

E U C L I D E S

vakblad voor de wiskundeleraar

september

06

nr

1

jaargang 82

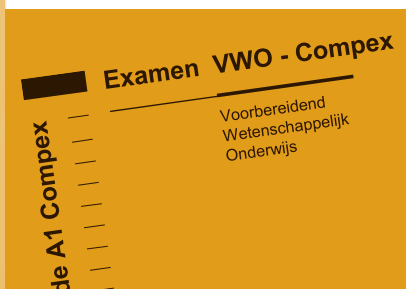
**Centrale Examens
2006**

**Examen-
besprekingen**

Contexten

Boekbesprekingen

**Jaarvergadering/
studiedag:
doorlopende
leerlijnen of
breukvlakken?**



COLOFON

september

06
nr 1

jaargang 82

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.

Het blad verschijnt 8 maal per verenigingsjaar.

ISSN 0165-0394

Redactie

Bram van Asch

Klaske Blom

Marja Bos, hoofdredacteur

Rob Bosch

Hans Daale

Gert de Kleuver, voorzitter

Dick Klingens, eindredacteur

Wim Laaper, secretaris

Jos Tolboom

Joke Verbeek

Inzendingen bijdragen

Artikelen/mededelingen naar de

hoofdredacteur: Marja Bos,

Koematen 8, 7754 NV Wachtum

E-mail: redactie-euclides@nvvw.nl

Richtlijnen voor artikelen

Tekst liefst digitaal in Word aanleveren; op papier in driefvoud. Illustraties, foto's en formules separaat op papier aanleveren: genummerd, scherp contrast.

Zie voor nadere aanwijzingen:

www.nvvw.nl/euclricht.html

Realisatie

Ontwerp en productie:

De Kleuver bedrijfscommunicatie bv, Veenendaal

Druk: Giethoorn Ten Brink, Meppel

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Website: www.nvvw.nl

Voorzitter

Marian Kollenveld,

Leeuwendaallaan 43, 2281 GK Rijswijk

Tel. (070) 390 63 78

E-mail: m.kollenveld@nvvw.nl

Secretaris

Wim Kuipers,

Waalstraat 8, 8052 AE Hattem

Tel. (038) 444 70 17

E-mail: w.kuipers@nvvw.nl

Ledenadministratie

Elly van Bemmelen-Hendriks,

De Schalm 19, 8251 LB Dronten

Tel. (0321) 31 25 43

E-mail: ledenadministratie@nvvw.nl

Lidmaatschap

Het lidmaatschap van de NVvW is inclusief Euclides.

De contributie per verenigingsjaar bedraagt voor

- leden: € 50,00
- leden, maar dan zonder Euclides: € 35,00
- studentleden: € 26,50
- gepensioneerden: € 35,00
- leden van de VVWL: € 35,00

Bijdrage WwF (jaarlijks): € 2,50

Betaling per acceptgiro. Nieuwe leden dienen zich op te geven bij de ledenadministratie.

Opzeggingen moeten plaatsvinden vóór 1 juli.

Abonnementen niet-leden

Abonnementen gelden steeds vanaf het eerstvolgende nummer.

Niet-leden: € 55,00

Instituten en scholen: € 140,00

Losse nummers zijn op aanvraag leverbaar: € 17,50

Betaling per acceptgiro.

Advertenties

Informatie, prijsopgave en inzending:

Gert de Kleuver,

De Splitting 24, 3901 KR Veenendaal

Tel. (0318) 54 22 43

E-mail: g.de.kleuver@wanadoo.nl

KORT VOORAF [Marja Bos]

Opgefrist

Weer helemaal opgefrist van de zomervakantie? Euclides ook. (Hopelijk hoeft ik niet te zeggen: 'Euclides wél!')

Zo eens in de twee, drie jaar koop ik een nieuwe bril, zodat m'n omgeving weer eens 'fris tegen me aan kijkt'. En als redactie van Euclides vonden we, dat ons blad iets dergelijks ook wel weer eens kon gebruiken...

Okee, okee, het is maar vorm, schone schijn, de buitenkant. Maar toch. Een nieuwe vormgeving, een ander kleurtje; wat vindt u d'r van? Laat het ons weten. Maar laat ons vooral ook weten hoe we de *inhoud* (nóg) beter kunnen maken! Mooier nog: oefen rechtstreeks invloed uit op die inhoud, door 'm gedeeltelijk zelf te schrijven... Mijn mailbox kan niet wachten tot het bekende bliepje klinkt! Stuur uw bijdrage dus snel naar redactie-euclides@nvvw.nl.

Eindexamens 2006

Zoals u van Euclides gewend bent, is dit septembernummer grotendeels gewijd aan de centrale eindexamens wiskunde in vmbo, havo en vwo. In een uitgebreide bijdrage vindt u de jaarlijkse verslaglegging van de examenmakers wiskunde van het Cito. De oplettende lezer kan in deze Cito-verslagen méér vinden dan alleen een terugblik op het vorige examen! Nuttig dus.

Ruud Stolwijk werd bereid gevonden de verslagen van de regionale examenbesprekingen van de NVvW samen te vatten en zijn persoonlijke indrukken daar aan te koppelen.

André Overbeeke maakte de afgelopen jaren als docent van examenklassen vwo wiskunde A1/A12 van nabij een aantal Compex-examens mee, examens waarin de leerlingen onder meer het softwareprogramma Excel gebruiken. Het examen Compex vwo wiskunde A1 van dit jaar stemde hem niet vrolijk.

Wim Kleijne kijkt in dit nummer kritisch naar het gebruik van niet-wiskundige contexten in de centrale havo/vwo-eindexamens wiskunde B.

Tot slot is Kees Alkemade nieuwsgierig naar uw manier van beoordelen in het geval van gedeeltelijk onjuist uitgewerkte examenopgaven.

Eindexamens 2007, tijdnood?

Het komend schooljaar zijn de meeste examens wiskunde helemaal aan het eind van de examenperiode gepland, op 30 en 31 mei en 1 juni. Dat zet de eerste en tweede correctie natuurlijk behoorlijk onder druk, zeker als je twee of meer verschillende examenklassen hebt en bijvoorbeeld zowel havo B1 als vwo A12 moet nakijken. De NVvW heeft een poging bij de CEVO gedaan om hierin nog verandering te brengen, maar helaas, dat verzoek bleek te laat te zijn. Voor 2008 is een betere spreiding beloofd.

Resonansgroep

Eind augustus werd door de minister de Resonansgroep wiskunde geïnstalleerd, een groep studenten en docenten uit het hoger onderwijs die de plannen van de commissie Toekomst WiskundeOnderwijs (cTWO) moet gaan beoordelen op doorstroomrelevantie naar het hoger onderwijs. Voorzitter is Jan van de Craats, o.m. bekend van zijn uitgesproken mening over het ingangsniveau op het gebied van formulevaardigheden en algebraïsche technieken voor exacte en economische studierichtingen.

Wiskunde D

Volgens een peiling van een half jaar geleden zal het NT-profielkeuzevak wiskunde D vanaf 2007 op heel wat scholen aangeboden worden. Dit nieuwe wiskundevak voor havo en vwo wordt in sneltreinvaart ontwikkeld. Daarbij zijn onder meer betrokken de Vernieuwingscommissie wiskunde (cTWO), universiteiten en hogescholen, en diverse experimenter- en volgscholen. In Euclides 81-7 (mei 2006) verscheen een informatief artikel over wiskunde D. Inmiddels is er al heel wat experimenteel materiaal op de cTWO-site (www.ctwo.nl) te vinden.

Studiedag NVvW, 4 november 2006

Het thema van de studiedag is dit jaar *Doorlopende leerlijnen of breukvlakken?* Het programma is te vinden op de Verenigingspagina's, vanaf pag. 35. U kunt zich tot 19 oktober inschrijven!

INHOUD

1	Kort vooraf [Marja Bos]
2	Wiskunde-examens 2006, 1e tijdvak [Anita de Bruijn e.a.]
18	Compex? Complex! [André Overbeeke]
20	Contexten in de examens wiskunde B [Wim Kleijne]
23	Verslag NVvW-examenbesprekingen 2006 [Ruud Stolwijk]
29	Wat zou u doen? [Kees Alkemade]
29	Errata jaargang 81, nummer 8
30	Boekbespreking / Gegoochel met getallen [Rob van Oord]
32	Boekbespreking / Maat- en integratietheorie [Remco van der Hofstad]
34	Verenigingsnieuws [Marian Kollenveld, Marianne Lambriex]
38	Recreatie [Frits Göbel]
40	Servicepagina

Voorpagina Centrale Examens 2006

EUCLIDES

De eerste opgave *Digitale fotocamera* was een opgave uit het domein rekenen. Deze opgave is door de kandidaten uit de steekproef het beste gemaakt. Gemiddeld behaalden de kandidaten 70,7% van de maximale score van 12 punten. Bij vraag 3 binnen deze opgave, waar de kandidaten

NOORDKAAP



Dirk, Wil, Joris en Jan zijn 4 vrienden van de *Silicious Motor Club*. Ze reisden in 2004 op de motor een tocht van Den Haag naar de Noordkaap en terug. De route is in het laatste hiërarchisch ingetekend. De tocht was 5500 kilometer lang en duurde 2 weken.

12. ☐ 14 → Laat hieronder met een berekening zien dat deze 4 vrienden ieder per dag gemiddeld 400 kilometer gereden hebben.
13. ☐ 15 De 4 vrienden reden met een gemiddelde snelheid van 55 kilometer per uur.
→ Bereken hoeveel minuten zij ieder gemiddeld per dag op de motor gereden hebben. Schrijf hieronder je berekening op.
14. ☐ 16 Joris had bijgeleken dat zijn motor tijdens de tocht 300 liter benzine verbruikt had. De motor van Jan reed gemiddeld 55 kilometer op 1 liter benzine.
→ Hoeft de motor van Jan tijdens de tocht meer benzine verbruikt dan de motor van Joris?
Lag hieronder je antwoord met een berekening uit.
15. ☐ 17 Dirk had speciaal voor het eten en drinken zijn aanhangwagen meegenomen. De aanhangwagen had een laadvermogen van 150 kilogram.



Per persoon hadden de 4 vrienden gemiddeld 2 kilogram aan eten per dag meegenomen. In de overgebleven ruimte werden 100 kilojoules voedsel meegenomen. Het gemiddeld van een kilojoule is gemiddeld 350 gram.

- Controleer met een berekening of het laadvermogen van de aanhangwagen overschreden wordt. Schrijf hieronder je berekening op.

figuur 1 VMBO BB

SPORTDAG

Peter zit op het veld van een scholiegemeenschap. Daar wordt voor de 8 klassen 1A tot en met 1H een sportdag georganiseerd. Voor het outdoorprogramma kiest een leerling uit elke klasse 1 sport. Zie de tabel hieronder.

sport 1	sport 2	sport 3	sport 4
☐ fietsen	☐ waterspringen	☐ darts	☐ kogelschieten
☐ hardlopen	☐ hoog springen	☐ hoogschieten	☐ discuswerpen

16. ☐ 22 → Hoeveel verschillende combinaties van 4 sporten zijn er mogelijk? Lag hieronder je antwoord uit.

figuur 2 VMBO BB

moesten uitrekenen welke geheugenkaart gekozen moest worden zodat er minimaal 250 foto's opgeslagen konden worden, was er een opvallend verschil in de score van de jongens en de meisjes in deze steekproef. Door 59% van de jongens werd de maximale score van 3 punten behaald tegenover een percentage van 47 bij de meisjes. De opgave *Snackbars* ging over een gedeelte van een krantenartikel waarin onder andere per provincie het aantal snackbars in het jaar 2000 vergeleken werd met het jaar 1985.

De eerste vraag van deze context was voor de meeste kandidaten uit de steekproef geen probleem. De derde vraag, waar de kandidaten de bewering dat 'hoe groter de bevolkingsdichtheid van een provincie, hoe meer snackbars er zijn' moesten controleren, was voor 43% van de kandidaten uit de steekproef een lastige klus. Zij behaalden namelijk geen enkel punt voor deze vraag. Bij de laatste vraag moesten de kandidaten een antwoord met behulp van gegeven percentages berekenen. Dit blijft voor het overgrote deel van de kandidaten nog steeds een lastig te nemen hindernis.

Bij vraag 12, in de opgave *Bibliotheek*, moesten de kandidaten uitrekenen hoeveel boeken minstens geleend moesten worden om met een bepaald abonnement goedkoper uit te zijn. De kandidaten hadden hier meer problemen mee dan de examenmakers vooraf voorzien hadden. Slechts 14% van de kandidaten uit de steekproef behaalde de maximale score van 2 punten en 64% scoorde geen enkel punt bij deze vraag. Bij de opgave *Noordkaap* (zie figuur 1) is het opvallend dat de jongens uit de steekproef op drie van de vier vragen beduidend beter gescoord hebben dan de meisjes uit de steekproef. De vragen die horen bij deze context over een motortocht van Den Haag naar de Noordkaap en terug, zijn algemeen van aard en de makers zijn dan ook verrast door deze verschillen.

Bij vraag 20, in de opgave *Loterij*, moesten de kandidaten uitleggen welke van de gegeven grafieken bij het gegeven verband hoorde. De kandidaten moesten inzien dat het verband niet lineair was waardoor alleen grafiek C juist kon zijn. Er werd geen beroep gedaan op de kennis over hyperbolen. Reacties uit het veld betreffende dit punt waren dan ook niet terecht. De opgave *Sportdag* (zie figuur 2) is door de kandidaten uit de steekproef het slechtst gemaakt. Bij vraag 22 moesten de kandidaten

ten het aantal verschillende combinaties van 4 sporten aangeven. Dit leverde meer problemen op dan was verwacht. Bij de allerlaatste vraag van dit examen moesten de kandidaten vanuit een behaalde plaats het aantal punten berekenen voor het bijbehorende sportonderdeel. Dit was voor slechts 16% van de kandidaten uit de steekproef geen probleem. Zij behaalden de maximale score van 4 punten. Samengevat kunnen we stellen dat het examen het inzicht van de kandidaten getoetst heeft maar zeker niet te moeilijk was. Voor de examenmakers blijft het een aandachtspunt om opgaven te produceren die niet seksegevoelig zijn.

VMBO KB/GL/TL [Marga Smolders]

Vanuit het veld was er kritiek op het taalgebruik in de examens: veel tekst, meer taal dan nodig, lange zinnen en ingewikkeld taalgebruik. Dyslectici kwamen hierdoor mogelijk in de problemen.

Net als vorig jaar was er bij de regionale examenbesprekingen discussie over de opmerking betreffende notatiefouten in de 'vakspecifieke regels' van het correctievoorschrift. 'Breien' wordt als een notatiefout gezien maar wat nog meer? Sommige docenten vrezen dat hierdoor kandidaten wat al te gemakkelijk punten krijgen voor slordig en niet exact werk.

Eveneens was er discussie over het afronden. Het verzoek vanuit docenten was of het correctievoorschrift in het vervolg op dit punt kan worden aangepast. Daarnaast was er een verzoek van docenten uit het land: plaats op het examenblad voor de kandidaten weer de opmerking dat een antwoord zonder berekening/toelichting geen punten oplevert als er in de vraag om gevraagd wordt.

GL/TL

De algemene indruk bij de docenten uit het veld was dat het niveau van het GL/TL-examen goed tot iets te gemakkelijk was. Dit bleek ook uit de resultaten van de steekproef. Voor dit examen scoorden de kandidaten uit de steekproef gemiddeld 51 van de 79 punten.

De N-term is vastgesteld op 0,4. Hiermee kwam het gemiddelde cijfer op 6,2 en het percentage onvoldoendes op 29. Zie voor een overzicht van de resultaten van de afgelopen zes jaren **tabel 5** [VMBO GL/TL en KB vanaf 2003].

PADDESTOEL

In het duinengebied van Noord-Holland staan veel wegwijzers in de vorm van een paddestoel. Op zo'n paddestoel staan pijlen die de richting naar een bepaalde plaats aangeven. Ook staat daarop de kortste afstand in kilometers naar die plaats. Zie onderstaande tekening.



Hieronder is een grafiek getekend die hoort bij een gedeelte van een fietskaart. Op de punten A tot en met E staan paddestoelen. De getallen geven het aantal kilometers aan tussen de knooppunten.



- 1 Op dinsdag maakt Jannetke een fietstocht van Wijk aan Zee naar de Kruisberg. In punt E ziet ze onderstaande paddestoel. Jannetke kan niet lezen hoeveel kilometer het naar de Kruisberg is.



→ Bereken hoeveel kilometer het vanaf punt E naar de Kruisberg is. Schrijf je berekening op.

- 2 Op woensdag gaat Jannetke op de fiets van Egmond naar haar vriendin in Heemskerk, met wie ze om 11.00 uur heeft afgesproken. De afstand van Egmond naar haar vriendin in Heemskerk is 11,0 km. Ze vertrekt om 10.15 uur en fietst gemiddeld 16 km/uur.
→ Is Jannetke op tijd bij haar vriendin in Heemskerk? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

- 4 Jannetke en Paul maken op donderdag allebei een fietstocht. Ze rijden tegelijk in Bovenrij. Jannetke rijdt de volgende route:

Bovenrij → D → G → B → Kruisberg → Duijckum → A → Heemskerk → D → Bovenrij.

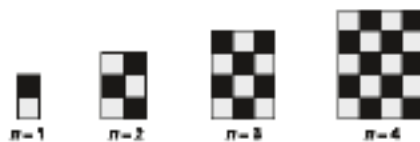
Paul fietst het eerste gedeelte tot aan punt D met Jannetke mee. Daarna fietst hij haar route in omgekeerde richting. Ze komen elkaar in de buurt van Duijckum tegen. Ga ervan uit dat ze met dezelfde snelheid fietsen.

→ Bereken in één decimaal op hoeveel kilometer van Duijckum ze elkaar tegenkomen. Schrijf je berekening op.

figuur 3 VMBO GL/TL, waarbij vraag 1, 2, 4 = KB vraag 3, 4, 5

PATROON VAN ZWARTE EN GRIJZE VIERKANTJES

Hieronder zie je de eerste vier figuren uit een reeks. De figuren hebben een patroon van zwarte en grijze vierkantjes. Het rangnummer van elke figuur is aangegeven met de letter n .



5. 0 5 → Hoeveel grijze vierkantjes heeft de figuur met rangnummer $n = 87$? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.
6. 0 6 Een blad roosterpapier is 40 vierkantjes breed en 56 vierkantjes hoog. Met de vierkantjes op dit blad wordt een figuur uit de reeks getekend met een zo groot mogelijk rangnummer n .
→ Berekend hoeveel vierkantjes van dit blad niet gebruikt worden. Schrijf je berekening op.

figuur 4 VMBO GL/TL, waarbij vraag 6 = KB vraag 16

Een aantal docenten vond de spreiding over de leerstof bij dit examen slecht. Te weinig statistiek, het tekenen van diagrammen kwam niet aan de orde en geen boxplot (die wel in het KB-examen opgenomen was). Voor een overzicht van de p' -waarden per vraag van het examen zie tabel 6 [VMBO GL/TL 2006].

Vanuit het veld was er kritiek op de keuze van de opgave *Paddestoelen* (zie figuur 3) als startopgave. Voor de kandidaten was vooral vraag 3 van deze opgave veel werk. Daarnaast was dit voor docenten een bewerkelijke opgave om na te kijken. Desondanks heeft de opgave voor de GL/TL-leerlingen niet tot problemen geleid en scoorden zij een gemiddelde p' -waarde van 64,4 op deze context.

De opgave *Patroon van zwarte en grijze vierkantjes* (zie figuur 4) uit het domein algebra liet nogal wisselende p' -waarden per vraag zien. Afgaande op de resultaten van de kandidaten uit de steekproef bleek vraag 5 (de eerste vraag uit deze context) niet moeilijk, maar vraag 6 wel. Een aantal docenten vond vraag 6 geen zinvolle vraag en merkte op dat er veel punten werden toegekend aan een eenvoudige vraag. Desondanks scoorde 28% van de kandidaten uit de steekproef 0 punten op deze vraag en behaalde slechts 29% de maximale score. Vraag 7, waarbij de grafiek van een gegeven verband getekend moest worden, bleek uitermate eenvoudig voor de leerlingen. Wellicht speelt hier een rol dat in het correctievoorschrift vermeld was dat voor een lijn, die door de punten getekend was, geen scoreaftrek nodig was. Met een p' -waarde van 91 bleek deze vraag één van de gemakkelijkste vragen van het examen. Vraag 8 (nagaan of er een figuur volgens het gegeven patroon met 1000 zwarte vierkantjes bestaat) kon door veel

leerlingen niet gemaakt worden, hoewel dit, ook volgens de mening van de docenten, een goede vraag was. De gemiddelde p' -waarde van deze context was 63,2. De vragen in de opgave *Voedselverspilling* bleken voor de GL/TL-leerlingen geen probleem en de scoreresultaten lieten een toenemende moeilijkheidsgraad van de vragen in deze context zien.

In de opgave *Wensput* kwamen de domeinen algebra en rekenen aan bod. Vraag 13, waarbij in de grafiek een bepaalde waarde afgelezen moest worden, bleek een goede eerste vraag in deze context. Het interpreteren van de grafiek, waarnaar in vraag 14 werd gevraagd, bleek moeilijker dan verwacht en leidde tot een lage p' -waarde. Docenten waren tevreden met de marge die in het correctievoorschrift bij deze vraag gegeven werd aangaande het aantal af te lezen muntstukken. Minder gelukkig waren zij met de gegeven marge in het correctiemodel van vraag 15, waarmee rekening werd gehouden met het feit dat lang niet alle leerlingen weten hoeveel dagen een maand telt. De mening van de docenten was dat er wel wat hogere eisen aan de leerlingen gesteld mochten worden.

De opgave *Aanschaf nieuwe fiets* bleek achtereenvolgens de moeilijkste en één van de gemakkelijkste vragen van het examen te bevatten. Vraag 17 heeft een p' -waarde van 38 en is door 62% van de leerlingen fout beantwoord. Mogelijk is het gevraagde afnamepercentage van de inruilwaarde aan de hand van de formule verward met groeipercentage. Het invullen van de formule in vraag 18 was een vaardigheid die de leerlingen beheersten afgaande op de p' -waarde van 91. Bij vraag 20 was er van docenten veel kritiek op het taalgebruik van deze vraag, die onvoldoende helder zou

zijn. Met een gemiddelde p' -waarde van 70 bleek de gehele opgave de minst moeilijke van het examen.

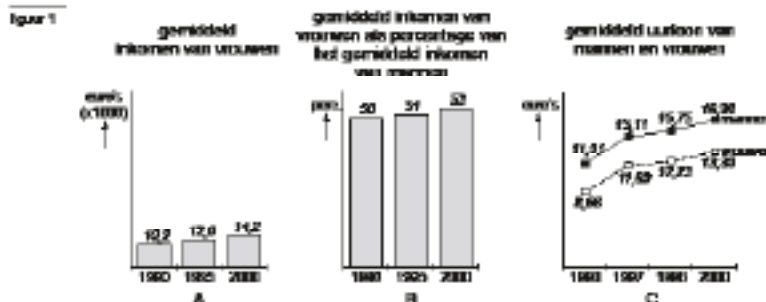
Dat het examen niet te omvangrijk was, bleek ondermeer uit de scores op de laatste vragen van de opgave *Manen van Jupiter*. In vraag 22 werd gevraagd het antwoord in duizenden kilometers per uur te geven. Docenten gaven aan dat de gevraagde afronding door leerlingen vaak niet goed gedaan was. Dit zou oorzaak kunnen zijn voor de lage p' -waarde van 41. De laatste vraag van het examen werd goed gemaakt en leverde een p' -waarde van 62 op. Van de kandidaten wist 44% de maximale score op deze vraag te behalen.

