren toets. Dit is een goede zaak geweest, er mocht wat misgaan. Deze eerste officiële toetsen gingen redelijk goed. Er waren wat technische aanloop-



figuur 1

Technische zaken

Het toetsprogramma MapleTA hoeft niet op de server van de school geïnstalleerd te worden. De licentie die verkrijgbaar is bij CAndiensten in Amsterdam (www.candiensten.nl), geeft on line toegang tot het programma. MapleTA maakt gebruik van Maple als rekenapparaat. Als gebruiker kun je daar gebruik van maken. De opgave met de grafen bijvoorbeeld is geheel met Maple gemaakt. In de handleiding van Metha Kamminga^[1] staan verschillende Maple-opdrachten die met *copy/paste* zo gebruikt kunnen worden. Het programma Maple heb je daarvoor niet nodig omdat de opdrachtregels door MapleTA gewoon worden uitgevoerd.

Wat er vooral wél op de computer moet staan, is Java. Dat is nodig voor de ingebouwde MapleTA-editor. De systeembeheerder bij ons op school zorgt er altijd voor dat de computers 'schoon' blijven (regelmatig krijgen alle computers een geheel nieuwe Windows op de harde schijf). Het is mede daarom raadzaam een paar dagen voor aanvang van de toets even te kijken of alles het nog doet. De gewone MapleTA-dingen doen het altijd. De GeoGebra-applets in MapleTA hadden om de een of andere reden de meest recente Java-versie nodig. Dat is op zich niet zo'n groot probleem, als je het maar op tijd in de gaten hebt!

[1] www.engineering.tech.nhl.nl/engineering/personeel/kamminga/Cursus.html

problemen. Voor de applets heb je de meest recente Java-versie nodig. Dat moet je dan wel vooraf even controleren (*zie het kader* 'Technische zaken'). Leerlingen gaven mij na hun eerste ervaringen leuke feedback, zoals: 'Die vakjes met dat vergrootglasje zijn wel lekker'. Dat kon ik me wel voorstellen want met dat vergrootglasje konden ze kijken of ze geen typfouten gemaakt hadden. Sommigen leerlingen waren heel enthousiast over het zien van hun score aan het eind van de toets. Maar ja, anderen niet: hun score was bedroevend. Toen ze daarna dan ook nog eens aan de papieren toets moesten beginnen, zaten ze al tegen een achterstand aan te kijken. Dit kan voorkomen worden met de optie *Quit and Save*. Daarmee stel je het nakijken even uit. Een andere mogelijkheid is vooraf bij de toets aangeven dat de resultaten pas op een gegeven tijdstip beschikbaar zijn.

Intermezzo

Zo, nu even een break want het verhaal is nogal chronologisch. Om eerlijk te zijn vind ik het zelf wel leuk om terug te lezen wat er allemaal gebeurd is. Wat gaat een jaar verschrikkelijk snel. Want in de periode van deze eerste officiële PTA-toetsen ben ik ook in de weer geweest met het schrijven van een module voor NLT. Dat ging over lineair programmeren. Daar heb ik een handleiding Excel Solver voor gemaakt en een paar applets. Dat laatste is super leerzaam geweest voor mijn lessen aan vwo 5 over lineair programmeren. In mijn lessen heb ik zoveel mogelijk gebruik gemaakt van GeoGebra-applets. Ook in de MapleTA-toets kwamen die dingen terug. En om eerlijk te zijn, ze werden steeds beter. Het stinkt een beetje maar het is echt zo. In die klas die ik je net noemde, zat een zitten-blijver. Op een gegeven moment zei hij: 'Meneer, dit hebben we vorig jaar toch niet gehad?!' Een groter compliment had hij me niet kunnen geven. Kostenfuncties met variabele kosten zwieperden fantastisch

over mijn bord. Wat een leuk vak. Dit onderwerp had de jongen vorig jaar niet begrepen. Nu wel, en hoe! Een foutloze papieren toets en een paar rekenfoutjes in de digitale toets. Ik ben echt tevreden.

De concrete resultaten

1. Rekenen met negatieve getallen

Mijn collega had een so-tje rekenvaardigheden. Of die ook in MapleTA zou kunnen? Dat kon, en doordat ik weer een nieuw experiment aanging, leerde ik ook weer nieuwe dingen. Je kunt namelijk een illustratie als achtergrond gebruiken. Een beetje uitkijken en de *random* getallen komen precies in de goede vakjes te staan (*zie figuur 2*). De vakjes en de pijlen zijn een plaatje, de lege vakjes en de getallen worden door MapleTA eroverheen geschreven. Deze techniek is op alle niveaus bruikbaar. Weer wat geleerd dus.

Grafieken en afgeleide bij wisB

Mijn eerstvolgende PTA-toets viel in week 51. Een toets voor vwo 4, wiskunde B, over functies en grafieken en de afgeleide functie. Gelukkig was ik bij één van de standhouders op de jaarvergadering van de NVvW een leuke opgave tegengekomen die ik wilde gebruiken. Het materiaal dat

ik op de plank had liggen, was eigenlijk te eenvoudig voor wiskunde B. Deze opgave heeft dat gebrek aan niveau zeker gecompenseerd en de applet was zonder meer verrassend. Achteraf heb ik deze vraag nog bijgeschaafd want een meisje klaagde dat op haar scherm, punt *P* buiten beeld viel (*zie figuur 3*). Leerlingen konden namelijk nog niet in- of uitzoomen. Ze voelden zich benadeeld want bij de meeste leerlingen bleef punt *P* binnen de kaders. Ze hadden gelijk en daarom heeft de applet er toen een mini menubalk bij gekregen. Met de knop die de leerling nu tot zijn beschikking heeft, kan hij het scherm verschuiven of, indien gewenst, in- of uitzoomen. Een aantal leerlingen vond deze opgave overigens verschrikkelijk. Hier werd meer inzicht getoetst dan vaardigheden. Ik was er erg op gefocust dat de digitale toets iets toe moest voegen aan de bestaande manier van toetsen. Mijns inziens voegt het gebruik van applets in een toets zeker iets toe. Er valt wat te ontdekken, en dat is leuk, ook tijdens de toets! De GeoGebra-applet ondersteunt nu hun voorstellingsvermogen. Een volgende stap zou kunnen zijn dat leerlingen met behulp van een applet een onderzoeksvraag uit kunnen voeren. Zover is mijn experiment nog niet gegaan.



figuur 2 Rekenvaardigheden



figuur 3 Opgave afgeleide

Duidelijk is dat het eind van de mogelijkheden is nog lang niet in zicht is. Op dit moment gebruik ik applets op mijn digitale schoolbord. Ik ervaar dit als een didactisch wapen. Zeker als deze applets in de toets terug kunnen komen. Een plezierige vorm van hergebruik dus. Snijdt het mes tenminste aan twee kanten. Elke html-applet doet het trouwens in MapleTA.

3. Toets vwo 4: machten en exponenten bij wisA/C

In week 9 had ik weer een toets, nu voor vwo 4, wiskunde A/C, met als onderwerp machten en exponenten. Dit is weer een heel nieuwe ervaring geworden. Training en toetsen van vaardigheden: dus deze keer geen mooie applets maar gewone kale opgaven. Het is een race tegen de klok geworden omdat ik de opgaven nog niet had. Het oefenmateriaal heeft de vorm van een diagnostische toets gekregen (*zie figuur 4*). Er was een meisje dat heel graag iets aan haar slechte cijfer wilde doen. Zij heeft het oefenmateriaal een keer of vier gemaakt. Door het gebruik van *random* getallen is dat ook mogelijk. Ze scoorde bij de echte toets behoorlijk goed: 18 uit 21. Een leerling heeft geen inzicht nodig voor deze toets, het gaat om vaardigheden. Helemaal geen slechte zaak om te weten hoe je een derdemachtswortel in moet typen.

4. Toets vwo 5: matrices en lineair programmeren bij wisA1/A12

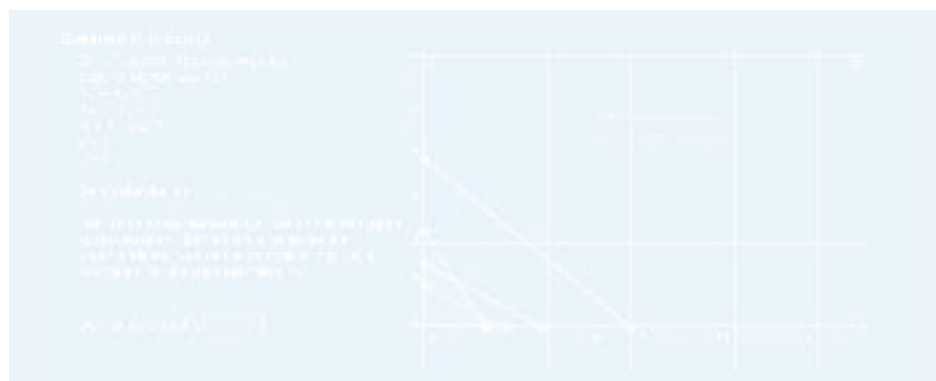
PTA-toets nummer 4 was voor vwo 5, wiskunde A1/A12, en ging over grafen en matrices en over lineair programmeren. Dat laatste is op dit moment met stip mijn favoriete onderwerp. In de lessen heb ik veel kunnen laten zien aan de hand van applets. Dat heeft in de toets een heel vanzelfsprekend vervolg gehad. De vraagstukken werden goed gemaakt en lagen op het niveau van vaardigheden. De vraagstukken over de grafen en matrices had ik al van een jaar ervoor. De fouten zijn eruit gehaald, de lay-out is gemoderniseerd en de vraagstukken zijn nu schermvullend geworden (*zie figuur 5*).

5. Toets vwo 5: gonio en logaritmen bij wisB

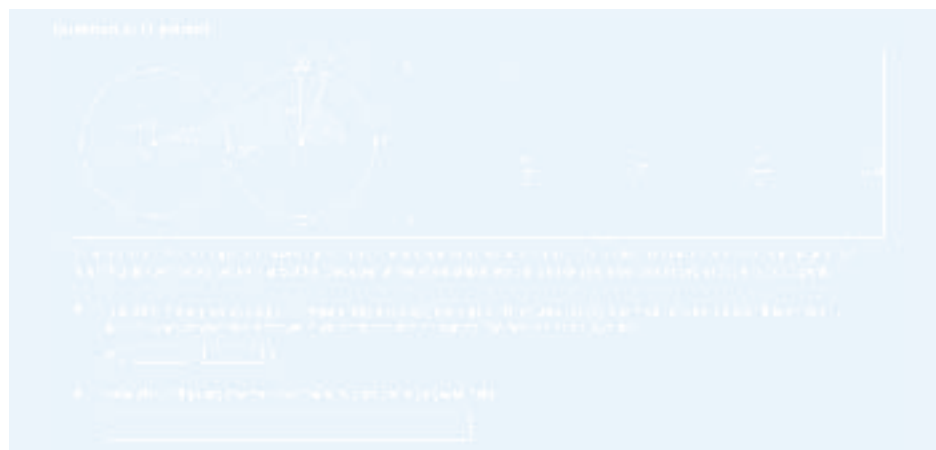
Toets nummer 5 was voor vwo 5, wiskunde B, en ging over goniometrie en logaritmen. Deze vraag is toch wel mijn topper. Ook hier krijg je weer zo'n geweldig spoor van punten. Moet je echt even zelf uitproberen (*zie figuur 6*).

Conclusie en aanbevelingen

Dit voorjaar heeft Metha Kamminga bij ons op school een cursus MapleTA gegeven. Mijn collega's waren onder de indruk van de vele mogelijkheden van het programma. Ze hebben nu een allemaal een eigen account. Ik hoop dat ze een beetje tijd kunnen vinden om het ook te gaan gebruiken. Dit jaar staan er in ieder geval



figuur 5 Een LP-probleem



figuur 6 Applet goniometrie

figuur 4 Vergelijkingen oplossen

14 PTA toetsen gepland. Dat is wel even schrikken maar gelukkig is het bestaande werk nog bruikbaar. Er komen gelukkig ook meer vo-scholen bij waar MapleTA gebruikt wordt. De productie van nieuwe vraagstukken komt dus lekker op gang. De tijdsinvestering voor het maken van een vraagstuk blijft voor alle gebruikers een belangrijk aandachtspunt. We ruilen daarom regelmatig materiaal en ideeën. Eén van de sterkste punten van MapleTA is dat je er vaardigheden mee kunt trainen. Ik ken een school waar ze de training voorwaardelijk stellen aan het deelnemen aan de toets. Je kunt dit in MapleTA instellen. Je komt er als leerling gewoon niet in met je inlogcode, als je niet eerst de voorbereidende training gevolgd hebt. Dit gaat automatisch.

En ja, eigenlijk kan er nog veel meer. Je kunt bijvoorbeeld 'hints' mee programmeren. Die optie heb ik nog niet gebruikt omdat ik altijd wel tegen een deadline aan zit te werken. Het is er dus nog niet van gekomen. Bij toetsen heb je ze ook niet nodig, maar in het geval van oefenmateriaal is het toch wel prettig als een leerling wat tips kan vragen.

De voorbeelden uit dit artikel kun je zelf uitproberen. Er is geen speciale inlogcode voor nodig. Hopelijk is er iets van je gading bij.

Hartelijke groet,

Paul van Gorsel (Zeldenrust-Steelantcollege, Terneuzen)

Voor het uitproberen van een aantal opgaven is een toetsdemo beschikbaar; zie: « <http://mapleta.can.nl/classes/paulvangorsel> »

Over de auteur

Paul van Gorsel is wiskundedocent aan het Zeldenrust-Steelantcollege te Terneuzen. E-mailadres: p.van.gorsel@zsc.nl

De techniek van het programmeren

Gegeven is de rij $u_n = 7n + 16$.
Bereken.

a. u_{20} =

b. $\sum_{k=0}^{20} u_k$ =

Dit vraagstuk wil ik wat vaker kunnen gebruiken. De coëfficiënten moeten daarom door de computer elke keer opnieuw bedacht worden.

is a random integer number between 3 and 9 in steps of 1

OK

Je moet dan wel ergens aangeven welke waarde je voor de n wilt hebben. Als je onbekend bent met programmeren, kun je gebruik maken van de zogenoemde designer (zie hierboven, gedeeltelijk). Ik heb hier gezegd dat mijn variabele a moet heten en dat het een geheel getal betreft tussen 3 en 9. Nu nog op OK drukken en mijn eerste programma-opdracht staat vast. In het tekstvak verschijnt dan de code `$a=range(3,9,1);`

Cancel Clear Show Designer Refresh Save

De 5de regel in het programma zorgt ervoor dat de term die straks, in het vraagstuk bij opgave a gevraagd wordt, niet gelijk is aan de laatste term van de sommatie bij opgave b. De regels 6 en 7 zorgen ervoor dat het er fatsoenlijk uit komt te zien. Zo'n regel haal je met knippen en plakken wel ergens uit een handleiding. Tenslotte laat ik hier de antwoorden nog uitrekenen.

Enter the code for your algorithm in the text box below, or click "Show Designer" to use the algorithm designer. The algorithm designer tool allows you to define algorithms for your question by completing a form.

```
$a=range(3,9,1);
$b=range(12,39,1);
$c=range(5,50,1);
$d=range(1,50,1);
$e=1;
$g=eval(MathJS.evaluate($a[0]));
$g2=eval(MathJS.evaluate($a[1]));
$M02=$c*$d;
$M02=$e+1)*12*$d+$g2*(1/2);
```

Volgende stap is de lay-out. Hiervoor heb je deze teksteditor. Daar zitten verschillende menuutjes in, ook voor wiskundige notaties. De sommatie is met de Math Input Editor in elkaar gezet.

File Edit Format Insert Help

Editor HTML, etc.

Gegeven is de rij $u_n = 7n + 16$.
Bereken.

a. u_{20} =

b. $\sum_{k=0}^{20} u_k$ =

Math Input

Java Applet Window

u_n

u_{20}

Cancel OK

Math Input

Java Applet Window

$\sum_{k=0}^{20} u_k$

Cancel OK

Opgaven

Het opgavenblad waarin het bovenstaande vraagstuk verwerkt is, staat hieronder.

Met één druk op de knop zijn er nu dus veel verschillende versies mogelijk. Dit soort vraagstukken in elkaar zetten vereist geen kennis van Maple. Echt ontsnappen aan programmeerwerk is niet mogelijk. Gelukkig is er al aardig wat materiaal in voorraad zodat de kunst van het programmeren lekker afgekeken kan worden.

(1) Stel de directe formule op van de rij:

a. $a_n: 60, 65, 70, 75, 80, \dots$ $a_n =$

b. $b_n = b_{n-1} + 7$ met $b_3 = 14$ $b_n =$

c. $c_n = 1.21 c_{n-1}$ met $c_2 = 20$ $c_n =$

(2) Bereken.

a. $12 + 42 + 72 + 102 + \dots + 822$ =

b. $22 + 14 + 6 + -2 + \dots + -130$ =

(3) Gegeven is de rij $u_n = 7n + 15$.
Bereken.

a. u_{20} =

b. $\sum_{k=0}^{20} u_k$ =

(4) Bereken.

a. $\sum_{k=0}^{20} (0.6k + 1.7)$ =

b. $\sum_{k=0}^{20} (7k + 4)$ =

De Nederlandse Wiskunde Olympiade 2008

OOK INTERNATIONAAL EEN OLYMPISCHE SPORT



[Wim Laaper]

Ruim 3000 havo- en vwo-leerlingen uit heel Nederland hebben in 2008 meegedaan aan de Nederlandse Wiskunde Olympiade (NWO). Daarmee werd de stijging van het aantal deelnemende leerlingen van de laatste jaren voortgezet. In 2007 waren er circa 2700 deelnemers. De prijzen werden uitgereikt op vrijdagmiddag 14 november j.l. op de Technische Universiteit Eindhoven.

Feestelijke bijeenkomst met niveau

In een collegezaal van het auditorium werd om 15:30u de eerste rij gevuld door alle prijswinnaars. Hogerop in de zaal ouders, die vele foto's maakten, en overige belangstellenden. Vooraan een grote tafel vol met prijzen. Wat vooral opviel in het feestelijke programma was de speciale aandacht die de sponsors ten deel viel.

Harold de Boer liet ze op komische wijze de revu passeren; Ortec, Fortis (jazeker), Transtrend, Diamant, NWT, Cito, TU/e en SAEN. Ook door bedrijven wordt het belang van de olympiade blijkbaar ingezien. De leerlingen kregen het advies na het vwo vooral dóór te gaan met wiskunde 'anders verzeil je in slechts rechte lijntjes'. Interessant was dat er een echt meetkunde-college, 'de Macht van de Pauwenstaart', werd gegeven door Aad Goddijn van het Freudenthal Instituut. Dat gaf de bijeenkomst ook inhoudelijk het nodige cachet, temeer daar bij het bewijzen van diverse meetkundestellingen de prijswinnaars vanaf de eerste rij zonder problemen hun inbreng leverden. Een tussendoortje van Aad: 'Cyclisch rijmende notaties ontlasten je geheugen'. De aanwezige ouders moesten mogelijk in de lezing even ruimte geven aan de meetkundeaspiraties en mogelijkheden van hun kinderen. Lof aan de organisatie die dat heeft aangedurfd.

