

E U C L I D E S

vakblad voor de wiskundeleraar

februari

07

nr **4**

jaargang 82

Vmbo-examen-
programma's
aangepast

TIMSS

Wiskunde C

Bartjens
Rekentictee 2006

Interview met Jan
van Maanen



Orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

COLOFON

f e b r u a r i

0 7

n r 4

j a a r g a n g 8 2

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.

Het blad verschijnt 8 maal per verenigingsjaar.

ISSN 0165-0394

Redactie

Bram van Asch

Klaske Blom

Marja Bos, hoofdredacteur

Rob Bosch

Hans Daale

Gert de Kleuver, voorzitter

Dick Klingens, eindredacteur

Wim Laaper, secretaris

Jos Tolboom

Joke Verbeek

Inzendingen bijdragen

Artikelen/mededelingen naar de

hoofdredacteur: Marja Bos,

Koematen 8, 7754 NV Wachtum

E-mail: redactie-euclides@nvvw.nl

Richtlijnen voor artikelen

Tekst liefst digitaal in Word aanleveren; op papier in driefvoud. Illustraties, foto's en formules separaat op papier aanleveren: genummerd, scherp contrast.

Zie voor nadere aanwijzingen:

www.nvbw.nl/euclricht.html

Realisatie

Ontwerp en productie:

De Kleuver bedrijfscommunicatie bv, Veenendaal

Druk: Giethoorn Ten Brink, Meppel

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Website: www.nvbw.nl

Voorzitter

Marian Kollenveld,

Leeuwendaallaan 43, 2281 GK Rijswijk

Tel. (070) 390 63 78

E-mail: m.kollenveld@nvbw.nl

Secretaris

Wim Kuipers,

Waalstraat 8, 8052 AE Hattem

Tel. (038) 444 70 17

E-mail: w.kuipers@nvbw.nl

Ledenadministratie

Elly van Bommel-Hendriks,

De Schalm 19, 8251 LB Dronten

Tel. (0321) 31 25 43

E-mail: ledenadministratie@nvbw.nl

Lidmaatschap

Het lidmaatschap van de NVvW is inclusief Euclides.

De contributie per verenigingsjaar bedraagt voor

- leden: € 50,00
- leden, maar dan zonder Euclides: € 35,00
- studentleden: € 26,50
- gepensioneerden: € 35,00
- leden van de VVWL: € 35,00

Bijdrage WwF (jaarlijks): € 2,50

Betaling per acceptgiro. Nieuwe leden dienen zich op te geven bij de ledenadministratie.

Opzeggingen moeten plaatsvinden vóór 1 juli.

Abonnementen niet-leden

Abonnementen gelden steeds vanaf het eerstvolgende nummer.

Niet-leden: € 55,00

Instituten en scholen: € 140,00

Losse nummers zijn op aanvraag leverbaar: € 17,50

Betaling per acceptgiro.

Advertenties

Informatie, prijsopgave en inzending:

Gert de Kleuver,

De Splitting 24, 3901 KR Veenendaal

Tel. (0318) 54 22 43

E-mail: g.de.kleuver@nvbw.nl

KORT VOORAF [Marja Bos]

Zeer speciaal: geen special

Niets is mooier dan het breken met sleur en tradities, nietwaar?

De afgelopen jaren was het januari/februari-nummer van Euclides een themanummer; dit keer is dat niet het geval. Boze opzet? Kantelingen binnen de redactionele organisatie? Verandermanagement misschien?! Nee; de eerlijkheid gebiedt te zeggen dat het dit jaar domweg niet gelukt is... Weliswaar dachten we aanvankelijk een aardig onderwerp gevonden te hebben (kunt u het raden? bekijk de omslagen van deze jaargang!), maar de inspanningen van de redactie leken uiteindelijk niet tot een mooi samenhangend geheel te leiden dat we u nu met trots als themanummer hadden kunnen presenteren. Helaas.

Maar niet getreurd, 'ellek nadeel heb z'n voordeel' zoals u weet, en het voordeel is dat dit 'themaloze' nummer extra veel afwisseling en variatie biedt... (Hoezo themaloos?? *Wiskundeonderwijs* is ons thema!)

Afwisseling en variatie

Zo informeert Pieter van der Zwaart u over de bijzonderheden binnen de nieuwe wiskunde-examenprogramma's in het vmbo. Het gaat bij die veranderingen overigens om 'klein onderhoud'. Wat gaat er precies veranderen? Waarop moet u attent zijn? In dit artikel vindt u de antwoorden.

Pauline Vos laat zien dat onze huidige tweedeklassers, in vergelijking met die van de afgelopen twintig jaar en eveneens in internationaal opzicht, het bij algebra helemaal niet zo slecht doen als wel eens gedacht wordt.

Jos Tolboom interviewde Jan van Maanen, hoogleraar-directeur van het Freudenthal Instituut. De heren aten er appeltaart en een boterham bij.

Joke Daemen schetst de ideeën die er leven binnen de werkgroep wiskunde C om dit nieuwe vak, bestemd voor vwo-leerlingen met profiel C&M, vorm te geven.

Wedstrijden

Aan het wiskundewedstrijdfront was en is er zoals gewoonlijk ook weer van alles te beleven. Danny Beckers rapporteert over het Groot Zwolsch Bartjens Rekendictee, Melanie Steentjes doet verslag van de prijsuitreiking van de Nederlandse Wiskunde Olympiade, Dédé de Haan roept u op om mee te dingen naar de Wiskunde Scholen Prijs 2007, en onze vaste medewerker Frits Göbel daagt u uit om zijn puzzel op te lossen over de producten van twee priemgetallen. En aangezien de wedstrijd sport tegenwoordig niet meer weg te denken is uit onze maatschappij, mag deze evenmin ontbreken in Euclides: Rob Bosch laat u kennismaken met een merkwaardig fenomeen dat had kunnen optreden bij de verkiezing van de stad die in het jaar 2012 de Olympische Spelen mag organiseren. Het is overigens Londen geworden.

Examenprogramma's havo/vwo

Anderhalve maand geleden heeft het ministerie (naar aanleiding van aanbevelingen van de Resonansgroep) alsnog enkele wijzigingen aangebracht in de wiskunde-examenprogramma's havo/vwo '2007'. Zo wordt bijvoorbeeld het domein *Differentiaalrekening met toepassingen* (in het aanvankelijke voorstel alleen SE-stof) weer opgenomen in het centraal eindexamen vwo wiskunde A.

Opvallend vond ik nog de opmerking van de minister dat B-leerlingen in het vwo straks wel degelijk onderwijs zouden kunnen volgen in kansrekening en statistiek. Zij verwijst daarvoor naar wiskunde D. Maar helaas, dat vak zal beslist niet op iedere school worden aangeboden – en daarmee krijgt straks lang niet elke NT-leerling de kans wiskunde D (en daarmee statistiek) te volgen.

Redactie

Tot onze grote spijt verlaat Jos Tolboom de redactie. Vanwege 'vreugdevolle omstandigheden' overigens: hij wil als kersverse vader tijd vrijmaken voor zijn zoon... Jos heeft het ICT-redacteurschap voor Euclides vijf jaar lang kundig en met verve vervuld. Bedankt, Jos; we zullen je missen!

Euclides moet dus op zoek naar een nieuwe ICT-redacteur. Misschien bent u of kent u de juiste persoon voor deze klus? Laat het ons weten!

INHOUD

125	Kort vooraf [Marja Bos]
126	Vmbo-examenprogramma's aangepast [Pieter van der Zwaart]
129	Algebra-prestaties van tweedeklassers [Pauline Vos]
133	Interview met Jan van Maanen [Jos Tolboom]
136	Prijsuitreiking Nederlandse Wiskunde Olympiade 2006 [Melanie Steentjes]
137	Mededeling / Wiskunde Scholen Prijs 2007
137	Oproep / Zebra-boekjes niet om te kopiëren [Geertje Hek]
138	Tussenrapport van de profielcommissies [Wim Kleijne]
138	Aankondiging / 43ste Nederlands Mathematisch Congres
138	Oproep / ICMI-onderzoek [Wim Kleijne]
140	Wiskunde C, onderweg naar 2010 [Joke Daemen]
143	(Wiskundig) kiezen / De Olympische Paradox [Rob Bosch]
146	Bartjens Rekendictee 2006 [Danny Beckers]
148	Ik las en dacht ... [Klaske Blom]
151	Parate kennis en algebra / Aflevering 2: Symbol sense [Anne van Streun]
152	Correctiemodel Rekendictee
153	Reactie op 'Wat algebra is' [Bert Zwaneveld]
155	Boekbespreking / Zeepvliezen, wetenschap en vermaak (Zebra 18) [Hans Sterk]
157	Ingekorte bestuursreactie op het Standpunt van de Resonansgroep wiskunde [Marian Kollenveld]
158	Van de bestuurstafel [Marian Kollenveld]
159	Fotoverslag studiedag/jaarvergadering 2006 [Metha Kamminga]
162	Recreatie [Frits Göbel]
164	Servicepagina

Vmbo-examen-programma's aangepast

[Pieter van der Zwaard]

Dit jaar is in opdracht van het ministerie van OCW en de Cevo een aanpassing gemaakt van het examenprogramma voor het vmbo voor alle vakken. In deze aanpassing moest de ruimte die scholen hebben bij het invullen van het school-examen worden vergroot. Inhoudelijke aanpassingen van het programma voor het centraal examen moesten beperkt blijven tot klein onderhoud.

De ruimte voor het schoolexamen moet komen uit het formuleren van globale eindtermen, vergelijkbaar met de vernieuwde kerndoelen voor de basisvorming. Een globale eindterm beschrijft in enkele regels een volledige exameneenheid^[1]. Het schoolexamen moet voldoen aan deze globale eindtermen.

Dit artikel geeft een beschrijving van de wijzigingen en wat dat kan betekenen voor de docent wiskunde. Twee wijzigingen springen er uit:

- De exameneenheden 'Meetkunde' en 'Informatieverwerking, statistiek' worden niet meer afwisselend getoetst in het centraal examen. Meetkunde is nu opgenomen in het centraal examen en Informatieverwerking, statistiek in het schoolexamen.
- De ontstane ruimte in het schoolexamen door het formuleren van globale eindtermen waar het schoolexamen aan moet voldoen.

Het aangepaste examenprogramma geldt voor het eerst bij het centraal examen in 2008. De leerlingen die nu in klas 3 zitten, zullen dus volgens het nieuwe examen-programma examen doen.

een aantal vakken, waaronder wiskunde, een toelichting op die onderdelen waar onduidelijkheid over kan bestaan. Een voorlopige versie van deze syllabi kan worden gedownload van de site van het Cevo (www.cevo.nl)^[2].

3. Een handreiking waarin een aantal mogelijkheden wordt beschreven die de school heeft voor de invulling van het schoolexamen. Deze handreikingen worden ontwikkeld door de SLO, voor een aantal vakken waaronder wiskunde in 2006 en voor de overige vakken in voorjaar 2007. Het moment van publicatie is nog niet bekend.

Het eindexamenprogramma en de syllabus zijn voorschrijvend van karakter, de handreiking is dat niet. Deze is te zien als een 'servicedocument' voor scholen om de mogelijkheden die zijn ontstaan voor het schoolexamen, toe te lichten.

De vormgeving van het examenprogramma

Het aangepaste eindexamenprogramma voor wiskunde wordt, net als voor ieder ander vak, beschreven in drie documenten:

1. Een in de wet verankerd eindexamenprogramma beschreven in globale eindtermen.
2. Voor iedere leerweg een syllabus waarin de eindtermen voor het centraal eindexamen worden beschreven met voor

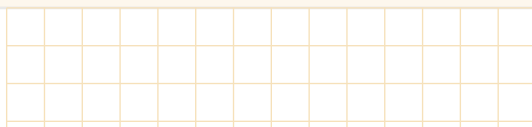
Het programma voor het centraal examen wiskunde

De beschrijving van de eisen aan kennis en vaardigheden voor het centraal examen is niet wezenlijk veranderd. Die beschrijving gebeurt nog steeds aan de hand van eindtermen die geordend zijn in exameneenheden. Veel inhouden en formuleringen uit de syllabus komen direct overeen met de inhouden en de formuleringen uit het

Verdeling van de examenstof wiskunde over centraal examen en schoolexamen

Exameneenheden	CE	moet op SE	mag op SE
WI/K/1 Oriëntatie op leren en werken		BKGT	
WI/K/2 Basisvaardigheden		BKGT	
WI/K/3 Leervaardigheden in het vak wiskunde	BKGT	BKGT	
WI/K/4/V/1 Algebraïsche verbanden	BKGT		BKGT
WI/K/5/V/1 Rekenen, meten en schatten	BKGT		BKGT
WI/K/6/V/1 Meetkunde	BKGT		BKGT
WI/K/7 Informatieverwerking, statistiek		BKGT	
WI/K/8 Geïntegreerde wiskundige activiteiten		BKGT	
WI/V/2 Verrijkingsopdrachten		GT	
WI/V/3 Verwerven, verwerken en verstrekken van informatie		GT	
WI/V/4 Vaardigheden in samenhang (*)	GT		

(*) De inhoud van deze exameneenheid luidt: 'De kandidaat kan de vaardigheden uit het kerndeel in samenhang toepassen'. De syllabuscommissie heeft deze inhoud opgenomen bij de exameneenheid 'Leervaardigheden in het vak wiskunde' voor alle leerwegen. Echter omdat de wijzigingen binnen de huidige wetgeving moeten plaatsvinden, kon WI/V/4 niet worden verwijderd.



oude examenprogramma. Aan de andere kant is er ook best een heleboel opnieuw geformuleerd en geordend. Verder is een toelichting gemaakt bij de onderdelen die naar de mening van de syllabuscommissie nog vragen zouden kunnen oproepen.

De uitgangspunten bij het maken van de syllabus werden in een memo aan de syllabuscommissie door de voorzitter als volgt verwoord:

- De eindtermen voor het bb-, kb-, en gl/tl-programma zijn apart beschreven. Dat betekent bijvoorbeeld dat de aanvullende eisen (WI/V/1) voor gl/tl nu in de eindtermen verwerkt zijn.
- Klein onderhoud is uitgevoerd. Enkele schrijffouten (bijvoorbeeld groeitijd vervangen door het juiste woord groeifactor) verbeterd, volgorde hier en daar gewijzigd.
- De zogenoemde 'Leervaardigheden in het vak wiskunde' zijn aangepast zodat de volgorde een logische wordt. De formulering is voor alle drie de leerwegen gelijk.
- Waar formuleringen aanleiding gaven (of konden geven) tot misverstanden, zijn deze gewijzigd. Hiertoe zijn waar nodig de formuleringen uit de 'oude' syllabus van cevo/cito, februari 1996, gebruikt.
- Bij algebra is duidelijk verschil gemaakt tussen de 'standaardverbanden' die de leerling moet kennen, herkennen en gebruiken en overige verbanden. De standaardverbanden worden eerst genoemd.
- Verwijzingen naar gebruik van de computer zijn weggelaten. Die verwijzing was nodig in een periode waarin de computer nog niet algemeen gebruikt werd.
- Een aantal voorbeelden is naar de toelichting verwezen. Bijvoorbeeld bij werken met woordformules (KB) is het hier geschreven gedeelte naar de toelichting gegaan: 'bij een verandering in een variabele het effect aangeven op de andere variabele in het bijzonder bij lineaire, evenredige en omgekeerd evenredige verbanden.'
- De syllabuscommissie is van mening dat een toelichting bij de eindtermen in veel gevallen absoluut noodzakelijk is om de begrenzings aan te geven door middel van het geven van geschikt gekozen voorbeelden. Bijvoorbeeld bij de eindterm (KB) werken met (woord)formules: 'een formule vervangen door een gelijkwaardige'. Het schoolboek Getal en Ruimte geeft hier bijvoorbeeld alleen voorbeelden van lineaire en omgekeerd evenredige verbanden. Zoals

het er staat kunnen ook alle mogelijke, voor de leerlingen veel te moeilijke verbanden, gevraagd worden.

Dit voorbeeld is er een uit zeer vele.

Aldus de voorzitter.

Voor wie de preambule kent, is het verdwijnen daarvan zeer opvallend. Op dit moment is niet bekend of deze preambule nog weer terug gaat komen. Naar verwachting niet, aangezien juist bij de zaken die in de preambule zijn beschreven, de scholen steeds meer vrijheid krijgen met betrekking tot de invulling. Een wijziging die overigens niet alleen het centraal examen, maar ook het schoolexamen betreft.

Inhoudelijk is de omvangrijkste verandering de nieuwe formulering rond het repertoire aan verbanden en vaardigheden per verband dat de kandidaat in ieder van de leerwegen moet beheersen. De exameneenheid 'Algebraïsche verbanden' opent nu met dat repertoire en waar de syllabuscommissie dat nodig achtte, zijn die vaardigheden meer gespecificeerd. Deze specificatie ontbrak bijvoorbeeld voor exponentiële verbanden in het examenprogramma KB, en die is nu wel opgenomen. De andere wijzigingen zijn hierboven al genoemd in het memo van de voorzitter.

Het programma voor het school-examen wiskunde

Voor het schoolexamen gaan de eisen gelden uit de geglobaliseerde eindtermen en niet die uit de syllabus. Dit ongeacht of de betreffende exameneenheid wel of niet getoetst wordt op het centraal examen. In vergelijking met het oude examenprogramma wordt daarmee de ruimte die scholen hebben voor de invulling van het schoolexamen, duidelijker en groter. Scholen kunnen er bijvoorbeeld voor kiezen in hun PTA de toetsing van de vaardigheden uit WI/K/1, 2, 8 en WI/V/2 en 3 op een aantal momenten centraal te stellen en bij de beoordeling minder gewicht te geven aan de inhoudelijke vaardigheden.

Voorbeeld. De toetsing binnen het school-examen van WI/K/6 Meetkunde kan, bij voorbeeld als praktische opdracht of als sectorwerkstuk, de vorm krijgen van een ontwerpopdracht waarbinnen een gebouw, brug, wenteltrap, of ander bouwwerk wordt ontworpen. Dit voorbeeld wordt uitgewerkt in de handreiking bij het schoolexamen die op dit moment door de SLO wordt ontwikkeld.

Het aardige van zo'n opdracht is, dat samenhang met vakken uit het leergebied Kunst en Cultuur (K&C), NaSk of in de beroepsgerichte leerwegen met een beroepsgericht vak worden gezocht. Zo een opdracht past binnen de globale beschrijving van de exameneenheid Meetkunde. En de winst is, dat in de uitvoering, toetsing en beoordeling veel meer kan worden geconcentreerd op de vaardigheden uit WI/K/1, 2, 8 en WI/V/2 en 3 dan op de inhouden die onder Meetkunde in de syllabus staan.

Wat verandert in de examinering

- De exameneenheid 'Meetkunde' wordt een vast onderdeel van het centraal examen, de exameneenheid 'Informatieverwerking en statistiek' verdwijnt uit het centraal examen en wordt nu een vast onderdeel van het schoolexamen. Gevolg: binnen het schoolexamen moet ieder jaar de exameneenheid informatieverwerking en statistiek worden getoetst. Alle exameneenheden die worden getoetst binnen het centraal examen mogen ook binnen het schoolexamen worden getoetst, maar die toetsing is niet verplicht. Dit laatste was overigens ook in het oude examenprogramma al het geval. Een school kan er dus voor kiezen om in het schoolexamen geen aandacht te besteden aan bijvoorbeeld de exameneenheid Meetkunde of aan Algebraïsche verbanden.
- Binnen de exameneenheid 'Algebraïsche verbanden' zijn de vaardigheden bij de verschillende typen verbanden en de bijbehorende formules verder uitgewerkt. In het bijzonder wordt hiermee voor de examenmakers, maar ook voor docenten en schoolboekauteurs, duidelijker welke vaardigheden van leerlingen mogen worden verwacht. Nu is bijvoorbeeld voor een kandidaat uit de Basis Beroepsgerichte Leerweg duidelijk welke vaardigheden deze moet hebben ten aanzien van lineaire verbanden en binnen de Kader Beroepsgerichte Leerweg welke vaardigheden ten aanzien van exponentiële verbanden.
- Binnen de gemengde en theoretische leerweg zijn de eindtermen uit de exameneenheid WI/V/1 'Aanvullende eisen' geplaatst bij die exameneenheden waarmee zij een direct inhoudelijk verband hebben. In de tabel (zie pag. 126 onderaan) is dat te herkennen

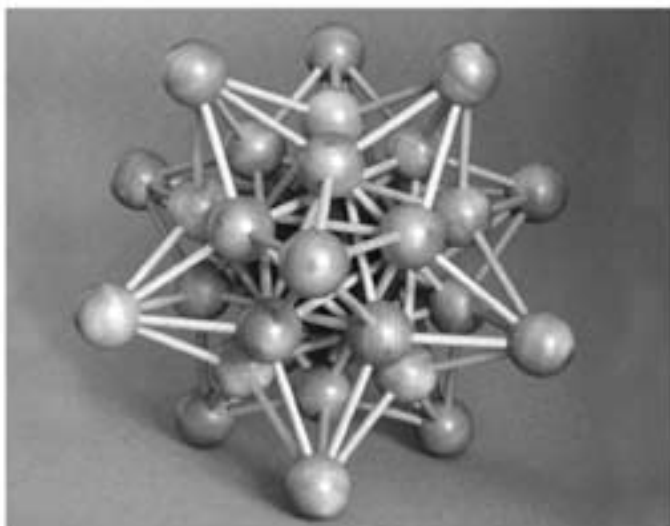
in de codering van de betreffende exameneenheid. Hopelijk gevolg: voor examenmakers, schoolboekauteurs en docenten geeft dit een duidelijker weergave van de eisen die gesteld worden aan de kennis en vaardigheden binnen de betreffende exameneenheden uit het examenprogramma wiskunde GT. Ook wordt met deze weergave het verschil aan eisen tussen de kaderberoepsgerichte- en de gemengd-theoretische leerweg duidelijk.

- Binnen alle leerwegen is de inhoud van WI/V/4 'Vaardigheden in samenhang' geplaatst in WI/K/3 'Leervaardigheden in het vak wiskunde'. De inhoud, *'De kandidaat kan de vaardigheden uit het kerndeel in samenhang toepassen'*, is van toepassing geacht op alle leerwegen. Gewenst gevolg: hiermee wordt voor alle betrokkenen duidelijk dat de kandidaten, onafhankelijk van de door hen gekozen leerweg, geacht worden in staat te zijn hun wiskundige kennis en vaardigheden

te gebruiken binnen relevante wiskundige en niet-wiskundige situaties. In moderne termen, de leerlingen zijn competent met betrekking tot het gebruik van hun wiskundige kennis en vaardigheden. Feitelijk werd deze eis ook in de oude situatie al gehanteerd. Concreet betekent het dat leerlingen bijvoorbeeld in staat zijn in een context te herkennen dat er tussen twee grootheden een algebraïsch verband bestaat en met behulp daarvan een vraag over de situatie kunnen beantwoorden.

De ruimte die scholen hebben, en overigens voor een belangrijk deel al hadden, is met dit programma duidelijker geworden. De vraag is echter of de wiskundedocenten met deze toegenomen vrijheid ook de klem van het centrale examen wat minder zullen voelen. En of zij daarmee in hun schoolexamens de leerlingen voluit de kans durven te geven om ook de andere dan alleen de inhoudelijke vaardigheden uit het examenprogramma wiskunde te laten zien.

advertentie



Een intelligent (relatie)geschenk?