KB

Het KB-examen bleek vrij omvangrijk en moeilijk voor de leerlingen. De kandidaten uit de steekproef scoorden gemiddeld 44 van de 83 punten. De N-term is vastgesteld op 1,5. Hiermee kwam het gemiddelde cijfer op 6,3 en het percentage onvoldoendes op 31. Voor een overzicht van de p' -waarde per vraag en context van het KB-examen van dit jaar zie tabel 8 [VMBO KB 2006]. Net als in het GL/TL-examen was *Paddestoelen* (zie figuur 3) in het KB-examen de startopgave. Ook hier werd door docenten opgemerkt dat de opgave minder geschikt was om het examen mee te beginnen. De reden was ook hier vermoedelijk de bewerkelijkheid van de vragen zowel voor de leerlingen als voor docenten. Vraag 1 bleek echter een gemakkelijke beginvraag en was met een p' -waarde van 94 bijna de gemakkelijkste de vraag van het examen. Ook vraag 2 bleek geen probleem. De vragen 3, 4 en 5 zijn overlapvragen met het GL/TL-examen (zie tabel 7 [VMBO Overlap GL/TL-KB]). Op alle overlap-

Verdiene vrouwen minder?

In maart 2003 stond in de Volkskrant een artikel over de inkomensachterstand van vrouwen op mannen. Deze figuren staan er bij:



Figuur 1A gaat over het gemiddelde jaarinkomen van vrouwen.

3p 1 □ Tevens met een berekening aan dat het gemiddelde jaarinkomen van vrouwen tussen 1990 en 2000 met ruim 19% is toegenomen.

figuur 5 HAVO A12

In een jaar behaalden 50.600 leerlingen hun havo-diploma. Slechts 918 deden er 7 jaar over. De overige 29.682 deden er 5 of 6 jaar over. Het aantal dat er 5 jaar over deed, noemen we N . We zetten deze gegevens in een tabel:

aantal jaren waarin het diploma behaald is	aantal leerlingen
5	N
6	$29.682 - N$
7	918

Gemiddeld deden deze havo-leerlingen er 5,4 jaar over.

4p 25 □ Bereken N .

figuur 6 HAVO A12, Onderwijs

Wiskundigheid en lengte

Op een bepaalde dag is in Vlaanderen op verschillende locaties de relatierichtheid gemeten. De relatierichtheid wordt hier door de helling van de rechte verbandslijn tussen de relatierichtheid R in m/s en de lengte L in meter verondersteld. De rechte verbandslijn wordt $R = aL + b$ genoemd. De helling van de rechte verbandslijn wordt a genoemd.

L	R	L	R	L	R	L	R	L	R
10	1.5	15	2.0	20	2.5	25	3.0	30	3.5

4p 26 □ Bereken a en b met behulp van de gegevens in tabel 1. Maak a en b op de berekening van de gegevens.

De helling van de rechte verbandslijn wordt a genoemd. De helling van de rechte verbandslijn wordt a genoemd. De helling van de rechte verbandslijn wordt a genoemd. De helling van de rechte verbandslijn wordt a genoemd.

$$R = 0.17L + 0.1$$

Waarom is $a = 0.17$?

- De helling van de rechte verbandslijn wordt a genoemd.
- De helling van de rechte verbandslijn wordt a genoemd.
- De helling van de rechte verbandslijn wordt a genoemd.
- De helling van de rechte verbandslijn wordt a genoemd.

De helling van de rechte verbandslijn wordt a genoemd.

In de praktijk wordt de relatierichtheid van de lengte van 10-meter gemeten. De waarde van R op de rechte verbandslijn wordt R_{10} genoemd. De waarde van R op de rechte verbandslijn wordt R_{10} genoemd. De waarde van R op de rechte verbandslijn wordt R_{10} genoemd.

De waarde van R_{10} wordt R_{10} genoemd. De waarde van R_{10} wordt R_{10} genoemd. De waarde van R_{10} wordt R_{10} genoemd.

De waarde van R_{10} wordt R_{10} genoemd. De waarde van R_{10} wordt R_{10} genoemd. De waarde van R_{10} wordt R_{10} genoemd.

De waarde van R_{10} wordt R_{10} genoemd. De waarde van R_{10} wordt R_{10} genoemd. De waarde van R_{10} wordt R_{10} genoemd.

De waarde van R_{10} wordt R_{10} genoemd. De waarde van R_{10} wordt R_{10} genoemd. De waarde van R_{10} wordt R_{10} genoemd.

De waarde van R_{10} wordt R_{10} genoemd. De waarde van R_{10} wordt R_{10} genoemd. De waarde van R_{10} wordt R_{10} genoemd.

De waarde van R_{10} wordt R_{10} genoemd. De waarde van R_{10} wordt R_{10} genoemd. De waarde van R_{10} wordt R_{10} genoemd.

$$R = 0.17L + 0.1$$

4p 27 □ Bereken de waarde van a en b met behulp van de gegevens.

figuur 7 HAVO B12, waarbij vraag 5, 6, 7 = B1 vraag 14, 15, 16

vragen scoorden de KB-leerlingen lager dan de GL/TL-leerlingen, zo ook op de vragen in deze context. Met name vraag 5, waarin berekend moest worden waar twee fietsers elkaar op de gegeven route tegenkwamen, bleek moeilijk. De gemiddelde p -waarde van de totale opgave is 62,7. Daarmee bleek deze opgave voor de leerlingen de gemakkelijkste opgave van het examen.

Bij de algebra- en rekenopgave *Bijbaantje in de supermarkt* werd door docenten opgemerkt dat deze opgave heel geschikt zou zijn geweest om als eerste opgave in het examen op te nemen. Uit de score op vraag 7 bleek dat de leerlingen de (reken-) vaardigheid van het controleren dat na een jaar een bepaald bedrag verdiend was, goed beheersten. Met een p -waarde van 95 was dit de gemakkelijkste vraag van het examen. De gemiddelde p -waarde van deze opgave kwam op 61,4.

De opgave *Voedselverspilling* was dezelfde als in het GL/TL-examen. Uit de scores op met name de vragen 12 en 13 (p -waarden van respectievelijk 45 en 29) was af te lezen dat de gevraagde berekeningen voor KB-leerlingen lastig waren. Het betrof in beide gevallen berekeningen waarbij het noodzakelijk was de relevante gegevens uit een zekere overmaat aan data te onttrekken.

In *Patroon van zwarte en grijze vierkantjes* (zie figuur 4) bleek de eerste vraag, waarin de figuur bij een rangnummer getekend moest worden, niet moeilijk en de vraag leverde een p -waarde op van 81.

Vraag 15 en 16 waren overlapvragen met het GL/TL-examen. Vraag 15 werd door de KB-leerlingen nog redelijk gemaakt: 51% van de leerlingen behaalde hier de maximale score. Vraag 16 bleek heel moeilijk met een p -waarde van 35. Ook hier dezelfde kritiek van de docenten als bij vraag 6 van het GL/TL-examen. De in vraag 17 gevraagde berekening door invullen van een aantal waarden in de kwadratische formule bleek voor veel KB-leerlingen niet uitvoerbaar.

Het lijkt er op dat veel leerlingen de onderzoekende houding ontberen om hier zonder gericht oplosalgoritme aan te beginnen; 64% van de kandidaten uit de steekproef scoorde geen punten op deze vraag. Met een gemiddelde p -waarde 46,8 bleek deze opgave voor de KB-leerlingen één van de moeilijkste van het examen.

De opgave *Wensput* had de laagste gemiddelde p -waarde van het examen en wel 46,5.

In deze opgave waren de vragen 18 en 20

overlapprovragen met het GL/TL-examen. Ook binnen deze context getuigden de p'-waarden van een voor de leerlingen opklimmende moeilijkheidsgraad van de vragen en bleek de laatste vraag de moeilijkste voor de KB-leerlingen.

De laatste opgave uit het examen was *Cinema Tuschinsky* uit het domein informatieverwerking en statistiek. In vraag 22 moest met de gegevens uit de tabel het aantal bezoekers van een bepaalde filmvoorstelling worden berekend. In vraag 23 moest een steelbladdiagram verder worden afgemaakt. Uit de resultaten van de steekproef kon worden afgelezen dat deze eerste twee vragen van de context geen probleem opleverden voor de KB-leerlingen.

De daaropvolgende vragen wel. In vraag 25 werd gevraagd het aantal voorstellingen te berekenen waarbij winst gemaakt werd. Wellicht kostte de gevraagde berekening de leerlingen toch te veel tijd. Dat zou een verklaring voor de lage p'-waarde kunnen zijn. In de laatste vraag van het examen, vraag 25, kwam een boxplot aan bod. Afgaande op de resultaten was dit voor de leerlingen een lastige klus. Uit de lage p'-waarden van de laatste twee vragen zou ook geconcludeerd kunnen worden dat veel leerlingen niet meer aan deze vragen zijn toegekomen. Vraag 25 scoorde namelijk de laagste p'-waarde, te weten 25.

Overlap GL/TL en KB

Voor de gegevens van de overlappende vragen **zie tabel 7** [VMBO Overlap GL/TL-KB]. De GL/TL-leerlingen scoorden gemiddeld 65,0% van de 38 punten uit de overlapprovragen tegenover een percentage van 64,7 van de maximale score voor het gehele GL/TL-examen. De KB-leerlingen scoorden gemiddeld 48,0% van de 38 punten uit de overlapprovragen tegenover een percentage van 53,1 van de maximale score voor het gehele KB-examen. De vragen uit de overlap bleken daarmee voor GL/TL-leerlingen nagenoeg even moeilijk als de vragen van de rest van het examen. Voor de KB-kandidaten waren de overlapprovragen moeilijker dan de rest van de vragen van het KB-examen.

Tot slot kan ten aanzien van deze examens opgemerkt worden dat jongens op vrijwel alle vragen en dus ook op het totale examen hoger scoorden dan de meisjes. Een conclusie willen en kunnen de examenmakers hier niet aan verbinden.

HAVO A12 [Kees Lagerwaard]

Het examen bestond dit jaar uit zes verschillende opgaven met in totaal 21 vragen. Vaak bestaat het HAVO A12-examen uit vijf opgaven; **zie tabel 9** [HAVO A12 2006]. Met een groter aantal opgaven moeten de kandidaten zich vaker inleven in weer een nieuwe context. Daar staat tegenover dat een leerling minder lang bezig hoeft te zijn met een context waar hij niet veel mee kan.

Verdienen vrouwen minder? (**zie figuur 5**) werd uitstekend gemaakt en voldeed dus prima als startopgave. In het Forum op de site van de NVvW werd door sommige docenten geklaagd over de 'foute' schaal langs de horizontale as in figuur 1. Een inzender ging zelfs zo ver te beweren dat twee jaar van haar onderwijs door deze plaatjes in een klap ongedaan werd gemaakt. Maar deze plaatjes zijn authentiek! De informatie werd door de krant zo aan de lezers gepresenteerd. Dan is het toch niet onredelijk om het ook zo in een wiskunde-A-examen op te nemen? We verwijzen de critici graag naar de eindtermen 1 en 4 uit het domein Vaardigheden van het examenprogramma. Gezien de scores wisten de leerlingen er gelukkig wel raad mee.

In de opgave *Batterijen* werd informatie over de gebruikstijd van twee verschillende typen op een minder gebruikelijke wijze weergegeven. De eerste twee vragen gingen over die grafieken. Vervolgens kwamen er twee vragen over een normale verdeling en een slotvraag over exponentiële groei. Zo was deze opgave verdeeld in drie los van elkaar staande stukjes.

Verpakkingen begon met een goed gemaakte vraag over toenemendiagrammen ($p' = 70$). Ook de tweede en derde vraag in deze 'analyse-opgave' werden redelijk gemaakt met p'-waarden van 56 en 50. Toch blijft het opmerkelijk dat het differentiëren van een derdegraadspolynoom door één op de drie kandidaten niet foutloos wordt uitgevoerd. We weten dat omdat 34% van de leerlingen er niet in slaagt de drie punten voor het opstellen van de afgeleide te behalen. Ook de opgave *Hypotheek aflossen* begon met een goed gemaakte eerste vraag en twee gemiddeld moeilijke vervolgvragen. De kansopgave *Daniël* bracht lagere scores dan verwacht. De startvraag ging prima, maar bij de tweede vraag werd al minder dan de helft van de punten behaald. De twee laatste vragen werden met een

gemiddeld scorepercentage van 21 en 14 bepaald slecht gemaakt. Ondanks een beschrijving, een schema en een inleefvraag waren veel leerlingen niet in staat vat te krijgen op de situatie. Maar liefst 61% scoorde 0 punten bij vraag 17. Vraag 18 leverde voor 75% van de leerlingen geen punten op. Met de opgave *Onderwijs* (**zie figuur 6**) werd dit examen besloten. Opnieuw een eenvoudige startvraag met een moeilijk vervolg. De slotvraag mislukte volkomen. Op zich leek het een mooie vraag om uit een aantal gegevens af te leiden hoeveel leerlingen nu in 5 jaar hun havo-diploma behalen. De examenmakers beseften wel dat het voor havo A-kandidaten een lastig probleem was. Daarom werd geprobeerd de kandidaten te helpen met een schema. Misschien heeft het ook met vermoeidheid te maken (het was immers de laatste vraag), maar slechts 6% van de kandidaten wist het onbekende aantal N te vinden. Kennelijk heeft het aangeboden schema de kandidaten niet echt kunnen helpen.

Al met al leverde dit examen een gemiddelde score op van 41,29. Dat is iets meer dan de helft van de te behalen 81 punten. De kandidaten uit het profiel C&M bleven zo'n 1,5 scorepunt achter op de kandidaten uit E&M.

Ook het verschil in score tussen jongens en meisjes is vrij klein: meisjes komen gemiddeld tot 40,9 en jongens tot 41,7. Per vraag zijn de verschillen meestal heel klein. Alleen bij de vragen 5 en 16 zijn de jongens wat beter. Meisjes scoren echt hoger bij de vragen 7 en 11.

Al met al viel het examen wel iets moeilijker uit dan verwacht. Dat werd vooral veroorzaakt door drie vragen: de laatste twee vragen over kans en verwachting in *Daniël* en de laatste vraag van *Onderwijs*. Daarnaast bleven nog wat andere vragen achter bij de verwachting. De CEVO besloot de N -term vast te stellen op 1,5. Dat resulteerde in een examen met 31% onvoldoenden en een gemiddeld cijfer van 6,1.

HAVO B [Paul van der Molen]

De HAVO B-examens werden over het algemeen door de leerlingen goed ontvangen. De docenten waren iets kritischer en vonden met name het B1-examen te gemakkelijk. Hierdoor vond bijna een derde van de docenten op de regionale examen-besprekingen dat het niveauverschil tussen

B1 en B12 te groot was. Daarnaast misten zij in beide examens aandacht voor 'harde' wiskundige activiteiten zoals het toetsen van algebraïsche vaardigheden. De docenten bestempelden daarom beide examens als te 'A-achtig'.

Bijna de helft van de docenten vond dat beide examens te veel vragen bevatten waarbij de grafische rekenmachine (GR) gebruikt moest worden. Weliswaar was het zo dat bij de meeste vragen waarbij de GR gebruikt moest worden, de GR een welkom middel vormde waarmee de leerling de complexe vragen kon beantwoorden. Toch waren er ook enkele vragen waar deze docenten liever gezien hadden dat de vraag algebraïsch opgelost had moeten worden.

HAVO B1

De gegevens van 2216 leerlingen zijn verwerkt *in tabel 10* [HAVO B1 2006]. Het B1-examen begon met *IJs*. De eerste vraag was met $p' = 94$ een mooie binnenkomer. Opmerkelijk was het commentaar op de laatste vraag van deze opgave. Deze vraag leek voor velen erg eenvoudig maar was toch de op twee na slechtst scorende vraag van het examen ($p' = 38$). Waarschijnlijk zochten leerlingen er te veel achter.

De opgave *Verkeersdichtheid* heeft veel stof doen opwaaien. Niet zozeer vanwege de resultaten want deze opgave is gemiddeld goed gemaakt ($p' = 72$). De commotie ontstond met name over de laatste vraag waar de leerlingen een aantal gegevens kregen over een verkeerssituatie. Er werd gevraagd om met behulp van een formule te onderzoeken of die stroom auto's volgens het model mogelijk was. Het woord 'verkeersveiligheid' echter deed veel leerlingen terugrijpen naar de 2-secondenregel zoals die helemaal in het begin van de opgave was geformuleerd. Met de aanvullende opmerkingen van de examenbespreking konden docenten de opgave adequaat corrigeren. De opgave *Windsnelheid en kansen* was de best gemaakte opgave van het examen ($p' = 73$). Opmerkelijk, omdat kansvragen vaak lastig gevonden worden. Het aflezen in de grafiek met een logaritmische schaal aanduiding ging dus goed. De volgende vraag, *Windsnelheid en hoogte*, ging ook over wind maar was toch heel anders van aard. Vraag 14 leverde een verrassend lage score op ($p' = 43$). Veel leerlingen raakten van de wijs nu ze een lineair verband moesten vinden

bij punten die niet perfect op een rechte lijn lagen. Dit moet de reden zijn geweest want normaal scoort zo'n vraag, waarbij de formule van een rechte lijn moet worden gevonden, veel beter. De laatste vraag van *Windsnelheid en hoogte* (zie *figuur 7 op pag. 6*) is dramatisch slecht gemaakt ($p' = 15$). Dat een dergelijke abstract geformuleerde vraag zo slecht scoort, geeft te denken. Het algebraïsch inzicht van een B1-leerling (en zelfs van de B12-leerling, zie *aldaar*) is dus minder groot dan veel docenten, inclusief examenmakers, denken. De roep om meer algebra wordt door de score op deze vraag wel in een ander daglicht gezet. Docenten willen het wel, maar kunnen de leerlingen het ook? Of nog kritischer: zijn ze er wel goed op voorbereid? De opgave *Meerlingen* deed het toetstechnisch gezien goed. Deze opgave discrimineerde erg goed. Dat betekent dat goede leerlingen deze vraag goed maakten en leerlingen die uiteindelijk op een laag cijfer uitkwamen, op deze vraag niet best scoorden. De laatste opgave van dit examen, *Lijn en Parabool*, bevatte twee vragen. De slotvraag bleek de op een na moeilijkste van het examen ($p' = 35$). Het differentiëren was hier niet moeilijk maar de leerling moest wel kunnen inzien hoe hij het kon gebruiken. En dat bleek best lastig. De N-term voor dit examen kwam uit op 0,2. Het gemiddeld cijfer kwam hierdoor op 6,2 wat met zich meebracht dat 26% van de leerlingen op een onvoldoende uitkwam.

HAVO B12

Over het algemeen was men over dit examen goed te spreken. Uit de enquête op de regionale bijeenkomsten viel op te maken dat de meerderheid van de docenten dit een examen van goed niveau, goede lengte en met goede vragen vond. Alleen, net als bij B1, vond men het GR-gehalte te hoog en de algebraïsche inbreng te laag. De resultaten, zie *tabel 11* [HAVO B12 2006], laten de score zien per vraag. De startopgave *Verkeersdichtheid* deed veel leerlingen goed uit de startblokken komen. Met een gemiddelde p' -waarde van 82 was deze opgave niet moeilijk te noemen. De eerste horde van betekenis die genomen moest worden was vraag 5, de openingsvraag van de opgave *Windsnelheid en hoogte*. De B12-populatie maakte deze opgave wel iets beter dan hun collega's uit de B1-

populatie (p' -waarden van 52 versus 43) maar ook hier bleek de rechte lijn die gevonden moest worden voor veel leerlingen niet zo recht te zijn. Het eerste echte obstakel in dit examen doemde op bij vraag 7 (in *figuur 7 op pag. 6*). Veel leerlingen zijn niet eens aan deze vraag begonnen. Deze vraag bleek uiteindelijk, net als bij B1, de slechtst gemaakte vraag van het examen (zie ook commentaar bij HAVO B1). Het herschrijven van een abstract geformuleerde verhouding naar een formulevorm is kennelijk voor deze populatie erg hoog gegrepen. Ook de laatste twee vragen in deze opgave leverden relatief veel problemen op. Opvallend was dat de leerlingen vraag 9 óf helemaal goed maakten óf helemaal fout. Het omzetten van het grondtal van de logaritme is kennelijk een binaire vaardigheid: 'je kunt het of je kunt het niet.' De eerste meetkundeopgave *Vouwpiramide* stelde het 3-dimensionale denken van de leerling danig op de proef. Zover zelfs dat sommige leerlingen een eigen bouwplaatje gingen maken. Ze gingen de piramide tekenen, uitknippen en in elkaar vouwen, om te zien hoe de vouwpiramide in elkaar stak. De laatste vraag met het elastiekje werd een leuke creatieve vraag gevonden. Op de regionale vergadering in Rozendaal vond men de cosinustranslatie die in de opgave *Sinus en cosinus* aan de orde kwam 'verrassend'. De eerste vraag, waarbij de leerlingen de transformatie door middel van een verschuiving en vermenigvuldiging moesten benoemen, werd slechts door 8% van de leerlingen helemaal correct opgeschreven. Dit gold ook voor de tweede vraag. Deze lage score op de tweede vraag, die niet zo ingewikkeld was, laat zien dat goniometrie voor deze groep toch een lastig onderwerp is. Bij de laatste vraag was de leerling die handig is met de GR in het voordeel. De discussie rondom de opgave *Kubuswoning* (zie *figuur 2 op pag. 21*) stond natuurlijk in het teken van de missende schaal. Door een wijziging aan het eind van het constructieproces is dit gegeven eruit gevallen. Tot enkele dagen na de via een toevoeging op het correctievoorschrift aan alle leerlingen toegekende maximale score kwamen er nog reacties van zowel leerlingen als leraren binnen waarin stond dat het toch echt wel klopte en dat het een overbodige actie was om iedereen zo te bevoordelen. De twee vragen van *Kubuswoning* die overbleven, werden

bijzonder goed gemaakt (p' -waarden van resp. 85 en 69).

De laatste opgave *Lijn en wortelgrafiek* liet een verdeeld beeld zien. De bepaling van het snijpunt na translatie bleek geen probleem ($p' = 77$) maar het vinden van het minimum door te differentiëren met de kettingregel leverde wel flink wat problemen op ($p' = 32$).