De prijzen en het eindklassement

Wouter Berkelmans uit Amstelveen werd voor het derde jaar op rij eerste en won daarmee de hoofdprijs van 500 euro. Zijn jongere broer Guus uit 3-vwo werd tiende. Dit is geweldig want het komt bijna niet

voor dat een derdeklasser tot de prijswinnaars behoort. De tweede prijs van 400 euro was voor Maarten Roelofsma uit Apeldoorn en de derde van 300 euro ging naar Jelle van Hooft uit Amstelveen. Verder werden de prijswinnaars bedolven onder allerlei puzzeltjes, boeken en een World-Time-Globe, The ultimate quick-reference fact finder (*zie foto 1*).

Het eindklassement van de tien prijswinnaars is (*zie foto 2*):

- 1 Wouter Berkelmans (Barlaeus Gymnasium, Amsterdam, 6-vwo)
- 2 Maarten Roelofsma (Gymnasium Apeldoorn, 6-vwo)
- 3 Jelle van Hooft (Vossius Gymnasium, Amsterdam, 6-vwo)
- 4 Raymond van Bommel (College Hageveld, Heemstede, 6-vwo)
- 5 Harm Campmans (SG De Grondel, Hengelo, 5-vwo)
- 6 Wadim Sharshov (Stedelijk Gymnasium Leiden, 6-vwo)
- 7 Tim den Dulk (Montessori Lyceum Herman Jordan, Zeist, 6-vwo)
- 8 Vlad Sandu Dragu (Fioretti College, Lisse, 5-vwo)
- 9 Leendert Los (Gomarus College, Groningen, 6-vwo)
- 10 Guus Berkelmans (Barlaeus Gymnasium, Amsterdam, 3-vwo)

De eerste en tweede ronde

De NWO is een wedstrijd voor leerlingen van havo en vwo met belangstelling voor wiskunde. De wedstrijd bestaat uit het oplossen van opgaven die iets laten zien van ongebruikelijke, creatieve en uitdagende

wiskunde, ook wiskunde die niet erg veel voorkomt in de wiskundelessen van alledag. Aan de eerste ronde op vrijdag 25 januari 2008 deden 3007 leerlingen van ruim 200 scholen uit het hele land mee. Drie leerlingen behaalden de maximale score van 36 punten.

Om ook leerlingen uit de onderbouw te stimuleren mee te doen aan de eerste ronde is dit jaar voor het eerst een leerjaar-afhankelijke cesuur ingevoerd. Hierdoor werden zowel van de vijfdeklassers, vierdeklassers als van de onderbouwleerlingen de beste leerlingen uitgenodigd voor de tweede ronde. Ook werden de leerlingen met een hoge score in de Kangoeroewedstrijd voor de tweede ronde uitgenodigd. Op vrijdag 12 september 2008 werkten in de tweede ronde 123 leerlingen op de TU Eindhoven aan vijf opgaven. *In figuur 1* staat de vierde opgave met daarbij een mogelijke oplossing.

Training

Uit de tweede ronde zijn de beste 30 kandidaten geselecteerd om mee te doen aan een intensief trainingsprogramma voor de Internationale Wiskunde Olympiade in Duitsland van 13 tot 22 juli 2009. Uiteindelijk zullen zes leerlingen het team vormen dat Nederland vertegenwoordigt bij de Internationale Olympiade. De training, begeleiding en selectie staan onder leiding van Quintijn Puite (TU Eindhoven) en Birgit van Dalen (Universiteit Leiden). Om internationaal mee te tellen is een uitgebreide en intensieve voorbereiding en training wel een vereiste; de olympiade is echt een olympische sport.

Internationale Olympiade 2008 in Madrid

Hopelijk kan Nederland de prestaties van juli 2008 in Spanje minstens evenaren. Een 33ste plaats was toen het resultaat in het



foto 1

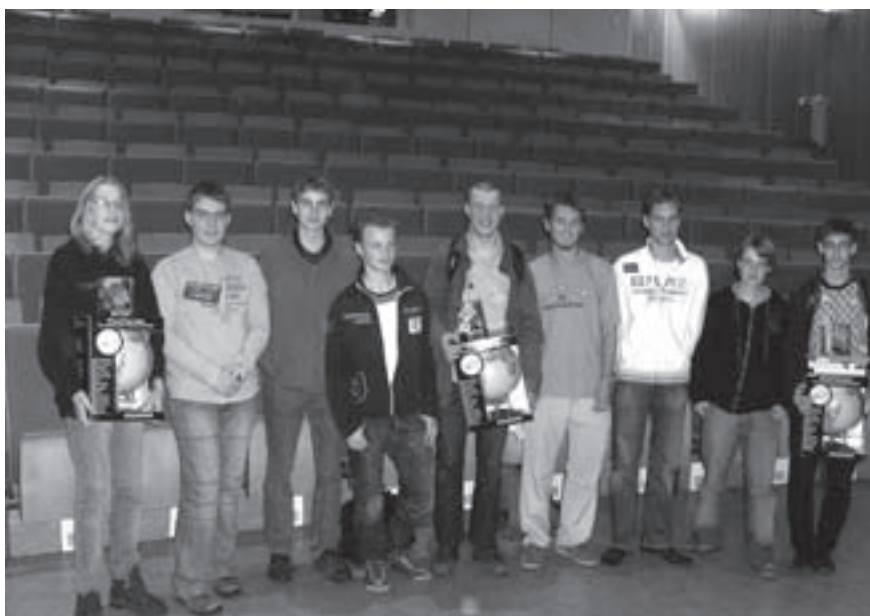


foto 2

officieuze landenklassement van 97 teams. Daarmee eindigde de ploeg bijvoorbeeld ver vóór die van België. De individuele resultaten van de leden van de Nederlandse ploeg waren:

Floris van Doorn (17 jaar, 's-Graveland) – zilver, 22 punten;

Milan Lopuhaä (18 jaar, Driehuis) – zilver, 22 punten;

Raymond van Bommel (16 jaar, Hoofddorp) – brons, 16 punten;

Remy van Dobben de Bruyn (17 jaar, Leiden) – brons, 16 punten;

Alexander van Hoorn (18 jaar, Abcoude) – 10 punten;

Maarten Roelofsma (17 jaar, Apeldoorn) – 8 punten.

In de 37 voorgaande keren dat Nederland deelnam, deed het team het slechts drie keer beter. Een impressie van de Internationale Wiskunde Olympiade 2008, getiteld 'Zon, smurfen en sommen' werd geschreven door een van de teamleden, Milan Lopuhaä, en kunt u vinden in het oktobernummer 2008 van *Euclides*.

In 2011 zal Nederland als gastland optreden voor de 52ste Internationale Wiskunde Olympiade.

Informatie

Meer informatie kunt u vinden op de website van de NWO

(www.wiskundeolympiade.nl).

Met vragen kun u terecht bij Melanie Steentjes (melaniesteentjes@cito.nl) en Quintijn Puite (g.w.q.puite@tue.nl).

Over de auteur

Wim Laaper is redacteur van *Euclides*.

E-mailadres: wlaaper@iae.nl

4. Drie cirkels C_1, C_2, C_3 met stralen van lengte respectievelijk 1, 2 en 3 raken elkaar uitwendig in drie gezamenlijk gebied. Het vierde cirkel C_4 dat de drie gegeven cirkels uitwendig raakt. Hoeveel de lengte van de straal van C_4 .

Oplissing. Noem de middelpunten van C_1, C_2, C_3 respectievelijk A, B, C . De driehoek gevormd door A, B en C heeft als zijden $|AB| = 3, |AC| = 4$ en $|BC| = 5$ en is dus rechthoekig. Kies een coördinaatsysteem met de rechte hoek A als oorsprong en de twee andere middelpunten op de x- en y-assen, $B = (3, 0)$ en $C = (0, 4)$. Noem straal en middelpunt van C_4 respectievelijk r en $M = (x, y)$. Twee geliken $|AM| = r, |BM| = r + 2$ en $|CM| = r + 3$ (zie figuur 1). Het volgt dus dat x en y voldoen aan twee onafhankelijke

$$x^2 + y^2 = |AM|^2 = r^2 \quad (1)$$

$$x^2 + (y-2)^2 = |BM|^2 = (r+2)^2 = r^2 + 4r + 4 \quad (2)$$

$$x^2 + (y-4)^2 = |CM|^2 = (r+3)^2 = r^2 + 6r + 9 \quad (3)$$

Met $p = \frac{1}{r}$ gaat deze vergelijking over in $21p^2 + 24p - 1 = 0$. Dus $p = \frac{1}{3}$ of $p = -\frac{1}{4}$. (merk dat $p > 0$ dus de oplossing is $p = \frac{1}{3}$ of $p = -\frac{1}{4}$, dus $r = 3$ of $r = -4$.) Het is eenvoudig te zien dat $r = 3$ de oplossing is dat $M = (3, 4)$ is.

Met $p = -\frac{1}{4}$ gaat deze vergelijking over in $21p^2 + 24p - 1 = 0$. Dus $p = \frac{1}{3}$ of $p = -\frac{1}{4}$. (merk dat $p > 0$ dus de oplossing is $p = \frac{1}{3}$ of $p = -\frac{1}{4}$, dus $r = 3$ of $r = -4$.) Het is eenvoudig te zien dat $r = -4$ de oplossing is dat $M = (3, 4)$ is.



figuur 1 Opgave 4, NWO 2008 (2e ronde)



driemaandelijks tijdschrift van de Vlaamse Vereniging van Wiskundeleraars

Ontdek hoe wiskunde nog boeiender wordt met “Noten” en de “Zoekersrubriek”.

Vind nuttige didactische tips in “Uit de klas geklapt”.

Verruim je vakkennis door de lectuur van gevarieerde artikels die inspelen op didactische vernieuwing.

U wordt lid van de VVWL door uw lidgeld voor 2009 te storten op:

postrekening 000-1116247-68

of

IBAN BE82 0001 1162 4768 BIC BPOTBEB 1 (voor buitenland)

In beide gevallen t.a.v. VVWL, C. Huysmanslaan 60/Bus 4, 2020 Antwerpen, België.

Lidgeld voor een :

- gewoon lid € 27,00 / student-lid € 20,00
- Nederlander lid NVvW € 30,00 / andere Europeanen € 40,00

Abonnementen :

- scholen en bibliotheken € 50,00 / Europese scholen en bibliotheken € 60,00

Het tijdschrift *Wiskunde & Onderwijs* (4 nummers per kalenderjaar) en het *Mededelingenblad* worden u dan toegestuurd (samen met de reeds verschenen nummers van de lopende jaargang). U wordt ook uitgenodigd op de congressen en studiedagen van de VVWL.

Adreswijzigingen en briefwisseling i.v.m. abonnementen worden gestuurd naar :

A. De Baere, C. Huysmanslaan 60/Bus 4, 2020 Antwerpen 2, België

Tel. : 03 2378808 E-mail : annie.debaere@skynet.be

Artikels voor W&O mailt of stuurt u, in tweevoud (met diskette of CD) naar :

Daniël Tant, hoofdredacteur W&O, Beekstraat 61, 8730 Oedelem, België

Tel./Fax. : 050 789161 E-mail : tant.daniel@telenet.be

Bartjens Rekendictee gewonnen door wiskundedocent

[Marjanne de Nijs en Joke Verbeek]

Lustrum Rekendictee

Het rekenonderwijs in Nederland staat al een aantal jaar in de belangstelling. Vaak niet in positieve zin: pabo-studenten kunnen niet rekenen op het niveau van groep 8, middelbare scholieren missen wiskundige basisvaardigheden, enzovoorts. De vermeende ongecijferdheid baart menigeen zorgen.

Een ander geluid was te horen op 21 november 2008 tijdens de *5e Bartjens Rekendictee Finale*. Voorheen had dit dictee een regionaal karakter, dit jaar konden deelnemers uit heel Nederland meedoen. Via voorrondes op diverse onderwijsinstellingen zijn er 20 pabo-studenten en 26 middelbare scholieren geselecteerd. Daarnaast hebben 75 rekenaars zich geplaatst door als beste op de internetcompetitie te scoren. Ook deden 20 prominenten uit de regio Zwolle mee.

Meedoen is een eer

Aan het begin van de avond druppelen de deelnemers binnen in Hogeschool Windesheim. De slechte weersomstandigheden van die avond maken dat een aantal deelnemers er vele uren over heeft gedaan om Zwolle te bereiken. Deelnemers en supporters verzamelen zich in een aula, nadat ze voorzien zijn van een tasje met promotiemateriaal voor Zwolle. Echt nerveus lijkt niemand.

Eric Slijkerman uit Terneuzen heeft zich geplaatst via de internetrondes. 'Ik was verbaasd dat ik mee mocht doen. Moeilijk vond ik die voorrondes niet. Goed lezen is belangrijker dan goed rekenen', is zijn mening.

Niek Gerwen uit 3-vwo van het Assink Lyceum Neede deelt die mening. Hij is als winnaar van zijn school aanwezig en heeft 3 supporters meegenomen. 'We moesten meedoen', vertelt hij, 'en ik was de beste van de school. Gewoon een paar keer goed lezen en je weet het.'

Zo ging het ook in de atheneumklas A3b van West Friesland OSG. 'We kregen

plotsklaps een rekendictee', weet Remko Visser nog. 'Ik stond een 3 voor wiskunde en de leraar had gezegd dat het cijfer mee zou tellen voor het rapport. Ik heb mijn best gedaan en gewonnen. Nee, we hadden niet eerst geoefend.'

Niemand van de wachtenden weet wat ze kunnen winnen. Meedoen is een eer en belangrijk, is de heersende opinie.

Het dictee

Eindelijk is het dan zo ver. In een grote zaal worden de deelnemers in een examenachtige omgeving geconfronteerd met 14 rekenopgaven. Deze zijn bedacht en worden gepresenteerd door Marjolein Kool. De rekenopgaven hebben een actueel kader en worden met een verhaal of filmpje ingeleid. Dan komt toch het moment dat er gerekend moet worden en dat gebeurt binnen een vooraf vastgestelde tijd. Lastige opgaven krijgen meer tijd dan eenvoudige en als de oplossing gevonden wordt, wordt die door de deelnemer ingetoetst in een elektronisch stemkastje. Werken met verhoudingen, tekst omzetten in een vergelijking, gewoon cijferen, handig rekenen, van alles zit er in. Er wordt veel van de rekenaars gevraagd. Niet alleen goed rekenen is van belang, maar ook snel de juiste tactiek kiezen vanwege de tijdsdruk. Opperste concentratie is vereist, naast stalen zenuwen.

Na het dictee trekt de jury, onder leiding van Jan Terlouw, zich terug om de winnaars te bepalen. De deelnemers krijgen de kans om met elkaar de antwoorden door te nemen en even te ontlasten. De spanning in de zaal is groot.

Per categorie zal er een winnaar zijn en de allerbeste rekenaar van de zaal krijgt een glazen Stentor telraam. Elke categorie winnaar krijgt een tas vol met spellen, en de winnaar van de hoofdprijs gaat bovendien genieten van een weekend in het Librije's Hotel in Zwolle.

De winnaars

Winnaar scholieren: Jesse Reytenbagh van het Dorenweerd College

Winnaar pabo-studenten: Ronald Kerver van Hogeschool Edith Stein

Winnaar prominenten: Epi van Winsen, al eerder winnaar in 2007

Winnaar overall: Kees Gondrie, wiskundedocent uit St. Michielsgestel

Tot nu toe is het Bartjens Rekendictee altijd gewonnen door een man, meestal een wiskundedocent. Toch is het heel goed om te zien hoe de pabo-studenten en middelbare scholieren zich hier staande houden.

Alle vragen van de Bartjens rekendicties zijn te vinden op internet (zie hiervoor de Bartjens internetsite: www.bartjens.net). Ze kunnen gebruikt worden in de klas, als hersenopwarmer aan het begin van de les of voor een competitie op een verloren uur. Door de wijze waarop opgaven zijn opgesteld en ook door de actuele context, is rekenen nu eerder een uitdaging dan een straf. Het zou goed zijn als er volgend jaar nog meer scholen meedoen aan de competitie.



Deelnemers in een van de zalen

Over de auteurs

Marjanne de Nijs is redacteur van *Euclides* en docent wiskunde op de Hogeschool Utrecht.

E-mailadres: nijs0471@planet.nl

Joke Verbeek is redacteur van *Euclides* en docent wiskunde op het Arentheem College in Arnhem.

E-mailadres: jokeverbeek@chello.nl

Twée opgaven uit Bartjens Rekendictee 2008

» Kredietcrisis (2 minuten; 10 punten)

Wouter Bos heeft de laatste Spaarcenten van Landsbanki losgepeuterd. Hij krijgt een zak met 2550 munten. Daarin zitten precies evenveel munten van 1 eurocent, van 2 eurocent en van 5 eurocent. Welk bedrag in euro's is dat totaal?

» Staking Belgisch bagagepersoneel (1,5 minuten; 5 punten)

Op een ovaalvormige bagageband liggen gelijkmatig verdeeld een aantal identieke koffers. Elke koffer heeft een nummer oplopend van 1, 2, 3, enzovoort tot de laatste koffer die weer aansluit bij de eerste. Als koffer 25 bij mij langskomt, passeert diametraal aan de overkant koffer 8. Hoeveel koffers liggen er in totaal op de bagageband?

Bron: www.bartjens.net



Marjolein Kool



Jesse Reytenbagh gehuldigd door Jan Terlouw



Kees Gondrie geïnterviewd

Het Geheugen



[Harm Jan Smid]

Problemen en discussies die nu het wiskundeonderwijs beheersen, hebben soms parallellen in een ver of niet zo ver verleden. Soms lijkt het of er niets veranderd is, maar vaak is het toch net even anders. In de rubriek 'Het Geheugen' pikt Harm Jan Smid zo'n actueel onderwerp op en speurt naar historisch vergelijkingsmateriaal. Soms leerzaam, bijna altijd relativerend.

In reprise?

Naast wiskunde A en B hebben we sinds kort ook wiskunde C en wiskunde D. Wiskunde C is bestemd 'voor leerlingen die wiskunde liever kwijt dan rijk zijn', schreef Marja Bos in *Euclides* 7 van de vorige jaargang. Laat ze, zou ik haast zeggen, maar de cTWO zegt in haar visiedocument dat wiskunde C voorbereidt 'op universitaire studies in de sociale, juridische, taal- en gedragswetenschappen.' Dat moet kennelijk ruim worden opgevat, want wiskunde C richt zich behalve 'op kansrekening en statistiek en op toegepaste analyse' ook op 'de historische en culturele plaats van de wiskunde in wetenschap en maatschappij.' Het opmerkelijke is dat zoiets bijna zestig jaar geleden al eens eerder is geprobeerd. Het ging toen om wiskunde voor gymnasium- α . Veel leerlingen van deze opleiding gingen ook dit soort studies volgen, en vermoedelijk waren daar heel wat bij die wiskunde konden missen als kiespijn. Maar te kiezen viel er in die tijd niet veel. Wiskunde was ook op gymnasium- α gewoon verplicht. Het examenprogramma voor gymnasium- α bestond sinds 1919 uit 'de stekunde tot en met de tweedemachtsvergelijkingen, graphische voorstellingen', en 'de planimetrie en de stereometrie', een slap aftreksel van het programma voor de bèta's, het 'theezakjesmodel' in volle glorie dus.