Deze Kepler-Poinsot ster van Arjeu is één van de vele bijzondere objecten, puzzels en spellen gerelateerd aan natuurkunde, wiskunde en logica uit de Arabesk-collectie. U vindt de volledige catalogus op internet:

www.arabesk.nl

AVENUE CONCORDIA 17 B - 3042 LA ROTTERDAM
TELEFOON: (010) 214 03 81 - FAX: (010) 214 03 90 - E-MAIL: ARABESK@ARABESK.NL

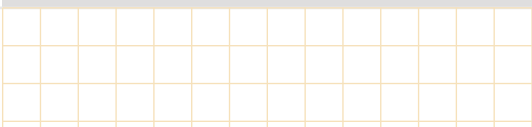
Noten

- [1] Bij het schrijven van dit artikel waren de globale eindtermen nog niet vrijgegeven door het ministerie van OC&W. Daardoor kan in dit artikel geen voorbeeld worden gegeven.
- [2] De commissie verantwoordelijk voor het samenstellen van de syllabus bestond uit: Truus Dekker (FI), voorzitter, voorzitter vaksectie CEVO wiskunde vmbo; Anita de Bruijn (Cito), inhoudelijk deskundige; Pieter van der Zwaart (SLO), secretaris, inhoudelijk deskundige; Wim Kuipers, docent wiskunde; Ruud Jongeling, docent wiskunde; Johan Akkermans, docent wiskunde.

Over de auteur

Pieter van der Zwaart werkt bij de Stichting Leerplan Ontwikkeling bij de afdeling Voortgezet Onderwijs VMBO als vakinhoudelijk medewerker wiskunde.

Bij de hierboven beschreven veranderingen in het examenprogramma vmbo was hij betrokken als secretaris van de syllabuscommissie en als auteur van de binnenkort te publiceren handreiking bij het schoolexamen. E-mailadres: P.vanderZwaart@slo.nl



Algebra-prestaties van tweedeklassers

ZIJN ZE VOOR- OF ACHTERUIT GEGAAN?

[Pauline Vos]

Algebraïsche vaardigheden staan op dit moment in de schijnwerpers. Ik wil hieronder een bijdrage leveren aan de algebra-discussie. Ik vroeg mij af of er in de studies die het wiskundeniveau tussen landen vergelijken, zoals TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Studies, voorheen Third International Mathematics and Science Study), iets te zien zou zijn van een verandering in de prestaties op het gebied van de algebra. In deze internationaal vergelijkende studies worden andere landen als ijkpunt gebruikt: je kunt dan zien of je leerlingen, in vergelijking tot andere landen, erop voor- of achteruit zijn gegaan. Als andere landen er allemaal erg op vooruit gegaan zijn, dan neem je dat dus waar als een relatieve achteruitgang. Het leek me interessant om dit eens voor Nederland in detail te bestuderen.

Typische algebraopgaven uit TIMSS

In de TIMSS-studies wordt op een bepaald tijdstip eenzelfde toets afgenomen in verschillende landen bij een grote steekproef van tweedeklassers. Dit gaat over de volle breedte van de populatie, dus in de Nederlandse steekproef zitten voor het merendeel vmbo-ers.

Zo'n internationale toets bevat een breed scala aan reken- en wiskundeopgaven. Aangezien de toets niet in Nederland wordt samengesteld, bevat hij veel kale sommen. De opgaven zijn verdeeld over verschillende categorieën, zoals rekenen (vooral met breuken), verhoudingen, statistiek, meetkunde (o.a. congruentie) en algebra. In die laatste categorie vallen opgaven van het type 'Los op: $3x + 5 = 17$ ' en 'Wat is k^2 als $k = -3$ '?

Nog een typisch TIMSS-voorbeeld, een meerkeuze-vraag:

Als m een getal voorstelt, welke van de regels hieronder is gelijk aan $m + m + m + m$?

- A. $m + 4$
- B. $4m$
- C. m^4
- D. $4(m + 1)$

In Nederland kiest ongeveer 45% van de leerlingen bij deze opgave het juiste antwoord, waarbij de scheidslijn dwars door het vmbo-t loopt.

Het doel van de studies is om de scores van alle leerlingen op alle opgaven tussen de landen te vergelijken. Maar in de rapporten worden de scores niet alleen als totaal, maar ook per deelgebied (meetkunde, algebra, enzovoorts) gerapporteerd. Naast de totaalscores heb ik voor u de algebra-scores in een tabel gezet. Ik kon ook beschikken over de data van 1982 uit SIMS (Second International Mathematics Study). Daardoor is er een mooi rijtje, van 1982, 1995, 1999 en 2003, dat ruim twee decennia bestrijkt (*zie tabel 1 op pag. 130*). Van de allereerste studie uit deze serie, FIMS uit 1967, kon ik geen resultaten vinden; deze studie was een soort 'pilot study' met onnauwkeurige data, zodat er nooit betrouwbare resultaten zijn gepubliceerd. Op het rijtje van 1982-2003 komt voorlopig geen vervolg, want in 2007 neemt Nederland geen deel aan de TIMSS-toetsen voor tweedeklassers (wel met groep 6 van de basisschool). Daardoor wordt er voorlopig geen nieuwe informatie aan de tabel toegevoegd.

De scores in de tabel komen uit de officiële rapporten. Het lastige daarbij is dat elk rapport een eigen meetschaal hanteert. Daardoor kunt u in de tabel alleen binnen één studie de scores vergelijken; de scores tussen de verschillende studies zijn niet goed vergelijkbaar. U kunt dus verticaal in de tabel vergelijken (tussen landen), en horizontaal alleen tussen de totaalscore

en de ernaast genoteerde algebra-score. U kunt niet verticaal tussen de jaargangen vergelijken. Enerzijds komt dit doordat de opgavenset per studie in moeilijkheidsgraad verschilde, anderzijds omdat de scores vanaf 1999 werden omgezet naar het gemiddelde van de deelnemende landen (het gemiddelde werd gesteld op 500), en die groep landen verschilt per studie. Ik heb verder de andere bekende internationale studie, PISA (Project for International Student Assessment), niet meegenomen in de tabel, want dit project heeft pas gegevens vanaf 2000.

Ik heb een selectie gemaakt van tien relevante landen om Nederland mee te vergelijken: dat zijn enerzijds landen die ons omringen (let vooral op Vlaanderen), en anderzijds landen die aan dergelijke studies als TIMSS meedoen (Hongarije, Japan, USA). Ik heb Duitsland en Frankrijk ook opgenomen, hoewel de informatie beperkt is: deze landen voelden zich na de resultaten van TIMSS-1995 teleurgesteld en stapten over op de andere internationale studie, PISA. Aldaar bleken hun leerlingen het wederom niet zo 'goed' te doen als de nationale trots verwachtte, maar dat is een verhaal dat verder niet thuis hoort in dit artikel.

Wat zien we in de tabel?

In SIMS (1982) deden achttien, meest 'westerse', landen mee, de meeste uit Europa. Nederland eindigde voor de wiskunde-totaalscore op de gedeelde tweede plaats: achter Japan, ongeveer gelijk met Hongarije en ruim voor Vlaanderen en Frankrijk. Voor de algebra-opgaven eindigde Nederland op een gedeelde derde plaats, achter Japan en Frankrijk, en niet significant verschillend van Vlaanderen en Hongarije. Dat betekent dus dat de Nederlandse leerlingen toen al, in vergelijking tot leerlingen uit andere landen, minder hoog scoorden op de kale algebra-

opgaven dan op de gehele toets. Let wel: dit was ruim tien jaar voor de invoering van de Basisvorming in 1993.

In TIMSS-1995 deden veel meer landen mee, namelijk 42, verspreid over de hele wereld (inclusief landen als Iran en Zuid-Afrika). Nederland eindigde voor de wiskunde-totaalscore op een negende plaats (rekening houdende met statistische meetfouten is het preciezer om te zeggen: op een gedeelde 5e t/m 22e plaats). Nederland eindigde achter Japan en enkele Aziatische landen (o.a. Singapore, Hong Kong, Korea) die niet hadden meegedaan in SIMS. Voor de algebra-opgaven eindigde Nederland in de middenmoot, op een gedeelde 18e tot en met 22e plaats. Wederom dus: de Nederlandse leerlingen scoorden, relatief ten opzichte van de andere landen, minder goed op de algebra-opgaven. Maar ze zaten voor de algebra wel in de bovenste helft van de complete rij van 42 landen.

In TIMSS-1999 deden 38 landen mee, en eindigde Nederland voor de wiskunde-totaalscore op een zevende plaats (preciezer gezegd: op een gedeelde 6e t/m 17e plaats), wederom achter de Aziatische landen en niet significant verschillend van bijvoorbeeld Vlaanderen. Voor de algebra-opgaven eindigde Nederland iets lager, op de 12e plaats (preciezer gezegd: op een gedeelde

6e tot en met 21e plaats). Wederom dus: de Nederlandse leerlingen scoorden, relatief ten opzichte van de andere landen, minder hoog op de algebra-opgaven. Nota bene: dit betreft de leerlingen die in 1999 gemiddeld veertien jaar oud waren; dit cohort leerlingen is nu eenentwintig jaar oud, net zoals de kinderen van veel collega's in de docentenkamer (die gemiddeld een jaar of vijftig zijn).

Een klein deel van dit cohort bevolkt nu onze universiteiten en hbo's. Een ander deel zit achter de kassa bij de supermarkt.

Terug naar de tabel. De laatste studie betreft TIMSS-2003. Daaraan deden 38 landen mee en toen eindigde Nederland voor de wiskunde-totaalscore wederom op een zevende plaats (preciezer gezegd: op een gedeelde zesde tot negende plaats), wederom achter de Aziatische landen en niet significant verschillend van Vlaanderen en Hongarije. Voor de algebra-opgaven eindigde Nederland wederom iets lager, op de 10e plaats (preciezer gezegd: op een gedeelde 8e tot en met 13e plaats). Wederom dus: de Nederlandse leerlingen scoorden, relatief ten opzichte van de andere landen, minder goed op de kale algebra-opgaven, maar ze zaten wel weer in de bovenste helft van de complete rij van 42 landen.

Wat kunnen we nu concluderen?

Het lijkt erop, dat de Nederlandse algebra-score al meer dan een kwart eeuw lager is dan de Nederlandse totaalscore. In Japan en de Verenigde Staten bijvoorbeeld is dat verschil tussen totaalscore en algebra-score nauwelijks aanwezig. De lagere score op algebra van Nederlandse leerlingen is dus niet iets van de meest recente jaren; het dateert al vanaf het begin van de studies en mogelijk zelfs van nog eerder. Daarnaast is het zo, en dit lijkt ook een historisch constant fenomeen van de afgelopen twee decennia, dat de Nederlandse algebra-score telkens nét boven het internationale gemiddelde ligt. Ondanks de verschillende accenten die er in de afgelopen decennia in Nederland gelegd zijn, doen we het op de kale algebra-opgaven dus nog steeds niet 'slecht', maar 'nét bovengemiddeld'. Zoals we allemaal weten is de Nederlandse totaalscore in internationaal perspectief 'goed'. Uit het voorgaande blijkt dat de Nederlandse algebra-score in internationaal perspectief maar net boven het gemiddelde zit. Hieruit volgt dat de relatief lage algebra-score gecompenseerd wordt op de niet-algebraïsche gebieden als rekenen, meetkunde en statistiek.

Met bovenstaande constatering van een grote continuïteit hebben we echter nog geen verklaring. De internationale studies

tabel 1 Scores van twaalf landen in SIMS en TIMSS

	SIMS 1982		TIMSS 1995		TIMSS 1999		TIMSS 2003	
	totaal- score (176 opg.)	algebra- score (40 opg.)	totaal- score (151 opg.)	algebra- score (27 opg.)	totaal- score (162 opg.)	algebra- score (25 opg.)	totaal- score (194 opg.)	algebra- score (47 opg.)
Japan	62	60	73	72	579	569	570	568
Vlaanderen	52	51	66	63	558	540	537	523
Nederland	58	52	60	53	540	522	536	514
Hongarije	57	51	62	63	532	536	529	534
Frankrijk	53	55	61	54	-	-	-	-
Finland	50	46	-	-	520	498	-	-
Duitsland	-	-	54	48	-	-	-	-
Engeland	47	39	53	49	496	498	498	492
USA	45	43	53	51	502	506	504	510
Zweden	44	34	56	44	-	-	498	480
Noorwegen	-	-	54	45	-	-	461	428

Nota:

- betekent: geen deelname

De scores van 1982 en 1995 zijn een percentage (het gemiddelde percentage correcte antwoorden).

De scores van 1999 en 2003 zijn berekend naar een schaal met internationaal gemiddelde 500 en $sd = 100$.

geven een krachtige beschrijving, maar geen verklaring van het beschrevene. Dat zijn de vrije jachtvelden van iedereen met een mening. Persoonlijk denk ik, dat het Nederlandse wiskundeonderwijs sinds jaar en dag heel goed is, zeker in vergelijking tot dat van andere landen. Nederlandse wiskundeleraren zijn bijvoorbeeld weinig afwezig. Ook weet ik uit ervaring dat, in vergelijking tot onze collega's in het buitenland, Nederlandse wiskundeleraars een veel groter accent leggen op 'begrijpen' en minder op 'drill'. Maar ik kan deze hypothese tot nu toe niet staven met wetenschappelijk onderzoek. Datzelfde geldt echter ook voor mensen die een andere verklaring hebben.

Terug naar de gegevens uit de TIMSS-studies. Mijn nieuwsgierigheid was namelijk nog niet geheel bevredigd. De hamvraag is natuurlijk: is de algebra-score van Nederland in deze studies relatief ten opzichte van de totaalscore toe- of afgenomen? De Nederlandse algebra-score van 522 in TIMSS-1999 en van 514 in TIMSS-2003 geven tenslotte te denken, te meer daar de totaalscore van 540, respectievelijk 536, minder van elkaar verschillen. Tussen 1999 en 2003 is de totaalscore dus 4 punten minder geworden, terwijl de algebra-score 8 punten is gedaald. Voor een antwoord op deze vraag moeten enkele methodologische problemen overwonnen worden. Er moet rekening worden gehouden met het feit dat de totaalscore ook de algebra-score omvat. Daarnaast zijn er meetfouten (een land werd vertegenwoordigd door een steekproef). Een volgend probleem is dat de opgavenset niet dezelfde gebleven is, maar in 2003 behoorlijk uitgebreid werd met nieuwe sommen. Ook de landengroep is niet dezelfde, waardoor de gemiddelde score van 500 over alle landen niet dezelfde maat is voor 1999 en 2003. Uit een analyse van de verschillende schalen blijkt dat er geen vooruitgang, maar ook geen achteruitgang is tussen 1982, 1995 en 1999 voor de Nederlandse algebra-score. De eerste twee uitkomsten zijn uitgedrukt in procenten (voor 1982 en 1995) en de andere zijn berekend op een genormeerde schaal met een kunstmatig gemiddelde van 500 en standaarddeviatie van 100. De algebra-score van 522 in 1999 blijkt echter precies overeen te komen met 52% en verschilt daarmee

figuur 1 Algebra-opgave uit TIMSS-1999

The figures show four sets consisting of circles.

Figure 1 Figure 2 Figure 3 Figure 4

a) Complete the table below. First, fill in how many circles make up Figure 4. Then, find the number of circles that would be needed for the 5th figure if the sequence of figures is extended.

Figure	Number of circles
1	1
2	3
3	6
4	
5	

b) The sequence of figures is extended to the 7th figure. How many circles would be needed for Figure 7?

Answer: _____

c) The 50th figure in the sequence contains 1275 circles. How many circles would be needed in the 51st figure? Without drawing the 51st figure, explain or show how you arrived at your answer.

niet significant van de vorige studie, te meer daar de opgavenset tussen 1995 en 1999 nauwelijks was veranderd. Ongeveer de helft van de opgaven was gelijk gebleven en de andere helft was 'gekloond' (bijvoorbeeld $\frac{x}{2} < 7$ was veranderd in $\frac{x}{3} > 8$). Geen voor- of achteruitgang dus tot 1999. Maar hoe zit het tussen 1999 en 2003? Tussen 1999 en 2003 verschilde de opgavenset wél aanzienlijk, ook voor de algebra. De set was bijvoorbeeld uitgebreid met opgaven over regelmaat in patronen (een patroon van stippen of blokjes dat voortgezet moet worden). Vanwege de onvergelykbaarheid tussen de opgavensets is in het TIMSS-2003 rapport een aparte analyse opgenomen over 79 opgaven (waaronder 15 algebra-opgaven) die exact hetzelfde waren in de toetsen van 1999 en 2003. Dit levert een hele zuivere vergelijking tussen de studies op: de Nederlandse scores op deze *ankeropgaven* in absolute cijfers, dus zonder internationale vergelijking, zijn tussen 1999 en 2003 niet significant veranderd. De schijnbare achteruitgang van de Nederlandse algebra-score tussen 1999

en 2003 (van 522 naar 514) is dus een relatieve, maar geen absolute achteruitgang. Het zelfde fenomeen deed zich overigens ook voor de Vlaamse leerlingen voor.

Kortom: de Nederlandse leerlingen doen het niet echt 'slecht' op de algebra, en hun prestaties bleven door de jaren heen constant. We kunnen niet anders dan concluderen, dat het onderwijs in de meeste andere landen niet duidelijk betere resultaten oplevert. Het lijkt erop dat het type instructie (met of zonder contexten, van voor of na 1993) de resultaten van de gemiddelde 14-jarige Nederlandse leerling op het gebied van de algebra niet verbetert, maar ook niet verslechtert. Let wel: de 'gemiddelde leerling' is een meisje op het vmbo-t.

Algebra met context maar zonder expressies

Na bovenstaande analyse op kale scores wil ik ook nog een inhoudelijke bijdrage leveren. Ik heb namelijk ook nog gekeken naar het type algebra-opgaven waarop Nederlandse leerlingen het relatief minder

goed doen. Het zijn dus niet de kale algebraopgaven mét variabelen en expressies, zoals 'Los op: $3x + 5 = 17$ ' en 'Wat is k^2 als $k = -3$ ', waarop Nederlandse leerlingen het minder goed doen dan leerlingen in andere landen. Integendeel, in andere landen kunnen de meeste leerlingen daar óók niet mee uit de voeten.

Het type opgave waar Nederlandse leerlingen minder op scoren dan leerlingen uit bijvoorbeeld Vlaanderen zijn opgaven zoals in *figuur 1 op pag. 131*: een rij gestapelde ballen, waarvan elke stapeling is afgeleid uit de vorige. Nederlandse leerlingen komen goed uit de eerste twee deelvragen, over de tabel en de eerste paar stapelingen uit de rij. Maar de laatste vraag ('De 50e figuur heeft 1275 ballen; hoeveel ballen bevat de 51e figuur? Verklaar je antwoord zonder de figuur te tekenen.') blijkt voor Nederlandse leerlingen moeilijker dan voor leerlingen in veel andere landen. Ze hebben geen ervaring met de betrekking tussen opeenvolgende figuren en 'zien'

daardoor niet dat een figuur voortkomt uit de vorige figuur. Daardoor kunnen ze niet op een informele manier omgaan met de recurrente betrekking.

Ook de volgende opgave blijkt een struikelblok voor Nederlandse leerlingen:

De getallen in het rijtje 2, 7, 12, 17, 22, ... nemen steeds toe met vijf. De getallen in het rijtje 3, 10, 17, 24, 31, ... nemen steeds toe met zeven. Het getal 17 komt in beide rijtjes voor.

Als beide rijtjes worden voortgezet, wat is dan het volgende getal dat in beide rijtjes staat?

Het blijken dus typisch de niet-kale algebra-opgaven te zijn, waarop Nederlandse leerlingen het wat minder goed doen. Dat zijn opgaven met een niet-alledaagse, wat abstractere context, waarin zonder variabelen maar mét een patroon geredeneerd moet worden. Naar mijn smaak zijn dit heel zinvolle opgaven, waarmee leerlingen eigen

notaties kunnen ontwikkelen en intuïtieve wiskundige redeneringen kunnen geven.

Wat mij echter ook opvalt: op de kale algebra-opgaven mét variabelen en expressies, zoals 'Los op: $3x + 5 = 17$ ' en 'Wat is k^2 als $k = -3$ ', doen de Nederlandse leerlingen het niet slechter dan leerlingen in andere landen. Dat lijkt me een belangrijke conclusie: namelijk dat - hoe je het ook wendt of keert - de gemiddelde 14-jarige leerling hier niet veel van bakt, onafhankelijk van de kwestie of deze leerling les heeft gehad in Nederland of in het veel abstractere onderwijs in een ander land.

In veel landen wordt er veel meer getraind op dergelijke kale opgaven, maar dit leidt blijkbaar niet tot betere resultaten. Dat is wel verklaarbaar: uit onderzoek weten we namelijk dat het trainen op deze opgaven niet tegelijkertijd leidt tot begrip, en daardoor wordt de vaardigheid niet onthouden en de techniek niet onthouden en is deze niet paraat als de leerling een internationale toets voorgelegd krijgt.

advertentie

Rekenen/Wiskunde
Regels en definities
Carina ter Beek

Rekenen/Wiskunde is handboek als geheugensteun. Door wiskundige definities en begrippen te combineren met voorbeeldopgaven krijgt de leerling inzicht in de rekenbewerking.

Rekenen/Wiskunde is bestemd voor leerlingen van vmbo leerjaar 1 t/m 4 en de onderbouw van havo/vwo.

ISBN 90 265 1787 4
ISBN 13: 978 90 265 1787 7
Prijs: € 15,00

De uitgave kan tevens als ondersteuning dienen bij RT rekenen/wiskunde in het voortgezet onderwijs.

Van dezelfde auteur is verschenen *Wel geteld - Het stimuleren van inzicht in de oplossingsstrategie*. *Wel geteld* is een remediërend programma Rekenen/Wiskunde voor leerlingen uit het voortgezet onderwijs, in het bijzonder het vmbo. De serie kan zowel groepsgewijs als individueel worden ingezet.

Het boek *Rekenen/Wiskunde* is verkrijgbaar in elke boekhandel en de *mathematische Wel geteld* is te verkrijgen via Harcourt Test Publishers.

Informatie: www.harcourt.nl

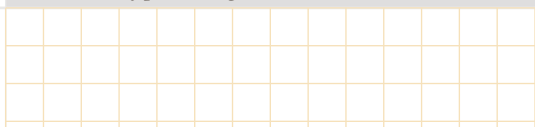
Harcourt
Test Publishers

Noten

- De SIMS-gegevens komen uit: H. Pelgrum, Th. Eggen, Tj. Plomp: *The implemented and attained mathematics curriculum - a comparison of eighteen countries*. Technische Hogeschool Twente (1986). Dit rapport is niet meer te bestellen, wel te leen in sommige bibliotheken.
- De internationale TIMSS-2003 rapporten en databases voor rekenen/wiskunde en science zijn te downloaden via <http://timss.bc.edu/>.