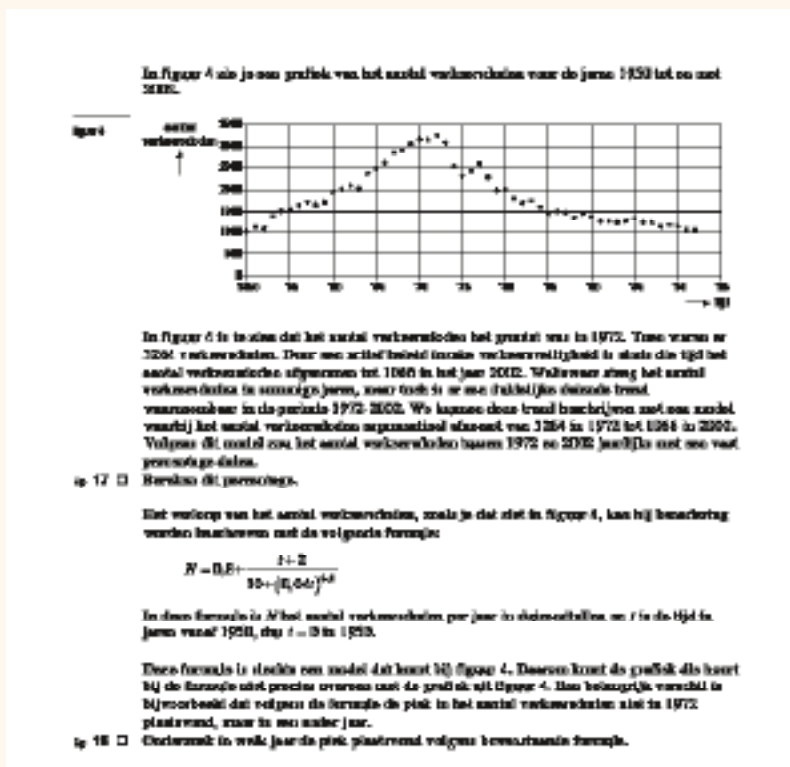
De norm voor dit examen is door de CEVO gesteld op $N = 0,9$ waardoor 77% van de leerlingen een voldoende haalde. Het gemiddeld cijfer kwam uit op een 6,3.

VWO A [Ger Limpens]

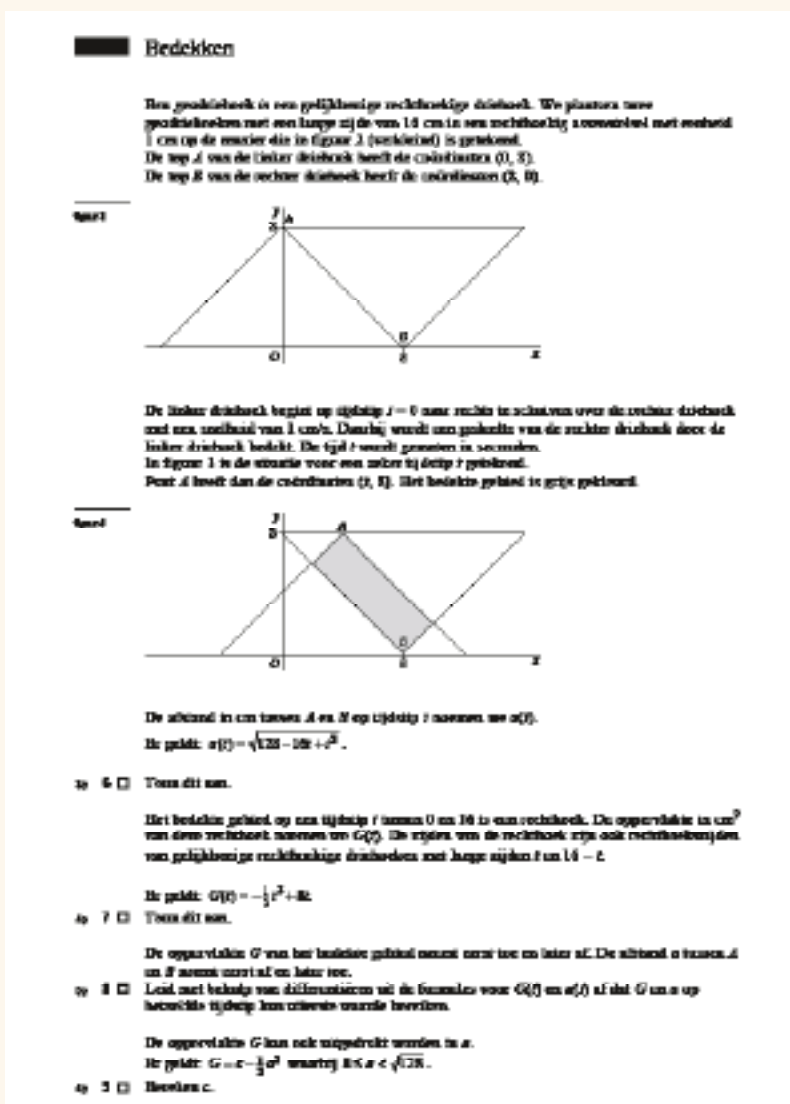
In het nu volgende deel wordt aandacht besteed aan de reguliere examens VWO A1 en A12. Ook aan de overlap tussen beide examens worden enkele woorden gewijd. Aan het einde van dit artikel treft u een bijdrage over de gang van zaken van de computerexamens (Compex) bij de VWO-examens A1 en A12. Hierbij werd voor de vierde achtereenvolgende keer de computer tijdens het centraal examen ingezet.

VWO A1

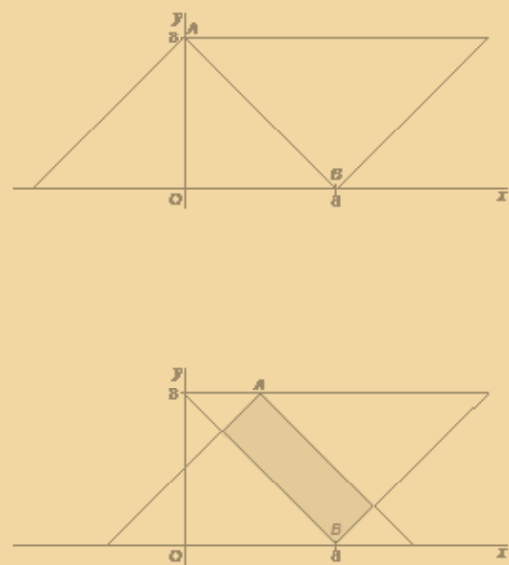
Het VWO A1-examen bevatte dit jaar 19 vragen waarmee in totaal maximaal 82 punten verdiend konden worden; *zie tabel 12* [VWO A1 2006]. De eerste opgave opende als een luchtig ontbijt met het onderwerp *Beschuit*. De p' -waarden van elk van de drie bij deze context horende vragen vielen redelijk uit. Toch was, kijkend naar de reacties op de regionale vergaderingen, niet iedere docent even blij met deze opgave als startopgave. Jammer genoeg weten we niet wat 'men' in het land als een betere startopgave ervaren zou hebben. Iets meer in detail kijkend naar de respons die hier en daar opgeld deed, is het interessant om te bezien dat met name de formulering van de eerste vraag reacties opriep. Het bleek dat nogal wat docenten de aanpak in het correctievoorschrift niet de voor de hand liggende vonden. En de opmerking die volgde op de beschreven aanpak waarbij gemeld werd dat een correcte maar andersoortige aanpak uiteraard ook goed gerekend diende te worden, was kennelijk niet duidelijk genoeg: hier en daar konden vragen van collega's beluisterd c.q. gelezen worden waarbij deze conclusie gerechtvaardigd lijkt. En dat in de wetenschap dat in de algemene regels bij het correctievoorschrift (regel 3.3) opgemerkt



figuur 8 VWO A1, Verkeersslachtoffers, waarbij vraag 17, 18 = A12 vraag 18, 19



figuur 9 VWO B1



wordt dat niet in het beoordelingsmodel voorkomende antwoorden naar analogie van het gegeven antwoord door de docent zelf van een normering voorzien moeten worden, een regel dus die de betreffende opmerking bij vraag 1 in wezen overbodig maakt... Overigens is het wel bijzonder om te constateren dat nogal wat leerlingen kennelijk geen benul hadden hoe vast te stellen welke beschuitsoort de meeste waar voor je geld leverde: 27% van de leerlingen scoorde bij deze vraag 0 punten. Bij vraag 3, de laatste bij deze context, viel op dat er door collega's regelmatig gediscussieerd werd over de al dan niet geldige oplossing waarbij gebruik gemaakt werd van het gemiddelde gewicht per beschuit in plaats van het totale gewicht van een heel pak. Kennelijk is het ten behoeve van deze collega's in een geval als dit geen overbodige luxe een correctievoorschrift van een redelijk voor de hand liggende alternatieve beoordeling te voorzien.

Daarna volgde de opgave *Krasactie* over een jubileumactie van schoenwinkel Boermans. De eerste vraag, waarbij een gegeven kans moest worden aangetoond, was een schoolvoorbeeld van een alles-of-niets-vraag: 38% respectievelijk 41% scoorde 0 respectievelijk 4 (dus alle) punten, waarmee slechts 21% van de leerlingen verdeeld werd over de tussenliggende scores. Hoe de vraag uitpakkt zou hebben als de kans niet in de vorm van $\frac{26}{56}$ (een volgens sommige collega's behoorlijk verwerpelijke want niet vereenvoudigde breuk) maar als $\frac{13}{28}$ zullen we nooit weten maar het mag duidelijk zijn dat de gehanteerde notatie door de examenmakers was ingegeven door de wens de beginvraag van deze context niet al te moeilijk te maken. De slotvraag van dit onderwerp was een vrije oefening waarbij gebruik gemaakt kon worden van stevig rekenwerk, redenerend rekenen dan wel de somformule van rekenkundige rijen. Het is onbekend (want niet geregistreerd) hoe de verhoudingen voor de verschillende aanpakken lagen, maar het vermoeden lijkt gerechtvaardigd dat de somformule-aanpak de minst gehanteerde is geweest, althans volgens de inschattingen van de examenmakers.

De opgave *Mobiel* opende heel fraai met vragen 8 en 9 met hun respectievelijke p'-waarden van 82 en 70. Wat betreft vraag 9 was het toch weer bijzonder om te constateren dat sommige docenten (en kennelijk/vermoedelijk/hopelijk ook sommige van

hun leerlingen) erin slagen bijzondere (en onmogelijk te beantwoorden) interpretaties te geven van op zich voor de hand liggende rechthoe-rechtaan-vragen. Aan de betreffende p'-waarde valt af te lezen dat dit bij het overgrote deel van de leerlingen gelukkig niet het geval was. Teleurstellend was, met een p'-waarde van 43, in onze ogen toch wel het vrij magere resultaat bij vraag 11, de laatste vraag van *Mobiel*. Hier moest op basis van twee gegeven formules het maximale verschil tussen de deelnamepercentages van de twee landen bepaald worden, een bijna expliciete GR-aangelegenheid. Het is vrij bedroevend te constateren dat 46% van de leerlingen hier 0 punten vergaarde.

De opgave *Cine-tv* was de opgave van deze collectie die de hoogste totaalscore opleverde met een gemiddelde p'-waarde van 74. Behalve een enkele discussie over de te verstrekken score ingeval een kandidaat de zaak als een trekking met teruglegging wenste te beschouwen, is er hier, voorzover door ons geconstateerd althans, weinig meer over gediscussieerd in het land. Des te groter echter was de discussie bij de laatste context *Verkeersslachtoffers in Nederland* (zie **figuur 8 op pag. 9**). Er bleken nogal wat docenten te zijn die vonden dat een dergelijke context niet door de beugel kon gezien de mogelijkheid dat een enkele kandidaat in zijn of haar directe omgeving met een dodelijk verkeersongeval in aanraking kan zijn gekomen, niet echt onwaarschijnlijk is. Uiteraard willen ook wij niemand tijdens een examen confronteren met pijnlijke, wellicht zelfs traumatische persoonlijke ervaringen. Aan de andere kant waren en blijven we van mening dat een thema als het onderhavige, mits prudent en neutraal gepresenteerd, niet uit de weg moet worden gegaan bij een vak als wiskunde A1/A12 dat zich per slot van rekening door de realiteit dient te laten inspireren. De meeste discussie evenwel kon worden geregistreerd bij vraag 18 (met p'-waarde 49) waarbij die zich toespitste op het al of niet naar boven/beneden afronden van de t -waarde die bij het maximum van de gegeven formule hoorde. Het blijft in de ogen van de makers een raadsel dat veel docenten, ook na uitleg van collega's, bleven volharden in het naar beneden afronden, en dit terwijl toch in de opgavetekst eenduidig geformuleerd is dat de variabele t in de betreffende formule alleen betekenisvol is voor gehele waarden. Afronden van een

niet-gehele waarde is dan per definitie een inadequate techniek: slechts controlerend invullen van omringende gehele waarden is de enig correcte wijze waarop het jaartal van de piek bepaald kan worden.

Al met al, ondanks nogal wat geconstateerd misbaar over een aantal vragen, is dit examen een geslaagd examen te noemen.

Ook de hoeveelheid vragen van dit examen werd in meerderheid als goed ervaren en de analyses geven geen aanleiding dit in twijfel te trekken. Met de vastgestelde N-term van 1,0 zal niemand voor echte verrassingen zijn komen te staan. Slechts het percentage onvoldoendes van 31 is, gezien in de reeks van de afgelopen jaren, aan de hoge kant: in de periode 2001-2005 was dit achtereenvolgens 19, 23, 25, 24 en 27.

VWO A12

Voor de gegevens per vraag *zie tabel 13* [VWO A12 2006]. De openingsopgave van A12 betrof weliswaar dezelfde context *Beschuit* als de openingsopgave van A1, maar van de drie vragen waren er bij beide examens twee vragen profielspecifiek. Slechts de openingsvraag was in beide examens gelijk. Vraag 2 van A12 was, hoewel er exact dezelfde techniek als in zijn A1-variant (vraag 3 aldaar) aan de orde gesteld werd, toch net een tikje moeilijker. De bij A1 gegeven kans van 0,032 diende hier door leerlingen zelf berekend te worden. Niet zo vreemd dus dat er bij A12 een lagere p'-waarde geconstateerd kon worden: 46, tegenover 53% bij A1 voor vraag 3. Saillant is wel te constateren dat de A12-leerling in het algemeen beter wist hoe iets met deze materie te doen: bij A1 scoorde 29% 0 punten bij vraag 3 waar bij A12 slechts 22% van de leerlingen bij vraag 2 met 0 punten huiswaarts keerde.

Ook hier was de tweede context de opgave *Krasactie*. Dieptepunt van deze opgave, en ook meteen van het gehele A12-examen, was vraag 6 met een p'-waarde van 10. 81% van de populatie scoorde hier 0 punten en was dus kennelijk niet bij machte hier op een of andere wijze te onderkennen dat de beschreven rij een rekenkundige rij vormt. Ongetwijfeld wordt dit veroorzaakt door het veel gesignaleerde feit dat rijen voor de gemiddelde A12-leerling alweer twee jaar eerder dan dit examen redelijk getraind zijn: de materie is dus weggezaakt. Dat neemt niet weg dat onderwerpen als deze ook examenstof zijn en daarmee op een examen aan

de orde gesteld kunnen (en kennelijk ook zullen) worden. Wellicht dat dit examen voor de toekomst voor kandidaten in dit verband een zinvolle vingerwijzing zal blijken.

De opgave *Voedsel zoeken* riep hier en daar wat discussie op over de (on)nauwkeurigheid van het aflezen uit de grafiek maar tot grote onrust zal dit niet geleid hebben: de daarmee samenhangende vraag 8 scoorde een p'-waarde van 91 en was daarmee de eenvoudigste van dit examen. Vraag 10, waarbij – min of meer hopelijk geïnspireerd door voorganger vraag 9 – een raaklijn vanuit de oorsprong aan de gegeven grafiek moest worden getekend op de uitwerkbijlage, bleek daarentegen de op een na lastigste vraag van dit examen. En bij vraag 11 ontstond hier en daar irritatie over het feit dat dit de enige vraag was waarbij enige kennis van het onderwerp differentiëren relevant was. We kunnen ons, als examenmakers, wel iets voorstellen bij die onvrede: het is onbevredigend substantieel tijd vrij te maken voor deze materie om dat dan marginaal terug te vinden in het centrale examen. In de toekomst zal getracht worden irritatie hierover op voorhand iets meer te vermijden. Dit in de wetenschap dat dat nooit echt vermeden kan worden: vragen rond differentiëren blijven toch, binnen de setting van wiskunde A, vaak ietwat wezensvreemde, technische activiteiten die in veel gevallen 'handiger' met de GR beantwoord kunnen worden. Daarna volgde *Bouwproject*, een context die voor iedere betrokkene ongetwijfeld reeds bij allereerste aanblik het kennisgebied lineair programmeren activeert. Een min of meer klassieke opgave met tegen het einde toch nog een bijzonder tintje daar een van de eerder bekeken beperkende voorwaarden overbodig bleek. De laatste vraag van dit onderwerp, vraag 15, kende een bijzondere percentageopbouw bij de scores van de leerlingen: 33% - 11% - 14% - 33% - 9% scoorde achtereenvolgens 0, 1, 2, 3 en 4 punten. Zonder dat nader te kunnen onderzoeken lijkt het vermoeden gerechtvaardigd dat de 33% bij 3 punten gevolgd door 9% veroorzaakt is doordat relatief veel kandidaten de laatste stap (bepalen hoe groot woningoppervlak inclusief tuin c.q. winkeloppervlak inclusief parkeerplaatsen zijn) niet of niet goed gemaakt hebben. Ongetwijfeld niet omdat ze dat niet zouden kunnen, maar omdat de vraag vrij complex

geformuleerd was, een constatering die ons als examenmakers weer doet realiseren dat helderheid in vraagformulering een van de hoogste prioriteiten dient te hebben.

De laatste opgave *Verkeersslachtoffers in Nederland* (*zie figuur 8 op pag. 9*) was in zijn geheel gelijk aan de gelijknamige opgave in het A1-examen.

Dit examen kreeg uiteindelijk 0,7 als N-term waardoor het percentage onvoldoendes kwam op 30%. Dit loopt in de pas met de percentagereeks vanaf 2001, te weten 25% - 29% - 38% - 32% - 29%. Het gemiddeld cijfer werd dit jaar 6,0. Ook bij dit examen kan, onder andere aan de hand van de peilingen op de NVvW-vergaderingen en de gegevens van de Cito-analyse, geconstateerd worden dat de tijd toereikend is geweest voor de overgrote hoeveelheid van de kandidaten. Afrondend dus een examen waar niets mis mee is, zo denken wij.

Overlap VWO A1/A12

Uit *tabel 14* [Overlap VWO A1-A12] kunnen we opmaken dat er dit jaar 28 overlappunten in dit tweetal examens zaten. Ook nu kunnen we weer, zonder verbazing, constateren dat A12-kandidaten alle gemeenschappelijke vragen iets of veel beter dan A1-kandidaten beantwoordden. De p'-waarde voor de A1-kandidaten voor de gemeenschappelijke vragen bleek 48 terwijl de A12-leerling gemiddeld een p'-waarde van 61 op de overlap scoorde. Dit verschil in p'-waarde is groter dan vorige jaren geconstateerd kon worden: in 2004 waren de p'-waarden 53 en 61 en in 2005 werden 63 en 72 vastgesteld. Hieruit zou misschien afgelezen kunnen worden dat het verschil tussen A1 en A12 licht gegroeid is. Overigens leidde dat in de enquête bij de NVvW-deelnemers niet tot verontrusting daar men aldaar in grote meerderheid constateerde dat het niveauverschil van de examens goed was. Dit verschil was dit jaar het grootst bij de vraag naar het gemiddeld aantal klanten per dag bij *Krasactie* (vraag 6 bij A1, vraag 5 bij A12). Deze vraag stelde in wezen het begrip wat een kans nu eigenlijk is aan de orde: een leerling die begrijpt dat een kans $\frac{26}{56}$ eigenlijk wil zeggen dat er gemiddeld 26 successen aangetroffen kunnen worden bij 56 uitvoeringen van het betreffende experiment zal bijna onmiddellijk op kunnen merken dat er voor 13 successen dus gemiddeld 28 uitvoeringen nodig zijn. Is dit een vraag waarbij veel

Omvang

Ook dit jaar was de omvang van met name het B1-examen te groot. We meenden dat de kandidaten dit examen in drie uur zouden kunnen maken en volgens reacties, onder andere op het forum van de NVvW, dachten docenten daar vóór de correctie ook zo over, maar al gauw bleek dat we dat verkeerd ingeschat hadden.

Van de 2324 kandidaten met wiskunde B1 waarvan we gegevens ontvingen, hebben er 162 (7,0%) bij de laatste vraag niets opgeschreven. Bij dezelfde vraag in het B12-examen (vraag 14) schreven 62 van de 2231 kandidaten (2,8%) niets op. Het verschil in p'-waarde tussen de B1- en de B12-kandidaten is bij deze vraag hoger dan gemiddeld. Maar misschien ligt dit ook wel aan het domein, want bij de eerste vraag van de opgave *Oppervlakte van een trapezium* is een ongeveer even groot verschil te zien; **zie tabel 17** [Overlap VWO B1-B12].

Bij de laatste vraag van het B12-examen schreven 212 van de 2231 kandidaten (dus 9,5%) niets op, maar bij deze vraag is het

figuur 11 VWO A1-complex, het roulettewiel uit het Excel-bestand

aannemelijk dat vooral de moeilijkheid van de vraag daar debet aan is: 65% van de kandidaten behaalde voor deze vraag 0 punten.

VWO B1

Voor dit examen scoorden de kandidaten uit de steekproef gemiddeld 49 van de 87 punten. De CEVO heeft de N-term vastgesteld op 1,2. Hiermee kwam het gemiddelde cijfer op 6,3 en het percentage onvoldoendes op 29. Voor de gegevens per vraag **zie tabel 15** [VWO B1 2006].

Sauna bleek met een p'-waarde van 73 een goede startopgave. Aardig was de discussie over het juiste antwoord op de eerste vraag, waar een tijdstip in minuten nauwkeurig gevraagd werd: geeft 1,6 minuten na 17:00 uur in minuten nauwkeurig het antwoord 17:02 of 17:01? Bij een analoge klok is het eerste antwoord juist, bij een digitale klok is er echter veel te zeggen voor het tweede antwoord.

De opgave waarin de normale verdeling aan bod kwam, *Bosbouwprojecten*, is zoals gebruikelijk goed gemaakt. Van het feit dat bij het noemen van de gemiddelde opbrengst de toevoeging 'per jaar' ontbrak, hadden de kandidaten geen last.

De opgave *Bedekken* (**zie figuur 9 op pag. 9**) zorgde daarentegen voor veel problemen.

De combinatie van algebra en een meetkundige situatie was voor veel kandidaten teveel gevraagd. Daarbij kwam nog dat de tekst en de figuren duidelijker hadden gekund. Vraag 6, waarin een formule afgeleid moest worden, was een alles-of-niets-vraag (33% van de kandidaten behaalden alle punten, 59% geen punten, slechts 8% 1 of 2 punten). Vraag 7, waarin ook een formule afgeleid moest worden, was de moeilijkste vraag van dit examen: 81% van de kandidaten haalde hier geen punten voor. Sommige docenten verzuchtten: 'Had die laatste zin van de stam maar weggelaten, dan was het vast beter gegaan.' In een enige jaren geleden gehouden try-out stond die zin er echter niet bij en toen werden voor deze vraag ook zo weinig punten gehaald. Mogelijk zou een figuur op de uitwerkbijlage meer geholpen hebben om tot een juiste oplossing te komen.