Een eigen leven

Dit wel heel summiere examenprogramma werd in de praktijk nader ingevuld en ging een eigen leven leiden. Voor de planimetrie werden de hoofdzaken uit het onderbouwprogramma herhaald en voor de stereo werd een lichte vorm van het programma voor

de bèta's onderwezen. Bij de algebra groeide een traditie dat ook logaritmen, reeksen en gebroken lineaire functies tot de examenstof werden gerekend. Het geheel werd alleen mondeling geëxamineerd in een zitting van 30 minuten.

Natuurlijk waren er ook toen leraren die inzagen dat dit programma wel erg onaantrekkelijk was. Eén van hen was E.J. Dijksterhuis, een warm pleitbezorger van onderwijs in de geschiedenis van de wiskunde: voor het gymnasium- α zou dat natuurlijk vooral de Griekse wiskunde volgens Euclides moeten zijn. Maar ook de 'doorstroomrelevantie', al bestond die term toen nog niet, van het programma was natuurlijk minimaal. Na de oorlog werd de studie van de sociale wetenschappen steeds populairder, en daar was statistiek een belangrijk vak - maar ook een struikelvak voor veel alfa's. Zou het niet veel beter zijn als daar op school al wat aan gedaan werd?

Een dubbel experiment

In 1949 werden er voorstellen gedaan om bij het gymnasium- α te experimenteren met onderwijs in de geschiedenis van de wiskunde en in kansrekening en statistiek. L.N.H. Bunt, vakdidacticus in Utrecht, ging hiermee aan de slag. Natuurlijk moest er voor deze nieuwe onderdelen een plek in het programma komen, en Bunt stelde dan ook voor delen uit de algebra en de stereometrie te laten vervallen. Hij legde zijn plannen voor aan de inspectie en het ministerie, die ze echter grotendeels afwezen. De inspectie en het ministerie waren er, net als de leraren trouwens, vast van overtuigd dat het in de traditie gegroeide programma in het KB van 1919 vast lag en dat daarvan niet afgeweken kon worden!

- Toen behoorden elfstedentochten nog tot de leefwereld, maar het percentage op tijd rijdende treinen is in vijftig jaar niet veranderd! (Of zou dat alleen maar voor het makkelijke rekenwerk zijn?)

Het allereerste proefwerk dat gezamenlijk opgesteld en afgenomen is door de aan het experiment deelnemende docenten.

Citaten van leerlingen

Pas een jaar later realiseerden alle betrokkenen zich dat er nauwelijks iets vast lag, maar dat er alleen maar een zeer globale omschrijving en een ijzeren traditie bestonden. Door het KB zo ruim mogelijk te interpreteren konden de experimenten in beide onderdelen nu opeens wel doorgaan. In de cursus 1951-1952 ging een groepje docenten onder regie van Bunt leerlingenteksten schrijven en in hun klassen uitproberen.

Natuurlijk grepen ze in het begin wel eens te hoog. Zo wilde men de behandeling van het axiomastelsel van Euclides laten uitmonden in een hoofdstuk over de tegenwoordige betekenis van een axiomastelsel. Maar dat hoofdstuk 'was een tragisch lot beschoren', aldus het verslag van het experiment. Ook na talloze vergaderingen over en even zovele herschrijvingen van dit hoofdstuk bleef het te moeilijk. Ach ja, als men toen Van Hieles niveautheorie al had gekend, had men dat kunnen weten. Maar ook het tegengestelde gebeurde. Oorspronkelijk durfde Bunt het toetsen van hypothesen niet te behandelen, omdat hij daar geen didactisch verantwoorde mogelijkheden voor zag. In een later stadium probeerde hij het toch, en bleek het wél haalbaar.

Een succes

In 1954 publiceerde Bunt een verslag, inclusief de leerlingentekst, over het experiment met de geschiedenis van de wiskunde, in 1957 over dat met kansrekening en statistiek. Naar Bunts mening waren ze zeer succesvol geweest. De ontwikkelde teksten waren bruikbaar gebleken en resulteerden in twee schoolboeken: *Van Ahmes tot Euclides* en *Statistiek voor het Voorbereidend Hoger en Middelbaar Onderwijs*. De resultaten waren goed; bij de aan het experiment deelnemende docenten waren de examenresultaten beter dan in de jaren daarvoor. En het verslag over het experiment met geschiedenis geeft een aantal enthousiaste citaten van leerlingen, al is het misschien veelzeggend dat in het verslag over de statistiek iedere verwijzing naar wat de leerlingen er van vonden ontbreekt.

In 1958 werd het leerplan gymnasium- α herzien en nauwkeuriger omschreven. Traditionele algebra tot en met de vierkantsvergelijkingen bleef verplicht, maar daarnaast moesten twee onderwerpen gekozen uit de volgende vijf: planimetrie en stereometrie; logaritmen en eindige reeksen; beginselen van de differentiaalrekening (ook nieuw); geschiedenis van de wiskunde en tot slot beginselen van de statistiek. Die keuze was aan de school; de gedachte dat leerlingen zelf zouden kunnen kiezen uit vakken of onderwerpen die ze nog helemaal niet kenden, kwam toen nog bij niemand op.

Hoe het afliep

Het laatste gewone eindexamen gymnasium oude stijl vond plaats in 1973. Het gymnasium werd een onderdeel van het vwo, met als examenvakken wiskunde I, bestaande uit analyse en waarschijnlijkheidsrekening & statistiek (verplicht voor iedereen die iets exacts ging doen), en wiskunde II: met vectormeetkunde en een keuzedeel. Wiskunde II werd maar weinig gekozen. De echte alfa's hoefden nu helemaal geen wiskunde meer te doen – en slaakten vermoedelijk een zucht van verlichting. Geschiedenis van de wiskunde was wel een van de keuzeonderwerpen bij wiskunde II, maar speelde daar geen rol. Meestal werden complexe getallen gekozen, een vertrouwd onderwerp voor leraren en handig als je echt een exact vak ging studeren. Geschiedenis van de wiskunde verdween voor tientallen jaren uit de school, en statistiek verhuisde na ruim tien jaar bij de HEWET-operatie weer van de B- naar de A-kant. In de nieuwste voorstellen figureert de statistiek heel opvallend zowel in wiskunde A, als C en D, met een althans op papier duidelijke overlap in de drie programma's.

En de geschiedenis van de wiskunde? Het doet me genoeg dat die een plaatsje binnen wiskunde C krijgt (dan maar eens niet zo doorstroomrelevant), maar eindtermen als 'ideeën over de rol van wiskunde in historische contexten en verschillende culturen herkennen en beschrijven' vind ik wel erg hoogdravend, maar ik ben dan ook maar een eenvoudige bèta. 'Hoofdstukken uit de geschiedenis van de wiskunde' zegt het programma uit 1958, en ook na langdurig *reflecteren* vind ik dat eigenlijk mooi genoeg.

Over de auteur

Harm Jan Smid was lerarenopleider en medewerker wiskunde aan de TU Delft, en promoveerde daar op de geschiedenis van het wiskundeonderwijs in de eerste helft van de negentiende eeuw. Hij is momenteel voorzitter van de Historische Kring Reken- en Wiskundeonderwijs (HKRWO). E-mailadres: h.j.smid@ipact.nl

Bedankt !!

[Jordy van Kollenburg]

Mijn vertrek. Alweer bijna een jaar geleden stond ik op schiphof, een imitatie van de 'Niagra Falls' na te doen. Ik weet nog dat ik dacht: 'Dit zou toch leuk moeten zijn, twee jaar de wonderlijke wereld die Afrika heet ontdekken.' Maar alles wat ik echt voelde, waren tranen, tranen vanwege het vooruitzicht van twee jaar lang missen. Het enige fijne aan het afscheid was dat er iemand naast me liep en stevig mijn hand vasthield, toen we de douane door gingen.

Onderwijs in Ghana

Eenmaal in Ghana maakten we de schitterende reis naar het uiterste Noorden van Ghana. Langzaam zagen we het landschap veranderen: het palmstrand van Accra veranderde in een machtig mooi regenwoud en al snel kwamen we erachter waarom we in het armste deel van Ghana waren geplaatst, want het groene regenwoud maakte ineens plaats voor de dorre savanne. Eenentwintig uur later stapten we uit in onze nieuwe thuisbasis: Zebilla.

Zebilla is een klein stadje tegen de grens van Burkina Faso, waar de gemiddelde temperatuur van 35 graden zorgt voor een landschap waarin men niet veel meer dan tomaten, gierst en uien kan verbouwen. Een stadje waar de meeste mensen leven in traditionele Afrikaanse lemen huizen met rieten daken. Een stadje waar men leeft rond de paar waterputten die er te vinden zijn, en waar het geen enkel probleem is om zes vrouwen en negentwintig kinderen te hebben. Een gemeenschap waar men gelooft in tovenarij die 'DjuDju' wordt genoemd en waar nog regelmatig een kind wordt betoverd tot het lot van een fiets of een aardappel. En in dit bolwerk van Afrikaanse cultuur en traditie staat dan opeens 'Zebilla Senior Technical Secondary School', mijn nieuwe werkgever.

In Ghana bestaat het educatiesysteem uit zes jaar 'primary school' (basisschool), drie jaar 'junior secondary school' (onderbouw middelbare school) en vervolgens vier jaar 'senior secondary school' (bovenbouw middelbare school). In de 'junior secondary school' doorlopen alle kinderen het zelfde curriculum. Als een kind vervolgens slaagt voor zijn examen – het moet dan voor alle vakken een 4 of hoger halen – kiest men voor een school en een richting binnen de 'senior secondary school'. Er zijn zes richtingen te kiezen: General arts, Home economics, Science, Business, Agriculture en Technical.

Helaas lukt het slechts zo'n 5% van alle kinderen in het Noorden om dit gehele traject te doorlopen. En van de 5% die de 'senior secondary school' weten te voltooien gaan er ongeveer 2% naar één van de drie universiteiten in Ghana.

Mijn werk

Mijn werk op 'Zebilla Senior Secondary Technical School' bestaat voornamelijk uit het geven van wiskunde en daarnaast coach ik beginnende leraren, geef ik HIV-voorlichting en een aantal uren ICT. Op onze school geven we twee soorten wiskunde onderwijs: 'core-mathematics' en 'elective-mathematics'. Elke 'senior secondary' leerling is verplicht om core-mathematics te volgen; elective mathematics is een keuzevak voor de richting 'Arts', en voor de richting 'Science' is het verplicht.

Core-mathematics is de basis, een soort mengelmoes van klassieke wiskunde zoals verzamelingenleer, lineaire algebra, het construeren met passer en liniaal en goniometrie en moderne wiskunde zoals business-maths, statistiek en kansverdelingen.

Elective-mathematics is een keuzevak; het behandelt elk onderwerp binnen de core-mathematics net even wat dieper en uitgebreider en heeft als toevoeging onderwerpen als differentiëren, integreren, differentiaalvergelijkingen, toegepaste wiskunde (sterk gelinkt aan natuurkunde) en vectoranalyse.

Het feit dat de school in het Noorden van Ghana geplaatst is, brengt met zich mee dat er een groot docententekort is en dat de docenten die er werken, vaak niet voldoende geschoold zijn. Dit is het gevolg van het feit dat het Noorden van Ghana het armste gedeelte van het land is en er vanwege de armoede maar weinig goed geschoolde leraren naar dit deel van het land willen komen om te werken.

Daarnaast zorgt de middle-of-nowhere ligging van de school voor het feit dat leerlingen niet graag naar Zebilla komen. Wanneer leerlingen hun keuze maken voor hun senior secondary school, staat Zebilla vaak onderaan het lijstje van voorkeuren. Daardoor krijgt onze school meestal leerlingen toegewezen die op alle andere scholen zijn afgewezen vanwege hun slechte resultaten op de junior secondary school.

Motivatie

Wel, geen vetpot dus om als student in Zebilla op school te zitten; ik zal het uw kind niet aanbevelen. Maar om als docent in Zebilla te werken is wel een absolute aanrader: zelden ben ik in Nederland studenten tegen gekomen die zo respectvol en gemotiveerd zijn! Orde is een probleem waar ze hier nog nooit van gehoord hebben, ondanks het feit dat klassen bestaan uit 60 leerlingen. En huiswerkcontrole is ook een verspilling van je tijd, leerlingen zitten van 7:00 tot 22:30 uur op school en het avondprogramma bestaat enkel en alleen uit huiswerk maken.

De motivatie van mijn leerlingen was voor mij de hoofdmotivatie om een aanvraag te doen bij het Wereldwiskunde Fonds. De meeste leerlingen hebben hier simpelweg geen geld voor het aanschaffen van boeken, waardoor ze zich moeten beperken tot het oefenen van opgaven, overgeschreven van het schoolbord. Opgaven die de docent de helft van zijn lestijd heeft gekost om ze er allemaal op te kalken.

Het WwF

Het Wereldwiskunde Fonds kwam al snel over de brug met een geweldig bedrag waar we maar liefst 450 boeken en 175 rekenmachines van konden aanschaffen. Deze boeken en rekenmachines liggen inmiddels in de geïmproviseerde bibliotheek van de school, waar alle 750 leerlingen van de school de boeken kunnen lenen voor gebruik. Namens alle leerlingen en docenten van de 'Zebilla Senior Secondary Technical School' wil ik alle leden van de NVvW bedanken voor hun bijdrage, waardoor leerlingen in staat zijn om hun motivatie om te zetten in daden. En persoonlijk wil ik alle leden bedanken voor de mogelijkheid die jullie mij hebben



Klaslokaal



Lerarenkamer



Spullen markeren



Een presentatie

gegeven om met behulp van het lesmateriaal een 'Masterclass Wiskunde' te kunnen opstarten. In de avonden bereid ik samen met een collega een select groepje briljante wiskundige studenten voor op hun examen. Hopelijk mogen we een van hen nog eens terug zien als de Nobelprijs voor de wiskunde eindelijk wordt ingevoerd.

Over de auteur

Jordy van Kollenburg is docent wiskunde aan de Zebilla Senior Secondary Technical School in Ghana van 16 september 2007 tot augustus 2009. Hij is daar in het kader van ontwikkelingssamenwerking. Daarvoor was hij docent wiskunde op Het Rhedens in Dieren.

E-mailadres: jordyk@hotmail.com

Uw leerlingen kunnen best wat hulp gebruiken

www.dukohamminga.nl

...Uook!

De wiskunde op onze site is uitermate geschikt voor het elektronisch schoolbord, voor thuisgebruik en voor maatwerk op papier. Kort gezegd: wiskunde voor de internetgeneratie.

GRATIS! praktische ondersteuning voor elke docent en leerling:

- Theorie
- Uitleg
- Voorbeelden
- Applets

Noteer de url van onze site
www.math4all.nl

Kom eens langs en... vergeet de site niet aan uw leerlingen door te geven.

De site is ontwikkeld en wordt onderhouden door ervaren en deskundige liefhebbers van wiskunde.

*Wij kunnen óók hulp gebruiken.
Met een pilot, met geld,
met support...*



Math4all

GRATIS!
maar niet goedkoop

Vanuit de oude doos

MCMXXVIII

[Ton Lecluse]

Ton Lecluse is docent wiskunde en heeft een doos met oude schoolboeken uit de vorige eeuw, waar hij graag in neust. Hij vindt vaak mooie opgaven (zonder uitwerking gelukkig) die hem uitdagen een oplossing te zoeken die past in het huidige curriculum. In de rubriek 'Vanuit de oude doos' wordt in elke aflevering een juweeltje behandeld. U kunt er uw lessen mee verrijken!

Hoeken jagen

Naar aanleiding van een toelatingsexamen wiskunde tot de universiteiten in 1928:

In een vierhoek $ABCD$ trekt men de diagonalen, die elkaar in S snijden.

Bewijs, dat de cirkels beschreven om de driehoeken ASD en BSC elkaar snijden onder een hoek gelijk aan die, gevormd door AD en BC bij verlenging.

We maken een tekening (zie figuur 1). De omgeschreven cirkels van driehoeken ASD en BSC zijn getekend. De hoek die twee elkaar snijdende cirkels met elkaar maken, is de hoek tussen de raaklijnen in één van de snijpunten. Welk snijpunt maakt niet uit; we kiezen S . De raaklijnen zijn SF en SG .

We moeten bewijzen dat $\angle AEB = \angle FSG$.

Probeer dit probleem op te lossen. (Dan pas onder de streep spieken!) Wellicht helpt het dit model te tekenen met een dynamisch computerprogramma.

Voor de hand liggend is gelijke hoeken te zoeken (zie figuur 2).

Op boog DS staan de hoeken DAS en FSD , dus: $\angle DAS = \angle FSD = x$.

Op boog CS staan de hoeken CBS en GSC , dus: $\angle CBS = \angle GSC = y$.

Niet verder lezen, eerst proberen deze figuur te doorgronden. Wanneer u nog een hint wilt hebben, mag u verder lezen.



figuur 1



figuur 2

Bij S zijn er gelijke overstaande hoeken:
 $\angle ASD = \angle BSC = z$.



figuur 3

We gaan ons nu concentreren op vierhoek $CEDS$. In deze vierhoek zijn de hoeken C en D uit te drukken in de variabelen die hierboven geïntroduceerd zijn:
 buitenhoek van driehoek ASD :
 $\angle EDS = x + z$;
 buitenhoek van driehoek BSC :
 $\angle ECS = y + z$.

Niet verder lezen, eerst proberen deze figuur te doorgronden. Wanneer u nog een hint wilt hebben, mag u verder lezen.

Stel nu $\angle FSG = a$. Dan is:
 $\angle BSD = 180^\circ = x + y + z + a$ (1)
 Wat volgt hieruit voor $\angle DEC$?

Niet verder lezen, eerst proberen een en ander te doorgronden. Wanneer u nog een hint wilt hebben, mag u verder lezen.

In vierhoek $CEDS$ kijken we naar de hoekensom:

$$360^\circ = (y + z) + (z + y + a + x) + (x + z) + \angle DEC$$

Deze uitdrukking kan worden herschreven tot:

$$2y + 2x + 2z + (a + \angle DEC) = 360^\circ \quad (2)$$

En uitdrukking (1) kan worden herschreven tot:

$$2y + 2x + 2z + (a + a) = 360^\circ \quad (3)$$

Uit (2) en (3) volgt: $\angle DEC = a$. Dus:

$$\angle AEB (= \angle DEC) = \angle FSG (= a).$$

Q.E.D.

Dick Klingens geeft de volgende variant van het bewijs, waarbij de raaklijnen FS en GS worden doorgetrokken, waardoor er geen gebruik hoeft te worden gemaakt van de stelling van de buitenhoek (maar in plaats daarvan overstaande hoeken); **zie figuur 4**.

In driehoek EAB is nu:

$$e + x + p + q + y = 180^\circ \quad (4)$$

En in driehoek SAB is:

$$x + a + y + p + q = 180^\circ \quad (5)$$

Uit (4) en (5) volgt: $e = a$.

Tot slot

Hierboven is uitgegaan van een vierhoek waarbij de diagonalen elkaar *binnen* de vierhoek snijden.