Over de auteur

Pauline Vos was wiskundelerares (o.a. vmbo en onderbouw havo/vwo) en deed onderzoek naar wiskundevaardigheden van tweedeklassers. Haar vertrouwdheid met internationale studies komt doordat ze in het buitenland les gaf en meewerkte aan TIMSS-1999. Ze werkt aan het Instituut voor Didactiek en Onderwijsontwikkeling (IDO) van de Faculteit der Wiskunde en Natuurwetenschappen van de Rijksuniversiteit Groningen. E-mailadres: f.p.vos@rug.nl





Interview met Jan van Maanen

[Jos Tolboom]

1 november 2006. *Euclides* is in Groningen op huisbezoek bij Jan van Maanen op een woensdag, wanneer Jan zijn vrije dag heeft. Nét als de hoogleraar-directeur van het Freudenthal Instituut (FI) en de interviewer een hap willen nemen van het stuk zelfgebakken appeltaart, gaat de telefoon. Een collega van het FI. Het is niet eenvoudig om een FI-directeur in 80% te stoppen.

Hoe zou jij je CV willen presenteren vanuit je huidige positie?

Daar heb ik gisteren toevallig aan zitten werken: 1972 eindexamen (gedrild!), afgestudeerd in 1977 en aansluitend wiskundeleraar geworden. In het najaar van 1979 moest er nog onderzoeksgeld opgemaakt worden bij wiskunde aan de Universiteit Utrecht. Dat was mijn herintrede in de academische wereld. In 1987 ben ik gepromoveerd op het proefschrift *Facets of mathematics in the Netherlands in the 17th century*. De volgende fase was begeleiding van promovendi. Het idee om wetenschapshistorie met wiskundeonderwijs te verbinden ontstond al vroeg tijdens mijn promotieonderzoek. Ik kwam bij mijn onderzoek zulk prachtig materiaal tegen dat ik dacht: zonde om niet met mijn leerlingen te bespreken. Die vonden dat altijd veel leuker dan de reguliere les; ik zeg niet dat dat in alle gevallen zo is, maar als ik het deed, werkte het wel, en ik deed het ook niet les in, les uit. Als leraar was ik dus ook al in de didactiek geïnteresseerd. In Engeland werden in die tijd internationale congressen over de geschiedenis van de wiskunde georganiseerd met ook aandacht voor didactiek: HIMED = History in Mathematics Education. Ik hield een bijdrage genaamd *L'Hôpital's weight problem* ('Een gewichtig probleem').

Was L'Hôpital eigenlijk dik?

Hmm. Jan doet een duik in zijn ongehoord rijke bibliotheek. De fraaiste eerste drukken en handschriften komen ter tafel. Via de marquis De l'Hôpital gaat het natuurlijk snel over Johann Bernoulli. Met een bibliomatische krachttoer komt Jan tot de conclusie: 'Wiskunde onderwijzen via toepassingen is dus van alle tijden!'

Kom je nog toe aan je eigen onderzoek in de geschiedenis van de wiskunde?

Minder. Uitnodigingen voor lezingen gaan nog altijd vaak over de geschiedenis van de wiskunde. Ik spreek in januari 2007 nog voor de Mathematical Association of America over de Bernoulli-brothers Jakob en Johann, maar in diezelfde week ben ik in Ede om over rekenonderwijs te spreken. Zo gaat dat tegenwoordig.

CD-bèta en het FI zijn samengevoegd: het Freudenthal Institute for science and mathematics education (FIsmé). Hoe moeten we ons dat organisatorisch voorstellen (= wie is de baas)? Hoe gelukkig ben jij hiermee?

Dat heeft meer met de universitaire structuren te maken, hoewel het een hele positieve keus is. Bij de universiteit werken natuurlijk meer bètadidactici, de groep voor de didactiek van de natuurwetenschappen gaat nu samen met het FI. Zoals ik net al zei: wiskunde heeft alles met de toepassingen te maken. Daarom vind ik het samengaan van CD-bèta en het FI een goede keus. Wij hadden het geluk dat we al een naam hadden, een 'merk' zijn als het ware. Op 1 december was het openingsfeest. Kerst Boersma, hoogleraar didactiek van de biologie, is de baas van het hele spul. Bernard Hodgeson heeft de openingslezing gehouden.

Je werkt vanaf 1 juni bij het FI. Van tevoren had je natuurlijk een heel duidelijk beeld. Kun je dat beeld beschrijven?

Nou ja, dat is wel grappig. Ik heb daar een paar jaar geleden heel serieus over nagedacht. Het FI had een heidag en ik was als buitenstaander uitgenodigd mijn

mening te geven. Ik vond het FI altijd een bron van heel interessante dingen voor het wiskundeonderwijs. Dat begon al in 1978, toen ze voor het Wiskundig Genootschap projectboekjes voor de scholen hadden gemaakt, en als docent had ik zo'n boekje bemachtigd. Ik vond dat heel erg leuk. En dat gekoppeld aan onderzoek, zoals het proefschrift van Jan de Lange, of Leen Streeflands rigoureuze denken over breukenonderwijs. Ik vond het FI dus 'interessant', ook met de Engelstalige bijbetekenis als 'belangrijk'.

Ik weet dat het FI een reputatie van omnivoor heeft als het gaat om het binnenhalen van opdrachten. Een voorbeeld: Wiskunde D wordt ontwikkeld door cTWO en heel snel spreek je dan de capaciteit van het FI aan. Maar ook dit gaat allemaal transparant. En verder... Ik heb op het FI meegewerkt in de begeleiding van een promotieonderzoek; ik was dan om 9.30 uur vanuit Groningen op het FI en druk was het daar dan nog niet. Inmiddels kan ik het van binnenuit bekijken en daardoor weet ik nu dat veel medewerkers parttime werken, bijvoorbeeld in combinatie met een baan als leraar. Maar toen had ik de indruk dat er een wel erg grote 'eigen vrijheid' was. Nu weet ik dat er heel precies wordt tijdgeschreven, dat ik mijn observaties dus verkeerd interpreteerde. Wij werken eigenlijk heel erg bedrijfsmatig voor een academisch instituut.

In hoeverre wijken je ervaringen tot nu toe af van dat beeld?

Niet zo heel erg verder.

Wat voor type directeur ben je? Pas je op de tent of ben je de Grote Roerganger?

En C: 'Weet niet'? Vanuit het perspectief

van de medewerkers: ik denk dat ze vinden dat ik op de tent pas. Op de lange termijn hoop ik dat dat anders zal uitpakken. Op de tent passen moet natuurlijk: zorgen dat we in reorganisaties niet het onderspit delven. Maar het roer in handen hebben betekent: je kunt altijd zelf sturen, daar word je heel moe van, maar je kunt ook anderen laten sturen en dan met drie anderen even koffie drinken en over de koers praten. Ik moest hier in de sollicitatieprocedure een stuk over schrijven, 'Koers met het FI'. Er moet heel extreem worden wachtgelopen op dat schip. Zoals het telefoontje van daarnet: er zit iemand in het kraaiennest en die checkt even bij mij. Daar voel ik me heel wel bij. Er zijn werkveldcoördinatoren PO, VO, ICT en Onderzoek. Medewerkers kunnen hun uren hiertussen verdelen. Ik ben benieuwd hoe het uitpakt, het moet niet teveel zwalken, niet opeens dingen interessant vinden als er projectgeld is.

Moet je ook dingen doen waarvan je van te voren niet had gedacht dat je ze zou moeten doen?

Nee, dat komt niet veel voor. Er was een tamelijk duidelijke profielschets en in de procedure kreeg ik daar een nog beter beeld van. Er komen dingen op je pad waar je voor gevraagd wordt. En welke dingen dat precies zijn, dat weet je natuurlijk niet. In een panel van de Onderwijsraad zitten, bijvoorbeeld.

Kom je niet toe aan dingen waarvan je had gehoopt dat je daar wel aan toe zou komen?

Sommige dingen hebben een iets langere adem nodig. Tot op heden heb ik drie (mede)begeleidingen van promovendi mogen doen. Ik had van te voren het gevoel dat dat er flink meer zouden worden als ik hoogleraar werd. Op het FI is dat er momenteel nog niet, er moet ook aan de financiering worden gewerkt, over twee jaar wil ik ergens anders staan.

Hoeveel mensen werken op het FI? Hoeveel fte?

(Zonder een seconde na te denken:) 79. Het aantal fte mail ik je morgen, maar dat zal in de buurt van de 50 liggen.

Hoe zie jij het samenspel tussen onderzoek in de wiskundendidactiek, curriculumontwikkeling, het veld van

wiskundeleraren, 'de politiek' en de rol van het FI?

Er zijn nu allerlei mensen die parallel aan hun ontwikkeltaken ook aan onderzoek gaan werken. Dat onderzoeksprofiel zou versterkt mogen worden.

Hoe kijk je aan tegen de invoering van computeralgebra in het VO?

Ja. Ik heb het meegemaakt bij het universitaire onderwijs in Groningen, daar was ook huiver voor. Je moet voor de actuele vaardigheden wel de basis leggen. Het wordt sterk bekeken vanuit het negatieve: wat je dan niet meer doet. Maar je moet eigenlijk kijken naar wat je wel kunt doen. Ik gaf een college lineaire algebra, tot en met Jordannormen en gegeneraliseerde eigenwaarden. Dat stelt alleen iets voor als je in hogerdimensionale ruimtes werkt, de 11e dimensie voor natuurkundigen. Ga daar met potlood en papier maar eens aan staan. Ik heb toen een practicum gemaakt voor MatLab en eerstejaars studenten hebben toen hele fraaie wiskunde bedreven. Terwijl er collega's waren die het niet zagen zitten. Het hangt dus helemaal af van wat voor problemen je bedenkt. Datzelfde geldt ook voor een mes: je kunt ermee in een ander mens prikken, dat is niet handig. Maar brood snijden, dat gaat prima. Dat is een metafoor van Van der Blij, trouwens. Er hangt wel een prijskaartje aan: als er geen schoolmelk meer gekocht kan worden door de invoering van computeralgebra, dan is dat een ethisch probleem.

Hoe kijk je aan tegen de huidige 'aansluitingsdiscussie'? Het FI wordt daarin nogal eens in het beklaagdenbankje gezet.

Er wordt te weinig gekeken naar wat leerlingen wel kunnen, door mensen die onvolledige informatie hebben en die nog steeds hun collegedictaten van 15 jaar geleden willen gebruiken. Ik zal niet ontkennen dat er problemen zijn, want die zijn er wel, maar ze moeten niet monomaan op een tekort aan kennis in het voortgezet onderwijs en op de voze werking van het FI geschoven worden. Bovendien, het lijkt in Nederland net alsof alles hier via de parlementaire democratie gaat behalve wiskundeonderwijs. Al die hervormingen zijn goedgekeurd door de Tweede Kamer. Er zijn onafhankelijke commissies geweest. Er zaten ambtenaren van het departement



bij. Het is dus nooit een kwestie geweest van het FI alleen. Het FI heeft heel vaak opdrachten uitgevoerd, natuurlijk wel met eigen opvattingen, maar dat is altijd gewoon goedgekeurd. En nog wat vuur spuwen: deze geluiden komen ook uit de hoek van de TU's, die zelf toestaan dat leerlingen met een NG-profiel binnenkomen, terwijl er nota bene een NT-profiel voor hen is ontworpen. Wie vraagt dan voor een deel om deze problemen?

Wat is in jouw ogen het belangrijkste dilemma waar het Nederlandse wiskundeonderwijs momenteel voor staat?

Nou, een, ja, dat zal lang niet iedereen mij nazeggen, maar eh, ik denk dat we voor de beslissing komen of we in havo-vwo in klassen, in jaargroepen op één niveau wiskunde kunnen en willen blijven geven. Ik signaleer het dilemma. Waar ik voor ben is dat dit opgelost wordt. Als dat door blijft gaan, is de vraag hoe we de extremen bedienen, de brains aan de ene kant, die te weinig aangesproken worden. In die zin ben ik het eens met sommige criticasters, ik denk dat we meer uit de brains kunnen halen maar niet ten koste van de 20 anderen. En aan de andere kant zijn er dus



de leerlingen die moeite blijven hebben met wiskunde. Ik zou dit willen oplossen zonder het onderwijs puur te individualiseren, daar geloof ik niet zo erg in. Daarnaast uiteraard de rol van de docent in het onderwijs in samenhang met zijn vakken. Ik denk dat ik er wel erg voor ben om de docent met zijn vakken een sterkere positie te geven binnen de school dan als producent van studiewijzers. Daar doe ik momenteel ook onderzoek naar in verband met mijn oratie, waarin de rol van de docent centraal zal staan.

Zelfde vraag maar dan internationaal.

Internationaal zijn er ontzettend grote verschillen, er zijn allerlei landen waar bepaalde problematische situaties zijn, maar wat daar de exacte dilemma's zijn weet ik niet precies. Wat wij in Nederland kunnen leren, je zou eerder naar buitenlandse good practices onderzoek moeten doen, bijvoorbeeld het Finse onderwijs. Maar hoe je voor te snelle conclusies: Finland is een totaal ander land dan Nederland. Ze hebben veel minder contacturen dan in Nederland door afstanden en klimaat en zij passen hun onderwijs daarop aan, waardoor leerlingen zelfstandiger lijken te zijn en er minder getoetst wordt.

Gemiddelde leerlingen halen dus hele goede resultaten. Het feit dat wij in TIMSS en PISA in dezelfde regionen als Finland en Korea scoren, kan door heel veel zaken veroorzaakt worden. Als wij van het Finse onderwijs adopteren dat er nog maar vijf lesuren op een dag zijn, zullen Ad Verbrugge en Mark Peletier (van de vereniging Beter Onderwijs Nederland; zie <http://www.bon.nl>) dat weer niet leuk vinden.

Ik lees ook het Franse tijdschrift voor wiskundeonderwijs. In Frankrijk geeft men eigenlijk nog traditioneel, op academische leest geschoeid wiskundeonderwijs, en denkt men na over hervormingen, in Engeland zijn zeer brede comprehensive schools, met weer andere problematiek. Dus over organisatie, curricula, honorerings van de docent, lesuur-aantallen, docententekorten.

Kun je je iets voorstellen bij het beeld dat sommigen van het FI hebben van een nogal in zichzelf gekeerde organisatie?

Ik begrijp wel hoe sommige mensen aan ideeën komen, maar dat zegt vaak wel meer over de waarnemer. 'Beauty is in the eye of the beholder.' Datzelfde geldt voor het tegengestelde van schoonheid.

Vind je dat de *Nieuwe Wiskrant* en *Euclides* zouden moeten fuseren?

Dat heeft minstens een zevenvoudig antwoord; ik heb geen zin om te antwoorden vanwege het woord 'moeten'. Het gaat er ook om wat je ermee zou willen bereiken. Ik vind het uitstekend als een vereniging een goed medium heeft om de leden te bereiken. Ik vind het wel heel interessant dat we beide tijdschriften hebben, ik heb ze hier dus ook staan. *Euclides* vanaf 1977 en de *Wiskrant* vanaf het eerste nummer.

Je bent nu 53 jaar. Denk je dat dit je laatste baan is? Hoe zou je het FI omschrijven dat je bij je afscheid achterlaat?

Ik heb nu nog geen redenen om dat uit te sluiten. Ik zou me dat dus kunnen voorstellen. Ik weet niet of ik tot mijn 55ste werk, of tot mijn 58ste of nog langer. Ik hoop wel dat ik ook na mijn 65ste blijf nadenken. Ik zit overigens vol met medische apparatuur. Daardoor heb ik nooit het idee gehad dat ik veel ouder

dan 40 zou worden, dus ik ben heel erg relaterend in dat soort dingen.

Het FI wil ik verlaten als een bron van interessante wiskunde, zoals ik het gevonden heb dus eigenlijk, en ik zou het heel bevredigend vinden als er goed geïntegreerd bètaonderwijs zou worden gemaakt. Dat zou mooi zijn.

Wat zijn we vergeten te vragen?

'Kom je nog aan je hobby's toe?' Ik heb geen hobby's, dus ik kan daar 'ja' op zeggen. *(Euclides weet dat Jan de avond van te voren zijn rol als cellist in een strijkkwartet met overgave heeft vervuld, de ochtend voorafgaand aan het gesprek celloles had en 's middags zijn tenor weer moest opzetten.)*

En natuurlijk: 'Ben je gelukkig?' Daar kan ik zonder meer 'ja' op zeggen. Werk is daar altijd een belangrijke component in geweest, naast samenleven met andere mensen. In mijn relatie met Matteke natuurlijk, maar ook in een strijkkwartet. En heel belangrijk ook: eet je nog een boterhammetje mee?

Over de interviewer

Jos Tolboom is docent Wiskunde en BètaDidactiek aan de Rijksuniversiteit Groningen. Tot Jans start aan het FI waren Jan en Jos collega's aan het Opleidingsinstituut voor Wiskunde en Informatica van de RuG. Met dit interview besluit Jos zijn redactielidmaatschap van *Euclides*. E-mailadres: j.l.j.tolboom@rug.nl

Prijsuitreiking Nederlandse Wiskunde Olympiade 2006

[Melanie Steentjes]

Dit jaar was de 45e editie van de Nederlandse Wiskunde Olympiade. Een mooi getal, maar deze editie was een opmerkelijke in nog veel meer opzichten!

Opgaven in meerkeuze

De opgaven in de eerste ronde van dit jaar waren voor het eerst voor een deel in meerkeuze. Na een desastreuze eerste ronde in 2005 (meer dan de helft van de deelnemers wist geen enkel punt te halen) besloot het toenmalig bestuur van de Stichting Nederlandse Wiskunde Olympiade dat het anders moest. We willen door de Olympiade zoveel mogelijk leerlingen kennis laten maken met opgaven die iets laten zien van ongebruikelijke, leuke en speelse wiskunde. Dat hoeft natuurlijk niet te betekenen dat deze opgaven enorm moeilijk zijn, alleen anders dan veel leerlingen gewend zijn. Door een deel van de opgaven (acht van de in totaal twaalf opgaven) in vijfkeuze-vorm te stellen, verwachtten we dat de opgaven iets makkelijker gevonden zouden worden en de drempel om mee te doen dus minder hoog. En is het gelukt? Het is maar hoe je het bekijkt. Helaas is het aantal leerlingen dat meegedaan heeft dit jaar niet hoger, maar zelfs een fractie lager dan vorig jaar. Er namen 2192 leerlingen deel aan de Wiskunde Olympiade in 2006 en 2221 in 2005. Zijn docenten en leerlingen misschien afgehaakt na het slechte resultaat van 2005? Waren ze niet op de hoogte van de nieuwe opzet met meerkeuzevragen? We weten het niet. We wachten in spanning het aantal leerlingen af dat in januari 2007 zal meedoen!

Aan de andere kant kregen we wel veel enthousiaste reacties van docenten én leerlingen op de nieuwe opzet. Het niveau van de vragen werd dit jaar een stuk beter gevonden en meer leerlingen waren in staat om meer vragen goed te beantwoorden. Het gemiddelde aantal punten dat gehaald werd was 12 (van de 36 punten) en er waren 9 leerlingen die de maximumscore haalden. Voor ons reden om op de ingeslagen weg verder te gaan.



foto 1 De leerlingen op een rij in volgorde van plaatsing (van achter naar voor): Wouter Berkelmans, Milan Lopuhää, Raymond van Bommel, Kyndylan Nienhuis, Milo van Holsteijn, Remy van Dobben de Bruyn, Hilje Doekes, Rogier Huurman. Yvette Welling en Wouter Zomervrucht op plaats 9 en 10 staan niet op de foto.

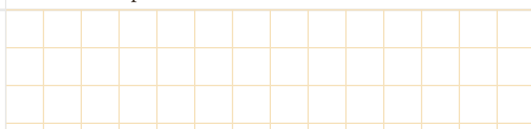
Nieuw bestuur

Een andere bijzonderheid van deze editie van de Wiskunde Olympiade is dat hij plaatsvond onder een bijna geheel nieuw bestuur van de Stichting Nederlandse Wiskunde Olympiade die de wedstrijd ieder jaar organiseert. Frits Beukers heeft Jan van de Craats opgevolgd als voorzitter. Quintijn Puite is sinds november 2005 teamleider van de Internationale Wiskunde Olympiade, wat voorheen de verantwoordelijkheid van Jan Donkers was. Tom Verhoeff is Thijs Notenboom opgevolgd als penningmeester. En tenslotte is Alex van den Brandhof nieuw in het bestuur sinds juni van dit jaar.

Een behoorlijke verandering en verjonging dus! Het oude bestuur was in al die jaren zo goed op elkaar ingespeeld dat de hele organisatie een soepel lopende machine was. Nu zoveel bestuursleden in zo'n korte tijd vervangen werden, werd het ons duidelijk uit hoeveel radertjes zo'n machine wel niet bestaat. Maar gelukkig loopt op dit moment de machine ook weer zonder haperen.

Jongste winnaar ooit

En dan had de Nederlandse Wiskunde Olympiade 2006 ook nog eens de jongste winnaar ooit! Wouter Berkelmans, die op dit moment pas in 4-vwo zit, won door in



de eerste ronde 36 punten te halen en in de tweede ronde 44 punten (van de 50). Een ongelofelijke prestatie! In 2005 behoorde hij ook al tot de tien prijswinnaars en hij is in juli 2006 naar de Internationale Wiskunde Olympiade in Slovenië geweest. Daar haalde hij een eervolle vermelding. Ook de nummers 2 en 3 (Milan Lopuhää en Raymond van Bommel) zitten pas in 5-vwo respectievelijk 4-vwo. Zij kregen samen met de andere prijswinnaars van de Nederlandse Wiskunde Olympiade op 10 november 2006 op de TU Eindhoven hun prijs uitgereikt.

Prijsuitreiking

Zoals al vele jaren vond ook dit jaar de prijsuitreiking weer plaats op de TU Eindhoven. Professor Cohen (vice-decaan van de faculteit Wiskunde en Informatica) heette iedereen welkom namens de Universiteit. Direct kregen de prijswinnaars en genodigden een probleem voor hun kiezen uit de eindtoets van het afgelopen trainingsjaar.

Daarna heette de nieuwe voorzitter van het bestuur, Frits Beukers, met name de oud-bestuursleden welkom die aanwezig waren (Jan van de Craats, Jan Donkers en Thijs Notenboom). Er is een idee om een reünie te organiseren voor alle mensen die ooit mee geweest zijn naar een Internationale Olympiade. Enige reünisten waren al aanwezig. Ook zij werden welkom geheten door Frits Beukers. Het nieuwe bestuur werd voorgesteld en vervolgens werd een samenvatting gegeven van de Nederlandse Wiskunde Olympiade 2006 door de auteur van dit artikel.

Daarna kwam de werkelijke prijsuitreiking. Voor de eerste keer reikte Frits Beukers de

$$1+2+3+4+5+6 = 6+7+8$$

Wat is het kleinste getal k groter dan 6 waarvoor geldt:

$$1+2+\dots+k = k+(k+1)+\dots+n, \text{ met } n \text{ een geheel getal groter dan } k?$$

Het gaat om sommen van rekenkundige rijen: $1+2+3+\dots+k = \frac{1}{2}k(k+1)$ en $k+(k+1)+\dots+n = (1+2+\dots+n) - (1+2+\dots+(k-1)) = \frac{1}{2}n(n+1) - \frac{1}{2}k(k-1)$.

$$\text{Dus } k^2 = \frac{1}{2}n(n+1) \text{ ofwel } 2k^2 = n(n+1).$$

Omdat n en $n+1$ geen gemeenschappelijke deler groter dan 1 hebben, moet gelden: óf n is een kwadraat en $(n+1)$ is $2 \times$ een kwadraat, óf n is $2 \times$ een kwadraat en $(n+1)$ is een kwadraat.