De opgave *In een vierkant*, waarin de differentiaal- en integraalrekening aan bod kwam, laat een mooi afnemende rij p'-waarden zien. Bij vraag 10, waarin aangetoond moest worden dat een raaklijn door een gegeven punt gaat, waren er kandidaten die

de raaklijn (of alleen de richtingscoëfficiënt daarvan) met de GR hebben bepaald. In het nomenclatuurrapport is te lezen dat iets aangetoond kan worden door middel van een berekening en in datzelfde rapport staat bij berekenen dat dit ook met de GR mag als er niet bij staat dat het exact of langs algebraïsche weg dient te gebeuren. Creatieve docenten meenden op grond hiervan een oplossing met de GR goed te mogen rekenen. Dit is natuurlijk niet de bedoeling van de vraag en we gaan dan ook voor de toekomst op zoek naar een andere formulering, bijvoorbeeld 'Toon dit algebraïsch aan' of, met name als het ook meetkundig kan, 'Toon dit aan zonder gebruik van een grafische rekenmachine'.

De behaalde scores op de opgave waarin de kansrekening getoetst werd, *Knock-out-systeem*, vielen menigeeen wat tegen. De laatste vraag, vraag 17, was hier niet geformuleerd als toetsing van hypothesen maar als kansvraag, omdat het toetsen van hypothesen bij een binomiaal verdeelde stochast niet in de eindtermen staat. Opvallend was dat bij deze vraag een aantal kandidaten de binomiale verdeling benaderde met een normale verdeling, hoewel dit niet in de eindtermen staat. Als dit correct uitgevoerd wordt, dus met continuïteitscorrectie, is hier niets op tegen.

De laatste opgave van het examen, *Oppervlakte van een trapezium*, ging over goniometrie. De p'-waarde van de laatste vraag zou waarschijnlijk hoger zijn geweest als deze vraag niet de laatste van dit examen was geweest.

VWO B12

Voor dit examen scoorden de kandidaten uit de steekproef gemiddeld 51 van de 88 punten. De CEVO heeft de N-term vastgesteld op 1,0. Hiermee kwam het gemiddelde cijfer op 6,2 en het percentage onvoldoendes op 28. Voor de gegevens per vraag **zie tabel 16** [VWO B12 2006].

De opgaven *Sauna*, *Knock-out-systeem* en *Oppervlakte van een trapezium* zijn hetzelfde als in het B1-examen, zij het dat bij twee van deze opgaven in het B12-examen een vraag minder werd gesteld. Zoals te verwachten is, scoorden de leerlingen met wiskunde B12 op deze vragen hoger dan de leerlingen met wiskunde B1; **zie tabel 17** [Overlap VWO B1-B12]. Het grootst was het verschil bij de opgave *Oppervlakte van een trapezium*; voor een deel wordt dit zeker

veroorzaakt door de plaats in het examen: in het B1-examen was deze opgave de laatste opgave, terwijl dat in het B12-examen niet het geval was. De B1-kandidaten scoorden 55% van de 40 punten uit de overlap, terwijl de p'-waarde voor het gehele examen 57 is. De B12-kandidaten scoorden 67% van de 40 punten uit de overlap, terwijl de p'-waarde voor het gehele examen 58 is. De overlap is voor de B12-kandidaten dus gemakkelijk ten opzichte van de rest van het examen; voor de B1-kandidaten is er niet zo'n duidelijk verschil.

Het examen bevatte twee meetkundeopgaven, *Een tak van een hyperbool* en *Isolijnen, dichtbij en veraf*. De eerste vraag van *Een tak van een hyperbool*, het tekenen van het punt van de hyperbool bij een gegeven voetpunt op de richtcirkel, bleek moeilijker dan we verwachtten. De p'-waarde van de opgave als geheel was met 45 aan de lage kant.

In de andere meetkundeopgave, *Isolijnen, dichtbij en veraf*, vinden we na elkaar de gemakkelijkste en de moeilijkste vraag van dit examen, met p'-waarden van 91 en 16. Voor het (verder) tekenen van drie iso-a-lijnen bij vraag 10 haalde 77% van de kandidaten alle 6 punten, terwijl het tekenen van een verzameling eindpunten van cirkelbogen bij vraag 11 slechts 16% van de kandidaten meer dan één punt opleverde.

De opgave *Een halve cirkel* (**zie figuur 10**) begint met twee vragen over differentiaal- en integraalrekening bij de functie $f(x) = \sqrt{4x - x^2}$. In de laatste drie vragen van deze opgave komt de voortgezette analyse aan bod. Op vraag 17, bedoeld als opstapje voor vraag 18, werd goed gescoord, maar voor de vragen 18 en 19 haalde slechts 30% van de kandidaten meer dan 1 punt.

VWO A, Compex/IMEX-examen

[Ger Limpens]

Historie

In januari 2002 is voor de vakken wiskunde VWO A1 en A12 het exameninnovatieproject 'IMEX'-project (een deel van het project 'Compex3') van start gegaan. Het project had tot doel ervaring op te doen met de toepassing van ICT in de centrale examens. Onderzocht moest daarbij worden in hoeverre de computer nuttig kan zijn bij het examineren van de wiskunde voor VWO A1- en A12-leerlingen (zie [2]). Het IMEX-project had een looptijd van drie jaar en was met de examens 2005 dus

beëindigd. Dat wilde echter niet zeggen dat daarmee ook de rol van de computer bij examinering beëindigd zou zijn: het experiment was bedoeld om na te gaan of het mogelijk was om op termijn tot landelijke invoering van de computer bij examens te komen. Om de opgedane ervaring niet te laten verdwijnen en scholen de gelegenheid te geven hiermee aan de slag te blijven was het ook bij de examens 2006 mogelijk om bij diverse vakken een complex-examen af te leggen. Zo ook bij wiskunde VWO A1 en A12. Voor deze vakken deden uiteindelijk 31 scholen bij A1 en 31 scholen bij A12 mee. Voor de volledigheid: de meeste deelnemende scholen deden aan beide complex-examens mee, slechts een enkele school heeft gekozen voor deelname aan slechts een van beide. Voor A1 leverde dat een leerlingentotaal van circa 250, bij A12 waren dat er nagenoeg 700.

Ook voor volgend jaar geldt een inschrijvingsprocedure. Verdere informatie over de algemene opzet van het IMEX-project is te vinden op <http://complex.citogroep.nl>.

Opzet van het examen

Het resultaat van de constructie was zoals bedoeld een VWO A1- en A12-examen dat voor ongeveer 70% uit vragen van het reguliere eerste tijdvak-examen bestond en voor 30% uit vragen bij contexten die gebruik van de computer vereisten. Het examen werd gepresenteerd in een tweetal opgavenboekjes, één met het reguliere deel en één met het complexdeel.

Het complexdeel bestond uit één computeropgave, waarbij leerlingen bij een aantal vragen het softwareprogramma Excel moesten kunnen gebruiken.

In de loop van de jaren zijn geleidelijk hogere eisen gesteld aan de beheersing van Excel. Vorig jaar werden de eisen al uitgebreid met het kunnen invullen en gebruiken van formules waarbij absolute en relatieve verwijzing aan de orde kon komen. Bij de evaluatie van eerdere jaren werd door deelnemende docenten opgemerkt dat het gebruik van Excel eigenlijk onvoldoende niveau had. Voor het examen van 2006 wilden makers en CEVO-vaksectie wiskunde daarom een wat uitdagender examen. Bij de constructie vertaalde dat zich in moeilijker (zowel qua wiskundige als qua Excel-vaardigheden) vragen. De nadruk op creativiteit werd groter dan voorheen. In het beginstadium van de constructie zijn

daardoor eenvoudiger vragen vervangen door vragen waarin het vinden en gebruiken van wiskundige verbanden wat meer diepgang had. Het resultaat daarvan komt bij A1-complex jammer genoeg naar voren in de tegenvallende examenresultaten.

VWO A1-complex

Het A1-complex-examen bestond dit jaar uit de computeropgave *Risk of Ruin*. Deze opgave speelde zich rond het casino af (*zie figuur 11 op pag. 12*). Achterliggende gedachte was, zoals ook in de openingszinnen van de opgave vermeld werd, de procedure waarbij casinobezoekers soms, uit zelfbescherming, een beperkte hoeveelheid geld meenemen. Dan kan het zich voordoen dat een bezoeker na verloop van speeltijd door zijn geld heen is. Dit risico wordt 'risk of ruin' genoemd. In de opgave worden zowel vragen van theoretisch kanstechnische aard als duidelijk Excel-gerichte vragen gesteld. De opgave is eigenlijk opgebouwd uit drie contexten: roulette (vragen 12, 13 en 14), simulatie (vragen 15, 16 en 17) en de verwachte opbrengst (vragen 18 en 19).

De vragen doen als regel een beroep op elementair modelleren, voor wiskunde A een hoofddoel van het leerproces. Voor de resultaten van de A1-populatie **zie tabel 18** [VWO A1-complex]. Dit jaar bleek het complex-A1-examen dus geen succes. De gehanteerde N-term van 2,1 maakt dit natuurlijk ook duidelijk. Die N-term zorgde ervoor dat het percentage onvoldoendes slechts 22 was en het behaalde gemiddelde van 6,3 is zeker niet dramatisch te noemen. Toch is het duidelijk dat niemand gelukkig is met de uiteindelijke nasleep van dit examen. Veelzeggend is vermoedelijk ook wel de discussie die op het forum van de Verenigingssite hierover is gevoerd: bij alle andere wiskundevakken spitsten de diverse gesprekken zich veelal toe op specifieke vragen c.q. in het correctievoorschrift al dan niet beschreven antwoordvarianten en interpretaties daarvan. Bij complex-A1 echter waren de reacties nagenoeg alle van een algemenere, negatievere strekking waarbij vaak uitspraken als ‘Zo hoeft het voor mij niet meer’ de boventoon voerden. Het mag duidelijk zijn dat dit door de makers en de CEVO niet beoogd werd en er is ons dus ook veel aan gelegen dit voor de toekomst te voorkomen. Om te weten hoe dat tot stand gebracht kan worden, is een nadere evaluatie van

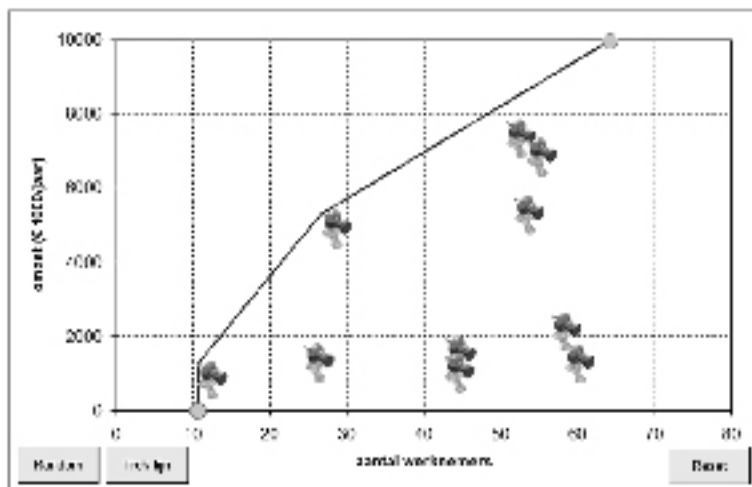
procedure en leerlingengedrag in het kader van dit examen geboden. Dat zal dan ook op korte termijn gaan gebeuren.

Als we de gegevens uit de tabel wat nader bekijken, zien we dat vier van de acht complex-vragen een p'-waarde lager dan 20 scores. Dieptepunt is de laatste vraag, vraag 19, met een p'-waarde van 11.

Een voorlopige conclusie lijkt echter wel gerechtvaardigd: van deze vier vragen is er slechts één heel Excel-/computerspecifiek, namelijk vraag 17. Zonder op de nog uit te voeren analyse vooruit te willen lopen lijkt het probleem bij dit examen niet te wijzen naar de computer, maar veeleer veroorzaakt te worden door de opgavetekst die wel eens te ontoegankelijk zou kunnen zijn voor leerlingen. Uit de vergelijking die tussen de A1-populatie en de A1-complex-populatie gemaakt is (*zie tabel 20* [Overlap complex A1-A12]) valt op te maken dat de A1-complex-leerlingen op de overlap iets beter scoorden dan de reguliere leerlingen ($p' = 58,7$ respectievelijk $p' = 57,3$). Dat de A1-complex-leerlingen daarna voor het gehele examen een p' van 47,0 scoorden waar de reguliere A1-leerling $p' = 57,5$ had, is veelzeggend voor de ervaren moeilijkheidsgraad van het computerdeel. De gekozen N-term van 2,1 leidt, zoals gezegd, tot een gemiddelde van 6,3 en weerspiegelt het hogere vaardigheidsniveau van de A1-complex-populatie zoals gemeten op de overlap.

VWO A12-complex

Ook bij VWO-A12-complex is gekozen voor een examen dat 'slechts' één computer-context bevatte, in dit geval de context *Efficiëntie*. Groter dan dit jaar kan het contrast in ontvangst van beide computer-examens welhaast niet zijn. De kritiek die er over A1-complex gespuid werd, bleef uit bij A12-complex. Dat kunnen we onmiddellijk terugvinden in de gehanteerde N-term 0,7 met bijbehorend onvoldoendepercentage van 22 en gemiddeld cijfer 6,3 (**zie tabel 2**). De opgave *Efficiëntie* was een opgave die goed paste in het profiel E&M, het profiel waarvan wiskunde A12 deel uitmaakt. Bij deze context is een eerlijke vergelijkingsmethode voor het vaststellen van de efficiëntie van filialen van een winkelketen onderwerp van beschouwing. In eerste instantie wordt deze gemeten door te kijken naar de omzet per werknemer, uitgaande van een keten met diverse filialen met wisselende werknemersaantallen.



figuur 12 VWO A12-complex, het prikbord tijdens de lijnenopbouw

Daarna wordt het aspect 'schaaleffect' in de beschouwing betrokken: kleine filialen kunnen per definitie niet op dezelfde wijze werken als grotere filialen omdat specialisatie van de werknemers bij kleinere vestigingen niet realiseerbaar is. Bij deze genuanceerdere vergelijkingsmethode wordt in feite de meetlat waarlangs een specifieke vestiging gelegd wordt, bepaald door de vestigingen die er qua werknemersaantallen het meest op lijken. De visualisatie van deze methodiek is via een digitaal prikbord met punaises gerealiseerd (zie figuur 12). Om de problematiek echter via berekeningen te doorgronden is een redelijke beheersing van Excel, gecombineerd met inzicht in het opstellen van (eerstegraads-)vergelijkingen aan de orde. Kijkend naar de p' -waarden van deze opgave (zie tabel 19 [VWO A12-complex]) zien we een heel fraaie verzameling waarden die daalt naarmate de opgave vordert: vraag 13 scoort $p' = 95$ (de hoogste waarde van dit hele examen, inclusief de reguliere vragen uit A12-complex), verlopend via onder andere $p' = 92$ voor vraag 14 – kennelijk ook een eenvoudige vraag voor deze populatie – en vraag 17 waarbij de gemiddelde leerling precies de helft van de maximumscore behaalt ($p' = 50$) tot de laatste vraag, vraag 20 met $p' = 27$. Slechts de vragen 18 ($p' = 41$) en 19 ($p' = 43$) onderbreken de gestage stijging in moeilijkheidsgraad even.

De A12-complex-populatie kan, zie tabel 20 [Overlap complex A1-A12], vergeleken worden met de A12-reguliere populatie.

Voor de goede orde moet nog gewezen worden op het feit dat er in de overlap van beide examens gebruik gemaakt is van een selectie uit de opgaven van het reguliere examen: de opgaven *Beschuit* en *Bouwproject* elk volledig, en delen van de opgaven *Krasactie* en *Voedsel zoeken*.

In tabel 19 met p' -waarden van het A12-complex-examen valt af te lezen dat vraag 8 met $p' = 48$ niet echt vergeleken kan worden met een vraag uit het A12-regulier examen gezien de vermelding van de reguliere p' -waarde 45 tussen haakjes. Dit is omdat de betreffende vraag in het reguliere examen toch veel meer inleiding kent dan de zelfstandig te beantwoorden vraag zoals die in A12-complex staat. Uit de p' -waarden op de overlap ($p' = 66,1$ voor complex en $p' = 64,3$ voor regulier) valt af te lezen dat de complex-populatie kennelijk vaardiger was dan de reguliere populatie. En uit de p' -waarden op de gehele examens ($p' = 61,8$ voor complex en $p' = 59,3$ voor regulier) kunnen we aflezen dat het complex-examen in zijn geheel beter uitpakte dan het reguliere examen in zijn geheel.

Complex, ter afsluiting

Het valt te hopen dat we volgend jaar bij A1-complex vergelijkbare resultaten (en dito respons) zullen oogsten als we dit jaar bij A12-complex behaalden. Veel daarvan zal afhangen van hetgeen we bij de nadere analyse/terugblik boven water zullen krijgen. In ieder geval moet duidelijk zijn dat wij als examenmakers ons genooddaakt voelen serieus naar het gesignaleerde probleem

te kijken. En tot slot hopen we dat deelnemende scholen zich niet en masse zullen terugtrekken uit de complex-examens. Als dat zou gebeuren, zullen we daar op termijn toch de vervelende gevolgen van ondervinden daar de intentie tot op heden nog steeds is dat op termijn ieder profiel voorzien zal worden van een reguliere complex-pendant. Van de huidige complex-examens kunnen we dus alleen maar leren en dat moeten we ook zeker blijven doen.

Verwijzingen

- [1] Ameling Algra, Ger Limpens: *Examenconstructie, een langdurig en zorgvuldig proces*. In: Euclides 80 (1), september 2004.
- [2] Harm Boertien, Ger Limpens: *Computergebruik bij examens wiskunde*. In: Nieuwe Wiskrant 25 (4), juni 2006.

Over de auteurs

Anita de Bruijn, Kees Lagerwaard, Ger Limpens, Paul van der Molen, Marga Smolders en Gerard Stroomer zijn wiskunde-medewerkers en examenmakers van Cito te Arnhem.

URL: www.cito.nl

E-mailadressen (achtereenvolgens):

anita.debruijn@cito.nl, kees.lagerwaard@cito.nl, ger.limpens@cito.nl, paul.vandermolen@cito.nl, marga.smolders@cito.nl en gerard.stroomer@cito.nl

Tabel 1 – Leerlingenaantallen 2005

VMO		HAVO		VWO	
Wiskunde CSE GLTL	44758	Wiskunde A12	20160	Wiskunde A1	6629
Wiskunde CSE KB	22026	Wiskunde B11	8998	Wiskunde A1-compex	215
Wiskunde CSE BE	28754	Wiskunde B12	6544	Wiskunde A12	11236
Totaal	95576	Totaal	25663	Wiskunde A12-compex	696
				Wiskunde B11	10862
				Wiskunde B12	7132
				Totaal	36638

Tabel 2 – Verzamelde N-termen

1e Bldvak 2006	VMO			HAVO			VWO					
	BB	KB	GLTL	A12	B11	B12	A1	A1-comp	A12	A12-comp	B1	B12
N-term	1,4	1,5	0,4	1,5	0,2	0,3	1,0	2,1	0,7	0,7	1,7	1,6
gemiddelde	8,6	8,3	3,2	8,7	6,2	6,3	6,2	6,3	6,0	6,5	6,5	6,2
% goedkeurende	24	31	20	31	25	23	31	22	30	22	29	28

Tabel 3 – VMO BB 2006

Opgeve	Digitale fotocamera							Snackbare							Dichtstroom							Noordkaap							Loert							Sportdag						
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25																	
max. score	3	3	3	3	1	2	3	3	3	1	3	3	3	2	2	2	4	2	2	3	2	3	3	1	4																	
p-waarde	83	88	54	60	81	81	48	48	73	79	49	25	43	69	40	54	45	78	74	62	15	63	60	45																		

Tabel 4 – VMO BB vanaf 2001

Jaar	N-term	gemiddelde	convertoerdes (in %)
2005	1,4	6,5	24
2003	1,2	6,3	20
2004	0	7,0	0
2003	0,5	6,9	18
2002 (j.k.k.)	1,0	6,1	10
2001 (j.k.k.)	1,0	5,8	45

Tabel 5 – VMO GLTL en KB vanaf 2003

Jaar	N-term	GLTL			correctie l.v.m. fouten	N-term	gemiddelde	KB			correctie l.v.m. fouten
		gemiddelde	convertoerdes (in %)	correctie l.v.m. fouten				gemiddelde	convertoerdes (in %)	correctie l.v.m. fouten	
2006	0,7	6,7	29	-	1,0	6,3	31	-	-	-	-
2005	1,1/1,4	6,2/6,5	25/23	0,2	1,2/1,3	6,2/6,3	31/25	0,3	-	-	-
2004	0,5	6,3	26	-	0,8	6,3	18	-	-	-	-
2003	0,3/1	6,1/6,3	30/25	0,2	1,2	6,1	30	-	-	-	-

Tabel 6 – VMO GLTL 2006

opgave	Paddesteelen				Pakketten				Voedselverpilling				Wensput				Paraschot				Mantel Juphar			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
max. score	3	4	4	4	3	5	4	3	3	3	3	4	3	4	3	4	2	2	4	4	2	3	3	
p-waarde	67	74	50	50	75	67	50	48	80	77	67	56	72	61	69	63	30	31	67	74	47	67	67	

Tabel 7 – VMO Overfop GLTL – KB

opgeve	Paddesteelen				Pakketten				Voedselverpilling				Wensput				Totaal			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
vraagnr. GLTL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max. score	3	4	4	4	3	5	4	3	3	3	3	4	3	4	3	4	2	2	4	4
p-waarde	67	74	50	50	75	67	50	48	80	77	67	56	72	61	69	63	30	31	67	74

Tabel 8 – VMO KB 2006

opgeve	Paddesteelen				Pakketten				Voedselverpilling				Wensput				Cinema			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max. score	3	4	4	4	3	5	4	4	3	3	3	4	3	4	3	4	2	2	4	4
p-waarde	67	74	50	50	75	67	50	48	80	77	67	56	72	61	69	63	30	31	67	74

Tabel 9 – HAVO A12 2006

opgeve	Vrouwen				Betrokken				Verpakkings				Hypotheek				Denial			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max. score	3	4	4	4	3	3	4	4	3	3	3	3	3	3	4	5	4	3	3	4
p-waarde	67	77	75	35	42	59	25	43	70	66	60	37	50	57	47	21	14	68	25	2

Tabel 10 – HAVO B1 2006

opgeve	Luk				Verkeersdichtheid				Windstelsel en hoogte				Meerlingen				Lijn en parabool			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max. score	4	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	4	3	4	3	4	3	4	4	6
p-waarde	34	54	70	38	50	58	69	66	56	65	55	63	60	43	65	15	50	65	73	63

Tabel 11 – HAVO B12 2006

opgeve	Verkeersdichtheid				Windstelsel en hoogte				Vuurpramide				Stuw en cunus				Kruis- en wending			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max. score	3	3	3	3	4	5	4	5	4	3	4	4	4	6	3	5	4	3	4	6
p-waarde	34	50	64	61	62	58	26	42	47	63	42	50	58	54	27	46	55	85	80	77

Tabel 12 – VWO A1 2008

opgave	Beschrift			Kruisdele			Middel			Cine-ly			Verkeers- slachtoffers						
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
max. score	3	6	6	4	3	2	6	6	4	5	4	1	5	4	5	6	4	3	4
p-waarde	81	81	81	75	75	75	81	81	75	81	81	81	81	81	81	81	81	81	81

Tabel 13 – VWO A12 2006

opgave	Beachuit			Kruisdele			Voedsel- zaken			Bouwproject			Verkeers- slachtoffers							
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max. score	3	6	6	3	2	5	3	4	3	4	5	5	2	5	4	5	6	4	3	4
p-waarde	74	73	48	60	73	10	81	81	81	81	81	81	81	81	81	81	81	81	81	81