Maar geldt dit ook wanneer het snijpunt S van de diagonalen *buiten* de vierhoek ligt? Hieronder twee tekeningen (**zie figuur 5**) om u op weg te helpen.



figuur 5



figuur 4

Bron

Dr. Th.G.D. Stoelinga, Dr. M.G. van Tol (1958): *Wiskunde-Opgaven van de toelatingsexamens tot de Universiteiten van 1925 tot en met 1958*. Zwolle: N.V. Uitgeverij W.E.J. Tjeenk Willink (8e druk).

Over de auteur

Ton Lecluse is docent wiskunde aan het Comenius College te Hilversum.
 E-mailadres: alecluse@casema.nl

[Leon van den Broek]

Kangoeroe had in Nederland in 2008 bijna 80 duizend deelnemers. Een enorm aantal, maar het kunnen er nog meer worden! Alle leerlingen van de basisscholen en scholen voor voortgezet onderwijs, van 8 tot 18 jaar, komen in aanmerking om mee te doen. Er zijn redenen te over om met de Kangoeroe reken- en wiskundewedstrijd mee te doen. Ik geef er tien, die met elkaar wedijveren in belangrijkheid. Ze staan in een – voor mij – willekeurige volgorde. Wie voelt zich door geen van deze redenen aangesproken?

Reden 1: Kangoeroe heeft leuke **prijzes**.
Voor iedereen is er een 'aandenken' in de vorm van een wiskundig spelletje, geschikt voor alle leeftijden en beslist de moeite waard. Daarmee heb je het inschrijfgeld van € 2,75 er al meteen uit.

En er zijn grotere prijzen te winnen, allemaal met een exacte inslag: puzzelboekjes, abonnementen op populair-wetenschappelijke tijdschriften voor de jeugd, puzzels, spellen, rekenmachines, ...

Reden 2: Kangoeroe laat zien dat rekenen en wiskunde **interessant** zijn.
Elke vraag heeft iets spannends, een uitdaging voor de geest.

en zal dus zelf een oplossing moeten bedenken. En dat wordt steeds belangrijker in onze maatschappij, ook wanneer het geen bèta-activiteit betreft.

Reden 5: Kangoeroe zorgt voor de noodzakelijke **afwisseling**.
Het is een keer wat anders op school; daarmee wordt de sleur van alledag doorbroken.

Reden 6: Kangoeroe vraagt **flexibiliteit** in denken.

De vragen zitten niet in één hoekje van de wiskunde, de leerling moet dus van het ene naar een ander perspectief kunnen switchen.

Reden 7: Kangoeroe **oefent** lesstof.
Onderdelen zoals de stelling van Pythagoras, oppervlakte en omtrek, cirkels, telstrategieën en symmetrie komen aan de orde, uiteraard alleen die onderwerpen die voor de leerlingen bekend zijn. Er is alleen basale kennis nodig en gezond verstand.

Reden 8: Kangoeroe maakt **oplossingsstrategieën** bespreekbaar.
Hoe pak je zo'n vraagstuk aan? Een tekening maken, een voorbeeld uitwerken, een variabele invoeren, gewoon wat proberen,...

Speciaal voor Pabo's en lerarenopleidingen

Ook voor de pabo en lerarenopleiding bestaat de mogelijkheid om de kangoeroewedstrijd te houden. De meeste opleidingen doen dit intern: zij organiseren hun eigen wedstrijd. Dat kan zowel op het niveau van de leerlingen waaraan ze later les zullen gaan geven als op het eigen niveau van de student. En bovenstaande tien redenen zijn ook allemaal relevant voor de pabo's en lerarenopleidingen. Maar voor hen is er nog een ander aspect van belang: het ontwerpen van opgaven is heel instructief en kan in het kader van de Kangoeroe getraind worden.

Geef de studenten de opdracht om (in tweetallen) een of twee kangoeroevragen te ontwerpen, over een willekeurig onderwerp. Dat is een lastige klus, want hoe origineler de vraag is, hoe beter. Waar moet je allemaal op letten? Cruciaal is dat de studenten de leerlingen voor wie ze hun vraag maken goed kennen.

Laat de studenten hun ontwerp aan elkaar presenteren.
Bediscussieer de ontwerpen en de verschillende aanpakken.
Stuur de beste ontwerpen naar *kangoeroe@math.ru.nl*. Ik stel ze dan voor op de jaarlijkse internationale Kangoeroe-meeting. Misschien zie je een vraag van een van je studenten terug in de Kangoeroewedstrijd van 2010 of 2011.

Wanneer?

De Kangoeroe Reken- en Wiskundewedstrijd van 2009 vindt plaats op 20 maart en is bestemd voor alle basisschoolleerlingen vanaf groep 5 en alle middelbare scholieren.

Voor info zie www.math.ru.nl/kangoeroe.
 Inschrijven kan via deze website. De scholen
 dienen zich voor 18 februari 2009 aan te
 melden, bij voorkeur via de website.
 Voor vragen mailt u naar: kangoeroe@math.ru.nl
 of belt u naar: 024-3652985.

Over de auteur

Leon van den Broek is als onderwijskundige werkzaam aan de Radboud Universiteit Nijmegen. Hij organiseert van daaruit de Kangoeroewedstrijd in Nederland.

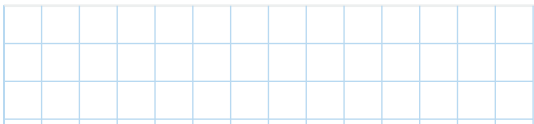
Reden 3: Leerlingen kunnen bij zichzelf (onverwachte) **beta-talenten** ontdekken. Iedereen kan nadenken op zijn eigen niveau. Als je bijvoorbeeld alleen de eerste tien vragen begreep en de meeste daarvan goed hebt opgelost, heb je een serieuze prestatie geleverd.

Reden 4: Kangoeroe ontwikkelt een goede **probleemoplossende houding**. Een leerling heeft de vragen (waarschijnlijk) niet eerder gezien. Hij heeft op school geen methode geleerd om zo'n vraag aan te pakken

Reden 9: Kangoeroe leidt tot **discussie** met klasgenoten.
Waarom is *dit* alternatief zeker fout en waarom is *dat* het juiste antwoord?

Reden 10: Kangoeroe is een **feest**.
Kangoeroe is een happening op school, een
evenement tussen sport en spel in. Zeker, het
is ook een wedstrijd, waarbij je wilt presteren.
Maar dat kan prima met plezier.

Advertentie Texas Instruments



25 jaar Ars et Mathesis

[Wim Laaper]

Op zaterdagmorgen 15 november ga ik om acht uur 's morgens in mijn auto op weg naar Utrecht om met behulp van mijn autonavigatortje na enige omzwervingen in de Paper Dome te belanden voor de viering van het 5e lustrum van Ars et Mathesis. Ars et Mathesis (zie ook: www.arsetmathesis.nl) heeft tot doel de belangstelling te bevorderen voor kunst die zijn inspiratie vindt in de wiskunde.

Binnenkomst

In de Paper Dome (zie foto 1) tref ik bij binnenkomst meteen al een groot aantal wiskunstenaars aan die hun werk op de vele tafels hebben uitgesteld. Ik heb gelukkig zonder filevertraging Utrecht kunnen bereiken en kan me dus onder het genot van lekker kopje koffie op mijn gemak vergapen aan het dak van het gebouw. Het bestaat uit kartonnen staven en stalen knooppunten (zie foto 2). Ook maak ik een eerste ronde langs de tentoongestelde objecten (zie foto 3, 4 en 5). Je voelt de wiskunde, zonder te struikelen over allerlei vakspecialistisch formule-instrumentarium. Ook allerlei zeer 'handzaam' materiaal is te bewonderen en inspireert menig lustrumvierder tot onderzoekende activiteiten. Het materiaal door je handen laten gaan is dan ook echt nodig om meer inzicht te krijgen in de wetmatigheden ervan.

Ars et Mathesis en 'Het Gebouw'

Ik ruk me los van al dit prachtige spul om te luisteren naar het welkom en een korte terugblik op 25 jaar Ars et Mathesis van voorzitter Aad Dijkxhoorn. Vervolgens is het de beurt aan Bertus Mulder die een boeiend verhaal houdt over de maatsystemen in de architectuur, toegepast op het 'Het Gebouw'. Dit bouwwerk, in opdracht van de gemeente Utrecht ontworpen door Stanley Brown en door Bertus Mulder en neergezet op een grasveldje naast de Paper Dome, bestaat uit twee balken die loodrecht op elkaar zijn geplaatst (zie foto 6). Het is eigenlijk minimalistische kunst gebaseerd op ideeën van de Stijlgroep (o.a. van Van Doesburg en Rietveld) uit de dertiger jaren. De gedachte achter het ontwerp is dat je altijd of 'ergens bent' (een punt) of 'onderweg bent' (een richting). De kruising van de blokken is het punt, de balken geven de richting. Aan de buitenkant slechts vlakken van 1,3 m bij 1,3 m ($1,3 \text{ m} = 5 \text{ SD foot}$, en 'SD' staat voor 'Stanley Brown'). Er zijn geen regenpijpen en andere tierelantijnen te zien. Al het nodige is in de muren verwerkt.

Koninklijke onderscheiding voor Hans de Rijk

Dan staat ineens Aleid Wolfsen, burgermeester van Utrecht, op het podium. Hij is gekomen om Hans de Rijk te benoemen tot Officier in de Orde van Oranje-Nassau. (zie foto 7). Hans krijgt deze onderscheiding voor zijn bijzondere verdiensten op het gebied van de popularisatie en bevordering van de wis-, natuur- en sterrenkunde. Hij schreef ongeveer 250 boeken, waarvan 31 titels onder het pseudoniem Bruno Ernst, over onderwerpen zoals Escher, onmogelijke figuren, grafologie, holografie en meer in het algemeen over wis-, natuur- en sterrenkunde. Daarnaast was hij de auteur van talloze artikelen in tijdschriften en dagbladen en leverde hij bijdragen aan Teleac. Een groot aantal van zijn boeken is in verschillende talen vertaald. Hij verwierf vooral grote bekendheid in Nederland en in het buitenland door zijn boeken over M.C. Escher. Ook nam hij omstreeks 1960 het initiatief tot de oprichting van Pythagoras en van Archimedes, resp. een wiskunde- en natuurkundeblad voor middelbare scholieren, waarin hij jarenlang allerhande onderwerpen beschreef. Daarnaast is Hans de Rijk medeoprichter van de eerste Nederlandse Volkssterrenwacht Simon Stevin te Oudenbosch en introduceerde hij een nieuwe sterrenkijker in Nederland. Hij is bestuurslid van de, in 1978 door hem opgerichte, vereniging Zonnewijzerkring en hij maakt tot op heden tevens deel uit van het bestuur van de stichting Ars et Mathesis, die hij in 1983 mede heeft opgericht. Hans heeft voor zijn werk de afgelopen jaren verschillende belangrijke prijzen gewonnen.

Middagpauze

We drinken champagne, toasten op Hans de Rijk en ik haal mijn lunchpakketje af bij de balie. Wel een beetje dooreten en nog weer even langs de expositie. Ik kan het ook nu toch weer niet laten: ik koop de 'Mathmaker' (met 30 magnetische

puzzelstukjes kan je meer dan een miljard ruimtelijke figuren bouwen). Dan naar de rondleiding van Bertus Mulder in 'Het Gebouw'. Zijn deskundige en enthousiaste uitleg bij wat we zien, is zeer inspirerend. Dat minimale, veel doen met zo weinig mogelijk, de wiskundesfeer zit helemaal in 'Het Gebouw'.

De twee uur pauze vliegen om.

Rinus Roelofs en Albert van der Schoot

Rinus Roelofs gaat nu spreken over 'Gekoppelde Gaten'. Hij laat via een beamer zien hoe hij met de computer uit platte oppervlakten ruimtelijke structuren optrekt waarin de gaten met elkaar verweven zijn. Ik neem uit de expositie een bouwplaat van een dubbele tetraëder, waarin de gaten met elkaar verweven zijn, mee naar huis. Hier kan je zien hoe je met één laag (bouwplaat) een ruimtelijke structuur kunt bouwen (zie foto 8 en 9).

Albert van der Schoot feliciteert Hare Majesteit met haar 'onderscheidingsvermogen' en voert ons op historisch verantwoorde wijze door de microkosmos en de macrokosmos.

'Een poort naar zee' als anamorfose

'Ontwerp je eigen anamorfose' was de opdracht van de lustrumprijsvraag 2008 van Ars et Mathesis. Een anamorfose is een vervormde afbeelding die slechts vanuit één punt gezien er realistisch uitziet. Het is een moeilijk onderwerp. De deelnemers moeten het werk grondig voorbereiden:

- Welk onderwerp wordt gekozen om af te beelden?
- Hoe ziet deze vervormde afbeelding eruit?
- Hoe teken ik deze vervormde afbeelding?
- Waar moet ik mijn oog, en later het fototoestel, houden om de vervormde afbeelding waar te nemen alsof deze niet vervormd is?

De winnaar van de prijsvraag is Nico Laan uit Den Haag. Zijn eerste prijs is een bedrag van € 500,00. Nico maakte een anamorfose in de vorm van een poort naar zee, getekend op het Noordzeestrand; gefotografeerd vanuit een vlieger lijkt de

poort rechtop te staan (*zie foto 10*).

In het juryrapport staat:

‘Nico Laan heeft met zijn inzending de jury op een aantal punten verrast: De locatie-keuze voor zijn anamorfose en daarmee samenhangend de materiaalkeuze. De anamorfose is op het strand gemaakt. Nico tekent niet met kleur, maar met reliëf. Zijn lijnen zijn gevormd door een in het strand gegraven geul en vlak daarnaast een dijkje gevormd door het zojuist uit de geul vrijgekomen zand, en verder door het effect van licht en schaduw. Ook de schaal van de anamorfose is een verrassing. Nico gebruikt voor zijn “Poort naar de zee” ongeveer een half voetbalveld. Bij deze afmetingen is ook de benodigde ooghoogte niet van een menselijke maat. Nico gebruikt een birds-eye-view op 18,75 meter. Ook hoe hij de foto van de anamorfose maakte is een verrassing: Niet vanaf een duintop. Nee, zijn camera wordt opgelaten aan een vlieger en wordt in positie gehouden door een speciale ophangconstructie. Hij bereidde zijn object gedegen voor. Als een landmeter berekende hij de exacte plaats voor zijn lijnen. Het beoogde beeld en het gerealiseerde beeld is perfect. Een klein stipje op het strand blijkt in werkelijkheid een paard met koets. Hiermee wordt meteen duidelijk dat de omvang van de anamorfose bijzonder groot is. De gemaakte foto is “een plaatje”: de anamorfose harmonieert volstrekt met de omgeving van strand, zee en lucht.’

De tweede prijs, een tête-à-fleur vaas van Paul Baars (*zie foto 11*), gaat naar een groep van vier studenten van wiskundeopleiding van de HAN in Arnhem, gestimuleerd door hun docent Ton Konings.

De derde prijs, een tête-à-tarte taartplateau van Paul Baars, wordt in de wacht gesleept door de Belgische student Matthew May. Alle 19 genomineerde personen krijgen een tasje met een biografie van M.C. Escher, het boek ‘Kunst en Wiskunde’, een Arabesk-bijenoog en enkele nummers van het blad ‘Optische Fenomenen’. Een aantal van de genomineerden ontvangt bovendien een toegangskaartje voor NEMO, Explorion of ‘Escher in het paleis’, een BlinQ-Art licht- en windspel, een cilinder-anamorfose of een boek over optische illusies.

Verrijkt naar huis

En dan is het inmiddels vier uur ’s middags. Het is afgelopen. Ik spoed me naar mijn auto, het was een interessante en ook erg leuke, gezellige dag. Ook een heel passende architectonische omgeving om zoiets te organiseren. Ik breng mijn navigator in stelling om vanuit Leidsche Rijn vlot op de snelweg naar het zuiden te komen. Met enige moeite en wat heen en weer rijden lukt dat ook nog.



foto 1



foto 2

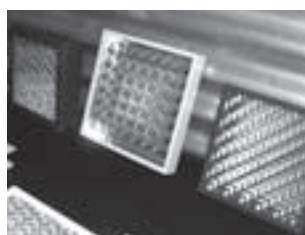


foto 3



foto 4



foto 5



foto 6



foto 7



foto 8



foto 9



foto 10



foto 11

Over de auteur

Wim Laaper is redacteur van *Euclides*.

E-mailadres: wlaaper@iae.nl

Sybrandt Hansz. Cardinael 1578-1647

[Danny Beckers]

Recent verscheen bij uitgeverij Verloren in Hilversum een vuistdik boekwerk over de Amsterdamse rekenmeester Cardinael: Sybrandt Hansz. Cardinael 1578-1647 rekenmeester en wiskundige. Zijn leven en werk. Geschreven door Matthijs H. Sitters als proefschrift.

In deze recensie van dat boek wordt verklaard waarom Cardinael een interessante figuur is die de aandacht waard is, en waarom een wiskundeleraar vandaag de dag over deze historische figuur zou willen lezen. Kortom, een recensie in de vorm van een pleidooi om inspiratie op te doen bij een collega uit lang vervlogen tijden.

De zeventiende eeuw

De eerste helft van de zeventiende eeuw is een belangrijke episode in onze vaderlandse geschiedenis. Door de intriges en krijgshandelingen die (goeddeels) onder leiding van de Oranjes werden gevoerd, slaagde een zevental kleine provincies erin om zich los te maken van de Spaanse kroon. Het waren woelige tijden, zowel in sociaal als in religieus, als in economisch opzicht. In diezelfde periode maakte ook de wiskunde een boeiende ontwikkeling door. In een periode van ongeveer twee eeuwen nam het belang van het vak voor de West-Europese samenleving toe: van een onbeduidende hoop regels die van toepassing waren verklaard op het koopliedenbestaan en de berekening van de Paasdatum, tot dé wijze van redeneren die ieder zinnig mens diende te beheersen en die als enige tot zinvolle kennis zou kunnen leiden. Het woord 'wiskunde' of 'wiskunst' voor het brede scala aan vakken dat onder het vakgebied der *mathematica* hoorde stamt juist uit deze tijd. 'Wis-kunst' – vergelijk met 'schilder-kunst' of 'bouw-kunst' – was de kunst van het zeker weten (denk aan wis en waarachtig).

Deze ontwikkelingen kenden twee belangrijke drijfveren. Enerzijds was dat de ontwikkelende handel, die behalve op goede boekhouding en rekenvaardigheid tevens steunde op landmeting en navigatie; anderzijds de oorlogsvoering, die ingenieurs werk opleverden in de vorm van fortificatiebouw en het ontwerpen van oorlogsmachinerie. De twee drijfveren waren zeker niet onafhankelijk van elkaar: de oorlog bracht schade toe aan de handel, maar leverde ook kansen op. Zo hadden

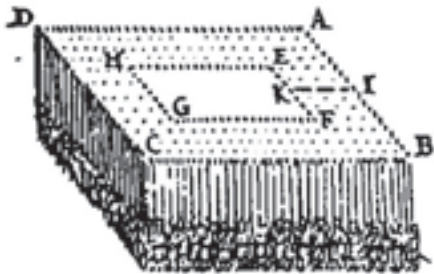
verschillende kooplieden hun rijkdom te danken aan de wapenhandel.