In het voorbeeld staan de eerste twee buurgetallen die hier aan voldoen: 8 en 9 met $n=8$ en $k=2 \times 3$.

Het volgende paar is snel gevonden door de kwadraten af te lopen en te kijken of dat kwadraat -1 of dat kwadraat $+1$ misschien $2 \times$ een ander kwadraat is.

We vinden 49 en 50.

$$\text{Dus } n=49 \text{ en } k=5 \times 7=35.$$

Een opgave uit de Tweede Ronde 2006, met uitwerking

prijzen uit aan de prijswinnaars. Zij hadden zich, samen met nog 108 andere leerlingen met een hoge score in de eerste ronde of bij de Kangoeroe-wedstrijd, op 15 september 2006 gebogen over de vijf opgaven van de tweede ronde. De tien prijswinnaars haalden de hoogste scores en staan met hun school, klas en scores in het overzicht hieronder.

De prijswinnaars ontvingen een oorkonde, het boek *Magische Vierkanten* van Arno van den Essen (beschikbaar gesteld door het tijdschrift *Natuurwetenschap en Techniek*), een prijs van Olympiade-sponsor *Saen Options* en een puzzeltje.

Quintijn Puite deed verslag van de Internationale Olympiade in Slovenië. U heeft hierover meer kunnen lezen in zijn bijdrage in het vorige nummer van Euclides. Quintijn vertelde ook over de training die nu volgt voor deze tien gelukkigen en nog zeven andere geselecteerde leerlingen (Oscar Brandt uit Rijnsburg, Floris van Doorn uit 's-Graveland, Johan Commelin uit Wezep, Tim Reijnders uit Nijmegen, Vaya Vos uit Vlissingen, Eilien Knook uit Driebergen en Thijs de Meester uit Barendrecht). De training ging diezelfde dag nog van start met een trainingsweekend in Valkenswaard. Verder bestaat de training uit het werken aan lesbrieven, het bijwonen

	naam	school	2e ronde	1e ronde	klas
1	Wouter Berkeldams	Barlaeus Gymnasium, Amsterdam	44	36	4v
2	Milan Lopuhää	Gymnasium Felisenum, Velsen-Zuid	35	31	5v
3	Raymond van Bommel	College Hageveld, Heemstede	34	36	4v
4	Kyndylan Nienhuis	St. Ignatiusgymnasium, Amsterdam	33	36	6v
5	Milo van Holsteijn	RSG Pantarijn, Wageningen	32	34	6v
6	Remy van Dobben de Bruyn	Stedelijk Gymnasium, Leiden	30	Kangoeroe	5v
7	Hilje Doekes	RSG Pantarijn, Wageningen	28	36	6v
8	Rogier Huurman	Stedelijk Gymnasium, Nijmegen	28	29	6v
9	Yvette Welling	O.S.G. Erasmus, Almelo	27	36	6v
10	Wouter Zomervrucht	Sted. Dalton Lyceum Dordrecht	27	26	6v



van drie trainingsdagen en een trainingsweek direct na het eindexamen. Op grond van de algehele inzet, het inleverwerk en de eindtoets wordt het team van zes personen geselecteerd dat Nederland zal vertegenwoordigen op de 48ste Internationale Wiskunde Olympiade, die gehouden zal worden van 23 tot 31 juli 2007 in Vietnam. Hierna werd iedereen uitgenodigd om onder het genot van een drankje en een hapje nog wat na te praten over de Wiskunde Olympiade en andere zaken. Al met al weer een geslaagde Olympiade en prijsuitreiking!

foto 2 De eerste prijs voor Wouter Berkelmans uitgereikt door Frits Beukers.

foto 3 Quintijn Puite in gesprek met Birgit van Dalen, een van de trainers van de Wiskunde Olympiade.

Noot

Informatie over de Wiskunde Olympiade is te vinden op www.wiskundeolympiade.nl.

Over de auteur

Melanie Steentjes is secretaris van de Nederlandse Wiskunde Olympiade en daarnaast als toetsdeskundige werkzaam bij Cito.

E-mailadres: melanie.steentjes@cito.nl

MEDEDELING / WISKUNDE SCHOLEN PRIJS 2007

Ook als u zelf denkt dat u 'niets bijzonders' doet op school, kan uw school in aanmerking komen voor het winnen van de Wiskunde Scholen Prijs.

Deze prijs is ingesteld om scholen te stimuleren met hun sterke punten op het gebied van wiskundeonderwijs naar buiten te treden. Alle scholen voor voortgezet onderwijs kunnen, in drie categorieën; vmbo (klas 1 t/m 4), onderbouw havo/vwo (klas 1 t/m 3), bovenbouw havo/vwo (klas 4 t/m 6), meedingen naar deze prijs. In elke categorie valt een prijs van € 1000,00 te winnen. Meer informatie kunt u vinden op de website: www.wiskundescholenprijs.nl. Aanmelden kan tot 28 februari 2007. We zien uw inzending met belangstelling tegemoet!

Contactpersoon: Dédé de Haan
(scholenprijs@f.uu.nl)

Oproep / Zebra-boekjes niet om te kopiëren [Geertje Hek]

Epsilon Uitgaven kreeg onlangs een melding dat er op een scholengemeenschap excessief gekopieerd wordt uit Zebra-boekjes. Het gaat hierbij niet om enkele bladzijden, maar om gehele boekjes die vele malen worden gekopieerd.

Natuurlijk is zulk kopieergedrag altijd uit den boze vanwege copyright. Maar in dit geval is het ook nog eens zeer onredelijk. Epsilon Uitgaven is namelijk eigendom van een stichting die per definitie *geen winstoogmerk* heeft. Sterker nog, de Zebra-boekjes worden gezamenlijk met de NVvW uitgegeven, omdat de NVvW graag buiten de grote uitgever om *goedkoop* keuzemateriaal ter beschikking wilde hebben voor de keuzeblokken in het wiskundeonderwijs. Bij deze willen we iedere school en iedere wiskundesectie verzoeken om dit initiatief van de NVvW en Epsilon Uitgaven niet te frustreren. Daarbij wijzen we op de bijzon-

dere mogelijkheden die er voor scholen zijn om de boekjes in grotere aantallen met korting aan te schaffen:

- er is een scholenabonnement à 215 euro (inclusief verzendkosten) waarvoor de school van vijf verschillende Zebra-delen zes exemplaren ontvangt;
- bij aanschaf van 10 of meer dezelfde boekjes wordt 10% korting gegeven op de totale prijs.

Voor meer informatie verwijzen we naar de website www.epsilon-uitgaven.nl.

Over de auteur

Geertje Hek is onder meer voorzitter van de Stichting Epsilon, een stichting die opgericht is met steun van het Koninklijk Wiskundig Genootschap en de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraars.

Tussenrapport van de profielcommissies

[Wim Kleijne]

In oktober 2004 heeft de minister van OC&W, mevrouw Maria van der Hoeven, een commissie Natuurprofielen en in februari 2005 een commissie Maatschappijprofielen ingesteld. Hoewel verschillend samengesteld, brachten deze profielcommissies eind mei 2005 een gemeenschappelijk advies uit over een zestal punten. Daarover moest op korte termijn worden geadviseerd, met het oog op de parlementaire behandeling van het wetsontwerp 'Voorstel van de wet houdende wijziging van de Wet op het voortgezet onderwijs'. Dit wetsvoorstel diende ter aanpassing van de profielen in de tweede fase van het vwo en havo. Het advies van de Profielcommissies is destijds grotendeels door de minister en de Tweede Kamer overgenomen. Vervolgens adviseren de Profielcommissies voor 1 augustus 2007

over de ontwikkelingen in de tweede fase van het vwo en havo op langere termijn.

Beide profielcommissies hebben op 14 december 2006 een tussenrapport gepresenteerd met een gemeenschappelijk Ontwerpadvies, 'Bruggen tussen Natuur en Maatschappij'. Tegelijkertijd is de website www.profielcommissies.nl gelanceerd. Mensen die werken in het voortgezet onderwijs en het hoger onderwijs, alsook vele andere belanghebbenden en belangstellenden in de samenleving, kunnen tot 28 februari 2007 op deze website of schriftelijk reageren op het Ontwerpadvies. Naar aanleiding van de reacties zullen de profielcommissies zich opnieuw beraden alvorens zij op 1 augustus 2007 hun eindadvies zullen uitbrengen.

Ook voor lezers van *Euclides* is kennisgeving van het Ontwerpadvies van belang. In het rapport wordt namelijk naast vele andere onderwerpen ook diepgaand aandacht besteed aan de bètastroom en aan de bètavakken in het algemeen en aan de wiskunde in het bijzonder.

Over de auteur

Drs. Wim Kleijne is lid van de beide profielcommissies. Hij was wiskundeleraar, rector en (coördinerend) inspecteur van het (voortgezet) onderwijs. Wim is nu met pensioen, maar nog steeds werkzaam als algemeen voorzitter van de staats-examencommissie en als lid van diverse (wiskunde)onderwijscommissies. E-mailadres: wim.kleijne@xs4all.nl

AANKONDIGING / 43STE NEDERLANDS MATHEMATISCH CONGRES

Op **donderdag 12 en vrijdag 13 april 2007** wordt in het Gorlaeuscomplex in Leiden onder auspiciën van het Koninklijk Wiskundig Genootschap het 43ste Nederlands Mathematisch Congres gehouden, gezamenlijk georganiseerd door de Universiteit Leiden en de Technische Universiteit Delft. Op dit congres zal op 12 april de Ostrowskiprijs worden uitgereikt aan Ben Green en Terence Tao (winnaar Fieldsmedaille 2006).

Op 13 april is er een minisymposium 'Echte wiskunde op school', georganiseerd door Jan van Maanen.

Voor het volledige programma, aanmelding en overige informatie zie www.nmc2007.nl.

Oproep / ICMI-onderzoek

[Wim Kleijne]

De Nederlandse Onderwijs Commissie voor Wiskunde (NOCW) treedt als commissie van het Koninklijk Wiskundig Genootschap op als subcommissie van de International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) en is als zodanig ook direct verbonden met de International Mathematical Union, de internationale beroepsvereniging van wiskundigen.

Voor achtergronden en structuur van de NOCW (mede in relatie tot ICMI) verwijst ik hier naar mijn artikel in het *Nieuw Archief voor Wiskunde*, vijfde serie, deel 5, nummer 4 van december 2004 (p. 308). Al sinds vele jaren zet ICMI studies op, betrekking hebbend op de aspecten van het onderwijs in de wiskunde. De resultaten van dergelijke studies worden grondig besproken in internationale studiebijeen-

komsten, waarna publicatie volgt in de ICMI-studieserie.

ICMI heeft nu een nieuw onderzoek gelanceerd, dat betrekking heeft op de statistiek in het wiskundeonderwijs. De aankondiging van deze voorgenomen studie gaat vergezeld van een discussiedocument en een oproep voor het schrijven van papers. Het discussiedocument en de oproep zijn te vinden op de website: www.ugr.es/~icmi/iase_study/.

Voor belangstellenden en potentiële medeschrijvers: van harte aanbevolen!

Over de auteur

Drs. Wim Kleijne is onder meer National Representative voor ICMI. E-mailadres: wim.kleijne@xs4all.nl

Wiskunde C, onderweg naar 2010

[Joke Daemen]

Wiskunde is overal! Niet alleen in de techniek, maar ook in taal en kunst, geschiedenis en politiek. Bij wiskunde C willen wij leerlingen het belang, de kracht, maar ook de beperking van wiskunde laten ervaren.

*later als ik groot ben / dacht nijntje op een dag / ga ik een fietstocht maken
ik hoop dat dat dan mag / dan fiets ik langs de velden/ waar zo veel bloemen staan
ik hou heel veel van bloemen / hier kan je mij zien gaan*

...

Uit: nijntje op de fiets. Dick Bruna, 1982.

Vanaf 1955 veroverde Dick Bruna met zijn verhalen en tekeningen van Nijntje de wereld. Menig kind leerde zijn eerste woordjes lezen met de tekst van Dick Bruna. Wat maakt die teksten zo lekker leesbaar voor kinderen? Inmiddels weet elk kind dat je dat meet met de AVI-niveaus.

Inleiding

Terwijl iedereen zich zorgen maakt over urenvermindering bij wiskunde B12, wordt zonder veel geklaag het aantal studielasturen wiskunde voor leerlingen in het C&M-profiel verhoogd, met maar liefst 160 uur. Hoewel niemand op een uitbreiding van het aantal uren zit of zat te wachten, beginnen bij sommigen oude wensen, dromen, weer terug te komen. Het nieuwe vak wiskunde A1 met zoveel extra studielasturen is toe aan een grondige herziening. Een vak dat aandacht heeft voor de doelgroep, leerlingen in het profiel Cultuur & Maatschappij. Een vak dat ruimte heeft voor gecijferdheid, de nadruk legt op het cultuurhistorisch aspect en werkt met voor leerlingen herkenbare contexten. En wat de statistiek betreft, daarin moet veel nadrukkelijker aandacht komen voor onderzoeksvaardigheden. Leerlingen gaan zelf aan de slag met een statistisch onderzoek. Vanaf de vraagstelling, het experimentele ontwerp, via het verzamelen en ordenen van gegevens, verbanden leggen tot en met het redeneren en het concluderen.

Voorgeschiedenis

Toen de PEP-commissie^[1] in het voorjaar van 2005 werd gevraagd om op de korte termijn het programma voor wiskunde A1 per 2007 vast te stellen, kon zij niet anders dan concluderen dat dit niet haalbaar was. Het ontbrak de commissie aan tijd en expertise om binnen de gegeven randvoorwaarden een dergelijke operatie uit te voeren. (Het

programma moest immers gebaseerd zijn op het bestaande onderwijsmateriaal.) De commissie heeft daarom besloten vooral niet meer dan de noodzakelijke besluiten te nemen en een advies te formuleren, het advies om een grondige inhoudelijke vernieuwing per 2010 te onderzoeken en voor de huidige generatie (2007) vooral niet te veel veranderen^[2].

Er is gekozen voor een lichtelijk uitgebreid wiskunde A1 programma, met veel ruimte voor keuzeonderwerpen. Concreet betekent dit voor wiskunde C (2007), dat het CE-deel zal gaan over de domeinen die nu ook al worden getoetst bij wiskunde A1 en dat binnen het SE-deel veel ruimte komt voor keuzeonderwerpen. (Voor de exacte invulling zie [3].) Dit geeft docenten de mogelijkheid om binnen de keuzeonderwerpen hetzij aan te sluiten bij andere onderwerpen uit het vwo-wiskunde-curriculum of om binnen de keuzeruimte alvast ervaring op te doen met nieuwe onderdelen die ontwikkeld worden voor wiskunde C per 2010.

Lastig hierbij is, dat in afwachting van een fundamentele herziening van wiskunde A1 de naam al is gewijzigd in wiskunde C. Voor de minder betrokken toeschouwer ontstaat het beeld dat wiskunde C ongeveer gelijk is aan wiskunde A, maar dan wat makkelijker. Voor de periode 2007-2010 is dit dus ook het geval.

Wiskunde C vanaf 2010

In het Visiedocument van cTWO staat: 'Wiskunde C kenmerkt zich door een

algemene wiskundige vorming met cijfermatige, historische en culturele accenten.' Waar hebben we dit eerder gehoord? In 1954 al doet Wimecos, de toenmalige lerarenorganisatie, aanbevelingen in deze richting^[4]. Met de invoering van de Mammoetwet, wiskunde 1 en wiskunde 2, wordt de behoefte aan een nieuw leerplan speciaal gericht op de 'wiskundig minder begaafde' leerlingen steeds groter. Een programma dat aansluit bij de alfa-leerling van destijds en de C&M-leerling van nu. Sinds die tijd zijn regelmatig aanzetten gemaakt om te komen tot een nieuw programma. Onderdelen zoals toegepaste matrixrekening, automatische gegevensverwerking en het werken met realistische problemen zijn al opgenomen in wiskunde A, maar andere ideeën zoals structurele aandacht voor cultuurhistorische ontwikkeling van de wiskunde hebben hun weg naar de schoolboeken nog niet gevonden.

Een van de belangrijkste documenten met verder uitgewerkte plannen voor wiskunde in het C&M-profiel is een rapport dat in 1998 onder voorzitterschap van Jan de Lange gepubliceerd werd^[5]. Dat stuk werd geschreven ter voorbereiding van de 2e fase en bevat belangrijke uitgangspunten die worden meegenomen door de werkgroep die nu voor wiskunde C een nieuw globaal programma uitwerkt.

Werkgroep

In mei is de werkgroep wiskunde C geïnstalleerd^[6] met als opdracht:

1. *Het maken van een inhoudsbeschrijving van wiskunde C van het vwo per 2007, waarin de verschillen met en de uitbreiding ten opzichte van het huidige wiskunde A1 naar voren komen, en die de inhoud nader uitwerkt, concretiseert en afbakt. Deze inhoudsbeschrijving komt in samenspraak met cTWO tot stand.*
2. *Het inventariseren van beschikbaar lesmateriaal waarmee dit vak kan worden ingevuld. Door middel van voorbeelden kan worden aangegeven hoe binnen dit beschikbare lesmateriaal accenten zo kunnen worden gelegd dat het aansluit bij het karakter van wiskunde C.*

3. Het (schetsmatig) ontwerpen van aanvullend lesmateriaal dat bij de invulling van de keuzeruimte een rol kan spelen, waarin de cultuur van wiskunde C naar voren komt.

Een mooie en uitdagende taak, te meer omdat het voldoet aan een oude wens van veel docenten. In aansluiting op de discussie in de PEP-commissie en het rapport wiskunde C heeft de werkgroep de volgende uitgangspunten geformuleerd:

- Wiskunde C is algemeen vormend in de zin dat het leerling beter voorbereidt op een (informatie)maatschappij, hen leert in verschillende situaties wiskunde-gerelateerde aspecten te herkennen, te interpreteren en te gebruiken.
- Voorbereidend op universitaire vervolgoopleidingen, enerzijds door de onderwerpen die van toepassing zijn bij de vervolgoopleiding (zoals bijvoorbeeld statistische vaardigheden specifiek voor de sociale wetenschappen), anderzijds door aandacht te geven aan redeneren, argumenteren en leren kritische vragen te stellen, i.e. het stimuleren van een onderzoekende houding. (Dat betekent bijvoorbeeld ook aandacht voor (drog)redeneringen.)
- Binnen wiskunde C moet veel aandacht zijn voor de gebruikte contexten, die passen in het profiel Cultuur & Maatschappij.
- Beeld van wiskunde: minder nadruk op technieken, meer op de cultuurhistorische rol en waarde in onze maatschappij.
- Werken aan alfa/bèta-kloof. Er moet meer wederzijds begrip en respect komen voor de waarde van wiskunde in alfa-vakken en omgekeerd.
- Formulevrees wegwerken. Leerlingen in het C&M-profiel hebben vaak een weerstand tegen wiskunde ontwikkeld in de onderbouw.

Met dit in het achterhoofd heeft de werkgroep diverse initiatieven ontwikkeld. Binnenkort zal op de website van cTWO onder wiskunde C een mooie database worden gepubliceerd, waar ideeën uit kunnen worden gedestilleerd en aan kunnen worden toegevoegd.

Er worden gesprekken gevoerd met de meest voor de hand liggende vervolgoopleidingen. Ideeën die hieruit voortvloeien worden gebruikt bij het zoeken van passende contexten, maar bovenal bij het uitwerken van relevante wiskunde.

Tot slot zijn we bezig met schetsmatig ontwerpen van lesmateriaal, zoals ook in de

Overzicht van AVI-niveaus

De negen AVI-niveaus, en dus ook de leesteksten op de bijbehorende toetskaarten, onderscheiden zich van elkaar op woord-, zins- en tekstkenmerken en de leesindex A van Brouwer. Deze index is gebaseerd op een formule waarin de woordlengte (gemiddeld aantal lettergrepen per woord) en de zinslengte (gemiddeld aantal woorden per zin) van de tekst zijn opgenomen.

$$\text{Leesindex A} = 195 - \frac{2}{3} \times \text{WL} - 2 \times \text{ZL}$$

waarbij: $\text{WL} = 100 \times \text{aantal lettergrepen/aantal woorden}$

$\text{ZL} = \text{aantal woorden/aantal zinnen}$

Hoe hoger het gemiddelde aantal lettergrepen per woord is en/of hoe hoger het gemiddelde aantal woorden per zin, des te moeilijker is de tekst.

De formule is zodanig geconstrueerd dat een lagere waarde van de index wijst op een moeilijker tekst.

AVI-NIVEAU 1

Tekstkenmerken:

- Korte zinnen, één zin per regel.
- Samengestelde zinnen over twee regels verdeeld, komen voor (voor leesindex geteld als twee zinnen).
- Hoofdletters kunnen voorkomen.
- Leesindex A: > 100.

Woordtypen:

- Eenlettergrepige woorden: zoals zo, va; zoals ik, om; zoals naam, roos.
- Eenlettergrepige woorden met één medeklinkercombinatie kunnen voorkomen.

figuur 1

taakstelling onder 3 is genoemd. Wanneer het globale programma voor wiskunde C 2010 in het voorjaar verschijnt, hopen wij in de komende jaren op proefscholen het materiaal uit te testen.

Veel materiaal is nog in concept en onvoldoende uitgewerkt voor publicatie. Om toch alvast een beeld te geven van het 'andere' karakter van wiskunde C dat wij willen verwezenlijken, schetsen wij hieronder enkele voorbeelden. Voorbeelden die een aanzet hebben gegeven voor de discussies binnen de werkgroep en met docenten op studiemiddagen.

Betekenisvol

Wanneer je binnen een C&M-profiel aan de slag wilt met wiskunde, moet die wiskunde dus minimaal betekenisvol zijn, niet alleen in de gehanteerde context, maar ook in de manier van werken. Dat betekent dat we zoeken naar authentieke contexten, waarbij reken- en wiskundig denken leidt tot meer inzicht in de context, maar bovendien een verdieping in begrip en in de rol van de wiskunde. Hierbij is het vooral belangrijk dat we de leerling het vertrouwen geven om wiskundige problemen aan te pakken. Ook al beschikt hij niet over een uitgebreid repertoire aan technieken, dan nog kan hij op basis van redeneren, argumenteren en uitproberen zicht krijgen op mogelijke oplossingsrichtingen. Bij voorkeur gaan we daarom aan de slag met bronnen die

aanleiding geven tot het stellen van kritische cijfermatige vragen waarvoor niet een eenduidige oplossing te vinden is.

Leesindex

Een voorbeeld van zo'n onderwerp is de leesindex van Brouwer. (Zie ook het examen wiskunde A1, vwo 2005-I.) Op internet staan duidelijke verwijzingen naar de voor deze groep leerlingen bekende AVI-niveaus (leesniveaus die gehanteerd worden in het basisonderwijs); zie figuur 1.

Doorfilosofierend ontstaan legio interessante vragen die je kunt stellen bij deze context.

Wat maakt een tekst moeilijk? Door wie en hoe wordt dat vastgesteld? Hoe zou je deze leesniveaus beeldend/grafisch kunnen weergeven? Maar wat betekent dit voor het daadwerkelijke lesmateriaal?

Wanneer we deze vragen uitwerken volgens het stramen van de schoolboeken, opdrachtgestuurd, verdwijnt niet alleen het effect van het leren kritisch vragen te stellen, maar ook de discussie met leerlingen over wat je kunt en wilt met een index voor leesbaarheid. Activiteiten die wat ons betreft kenmerkend zijn voor de manier van werken bij wiskunde C.