Tabel 14 – Overlap VWO A1-A12

opgave	Beschrift			Kruisdele			Verkeersslachtoffers			totaal		
vraagnr. A1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
max. score	3	6	6	3	2	5	3	4	3	4	5	5
p-waarde	81	81	81	75	75	81	81	75	81	81	81	81
vraagnr. A12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
max. score	3	6	6	3	2	5	3	4	3	4	5	5
p-waarde	74	74	74	60	73	10	81	81	81	81	81	81

Tabel 15 – VWO B1 2008

opgave	Sauna			Bosbouw- projecten			Bedecken			In een vlak			Knock-out- systeem			Oppervlakte van een trapezium				
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max. score	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
p-waarde	86	74	81	79	80	87	11	68	88	79	66	63	28	58	85	21	23	50	92	66

Tabel 16 – VWO B12 2006

opgave	Sauna			Een takt van een hyperbool			Knock- out- systeem			Isoliëren, dichtbij en veraf			Oppervlakte van één trapezium			Een halve cirkel				
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
max. score	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	
p-waarde	57	53	77	57	63	75	75	78	70	64	81	71	78	87	82	85	77	82	24	

Tabel 17 – Overlap VWO B1-B12

opgave	Sauna				Knock-out- opgaven				Oppervlakte van een trapezium				totaal		
vraagnr. B1	1	2	3	15	16	17	18	20	21						
max. score	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	40	40
p-waarde B1	81	81	81	81	81	81	81	81	81	81	81	81	81	80	80
vraagnr. B12	1	2	3	6	7	8	12	13	14						
max. score	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	40	40
p-waarde B12	81	81	81	81	81	81	81	81	81	81	81	81	81	80	80

Tabel 18 – VWO A1-complex

opgave	Beschuit						Verkeers- slachtoffers						Risk of ruin						
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
max.score	3	6	5	5	4	5	4	5	8	4	3	3	4	5	4	5	4	5	4
p-complex	82	82	82	85	85	84	87	81	88	88	82	88	85	87	88	82	85	86	86
p-regular	81	83	83	82	70	88	83	87	88	84	84	82	85	87	88	82	85	86	86

Tabel 19 – VWO A12-complex

opgave	Beschrift			Kruisdele			Voedsel- zaken			Bouwproject			Erfolgsdo							
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max. score	3	6	6	3	6	5	4	6	5	2	6	4	3	4	4	3	5	3	4	5
p-complex	74	74	48	67	76	8	8	9	10	93	83	78	47	46	80	83	88	81	84	82
p-regular	74	74	48	67	76	8	8	9	10	93	83	78	47	46	80	83	88	81	84	82

Tabel 20 – Overlap complex A1-A12

	A1		A12	
	regulier	complex	regulier	complex
p-waarde	57,5	47,0	50,5	81,8
p-waarde	57,5	50,7	54,3	88,1
gemiddelde	57,5	50,7	54,3	88,1
gemiddelde	57,5	50,7	54,3	88,1
gemiddelde	57,5	50,7	54,3	88,1

kunnen dus 3,5 uur bezig zijn, de meesten zijn inderdaad ook 3,5 uur bezig. Deelname hoeft qua voorbereiding niet veel tijd te kosten. Ik geef de leerlingen een cd met oefenopgaven mee naar huis, of zet die opgaven op het intranet. Excel is bij de meeste leerlingen wel bekend zodat ze daarmee zelf kunnen oefenen. Naar behoefte besteed ik er een paar lessen aan om een en ander te verduidelijken en dat is het dan. Tot vorig jaar konden de kandidaten, meestal op de laatste examendag, in een snikheer computerlokaal, wat 'spelen' met de schuifbalken. Hoeveel mensen moeten worden ingeënt om er voor te zorgen dat het aantal zieken niet boven een bepaalde waarde komt? Net zolang proberen tot het gewenste antwoord tevoorschijn kwam. Gaat perfect in Excel. Wel aardig om te doen voor de leerlingen; het ging allemaal vrij ontspannen. Bovendien was de normeringsterm voor de complex-examens steeds gunstig. Alleen was de inhoud van de examens (nog) niet wat je er van verwachtte. Inderdaad, in 2005 werd een verandering doorgevoerd. In dat examen kwamen Excel-vaardigheden wat nadrukkelijker om de hoek kijken. Dat was mijns inziens een goed examen. De computer werd op een aangename manier ingezet. Het gaat er mij niet om dat Excel getoetst wordt, maar dat wiskunde getoetst wordt in een Excel-

omgeving. Het onderwerp 'differentievergelijkingen' bijvoorbeeld leent zich hier uitstekend voor. Je kunt prachtig zien wat het effect is van het wijzigen van een coëfficiënt. Ook wat tijdsindeling betreft was Complex van ruim een jaar geleden een goed examen. Geen ach en wee, maar een aanrader!

Complex; kompas kwijt?

Gezien de informatie die de in 2006 deelnemende scholen hadden gekregen, ging ik er van uit dat Excel-vaardigheden op dit examen zeker een rol zouden spelen. Dan denk ik in de eerste plaats aan het geven en invullen van formules, misschien eens een kolomtotaal berekenen, eventueel een gemiddelde. Dat bleek voor wiskunde A1 een misrekening. Bij wiskunde A12 zijn de examenmakers daar beter in geslaagd. Het blijkt echter moeilijk de contexten en vragen zodanig te formuleren dat én wiskunde én Excel op een evenwichtige manier aan bod komen. Qua tijdsverdeling was het bepaald niet $\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$.

Ik ben teleurgesteld. De trend die ik zag in de examens vanaf 2003 tot en met 2005, is niet voortgezet in 2006. Ik dacht begrepen te hebben welke koers de examenmakers voeren. Hebben ze de koers verlegd of was het kompas even zoek? Ik hoop het laatste. Wat nu?

En nu?

Zoals dit jaar moet het niet meer. Het kán eigenlijk ook niet meer, gelet op de normeringsterm van 2,1 die overigens zonder enige nadere toelichting werd meegedeeld, ondanks het feit dat deze groter was dan het maximum van 2. Zullen we het maar op een vergissing houden? We zullen zien wat er het komende cursusjaar aan IMEX tevoorschijn komt.

	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
21		11												
22		10												
23		9												
24		8												2
25		7							3		2		3	
26		6						3		5		5		5
27		5					6		5		6		5	
28		4				10		6		5		4		3
29		3			17		12		6		5		4	
30		2		44		21		15		9		8		5
31		1	100		27		13		10		6		5	
32		0		56	56	69	69	76	76	81	81	83	83	85
33	Ronde-													
34	nummet:		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

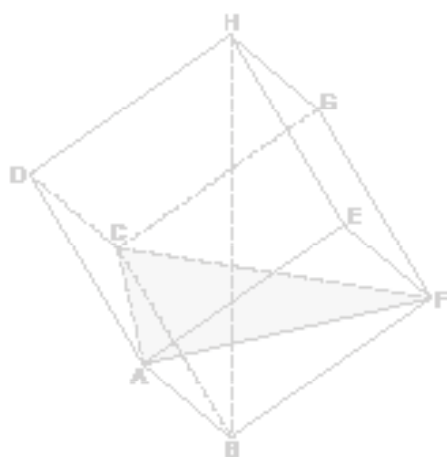
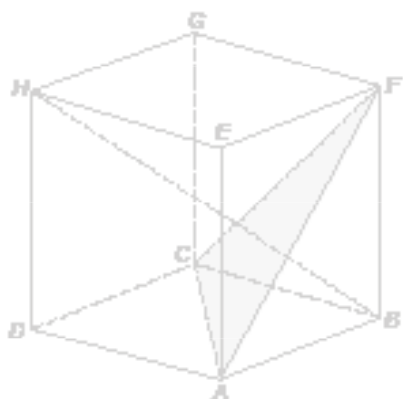
figuur 1 Bij vraag 15 uit het A1-complex-examen

Over de auteur

André Overbeeke is werkzaam aan het Calvijncollege in Goes waar hij les geeft aan de twee hoogste klassen van havo en vwo. E-mailadres: marcie@tele2.nl

Contexten in de examens wiskunde B

[Wim Kleijne]



Bij de vakinhoudelijke herbezinning op de vernieuwing van de tweede fase van havo en vwo komen momenteel zeer veel onderwerpen aan de orde. Eén daarvan trekt nogal de aandacht: de contextbenadering in de verschillende vakken. Met de context-en-conceptbenadering heeft de vernieuwingscommissie scheikunde sterk de aandacht getrokken. En sindsdien breidt die context-conceptbenadering zich als een olievlek uit over een heel scala van vakken. Soms lijkt het wel of men niet weet dat wij hiermee in ons wiskundeonderwijs al wel twintig jaar ervaring hebben. Maar, dat zij dan maar zo.

De context-concept-benadering

Ik wil in dit artikel de aandacht richten op contexten in centrale examens van wiskunde B. Vooraf echter wil ik er geen misverstand over laten bestaan dat ik de context-conceptbenadering buitengewoon belangrijk vind, zowel voor de weg die van context naar concept leidt (begripsvorming), als voor de omgekeerde weg van begrip naar toepassing.

Wanneer ik in dit artikel de aandacht focus op contexten in de centrale examens wiskunde, dan zal ik mij noodzakelijkerwijs moeten beperken: niet alle examens kunnen nu eenmaal de revue passeren. Ik heb daarom gekozen voor een enkele blik op de examens wiskunde havo en vwo uit het eerste tijdvak van 2006^[1].

Bovendien wil ik mij beperken tot zogeheten buitenwiskundige contexten, waarbij ik de contexten die betrekking hebben op de statistiek en de kans- en waarschijnlijkheidsrekening buiten beschouwing laat.

Centraal examen wiskunde B havo

Dergelijke buitenwiskundige contexten (met de genoemde beperking) treffen we in de genoemde havo-examens wiskunde B1 en B12 aan in de opgaven met de titels 'Verkeersdichtheid', 'Windsnelheid en hoogte' en 'Kubuswoning'.

Verkeersdichtheid (havo B1/B12)

Zie figuur 1.

- Vraag 1. 'Contextueel' wordt in deze eerste vraag van het B12-examen (dit is vraag 5 in het B1-examen) alleen maar gevraagd om het verhaaltje te vertalen naar

het begrip snelheid om de afstand in 2 sec te berekenen. Een bepaald niet echt rijke vorm van vertalen. Wiskundig:
 $80000/1800 = 44,444\dots$

- Vraag 2 (in het B1-examen vraag 7).

'Contextueel' staat hier een lang verhaal, waar de kandidaat inhoudelijk niets mee hoeft te doen. Zelfs hoeft hij niet te tonen dat hij begrijpt waarom de formules voor k en v zo gekozen zijn. Voor het beantwoorden van de vraag kan de context gewoon weggelaten worden. Er blijft eigenlijk niets anders over dan:

Gegeven de formules $k = k_{\max}(1 - v/v_{\max})$ en $q = v \cdot k$

Vul in: $v_{\max} = 88$; $v = 72$; $k_{\max} = 250$ en bereken q .

Mijns inziens zal de gemiddelde kandidaat geen flauw idee hebben wat hier realiter aan de hand is; de context is hier dan ook overbodig en zorgt wellicht voor de kandidaten voor verwarring.

- Vraag 3 (niet aanwezig in het B1-examen). Ook hier functioneert de context op geen enkele wijze, zelfs niet voor betekenis en/of zingeving. Eigenlijk staat er alleen maar:

Vul in de formules voor k en q in

$k_{\max} = 250$; $v_{\max} = 160$ en laat zien dat $q = 250v - 1,5625v^2$.

In feite komt dit neer op invullen en herleiden. Ondanks het verhaal is de context in feite afwezig.

- Vraag 4 (in het B1-examen vraag 8).

Hetzelfde als bij het voorgaande met betrekking tot de context. Hier staat uitsluitend de wiskundige opdracht het maximum met behulp van differentiëren te berekenen, zonder contextuele invloeden.

Verkeersdichtheid

We gaan uit van de volgende (idealisering) situatie (zie figuur 1).
Op een weg rijden auto's met een snelheid van 80 kilometer per uur. De auto's bevinden een onderlinge afstand van 45 meter. De lengte van een auto is 4 meter. Per auto is dus 49 meter rijwijd nodig.



Langs deze weg staan borden met daarop de tekst: "Rijdt 2 seconden afstand".
Onderzoek of in de gegeven situatie de auto's kunnen verlaten.

1 □

De volgende vragen gaan over wegen met veel verkeer.
Als het verkeer wordt op de weg, gaan de auto's langzamer rijden en ook dichter op elkaar.
De verkeersdichtheid, dat is het aantal auto's per kilometer weg, neemt dan toe.
Voor het verkeer tussen de snelheid van het verkeer en de verkeersdichtheid geldt de Amerikaanse verhoudingswijze dr. Bruce Greenhalgh in 1915 de volgende formule op:

$$k = k_{\max} \left(1 - \frac{v}{v_{\max}}\right)$$

Hierbij is

- v de snelheid van het verkeer in kilometer per uur,
- $v_{\max}$ de snelheid van het verkeer in kilometer per uur als men niet door andere scheefheden in zijn snelheid belemmerd wordt,
- k de verkeersdichtheid en
- $k_{\max}$ het maximale aantal auto's per kilometer weg.

Bij een gegeven snelheid is de doorsneming q het aantal auto's dat per uur een bepaald punt passeert als er nu dicht wordt op elkaar rijden. Dit dicht rijdende betekent hier dat de tussenafstanden de kleinste onderlinge afstand tussen de weg verlatende wettensverplichtheid genoemd.

Voor q geldt: $q = v \cdot k$.

We gaan uit van de volgende situatie.

Op een weg in $v_{\max}$ geldt een 80. Het verkeer rijdt echter alleen een met een snelheid van 70 kilometer per uur. Alle auto's zijn 4 meter lang. De passen dan maximaal 250 auto's op een kilometer, in dit geval is $k_{\max}$ gelijk aan 250.

2 □

Bereken de doorsneming q van deze weg.

De volgende vragen gaan over een rijstrook met in beide richtingen twee rijstroken. Op elke rijstrook is $k_{\max}$ gelijk aan 250 en $v_{\max}$ gelijk aan 100.

Met behulp van de gegeven formule $k = k_{\max} \left(1 - \frac{v}{v_{\max}}\right)$ en $q = v \cdot k$ kan afgeleid worden

dat voor elke rijstrook van deze weg geldt: $q = 250v - 1,5625v^2$.

3 □

Teken een dat deze twee formules uit de twee andere formules afgeleid kan worden.

De doorsneming q van een rijstrook hangt dus af van de snelheid waarmee gepasseerd wordt.

4 □

Bereken met behulp van differentiaal bij welke snelheid q het grootst is.

figuur 1 HAVO B12, waarbij vraag 1, 2, 4 = B1 vraag 5, 7, 8

Kubuswoning

Gegeven is een kubus $ABCD.EFGH$. In de figuur hieronder zijn in deze kubus driehoek ACF en lichaamsdiagonaal BE getekend. De lengte van AF is 9,20 cm.

Bereken welk de ribbe van de kubus ongeveer 0,92 cm is.

11 □

Toon dit met een berekening aan.

Van de kubus in figuur 5 zijn de ribben AE , BF , CG en DH verticaal. De kubus wordt vanuit de stand in figuur 5 gekanteld naar de stand in figuur 6. De lichaamsdiagonaal BE komt daarbij verticaal te staan.

12 □

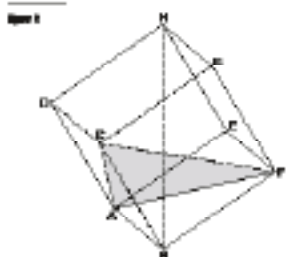
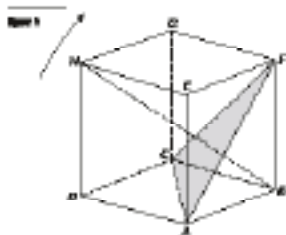
Bereken de hoek waarmee de kubus gekanteld is.

Driehoek APD wordt lichaamsdiagonaal BE loodrecht en ligt in de stand van de tweede figuur dan horizontaal.
De kubus in deze stand is een model voor een zogeheten kubuswoning.

Driehoek APD met een vloer in deze woning voor. De oppervlakte van deze vloer is ongeveer 42 m².

20 □

Toon dit met een berekening aan.



figuur 2 HAVO B12

Wanneer ik deze opgave nu in z'n geheel bekijk, dan dringt zich bij mij heel sterk de vraag op naar het waarom van deze context. Hij functioneert namelijk op geen enkele wijze, geeft geen extra betekenis of zin, heeft geen invloed op het denkproces of op wiskundige activiteiten, leidt niet tot modelvorming... Eigenlijk leidt de context behoorlijk af en maakt hij het de kandidaat alleen maar wat lastiger. Maar dat kan toch onze bedoeling met een examen niet zijn!

Windsnelheid en hoogte (havo B1/B12)

Zie figuur 7 op pag. 6.

Bij deze opgave kan ik hetzelfde betoog houden als bij de vorige. De context functioneert niet in of voor de wiskundige activiteit, noch voor zingeving, noch anderszins. In feite staat de context volkomen los van de gevraagde wiskundige activiteiten die in feite neerkomen op eenvoudige berekeningen.

Kubuswoning (alleen in havo-B12)

Zie figuur 2.

In de loop van deze opgave komt plotseling de opmerking dat het hier om een kubuswoning zou gaan. Dit is dan de context om het horizontale vlak als vloer te benoemen en vervolgens de oppervlakte te laten berekenen. Is het niet een beetje onzinnig en havo-kandidaten onwaardig om hiervoor een contextachtige situatie te scheppen?

Het voorgaande leidt bij mij steeds sterker tot de vraag waarom deze niet-wiskundige contexten er met de haren bij gesleept zijn. Dit centraal examen is voor wat betreft de beschouwde contexten in mijn ogen dan ook echt niet gelukt.

Centraal examen wiskunde A12 havo

Als we nu eens even naar de centrale examens havo wiskunde A12 kijken, dan treffen we hier een heel andere situatie aan. De contexten zijn er hier niet met de haren bijgesleept en staan beslist niet los van de vragen. De contexten zijn hier in feite de vragen. In mijn optiek een uitstekende gang van zaken, gezien opzet, karakter en doel van wiskunde A.

Waar komt het verschil met de B-examens nu vandaan? Ik denk dat de genoemde contexten uit het B-examen helemaal geen echte 'B-contexten'^[2] zijn (nogmaals: afgezien van die voor de statistiek en de

kans- en waarschijnlijkheidsrekening). Er worden weliswaar formules en figuren uit het B-programma gebruikt, maar het echte B-karakter komt niet naar voren. Dit in tegenstelling tot de contexten uit het A-examen.

Centrale examens vwo

Een analoge situatie treffen we aan in de centrale examens vwo wiskunde: in de A-examens zijn de contexten adequaat, in de B-examens is er sprake van dezelfde situatie als in de B-examens havo. Overigens is er in deze vwo-B examens slechts sprake van één buitenwiskundige context, namelijk in de opgave 'Sauna'.

Natuurlijk hebben we het hier over slechts enkele examens en dan nog wel uit één jaar. Maar mijns inziens is de aangetroffen situatie exemplarisch voor de wijze waarop we in de centrale examens met B-contexten omgaan. Met nadruk zeg ik 'in de centrale examens', want zoals ik al in het begin schreef, betreft dit *niet* de functie van contexten in ons wiskundeonderwijs in het algemeen. Die functie is voor mij van onschatbare waarde. Ik plaats slechts vraagtekens bij de functie van buitenwiskundige B-contexten in de centrale examens wiskunde B.

Voorstel

Zouden we, door aan dergelijke contexten te sleutelen, de situatie kunnen verbeteren? Ik betwijfel het. Want ik vraag me namelijk af of het eigenlijk wel mogelijk is om in het korte (tijds)bestek van een opgave van het centraal examen een B-context adequaat aan de orde te laten komen. Is een echte B-context niet heel snel óf triviaal óf op schoolniveau veel te complex voor het korte tijdsbestek van een opgave van het centraal examen? Daar komt bij dat leerlingen voor een dergelijke, enigszins gecompliceerde, context doorgaans een behoorlijke inlevings- en onderzoekstijd nodig hebben, die bovendien meestal nogal wat taalvaardigheid veronderstelt. Het is van belang om zo'n context van vele kanten te belichten en te overwegen voordat er aan modelvorming gedaan kan worden en a fortiori voordat er aan 'gerekend' kan worden. Deze aspecten kunnen mijns inziens daarom dan ook veel beter buiten dan op de centrale examens tot hun recht komen.

Zouden we daarom niet veel meer de kant op moeten gaan dat buitenwiskundige B-contexten voluit in werkstukken binnen de schoolexamens voor wiskunde B aan de orde komen en niet meer in de centrale examens wiskunde B? Dan kan van de contextbenadering veel meer werk gemaakt worden op een wijze zoals dat gewenst is. Scholen en docenten kunnen zich daarin profileren, leerlingen kunnen daarin hun kwaliteiten tonen op dit gebied. Bovendien kunnen zij veel gericht in contexten werken die passen bij hun belangstellingsfeer.

De contexten zouden immers bij uitstek gebruikt moeten worden voor het toepassen en presenteren van allerhande wiskundige vaardigheidsaspecten. In de huidige centrale examens wiskunde B zijn deze aspecten niet tot hun recht gekomen. Noch op het terrein van informatie- en onderzoeksvaardigheden, noch op het terrein van het op goede (wiskundige) gronden bepalen van standpunten, noch op het terrein van modelvorming etc. In de huidige examens wiskunde B functioneren buitenwiskundige B-contexten op geen van deze aspecten.

Daarom mijn pleidooi om het roer om te gooien en, afgezien van de statistiek en de kans- en waarschijnlijkheidsrekening, buitenwiskundige B-contexten niet meer in de centrale examens wiskunde B op te nemen, maar B-contexten tot hun volle recht te laten komen in de schooldelen van het eindexamen.

Noten

- [1] Voor de examens van dit jaar zie de website van de Ned. Ver. v. Wiskundeleraren (www.nvww.nl; klik op 'examens').
- [2] Het begrip 'B-context' gebruik ik hier voor het gemak op intuïtieve wijze, in de veronderstelling dat de lezer zal aanvoelen wat hier bedoeld is en hij/zij dit begrip zal terugvoeren tot de kernverschillen tussen de wiskunde uit het A- resp. het B-programma.