Naast dat er gehandeld werd in wapens, werd er ook bewapend in de handel. Koopvaardij schepen waren bewapend, of werden vergezeld door oorlogsschepen ter bescherming: wanneer vijandige koopvaardij schepen konden worden buitgemaakt, was dat immers altijd goed voor de winst. Machthebbers stimuleerden die praktijk, omdat op die manier de vijand ook economisch werd getroffen. Er werd dus tamelijk genuanceerd gedacht over het onderscheid tussen handel en piraterij. De kapiteins op de VOC-schepen die rond Kaap de Goede Hoop voeren, op weg naar Indonesië, waren er zeker niet vies van om een paar Franse, Britse of Spaanse schepen te kapen, wanneer dat goed uitkwam. Handel en oorlog waren er in overvloed vanaf de zestiende eeuw. Het is dus helemaal niet vreemd dat juist in die periode een herleving van interesse in de wiskunde zich voordeed. Die interesse was er zowel onder handelaren als onder staatslieden. Nu kon men zich als gerespecteerd (edel)man natuurlijk niet zomaar bezig houden met rekenen aan geld, maar gelukkig was er ook nog een erfenis uit het oude Griekenland die herontdekt werd. De verwerking van de antieke erfenis van Euclides, Apollonius en Archimedes was een gerespecteerde bezigheid. Door antieke boeken te publiceren en/of te reconstrueren uit nog overgebleven fragmenten vonden wiskundigen aansluiting bij het humanistische geleerdheidsideaal, waarbij kennis van de antieke schrijvers hoog in het vaandel stond. Op die manier werd wiskunde ook verheven

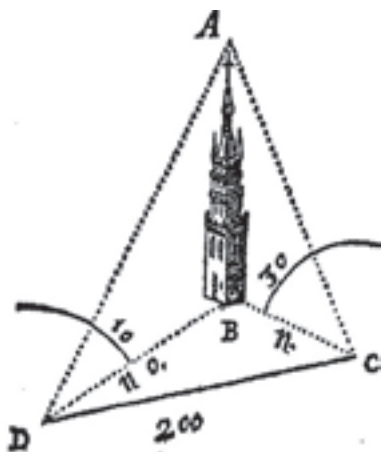
tot een serieus te nemen onderdeel van de wetenschap, en was het niet alleen een mondaine bezigheid. Dat prins Maurits een ingenieursschool én een leerstoel wiskunde vestigde aan de kersverse Leidse universiteit, was een teken dat hij beide belangen van de wiskunde maar al te goed begreep. Wie goed was in wiskunde, kon het belang van de Republiek goed dienen. Ook door een ingenieur/wiskundige als Simon Stevin (1548-1620) aan de hofhouding te verbinden droegen de Oranjes dat beeld uit.

Rekenmeesters en nieuwlichterij

In deze sfeer van belangstelling voor wiskunde was kennis van rekenen en wiskunde een groot goed. Mensen betaalden extra om hun kinderen rekenen of wiskunde te laten leren. Dat kon bij de spreekwoordelijk bekende Willem Bartjens die de stadsschool van Zwolle beheerde; daarnaast waren er vele gespecialiseerde rekenmeesters die een particuliere school hadden. Onder die rekenmeesters was de concurrentie dermate hevig dat het nodig was voor nieuwkomers om zich te onderscheiden. Dat deed men door middel van lesboeken, pamfletten of opgavenbundels, waarmee men kon laten zien hoe goed men eigenlijk was. Zowel de handel, het landmeten, als de oorlogsvoering zien we ook terug in opgaven uit die tijd. Ook in de boeken van Cardinael.



Afbeelding uit de *Hondert Geometrische questiën* (1614), betreffende de opstelling van een peleton soldaten. De pikiniërs worden opgesteld rond de schutters, en de vraag is hoe veel rangen pikiniërs kunnen worden opgesteld. (Bron: 'Sybrandt Hansz. Cardinael 1578-1647 rekenmeester en wiskundige'; p. 287)

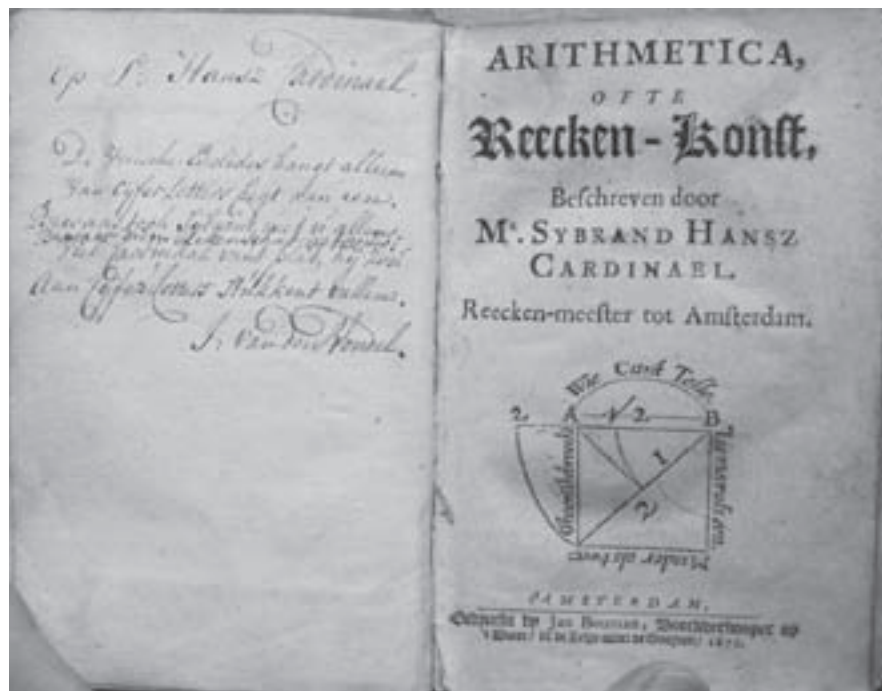


Afbeelding uit de *Hondert Geometrische questiën* (1614), betreffende de metingen aan een toren. (Bron: 'Sybrandt Hansz. Cardinael 1578-1647 rekenmeester en wiskundige'; p. 417)

Cardinael was een bijzondere rekenmeester. Op de eerste plaats was hij een grootheid tijdens en na zijn leven, die door zijn leerlingen met ere genoemd werd. Zijn *Hondert Geometrische questiën* werd veel aangehaald en verscheen zelfs in vertaling. Op de tweede plaats nam hij een bijzondere plaats in tussen zijn collegae. Terwijl veel van zijn collegae rekenmeesters zich juist te buiten gingen aan de nieuwlichterij van de algebraïsche manipulaties, de zogenaamde 'regula coss', weigerde Cardinael daar zijn handen aan vuil te maken. Dat zou kunnen duiden op een klassieke vorming, of op pogingen van Cardinael om juist aansluiting te vinden in academische kringen. In de klassieke wiskunde was meetkunde de

meest verheven en meest exacte wijze van kennis. Er waren redenen om te twijfelen aan de houdbaarheid van algebraïsch rekenwerk. Cardinael laat er één prominent op het titelblad van zijn rekenboek prijken: het bestaan van irrationale getallen. Op het titelblad van zijn *Schoolboek van de arithmetica* staat een vierkant met daarin een diagonaal getekend. Er omheen staat de tekst: het is meer dan één, minder dan twee, maar geen breuk. Het gegeven dat men meetkundig kon bewijzen dat $\sqrt{2}$ niet als een breuk geschreven kon worden (in Euclidische terminologie: onmeetbaar was met de eenheid), betekende dat rekenkunde en algebra als fundament voor zekere kennis op z'n minst suspect waren.

Een andere reden om te twijfelen aan de zekerheid van algebraïsch rekenwerk was het probleem van de dimensies. In de meetkunde werden machten van de onbekende geassocieerd met figuren: x was een lengte, x^2 was een vierkant, x^3 een kubus. Een uitdrukking als x^4 kon in algebraïsch rekenwerk probleemloos opduiken (bijvoorbeeld als tussenresultaat), maar was meetkundig lastig te duiden. Toen Descartes (1637, meer verspreiding vanaf 1649) de vermenigvuldiging koppelde aan de constructie van evenredige lijnstukken, en later door mensen zoals de staatsman/wiskundige Johan de Witt (1661) constructies werden beschreven die krommen – gezien als relaties tussen



Op het titelblad van de *Arithmetica* van Cardinael prijkt een figuur waarmee de onmeetbaarheid van $\sqrt{2}$ wordt geïllustreerd. Voor Cardinael was dit een argument om algebra niet te gebruiken, blijkens de spreuk die hij erbij heeft laten graveren.

lijnstukken – koppelden aan vergelijkingen, werd de kloof tussen de algebra en de meetkunde langzaam gedicht. Eind 18de eeuw is de algebra ingeburgerd en gemeengoed geworden en twijfelen nog maar weinigen aan de houdbaarheid. Tot circa 1650, en op sommige plaatsen tot veel later, werd een meetkundig bewijs door academisch geschoolden echter als een écht bewijs beschouwd; algebra kon hooguit een aanzet geven tot het vinden van zo'n bewijs. Cardinael was een fervent voorstander van deze zienswijze, maar tegelijkertijd waren de meeste van zijn collega-rekenmeesters juist erg gecharmeerd van de algebra.

Cardinael door Sitters

Cardinael was dus tegelijkertijd een held én een vreemde eend in de bijt. Dat maakt hem een interessante figuur. Kon hij tot held worden uitverkoren, juist omdat temidden van zijn collegae deze man, met zijn zo bizar afwijkende mening, voor niemand gevaarlijk was? Was er sprake van patronage, en publiceerde Cardinael naar de smaak van zijn protector? Hoe dan ook, het is een interessante man, wiens ideeën serieus genomen dienen te worden. Het is dan ook volkomen terecht dat Sitters grondig studie van deze man heeft gemaakt.

De focus van het boek van Sitters ligt bij de *Honderd Geometrische questiën*. Deze eersteling van Cardinael, het boek waarmee hij in 1614 zijn reputatie vestigde (het boek waarmee hij de meeste indruk heeft gemaakt, meent Sitters zelfs op pag. 61), was een collectie van honderd meetkunde-opgaven, waarmee hij liet zien dat hij een goede wiskundige was. Een soort meester-proef, die potentiële leerlingen moest attenderen op zijn bestaan. In dat opzicht was het werk niet uniek en stond het in een traditie van uitgewerkte opgaven die rekenmeesters op aanplakbiljetten, lesboeken of pamfletten verspreidden, om aan de buitenwereld kenbaar te maken dat er een bekwaam leraar schuilging achter de vermelde naam. Alle honderd opgaven uit dit boek zijn door Sitters overgenomen en geanalyseerd. Dat is voor de docent wiskunde die smult van meetkundige bewijsvoering (waar ik mezelf toe reken), een genot. Dat is het sterke en tevens het zwakke punt van het boek.



Het titelblad van *Honderd Geometrische questiën*. (Bron: 'Sybrandt Hansz. Cardinael 1578-1647 rekenmeester en wiskundige'; p. 208)

Het is het sterke punt van het boek, omdat Sitters in heldere bewoordingen en met zichtbaar enthousiasme, alle vraagstukken behandelt, ze voorziet van bruikbare wiskundige achtergrondinformatie, en ook de opgaven met elkaar in verband brengt, zodat de virtuositeit van de compositie van Cardinael zichtbaar wordt. Naast de uitwerking van de opgaven bevat het boek van Sitters – alle nieuwe, mooie archiefvondsten ten spijt – echter weinig verrassende dingen, en dat is spijtig. Het leven en werk van Cardinael is voor een nog veel breder publiek interessant dan voor wiskundelovenden die warm worden van meetkundige constructies. De historische context waarin Cardinael opereerde, maken dat met name ook zijn opvattingen over het filosofisch stelsel van Descartes, alsmede zijn ideeën over getallen, interessant zijn. Dan heb ik het nog niet over zijn opvattingen over wat de positie van de wiskunde was binnen de gebieden van menselijke kennis. De bronnen die Sitters bekeken heeft – en goeddeels ook reproduceert – hadden een dergelijke analyse mogelijk gemaakt, maar hij analyseert de bronnen alleen als tekst, en plaatst ze niet in de historische context. Niet dat Sitters helemaal niets behandelt van de context, maar die context wordt nergens ingezet om historisch begrip tot stand te brengen.

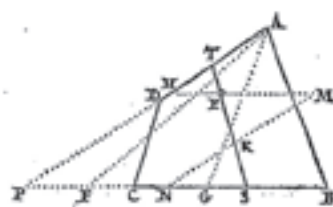
Om het belangrijkste voorbeeld te noemen: de pagina's 129 tot en met 426 zijn geheel besteed aan de *Honderd Geometrische questiën*. Dat is weliswaar een mooi boek, maar tevens een boek waarvan aangegeven zou moeten worden in welke zin het representatief kan worden geacht. Het zou inhoudelijk en qua stijl vergeleken kunnen worden met andere, vergelijkbare publicaties uit die tijd, en de gedetailleerde bestudering zou informatie kunnen opleveren over hoe Cardinael zijn vak verkocht aan het grote publiek en zijn vakmanschap vestigde bij zijn collegae. In het boek van Sitters lezen we dat niet. Het boek wekt bij mij het meest enthousiasme als basis voor lesideeën. In dat verband moest ik denken aan een ander proefschrift uit 2005: *Meetkunde opnieuw uitgevonden*. Het sterke element van dat proefschrift zat in de uitgewerkte lessenseries, en de toetsing daarvan in de klas^[2]. Helaas levert het werk van Sitters wel lesideeën, maar (nog) geen concreet lesmateriaal. Een gemiste kans.

Ideale formulering

Om het werk van Cardinael in zijn historische context op waarde te kunnen schatten had het vergeleken moeten worden met vergelijkbare werken van tijdgenoten. Tevens had het naast de ontwikkelende idealen van exacte formulering gelegd moeten worden. Tijdgenoten van Cardinael, zoals de academicus Willibrord Snellius (1580-1646), dachten na over toegestane redeneerstappen en braken zich het hoofd over formuleringen. Over Snellius is recent een proefschrift verschenen^[3], waarin precies die thematiek (wat is toegestaan in de wiskunde?) wel aan de orde komt. Ook waar het gebruik van klassieke argumenten of (uit de context getrokken) citaten van klassieke auteurs in retorica betreft, is dit een belangrijk boek, dat op een aantal punten een waardevolle aanvulling geeft op het magistrale werk van Bos^[1], dat de ontwikkelingen van toegestane redenties in detail beschrijft. Sitters kent die boeken wel, maar koppelt het werk van Cardinael niet aan die ontwikkelingen. Doordat Sitters deze achtergrond niet uitbuit, komt hij niet verder dan een presentistische karakterisering van het werk van Cardinael. Zo lezen we over het werk van Cardinael en zijn tijdgenoten voortdurend in termen van 'merkwaardig' (p. 196), 'opvallend' (p. 259), 'opmerkelijk' (p. 358), 'wonderlijk' (p. 442), of uit de

auteur anderszins zijn verbazing, zoals in zijn bespreking van het algebraboek van Stampioen (1639), waar Sitters niet lijkt te kunnen bevatten dat negatieve uitkomsten in de oplossing van een vierkants-vergelijking – ‘denkbeeldige wortels’ genoemd – in de meetkundige rechtvaardiging geen aandacht krijgen (pp. 193-194). En dat terwijl hij eerder (p. 174) wel heeft aangegeven dat negatieve oplossingen vreemd werden gevonden, ook door algebraïci. Het lijkt erop dat Sitters een man als Kinckhuysen, met zijn algebraboek (1661) in een voor ons herkenbare vorm – d.i. zonder meetkundige rechtvaardigingen – als ‘modern’ bestempelt, terwijl hij hem op grond van de bronnen die hij noemt, alleen maar afwijkend kan noemen. Ook dat Cardinael en zijn tijdgenoten zich niet druk maken over de uniciteit van oplossingen, is voor Sitters niet te bevatten (zie bijvoorbeeld p. 259).

Kortom, Sitters slaagt er niet in om uit te leggen waarom het voor de 17de-eeuwers voor de hand lag om zo te denken, en daarmee blijft hij ver verwijderd van een historische benadering. Ik kan hem echt niet volgen wanneer hij Cardinael blijft aanduiden met termen als ‘te behoudend’ en ‘kortzichtig’, of wanneer hij zijn hoofdfiguur ‘een irrationele blokkade’ toeschrijft, terwijl hij nota bene zelf in hoofdstuk 2 heeft beschreven dat tijdgenoten van Cardinael allemaal een meetkundige rechtvaardiging zochten voor hun algebraïsche manipulaties (pp. 55, 151, 187-202). Het lijkt erop dat Sitters meent dat Descartes toch wel voor iedereen duidelijk heeft gemaakt dat algebraïsche manipulaties in correspondentie kunnen worden gebracht met meetkunde. Hij realiseert zich dan niet dat zo iets slechts achteraf valt te constateren: voor de meeste 17de-eeuwers, die bovendien veelal geen toegang hadden tot het werk van Descartes, ging deze opvatting een eeuwenoude traditie verdringen – een proces waarvan a priori nog helemaal niet duidelijk was dat het met een ‘overwinning’ van de algebra zou eindigen. Het is bijzonder spijtig dat Sitters er niet in slaagt om de schroom van zijn hoofdfiguur te bevatten, historisch te kaderen en te duiden, want dat had zijn boek een meerwaarde verleend.



Meetkundeconstructie uit de Hondert Geometrische questiën: in een gegeven vierhoek ABCD is gegeven een punt E. Gevraagd naar de constructie van een lijn door E die de vierhoek in twee delen van gelijke oppervlakte verdeelt. Er valt veel mooie meetkunde te beleven in het boek van Sitters. (Bron: ‘Sybrandt Hansz. Cardinael 1578-1647 rekenmeester en wiskundige’; p. 401)

Aanbeveling

Maar, zoals gezegd, wie van meetkundige constructies houdt, kan in het boek van Sitters zijn lusten botvieren. Als wiskundeleraar heb ik in het boek een heldere uitleg van een aantal meetkundige constructies aangetroffen, die ik met mijn leerlingen zeker kan gebruiken. Daarbij moeten leerlingen wel even worden gewaarschuwd dat we tegenwoordig met de rekenmachine een subtiel andere benadering voor π gebruiken dan de Archimedische waarde van $22/7$, die Cardinael hanteert. Als docent kun je er ook nog een gebrek aan meetkundige virtuositeit mee verdoezelen: toen vorige week een leerling mij vroeg naar de constructie van een lijn door een gegeven punt, die een gegeven driehoek in twee delen van gelijke oppervlakte verdeelt, heb ik de (gedeeltelijke) oplossing aangetroffen in kwestie 92 op bladzijden 398 en verder van het boek van Sitters.

Eén anekdote met betrekking tot dit boek wil ik u niet onthouden. Van het werk van Sitters bestaan naast de proefschriftversie, ook nog twee handelsedities. De eerste handelseditie is inmiddels zeldzaam: het betreft een uitgave waarin door vergissing op tamelijk willekeurig ogende plekken in woorden extra spaties waren geslopen. Deze versie is door de uitgever in zijn geheel teruggehaald en vervangen door een mooi verzorgde en goed geredigeerde versie. Een kostbare zaak, die echter de uitgever bepaald siert. Uit welingelichte bron is mij bekend dat een beperkt aantal exemplaren van de eerste handelseditie stiekem is achtergehouden, dit met de intentie dat niet in vergetelheid zal raken dat er in zo korte tijd maar liefst drie edities verschenen van een

proefschrift: een waar unicum! Cardinael zou er zeker zeer mee in zijn nopjes zijn geweest: zoveel aandacht voor zijn meetkundige vraagstukken anno 2008.