Alleen een formule in een verhaal geeft echter vaak te weinig richting aan het denken. En iedere uitwerking tussen 'opdrachtgestuurd' en 'volledig open' doet wellicht ook geen recht aan het individuele niveau van de leerling en de docerstijl

van de individuele docent. Dat betekent dat wij bij de beschrijving van het onderwijsmateriaal vooral de rol van de docent in het leerproces van de leerling willen benadrukken.

Boek lezen, spreekbeurt houden en statistisch onderzoek doen

We geven nog een voorbeeld. Op basis van het boek 'De ontstelling van Pythagoras' van Albert van der Schoot (*zie figuur 2*) wordt de geschiedenis van de gulden snede uit de doeken gedaan. Dit gezien vanuit het oogpunt van de mythevorming rond de esthetische waarde en de alomtegenwoordigheid in de natuur van deze verhouding. De lessenserie bestaat uit twee delen. Ten eerste een serie spreekbeurten waarin leerlingen om de beurt een paragraaf uit het boek samenvatten en bespreken voor de klas. Ten tweede een statistisch onderzoek, uitgevoerd in groepjes van maximaal drie leerlingen, waarin de voorkeur voor of het voorkomen van de gulden snede met betrekking tot een bepaald aspect aan een statistisch onderzoek wordt onderworpen. De kracht van het onderwerp is enorm: niet alleen nemen leerlingen kennis van de gulden snede, maar ze krijgen bovendien zicht op de waarde van wiskunde in de geschiedenis en in de kunst. De opdracht is snel te vertalen naar andere boeken waar wiskunde ook een centrale rol speelt, zodat niet het gevaar optreedt dat het onderwerp na 5 jaar volledig is uitgekauwd en samengevat op het internet.

Algebra

Welke algebraïsche vaardigheden mag je van een C-leerling verwachten, wat is zinvol en realistisch voor deze categorie leerlingen? De eisen die aan wiskunde C leerlingen worden gesteld ten aanzien van het gebruik van algebra, zullen voornamelijk gekoppeld worden aan het oplossen van contextproblemen. Omdat bij realistische problemen vaak met benaderende getallen wordt gewerkt, zal vaak de grafische rekenmachine worden ingezet bij het oplossen van getalsmatige problemen. Algebraïsche vaardigheden bij wiskunde C komen vooral tot uiting bij het omschrijven en herschrijven van formules, als ook bij het verkrijgen van inzicht in formules. Zij zullen de eindtermen van vwo-3 nauwelijks overstijgen. De nadruk bij wiskunde C zal dan ook vooral zitten in het omgaan met algebraïsche basisvaar-



figuur 2 **Albert van der Schoot** studeerde musicologie en filosofie in Amsterdam en muziekpedagogiek in Budapest. Hij doceert nu (muziek)esthetica en cultuurfilosofie aan de Universiteit van Amsterdam.

digheden in complexere contextsituaties, waardoor niet zozeer een geautomatiseerde vaardigheid op prijs wordt gesteld maar meer het durven aanpakken van nieuwe problemen via een opgebouwd 'basisinzicht'. Zo'n basisinzicht steunt op inzicht in rekenvaardigheden.

Voor deze groep leerlingen is dat inzicht zeker geen vanzelfsprekendheid. We proberen andere manieren te vinden om leerlingen meer inzicht te geven. We denken bijvoorbeeld aan activiteiten rond de betekenis van breuken, verhoudingen en procenten. Een voorbeeld is een nieuwe '+' voor het 'mengen van breuken': Stel dat geldt $\frac{1}{2} \oplus \frac{2}{5} = \frac{3}{7}$. Hoe ver kun je daar dan in redeneringen op voortbouwen? Wanneer kom je zo in de problemen?

Ook aandacht voor de geschiedenis van de wiskunde kan gebruikt worden om het getalbegrip te verdiepen. Door leerlingen te laten rekenen met andere talstelsels, zoals het Babylonische, krijgen ze meer zicht op de ideeën die ten grondslag liggen aan ons eigen talstelsel. Problemen en (foute) redeneringen van wiskundigen uit de geschiedenis kunnen leiden tot een nieuwe kijk op rekenen. We hopen via een andere invalshoek voor leerlingen te komen tot een frisse blik op en waardering voor de beginselen van algebra.

Exploratieve data-analyse

Bovenstaande ideeën geven een schets van onze gedachten op dit moment (november 2006). Veel moet de komende maanden nog nader uitgewerkt worden, voordat we

in de loop van het volgend studiejaar met leerlingen kunnen gaan experimenteren. Wat betreft het domein 'kansrekening en statistiek' wordt samen met de programmacommissie voor wiskunde A gekeken naar een nieuwe gezamenlijke aanpak. Zoals in de inleiding al is aangegeven willen wij daar veel aandacht geven aan exploratieve data-analyse. Leerlingen vinden het leuk om zelf een statistisch onderzoek te doen, enquêtes op te stellen en af te nemen en de resultaten mooi te verwerken. Dankzij is het mogelijk betekenisvolle datasets, met meerdere variabelen en grote aantallen records verder te analyseren en conclusies te trekken. Daarover hopen wij in een later stadium meer te kunnen vertellen.

Slotoverwegingen

Regelmatig worden we in onze werkgroep heen en weer geslingerd tussen de context, het wiskundige begrip (concept) of de denkactiviteit. Wat maakt een context tot een waardevolle context? Aan welke criteria dient een context te voldoen, moeten steeds nieuwe begrippen worden behandeld? Als er bij bepaalde concepten geen goede contexten zijn te vinden, hoort dit begrip dan wel in een programma voor wiskunde C? In bovenstaand voorbeeld over de leesindex zou je je misschien kunnen afvragen welke nieuwe concepten (eindtermen) worden bereikt. Eigenlijk zou er vaak wel eens alleen sprake kunnen zijn van bekende wiskunde in een onbekend jasje.

Dat betekent dat het eindexamenprogramma voor wiskunde C wel eens een heel ander karakter kan krijgen dan we gewend zijn tot dusver. In de eindtermen moet in elk geval benadrukt worden dat we, door het gebruik van betekenisvolle contexten, leerlingen willen leren kritische vragen te stellen en wiskunde te herkennen in maatschappelijke situaties, kunst, geschiedenis,...

Maar bovenal hopen wij een vak te ontwikkelen waaraan leerlingen met plezier werken, waarvan ze het nut inzien, waarmee ze vertrouwen in hun wiskundige vaardigheden ontwikkelen en dat hen voorbereidt op hun toekomst.

Noot

Belangstellenden voor experimenten rond wiskunde C kunnen hun naam doorgeven aan Joke Daemen (e-mail: j.w.m.j.daemen@ivlos.uu.nl) en Michiel Doorman (e-mail: m.doorman@fi.uu.nl).

De Olympische Paradox

[Rob Bosch]



Londen is in Singapore gekozen tot de olympische stad van het jaar 2012. In de verkiezing moest Londen het opnemen tegen onder andere Parijs en Madrid.

Bij deze olympische verkiezing wordt een afvalprocedure gevolgd. Er wordt in een aantal ronden gestemd, waarbij in iedere ronde de kandidaat met de minste stemmen afvalt. Deze afvalrace gaat door totdat een kandidaat meer dan 50% van de stemmen krijgt. Een dergelijk systeem wordt in Australië toegepast bij de verkiezingen binnen districten. De kiezers geven daarbij de volgorde aan van hun voorkeur voor de kandidaten. Onderstaande tabel geeft bijvoorbeeld de voorkeuren van 100 kiezers.

1e ronde	20	35	30	7	8
	A	B	C	D	D
	B	C	D	A	C
	C	D	A	C	B
	D	A	B	B	A

In de eerste ronde heeft geen enkele kandidaat meer dan 50% van de stemmen. D is de zwakste kandidaat met slechts 15 (eerste) stemmen. Kandidaat D valt nu af. De stemmen op kandidaat D worden nu verdeeld over de andere kandidaten. A krijgt er 7 stemmen bij en C neemt 8 stemmen over van D. Van de D-stemmers hebben namelijk 7 kiezers kandidaat A als tweede keus en 8 D-stemmers hebben C als tweede keus. De achterliggende gedachte van het systeem, dat *Alternative Vote* heet, wordt hierbij duidelijk. De stemmen op D gaan niet verloren. Alhoewel hun kandidaat D niet verkozen

wordt, kunnen de D-stemmers door middel van hun tweede keuze toch nog invloed uitoefenen op het verdere verloop van de verkiezing. In Nederland is een stem op een partij die niet in de kamer komt, een verloren stem; de kiezer had net zo goed thuis kunnen blijven. Achteraf had hij beter op de partij van zijn tweede keuze kunnen stemmen. Na de verdeling van de stemmen op D en het schrappen van D uit de voorkeuren ontstaat de volgende situatie.

2e ronde	20	7	35	30	8
	A	A	B	C	C
	B	C	C	A	B
	C	B	A	B	A

Nog steeds heeft geen enkele kandidaat meer dan 50% van de stemmen. Kandidaat A is met 27 stemmen nu de zwakste kandidaat en valt daarom in deze tweede ronde af. We verdelen de stemmen op A over de twee overgebleven kandidaten B en C. Zij krijgen er respectievelijk 20 en 7 stemmen bij. Dit geeft de volgende verdeling.

3e ronde	20	35	30	8	7
	B	B	C	C	C
	C	C	B	B	B

Kandidaat B heeft nu 55 stemmen vergaard en wint daarmee de verkiezing.

Het bovenstaande systeem heeft het voordeel dat kiezers meer informatie over hun politieke voorkeur kunnen geven dan alleen hun eerste voorkeur – wellicht een uitkomst voor zwevende kiezers. Bovendien gaat geen stem verloren; iedere stem is tot de laatste ronde van belang. Het lijkt erop dat bij dit systeem weinig fout kan gaan.

Laten we de olympische verkiezing eens volgen vanaf het moment dat er nog drie kandidaten in de race zijn: Londen, Parijs en Madrid. Op dat moment zijn de voorkeuren van de diverse landen als volgt:

Verwijzingen

- [1] PEP 2007: Project ExamenProgramma's 2007 is in opdracht van OCW in 2004 van start gegaan. De bedoeling ervan is tweeledig:
 - de herijking tweede fase die per 2007 ingaat, met voor een aantal vakken wijziging van het aantal sluis;
 - globalisering van de examenprogramma's, die door de minister worden vastgesteld.
- [2] Henk van der Kooij: *De wiskunde-examenprogramma's havo en vwo vanaf 2007*. In: Euclides 81-7, mei 2006.
- [3] Voor de nieuwe examenprogramma's zie www.digischool.nl/wi/wiscom/examenprog-2007.htm
- [4] Fred Goffree e.a.: *Honderd jaar wiskundeonderwijs*. Jubileumboek NVvW (2000).
- [5] *Wiskunde C&M, schets voor een mogelijke invulling van het vak wiskunde binnen het Profiel Cultuur en Maatschappij*, door Jan de Lange, met bijdragen van Michiel Doorman e.a. (1998). Het rapport is op verzoek verkrijgbaar bij het FI.
- [6] De medewerkers van de werkgroep wiskunde C zijn: Frits Beukers (UU-Wiskunde), Joke Daemen (UU-IVLOS), Michiel Doorman (UU-FI), Gerard Koolstra (St. Michaël College), Peter Kop (RUL-ICLON), Ruud Stolwijk (Jac. P. Thijsse College) en Bart Zevenhek (Barlaeus Gymnasium).

Websites

- www.ctwo.nl - Commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs (cTWO), vernieuwingscommissie.
- www.digischool.nl/wi/wiscom/examenprog-2007.htm - examenprogramma wiskunde C, 2007-2010.
- www.tweedefase-loket.nl - informatie over schoolorganisatorische zaken, sluis-verdeling per profiel en de nieuwe globale examenprogramma's.

Over de auteur

Dit stuk werd namens de werkgroep wiskunde C geschreven door Joke Daemen. Zij is werkzaam als vakdidacticus wiskunde bij het IVLOS, de lerarenopleiding van de Universiteit Utrecht. Op dit moment is zij voorzitter van de werkgroep Wiskunde C. E-mailadres: j.w.m.j.daemen@ivlos.uu.nl



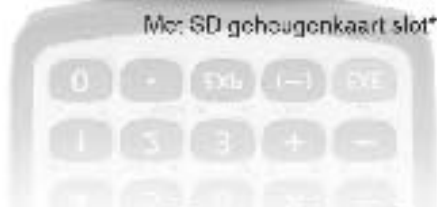
De nieuwe grafische calculator FX-9860G SD: Even divers als Wiskunde zelf.

- Groot display met natuurlijke weergave van wiskundige formules
- Geheugen: 84 kB RAM en 1.5 MB flash ROM
- Meer dan 1000 technische en wetenschappelijke functies
- Spreadsheet functie
- Geometrische programma's (add-in)
- eActivity jr.
- PC emulatie software
- USB interface voor data overdracht

Ook beschikbaar zonder SD geheugenkaart slot als FX-9860G.

* Compatibele SD kaarten: TOSHIBA: SD-NA032MT, SD-NA064MT, SD-NA128MT, SD-NA256MT, SD-NA512MT, SD-FA128MT, SD-FA256MT
SanDisk: SDSDB-64-J60, SDSDB-128-J60, SDSDB-256-J60, SDSDB-512-J60, SDSDH-256-903, SDSDH-512-903

Met SD geheugenkaart slot*



Olympische verkiezing (I)

14	17	17	18	12	22
Londen	Londen	Parijs	Parijs	Madrid	Madrid
Madrid	Parijs	Londen	Madrid	Parijs	Londen
Parijs	Madrid	Madrid	Londen	Londen	Parijs

Parijs heeft een kleine voorsprong op zowel Madrid als Londen. Omdat deze voorsprong gering is, is het niet duidelijk of Parijs ook de uiteindelijke winnaar zal worden. De Franse delegatie besluit daarom tot een lobby om nog wat extra steun voor Parijs als olympische stad te verwerven. De Franse lobby blijkt succesvol. Een aanhanger van Londen is bereid Parijs te steunen en vijf van de landen die Madrid steunden, zijn bereid hun stem aan Parijs te geven. Met deze extra steun heeft Parijs nu een comfortabele voorsprong gekregen op de beide andere kandidaten. De situatie na de Franse lobby is dan:

Olympische Verkiezing (II)

14	16	18	23	7	22
Londen	Londen	Parijs	Parijs	Madrid	Madrid
Madrid	Parijs	Londen	Madrid	Parijs	Londen
Parijs	Madrid	Madrid	Londen	Londen	Parijs

We kijken eerst even wat de uitslag zou zijn geworden zonder de Franse lobby. In dat geval is Londen met 31 stemmen de zwakste kandidaat. Londen verdwijnt derhalve uit de competitie en de voorkeuren voor Londen worden verdeeld over Parijs en Madrid. Dit levert Parijs 17 stemmen en Madrid 14 stemmen op. In de slotronde verslaat Parijs de laatste concurrent met 52 tegen 48 stemmen.

De eindronde (I)

17	17	18	12	22	14
Parijs	Parijs	Parijs	Madrid	Madrid	Madrid
Madrid	Madrid	Madrid	Parijs	Parijs	Parijs

De Franse lobby was achteraf dus niet nodig geweest. De extra steun is natuurlijk welkom, maar voor het eindresultaat was deze niet van belang. Uiteraard levert extra steun een grotere overwinning op. We kijken nog even hoe groot de overwinning voor Parijs met de extra steun wordt.

De eindronde (II)

22	14	16	18	23	7
Londen	Londen	Londen	Parijs	Parijs	Parijs
Parijs	Parijs	Londen	Londen	Londen	Londen

Na de Franse lobby is Madrid met 29 stemmen de zwakste kandidaat. Madrid verdwijnt uit de competitie en de stemmen voor Madrid worden over Londen en Parijs verdeeld. Londen krijgt 22 stemmen en Parijs krijgt er 7. In de eindronde verslaat Londen nu Parijs met 52 tegen 48 stemmen! De Franse lobby die erg succesvol was, heeft Parijs de overwinning gekost. Bij het gehanteerde systeem kunnen extra stemmen een dramatisch effect hebben.

Het systeem van de *Alternative Vote* kunnen we vergelijken met een competitie waarin een gewonnen wedstrijd een nadelig effect heeft op de rangschikking van een team; dat wil zeggen, het team zou beter af zijn geweest als het verloren had. In Australië levert een gewonnen televisiedebat misschien extra stemmen op maar het kan de winnaar mogelijk de zege kosten.

Over de auteur

Rob Bosch is redacteur van *Euclides* en universitair hoofddocent aan de Koninklijke Militaire Academie te Breda. E-mailadres: r.bosch2@mla.nl

Bartjens Rekendictee 2006

[Danny Beckers]



Foto's: Henri van der Beek, Wapenveld

Op donderdagavond 16 november werd te Zwolle de derde editie van het 'Groot Zwolsch Bartjens Rekendictee' gehouden. In de grote hal van de pabo van de Hogeschool Windesheim werd door bijna honderd deelnemers een veertiental opgaven uitgerekend (*zie pag. 147*). Een zevenkoppige jury, voorgezeten door de éminence grise Ed de Moor, hield toezicht op een eerlijk verloop van de wedstrijd.

Marjolein Kool

Ook deze derde editie van het rekendictee werd weer vakkundig gepresenteerd door Marjolein Kool. Het rekendictee is in 2004 begonnen als een onderdeel van de presentatie van de nieuwe uitgave van het rekenboek van de Zwolse rekenmeester Willem Bartjens. Kool was vanaf die eerste keer de presentatrice en de ontwerpster van de opgaven. Ook dit keer kweet ze zich weer uitstekend van haar taak, door alle opgaven op een leuke manier in het kader van de actualiteit van 2006 te plaatsen, met hier en daar een kwinkslag. Tussendoor werden schatvragen geprojecteerd: ter afwisseling en ter ontspanning konden de deelnemers – en toeschouwers – een schatting doen die iets met getallen te maken had. Er werd onder andere gevraagd of een blauwe vinvis meer of minder weegt dan twintig olifanten. Menigeen verbaasde zich toen werd voorgerekend dat een blauwe vinvis zwaarder is dan twintig olifanten bij elkaar.

Deelnemers

Er waren vier categorieën deelnemers: leerlingen uit de tweede klas van het voortgezet onderwijs, pabo-studenten, deelnemers uit de voorronden van dagblad *de Stentor*, en de vips. Alleen de vips werden totaal onvoorbereid voor de leeuwen geworpen. Daar sloeg de jolijt ook het ergste toe: bij de projectie van een vraag over een fotomodel, geïllustreerd met een foto van een graatmagere Kate Moss op de catwalk, klonk uit de gelederen van de vips de vraag: 'Passen er meer of minder dan 20 olifanten...?'

In de wijde omgeving van Zwolle hadden alle scholen voor voortgezet onderwijs hun beste leerling afgevaardigd. Die waren in voorrondes op de scholen zelf geselecteerd. De voorronden via de website van

de Stentor hadden duizenden bezoekers getrokken. De beste 45 daaruit waren ook in de zaal aanwezig. Via de website was ook menig buitenlands deelnemer getrokken. Eén van de deelnemers had bedankt voor de uitnodiging om naar de finale te komen, omdat hij in de VS woonde. Met 'de wijde omgeving van Zwolle' is dus geen woord gelogen!

Nipt verschil

Het was jammer te moeten constateren dat de leerlingen het slechtste uit de bus kwamen, met een gemiddelde van 56. Toch sleepte de best scorende leerling maar liefst 110 van de 140 punten in de wacht. De beste pabo-student scoorde 125 punten, terwijl het gemiddelde in deze categorie maar net boven de 60 uitkwam. Het fabeltje dat leerlingen beter kunnen rekenen dan pabo-studenten was daarmee in elk geval uit de wereld geholpen, opperde Marjolein Kool, al gaf ze toe dat het maar nipt was. De vips scoorden tussen de pabo-studenten en de competitiespelers in. Onder de deelnemers aan de competitie zat ook de winnaar; het was Erwin Denissen uit Sneek, een 43-jarige wiskundeleraar aan de Van der Capellen Scholengemeenschap te Zwolle. Hij had eenvoudigweg alles goed. Een prestatie op zich: de vragen waren geen van alle erg lastig wanneer je ze op je gemak vanuit je leunstoel kunt beantwoorden, maar met de tijdsdruk en onder de lampen van de verzamelde pers was het lang niet zo gemakkelijk om het hoofd koel te houden.

Lol in rekenen

Al met al was het vooral een sportieve bijeenkomst, en was het enerverend om te zien dat zoveel mensen ook gewoon lol konden hebben in rekenen. Het is dan ook fantastisch dat dit evenement inmiddels voldoende sponsors heeft gevonden om

volgend jaar weer grootser terug te komen. De organisatoren van het rekendictee streven naar een landelijk evenement met een nog groter aantal lokale voorrondes, zowel voor scholen als voor particulieren. Het rekendictee heeft potentie en daar mogen we als wiskundeleraars heel blij mee zijn.

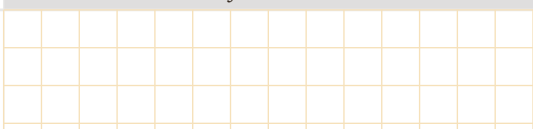
Noot

Op www.destentor.nl staat meer informatie met betrekking tot het rekendictee.

Over de auteur

Danny Beckers is wetenschapshistoricus en voormalig docent wiskunde. Op dit moment is hij als universitair docent verbonden aan de Faculteit Exacte Wetenschappen van de Vrije Universiteit Amsterdam. Zijn interesse gaat onder andere uit naar de geschiedenis van het reken- en wiskundeonderwijs. Zodoende was hij als jurylid aanwezig bij het Zwolse rekendictee. Daarnaast heeft hij een eigen bedrijf in de begeleiding van begaafde mensen met een stoornis in het autistisch spectrum.

E-mailadres: d.beckers@few.vu.nl



Rekencidtee finale 2006

De getallenparen die achter de titel van het vraagstuk staan, geven het aantal punten aan en de toegestane rekentijd in minuten.

1. Hete zomer (10; 1,5)

Op 1 april schijnt de zon 39 minuten.
Op 2 april schijnt de zon 48 minuten.
Op 3 april schijnt de zon 57 minuten.
Op 4 april schijnt de zon 66 minuten.
...

Als dit zo doorgaat, hoeveel uur schijnt de zon dan op 30 april?

2. Walvisjacht (10; 1,5).

Een Groenlandse walvis zwemt met een snelheid van 18 km/uur naar de kust van Alaska. Daar zal hij over 40 minuten aankomen.

Hoe snel moet hij zwemmen om 10 minuten eerder aan te komen?

3. Verkiezingen (5; 1)

Jan Peter Balkenende fluistert zijn Bianca in haar oor dat hij hoopt op 50 zetels voor het CDA. In totaal zijn er 150 zetels te verdelen. Stel dat er 12 miljoen stemgerechtigden zijn en dat het opkomstpercentage 75% is.

Hoeveel kiezers moeten er dan op JP stemmen?

4. Vlakke race (5; 1)

Carl Verheijen zegt dat hij tijdens een vlakke race, als hij eenmaal op stoom komt, in 120 slagen een rondje schaatst. Dat is 400 meter.

Als hij tijdens een vlakke race 150 meter heeft afgelegd, hoeveel slagen heeft hij dan voor dat stuk gemaakt?