Over de auteur

Drs. Wim Kleijne is oud-leraar wiskunde, oud-rector en oud-inspecteur voortgezet onderwijs. Hij is nu met pensioen, maar nog steeds werkzaam als algemeen voorzitter van de staatsexamencommissie, lid van de vernieuwingscommissie wiskunde en lid van de profielcommissies.
E-mailadres: wim.kleijne@xs4all.nl

Verslag NVvW-examenbesprekingen 2006

[Ruud Stolwijk]

Inleiding

Zoals elk jaar heeft ook dit jaar de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleren regionale besprekingen van de landelijke eindexamens wiskunde georganiseerd. Tijdens deze besprekingen werden ervaringen uitgewisseld, onduidelijkheden besproken en (vooral) alternatieve oplossingsmethoden van een passend normeringsvoorstel voorzien. Dit alles is weliswaar 'niet-bindend', maar de ervaring leert dat er maar heel weinig wiskundeleraars zijn die van deze afspraken durven of willen afwijken. Uiteraard gebeurt dit allemaal met groot respect voor en in de geest van de CEVO-normering, want wezenlijk afwijken van de officiële correctievoorschriften is uiteraard nooit de bedoeling. Wel is het zo dat Cito en CEVO aandachtig meeluisteren en meelesen met de op- en aanmerkingen die tijdens de besprekingen worden gemaakt. Deze op- en aanmerkingen spelen ook een niet-onbelangrijke rol bij de vaststelling van de uiteindelijke normeringstermen. De aantallen aanwezigen bij de besprekingen liggen de laatste jaren niet meer zo hoog als in het verleden. Dit heeft mijns inziens te maken met het feit dat er over het algemeen over de examenbesprekingen twee opvattingen heersen. Sommigen zijn van mening dat slechts een centrale bijeenkomst nodig is, waarna de gemaakte opmerkingen, aanmerkingen, toevoegingen en alternatieven bij het correctievoorschrift op internet te vinden zullen zijn. Anderen menen dat dan een waardevol aspect van de besprekingen uit het oog wordt verloren: het met een groep collega's, in levende lijve, gezamenlijk met elkaar praten en discussiëren over het examen. Bij zo'n bijeenkomst komen toch vaak inzichten boven tafel waar je als individuele docent zo gauw niet aan gedacht had, en bovendien: het is ook 'gewoon leuk' om met een aantal collega's ervaringen en meningen uit te wisselen; daar word je wijzer van! Daarom zou ik er op deze plek voor willen pleiten, vooral in de richting van beginnen de collega's, om in 2007 eens een regionale

examenbespreking bij te wonen. Je kunt immers veel leren van je collega's!

Vmbo

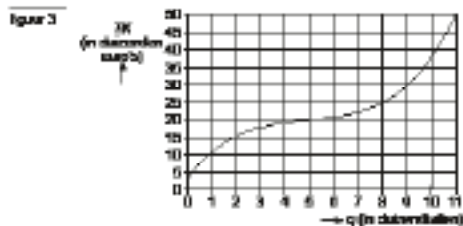
Voor het BB-examen was dit jaar wederom geen bespreking geregeld, omdat er de afgelopen jaren simpelweg te weinig belangstelling voor was. Jammer. Toch werden bij de centrale bespreking van de overige vmbo-examens enkele opmerkingen over het BB-examen gemaakt. Volgens sommigen was het erg moeilijk, met te veel opgaven die betrekking hadden op heel grote getallen. Het omgekeerd evenredig verband in de loterij-opgave werd onevenredig lastig gevonden voor BB-leerlingen. Verder hoopte men op snelle duidelijkheid omtrent de computerexamens.

Minstens zeven docenten woonden een regionale bespreking van het KB-examen bij. Minstens zeven... preciezer kan ik helaas niet zijn, omdat van de zes aangekondigde regionale besprekingen helaas slechts drie verslagen mij hebben bereikt. Bovendien werd zowel in Zeist als in Rotterdam de bespreking louter bezocht door GL/TL-docenten, zodat het KB-examen daar niet besproken is. Resterend slechts de (overigens wel degelijk gewaardeerde) mening van zeven KB-ers uit de regio Groningen. En bij die bespreking werden geen bijzondere opmerkingen over het KB-examen gemaakt. Wel vindt men de hoeveelheid tekst, zowel bij KB als bij GL/TL, zo langzamerhand enorm geworden. Veel leerlingen weten na al dat leeswerk nauwelijks meer wat er eigenlijk gevraagd wordt! Tot slot constateert men in Groningen dat de examenbespreking aldaar de laatste jaren niet goed bezocht wordt... men vreest zelfs voor opheffing, en hoopt volgend jaar op meer bezoekers! Wie de schoen past...

Dan het GL/TL-examen. Minstens 33 docenten (helaas kwamen ook hier niet alle verslagen - slechts drie van de zes - op de juiste plek aan) woonden de besprekingen

bij. Opvallend is het vrij algemene geluid dat de leerlingen aangaven het wel een makkelijk examen te vinden, maar bij de correctie bleek het vaak toch anders te liggen... De betrokken docenten vonden het examen in het algemeen goed te doen en zeker niet te lastig. Wel klonk het geluid dat er weinig variatie in de opgaven zat: het toch flinke onderwerp statistiek kwam er buitengewoon mager af! Verder klaagden men nogal eens over onduidelijkheid hoe leerlingen aan een antwoord komen. In Rotterdam pleit men voor een herinvoeren van de opmerking voorop het examenblad dat een antwoord zonder uitleg of berekening geen punten oplevert! Inderdaad, op de havo- en vwo-examens staat zo'n mededeling wel, dus waarom eigenlijk niet op de vmbo-examens? Wat ook nog opviel is dat er veel discussie over afronden was. Men vraagt zich af bij voorbeeld af hoe zinvol 815,094 miljoen (kilo voedsel) als antwoord is... Zou het correctievoorschrift hierin tot steun kunnen zijn, of moet er juist in de opgaven nauwkeuriger met de gewenste nauwkeurigheid worden omgegaan?

Over de afzonderlijke opgaven. De startopgave, over ANWB-paddestoelen (*zie figuur 3 op pag. 4*), bevatte veel leeswerk en werd om die reden als startopgave minder geschikt bevonden. Bij de bespreking in Zeist vond men het niveau van deze opgave bedenkelijk en viel zelfs het woord 'kinderachtig'. Nou ja. De opgave over voedselverspilling werd een aardige gevonden, met (zeer belangrijk) een begrijpelijke context voor de leerlingen. De opgave over de aanschaf van een nieuwe fiets viel in dezelfde categorie, al bleek niet iedere leerling duidelijk dat de inruilwaarde van een oude fiets een korting op de nieuwe fiets betekent. De slotopgave ging over manen van de planeet Jupiter, en dat bleek voor veel leerlingen toch echt letterlijk een 'ver-van-mijn-bed-show'.



Bij figuur 3 hoort de volgende formule:

$$TK = 0,12q^3 - 1,77q^2 + 9,2q + 3,25$$

Hierin zijn TK en q nog steeds de totale kosten in duizenden euro's en het aantal geproduceerde verpakkingen in duizendstallen.

Je kunt met de formule precies berekenen bij welk aantal verpakkingen de marginale kosten zo klein mogelijk zijn. De afgeleide van TK geeft namelijk een goede benadering van de marginale kosten, dus gebruik je hier $MC = TK'$.

- Op 31 □ Stel de tweede op van de marginale kosten MC en bereken daarom bij welk aantal verpakkingen MC minimaal is.

figuur 1 HAVO A12, Verpakkingen

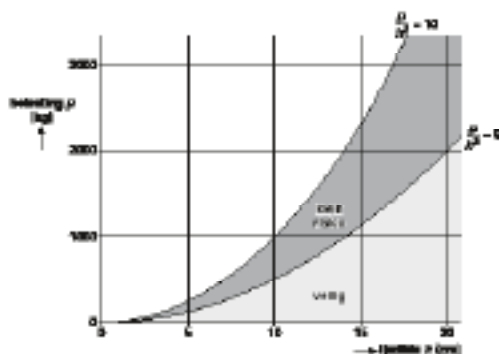
Uits

Als we zijn op de Nederlandse binnenmarkt, grafieken volen van de geleendheid om te schrijven.

De grafiek in de figuur hieronder laat zien bij welke belasting p een 'veilig' is en welke belasting van 'klein risico' met zich meebrengt.

Op de horizontale as is de dikte k van het ijz in cm uitgezet en op de verticale as de belasting p in kg.

Deze figuur staat ook op de afwerkbijlage.



Uit deze figuur is bijvoorbeeld af te lezen dat p van 15 cm dik 'veilig' een belasting tot 1125 kg kan dragen en dat bij een belasting van 1125 tot 2250 kg er sprake is van een 'klein risico'.

Bij de grafiek op de grafiek van 'veilig' en 'klein risico' hoort de formule $\frac{p}{k^2} = 5$.

Voor een evenwicht moet het 'veilig' bestand kunnen worden met 5000 kg.

- Op 31 □ Bereken de minimale dikte van het ijz. Graf je antwoord in gehele centimeters nauwkeurig.

figuur 2 HAVO B1

Krasatie

Schouwiel Boermeester bestaat 40 jaar. Om dat te vieren organiseert hij een Boermeester van een actie met krasaten in handen. In deze krasatie die voor ten minste 30 euro in de winkel besteld, krijgt een krasaat. Op elke krasaat komen acht voljes die opengedrukt kunnen worden. In een uitbreiding gekozen voljes staat het woord 'ja' of 'nee'. In de andere twee voljes staat het gezicht van Boermeester afgebeeld. De krasaat mag naar keuze twee voljes openmaken. Indien een krasaat ten minste één maal het gezicht van Boermeester te zien krijgt, komt, dan levert dat de krasaat een cadeautje op.

Bes Maas die een krasaat mag gaan krasen, heeft een kans van $\frac{25}{58}$ op een cadeautje.

- Op 4 □ Laat met een berekening zien dat deze kans juist is.

figuur 3 VWO A1

Havo A12

Voor het examen havo-A12 werd dit jaar slechts een centrale bespreking georganiseerd. Dit gebeurde niet omdat er in den lande geen behoefte zou bestaan aan regionale besprekingen, maar vanwege het direct op dit examen volgende Hemelvaartweekende ontbrak simpelweg de tijd. Kort na de bespreking, waarbij 11 personen aanwezig waren, waren de gemaakte opmerkingen en afspraken op de NVvW-site te vinden, zodat ieder tijdens de correctie toch van deze informatie gebruik kon maken. Over het algemeen werd dit examen een mooi gespreid examen genoemd, met vragen die dicht bij het bij wiskunde A12 horende EM-profiel lagen. Originele vragen ook, lang niet allemaal standaardopgaven. Het zag er op het eerste gezicht dus prettig uit. Maar helaas, het werk van de leerlingen bleek achteraf toch nogal eens tegen te vallen. Bovendien zaten de wat lastiger onderdelen aan het eind van het examen, waardoor de vermoeidheid bij de leerlingen er mede voor zorgde dat juist die onderdelen wat minder goed werden gemaakt. Dit speelde met name bij de (laatste) opgave waarbij een lineair verband moest worden opgesteld. Verder werd de totale hoeveelheid van dit examen in orde bevonden, maar zes verschillende contexten vond men toch wat te veel. Dit alles resulteerde achteraf in een relatieve hoge normerings-term van maar liefst 1,5.

Over de opgaven vallen enkele dingen op te merken. Als eerste de opgave over batterijen. Uit een tweetal plaatjes waarin de gebruikstijd van twee soorten batterijen cumulatief was weergegeven, moesten de leerlingen concluderen welke soort de grootste gemiddelde verbruikstijd had. Deze vraag werd nogal wisselend beantwoord, niet in de laatste plaats omdat niet iedereen duidelijk lijkt te zijn in hoeverre het begrip 'cumulatief' bekend moet zijn. In de eindtermen staat inderdaad niet expliciet iets over (het gebruiken van) de cumulatieve normale verdeling vermeld. Het begrip 'cumulatief' moet blijkens diezelfde eindtermen echter wel bekend zijn, evenals uiteraard de normale verdeling. Het lijkt mij niet onlogisch dat de examenmakers een combinatie van deze twee begrippen dan in een opgave stoppen, en dat hebben ze bij deze opgave dan ook gedaan. In de vervolgvraag moest uit dezelfde twee plaatjes

worden geconcludeerd welke batterij het meest betrouwbaar was. Om dit netjes te formuleren, verwijzend naar de standaardafwijking of de steilheid van de cumulatieve grafieken, bleek voor (te) weinig leerlingen een haalbare kaart.

Bij onderdeel 11 werd gevraagd naar een formule voor de marginale kosten (*zie figuur 1*). De bedoelde formule, de afgeleide van de totale kosten, is echter een benadering van de echte marginale kosten. De hierover gevoerde discussie geeft aan dat ook het gebruiken van economische contexten precieze formulering vereist. Leerlingen lijken hier trouwens vrij makkelijk overheen te stappen...

Bij de opgave 'Hypotheek aflossen' stond een foto van een overduidelijk speelgoedhuisje. Een beetje flauw, een opgave als deze, over 'echte' hypotheekbedragen, verdient een foto van een echt huis. Ook de getekende afbeelding van het jongetje Daniël bij de gelijknamige opgave werd als onrealistisch ervaren. Realistische wiskunde verdient bijpassende, realistische plaatjes! De laatste opgave ging over onderwijs. Blijkbaar zijn wij zelf nog steeds een rijke inspiratiebron voor de examenmakers. De laatste vraag van deze opgave (*zie figuur 6 op pagina 6*) is weliswaar een aardige rekenpuzzel, maar werd door de besprekers niet als een waardige slotvraag van dit op zich aardige examen gezien. Het woord 'onzinnig' werd zelfs gebezigd... Oordeelt u zelf.

Havo B1/B12

Een zestigtal collega's nam deel aan de diverse regiobesprekingen voor de havo-B-examens. Ongeveer de helft van deze mensen vond dat er zowel bij B1 als bij B12 te veel 'grafische rekenmachine' (GR) in het examen zat. En inderdaad: een vergelijking als $\frac{5000}{h^2} = 5$ (*zie figuur 2*) kan toch best met behulp van algebra opgelost worden door een havo-B1-er, maar het mocht met de GR. Voor de (mooi uitkomende!) snijpunten van een lijn met een parabool in de laatste opgave geldt hetzelfde. In Den Haag verzuchtte men dan ook: 'Meer algebraïsche vaardigheden, minder GR-knutselwerk.' En als de grafische rekenmachine al wordt ingezet, dan laat de verslaglegging door de leerling vaak te wensen over. Bovendien loopt in de notatie knoppentaal en wiskundetaal nogal eens door elkaar, en dat komt de gewenste nauwkeurigheid vaak niet ten

goede! Verder vond men met name bij B1 dat niet alle onderwerpen evenwichtig aan bod kwamen in het examen. Zo gingen maar liefst 9 van de 23 onderdelen over kansrekening. Maar ja, kansrekening en statistiek maken nu eenmaal een flink deel van de stof uit, of we dat nu willen of niet! In de syllabus is zelfs terug te vinden dat in een B1-examen wel tot de helft van de punten met kansen en statistiek te behalen zouden kunnen zijn... Desondanks werd in Amersfoort, Rotterdam en Rozendaal zelfs gemeend dat het meer op een A-examen leek dan op B1. Het zal je gezegd worden! Tijdens de B12-examenbespreking werd natuurlijk veel gesproken over de beslissing om iedereen de vier punten bij onderdeel 20 cadeau te doen.

Vooraf het feit dat leerlingen die er hard en goed aan rekenden en er (veel) tijd aan hebben besteed, evenveel punten kregen als degenen die het onderdeel oversloegen, laat bij velen een onbevredigend gevoel achter. Dat juist in Rotterdam wordt opgemerkt dat 'slechts een enkeling meldde dat enkelen van zijn/haar leerlingen de fout in de opdracht hadden gezien' is opmerkelijk: de opgave ging immers over kubuswoningen! Verder zou een havo-B12-er de vergelijking $-\sqrt{x+9} = -\frac{1}{3}x$ best zonder GR mogen kunnen oplossen, maar inderdaad, dat hoefde niet. Jammer, zo vond men in datzelfde Rotterdam.

In het algemeen kwam bij de bespreking een aantal keer het verschijnsel 'doorrekenfout' op tafel, en hoe hier mee om te gaan. Het algemene deel van het correctievoorschrift (cv) lijkt mij hier toch afdoende. En over datzelfde cv gesproken: uit Amsterdam de (goede) suggestie om iedere opgave in het cv op een nieuwe pagina te laten beginnen, omwille van het nakijkgemak: 'Het correctievoorschrift op deze manier indelen vereenvoudigt het corrigeren!' En sinds het cv niet meer per post wordt toegestuurd, kan het kostenaspect (meer bladzijden) geen reden zijn!

Tot slot: waarom stond er in het B12-examen $y = \cos(x)$ in plaats van $y = \cos x$? Het is toch te hopen dat er geen leerlingen zijn die zonder die haakjes niet zouden weten wat te doen...

Vwo A1/A12

In totaal namen zo'n 80 docenten deel aan de bespreking van de twee vwo-wiskunde-A-examens, variërend van een grote groep

in de regio Amsterdam (23 personen) tot een kleine in de regio Arnhem (2). En veel van deze aanwezigen vielen toch wel over het feit dat er in het A1-examen in twee opgaven met eenzelfde type formule werd gewerkt: zowel in de opgave 'Mobiel' als in 'Verkeersslachtoffers'. De grote kans dat leerlingen dan twee keer voor hetzelfde worden gestraft (of beloond natuurlijk...) werd veelvuldig genoemd. Verder vond men bij beide examens dat er wel erg veel punten (22 van de 82 respectievelijk 83) voor de vijfde en laatste opgave waren te behalen. Een wat evenwichtiger puntenverdeling zou toch mooier zijn geweest. Bovendien was het A12-examen volgens velen wat aan de lange kant. Over de moeilijkheid klonk zowel in Amsterdam als in Arnhem een opmerkelijk geluid: mede doordat het onderwerp differentiëren nogal mager in het examen vertegenwoordigd was, kon een beetje havo-leerling met wiskunde A12 prima een voldoende scoren. Dat kan toch eigenlijk niet de bedoeling zijn! En dat differentiëren... daarover werd zoals de laatste jaren gebruikelijk weer veelvuldig opgemerkt dat het er in het examen weer uiterst bekaaid afkwam, terwijl er toch zoveel onderwijstijd mee gemoeid is. 'Waarom dóe ik al die hoofdstukken eigenlijk?', zo vroeg men zich op diverse plaatsen in het land af. Gelukkig was er ook nog wel wat positiefs te melden. Zo werd in Amersfoort door een collega met veel allochtone leerlingen opgemerkt dat 'de leesbaarheid bij A1 wel goed was, de meeste leerlingen wisten wat er bedoeld werd.' Over diezelfde leesbaarheid bij het A12-examen was echter lang niet iedereen tevreden. Met name de allochtone A12-ers hadden vaak grote moeite met het lezen van de opgaven!

Verder heerste de indruk dat beide examens inhoudelijk niet al te moeilijk waren, maar dat de leerlingprestaties toch soms tegenvielen. Dat hoorden we vaker... Zouden leerlingen zichzelf soms overschatten? Als dat maar geen trend wordt!

Dan de opgaven. Over de eerste opgave, over twee soorten beschuit, viel zowel bij A1 als bij A12 weinig op te merken. Bij de tweede opgave, een kansopgave over een krasactie van een schoenenwinkel, des te meer (zie *figuur 3*). Het is opvallend dat in de tekst van de opgave een onvereenvoudigde kans van $\frac{26}{56}$ stond vermeld. Zou hier een diepere gedachte achter schuil gaan?

Bovendien valt op dat de A1-leerlingen deze kans ook zelf moesten kunnen berekenen, en de A12-ers niet! Verder kwam bij deze opgave natuurlijk weer veelvuldig de discussie naar voren, wat te doen als een leerling de binomiale verdeling gebruikt terwijl dit niet terecht is. Hier blijven meningen verschillen; sommigen vinden dat er dan een wezenlijke fout gemaakt wordt (dus geen punten), anderen zien er toch nog iets goeds in (dus één of zelfs twee punten). Eenzelfde type discussie steekt ook steeds weer de kop op als het gaat over 'Bcd (binomcdf)' versus 'Bpd (binompdf)': fout-dus-nul of toch nog iets... Streng en rekkelijk blijven hier tegenover elkaar staan, gelukkig zonder dat er klappen vallen, maar enig verschil maakt het natuurlijk wel. Misschien moeten dit soort kwesties toch maar eens van een algemene richtlijn worden voorzien. En in één moeite door kunnen we dan meteen iets afspreken omtrent het eeuwige 'sprokkel-of-stapelnorm'-verhaal, want ook hier treden aantoonbaar beoordelingsverschillen op. En hoe dan ook: we willen een eerlijke beoordeling voor alle leerlingen, we willen niemand benadelen, maar we willen toch ook dat onze leerlingen op een goede manier met wiskunde leren omgaan! Maar goed, terug naar de opgaven. Bij de opgave over verkeersslachtoffers hadden we natuurlijk graag de figuur omwille van de afleesnauwkeurigheid wat groter op een bijlage gehad. Het aflezen blijft overigens lastig, gelukkig stonden de te hanteren grenzen keurig in het correctievoorschrift vermeld. Alleen was natuurlijk niet iedereen het eens met de vermelde afleesmarge... Bij het onderdeel waar de piek in het aantal verkeersdoden gevonden moest worden werd (terecht) opgemerkt dat je vanwege het discreet zijn van de zaak eigenlijk alleen met behulp van een tabel aan het juiste antwoord kunt komen. Immers, het had best zo kunnen zijn dat de gevonden waarde van 26,75 toch niet tot een waarde van 27 maar van 26 leidt. Een discrete serie gegevens beschrijven met een op zichzelf continue formule blijft een lastig ding, maar wel een goed middel om wiskundige scherpte te toetsen. Zowel bij leerlingen als bij docenten!

Vwo B1/B12

In totaal bogen zich tijdens de regionale besprekingen over beide vwo-B-examens zo'n 60 personen. Een flinke opkomst, al

viel het aantal aanwezigen in Den Haag nogal tegen. Vandaar dat men aldaar voorstelt dat 'de NVvW de leden met een uitnodiging per brief expliciet op de besprekingen wijst'. Maar ieder lid leest toch zeker wel de aankondiging van deze besprekingen in Euclides?

Het eerste wat aan de verslagen opvalt: volgens de overgrote meerderheid van de betrokken docenten (52 van de 58 bij B1 en 43 van de 59 bij B12) waren beide examens duidelijk te lang. Op dit niet onbelangrijke aspect na was men over deze examens echter wel tevreden, al werd in Amersfoort opgemerkt dat 'het meer een leuk examen voor docenten dan voor leerlingen was.' In Groningen vraagt men zich overigens (terecht) af of het absoluut noodzakelijk is dat de wiskunde-examens altijd in de middaguren worden afgenomen. Als we het B1-examen wat nader bekijken blijkt dat bij onderdeel 7 erg weinig leerlingen punten wisten te behalen. De tekst van de hele opgave was wellicht wat verwarrend. Met name de zin 'de zijden van de rechthoek zijn ook rechthoekszijden van gelijkbenige driehoeken met lange zijden t en $16 - t^2$ ' werd door de meeste leerlingen niet begrepen. Jammer, want het eigenlijke rekenwerk binnen dit onderdeel was best te doen. Verder moest bij onderdeel 11 een oppervlakte in twee decimalen nauwkeurig worden berekend. Sommigen betreurden het dat er nu net 14,80 uit kwam, en vooral dat het antwoord 14,8 dan een minpunt opleverde. Tja, correct afronden hoort mijns inziens toch ook bij de competenties van een 6-vwo-B1-er, dus... Maar goed, laat ik u mijn persoonlijke mening besparen.

Aan de laatste opgave, over de oppervlakte van een trapezium, kwamen veel leerlingen helaas niet meer echt toe. Jammer, want zeker de laatste twee onderdelen konden nog veel punten opleveren. Opvallend vond Rotterdam het dat het correctievoorschrift $\frac{1}{2}\pi$ een prima exact antwoord vindt, terwijl het toch best wat mooier kan worden opgeschreven.