Boekgegevens

M.H. Sitters (2008): *Sybrandt Hansz. Cardinael 1578-1647 rekenmeester en wiskundige. Zijn leven en werk.* Hilversum: Uitgeverij Verloren BV. ISBN 978-90-8704-002-4 Prijs: € 59,00

Noten

- [1] Henk Bos (2001): *Redefining geometrical exactness*. New York etc.: Springer.
- [2] Iris van Gulik-Gulikers (2005): *Meetkunde opnieuw uitgevonden*. Groningen: bij de auteur.
- [3] Liesbeth de Wreede (2007): *Willebrord Snellius (1580-1626) / A Humanist reshaping the mathematical sciences*. Utrecht: bij de auteur.

Over de auteur

Danny Beckers is wetenschapshistoricus en voormalig docent wiskunde. Op dit moment is hij voor een dag in de week als universitair docent verbonden aan de Faculteit Exacte Wetenschappen van de Vrije Universiteit van Amsterdam. De overige vier dagen is hij actief in zijn eigen bedrijf, dat zich specialiseert in begeleiding van normaal en hoog functionerende mensen met psychiatrische problematiek. E-mailadres: d.beckers@few.vu.nl

Klasseposter 'Wiskunde in Perspectief'

[Charlotte Vlek]

Wat kun je nou met een studie wiskunde? En waar werken wiskundigen eigenlijk? Dat was de insteek van het project Wiskunde in Perspectief, afgelopen jaar nieuw leven ingeblazen door de Taakgroep Landelijke Wiskunde PR, een gemeenschappelijke commissie van het KWG en de NVvW. Het resultaat van dit project, gepresenteerd in een voor leerlingen, docenten, voorlichters en andere belangstellenden geschikte website, is te vinden op www.wiskundeinperspectief.nl. De website gaat vergezeld van een poster om in het (wiskunde)lokaal op te hangen. Die vindt u bij deze uitgave van Euclides.

Wiskundigen werken niet alleen als leraar of onderzoeker, ze werken in de consultancy, softwareontwikkeling of bij banken en verzekeringsmaatschappijen, om maar een paar grote te noemen. We treffen ze bovendien aan bij de NAVO (Erik Verhoeff als onderzoeker Toekomstige Technologieën) om de dreiging van mogelijke nieuwe technologieën in kaart te brengen. Of bij het Ministerie van Volkshuisvesting, Ruimtelijke Ordening en Milieubeheer (Valentin Neevel als senior beleidsadviseur) om het modelleren van bevolkingsgroei en woongedrag te coördineren.

Op www.wiskundeinperspectief.nl vertellen afgestudeerd wiskundigen zoals Erik Verhoeff en Valentin Neevel over de baan waarin ze nu werken. Maar ze vertellen ook over voorgaande banen en/of stages, en hun ervaringen tijdens de studie. Natasha Maurits zegt bijvoorbeeld: 'Wiskunde studeren vond ik leuk omdat je dan tussen mensen zit die hetzelfde leuk vinden als jij.' En Marry Ouwehand vertelt over haar bijzondere stage in Bolivia: 'Er is daar een gigantisch afvalprobleem. Wij hebben ons bezig gehouden met het optimaliseren van de routes van vuilniswagens. (...) We hopen dat ons verslag heeft bijgedragen, zodat de vuilniswagens beter ingepland kunnen worden.'

De onvermijdelijke vraag is natuurlijk wat er nou zo leuk, mooi of bijzonder is aan wiskunde. Ook daar vertellen de geïnterviewden over, en voor veel van hen gaat het om het hoge 'puzzelgehalte' van het vak. Maar het gaat niet alleen om het puzzelen, vertelt Ruben Naeff: 'Met wiskunde schep je dingen vanuit het niets. Het is eigenlijk heel creatief.'

Stuur een interview in en win twee kaartjes voor *Oorlogswinter*

Op de website zullen de komende tijd nieuwe interviews blijven verschijnen, waarvan mogelijk één van een enthousiaste lezer: tot 30 maart is het mogelijk zelf interviews in te sturen, waarvan de beste beloond wordt met twee toegangskaartjes voor *Oorlogswinter*, de verfilming van het gelijknamige boek van Jan Terlouw.

Vereisten voor een in te sturen interview zijn eenvoudig: de geïnterviewde in kwestie moet een wiskundestudie hebben afgerond, waarvan hij of zij bij voorkeur ook nog gebruik maakt in het werk. Verder moet duidelijk in het interview naar voren komen wat dat werk precies inhoudt, en moet het een goed lopend verhaal zijn. Het beste interview wordt beloond met twee kaartjes voor *Oorlogswinter*, en natuurlijk plaatsing van het interview op de website!

De wiskundigen laten op 'Wiskunde in perspectief' zien dat hun opleiding lang niet altijd gepaard hoeft te gaan met het imago van een 'stoffige professor'. Bovendien blijken wiskundigen overal te zitten, zelfs in de politiek: ook Jan Terlouw, jeugdboeken-schrijver en politicus, heeft in een ver verleden wiskunde gestudeerd. Op de website vertelt hij: 'Ik ben in de eerste plaats wetenschapper, pas in de tweede plaats politicus. (...) Ik kijk ook als exacteling. Ik denk eigenlijk dat ik dat nooit echt kan laten.'

Over de auteur

Charlotte Vlek is nationale PR-medewerker Wiskunde (een gezamenlijk initiatief van het KWG, de NVvW en Kennislink). Projecten waar ze zich mee bezig houdt, zijn momenteel *Wiskunde in Perspectief* (beroepsperspectieven na een wiskundestudie) en *Eureka* (wiskunde D promotie in 3-vwo).

E-mailadres: c.vlek@fi.uu.nl

Prijsvraag PI-dag, 14 maart 2009

[De wiskundemeisjes en Hans Wisbrun]

Internationaal wordt op 14 maart (3/14 in de Amerikaanse notatie) *PI-dag* gevierd. Alleen... niet in Nederland! Om te kijken of we ook hier een traditie

van de grond kunnen tillen, schrijven wij dit jaar een prijsvraag uit, voor groepen (scholen, instellingen, bedrijven, boeren, burgers en buitenlui, ...)



Auteurs: Jan Blankespoor, Kees de Joode, Aad Sluiter
 Titel: Toegepaste Wiskunde voor het hoger beroepsonderwijs / Inleiding
 Uitgever: HB uitgevers, Baarn (2008, 4e herziene druk)
 ISBN 978 90 5574 495 4
 Prijs: € 34,50 (166 pagina's, ingenaaid)

Dit boek is het inleidende deel van de serie Toegepaste Wiskunde voor het Hoger Beroepsonderwijs. Het is geschreven voor studenten die willen beginnen aan een hbo-opleiding, maar niet beschikken over de meest geschikte vooropleiding. Het boek kan ook worden gebruikt bij voorbereidende cursussen op een technische studie in het hbo.

Veel elementaire reken- en wiskundeonderwerpen komen aan de orde, en in de laatste twee hoofdstukken ook een aantal elementaire meetkundeonderwerpen. Het begint met het rekenen met positieve en

negatieve gehele getallen, en vervolgens komt het rekenen met gebroken getallen aan bod. Uitgelegd wordt hoe je breuken moet optellen, vermenigvuldigen en delen. Ook de decimale voorstelling van rationale getallen wordt behandeld. Daarna volgen machten, wortels en logaritmen. In deze eerste twee hoofdstukken gaat het vooral om het rekenen. De wiskunde komt in de daarop volgende hoofdstukken naar voren. Deze hoofdstukken zijn achtereenvolgens: letterrekenen, ontbinden en herleiden, vergelijkingen en ongelijkheden, functies, exponentiële en logaritmische functies. De laatste twee hoofdstukken tenslotte heten meetkunde, driehoeksmetkunde en goniometrie. In elk hoofdstuk worden veel voorbeelden gegeven, en zijn er behoorlijk wat oefenopgaven. Van deze opgaven staan achterin het boek de antwoorden vermeld.

Enkele wiskundige kanttekeningen bij dit boek.

- Het delen van breuken wordt als volgt uitgelegd. *Stel dat je een breuk moet delen door een breuk, dan vermenigvuldig je zowel boven als onder de deelstreep met een breuk zó dat er onder deelstreep 1 komt te staan, en dan is het antwoord duidelijk.* De bekende regel 'delen door een breuk is vermenigvuldigen met het omgekeerde', wordt hier min of meer afgewezen als zijnde te veel een truc. Is bovenstaande methode minder een truc?
- Het feit dat $\sqrt{-9}$ niet kan, wordt als volgt uitgelegd. *Voor de hand ligt om iets met 3 te proberen. Maar $\sqrt{-9} = 3$ en $\sqrt{-9} = -3$ kunnen niet omdat $3^2 = (-3)^2 = 9$. Conclusie: $\sqrt{-9}$ kan niet.* Om uit het feit dat het met twee kandidaten die mogelijk

in aanmerking kunnen komen, niet lukt te concluderen dat het dus niet kan, lijkt me toch wat kort door de bocht.

- Op pag. 76 gaat het onder andere over het oplossen van de vierkantsvergelijking $x^2 - 8x + 5 = 0$. Er wordt opgemerkt dat het niet mogelijk is twee getallen te vinden met som -8 en product 5. Vervolgens wordt deze vergelijking met de *abc*-formule opgelost, en staan er aan het eind twee getallen met som -8 en product 5.
- Op pag. 84 verschijnt het symbool $\in$ zonder dat wordt uitgelegd wat hiermee bedoeld wordt.
- Onderaan pag. 144 staat de volgende opmerking: *Met de toetscombinatie $\sin^{-1}$ wordt de inverse van de sinus bedoeld, niet de omgekeerde. In deel 1 zullen we zien dat $\sin^{-1}$ feitelijk staat voor de functie arcsinus.* Behalve het feit dat de inverse van de sinus niet bestaat, lijkt in een dergelijk inleidend boek een verwijzing naar een functie arcsinus niet zo zinvol. En als $\sin^{-1}$ de arcsinus blijkt te zijn, hoe zou die dan gedefinieerd zijn?

Het boek biedt veel voorbeelden en bruikbaar oefenmateriaal, maar uit bovenstaande voorbeelden moge duidelijk zijn dat op de wiskundige zorgvuldigheid hier en daar wel wat valt aan te merken.

Over de recensent

Bram van Asch is redacteur van *Euclides*. Hij werkt als universitair docent aan de Technische Universiteit Eindhoven.
 E-mailadres: a.g.v.asch@tue.nl

De opdracht is simpel:

- Ga met een groep op PI-dag (13 maart mag ook; in 2009 valt PI-dag op een zaterdag) in een formatie staan, liggen, of wat dan ook, zodat er *vanaf boven bekeken* een PI-vorm ontstaat. Hoe meer deelnemers, hoe groter het plezier.
- Maak van de opstelling vanaf een hoge positie een digitale foto, en wel zo dat de PI-vorm *duidelijk zichtbaar* is.

De kwaliteit van de foto moet zodanig zijn, dat je een scherp beeld krijgt als de foto op A3-formaat wordt afgedrukt.

- Mail die foto (eentje per groep!), met begeleidende tekst, vóór 16 maart naar wisc@planet.nl.

Een deskundige jury kiest uit de inzendingen de origineelste en/of mooiste. De uitslag zal 20 maart gepubliceerd worden op <http://chocopi.blogspot.com> en op www.wiskundemeisjes.nl.

De winnende groep ontvangt uiteraard een mooie prijs. We overleggen nog welke het beste is.

Alle deelnemers aan de prijsvraag geven toestemming dat hun foto gepubliceerd wordt.

Voor meer informatie over de prijsvraag, mail naar wisc@planet.nl. Succes!



Jaarrede 2008, en meer

[Marian Kollenveld]

Deze jaarrede werd uitgesproken door NVvW-voorzitter Marian Kollenveld op de jaarvergadering van 8 november 2008 te Nieuwegein.

Dames en Heren,

Laat ik beginnen met u gerust te stellen: onze penningmeester komt van Flakkee, en zoals de naam al doet vermoeden staan ze daar met hun voeten in de zeele in het hoofd zelden in de wolken. Voor zo iemand is IJsland veel te ver weg. Gelukkig maar. Hij zal straks zijn laatste jaarrekening presenteren en dan kunt u alles piekfijn controleren op onverklaarbare afboekingen. Vorig jaar hield ik het kort, omdat onze koers niet veranderd was en er vooral voortgang te melden was. Ook dit jaar wilde ik het kort houden en u eenvoudig vertellen dat we goed op de winkel hebben gepast. Er zijn geen nieuwe dingen gestart. Maar omdat die winkel een goed beklante zaak is, is er toch weer veel te melden. Dat merk je pas goed als vanaf augustus de nieuwe bestuursleden aanschuiven, die na een tijdje tot over hun enkels in de informatieve mails staan en veel nieuwe afkortingen moeten leren.

Voorname

Dat brengt me meteen bij het eerste voorname: doordat het bestuur de afgelopen jaren ernstig onderbemand was, hebben we de informatievoorziening van het bestuur naar de leden een beetje verwaarloosd. Je bent al blij als het werk min of meer gedaan is; daar ook nog systematisch over schrijven schiet er snel bij in. Met drie nieuwe bestuursleden en twee vertrekkende krijgen we wat meer ruimte, al zijn we nog steeds onderbemand, maar daarover later. U zult voortaan op het alleen voor leden toegankelijke deel van de website regelmatig verslagen zien van de bestuursvergadering en in elke *Euclides* verschijnt

een 'Van de bestuurstafel'. Op die manier bent u beter op de hoogte, en wellicht inspireert dat nog iemand tot een sollicitatie naar een bestuursfunctie. [Red. Zie de 'advertentie' elders in dit blad.]

Programma's tweede fase

Verwarmd door deze eerste goede voornemens heb ik ook een stuk geschreven in de komende *Euclides* over de ontwikkelingen rond de programma's voor de tweede fase. Dat liep voor de zomervakantie opeens vrij heftig op.

Want wat was het geval? Zoals u weet hebben we ervoor gekozen om actief bij de ontwikkelingen betrokken te zijn. In elke commissie van cTWO zitten dan ook een aantal leraren. Die commissies hebben allemaal hard gewerkt aan de concept-programma's. Er was inbreng vanuit school en vervolgonderwijs. De uitkomst was een compromis, waar de betrokkenen mee konden leven. Na de veldraadplegingen hebben we vanuit het lerarenperspectief in een reactie nog wat kanttekeningen geplaatst, zoals u ook hebt kunnen lezen. Als dan de staatssecretaris daar een eenzijdige slinger aangeeft, ben je aan je stand verplicht om daartegen protest aan te tekenen. En niet alleen daarom. In het stuk in *Euclides* laat ik zien dat de NVvW bepaald niet tegen algebraïsche basisvaardigheden (onze 'core business') is, maar de voortdurende beleidsmatige aandacht alleen dáárvor leidt tot een opeenstapeling van aanscherpingen (ik telde er in totaal vijf), met het gevaar dat de rest van het wiskundeprogramma, met daarin ook heel belangrijke onderwerpen en activiteiten, ernstig in de knel dreigt te komen. Dat effect zie je nu nog niet, vandaar al dat beleidsmatige gestapel, maar over een aantal jaren wél, en dat willen we graag voorkomen, want wij en onze leerlingen krijgen daar zelf last van, al die andere betrokkenen niet. Dat doorschieten in de algebraïsche

vaardigheden, in combinatie met de eis van 100% toetsing en dan nog eisen dat elke leerling een voldoende haalt, dat lijkt ons onmogelijk te realiseren, zeker als de omstandigheden waaronder we ons werk moeten doen niet verbeteren.

In een tweetal brieven naar de Tweede Kamerleden (in juni en oktober) hebben we hiervoor aandacht gevraagd. U kunt het op de site nalezen.

We zijn daarom erg benieuwd naar uw ervaringen met onder meer die basisvaardigheden in de huidige noodprogramma's, met name of er enige vooruitgang is te bespeuren. Ook de vernieuwingscommissie cTWO wil dat graag weten, om daarmee haar voordeel te doen voor de programma's van 2013 en verder. Bij binnenkomst heeft u een enquête gekregen met daarop een aantal vragen [Red. Zie ook: www.fi.uu.nl/ctwo/experimenten/onderzoek2007/enquete.html]. Met uw ervaring kost het invullen slechts enkele minuten, dus wees zo goed het pand niet te verlaten voor u deze enquête hebt ingevuld, en ingeleverd bij het tafeltje van het cTWO-team. Zij en wij zullen u dankbaar zijn.

Exit

De havo/vwo-werkgroep heeft haar exittoets bijna klaar en dan kunnen we daarmee de boer op. In zo'n exittoets ligt, net als in een entreetoets van het vervolgonderwijs, de nadruk op algebra, maar dan met vragen die binnen de leerstof vallen en zo gesteld dat onze ex-leerlingen begrijpen wat er bedoeld wordt. Het ideaal is natuurlijk als exit en entree samenvallen en dus gewoon beide weer kunnen worden afgeschaft. Aan ons zal het niet liggen!

Zoals u weet is per 2007 wiskunde voor havo leerlingen in het profiel Cultuur en Maatschappij niet meer verplicht. Toch zijn dat vaak de leerlingen die opteren voor een studie aan de pabo. Het ontbreken van reken-wiskundeonderwijs in de twee laatste

jaren van de havo zal voor deze leerlingen een natuurlijke drempel opwerpen voor studiesucces aan de pabo, maar ook voor andere studierichtingen waarvoor de nodige rekenvaardigheid vereist is. We hebben daarom een project aanvraag ingediend om voor die leerlingen toch wat reken/wiskunde te maken, toegesneden op de pabo, wat mogelijk binnen het vrije deel zou kunnen vallen.

Ja, ach, dat rekenen... Ik was onlangs aan het opruimen en kwam een circa tien jaar oude tekst van mezelf tegen (ik ruim niet zo vaak op) waarin ik al zorgen uitsprak over het feit dat de pabo-student zelf de rekentoets van groep 8 niet kon maken. Die studenten met geringe rekenkennis sijnpen natuurlijk in steeds grotere getale als leerkracht het onderwijs in, en dan merk je jaren later, nu dus, het resultaat. En dan kun je op de pabo nog zo goed zijn opgeleid als coach of begeleider van het proces, je kunt niet iemand iets leren wat je zelf niet kunt, met geen enkele methode. Was het maar zo simpel dat de methode het succes bepaalt en niet de kwaliteit van de professional voor de klas. Het was wel opmerkelijk dat uit een recent onderzoek bleek dat je het beste rekenen leerde van oudere mannen. Tja, hoe zou dat komen? Zou het bij wiskunde anders zijn, vraag je je af. Nou misschien dat we er dan oudere vrouwen bijdoen. Ik ben ooit de studie begonnen in 1970 met een MO-A wiskunde, in de avonduren. Overdag rekende ik premies uit van verzekeringen, pensioenen en hypotheek. Dat was weinig enerverend, daar hield je wel energie van over. Met lesgeven is dat toch minder het geval, maar het is wel oneindig veel leuker. Die MO-opleidingen van toen, boordevol vakinhoud, zijn afgeschaft, lerarenopleidingen moesten steeds breder worden, met verlies voor de vakinhoud.