5. TomTom (15; 2)

Iemand koopt een TomTom voor 275 euro. Hij betaalt met 3 biljetten van 100 euro. De winkelier heeft geen wisselgeld en gaat 1 biljet van 100 euro bij zijn buurman wisselen. De koper krijgt de TomTom en 25 euro wisselgeld. Later blijken de biljetten van 100 euro allemaal vals te zijn. De winkelier vergoedt zijn buurman volledig.

Wat is de schade van de winkelier?

6. De wereldbevolking (10; 2)

Er zijn op dit moment ruim 6 miljard mensen op de wereld. Als we alle mensen

nemen die ooit op aarde hebben rond gelopen dan blijkt dat 7,5 procent daarvan nu nog in leven is.

Hoeveel mensen hebben er ooit op aarde rond gelopen?

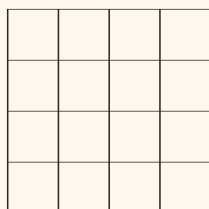
7. Getallenreeks (5; 1)

Welk getal hoort op de eerste plaats te staan?

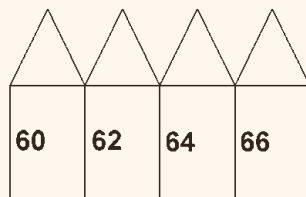
... - 15 - 29 - 44 - 73 - 117

8. Hokjesgeest (5; 1)

Hoeveel vierkantjes zie je in deze figuur?



9. Post bestellen (20; 3)



Er zijn vier winkels op een rij met de huisnummers 60 t/m 66. De bakker woont niet in een hoekhuis. Het huis met de gele deur heeft een hoger nummer dan de slagerij. De deur van nummer 64 is groen (een van de andere deuren is bruin). De fietsenmaker heeft als buurman de zaak met de blauwe deur en nummer 66.

Welk huisnummer heeft de kapper?

10. Koopkracht (10; 1,5)

Je hebt 10 muntjes van 20 eurocent en 20 muntjes van 5 eurocent en je moet 2,50 euro betalen.

Op hoeveel verschillende manieren kun je dat doen?

11. Catwalk (10; 1)

Een mannequin weegt met haar kleren aan 60 kg. Ze blijkt 59 kg meer te wegen dan haar kleding.

Hoe zwaar is haar kleding?

12. Glaasje op (10; 1)

Herman Brood mixt cola met whisky in de verhouding 1 : 3. In whisky zit 40% alcohol.

Wat is het alcoholpercentage van de mix?

13. Crocodile hunter (15; 2)

Het krokodillenbassin van Steve Irwin wordt leeggepompt met behulp van slangen. Met de eerste slang kan het bad in 2 dagen leeglopen. Gebruikt men de tweede slang dan duurt het 3 dagen voor het bassin leeg is. Met de derde slang is het bad in 4 dagen leeg.

In hoeveel dagen is het bad leeg als alledrie de slangen gebruikt worden?

14. De roddelpers (15; 1)

Per uur rollen er 1800 roddelbladen van de pers. De machine heeft door een storing 12 minuten stil gestaan.

Hoeveel roddelbladen zijn er in dat uur van de pers gekomen?

Antwoorden: zie pagina 152.



Ik las en dacht...

[Klaske Blom]

In oude jaargangen van vaktijdschriften over ons wiskundeonderwijs vinden we regelmatig artikelen die in het licht van huidige onderwijsontwikkelingen opeens opmerkelijk worden. Soms omdat ze, geschreven in een totaal andere tijd, een verfrissend perspectief op onze huidige situatie bieden, soms omdat ze, ondanks hun gedateerdheid, verrassend actueel blijken te zijn, omdat ze tot nadenken stemmen, omdat...

In de rubriek 'Ik las en dacht...' neemt Klaske Blom u mee naar zo'n 'oud actueel artikel'. Leest u dat artikel in het kader op pag. 149.

Doelen, huiswerk en pubers

Didactiek-examen

Ook voor de tweede aflevering van deze rubriek heb ik een fragment gekozen uit het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde. Dit keer een artikel uit 1958 over de examinering van het onderdeel didactiek voor de akte wiskunde l.o. Toen pas werden voor het eerst de didactische vaardigheden en kennis van de kandidaten docenten getoetst. Kunt u het zich voorstellen, een opleiding tot wiskundeleraar zonder didactiek-examen? Tegenwoordig lijken studenten in hun opleiding alleen nog maar didactiek en onderwijskunde te krijgen, naar de wiskunde moet je goed zoeken. Vijftig jaar geleden was dit dus anders. Toen werd een voorzichtig begin gemaakt met dit nieuwe examenonderdeel. U vindt op pag. 149 een gedeelte uit het artikel waarin de examencommissie een toelichting geeft op het nieuw te examineren onderdeel 'didactiek'.

Doelen

Stel dat ik op herhalings-examen zou moeten, hoe zou ik het er van af brengen? Wat zou ik te zeggen hebben? De acht genoemde algemene aspecten lijken me nog steeds zo relevant, dat ik een poging ga doen om het een en ander uit te werken tegenover een imaginaire examiner; dat bent u dus eigenlijk.

Gewoon maar beginnen met aspect 1:

Het doel van het wiskunde-onderwijs (toepassingen, aansluiting bij verdere studie, vormende waarde, cultuur-historische waarde).

Vorige week waren mijn leerlingen in V5 aan het werk met het volgende probleem:

Gegeven functies van de vorm

$$f_c(x) = \frac{1}{2}x^4 - cx^2 + c \text{ op domein } [-4, 4].$$

Laat zien dat elke functie f_c een extreme waarde heeft voor $x = 0$.

Voor welke waarden van c raakt de grafiek van f_c de x -as?

Rob vroeg na een tijdje vertwijfeld: 'Mevrouw, heb ik dit ooit ergens voor nodig?'

U herkent hem vast, die leerling die echt probeert zich door de opgave heen te worstelen, maar zich in wanhoop halverwege afvraagt of al zijn inspanningen ooit beloond zullen worden. En ik, zijn wanhoop tegemoet komend, de mijne omzeilend, ik realiseer me dat hij werkelijk een serieuze vraag stelt naar het *doel* van het leren werken met parameterfuncties, maar tegelijk ook bemoediging nodig heeft. 'Ik weet niet of jij het ooit nodig zult hebben. Dat hangt er van af wat je gaat doen later. Voor nu is het wel hartstikke belangrijk dat je dit leert, omdat het een middel is om je te leren vanuit verschillende perspectieven tegen een probleem aan te kijken en om je te leren goede vragen te stellen. En bovendien realiseer je je door dit onderwerp dat een variabele iets anders is dan een onbekende coëfficiënt, en je leert welke invloed de coëfficiënten in een functie hebben op de grafiek van die functie, en... Maar misschien is het wel het allerbelangrijkste dat je een flinke bodem aan het leggen bent. Er komt nog veel wiskundige bagage bovenop in de komende twee jaren. Die bodem moet dus stevig

zijn, anders zakt straks de rest er door heen. Het klopt als je het gevoel hebt dat het erg moeilijk is. Het is moeilijk en je hoeft het niet direct nu te kunnen, maar je moet er juist mee ploeteren. Dus, ja, je hebt het nodig voor de rest van de wiskunde die je nog gaat leren op school. En nee, misschien daarna nooit meer.'

Ik kan geen toepassing uit mijn mouw schudden. Misschien is dat jammer voor Rob, omdat een concrete toepassing een prettiger antwoord was geweest. Voor mij is wiskunde interessant vanwege het bouwwerk, in de abstractie. Ik houd eerlijk gezegd helemaal niet van toepassingen, de mechanica-opgaven sla ik het liefste over. De potentieel natuurkundigen komen er bij mij bekaaid af. Natuurlijk, natuurlijk, een goede aansluiting met het vervolgonderwijs bewerkstelligen, wiskunde als basis leggen voor allerlei toepassingen, deze doelen onderschrijf ik. Maar met stip bovenaan staat het opvoeden tot vakkundige doorzetters, onder het motto: 'Als ze op een klein onderdeel van wiskunde goed kunnen en durven zijn, kunnen ze het op vele gebieden worden.'

**WISKUNDE IS
NIET LOGISCH
VOOR IEMAND DIE
HET NIET SNAPT**

(T)huiswerk of schoolwerk

Over aspect nummer 7, *Het huiswerkprobleem, voor zover het de wiskunde betreft*, wil ik ook nog wel wat kwijt.

Geachte examinerator,

Het is een enorm probleem, dat huiswerk, voor elk vak en voor wiskunde in het bijzonder. Huiswerk maken is niet van deze tijd, er zijn wel leukere dingen te doen. Je krijgt er als leerling bovendien niet voor betaald, en voor vakkenvullen wel. En als je een kind bent dat 'best wel' huiswerk wil maken, kom je met de invuloefeningen van Engels nog wel een eind, maar bij de eerste de beste wiskundesom die je moet maken loop je al vast: 'In de les begreep ik echt *alles*, maar thuis lukt het *nooit*.'

Wat doe je dan als docent de volgende dag: huiswerk bespreken? En hoe lang dan? En hoe gedetailleerd? En met wie? Met z'n allen, alleen met het selecte groepje met een echte vraag, of alleen met diegenen die hun huiswerk aantoonbaar geprobeerd hebben? En hoe dan? Klassikaal, in een socratisch gesprek? Leerling voor het bord? Werken met experts? En wat doen die leerlingen dan die het niet gemaakt hebben? Schrijf ik ook op wie het huiswerk niet af heeft? Past dat wel bij de geëiste zelfstandigheid in de bovenbouw?

En dan de reacties de volgende les, ná dat huiswerk... een bloemlezing:

- Ik heb het bijna af.
- Die uitwerkingen doe ik heus wel goed op de toets; het is toch mijn schrift, ik snap het zo ook wel.
- Ik ben gewoon gestopt hoor na die eerste som; wat heeft dat nou voor zin, u zegt altijd dat ik moet overslaan wat niet lukt en verder moet gaan; maar, als deze som niet lukt, dan gaat de rest toch ook niet....
- Ja, logisch dat ik het niet af heb, het was toch ook veel te moeilijk. Kunnen we het niet samen op het bord doen?
- Was het zó simpel?
- Ja jemig, daar kom ik toch zelf niet op.
- Als u het opschrijft, dan zie ik het ook wel, maar hoe weet je nou waar je moet beginnen?
- Dat is fout wat u daar nu heeft, want op het antwoordenblad staat heel wat anders. Is dat hetzelfde dan? Hoe kan ik dat nou weten?!
- U legt altijd pas uit als ik het eerst zelf heb moeten proberen; dat vind ik zo irritant, zo lukt het toch nooit.

Uit: Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde, jaargang 45, 1958, pp. 250-252

TOELICHTING VAN DE EXAMEN-COMMISSIE VOOR DE AKTE WISKUNDE L.O OP HET ONDERDEEL DIDACTIEK 1958

In verband met het feit, dat de didactiek van de wiskunde bij de examens voor de akte l.o. wiskunde tot dusverre niet aan de orde kwam, acht de commissie het nodig zeer voorzichtig te beginnen met het examineren van dit onderdeel. Zij meent dit te kunnen doen door de kandidaten te verzoeken op hun inschrijvingsformulier twee door hen bestudeerde methoden voor de algebra en twee voor de meetkunde te vermelden en de desbetreffende leerboeken (voor U.L.O.-leerlingen bestemd) op het examen mee te brengen. (...)

De gang van zaken bij het examen zal dan als volgt zijn. De examinerator deelt de kandidaat mee, welk van de genoemde onderwerpen hij aan de orde zal stellen, Deze krijgt vervolgens 20 minuten de gelegenheid om zich voor te bereiden, waarbij hem concrete voorbeelden van te behandelen stof worden gegeven. Bij het examen vormt de bespreking dáárvan de kern van het onderzoek. In verband met die concrete voorbeelden kunnen dan allerlei aspecten van het wiskunde-onderwijs aan de orde komen.

Om de kandidaten een indruk te geven van hetgeen hiermee is bedoeld zijn deze in het volgende opgesomd. Men moet dit overzicht niet zwaarwichtig opvatten. Het is slechts nodig, dat de kandidaat zich bij de bestudering van de door hem gekozen onderwerpen afvraagt, welke van de aangeduide denkbeelden daarbij te voorschijn komen en kunnen worden toegepast. Daardoor zal hij ten slotte in staat zijn een enigszins gefundeerd antwoord te geven op de vraag, waarom een bepaald gedeelte van de wiskunde het beste op een bepaalde wijze kan worden behandeld.

Of zulk een vraag een antwoord toelaat, dat algemeen kan of zelfs moet worden aanvaard, vormt een kwestie op zich zelf, die op het examen niet als uitgemaakt zal worden beschouwd. Naar het oordeel van de commissie zijn er meer wegen die naar Rome leiden en is, zeker voorlopig, het doel van het examen in het onderdeel didactiek alleen maar de bevordering van zoveel mogelijk óók didactisch bewust gegeven wiskunde-onderwijs. Het is niet het toetsen bij de kandidaat van de kennis van een voltoid geachte wetenschap der didactiek. (...)

De kandidaat prepareert zich derhalve naar het oordeel van de commissie het beste voor dit gedeelte van het examen door bij het overdenken van de door hem gekozen gedeelten uit de leerstof zich telkens af te vragen óf en zo ja, welke van de hieronder aangeduide overwegingen toepassing vinden.

A. Algemene aspecten van het wiskunde-onderwijs

1. Het doel van het wiskunde-onderwijs (toepassingen, aansluiting bij verdere studie, vormende waarde, cultuur-historische waarde)
 2. De keuze van de leerstof voor de U.L.O.-scholen.
 3. Wijze van denken: inductief denken, deductief denken, analogie-denken, abstraheren, analyserend denken, syntetiserend denken, productief (creatief) en reproductief denken e.d.
 4. Vormen van lesgeven, zoals: de doceer-methode, de socratische methode, het klasgesprek, de verschillende mogelijkheden van groepswork, groepsonderwijs, taakonderwijs, individueel onderwijs.
 5. Algemene didactische grondbeginselen en mogelijkheden ter verwezenlijking hiervan in het wiskunde-onderwijs (bijv. zelfwerkzaamheid, mechaniseren ná inzicht, opklimming van moeilijkheden, "ontdekkend" onderwijs, opvoeding tot zelfstandigheid, waken voor verbalistisch en algoritmisch leren, enz).
 6. De eisen aan een proefwerk te stellen en de beoordeling daarvan.
 7. Het huiswerkprobleem, voor zover het de wiskunde betreft.
 8. Beïnvloeding van het leerproces door de typische psychische gesteldheid van de jeugd.
- (...)

B. Aspecten van het meetkunde-onderwijs

1. De volgorde der leerstofonderdelen en de verdeling daarvan over de vier leerjaren.
2. De aard en moeilijkheid van vraagstukken voor U.L.O.-leerlingen.
3. De verschillende wijzen, waarop de meetkunde kan worden ingeleid (traditioneel begin, stereometrisch begin, eerst tekenen, eerst rekenen, uitgaan van een bekende figuur).
4. Het gebruik van definities en bewijzen. (Hoe wordt het leren bewijzen ingeleid, wanneer moet met bewijzen begonnen worden, wanneer kunnen exacte definities verlangd worden, enz.).
5. De wijze waarop een bepaald onderwerp kan worden behandeld.

C. Aspecten van het algebra-onderwijs

1. De volgorde der leerstofonderdelen en de verdeling daarvan over de leerjaren.
- (...)

IK HEB DEZE WEEK VEEL TE DOEN MAAR TUSSENDOOR GA IK WEL NAAR SCHOOL

Daar ga je weer, klassikaal bespreken wat thuis niet gelukt is. Ga je?

In mijn ogen geven we vaak ondoordacht huiswerk: er moet een bepaalde hoeveelheid werk verzet worden. Een deel kun je als leerling op school doen en wat niet af is, maak je thuis af.

Het zou anders moeten. Om maar eens een statement te maken: 'Huiswerk moet een ander karakter hebben dan schoolwerk.' Op school inleiden in een onderwerp, voor-doen en samen-doen, thuis komt de verwerking, in je eentje.

Óf, misschien nog liever: het huiswerk bestaat uit een voorbereiding op de komende les, in plaats van de verwerking van de afgelopen les: elke leerling neemt zelf de nieuwe stof door, probeert een paar inleidende opgaven als test; hij verzamelt zijn vragen en deze vragen en verwachtingen vormen het uitgangspunt van de les. De stof die de docent aan de orde gaat stellen, landt op vruchtbare en al bewerkte bodem!

U heeft gelijk, examiner; ik vind ook dat het hoogdravend klinkt, maar je moet zo je idealen houden toch?

Psychische gesteldheid van de jeugd

Heb ik nog tijd om iets te zeggen over het laatste aspect? *Beïnvloeding van het leerproces door de typische psychische gesteldheid van de jeugd.*

Hier kan ik echt kort en bondig over

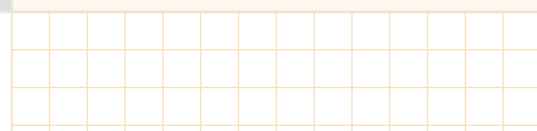
zijn dankzij recent onderzoek; pubers kunnen er ook niets aan doen dat er in die bovenkamers zo weinig activiteit lijkt te zijn op het gebied van schoolse zaken. Al hun hersenactiviteit is gereserveerd voor hun eigen doen en vooral laten en dat van hun leeftijdsgenoten; voor shoppen, uitgaan, en sex. Plannen is te moeilijk vanwege hun korte termijn interesse.

Eerlijk gezegd begrijp ik het niet helemaal, het strookt niet met mijn eigen waarneming; de pubers die ik ken, zijn net mensen: soms erg op zichzelf gericht en soms enorm bij hun wereld betrokken; ze keren zich af en toe van mij en van school af, maar zijn er als de kippen bij als ze uitgedaagd worden mee te denken en hun mening te geven. Sommige pubers ook niet, er zijn er die alleen maar hangen, lamlendig met hun ziel onder hun arm lopen te zwijnen. Maar ik ken er meer die zich inzetten, voor goede acties, voor goede prestaties, die enthousiast 'mobieltjes-les' geven aan bejaarden, die meedenken over een effectievere inrichting van de lessen op school, die scherp, met oog voor detail en voorzichtig een nieuwe docent beoordelen.

Maar, ik kan het niet ontkennen, het is voor onze beroepsgroep wel een prettige wetenschap: dat het met het leerproces van mijn leerlingen soms niet zo wil vlotten, is niemand aan te rekenen; de puberteit zit mijn leerlingen in de weg, zij zelf zitten hun leerproces in de weg en dan kan ik er ook niets aan doen als ze nog steeds denken dat $3 \times \frac{1}{5}$ hetzelfde is als $\frac{3}{15}$, toch? Gelukkig trouwens dat in mijn puber-tijd docenten niets wisten van dit onderzoek. Anders hadden ze misschien zo weinig van me gevraagd, dat ik me verveeld had. Was ik ook zo'n afwezige, met andere zaken druk doende puber geworden...

Over de auteur

Klaske Blom is redacteur van Euclides en wiskundedocent in Amersfoort aan het Meridiaan College, vestiging 't Hooghe Landt. Haar wiskundestudie rondde ze in 1998 af met een doctoraalscriptie over de middelbaaronderwijsakten K1 en K5. E-mailadres: kablom@tiscali.nl



Parate kennis en algebra

[Anne van Streun]

$$\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 2$$

WISKUNDEDIDACTIEK ANNO 2010

WISKUNDEDIDACTIEK ANNO 2010

Aflevering 2: Symbol sense

Oriëntatie

Tot in de Tweede Kamer is verontrusting uitgesproken over een veronderstelde terugval in de beheersing van algebraïsche vaardigheden na de invoering van de tweede fase havo-vwo. Het is natuurlijk zaak om te analyseren wat de oorzaak van dat onbedoelde effect kan zijn. Daarnaast is het de vraag of leerlingen en studenten in deze technologische tijd nog een *basis* moeten verwerven aan *parate kennis* van het handmatig rekenen met getallen en formules. Beantwoorden we die vraag bevestigend, dan moeten we aangeven om welke wiskundige vaardigheden het eigenlijk moet gaan. En of aan die vaardigheden wellicht nog een bredere basis aan parate kennis ten grondslag moet liggen. Over dat laatste, die bredere basis, gaat het in deze aflevering van de rubriek 'Parate kennis en algebra'.

Het gaat om symbol sense

In de internationale literatuur wordt het verstandig kunnen omgaan met variabelen, vergelijkingen en formules meestal *symbol sense* genoemd. In deze serie gaat het vooral om drie aspecten van dat begrip, namelijk de *betekenis* van symbolen en regels, het *algebraïseren* en de *algebraïsche vaardigheden*. Het formuleren van problemen in vergelijkingen en formules en het interpreteren van die algebraïsche expressies wordt meestal *algebraïseren* genoemd. Het kunnen algebraïseren is essentieel voor het beschrijven van patronen, verbanden en wetmatigheden in allerlei disciplines (de natuurwetenschappen en de economische, technische, medische en sociale wetenschappen). Het kunnen opstellen van formules, vergelijkingen en functievoorschriften bij toegepaste of wiskundige situaties is een belangrijk leerdoel van *algemeen* wiskundeonderwijs, dat leerlingen voorbereidt op het opstellen

en interpreteren van mathematische modellen in allerlei wetenschappen en technische toepassingen. Dit zal nader worden uitgewerkt in de aflevering voor het komende aprilnummer van Euclides. Vervolgens moet er gerekend worden aan die formules of algebraïsche modellen (de *algebraïsche vaardigheden*), waarna het resultaat van die berekeningen weer moet worden teruggekoppeld naar het oorspronkelijke toegepaste of wiskundige probleem. Het vlot en routinematig kunnen uitvoeren van een basis aan handmatige herleidingen van algebraïsche expressies, bijvoorbeeld in het proces van oplossen van vergelijkingen of het herleiden van formules, is een essentieel onderdeel van het algebraïsch rekenwerk. (Dit wordt uitgewerkt in de aflevering in het komende meinummer.) Het is ook een noodzakelijke voorwaarde om met overleg en zinvol ICT-apparatuur te kunnen gebruiken om meer complexe algoritmen te doen uitvoeren. Daarover meer in aflevering 6 van deze serie, te verschijnen in het juninummer. Nu gaat het vooral om het eerstgenoemde aspect van *symbol sense*, namelijk de *betekenis* van symbolen en regels.

Routine en/of betekenis?

Zoals al in de aankondiging van deze serie is aangehaald^[1], spreekt de didactiekcommissie van onze NVvW in 1975 in het boekje *Vaardigheden over een verontrustend tekort aan wiskundige routines*. Dat geluid horen we nu weer bij het hbo en wo.

Een voorbeeld uit een eerstejaars toets van de TU Delft, in 2004 gemaakt door 1500 studenten:

Waar is $a^{\frac{3}{5}} \cdot a^{-2}$ gelijk aan?

Bijna 40% kiest het goede alternatief $\frac{1}{\sqrt[5]{a^7}}$,
31% kiest voor $a^{-\frac{6}{5}}$,
11% voor $\sqrt[5]{a^5}$ en 9% voor $\sqrt[5]{a^7}$.

Na zes jaar wiskundeonderwijs in het vwo mag je toch wel verwachten dat de wiskundige top van onze leerlingen heeft begrepen dat vermenigvuldigen van machten hetzelfde is als optellen van exponenten? Heeft dat niet meer te maken met een tekort aan begrip van de *betekenis* van deze symbolen dan aan een tekort aan routine?