Het B12-examen bevatte (terecht, als je het B2-programma bekijkt) veel meetkunde, en dat brengt specifieke problemen met zich mee. Bij onderdeel 4 werd het als onprettig ervaren dat de hyperbooltak in de figuur getekend was. Deze zat de te tekenen middelloodlijn een beetje in de weg en dat verwarde sommige leerlingen. Jammer.

Bij onderdeel 5 moest een bewijs geleverd worden, en dat zorgt altijd voor problemen, vooral bij onvolledige bewijzen...

In Rotterdam had men daarom graag een tussenvraag gezien, in Amersfoort vond men het te weinig aansluiten bij wat de leerlingen voorbereid hebben ('de koorden-vierhoek ontbrak geheel'), in Groningen vindt men dat de stelling dat 'in een rechthoekige driehoek de zwaartelijn op de hypotenusa de hypotenusa middendoor deelt' zonder verder bewijs gebruikt mag worden, en in Zwolle wordt simpelweg geconstateerd dat dit onderdeel lastig na te kijken is, ook voor de 2e correctie (sic). Zegt u het maar... maar niet voordat u de in Groningen aangehaalde stelling zelf netjes bewezen hebt!

En ten laatste. Met name in Rotterdam stelt men vast dat er vaak discussie is over 'twee punten aftrek bij niet toepassen van de kettingregel'. In dit examen, bij onderdeel 15, betrof het de afgeleide van de functie $f(x) = \sqrt{4x - x^2}$. Als zo'n afgeleide twee punten oplevert volgens het correctievoorschrift, kun je dan werkelijk nog een punt geven als de kettingregel ontbreekt? 6vwo, wiskunde-B... Persoonlijk vind ik dat zo'n leerling zo'n functie best als kettingfunctie mag herkennen, en dat hij behoort te weten hoe je daar de afgeleide van nemen moet. Maar ja, wie ben ik...

Tot slot

Uiteraard dank aan allen die er mede voor hebben gezorgd dat de eindexamens wiskunde ook dit jaar weer op zinvolle en plezierige wijze besproken zijn in het land: alle scholen die ruimte beschikbaar stellen (en alle OOP-ers die zorgen voor verfrissende dranken!), alle voorzitters van de bijeenkomsten, de mensen die de afspraken op internet hebben gezet, de Cito- en CEVO-mensen die met een bereidwillig oor en oog naar alle op- en aanmerkingen hebben geluisterd en gekeken. Maar vooral dank aan alle aanwezige docenten met hun bijdragen aan de besprekingen. Zij (jullie dus) zorgen dat wij allemaal iets kunnen opsteken van de ervaringen van andere leerlingen, andere scholen, andere docenten! Alleen daarom al denk ik dat de regionale examenbesprekingen nog lange tijd in een behoefte zullen blijven voorzien!

Noot

Op www.nvvw.nl vindt u de resultaten van de enquêtes over de examens 2006 die tijdens de regionale NVvW-examenbesprekingen zijn afgenomen.

Over de auteur

Ruud Stolwijk is docent wiskunde aan het Jac.P. Thijssse College te Castricum.
E-mailadres: rst@jpthijssse.nl



23 t/m 27 januari 2007
Jaarbeurs Utrecht
www.not-online.nl





VOOR NU EN STRAKS

Het wiskundeonderwijs is voortdurend in beweging. Hoe ga je als docent hier mee om? Moet 'het roer om'? Of kun je op basis van jaren kennis en ervaring bruikbare veranderingen doorvoeren? Dat is mogelijk. Getal en Ruimte is al bijna 40 jaar een begrip in het wiskundeonderwijs, spreidt elk jaar ruim 400.000 leerlingen aan en telt een uitgebreide staf van auteurs - wiskundedocenten - die de bestaande methode met nieuwe ontwikkelingen en situaties toepassen in de dagelijkse praktijk. Waarbij plezier in het leren centraal staat en waarin bestaande en nieuwe media steeds relevante toepassingen krijgen. Met Getal en Ruimte heeft u vaste grond onder de voeten waarop u gemakkelijk verder kunt bouwen, voor nu en straks.



ACTUEEL TWEEDE FASE:

- Getal en Ruimte verschijnt met herziene delen voor tweede fase
- compleet en op tijd geleverd
- sluit aan bij nieuwe eindtoetsen
- meer aandacht voor algemene vaardigheden
- gemakkelijk overschakelen naar vervolgeleidingen

Informatie: salesupport.vo@spn.nl
www.getalenuimte.spn.nl
telefoon (030) 6382001

op Getal en Ruimte kun je rekenen

Wat zou u doen?

SCOREPUNTEN TOEKENNEN BIJ EXAMENS; TWEË OPVATTINGEN

[Kees Alkemade]

In het eindexamen wiskunde A1 vwo van 1 juni 2006 staat de volgende vraag, hier vereenvoudigd weergegeven:

In een vaas zitten zes witte en twee rode knikkers. Je haalt er twee uit zonder teruglegging. Laat zien dat de kans op minstens één rode knikker gelijk is aan $\frac{26}{56}$.

Het correctievoorschrift behandelt verschillende oplossingsmethodes. Een daarvan gaat als volgt.

- $P(\text{ten minste 1 rode knikker}) =$
 $1 - P(\text{geen rode knikker}) \dots\dots 1 \text{ punt}$
- $P(\text{geen rode knikker}) = \frac{6}{8} \cdot \frac{5}{7} =$
 $\frac{30}{56} \dots\dots 2 \text{ punten}$
- $P(\text{ten minste 1 rode knikker}) =$
 $1 - \frac{30}{56} = \frac{26}{56} \dots\dots 1 \text{ punt}$

Aafke schrijft alleen het volgende op:

$$P(\text{geen rode knikker}) = \frac{6}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{30}{56}.$$

Hoeveel punten geeft u?

Leraar Bakker redeneert als volgt. Er moet een opbouw zijn naar het goede antwoord. Dus je moet beginnen met de complementregel. Staat die er niet, dan is er geen opbouw naar een goed antwoord en kan ik dus geen punten geven. Ik geef 0 punten.

Leraar Overmars redeneert als volgt. In de norm staat: ' $P(\text{geen rode knikker}) = \frac{6}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{30}{56} \dots 2 \text{ punten}$ '. Aafke schrijft dit op. Dus Aafke krijgt 2 punten.

Wat zou u doen?

$$\begin{aligned} & - P(\text{ten minste 1 rode knikker}) = \\ & \quad 1 - P(\text{geen rode knikker}) \dots\dots 1 \text{ punt} \\ & - P(\text{geen rode knikker}) = \frac{6}{8} \cdot \frac{5}{7} = \\ & \quad \frac{30}{56} \dots\dots 2 \text{ punten} \end{aligned}$$

Waarom deze vraag?

Ik vind het interessant om erachter te komen hoe er in wiskundeland gedacht wordt over verschillende manieren om naar de beoordelingsnormen te kijken. Stuur uw reactie naar keesalkemade@planet.nl. Ook een reactie met een 'officieel' standpunt is welkom!

Bij voldoende reacties laat ik u de uitslag weten.

Errata

bij 'Financiële wiskunde' in jaargang 81, nummer 8

Op pagina 400 vlak onder figuren 4 en 5 staat de zin:

'In figuur 3 staat de somgrafiek getekend - uitgezet tegen de aandeleprijs - van de winstgrafieken die horen bij een calloptie.'

Die zin is niet juist; er was bedoeld:

'In figuur 3 staat voor een tweetal transacties de grafiek, waarin de winst is uitgezet tegen de aandeleprijs.'

Een tweede opmerking heeft betrekking op figuren 4 en 7 (eveneens op pagina 400). In beide figuren moet het getal 50 worden vervangen door het getal 51. In de tekst staat het overal wel goed vermeld en uitgewerkt.

Over de auteur

Kees Alkemade is sinds 1973 wiskundeleraar aan de vestiging Het Nieuwe Eemland van het Meridiaan College te Amersfoort.

Gegoochel met getallen



Auteur: Job van de Groep

Uitgever: EPN

ISBN: 90-11-09944-3

Prijs: € 5,95

62 pagina's

Workshop

Voor zijn workshop 'Gegoochel met getallen' tijdens de Nationale Wiskunde Dagen van 1999 stelde Job van de Groep een boekje met goocheltrucs samen. Voor de nummers 4, 7 en 8 van jaargang 80 en de nummers 3, 5 en 7 van jaargang 81 van Euclides schreef Job de rubriek 'De wiskundedocent als goochelaar', gebaseerd op enkele paragrafen uit dit boekje en op enkele andere trucs met getallen. Recent verscheen bij EPN het 'definitieve' boekje 'Gegoochel met getallen'.

Hoe oud is de chauffeur

Bij het lezen van de woorden *gegoochel met getallen* moest ik denken aan een getalspelletje dat we vroeger wel deden op het verjaardagsfeestje van mijn kinderen. We doen een busrit na, en jij bent de chauffeur. Dan volgt een hele rij bushaltes, er stappen er zoveel in en zoveel uit, en aan het einde van de rit is de vraag: 'Hoe oud is de buschauffeur?' Voor degene die goed opgelet had bij het begin van dit spelletje, was het niet moeilijk, maar het antwoord had niets van doen met de reeks optellingen en aftrekkingen waarmee het aantal passagiers werd bijgehouden. Zo zijn de trucs van dit boekje ook doorspekt met misleidende acties. Het weghalen van een dominosteen die precies de uiteinden aangeeft wanneer je de andere 27 stenen aan elkaar laat leggen, het op een speciale volgorde leggen van speelkaarten, het vooraf opschrijven van 3 getallen op de achterkant van een blocnote, enzovoorts. Maar de truc waarbij je een woord kunt voorspellen in een (zogenaamd) willekeurig te kiezen boek, via de (bekende) 1089-eigenschap, gaat niet op als je daarvoor dit boekje zelf gebruikt: het van te voren opzoeken van het 10e woord op de 8e regel van bladzijde 9 geeft dan het woord 'is', en dat is toch echt geen bijzonder woord, althans niet voor een 'brainwave' of voor helderziendheid, zoals de auteur in hoofdstuk 1 meldt. Het 10e woord op bladzijde 8 in de 9e regel, getallen niet meegerekend, is 'kracht'. En dat zou wel kunnen.

Je moet dus bij veel van de trucs goed onthouden wat in welke volgorde gezegd en gedaan moet worden. Zoals de auteur al schrijft, is de wijze van presentatie het belangrijkste. Een klassensituatie is volgens hem een uitstekend decor voor mysterieus gedoe. Als je de leerlingen weet te vangen met een door hen niet direct te verklaren truc, dan wekt dit verwondering en nieuwsgierigheid op. Natuurlijk moet het trucje niet meteen worden verklapt. Zo kunnen in de les discussies ontstaan en kan er gezocht worden naar een mogelijke verklaring.

Rekenen

De trucs die in dit boekje beschreven worden, vragen veelal enige rekenvaardigheid, waar desnoods de rekenmachine bij gebruikt kan worden, hoewel ik betwijfel of de leerlingen dan meteen de gehele rest, na deling op het apparaat, zullen zien bij deling van bijvoorbeeld 31 door 3, 4 of 5. Van de docent wordt in enkele gevallen wel een snelle (hoofd)rekenvaardigheid vereist om zo de leerlingen te kunnen verbazen. Graag had ik een aantal trucs zelf uitgetest in een brugklas, maar ik heb zelf alleen bovenbouwklassen, en kwam door de drukte van de laatste tijd er niet toe om bij een collega (in een ander gebouw) als de 'Magic Mister Robbert' voor de dag te komen. In mijn 4vB1-groep heb ik wel een van de beschreven trucs uitgeprobeerd. Op een gegeven moment schreef ik de getallen 64, 1, 16, 256, 32, 2, 8, 512, 128, en 4 kriskras

Noten

- [1] In het boekje vond ik een paar typefoutjes. Wie ze wil weten, kan ze per e-mail (robvanoord@tiscali.nl) bij mij opvragen.
- [2] (red.) Zie ook: www.fi.uu.nl/rekenweb/groterekendag/2006/goochelen/goochelen_intro.htm

op het bord. Ik beweerde dat ik in één keer de som kon uitrekenen van deze getallen. Tot mijn verbazing waren er al drie leerlingen die meteen 1023 riepen. In de voorafgaande lessen waren de exponenten van machten van 2 in verband gebracht met logaritmen, en was er weer flink geoefend met het schrijven van 8 , $\frac{1}{2}$ en $\frac{1}{16}$ als machten van 2. Ze herkenden eenvoudig de structuur van de getallen op het bord. Een fout getimede truc dus.

Inhoud

Het is een goed leesbaar boekje. De tekst is helder. Hoe je de truc moet doen wordt kort en duidelijk uitgelegd. Elke truc wordt behandeld volgens het zelfde stramien: verloop, verklaring, eventuele aanvulling, en transfer naar de les. Natuurlijk houdt de echte goochelaar onder ons de verklaring van de truc geheim!

Het eerste hoofdstuk met de grappige getallentrucs spreekt me het meeste aan. Ze zijn goed te doen en dagen uit tot het achterhalen van de clou. De trucs uit het tweede hoofdstuk, met de getallenkaarten, kwamen me bekend voor. Aan de trucs met de speelkaarten uit hoofdstuk 3 zal ik me zo snel niet wagen. Mij ontbreekt het aan de vingervlugheid die nodig is bij het uitvoeren van deze trucs. Hoofdstuk 4 vind ik er een beetje met de haren bijgesleept. Dit hoofdstuk behandelt een aantal topologische trucs met touwtjes en papier die ik meer vind thuis horen bij puzzelen en goochelen dan bij wiskunde. In het tijdschrift *Pythagoras* kom je dergelijke puzzels ook regelmatig tegen.

Laatste les voor de vakantie?

De schrijver geeft in zijn artikelen in *Euclides* de suggestie om de trucs in de laatste les voor de vakantie te doen. Helaas bestaan deze lessen op veel scholen niet meer. De laatste week voor de vakantie is bij ons altijd een toetsweek, en de laatste les voorafgaand aan de toets zitten de leerlingen niet op iets leuks te wachten. Dan moet er nog van alles gevraagd en besproken worden. Ik zou er voor kiezen om een truc te doen die bij een stuk leerstof past. Bij haakjes uitwerken of het rekenen met letters kun je de verklaring van een truc mooi als toepassing gebruiken. Maar vooral ook om eens even wat anders te doen, en gaandeweg de rekenvaardigheid wat te oefenen. Zoals de schrijver in zijn voorwoord al schrijft bevat dit boekje geen spectaculaire hoogstandjes, maar prikkelingen om de leerlingen te stimuleren er achter te komen hoe het werkt. Hogere getaltheoretische onderwerpen als deelbaarheid, binair rekenen en modulo rekenen, en ook combinatoriek, kunnen als vervolg op een truc aan de orde komen.

Conclusie

Job van de Groep heeft een helder boekje geschreven met een aantal leuke trucs. Ik denk dat het boekje vooral gebruikt kan worden in de onderbouw. Bij de trucs wordt vaak een appèl gedaan op basisrekenvaardigheid. Na het doen van de truc kunnen de leerlingen uitgedaagd worden te onderzoeken wat er achter zit. Ook kan een verklaring klassikaal besproken worden, maar... een echte goochelaar geeft zijn geheim niet prijs. En... wel een zwarte hoge hoed opzetten! Voor elke wiskundedocent een boekje om in je kast te hebben.

Over de recensent

Rob van Oord is (al vele jaren) docent wiskunde aan het Coenecoopcollege te Waddinxveen. Hij is een voorstander van 'leuke' lessen, ook al staan die niet altijd direct in verband met de stof. Als je daarmee bij de leerlingen het plezier in het vak kunt verhogen en interesse voor wiskundige zaken weet te wekken, kan het niet leuk genoeg zijn.
E-mailadres: robvanoord@tiscali.nl

Maat- en Integratietheorie

Integralen vormen een essentieel onderdeel van de wiskunde. Op de middelbare school leren leerlingen hoe ze functies moeten integreren. De gehanteerde definitie van een integraal is die van Riemann. Het idee is eenvoudig. Een integraal geeft de oppervlakte onder een kromme aan. Door deze over kleine intervalletjes van onder en boven af te schatten krijgen we de onder- en bovenintegraal. Als de lengte van de kleine intervalletjes naar nul gaat, en de boven- en onderintegraal convergeren naar dezelfde waarde, dan is dat de Riemann-integraal.

Deze definitie van integraal werkt prima zolang de functies netjes zijn, bijvoorbeeld begrensde en continue functies. In het begin van de 20ste eeuw begon het besef door te dringen dat deze definitie te restrictief was. Neem bijvoorbeeld de functie die de waarde 1 aan een breuk geeft, en de waarde 0 aan een niet-breuk of irrationaal getal. We willen deze functie integreren over het interval $[0,1]$.

Omdat elk intervalletje tenminste één breuk en één niet-breuk bevat, is de bovenintegraal altijd 1 en de onderintegraal altijd 0, onafhankelijk van de lengten van de gebruikte intervalletjes. Deze functie is dus niet Riemann-integreerbaar. Echter, het is bekend dat de ‘meeste’ getallen tussen 0 en 1 irrationaal zijn. Om precies te zijn, de breuken tussen 0 en 1 kunnen we aftellen, zodat dit een zogenaamde aftelbare verzameling is. Aan de andere kant zijn de irrationale getallen overaftelbaar, wat betekent dat ze niet afgeteld kunnen worden. Daarom zou je verwachten dat de ‘meeste’ getallen tussen 0 en 1 irrationaal zijn, en dat ‘dus’ de integraal over de bovenstaande functie over het interval $[0,1]$ gelijk zou moeten zijn aan 0.

Rond het begin van de 20ste eeuw maakte Lebesgue dit precies door de integratierekening opnieuw te definiëren op basis van zogenaamde maten. Natuurlijk is deze Lebesgue-integraal gelijk aan de Riemann-integraal, als deze laatste bestaat, zodat alle mooie eigenschappen van de Riemann-integraal behouden blijven.

Maat- en integratierekening speelt een essentiële rol in de kansrekening. Bijvoorbeeld, als we met een eerlijke munt gooien, dan kunnen we kansen dat de eerste aantal worpen bepaalde waarden aannemen, eenvoudig uitrekenen. Echter, hoe moeten we kansen uitrekenen van gebeurtenissen die gebaseerd zijn op een oneindige rij van muntworpen? Hier kunnen we denken aan de uitspraak dat bijna alle oneindige rijtjes van muntworpen ongeveer evenveel ‘koppen’ als ‘munten’ zullen hebben. Hiervoor moeten we de notie van kansen uitbreiden tot zogenaamde kansmaten, die een natuurlijke uitbreiding zijn van kansen die een eindig aantal muntworpen beschrijven.

In toepassing van maat- en integratietheorie in de kansrekening speelde de Nederlandse wiskundige Stieltjes ook een belangrijke rol.

Het boek beschrijft de theorie achter maat en integratie. Deze theorie is een moeilijk stuk wiskunde, maar is, zoals de beste wiskunde, geïnspireerd door bovenstaande praktische problemen. Het boek beschrijft deze theorie op een heel duidelijke en gestructureerde manier. Het onderwerp 'maat en integraal' is uiterst lastig, en maat- en integratierekening komt in de meeste universitaire wiskunde-opleidingen pas in het derde jaar aan bod (als het al aan bod komt). Toch is het een mooi onderwerp dat geschikt is om leerlingen te laten zien dat wiskunde veel meer is dan wat het vwo-curriculum beschrijft.

Omdat het dicht ligt bij het vwo-curriculum (Riemann-integralen zijn een logisch beginpunt voor een les over maat- en integratietheorie en zijn wél onderdeel van het vwo-curriculum), is het mogelijk om een aantal inspirerende lessen te maken met dit boek als basis.

Dit is echter wel een onderwerp dat voornamelijk geschikt is voor de zeer slimme leerlingen, die een uitdaging nodig hebben.

In het boek zijn naast de inhoud over maat en integralen ook drie appendices opgenomen over verzamelingenleer, de reële getallen, en de Riemann-integraal. In de appendix over de reële getallen staat ook een eenvoudig bewijs dat de reële getallen overaftelbaar zijn, wat voor leerlingen te bevatten zou moeten zijn.

Samengevat is dit een uitstekend boek over maat- en integratietheorie, maar leraren in het voortgezet onderwijs dienen in ogenschouw te nemen dat het een lastig onderwerp is.



Auteurs: K. van Harn, P.J. Holeyijn
Uitgever: Epsilon Uitgaven, Utrecht (2005)
ISBN: 90-5041-089-8
Prijs: € 25,00
304 pagina's

Over de recensent

Remco van der Hofstad is hoogleraar kansrekening aan de Technische Universiteit Eindhoven.
E-mailadres: rhofstad@win.tue.nl



Brief aan de Kamercommissie Onderwijs

[Marian Kollenveld]

NVvW-voorzitter Marian Kollenveld schreef op 18 juni jl. onderstaande brief over wiskunde B in havo en vwo bovenbouw aan de leden van de Kamercommissie Onderwijs.

“U heeft een vorige vergadering lang en met betrokkenheid gesproken over wiskunde in de 2e fase vanaf 2007. Er is toen een aantal moties aangenomen, waarin met name zorg is verwoord over de vraag of wiskunde B wel toereikend zal zijn voor een technisch/exacte vervolgopleiding. De minister heeft u onlangs hierover een brief gestuurd (30 187)^[1].

De minister schrijft daarin ondermeer: ‘Men mag van de organisatie van leraren wiskunde, expliciet naar aanleiding van een ingezette discussie gevraagd of de voor het vak gereserveerde tijd voldoende is, nu eenmaal niet een instemmend antwoord verwachten. Elke organisatie van vakleraren streeft naar meer uren voor het eigen vak – er moet een keuze worden gemaakt.’

U weet hopelijk dat de waarheid een andere is: de vereniging van vakleraren heeft nooit meer uren bepleit voor wiskunde in de herziening van 2007, maar zich slechts met kracht van argumenten verzet tegen een ons inziens onverantwoorde forse reductie van het aantal uren wiskunde B, die door de minister op geen enkel moment inhoudelijk is beargumenteerd.

Dat kon ook niet, want uit de eigen evaluatie en de reacties van het (technisch) vervolgonderwijs, inclusief de studenten, bleek immers eerder een tekort dan een overdaad aan wiskundekennis.

Bij gebrek aan argumenten is een diskwalificatie van je opponent een vaak gebruikte strategie, maar het is wel vreemd om die diskwalificatie te combineren met een evenzeer ongefundeerd vertrouwen in diezelfde beroepsgroep op wier oordeel je kennelijk niet kunt afgaan.

De minister vertrouwt op onze toverkunst: meer doen, dus de aansluiting verbeteren, in minder tijd. Immers, ondanks het versluisend taalgebruik (‘extra ruimte’) is er nog steeds sprake van reducties, en zolang de organisatie op scholen niet verandert, betekent dat dus (nog) minder lessen. En, zoals zo vaak betoogd, is de contacttijd bij wiskunde cruciaal.

Als daar niets aan gebeurt, en de minister wil dat niet, kunnen we in gemoede geen verbetering verwachten.

Het moge duidelijk zijn dat een verbetering van de algebraïsche basisvaardigheden weliswaar nuttig maar niet afdoende is, het heten niet voor niets *basis*-vaardigheden, de lat voor de aansluiting ligt hoger.

Wij hebben kortom niet de indruk dat er op enigerlei wijze is aangetoond dat wiskunde B in 2007 een voldoende voorbereiding op een exacte studie zal zijn, en in die zin is de betreffende motie niet uitgevoerd.