Kentering

Maar ook hier is een kentering gaande: de lerarenopleidingen werken aan een gemeenschappelijke kennisbasis, universiteiten

willen ook weer leraren opleiden, warm aangemoedigd door de staatssecretaris, en halen leraren binnen in speciale projecten om te promoveren. En, last but not least: er is een lerarenbeurs beschikbaar voor als u zich verder wilt bekwamen. Als u daarvoor met uw schoolleiding een contract wilt afsluiten, kunt u binnenkort een voorbeeld vinden op de site.

We hebben dus de wind mee, zou je zeggen, vakkennis en beroepskwaliteit wordt weer belangrijk. Voor zolang het duurt moeten we daar dus optimaal van zien te profiteren. Marianne Lambriex zal u straks uitgebreid informeren over de stand van zaken in ons professionaliseringsplan; de weg naar ons eigen gilde. En omdat daarin de opleidingen ook nadrukkelijk een rol spelen, zijn we verheugd dat we het bestuur hebben kunnen uitbreiden met een vertegenwoordiger van de opleidingen, te weten Douwe van de Kooi.

NVvW

Die rugwind geldt ook voor het ledental van de NVvW. Naast de gebruikelijke activiteiten op bijeenkomsten en studiedagen wil ik twee zaken noemen: Alexander Rinnooy Kan opende dit jaar de Nationale Wiskunde Dagen en was desgevraagd zo vriendelijk te wijzen op het belang van een professionele beroepsvereniging. Dat leverde prompt een aantal nieuwe leden op. Bij de vakantiecursus in Amsterdam waren we voor het eerst met een standje en boeken aanwezig, en ook dat leverde nieuwe leden. Zo sluiten we dit jaar af met ruim 80 nieuwe leden, die we speciaal voor deze vergadering hebben uitgenodigd om kennis te maken. Ik wil graag Elly en Pim hartelijk bedanken voor hun inzet voor deze promo-activiteiten. Volgens mij hebben ze er ook plezier in.

Vanwege de symmetrie in ons ledenbestand hebben we het voornemen een 'senior/junior NVvW on line datingservice' te starten om beginnende en ervaren leraren te koppelen. U kunt zich daar binnenkort voor opgeven.



Zebra's en zo

De herfst is ook de tijd dat onze Zebra's jongen: als alles goed gaat kunt u vandaag onze 28ste kleine bewonderen. Nummer 28 is na een draagtijd van een aantal jaren onlangs ter wereld gekomen. Als altijd bevelen we onze kleintjes warm bij u aan. De nummers 29 en 30 zullen het licht wel zien tijdens de Nationale Wiskunde Dagen. Naast de bestaande Zebra-reeks hebben we plannen om samen met Epsilon twee andere reeksen te starten: een didactiek-reeks, met deeltjes over losse onderwerpen, nuttig tijdens en na de opleiding, en passend in ons professionaliseringsplan, en een wiskunde D-reeks, met materiaal voor wiskunde D, uitgeprobeerd en goed bevonden. Voor beide reeksen zijn we nog op zoek naar redactieleden.

Vmbo

Ook werken we aan een vmbo-actieplan: we hebben een projectaanvraag ingediend over het rekenen in vmbo zorg en welzijn. Op die manier hopen we iets bij te dragen aan onze lang gekoesterde wens om leerlingen in het vmbo op de sector gericht reken/wiskundeonderwijs te geven, waar ze later wat aan hebben.

Daarnaast willen we een poging doen om wiskundeleraren op het vmbo meer aan de vereniging te binden. Bij alle vakinhoudelijke verenigingen zijn vmbo-leraren relatief zwak vertegenwoordigd. Vaak zijn het mensen met meerdere bevoegdheden die zich niet op de allereerste plaats wiskundeleerbaar voelen. We willen op een aantal scholen met deze mensen in gesprek gaan om te zien wat we voor elkaar kunnen betekenen: rondom examens, nomenclatuur, bijeenkomsten voor vmbo, een contactpersoon op school.

We komen graag in contact met mensen die hieraan een bijdrage willen leveren.

Er is nog een vacature voor een bestuurslid vanuit het vmbo!

Hbo

De werkgroep hbo was dit jaar weer actief in het organiseren van een succesvol congres over het voortbestaan van wiskunde in het hbo. Een verslag daarvan vindt u op de website. De werkgroep heeft ook contact gehad met de HBO-raad. En ook in het hbo wordt gewerkt aan een kennisbasis voor wiskunde voor alle hbo-masteropleidingen in het kader van de kwaliteitsagenda lerarenopleidingen. In onze werkgroep hbo zwaait ons gewaardeerde bestuurslid Metha Kamminga al sinds jaar en dag de scepter, die ze graag op niet al te lange termijn wil overdragen, zodat we ook op zoek zijn naar een bestuurslid vanuit het hbo.

Examens

De examenbesprekingen zijn op de site drukbezocht, maar op de bijeenkomsten komen gestaag minder mensen. Om in elk geval de kwaliteit van de besluitvorming op de centrale bijeenkomsten te waarborgen willen we deze ook openstellen voor mensen die geen regionaal gespreksleider zijn, maar wel een examenklas hebben. U kunt zich daarvoor opgeven bij de secretaris. Het gaat om een beperkt aantal plaatsen, dus wacht niet te lang.

Euclides

Omdat het verenigingsjaar en het cursusjaar niet synchroon lopen, heeft u vorig jaar al geklapt voor het vertrek van Marja Bos en de komst van Klaske Blom als nieuwe hoofdredacteur, wat pas sinds deze jaargang zijn beslag heeft gekregen. We hebben inmiddels met bestuur en redactie van Marja feestelijk afscheid genomen; Marja is nu dus echt weg als hoofdredacteur, en ze heeft al een nieuwe baan als redacteur van de wiskundeE-brief, een snelle en slimme actie van Gerard Koolstra, waarmee we hem zeer hebben gecompimenteerd. Klaske heeft inmiddels de vuurdoop van de eerste nummers goed doorstaan, zoals u heeft kunnen zien, en we zijn nog steeds erg blij dat we haar hebben kunnen aantrekken als opvolgster van Marja. Marja dus wederom bedankt, Klaske wederom welkom. Misschien kunnen we nog een keer klappen, dan is het echt definitief. De voorzitter van de kernredactie heeft aangegeven na het aflopen van zijn huidige termijn te willen stoppen; dus ook hier zijn we op zoek naar een opvolger.

Federatie Onderwijsbonden

Per 1 januari a.s. zal onze zustervereniging de NVON (natuurkunde, scheikunde en biologie) ook toetreden tot de Federatie Onderwijsbonden. We hebben daarom met het NVON-bestuur afspraken gemaakt om de krachten zoveel mogelijk te bundelen op dit voor beide verenigingen toch nog wat onwennige terrein. We komen dus ook graag in contact met leden met belangstelling op dit gebied. Op de website wordt u regelmatig op de hoogte gehouden van de ontwikkelingen. Daarnaast is die site ook een prima medium om zonodig de mening van de leden te peilen over bepaalde zaken. Het afgelopen jaar hebben maar weinig mensen gebruik gemaakt van de individuele rechtspositionele helpdesk. Als dat is uit onbekendheid is dat jammer; u kunt er namelijk ook terecht voor vragen, u hoeft niet te wachten tot u ontslagen dreigt te worden. Maar als dat is omdat er inderdaad weinig problemen zijn, is het natuurlijk heel plezierig.

U merkt dat de verenging midden in het wiskundeleven staat. Het bestuur zal zich blijvend inzetten voor het waarborgen en versterken van de positie van het vak wiskunde in het voortgezet onderwijs. Een bestuur kan al die ontwikkelingen en activiteiten nooit alleen aan. Gelukkig voelen we ons in ons werk gesteund door velen. We zijn trots op al die mensen in de vereniging die zich voor de goede zaak willen inzetten. Vandaar dat we ook nu weer in goed vertrouwen uw medewerking vragen. We hebben elkaar nodig, samen staan we sterker. Ik wil dus graag besluiten met alle vrijwilligers hartelijk te danken voor hun inzet. En ik wens u en ons een goed toekomst met veel mooi wiskundeonderwijs. Dank u wel.

En verder: ereleden Wim en Swier

Nadat het geagendeerde deel van de jaarvergadering was afgesloten, sprak Marian, in afwezigheid van de nu oud-bestuursleden Wim Kuipers en Swier Garst, de vergadering als volgt toe.

“Wim Kuipers is sinds 1996 secretaris van het bestuur. Hij is een bescheiden mens met een grote integriteit en met passie voor de zwakke leerling en altijd bezig met de vraag hoe die leerling zinvol wiskunde onderwijs kan krijgen. En dat zinvol behelst dan zowel

het programma, welke wiskunde, als de manier waarop, de didactiek. Het gaat hem om de zaak, niet om de eigen persoon, dat tekent en dat siert hem.

Hij heeft een lange staat van dienst in het wiskundeonderwijs, voor de klas, en in de schoolleiding. Hij was betrokken bij de vmbo-programma's en -examens, als lid van de constructiegroep en als lid van de CEVO-vaksectie, hij heeft in de nascholing zijn passie proberen over te dragen, conferenties georganiseerd, regionale bijeenkomsten, de laatste jaren het inhoudelijke deel van de studiedag, hij is oprichter en onvermoeibaar trekker van de vmbo-werkgroep, werkte mee aan methodes, aan de Teleac-serie 'Wat is wiskunde'. Ja, ik kan eigenlijk niet iets bedenken waaraan hij niet een steentje heeft bijgedragen.

Toen hij vijf jaar geleden met pensioen ging, heb ik hem aangeboden het zwarte gat te ontwijken door nog lekker secretaris te blijven en dat heeft hij met toewijding gedaan, maar nu vindt hij terecht de tijd gekomen om de verantwoordelijkheid over te dragen, omdat we een goede opvolger gevonden hebben in wie Wim ook vertrouwen heeft. Want verantwoordelijkheid weegt zwaar.

Swier Garst is u waarschijnlijk meer bekend. Als penningmeester heeft hij een jaarlijkse show met flauwe grappen en serieuze zaken. Hij is serieuzer dan hij soms oogt. Swier is in 1991 in het bestuur gekomen en enige tijd later penningmeester geworden. In die hoedanigheid was hij verantwoordelijk voor het overnemen door de vereniging van het eigendomsrecht op *Euclides*, voor de professionalisering en het toetreden tot de federatie onderwijsbonden. Hij heeft een degelijk financieel beleid gevoerd. Hij was actief op allerlei gebied: we hebben samen gesleurd aan de oprichting van de Zebra-reeks samen met *Epsilon*, hij was redactielid van de Zebra-reeks en bestuurslid van de Stichting Epsilon, heeft een aantal jaren het wintersymposium van het KWG georganiseerd. En ook hij wordt gedreven door een passie voor wiskunde en het wiskunde onderwijs. Zo heeft hij een keer, daartoe uitgedaagd door een leerling die zijn onderwijs zo aansprekend vond, Paul de Leeuw, op TV, getemd door gewapend met een passer en geodriehoek de stelling van Pythagoras te bewijzen.

Hij heeft meegeschreven aan een bovenbouwmethode voor havo/vwo, is lid van de vernieuwingscommissie cTWO en was lid van de commissie die de B-programma's voor 2013 heeft ontworpen.

Met Wim en Swier hebben we zo het hele spectrum van onze activiteiten in het voortgezet onderwijs te pakken. Er zijn onderlinge verschillen, maar er is de gedeelde passie en de langdurige grote inzet, voor de wiskunde en het wiskundeonderwijs.

En het is daarom dat het bestuur u wil voorstellen om hen beiden in de adelstand te verheffen door hen te bevorderen tot erelid van de vereniging."

De vergadering ging bij acclamatie met het voorstel akkoord. En nadat beiden weer aanwezig waren:



Ereleden Wim en Swier

"Mannen, de ledenvergadering heeft jullie benoemd tot ereleden van de NVvW. Gefeliciteerd. Jullie houden niet van poespas en daarom heb ik het tot een minimum beperkt: twee bloemetjes, alsjeblieft."

Nieuw

En zij vervolgde dan met:

"En dan stel ik nu graag de nieuwe bestuursleden aan u voor.

Kees Lagerwaard als nieuwe secretaris. Kees is geen onbekende in de wiskundewereld. Hij was docent en is al jarenlang bij Cito medeverantwoordelijk voor de wiskunde-examens havo/vwo en vmbo. Daarnaast was hij betrokken bij de vernieuwingen van de afgelopen jaren; hij was, onder veel meer, secretaris bij de vakontwikkelgroep voor de Tweede fase. Kees gaat het wat rustiger

aandoen op zijn werk en ik ben heel blij dat hij de vrijkomende tijd niet alleen in de tuin, hollend of op de golfbaan wil doorbrengen, maar bereid is de schone taak van secretaris op zich te nemen. Want ook Kees is een man met een warm hart voor het wiskundeonderwijs, en hij brengt een grote kennis van zaken mee. Zonder meer een aanwinst voor het bestuur. En hij is ook bescheiden, dus misschien zit hij nu stiekem te blozen boven zijn schriftje. Douwe van de Kooi wordt ons nieuwe lid vanuit de lerarenopleidingen. Daarmee wordt het bestuur verrijkt met een niet onverdienstelijk bridger en marathonloper, maar ook met iemand die zijn sporen heeft verdiend in het onderwijs. Hij heeft een jarenlange ervaring als docent en leerling-begeleider, was schrijver van een methode voor studiebegeleiding, en gevreesd lid dan wel voorzitter van de medezeggenschapsraad. Sinds 2004 is hij als teamleider en coördinator verbonden aan de tweede- en eerstegraads lerarenopleiding wiskunde, en daarmee een natuurlijke schakel in het professionaliseringstraject. Ik ben ook heel blij dat hij het bestuur komt versterken.



Nieuwe bestuurders Frank, Kees ...



... en Douwe

Frank van den Heuvel wordt onze nieuwe penningmeester en krijgt daarmee een zware klus. Hij staat inmiddels de helft van zijn leven voor de klas (aan u te raden hoe lang dat is), en is ook al datzelfde halve leven lid van de vereniging. Hij is lid van de leesredactie van de Wiskrant en lid van de syllabuscommissie wiskunde B. Sinds twee jaar doet hij in *Euclides* verslag van de examenbesprekingen. Frank heeft zich vorig jaar na onze smekbeden op de jaarvergadering gemeld als nieuw bestuurslid, omdat hij het belangrijk vindt dat we als vakvereniging een duidelijke en sterke positie in het onderwijsveld hebben cq. krijgen en houden en hij daaraan zijn steentje wil bijdragen. Daar waren we heel blij mee. Hij vermoedde toen nog niet dat hij gevraagd zou worden als penningmeester, maar ik moet zeggen, hij draagt het als een man, oefent al een beetje in zuinig kijken en is hard bezig zich in te werken in de financiële zaken van de vereniging. Chapeau, ik ben ook heel blij met zijn komst. Omdat er geen tegenkandidaten zijn gesteld, zijn deze drie mannen bij deze gekozen in het bestuur. Ik wil ze daarbij een klein welkom geven, met minder poespas, maar wel één bloemetje per persoon. En ze weten nu wat ze moeten doen voor een tweede!"



Uw vereniging heeft u nodig! Vacatures november 2008

Vacatures per direct

- algemeen bestuurslid vanuit het vmbo
- algemeen bestuurslid vanuit het mto
- leraar/redacteur voor de wiskunde D-reeks
- deelnemers aan de centrale examenbesprekingen (eenmalig)
- leden voor de werkgroep vmbo
- leden voor de werkgroep havo/vwo
- leden voor de werkgroep hbo
- leden gecombineerde NVON-werkgroep / Federatie Onderwijsbonden

Vacatures op termijn

- algemeen bestuurslid vanuit het hbo
- voorzitter kernredactie Euclides

Algemeen Bestuur – Taken van een bestuurslid: bijwonen (ca. 8 keer per jaar) van de vergaderingen van het Algemeen Bestuur (AB), algemeen beleid bepalen en tot uitvoer brengen, namens het AB participeren in werkgroepen en commissies van de sector die hij/zij vertegenwoordigt, zonodig nieuwe werkgroepen en activiteiten initiëren. Dit kost gemiddeld 3 uur per week.

Werkgroepen – Sectorwerkgroepen volgen nauwlettend de ontwikkelingen van het wiskundeonderwijs in hun sector, nemen daar waar nodig initiatieven en adviseren, gevraagd en ongevraagd, het AB bij het leveren van commentaar en het innemen van standpunten namens de vereniging. Daarnaast zorgen ze ervoor dat de eigen sector in de activiteiten van de vereniging, zoals Euclides, jaarvergadering/studiedag, website, veldaanvragen, voldoende aan bod komt. Elke werkgroep werkt onder verantwoordelijkheid van het AB, het bestuurslid vanuit een sector is qualitate qua lid van de werkgroep. Elke werkgroep heeft een eigen ruimte op de website.

Redacteur D-reeks – De redacteur van een reeks geeft als lid van de redactie commentaar op binnengekomen teksten en zoekt in overleg naar nieuwe onderwerpen en nieuwe auteurs. Bij de wiskunde D-reeks gaat het om onderwerpen die interessant, uitdagend en begrijpelijk zijn voor de leerling en die passen binnen het wiskunde D-programma. Daarom is het van belang dat zowel de wiskundige correctheid als het niveau van de teksten en de onderwijsbaarheid gewaarborgd zijn. De leraar/redacteur let in het bijzonder op de mogelijkheden in de klas.

Wordt ook actief in de NVvW !

Aanmelden en verdere informatie

Mail naar de secretaris van de NVvW: secretaris@nvvw.nl

Bericht van het Platform VVVO

MET EEN INLEIDING DOOR MARIAN KOLLENVELD

Marian: De NVvW maakt al jaren deel uit van het samenwerkingsverband vakinhoudelijke verenigingen, het 'Platform VVVO'. Henk Rozenhart vertegenwoordigt daarin het bestuur van de NVvW. Binnen het platform wordt met name gepraat over vakoverstijgende zaken die voor alle vakverenigingen van belang zijn.

Hieronder vindt u een standpuntbepaling over de tweede correctie en de noodzaak daarvoor afdwingbare tijd te krijgen. De aangesloten verenigingen (en dus ook de NVvW) staan hier volledig achter.

Voor wiskunde is de schatting van de duur van de tweede correctie op basis van het examen 2008 (1e tijdvak) uitgekomen op:

- de schoolsoort (vmbo, havo, vwo) en de wiskundesoot (A, B) maken weinig verschil;
- bij de tweede correctie door een ervaren docent: 20 minuten per leerling;
- Bij de correctie door een docent met minder ervaring: 30 tot 35 minuten.

Op het NVvW-forum kunt u uiteraard uw mening geven over deze schatting.

Tijd voor de tweede correctie

[René van de Kraats, voorzitter Platform VVVO]

Aan het eind van het vorige schooljaar ontstond er politieke commotie over de tweede correctie van de examens VO. De Kamer sprak zich uit voor een integrale (tweede) correctie en wilde een eind gemaakt zien aan de steekproefsgewijze correctievariant die op sommige scholen in zwang was.