Eens even kijken wat de didactiekcommissie in 1975 over dit type voorbeelden heeft te zeggen. Een leerling (leerjaar 1 of 2) schrijft in zijn schrift: $(ab)^3 = a^3b^3$ en dan $(2p)^3 = 2p^3$. De leraar vraagt of hij zich bij het tweede antwoord niet heeft vergist en de leerling reageert aarzelend: 'Moet die 2 ook tot de derde.'

Het commentaar in *Vaardigheden* is nog steeds relevant: 'De leerling reageert hier alleen op het beeld van de tekens en niet op hun betekenis. Zijn kennis is *verbalistisch*. Er is ook geen logisch verband tussen zijn kennis van machten en andere kennis. Hij heeft om de een of ander reden *klakkeloos* een regel geleerd: Je moet het drietje boven elke letter zetten. Dat is niet logisch maar willekeurig. We merken nog op dat zelfs als het tweede sommetje goed was geweest, er nog steeds de mogelijkheid was geweest dat er klakkeloos een regel was uitgevoerd. Verder merken we op dat uit de vraag van de leerling blijkt dat deze bereid is zijn kennis klakkeloos uit te breiden, hij vroeg niet naar een logisch maar naar een willekeurig verbalistisch verband.'

Ontwikkeling van symbol sense

In een poging om het gesignaleerde tekort aan routine op te lossen ligt het voor de hand om (nog meer) rijtjes sommen in te zetten om algebraïsche technieken te oefenen. De auteurs van *Vaardigheden* merken daarover op:

Het inoefenen van een vaardigheid kan pas met vrucht gebeuren nadat inzicht in die vaardigheid is verkregen.

Aanwezig inzicht gaat verloren door het drillen met gelijksoortige sommetjes.

In de recente publicatie *Wat is dat kun*

je niet weten^[2] geven de auteurs tal van voorbeelden van het leren en onderwijzen van algebra met inzicht, rijk aan betekenissen. Kemme merkt in zijn bespreking (*Nieuwe Wiskrant*, maart 2006) van deze publicatie op, dat de algebraïsche schoen bij de overstap van voortgezet naar hoger onderwijs wringt bij de vraag hoe je betekenisvol kunt oefenen. Hij constateert dat deze publicatie geen concreet antwoord geeft op de vraag welke vaardigheden belangrijk en minder belangrijk zijn, uitgesplitst naar het relevante niveau.

In het standaardwerk *Adding it up* van de National Research Council^[3] in de Verenigde Staten wordt beargumenteerd dat het *begrijpen* van de betekenis van wiskundige symbolen en operaties niet los te koppelen is van het *beheersen* van de vaardigheden om daar vlot mee te kunnen werken. Begrijpen maakt het leren van vaardigheden gemakkelijker en leidt tot minder fouten. Tegelijkertijd is een bepaald

niveau van vaardigheid vereist om veel wiskundige begrippen en procedures te kunnen begrijpen en er verstandig mee te kunnen werken. Zonder een vlotte beheersing van vaardigheden moeten leerlingen te veel aandacht en geheugenruimte besteden aan het bedenken van procedures die ze anders gemakkelijk uit hun lange termijn geheugen hadden kunnen oproepen. (Zie ook aflevering 1.)

Mix van begrip en beheersing

Onze voorlopige conclusie is dat het ontwikkelen en zinvol onderhouden van symbol sense altijd gericht zal moeten zijn op een mix van het begrijpen van de betekenis van de symbolen en regels, het kunnen maken en interpreteren van formules en het vlot kunnen uitvoeren van een basis aan algebraïsche vaardigheden. In de volgende afleveringen gaat het over de vraag wat een basis aan parate kennis moet inhouden en hoe die basis kan worden onderhouden.

Noten

- [1] Anne van Streun: *Parate kennis en algebra*, Aflevering 0. In: Euclides 82-2 (oktober 2006); pp. 53-54.
- [2] Paul Drijvers (red.): *Wat a is dat kun je niet weten*. Utrecht: Freudenthal Instituut (2006).
- [3] Mathematics Learning Study Committee (eds.): *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington: National Research Council (2001).

Verantwoording illustraties

(Red.) De illustraties bij dit artikel zijn overgenomen uit:

Joop van Dormolen, Bert Zwaneveld: *Heruitgave van drie brochures*. NVvW (1992).

De daarin opgenomen brochures zijn: *Vaardigheden, Handelen om te begrijpen en Instappen en toepassen*.

Correctiemodel Rekendictee

vraag	titel	antwoord	aantal punten
1	Hete zomer	5 uur	10
2	Walvisjacht	24 km/uur	10
3	Verkiezingen	3 miljoen	5
4	Vlakke race	45 slagen	5
5	TomTom	300 euro	15
6	De wereldbevolking	80 miljard	15
7	Getallenreeks	14	10
8	Hokjesgeest	30	5
9	Post bestellen	66	10
10	Koopkracht	3	20
11	Catwalk	0,5 kg	10
12	Glaasje op	30%	10
13	Crocodile hunter	12/13 dag	15
14	De roddelpers	1440	5
totaal			140

Zie pag. 147 voor de opgaven.

Over de auteur

Anne van Streun is wiskundeleraar sinds 1964, wiskundendidacticus aan de Rijksuniversiteit Groningen sinds 1974, en hoogleraar didactiek bètawetenschappen sinds 2000.

E-mailadres: avstreun@euronet.nl

Reactie op 'Wat algebra is'

[Bert Zwaneveld]

Naar aanleiding van de boekbespreking door Rainer Kaenders

Schoolalgebra?

Met enige verwondering heb ik in het oktobernummer van *Euclides* de boekbespreking door Rainer Kaenders^[1] gelezen van *Wat a is, dat kun je niet weten; een pleidooi voor betekenisvolle algebra op school*. Globaal valt de boekbespreking in twee delen uiteen: over het algemeen waardering voor de hoofdstukken na het inleidende hoofdstuk met hun rijkheid aan voorbeelden, en, weer globaal gesproken, afkeuring van het inleidende hoofdstuk, waarin de auteurs van *Wat a is* hun positie ten opzichte van de algebra op school weergeven. Als ik Kaenders goed begrijp, laakt hij die positie omdat die, volgens hem, zo ver afstaat van wat in de wiskunde en door Freudenthal onder algebra verstaan wordt. Wat ik met name jammer vind, is dat Kaenders onvoldoende duidelijk maakt wat zijn positie is. Hij doet alsof de auteurs van *Wat a is*, naast de algebra van de wiskunde, een bijzondere algebra zouden definiëren, 'schoolalgebra' geheten. Ik ben het met Kaenders eens dat er geen twee soorten algebra zijn: algebra en schoolalgebra. Ik heb de term 'schoolalgebra' door de auteurs van *Wat a is* gelezen als een korte schrijfwijze voor 'algebra op school'; zie bijvoorbeeld de ondertitel van het boek. En ik neem aan dat iedereen begrijpt dat van wat in de wiskunde 'algebra' heet, op school maar een beperkt deel aan de orde kan komen. De redenen zijn duidelijk: beperkte tijd, niet iedereen hoeft alles te weten, bijvoorbeeld omdat bepaalde onderwerpen niet meer terugkomen bij andere vakken of bij vervolgonderwijs, wat weer een gevolg is van de huidige profielstructuur en vroeger de splitsing in wiskunde A en B.

Oproep

Uit wat Kaenders naar voren brengt, leid ik af dat het hem om de wiskunde zelf, de abstracte wiskundige inzichten, methodes en technieken gaat. Ik zou het goed vinden als het in *Euclides*

tot een discussie zou komen over de vraag: *Wat moeten of kunnen we op school aan wiskunde doen, en dan met name aan algebra?*

Van leerling naar student

Om te beginnen wil ik hier wel een eerste aanzet voor die discussie geven door mijn positie te formuleren. Ik begin dan met een opmerking vooraf. Vroeger, dat wil zeggen toen ik zelf leerling in het middelbaar onderwijs was, eind jaren vijftig, begin jaren zestig, en wiskundeonderwijs kreeg in wat ik hier maar gemakshalve de geest van Dijksterhuis en Vredenduin noem^[2], werd mij niet duidelijk wat betekenis, doel, nut, noodzaak was van de algebra die ik kreeg. Als dat al gebeurde was dat – een beetje kort door de bocht geformuleerd – bij wiskunde impliciet, of, door het toepassen, bij natuurkunde expliciet. Binnen de wiskunde wist je als leerling op een gegeven moment wel dat wat je op een bepaald moment leerde, later wel een vervolg zou krijgen. En bij natuurkunde, vooral bij de mechanica, werd vrijwel alles in wiskundige termen geformuleerd. Natuurkunde bedrijven zonder wiskunde was ondenkbaar. Toen ik wiskunde ging studeren, vertelde een tweedejaars wiskundestudent me, dat je in je eerste jaar twee vakken wiskunde had: analyse en lineaire algebra. Analyse was een soort algebra, maar veel moeilijker, lineaire algebra was een soort meetkunde, maar veel gemakkelijker. Het college Lineaire algebra werd gegeven door prof. Kuiper die daar zijn eigen boek bij gebruikte. Dat boek heette toen nog: *Analytische meetkunde, verklaard met lineaire algebra*. De volgende, niet of nauwelijks gewijzigde druk heette gewoon *Lineaire algebra*.

Toen ik in mijn tweede jaar het college Algebra kreeg, werd mij pas duidelijk wat de auteurs van *Wat a is* bedoeld kunnen hebben met hun omschrijving van algebra: 'het onderzoeken van getalsystemen en hun

operaties, waar heel geavanceerde vormen van bestaan'. Hierbij wil ik opmerken dat de beperking tot getalsystemen niet juist is.

Eigen positie

De algebra op school is de voortzetting van het rekenen van het primair en begin voortgezet onderwijs. Aspecten waarvan ik vind dat ze aan de orde moeten komen, zijn onze schrijfwijze van getallen, het positiestelsel, de rekenkundige bewerkingen en hun relaties. Maar ook de uitbreiding met de negatieve getallen, het verschil tussen een rationaal en een reëel getal, nut en noodzaak van en de onderlinge relaties tussen de verschillende getallenverzamelingen. Wat zeker naar voren moet komen is de algemene geldigheid van de rekenregels. En uiteraard kan dit niet zonder oefenen. Deze inzichten moeten vrijwel alle leerlingen krijgen, dat wil zeggen alle leerlingen van het voortgezet onderwijs van vmbo tot en met havo/vwo. Of dit ook geldt voor het verschil tussen een rationaal en een reëel getal valt te bediscussieren voor vmbo-leerlingen. En dat geldt dan dus zeker voor nut en noodzaak van en de onderlinge relaties tussen de verschillende getalverzamelingen. Het geldt zeker voor de leerlingen die in de huidige situatie tot 2007, maar zeker vanaf 2007, als havo-CM het zonder wiskunde moet doen, op havo het C&M-profiel kiezen. Want toekomstige studenten van de pabo, en dus leerkrachten in het basisonderwijs, kunnen in mijn ogen niet zonder deze inzichten. Parallel hieraan wordt een begin gemaakt met het gebruiken van variabelen, ten eerste om de rekenregels algemeen te formuleren en ten tweede om een start te maken met de functioneel inclusief vergelijkingen en formules. Afhankelijk van schooltype en klas volgt er dan *meer of veel meer*, bijvoorbeeld zaken als symbol sense, leren (wiskundig) te modelleren, problemen aan te pakken en op te lossen.

Dit is de inhoud.

Minstens zo belangrijk is de didactische aanpak hierbij, waarbij het om vragen gaat als: hoe introduceer je de begrippen, wat is het beheersingsniveau (lees in dit verband nog eens het *Manifest* dat in december 2004 in *Euclides* 80-3 heeft gestaan), in welke volgorde komen de verschillende onderwerpen aan de orde, hoe toets je het geleerde (niet iedereen hoeft overigens altijd alles te kennen en te kunnen), welke

hulpmiddelen zijn in welke omstandigheden bruikbaar respectievelijk toelaatbaar?

Niveausprongen

Naar aanleiding van de vraag naar de volgorde met betrekking tot de algebra kunnen we didactisch gebruik maken van de niveautheorie van Van Hiele. Van het rekenen met de positieve gehele en gebroken getallen naar de structuur met $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ en $\mathbb{R}$ is een niveausprong vereist. De overgang van de algebra op school die zich (in mijn ogen terecht) beperkt tot $\mathbb{R}$, naar de algebra van de universiteit met groepen, ringen en lichamen, is een volgende niveausprong die pas gemaakt kan worden als met behulp van het begrip 'isomorfie' (de term is niet belangrijk) de overeenkomsten tussen bijvoorbeeld optellen en aftrekken in $\mathbb{R}$ en vermenigvuldigen en delen in $\mathbb{R}^+$ bewust zijn geworden.

Waarden

Niet alleen in *Wat a is* gaat het over de betekenis; zie de ondertitel 'een pleidooi voor betekenisvolle algebra op school'. Ook in het Visiedocument van de Vernieuwingscommissie wiskunde cTWO staat 'betekenis' centraal; zie de titel 'Rijk aan betekenis'. In dat document wordt een aantal waarden van de wiskunde besproken: de historische en culturele waarde, de maatschappelijke relevantie, de talentontwikkeling, de eigenstandigheid en de toepasbaarheid. In standpunt 2 wordt het als volgt verwoord.

Het wiskundeonderwijs zoekt een balans tussen enerzijds wiskunde als eigenstandige discipline – als denkwijze waarin abstraheren, generaliseren en formeel manipuleren een grote rol spelen – en anderzijds wiskunde als instrument voor het modelleren van probleem-situaties, als hulpmiddel dat toegepast wordt in praktische, technische en wetenschappelijke situaties. De ijking van deze balans zal per schooltype en per profiel verschillen.

Dit lijkt mij ook voor de algebra een mooie formulering.

Afrondend

Tot slot nog even terug naar *Wat a is*. De voorbeelden en lessituaties in dit boek doen recht aan de hiervoor geformuleerde waarden en bieden allerlei ideeën om de in standpunt 2 verwoorde balans te vinden.

Samenvattend: graag een brede discussie in *Euclides* over wat nu precies voor welke leerlingen de kern van het algebraonderwijs is en dat geïllustreerd met aansprekende voorbeelden, zoals in *Wat a is*. Terecht heeft Kaenders *Wat a is* daarvoor geprezen.

Noten

- [1] 'Wat algebra is, dat kun je niet weten', boekbespreking door Rainer Kaenders, *Euclides* 82-2, oktober 2006.
- [2] Zie bijvoorbeeld 'Honderd jaar wiskundeonderwijs'. Jubileumuitgave NVvW, Leusden (2000).

Over de auteur

Bert Zwaneveld is hoogleraar 'professionalisering van de leraar, in het bijzonder in het onderwijs in de wiskunde en de informatica' aan de Open Universiteit Nederland. E-mailadres: Bert.Zwaneveld@ou.nl

Zeepvliezen, wetenschap en vermaak (zebra 18)

Gekromd

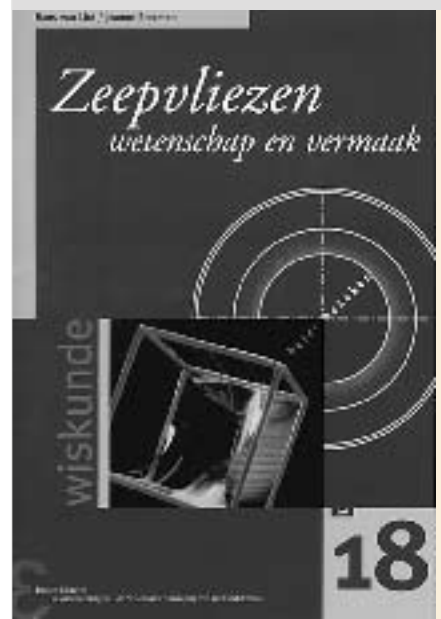
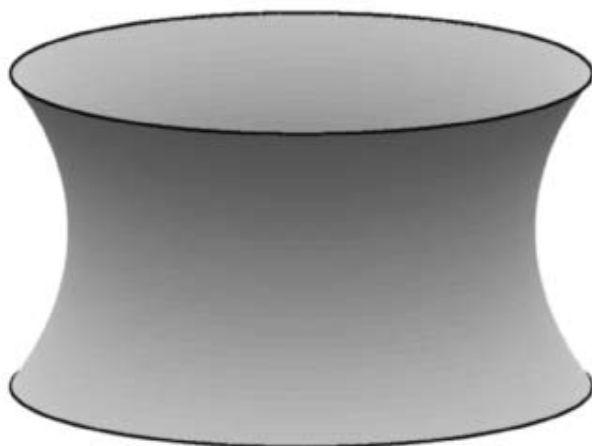
Iedereen heeft ze wel eens bewonderd: verrassend gevormde zeepvliezen in bijvoorbeeld draadfiguren. Zeepvliezen zijn fascinerende natuurkundige verschijnselen die wiskundig enorm uitdagend zijn. Het zebraboekje van Hans van Lint en Jeanne Breeman gebruikt experimenten met zeepvliezen als basis om op de achterliggende wiskunde in te gaan. Maar om welke wiskunde gaat het dan? De wiskunde van zeepvliezen is de wiskunde van (gekromde) oppervlakken en die behoort tot het terrein van de differentiaalmeetkunde. Maar dat gebied is uiteraard al gauw een brug te ver voor een middelbare scholier zodra het over echt gekromde oppervlakken gaat. Een voorbeeld van zo'n gekromd oppervlak ontstaat als volgt. Neem twee even grote horizontale ringen waarvan de middelpunten zich recht boven elkaar bevinden. Als het je lukt een zeepvlies tussen de twee ringen te spannen, dan zie je niet een cilinder zoals je misschien zou verwachten

(hield de natuur niet van eenvoud?), maar een enigszins naar binnen gekromd oppervlak (*zie figuur 1*) dat, afgezien van kleine verstoringen door onder andere de zwaartekracht, een stuk van een omgewentelde cosinushyperbolicus is. De wiskundige sleutel tot dit probleem blijkt namelijk de *oppervlakte* van het oppervlak te zijn: de natuur zoekt naar minimale spanning in het oppervlak en dat vertaalt zich in de eis van minimale oppervlakte. Wiskundig heel boeiend om zogenaamde minimaaloppervlakken op te sporen, maar wel behoorlijk diepgravend. Het boekje bevat overigens enkele plaatjes van door minimaaloppervlakken geïnspireerde architectuur.

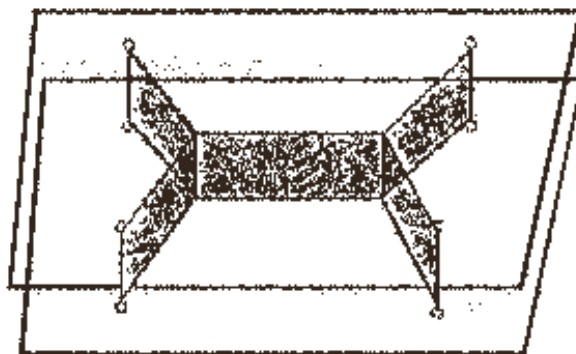
Minimaal

De schrijvers beperken zich dan ook tot zeepvliezen die wiskundig wel binnen bereik liggen. En wat voor soort zeepvliezen zijn dat dan bijvoorbeeld? Neem twee horizontale doorzichtige platen

figuur 1 Catenoïde



Auteurs: Hans van Lint en Jeanne Breeman
Uitgever: Epsilon Uitgaven, Utrecht (2004)
ISBN 90-5041-084-7
Prijs (voor niet-leden van de NVvW): € 9,00



figuur 2 Probleem van Steiner

(plexiwafels) die op een aantal punten verbonden zijn door verticale pennen (*zie figuur 2*). Zeepvliezen spannen zich dan verticaal en hun vorm wordt bepaald door de doorsneden met de horizontale vlakken. Op deze manier krijg je 1-dimensionale situaties en het minimaliteitsprobleem is nu gereduceerd tot het vinden van verbindingen tussen een aantal punten met een minimale totale lengte (het probleem van Steiner). Een en ander vormt de aanleiding om minimaalproblemen in het platte vlak nader te bestuderen. Zo komen resultaten uit de vlakke meetkunde in het vizier die voor dit probleem van belang zijn, zoals de beschrijving van het punt van Torricelli: het punt in een driehoek waarvoor de som van de afstanden tot de hoekpunten minimaal is. Andere zeepvliesoppervlakken die binnen bereik liggen, zijn zeepvliezen die uit (vrijwel) vlakke delen bestaan, bijvoorbeeld zeepvliezen in een prisma en in een kubus. En hier past natuurlijk ruimtemeetkunde bij, met in het bijzonder aandacht voor de hoek tussen twee vlakken.

Practica

De practica met zeepvliezen staan verspreid door het boek en vormen steeds het startpunt om op de bijpassende meetkunde in te gaan. Die meetkunde past doorgaans goed bij het vwo-meetkundeprogramma Wiskunde B12.

Soms gaat het wat snel: bij het bestuderen van scheidingsvliezen tussen zeepvliesbellen wordt in ruim een bladzijde het begrip vector ingevoerd en een flinke berekening met vectoren uitgevoerd.

Krachten

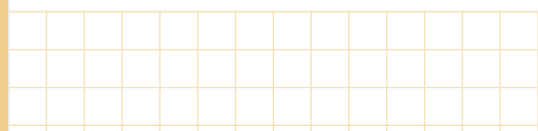
In een appendix vindt een nadere analyse plaats van de krachten die op een zeepvlies werken. Ook dit gaat soms wel snel, maar het is wel een mooi aanknopingspunt om met de natuurkundedocent verder uit te zoeken. Ook bevat het boekje nog een serie eindopdrachten waarin voornamelijk meetkundige optimaliseringsproblemen aan de orde komen.

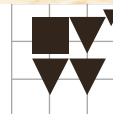
Profielwerkstuk

Dit boekje kan zeker dienen als bron voor een praktische opdracht of als startpunt voor een profielwerkstuk. In een samenwerking tussen het Bisschoppelijk College Weert en de Technische Universiteit Eindhoven hebben we (een team van studentassistenten, wiskunde- en natuurkundedocenten van de school en van de TU/e) dit met enkele leerlingen ook al gedaan. Daarbij konden leerlingen, naast eigen experimenten met zeepvliezen, bijzondere zeepvliezen bij onze natuurkundecollega's bewonderen. We hebben toen trouwens ook al wat analytische meetkunde in het werkstuk ingebracht.

Over de recensent

Hans Sterk werkt bij de faculteit Wiskunde en Informatica van de Technische Universiteit Eindhoven en is ook als vakdidacticus betrokken bij de Technische Universitaire Lerarenopleiding van de TU/e.
E-mailadres: sterk@win.tue.nl





Ingekorte bestuursreactie op het Standpunt van de Resonansgroep wiskunde

TEN AANZIEN VAN DE WISKUNDEVORSTELLEN HAVO EN VWO 2007 EN LATER

[Marian Kollenveld]

(...)

De Resonansgroep focust maar op één ding [doorstroomrelevantie; red.] en maakt daaraan alles ondergeschikt.