Het samenwerkingsverband van de vakverenigingen voortgezet onderwijs (Platform VVVO) heeft daarop besloten haar leden te wijzen op die (opgelegde) verplichting, maar vervolgens ook gepleit voor het consequent faciliteren van de gevolgen van dit besluit. Er is geïnventariseerd hoeveel correctietijd de eerste correctie (2008, 1e tijdvak) kostte. Per schoolsoort (vmbo-t, havo, vwo) is een beeld ontstaan van de tijdsinvestering voor de eerste correctie per vak per leerling. Consequent geldt die tijdsinvestering dan dus ook voor een integrale tweede correctie. Als het nakijken van een groep van 24 havo-examinandi scheikunde bijvoorbeeld 40 minuten blijkt te kosten, dient dit ($24 \times 40 = 16$ klokuur) zichtbaar in de taakbelasting van betrokken docent terug te vinden te zijn. Maar ook het nakijken van

de tweede correctie moet op een taakbelasting terug te vinden zijn én in de tijd mogelijk gemaakt worden.

Bijvoorbeeld: scholen die in de afwikkeling van de examen-procedures collega's op een dinsdagochtend in juni de enveloppe voor de tweede correctie laten ophalen die vervolgens diezelfde dag om 16.00 teruggebracht moet zijn, stoppen 16 klokuur in 6. Dat kan dus niet (meer). De docent kan de tijd *eisen* die voor de gewenste integrale correctie nodig is.

Het Platform stelde de overlegpartners hiervan op de hoogte en zal de inspectie vragen er op toe te zien dan de docent de ruimte krijgt om die tweede correctie integraal te verrichten. Het platform is zich ervan bewust dat de correctietijd van 2009 af kan wijken van de inventarisatie van 2008. Niettemin moet ergens een werkbaar kader ontstaan. Uiteraard kan (alleen achteraf) per jaar een bijstelling plaatsvinden, die vervolgens met vooruitwerkende kracht het volgend examenjaar toetssteen is.

Ook de omvang van het kandidatencohort waarvoor men de tweede correctie doet, is tevoren niet te bepalen. Daarvoor kan dan gelden dat de eigen groep norm is. Dat kan soms mee-, soms tegenvallen. De som van al die tweede correcties zal uiteindelijk dezelfde moeten zijn als die van de eerste correctie. Dus op locatieniveau naar differentiatie zoeken is omslachtig.



Het Platform en de aangesloten verenigingen zijn bereid zich voor deze procedure hard te maken. Collega's die worden geconfronteerd met rekenpraktijken van werkgevers die niet stroken met de door de kamer gewenste correctieopzet, wordt verzocht hiervan de eigen vakvereniging op de hoogte te stellen. Het Platform zal direct na de zomervakantie een inventarisatie maken van eventuele onregelmatigheden en deze bij de inspectie melden.

Hieronder volgt het overzicht van de gemiddelde correctietijd per leerling per schooltype en vak (eindexamen 2008, eerste tijdvak), zoals die is opgegeven door de vakinhoudelijke vereniging.

LEVENDE TALEN

Nederlands: 45 minuten
vreemde talen: 8 minuten

NVON

vwo-natuurkunde: 60 minuten
vwo-scheikunde: 40 minuten
vwo-biologie: 62 minuten
havo-natuurkunde: 45 minuten
havo-scheikunde: 28 minuten
havo-biologie: 35 minuten

NVvW

De schoolsoort (vmbo, havo, vwo) en de wiskundesoot (A, B) maken weinig verschil.
Bij de tweede correctie door een ervaren docent: 20 minuten per leerling.
Bij de correctie door een docent met minder ervaring: 30 tot 35 minuten.

VECON

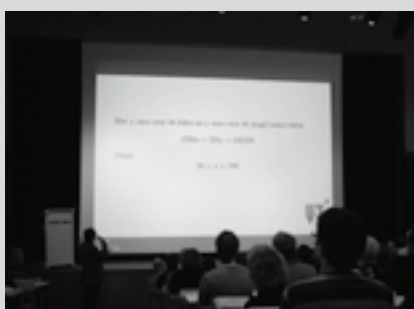
vwo-economie 1,2: 30-35 minuten
vwo-m&o: 25 - 30 minuten
havo-economie 1,2: 25-30 minuten
havo-m&o: 20-25 minuten
vmbo-t economie: 15 minuten

Meer informatie

Zie: www.platformvvvo.nl/brieven/128-tijd-nodig-voor-integrale-tweede-correctie.html

Foto-impressie jaarvergadering

Bestuur



Plenaire lezingen



Elkaar (opnieuw) spreken

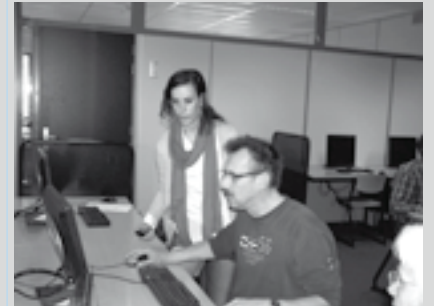


dering/studiedag 2008

Markt



Workshops



Fotografie: Lennart de Jonge
en Leo Nagtegaal

Verschil van twee kwadraten

[Frits Göbel]

De eerste opgaven van dit seizoen, over geheimschriften, vond men redelijk eenvoudig en dat werd door velen als prettig ervaren.

Ook nu, de eerste keer van het nieuwe jaar, krijgt u niet al te ingewikkelde opgaven. Ze gaan over getallen die te schrijven zijn als het verschil van twee kwadraten. Onder *getallen* wordt hier verstaan: natuurlijke getallen, ofwel getallen uit de verzameling $\{1, 2, 3, \dots\}$. En onder *kwadraten* verstaan we natuurlijk: kwadraten van natuurlijke getallen.

Het is niet moeilijk te zien dat alle oneven getallen > 1 en alle viervouden > 4 een verschil van twee kwadraten zijn. De oneven getallen zijn namelijk het verschil tussen opvolgende kwadraten en de viervouden zijn van de vorm $(n+2)^2 - n^2$. Dat de getallen van de vorm $4k+2$ niet meedoen, is ook eenvoudig te zien: ieder kwadraat is namelijk oneven óf een 4-voud.

Het kan ook via $n = a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$: $a+b$ en $a-b$ zijn beide even óf beide oneven. In het eerste geval is n een 4-voud, in het tweede geval is n oneven.

Als inleiding tot de opgaven krijgt u een klein voorbeeldje.

Bepaal a en b als $a^2 - b^2 = 48$.

$$48 = 1 \times 48 = 2 \times 24 = 3 \times 16 = 4 \times 12 = 6 \times 8.$$

1×48 en 3×16 zijn niet bruikbaar omdat de twee factoren ongelijke pariteit hebben.

2×24 levert $a+b=24$, $a-b=2$, dus $a=13$, $b=11$.

4×12 levert op dezelfde manier $a=8$, $b=4$.

6×8 tenslotte levert $a=7$, $b=1$.

Het is niet verkeerd om deze uitkomsten even te controleren.

Hier is geen computer voor nodig en voor de opgaven eigenlijk evenmin.

Opgave 1

Bepaal alle oplossingen van $n^2 - k^2 = 120$.

Opgave 2

Bepaal voor $m = 1, 2, \dots, 10$ het kleinste getal dat op precies m manieren te schrijven is als verschil van twee kwadraten.

Oplossingen kunt u mailen naar a.gobel@wx.nl of per gewone post sturen naar F. Göbel, Schubertlaan 28, 7522 JS Enschede. Er zijn weer maximaal 20 punten te verdienen met uw oplossing. De deadline is 27 februari 2009. Veel plezier!

Een optimaliseringsprobleem

Er waren 25 inzenders. De inzendingen kwamen binnen met een maximum van twee per dag, mooi verspreid over de inzendtermijn. Monica Woldinga was de eerste, nog voordat ik het betreffende nummer van *Euclides* ontving. Twee nieuwe inzenders, Henk Hooijschuur en Johan Smits, worden bij deze van harte welkom geheten.

Ik heb 20 keer het maximum aantal punten kunnen toekennen. De overige vijf gaven soms een te hoge uitkomst, soms een te lage. Dit laatste kan gebeuren als niet de *getallen* in groepen worden verdeeld, maar de *factoren* van de getallen.

Stel dat iemand bijvoorbeeld $M(14) = 4480$ vindt, waarbij de andere twee producten 4368 en 4455 zijn. Het laatste getal is deelbaar door 81, en er zitten weliswaar 4 (zelfs 5) factoren 3 in 14!, maar die krijg je niet zonder een factor 2 mee te nemen.

De optimale waarden van $M(n)$ voor $n = 9, 10, \dots, 19$ zijn respectievelijk: 72, 162, 352, 800, 1872, 4536, 11088, 27720, 71280, 186624 en 497664.

De grens van 15 voor oplossingen zonder computer werd over het algemeen als redelijk ervaren.

Sommige inzenders bepaalden $M(n)$ voor nog grotere n . Hans Klein ging tot 27, Harm Bakker tot 30 en Jan Verbakel zelfs tot 40. De rekentijd loopt wel sterk op bij dergelijke getallen. Een (programmeerbaar) rekendoosje heb ik niet als computer geteld.

Men vond de opgaven over het algemeen niet eenvoudig. De meningen liepen verder uiteen van 'Heel wat beter dan die wandelende koningen' tot 'Wel erg veel gedoe met priemgetallen'.

Ja, dames en heren, wij streven naar een afwisselend aanbod in de hoop zo veel mogelijk mensen aangenaam bezig te houden in hun wellicht schaarse vrije uurtjes.

Mijn verzoek om een kopie van het Mega-anagram uit Het Groote Puzzelboek (Puzzel 84-1, september 2008) heeft toch nog succes gehad: Jan de Geus was zo vriendelijk om mij een dikke envelop met onder andere dat anagram toe te sturen. Ook meldde hij twee (kleine) fouten in mijn tekst; in het origineel staat namelijk 'erem gno' en niet 'mere ngo'.

Ladderstand

Tot slot ziet u hier de kop van de ladder.

L. de Rooij 512
G. Riphagen 454
L. van den Raadt 362
H. Klein 352
W. Doyer 335
N. Wensink 248
T. Kool 246
J. Hanenberg 219
K. Verhoeven 207
H. Bakker 178
F. van Lamoen 173
H. Linders 172
M. Woldinga 154

De Kerstprijzen gaan naar Jozef Hanenberg (een boekenbon van € 20,00) en Ton Kool (een boekenbon van € 15, 00). Gefeliciteerd!

PUBLICATIES VAN DE NEDERLANDSE VERENIGING VAN WISKUNDELERAREN



Zebraboekjes

1. Kattenajds en Statistiek
2. Perspectief, hoe moet je dat zien?
3. Schatten, hoe doe je dat?
4. De Gulden Snede
5. Poisson, de Pruisen en de Lotto
6. Pi
7. De laatste stelling van Fermat
8. Verkiezingen, een web van paradoxen
9. De Veelzijdigheid van Bollen
10. Fractals
11. Schuiven met auto's, munten en bollen
12. Spelen met gehelen
13. Wiskunde in de Islam
14. Grafen in de praktijk
15. De juiste toon
16. Chaos en orde
17. Christiaan Huygens
18. Zeepvliezen
19. Nullen en Enen
20. Babylonische Wiskunde
21. Geschiedenis van de niet-Euclidische meetkunde
22. Spelen en Delen
23. Experimenteren met kansen

24. Gravitatie
 25. Blik op Oneindig
 26. Een Koele Blik op Waarheid
 27. Kunst en Wiskunde
 28. Voorspellen met Modellen
- Zie verder ook www.nvww.nl/zebrareeks.html en/of www.epsilon-uitgaven.nl

Nomenclatuurrapport Tweede fase havo/vwo

Dit rapport en oude nummers van Euclides (voor zover voorradig) kunnen besteld worden bij de ledenadministratie (zie Colofon).

Wisforta – wiskunde, formules en tabellen

Formule- en tabellenboekje met formulekaarten havo en vwo, de tabellen van de binomiale en de normale verdeling, en toevoegsetgetallen.

Honderd jaar wiskundeonderwijs, lustrumboek van de NVvW

Het boek is met een bestelformulier te bestellen op de website van de NVvW: www.nvww.nl/lustrumboek2.html
Voor overige NVvW-publicaties zie de website: www.nvww.nl/Publicaties2.html

Voor overige internet-adressen zie
www.wiskundepeersdienst.nl/agenda.php

Voor Wiskundeonderwijs Webwijzer zie
www.wiskundeonderwijs.nl

KALENDER

In de kalender kunnen alle voor wiskunde-docenten toegankelijke en interessante bijeenkomsten worden opgenomen. Relevante data graag zo vroeg mogelijk doorgeven aan de hoofdredacteur, het liefst via e-mail (redactie-euclides@nvww.nl). Hieronder vindt u de verschijningsdata van Euclides in de lopende jaargang. Achter de verschijningsdatum is de deadline vermeld voor het inzenden van mededelingen en van de *eindversies* van geaccepteerde bijdragen; zie daarvoor echter ook www.nvww.nl/euclricht.html.

nr.	verwachte verschijningsdatum	deadline
5	24 maart 2009	3 feb 2009
6	21 april 2009	3 maart 2009
7	2 juni 2009	7 april 2009
8	7 juli 2009	19 mei 2009

2009

donderdag 12 februari, Amersfoort

Landelijke conferentie NLT: Blik op kwaliteit!
Organisatie Landelijk Ontwikkelpunt NLT

dinsdag 17 februari, Amsterdam

Mastercourse: Spelen tegen het toeval
Organisatie UvA

dinsdag 24 februari, Amsterdam

Mastercourse: Golven als dynamische systemen
Organisatie UvA

zaterdag 7 maart, Brussel (B)

Jaarvergadering VVWL
Organisatie VVWL ism. Hogeschool-Universiteit Brussel

do. 12 en vr. 13 maart, Noordwijkerhout

Nationale Rekendagen
Organisatie FIsm

dinsdag 17 maart, Amsterdam

Mastercourse: Forensische statistiek
Organisatie UvA

vrijdag 20 maart, op de scholen

Kangoeroe wedstrijd
Organisatie Stichting Wiskunde Kangoeroe

woensdag 8 april, op de scholen

Grote Rekendag
Organisatie FIsm

di. 14 en wo. 15 april, Groningen

45ste Nederlands Mathematisch Congres
Organisatie RUG en KWG

vrijdag 8 mei, Leiden

Nascholingsdag: Dekpuntstelling van Brouwer
Organisatie Universiteit Leiden

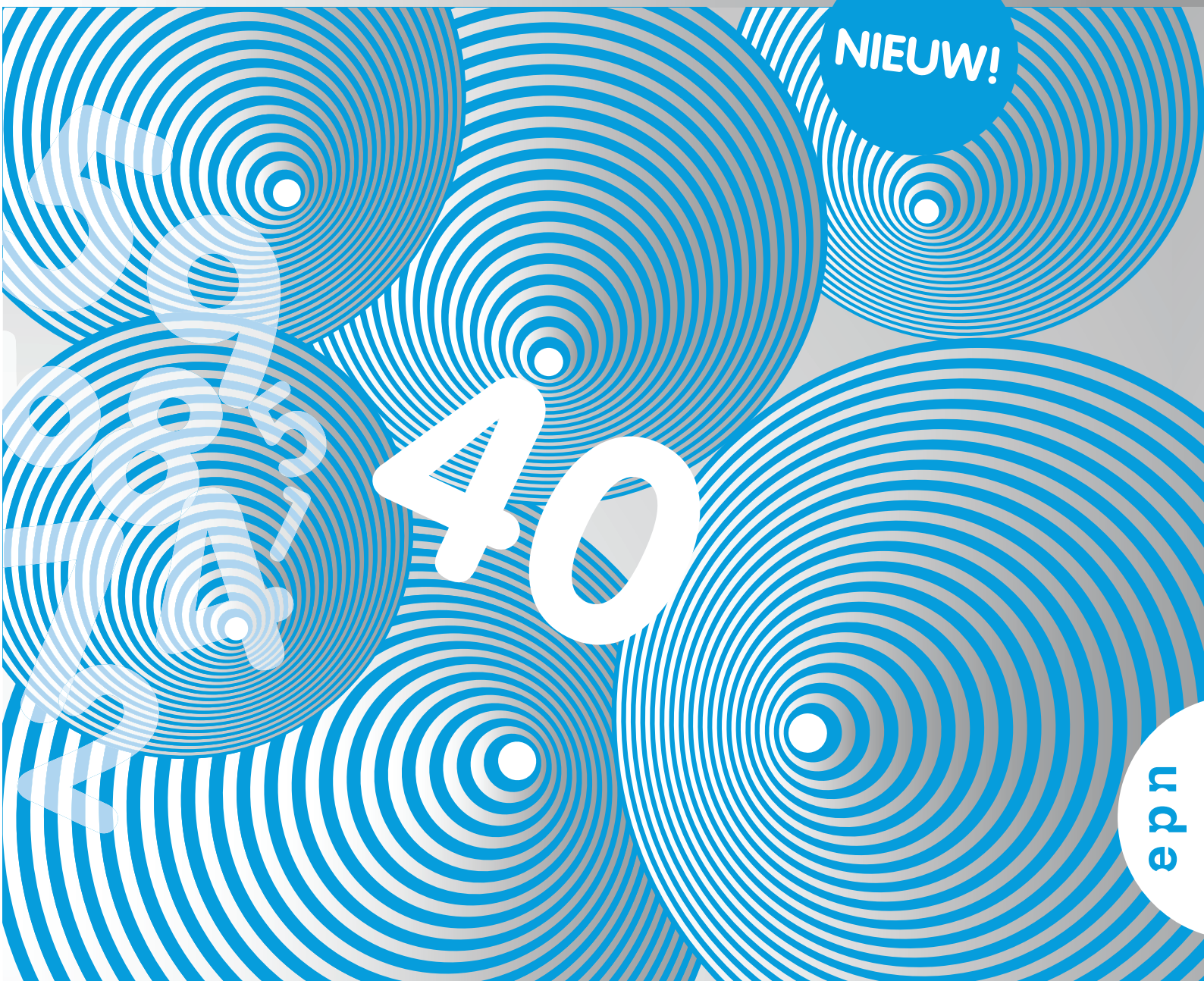
zaterdag 16 mei, Utrecht

HKRWO-symposium XV: Top of Flop?
Organisatie HKRWO

getal & ruimte

wi onderbouw editie 2008

NIEUW!



De nieuwe onderbouweditie
getal & ruimte is uit.

Met 20-30 extra rekenlessen. Nieuwsgierig?

Vraag een rekenles aan of kom naar de regionale getal & ruimte gebruikersbijeenkomsten. Neem contact op met klantenservice via (030) 638 3001 of e-mail salesupport.vo@epn.nl.

getal & ruimte
op getal & ruimte kun je rekenen

AL 40 JAAR

Meer weten? Kijk op www.getalenruimte.epn.nl



9^e editie
voor vmbo, havo en
vwo onderbouw

- Veel praktische wiskunde
- Extra aandacht voor rekenvaardigheden
- Afwisselend en motiverend
- Ook volledig digitaal beschikbaar

MODERNE WISKUNDE



Noordhoff Uitgevers

Moderne wiskunde 9

Nu met oefenboeken rekenen voor klas 1 vmbo en hv
en oefenboeken rekenvaardigheden voor klas 4 hv

Kijk voor meer informatie op www.modernewiskunde.noordhoff.nl