Ondanks de kanttekeningen die we maken bij het verslag van de Resonansgroep, maakt dat het probleem wel heel duidelijk. Als je onverkort terug wilt naar het niveau van algebraïsche vaardigheden van vóór de Tweede fase, gaat dat ten koste van zeer wezenlijke onderdelen van het huidige programma, met alle risico's van dien: demotivatie, veel uitval, en daarnaast waren de huidige programma's bedoeld als oplossing van bepaalde problemen, die je weer terugkrijgt als je naar die programma's teruggaat. Dat is voor ons onaanvaardbaar, we hebben niet voor niets onze programma's aan de tijd aangepast. Deze programma's zijn voor veel leerlingen een grote verbetering. Terug naar 1980 is geen optie.

Wat kan er dan wel?

Wij zien in principe twee elkaar aanvullende oplossingen van het probleem voor de bovenbouw.

1. Het wo/hbo neemt ook verantwoordelijkheid voor de aansluiting, accepteert een lager niveau van de algebraïsche vaardigheden, als compensatie van meer vaardigheden op andere terreinen. Zo kan een ouderwetse basiscursus 'Omgaan met computers' worden ingeruild voor een cursus waarin de algebraïsche vaardigheden op een routineniveau worden gebracht. Voorwaarde hierbij is

wel dat het hbo/wo zich daadwerkelijk op de hoogte stelt van het examenprogramma van het voortgezet onderwijs en de mening baseert op feiten, en niet op anekdotes en losse kreten.

De havo-vwo-werkgroep van de NVvW is er reeds aan begonnen om met goede voorbeelden uit de wo/hbo-praktijk te bekijken waarom bepaalde zaken nodig zijn.

Samen met docenten uit wo en hbo kijken we naar de aansluiting in de hoop er beiden wat van te leren en er beiden het onderwijs mee te verbeteren. Er is bij ons ook wel eens een verlangen naar een Resonansgroep voor het hoger onderwijs...

2. De reductie van de wiskunde B programma's (160 uur vwo B, 80 uur havo B) wordt alsnog ongedaan gemaakt. Het verslag van de Resonansgroep geeft eens te meer aan dat dit een onverantwoord besluit is geweest. De minister wil er niet aan, maar er is geen enkele inhoudelijke onderbouwing om aan de reducties vast te houden. Dat geeft het voortgezet onderwijs de noodzakelijke ruimte om leerlingen adequater voor te bereiden. Daarnaast kan het probleem al eerder in de onderbouw worden aangepakt door voor het hele voortgezet onderwijs lange leerlijnen te ontwerpen voor de algebra, de meetkunde etc. De vernieuwingscommissie cTWO heeft dat mede in haar opdracht staan.

Noten

- Deze bestuursreactie werd op 22 november jl. gezonden aan de Minister van OCW en de Vaste Kamercommissie voor onderwijs.
- De volledige tekst is te vinden op www.nvww.nl/page.php?id=1776
- (Red.) De publicatie van de Resonansgroep wiskunde vindt u op www.resonansgroepwiskunde.nl



Van de bestuurstafel

[Marian Kollenveld]

Aansluiting CMHF

We ontvangen al geregeld vragen van mensen die gebruik willen maken van de gratis individuele rechtspositionele hulp die door de aansluiting bij de CMHF mogelijk is geworden. Helaas is dat nu nog niet mogelijk. Op de jaarvergadering is besloten tot die aansluiting, en we zitten nu in het formele traject dat daar daadwerkelijk toe moet leiden. De definitieve handtekeningen zijn nog niet gezet, maar zodra we de datum van toetreding weten zullen we u daarover zeker informeren.

Ledenenquête

Soms ga je ten onder aan je eigen succes. Bij de acceptgiro was dit jaar een leden-enquête gevoegd. Op de achterkant kon u aangeven of u belangstelling had om mee te denken of te doen. Dat wilde u. We hebben zo'n 1200 ingevulde formulieren ontvangen, waarvoor veel dank. Het is veel meer dan we hadden verwacht. Ik hoop dat u begrijpt dat we met de verwerking daarvan nog wel even zoet zijn. Het is onze intentie om in het nieuwe jaar contact op te nemen met iedereen die zich heeft aangemeld voor een van de activiteiten/werkgroepen. Ik zal in de 'Bestuurstafel' melden wanneer dat is gebeurd. Mocht u dan nog niets gehoord hebben, neem dan zelf contact op; misschien is uw aanmelding wel in de stapel verloren geraakt.

Resonansgroep onderbouw

De NVvW is vertegenwoordigd in de resonansgroep van het project algebraïsche vaardigheden in de onderbouw van het voortgezet onderwijs, kortweg het AVVO-project. Dit is een project van FI en SLO over reken- en algebraïsche vaardigheden in de doorlopende leerlijnen PO - havo/vwo - hoger onderwijs en PO - vmbo - mbo - hbo (in het bijzonder pabo). Het belangrijkste

kwaliteitscriterium in het project zal zijn de bruikbaarheid voor de 'gewone' docent in de klas bij het onderhouden en verbeteren van de genoemde vaardigheden.

Lerarenopleidingen

De NVvW is ook betrokken bij een project van het FI en partners om een expertisecentrum voor de lerarenopleiding van de grond te trekken. Dit project past prima in ons eigen professionaliseringsplan en we hebben de projectaanvraag dus van harte gesteund. Inmiddels is bekend dat het project toegezegd is. We houden u op de hoogte.

Korte lontjes

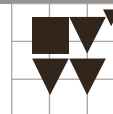
Wiskundigen zijn niet anders dan gewone mensen. We hebben op de bestuursreactie [zie elders op deze Verenigingspagina's; red.] op de publicatie van de Resonansgroep wiskunde ten aanzien van de voorstellen 2007 en later diverse reacties ontvangen. Mensen die het eens waren zagen wat het volgens ons was: een genuanceerd verhaal en het vasthouden van de eigen lijn. Maar er waren ook diskwalificaties en persoonlijke aanvallen, weinig argumenten helaas, van mensen die het kennelijk anders zagen. Het past in de tijdgeest, maar doet wel pijn. Ik ben oud genoeg om geen illusies meer te hebben over de kwaliteit van mijn karakter, maar hoe relevant dat is in de onderhavige discussie betwijfel ik. En eigenlijk verwacht je zoiets niet in eigen kring, maar dat is wellicht naïef.

De vraag wie namens wie spreekt is overigens wel relevant. Het bestuur spreekt namens de leden. Per definitie, want het bestuur wordt gekozen door en uit de leden en zo gaat dat in een vereniging. Maar daarnaast is er een systeem van georganiseerde terugkoppeling en transparantie. De werkgroepen geven het bestuur gevraagd en ongevraagd advies. In de jaarvergadering is de discussie met het bestuur een vast punt.

Bij programmawijzigingen zijn er diverse raadgegronden vóórdat een verenigingsreactie tot stand komt. In het jaarverslag en de diverse 'Bestuurstafels' in Euclides legt het bestuur verantwoording af van haar daden. En in de jaarrede ontvouwt zij haar visie en de plannen voor de toekomst.

Wie namens het hoger onderwijs spreekt is moeilijker te zeggen, of misschien wel helemaal niet, gezien de diversiteit van de vele honderden opleidingen. Bij alle programmawijzigingen zijn officieel vertegenwoordigers van het hoger onderwijs betrokken. Dat was zo bij de Tweede fase, en ook bij de PEP-procedure voor 2007/2010. Vervolgens is er een raadgeving/goedkeuringsronde met HBO-raad en VSNU. Dat was zo bij de Tweede fase, en ook bij de PEP. Maar vervolgens krijg je in de praktijk van de Tweede fase dat leerlingen bij sommige hbo- en wo-opleidingen deficiënt worden verklaard op onderdelen die niet in het programma staan, uit pure onwetendheid. (Zie bijvoorbeeld een interview met R. de Wijkerslooth, voorzitter van het College van Bestuur van de Radboud Universiteit Nijmegen in de NRC van 10 december 2006.) En er is nu de Resonansgroep Tweede fase die een heel ander PEP-programma voor ogen staat dan via de officiële rondes is vastgesteld.

Wil de echte vertegenwoordiger opstaan? Het maakt in elk geval duidelijk dat het probleem van de aansluiting niet eenvoudig oplosbaar is. De werkgroep havo/vwo heeft haar handen er de komende tijd nog wel vol aan.



Fotoverslag studiedag/ jaarvergadering

OP 4 NOVEMBER 2006

[Metha Kamminga]



1. Doorlopende leerlijnen of Breukvlakken' was de titel van de jaarvergadering/studiedag 2006 voor en door wiskundeleraars.

Dit jaar in het vernieuwde Anna van Rijn College in Nieuwegein met een mooie aula waar we niet allemaal in pasten.



2. De opkomst was dit jaar, wellicht door de digitale aanmelding op de vernieuwde website, groter dan andere jaren. Er moesten zelfs mensen op de trappen plaatsnemen; voor de laatkomers was een staanplaats nog een optie.



3. Swier Garst, de penningmeester van de NVvW, begeleidde de stemming van de algemene ledenvergadering over de aansluiting bij de Federatie Onderwijsbonden.



4. De meerderheid van de ledenvergadering stemde, in navolging van het advies van het bestuur, vóór dit besluit.



5. Enkelingen mochten bezwaren die nog niet in het forum op de site waren genoemd, toelichten.



6. Marianne Lambriex, hoofdorganisatie van de ledenvergadering, met haar huiselijke mededelingen.



7. Henk van der Kooij verzorgde de plenaire lezing 'De nabije toekomst: breuk met het verleden?'



8 en 9. Tijdens de pauzes kon men zich op de hoogte stellen van de nieuwste uitgaven. De uitgevers waren weer goed vertegenwoordigd.



10. Aad Goddijn, met als aandachtig gehoor onder meer Frans Holzer en Maris van Haandel, behandelde één van de onderwerpen in het nieuwe vak Wiskunde D: analytische meetkunde.



11. Peter Boon (rechts) had een interessante workshop over digitaal oefenmateriaal waarbij de verrichtingen van leerlingen opgeslagen kunnen worden, zodat docenten inzicht kunnen krijgen in het werk van hun leerlingen.



12. Heiner Wind krijgt enige hulp van Afiena de Boer tijdens de workshop van Peter Boon.



13. Bij de workshop van Job van de Groep was een grote opkomst; men wilde graag de kunst van het wiskundig goochelen afkijken. Op de achterste bank Chris Zaal, rechts vooraan Hans van Lint.



14. Voor zijn presentatie over het wiskundig goochelen met een kaartspel droeg Job een bijpassende outfit (stropdas!).



15. Een portret van Anne van Streun tijdens zijn workshop over de didactiek van de doorlopende leerlijnen.



16. In de werkgroep 'Algebra in havo/vwo; aansluiting naar het hoger onderwijs' van workshopleider Hans Sterk kwamen de discussies goed op gang.



17. Martin Kindt voor de overhead projector om zijn verhaal over productief oefenen met algebra toe te lichten.



18. De uitgever van Getal en Ruimte had gezorgd voor voldoende exemplaren van het nieuwste deel.



19. Tijdens de lunchpauze volop ontmoetingen met oude bekenden, zoals hier Bert Zwaneveld en Sieb Kemme.



20. Johan Gademan (links) vertelt over de nieuwste ontwikkeling: het samenstellen van je eigen boek vanaf het Internet.



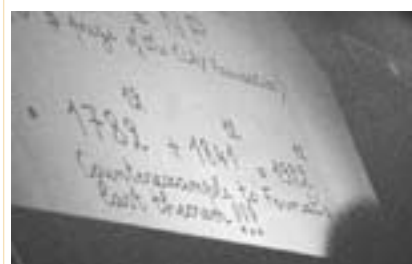
21. V.I.n.r. Alma Taal, Monique Cremers, Henk Reuling en Martin Loose bij de wiskundige speeltjes. Misschien iets om mee te nemen?



22. Marian Kollenveld ontmoet oud-bestuurslid Agneta Aukema.



23. Tot slot toonde Jean Doyen, een Belgische hoogleraar in de wiskunde, ons een aaneenschakeling van filmfragmenten met wiskundige inhoud.



24. Hij voorzag de fragmenten van geestig commentaar en gaf waar nodig toelichting met behulp van sheets ter verduidelijking van ware en onware wiskunde.



25. Het 'webmasters-team', links Lennart de Jonge die Gerard Koolstra (rechts) is opgevolgd; in het midden Dick Klingens.

Producten van twee priemgetallen

[Frits Göbel]

Een klassiek probleem in de getallentheorie is de vraag of er oneindig veel zogenoemde *priemtweelingen* bestaan: paren priemgetallen met verschil 2. Men vermoedt van wel. Er zijn verdergaande vermoedens, zoals: er bestaan oneindig veel trio's van priemgetallen van de vorm $p, p+2, p+6$. In het boek *Unsolved Problems in Number Theory* van R. K. Guy [Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 0-387-90593-6] worden nog meer dergelijke gevallen genoemd.

In deze aflevering van de Recreatie-rubriek bekijken we getallen die het product zijn van twee priemgetallen. De rij van deze getallen begint dus met 4, 6, 9, 10, 14, 15. U ziet hier twee termen die opvolgende getallen zijn. Drie kan ook; de eerste keer is 33, 34, 35. Meer dan drie kan natuurlijk niet!

We doen wat water in de wijn: het is wél mogelijk om vijf opvolgende getallen te vinden waarvan vier met de gewenste vorm - kortweg 4 van de 5, of, nog korter: [4;5]. Maar dit is niets bijzonders, want zelfs [6;7] is mogelijk.

Opgave 1

Geef hiervan een voorbeeld, dat wil dus zeggen: bepaal zeven opvolgende getallen waarvan er zes het product van twee priemgetallen zijn.

Het is niet moeilijk te zien dat [7;8] niet mogelijk is, en dus [8;9] evenmin.

Opgave 2

Laat zien dat zelfs [8;10] niet mogelijk is.

Opgave 3

Geef een voorbeeld van [8;11].

Voor deze laatste opgave is een computer of tenminste een programmeerbaar rekenapparaatje wel aan te bevelen!

We gaan even terug naar het geval [3;3]. Hiervan bestaan 15 voorbeelden kleiner dan 1000. Slechts twee hiervan bevatten een kwadraat.

Opgave 4

Bepaal deze twee trio's.

Oplossingen kunt u mailen naar a.gobel@wxs.nl of per post sturen naar F. Göbel, Schubertlaan 28, 7522 JS Enschede. Er zijn weer maximaal 20 punten te verdienen met uw oplossing. De deadline is 19 februari 2007. Veel plezier!

Randomia

Er waren elf oplosers. De eerste kwam al binnen op 30 oktober, van een nieuwe deelnemer: Kees Verhoeven. Verdere inzendingen ontving ik van Hans Klein, Herman Jan Brascamp, Jan Smit, Ton Kool, Wobien Doyer, Leo van den Raadt, Lieke de Rooij, Gerhard Riphagen, Wim van den Camp en Jan Meerhof. Bijna iedereen loste ook de regelmatige n -hoek op. Voor de omcirkel moeten dan twee gevallen worden onderscheiden.

Er bestond enige aarzeling van mijn kant om 'Randomia' op te geven, omdat het namelijk eigenlijk wiskundeopgaven zijn in plaats van wiskundige puzzels. Het motto had ook kunnen zijn: 'Kun je nog integreren, integreer dan mee.' Maar ik ontving veel positieve reacties. Dit is misschien aanleiding om in de toekomst meer dergelijke problemen op te geven.

Lieke de Rooij toonde aan dat de drie figuren uit de opgaven de enige zijn waarvoor de verhouding tussen de twee verwachtingen geheel is. Deze uitspraak geldt overigens ook voor de in ons land gebruikelijke definities van in- en omcirkel. De verhoudingen zijn dan 4, 2 en 1 in plaats van 46, 28 en 17.

Bij opgave 4 is het gegeven '210 spelletjes' overbodig. Bijna niemand liet zich misleiden door dit gegeven. Eén oplosser bekende dat de deelbaarheid door 7 hem eventjes parten speelde. Het dankbaarste slachtoffer was de man die schreef: 'Naar mijn mening moet aan de gegevens worden toegevoegd dat elk van de leerlingen evenveel keer tegen beide andere leerlingen speelt, dus dat elk van de drie speelsessies 70 spelletjes lang is. Ik heb dat maar aangenomen.' Waarmee hij dus maar een heel klein deel van de opgave oploste! Enkele oplosers merken terecht op dat 210 kan worden vervangen door ieder even getal ≥ 42 , zonder invloed op het juiste antwoord, te weten: Caty.

Ladderstand

De top van de ladder ziet er nu als volgt uit.

T. Kool 363
W. van den Camp 356
H.J. Brascamp 332
J. Meerhof 332
L. de Rooij 194
G. Riphagen 157
N. Wensink 120
L. van den Raadt 110

De complete ladderstand is te vinden op de website van Euclides: www.nvvw.nl/euclladder.html.

PUBLICATIES VAN DE NEDERLANDE VERENIGING VAN WISKUNDELERAREN



zebraboekjes

1. Kattenajds en Statistiek
2. Perspectief, hoe moet je dat zien?
3. Schatten, hoe doe je dat?
4. De Gulden Snede
5. Poisson, de Pruisen en de Lotto
6. Pi
7. De laatste stelling van Fermat
8. Verkiezingen, een web van paradoxen
9. De Veelzijdigheid van Bollen
10. Fractals
11. Schuiven met auto's, munten en bollen
12. Spelen met gehelen
13. Wiskunde in de Islam
14. Grafen in de praktijk
15. De juiste toon
16. Chaos en orde
17. Christiaan Huygens
18. Zeepvliezen
19. Nullen en Enen
20. Babylonische Wiskunde

21. Geschiedenis van de niet-Euclidische meetkunde

22. Spelen en Delen

23. Experimenteren met kansen

Zie verder ook www.nvww.nl/zebrareeks.html en/of www.epsilon-uitgaven.nl

Nomenclatuurrapport Tweede fase havo/vwo

Dit rapport en oude nummers van Euclides (voor zover voorradig) kunnen besteld worden bij de ledenadministratie (zie Colofon).

Wisforta – wiskunde, formules en tabellen

Formule- en tabellenboekje met formulekaarten havo en vwo, de tabellen van de binomiale en de normale verdeling, en toevalsgetallen.

Honderd jaar wiskundeonderwijs, lustrumboek van de NVvW

Het boek is met een bestelformulier te bestellen op de website van de NVvW: www.nvww.nl/lustrumboek2.html
Voor overige NVvW-publicaties zie de website: www.nvww.nl/Publicaties2.html

Voor overige internet-adressen zie
www.wiskundepeersdienst.nl/agenda.php

Voor Wiskundeonderwijs Webwijzer zie
www.wiskundeonderwijs.nl

KALENDER

In de kalender kunnen alle voor wiskunde-docenten toegankelijke en interessante bijeenkomsten worden opgenomen. Relevante data graag zo vroeg mogelijk doorgeven aan de hoofdredacteur, het liefst via e-mail (redactie-euclides@nvww.nl). Hieronder vindt u de verschijningsdata van Euclides in de lopende jaargang. Achter de verschijningsdata is de deadline vermeld voor het inzenden van mededelingen en van de *eindversies* van geaccepteerde bijdragen; zie daarvoor echter ook www.nvww.nl/euclricht.html.

nr.	verschijnt	deadline
5	1 maart 2007	16 januari 2007
6	12 april 2007	27 februari 2007
7	24 mei 2007	3 april 2007
8	21 juni 2007	8 mei 2007

vr. 2 en za. 3 februari,
Noordwijkerhout
Nationale Wiskunde Dagen
Organisatie FIsmc

donderdag 8 februari,
Amsterdam
Docentencursus: Golven als dynamische systemen
Organisatie UvA

donderdag 8 maart, Utrecht
Cursus: Rekenproblemen (vervolg op ma. 16 april)
Organisatie APS

vrijdag 16 maart, op de scholen
Kangoeroe-wedstrijd
Organisatie Stichting Wiskunde Kangoeroe i.s.m. RU Nijmegen

vr. 16 en za. 17 maart, Garderen
Finale Wiskunde A-lympiade
Organisatie FIsmc

do. 22 maart en vr. 23 maart,
Noordwijkerhout
Nationale Rekendagen 2007
Organisatie FIsmc en NVORWO

donderdag 29 maart,
Amsterdam
Docentencursus: De werkelijkheid in een digitale doos
Organisatie UvA

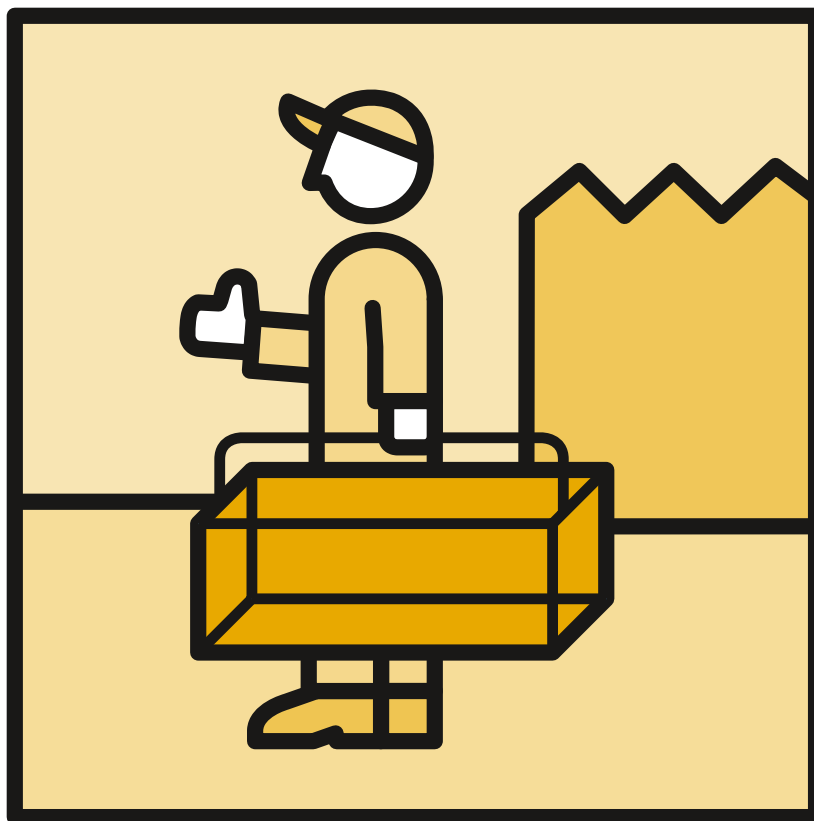
donderdag 12 april, Utrecht
Studiedag Wiskunde op weg naar 2010 (herhaling)
Organisatie APS en cTWO

do. 12 en vr. 13 april, Leiden
43e Nederlands Mathematisch Congres
Organisatie Universiteit Leiden en TU Delft

vrijdag 13 april, Amsterdam
Leve de wiskunde!
Organisatie KdV-Instituut (UvA)

woensdag 18 april, op de scholen
Grote Rekendag (meetkunde, patronen, kunst)
Organisatie FIsmc

vrijdag 20 april, Amsterdam
Docentencursus: Golven als dynamische systemen
Organisatie UvA



**MATRIX. PRAKTISCHE WISKUNDE
VANUIT DE VMBO-LEERLING BEKEKEN. DAT WERKT!**

MATRIX: GEEF VORM AAN VISIE

WWW.BETERINBETA.NL



Malmberg





uitnodiging

Moderne wiskundedag

8 maart 2007
De Reehorst te Ede

Meer informatie en aanmelden
www.modernewiskunde.wolters.nl

MODERNE WISKUNDE

constante :: ontwikkeling



Wolters-Noordhoff
a Wolters Kluwer business