Dat neemt niet weg dat we als beroepsgroep ons uiterste best zullen doen. Tot het onmogelijke zijn we niet geroepen, maar de vereniging van wiskundeleraren werkt momenteel wel aan een professionaliseringsplan voor de wiskundeleraar. Dat is nodig omdat vanwege de marktwerking de vakinhoudelijke nascholing zo goed als verdwenen is.

Ons plan behelst het totstandbrengen van een totaalaanpak: per vak/profiel een landelijk aanbod (deels on line) van cursussen, zowel vakinhoudelijk als vakdidactisch, voor beginners en gevorderden, met aandacht voor achtergronden, didactiek, toepassingen, good practices etc. Een uitkomst voor zij-instromers en opstroomers. We zoeken momenteel nog naar facilitering, maar verwachten er veel van.”

Noot (red.)

[1] Zie de brief van de minister VO/OK/06/23141, dd. 31-05-2006 (www.minocw.nl/documenten/23141a.pdf).



Jaarvergadering/ Studiedag 2006

[Marianne Lambriex]

Dit is de tweede uitnodiging voor de jaarvergadering/studiedag 2006 van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op **zaterdag 4 november 2006**, een dag georganiseerd door en voor wiskundeleraars.

Aanvang om 10:00 uur, sluiting om ca. 16:00 uur.

Terug op de 'oude' plek: het Cals College Nieuwegein, Vreeswijksestraatweg 6a, 3430 AC Nieuwegein (tel. 030-6036604, URL: www.cals.nl).

Het Cals College is met het openbaar vervoer goed bereikbaar (met de sneltram) en er is voldoende parkeergelegenheid bij de school.

Studiedag - Doorlopende leerlijnen of breukvlakken?

Toen Freudenthal met het IOWO startte, was het de bedoeling om doorlopende leerlijnen te ontwerpen en uit te werken voor de leeftijdsgroep 4-18.

Door allerlei omstandigheden (meestal politiek getint) is het er nooit echt van gekomen. De recente publieke onrust rond reken- en algebraardigheden geven aan dat er kennelijk nogal wat breukvlakken worden gezien in plaats van doorlopende leerlijnen. Om er een paar te noemen: wat leren ze eigenlijk nog in het PO (bijvoorbeeld over breuken)? Hoe doorlopend zijn

binnen het VO de leerlijnen van onderbouw naar bovenbouw? Wat moet je doen in de eerste drie leerjaren van het VO als er alleen maar een paar globale eindtermen zijn? Wat gaat er (kennelijk) mis bij de overgang VO-HO? Geeft het vmbo wel voldoende voorbereiding op succes in het mbo, en van daar uit in het hbo? Waarom is het rekenniveau van Pabo-studenten zo laag? Vragen genoeg! Maar zijn er ook oplossingen? Voor doorlopende leerlijnen heb je in ieder geval eerst informatie nodig van beide zijden van een vermeend breukvlak omtrent verwachtingen, maar ook inzicht in wat er in de praktijk gebeurt. Daarom is

Agenda

- | | |
|--------------|--|
| 9:30–10:00u | Aankomst, koffie en thee |
| 10:00–10:50u | Huishoudelijk gedeelte, met o.a. de jaarvergadering. De agenda van dit deel van de jaarvergadering wordt gepubliceerd in de volgende <i>Euclides</i> . Een onderdeel is in ieder geval de bestuursverkiezing. Aftredend en herkiesbaar zijn M. Kollenveld, W. Kuipers, S. Garst en M. Kamminga. Aftredend en niet herkiesbaar wegens drukke werkzaamheden is J. Hop. Als u zichzelf of iemand anders verkiesbaar wilt stellen, neem dan contact op met de secretaris. De rondvraag wordt weer, zoals vorig jaar, vóór het studiedaggedeelte gehouden. Leden die een vraag in de rondvraag willen stellen, wordt verzocht deze voor de vergadering in te dienen bij de secretaris (w.kuipers@nvww.nl). |
| 10:50–15:40u | Themagedeelte Studiedag:
<i>Doorlopende leerlijnen of breukvlakken?</i>
Zie verderop voor een korte beschrijving van de onderdelen van de studiedag. |
| 10:50–11:00u | Inleiding op de studiedag |
| 11:00–11:45u | Plenaire lezing: 'De nabije toekomst, breuk met het verleden?' door Henk van der Kooij |
| 11:45–12:00u | Markt, koffie, thee |
| 12:00–13:00u | Werkgroepen, ronde I |
| 13:00–14:15u | Lunch en markt |
| 13:50–14:15u | Discussie met het bestuur over de actualiteit |
| 14:15–15:15u | Werkgroepen, ronde II |
| 15:15–15:30u | Markt, koffie, thee |
| 15:30–15:50u | Plenaire ludieke afsluiting |
| 15:50–16:00u | Sluiting door de voorzitter |



'Doorlopende leerlijnen' het hoofdthema van de studiedag, met subthema's als Rekenen in het PO, (voortgezet) rekenen en gecijferdheid in het VO, welke algebra voor wie, samenhang met andere vakken, de rol van ICT. Daarnaast zal er ook aandacht zijn voor actuele zaken zoals de examenprogramma's vanaf 2007 en de verdere toekomst vanaf 2010.

Kosten

De studiedag is gratis voor leden.

Leden: maak reclame voor de vereniging en breng een collega-niet-lid mee!

Niet-leden zijn welkom tegen betaling van een bijdrage in de kosten van € 50,00. Deze kosten kan de school betalen uit de nascholingsgelden! Hiermee zijn zij, als ze daarvoor belangstelling hebben, tevens gratis lid van de vereniging tot 1 augustus 2007, inclusief alle faciliteiten, waaronder de acht nummers van de lopende jaargang van Euclides, gratis toegang tot de regionale bijeenkomsten en examenbesprekingen in het voorjaar en mogelijkheid tot deelname aan de verenigingswerkgroepen.

Ook studenten zijn welkom; zij betalen € 25,00. Wie een lunch bestelt, betaalt daarvoor € 8,00.

Aanmelding

Aanmelding dient te geschieden vóór 19 oktober 2006.

Dit jaar gaat de aanmelding digitaal via de nieuwe site van de vereniging, www.nvvw.nl. Het aanmeldingsformulier leidt u door de vragen.

Leden die een lunch willen gebruiken, maken het voor hen geldende bedrag over op giro 143917 ten name van NVvW te Dronten. Betaalt u via een gezamenlijke of schoolrekening of giro, vermeld dan ook de volledige deelnemersnaam, adres en woonplaats.

Het voor u geldende bedrag kunt u aflezen uit de volgende tabel.

	zonder lunch	met lunch
Lid	briefkaart	€ 8,00
Niet-lid	€ 50,00	€ 58,00
Student (niet-lid)	€ 25,00	€ 33,00

De plaatsing in werkgroepen geschiedt in volgorde van binnenkomst van aanmelding. Deze wordt bevestigd via e-mail; aan het begin van de dag ontvangt u een badge met uw plaatsingsgegevens.

Ter plaatse aanmelden is mogelijk, echter niet wenselijk omdat bij onvoldoende voorinschrijving van een werkgroep deze niet zal doorgaan. De werkgroepeliders stellen hun tijd en inzet gratis ter beschikking en het is dan teleurstellend om voor twee personen een lange trip te moeten maken. Voor de organisatie is het van belang dat u zich op tijd aanmeldt. Wilt u toch op de dag zelf aanmelden, dan betaalt u € 20,00 extra en is het kunnen bijwonen van een werkgroepen afhankelijk van de beschikbare ruimte.

Leden die geen mogelijkheid hebben om zich digitaal aan te melden kunnen een briefkaart sturen aan:

M.A. Lambriex
Nachtegaallaan 5
5561 TM Riethoven
tel. (0497) 51 77 81

U wordt tevens verzocht op de briefkaart duidelijk aan te geven aan welke werkgroepen u wenst deel te nemen. Omdat niet alle combinaties gerealiseerd kunnen worden, verzoeken wij u voor de twee rondes tenminste drie werkgroepen te kiezen waarin de volgorde uw prioriteit 1, 2 en 3 aangeeft. U noteert de nummers van deze werkgroepen dan als volgt (bijvoorbeeld): C4-A3-B2.

Certificaat

De NVvW heeft de mogelijkheid om nascholingscertificaten uit te reiken. Wilt u een certificaat ontvangen, vermeld dan bij uw aanmelding ook uw voorletters en uw geboortedatum.

Degenen die zich via een briefkaart aanmelden, kunnen dit ook; dan noteert u dat in deze volgorde (bijvoorbeeld): C4-A3-B2/PT/11-01-1966.

U kunt uw certificaat na afloop van de studiedag (vanaf 15:45u) in ontvangst nemen op vertoon van een geldig identiteitsbewijs. U hebt alleen recht op een certificaat als u de gehele studiedag heeft meegemaakt. Certificaten worden niet nagestuurd.

Informatie

Contactpersoon voor de jaarvergadering/studiedag is Marianne Lambriex, tel. 0497-517781 (na 18:00 uur), m.lambriex@nvvw.nl en bij onbereikbaarheid én noodgeval Wim Kuipers, tel. 038-4447017, w.kuipers@nvvw.nl.

Werkgroepen

A1 - Rekenen op de basisschool

Veel docenten in het voortgezet onderwijs zijn niet of nauwelijks op de hoogte van de ontwikkelingen rond het reken-wiskunde-onderwijs op de basisschool. Tijdens deze workshop willen we op dit punt graag wat meer kennis aanreiken.

A2 - Breuken, kommagetallen, procenten en verhoudingsgetallen in samenhang; een TAL-bijdrage vanuit het basisonderwijs

Voor het basisonderwijs (PO) worden in het Freudenthal Instituut leerlijnen uitgezet op verschillende leerstofgebieden van het reken- en wiskunde-onderwijs. Het TAL-project (Tussendoelen Annex Leerlijnen) heeft onlangs zo'n leerlijn ontwikkeld rond relatieve getallen (breuken, fracties, kommagetallen en procenten) voor de bovenbouw van het PO.

Wat leren leerlingen in het PO op het gebied van relatieve en absolute getallen en hoe kunnen we in het VO daarop aansluiten? In deze werkgroep is dat het belangrijkste doel van de presentatie en de discussie.

A3 - Didactiek en doorlopende leerlijnen

Anne van Streun zal tijdens deze workshop met de deelnemers van gedachten wisselen over de didactische notie in de doorlopende leerlijnen van het algebra-onderwijs.

A4 - Productief oefenen met algebra

Algebra is een 'taal' die moeilijk is voor veel leerlingen. Er zijn in principe twee manieren waarop je leerlingen geoefend kunt krijgen: de procedures voordoen en dan veel technisch oefenen om ze onder de knie te krijgen, of de leerlingen deelgenoot te maken van de geheimen van deze taal en ze betrekken in de afspraken die daarbij gelden. Dat is de tegenstelling tussen reproductief

(algoritmeisch en dus niet betrokken) en productief (zoekend en dus betrokken) oefenen. Over dit productief oefenen gaat deze werkgroep.

A5 - Rekvaardigheid op de PABO, een probleem?

Dat kun je wel zeggen! Het is kennelijk zo erg dat zelfs de politiek er van wakker lijkt te liggen. Hoe is de situatie en wat zou er moeten gebeuren? Kunnen het VO en MBO, de voorportalen van de Pabo, een helpende hand bieden?

B1 - Algebra in havo/vwo: van onderbouw naar bovenbouw

Het wordt al langer gesignaleerd: er is in de onderbouw (met name in klas 3) te weinig aandacht voor de fundamenteën van de algebra om zorgeloos een stevig algebra- en analyse-programma aan te bieden in de bovenbouw. Hoe zou dat beter kunnen? Is er een strakke lijn uit te zetten vanaf klas 1 waarmee dit probleem wordt verkleind of zelfs verdwijnt?

B2 - Algebra in havo/vwo: aansluiting naar het hoger onderwijs?

Instaptoetsen van het hoger onderwijs 'bewijzen' het: ze kunnen niets meer. De oorzaak is ook bekend: contexten, grafische rekenmachine en formulekaart. Deze simpele manier van praten verdient het om eens nader te worden geanalyseerd. Dat gaan we doen in deze werkgroep.

B3 - Hoe gaat het verder met wiskunde C?

Vanaf 2007 bestaat het vak wiskunde C, maar voorlopig blijft het bij het bestaande programma wiskunde A1 met een paar uitbreidingen. De bedoeling is om het vak om te buigen naar een echt vak voor C&M. De ontwikkelgroep die zich daarmee bezighoudt geeft doorkijkjes.

B4 - Wiskunde D: analytische meetkunde

Eén van de onderwerpen in het nieuwe vak wiskunde D is analytische meetkunde. Een ontwikkelgroep is daarmee inhoudelijk vullend aan het werk.

Wat staat u als docent te wachten? Hier hoort u het!

B5 - Op de grens van wiskunde D en NLT

De nieuwe vakken Natuur, Leven en Technologie (NLT) en wiskunde D hebben een raakvlak: dynamische modellen. Dit is het onderwerp bij uitstek waar de natuurwetenschappen en wiskunde elkaar veel te bieden hebben. In deze werkgroep wordt een kijkje gegund in de ontwikkeling van dit onderdeel.

C1 - Gecijferdheid

Steeds meer zien we in het vmbo gecijferdheid als een beheersend principe waarin het wiskundeonderwijs een invulling verdient. Kees Hoogland zal het belang van dit principe duidelijk maken. Welke plek krijgt het in de praktijk van alledag?

C2 - Algebraïsche vaardigheid in het vmbo

In deze workshop willen we met elkaar nagaan wat het belang is van algebraïsche vaardigheden in het vmbo en de aansluiting met het mbo. Hoe ziet die lijn er uit en wat is de implementatie voor de praktijk?

C3 - ICT

In deze workshop zal Peter van Wijk ons de bruikbaarheid van ict in het kader van de nieuwe ontwikkelingen van het vmbo laten zien.

C4 - Wiskunde Scholen Prijs 2006

Met het project *Smakelijk eten?*, een TOP3C-pilot van Fontys Lerarenopleiding, hebben Marion Kriellaars en Piet van Seeters (docenten MBC-techniek), Niek Schellekens (student FLOT) en Frans Liebrechts (docent FLOT) een succesvolle lessenserie ontworpen voor een tweede klas vmbo van het VMBO College, onderdeel van het Midden Brabant College (MBC). Met dit project zijn zij winnaar geworden van de Wiskunde Scholen Prijs 2006 in de categorie Basisvorming.

C5 - Vmbo-eindtermen

Pieter van der Zwaard zal ons inzicht geven in de veranderingen met betrekking tot de eindtermen van het examenprogramma.

D1 - Goochelen in de wiskunde

Er zijn van die momenten dat je als

leraar even iets anders zou willen doen. Bijvoorbeeld om de aandacht van de leerling te vangen. Goocheltrucs met getallen lenen zich daarvoor uitstekend. Tijdens de workshop laat Job van de Groep een aantal reken- en wiskundig getinte trucs de revue passeren. In veel gevallen is er transfer mogelijk naar de 'gewone' lesstof en bieden bepaalde trucs mogelijkheden voor nader onderzoek, bijvoorbeeld in de vorm van een praktische opdracht.

D2 - Goniowereld

Goniowereld is een soort spel. Enerzijds mikt het op praktisch ingestelde leerlingen door sinus c.s. in eerste instantie als gereedschappen te laten gebruiken, anderzijds sluit het beter aan bij de manier waarop de goniometrie in de bovenbouw van havo/vwo wordt geïntroduceerd. Het begrip sinus wordt uitgelegd met behulp van een robotarm waarvan het uiteinde zich beweegt over de eenheidscirkel.

D3 - Een Digitale Wiskunde Oefenomgeving (DWO)

De basisversie van de DWO is vanaf het gewone WisWeb te gebruiken. In deze omgeving kan een leerling zelf een account maken. Hierdoor kunnen alle activiteiten van de leerling worden opgeslagen zodat hij of zij bij een volgend bezoek verder kan werken in plaats van opnieuw te beginnen. Met de WisWeb+ variant van de DWO kunnen docenten ook zelf modules aanmaken en inzicht krijgen in het werk van hun leerlingen. Docenten kunnen leerling-werk ook nakijken. Wij hopen dat de DWO zal bijdragen aan een rijker en aantrekkelijker wiskundeonderwijs.

D4 - De sciencestroom en technotalent

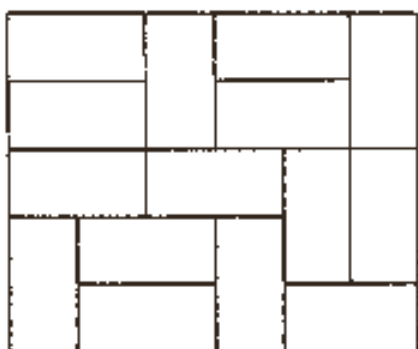
Scholen die zich profileren als bèta-school krijgen als vanzelf te maken met de andere bèta-vakken. Samenwerken lijkt dan een must. Op De Populier in Den Haag weten ze daar alles van. En ze willen dat ook graag met u delen.

Dus reserveer in uw agenda: zaterdag 4 november NVvW-dag.

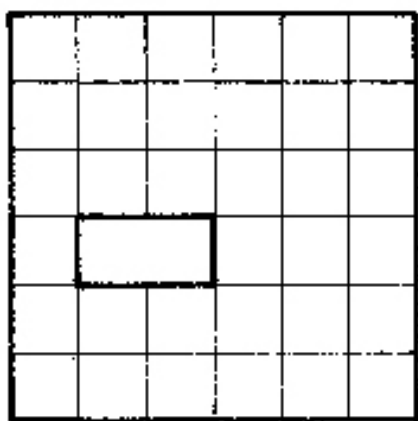


Tatami

[Frits Göbel]



figuur 1



figuur 2

Een tatami-betegeling van een rechthoek is een betegeling met rechthoekige tegels van 1×2 waarbij geldt: een splitsing van de oorspronkelijke rechthoek in twee rechthoeken is alleen mogelijk door een of meer tegels in tweeën te verdelen. Een tatami is een rieten mat zoals die in Japan wel wordt gebruikt als vloerbedekking. Het is overigens een fabeltje dat die matten daar steeds volgens een tatami-betegeling worden gelegd. Hoe het ook zij, wij gaan er mee puzzelen.

Een voorbeeld van een betegeling zonder de tatami-eigenschap ziet u in *figuur 1*. Deze rechthoek is de kleinste die wél een tatami-betegeling heeft.

Opgave 1

Bepaal een tatami-betegeling voor de rechthoek van 5×6 .

De rechthoek van 6×6 heeft geen tatami-betegeling. Dit is door Golomb bewezen op de volgende elegante wijze.

Ieder van de verticale roosterlijnen in *figuur 2* moet worden overlapt door een horizontale tegel. Omdat iedere kolom een even aantal cellen bevat, moet dat aantal overlappende tegels per roosterlijn ook even zijn, dus minstens 2. Dit geldt voor iedere verticale roosterlijn en mutatis mutandis ook voor iedere horizontale roosterlijn. Dat zijn in totaal 20 tegels, maar dat is meer dan er in de rechthoek passen!

Behoudens deze uitzondering heeft iedere rechthoek van p bij q met pq even, $p \geq 5$ en $q \geq 5$ een tatami-betegeling.

Op een cilindrisch oppervlak is een tatami-betegeling al bij de breedte 4 mogelijk. In *figuur 3* ziet u er een met een 'lengte' 18 en een 3-kleuring.

We gaan terug naar de rechthoek. Ook met andere tegels kunnen we het bestaan van tatami-betegelingen onderzoeken.

Opgave 2

Bepaal een tatami-betegeling met tegels van 2×3 voor de rechthoek van 11×18 .

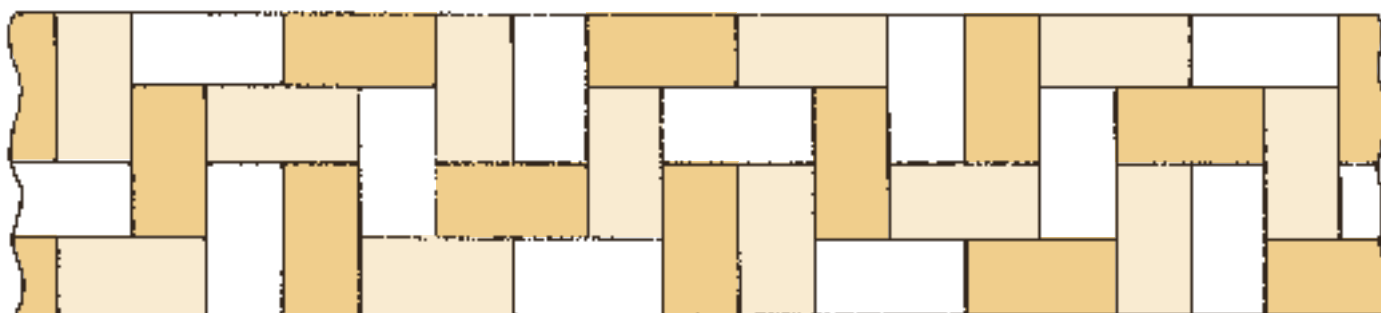
Tot slot gaan we even de derde dimensie in.

Opgave 3

Wat is de kleinste doos waarin een tatami-vulling met blokjes van $1 \times 1 \times 2$ mogelijk is?

Oplossingen kunt u mailen naar a.gobel@wxs.nl of per gewone post sturen naar F. Göbel, Schubertlaan 28, 7522 JS Enschede. Er zijn weer maximaal 20 punten te verdienen met uw oplossing. De deadline is 21 oktober 2006. Veel plezier!

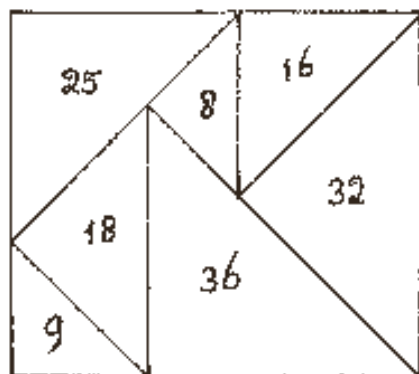
figuur 3



Betegelen met halve vierkanten

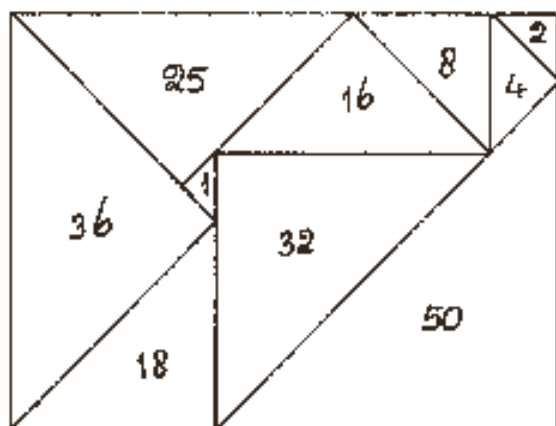
Er waren zeven inzenders: Leo van den Raadt (12), Ton Kool (14), Herm Jan Brascamp (16), Gerhard Riphagen (16), Wim van den Camp (19), Lieke de Rooij (19) en Wobien Doyer (23). Het getal tussen haakjes geeft steeds het aantal gevonden oplossingen aan.

Het aantal oplossingen was niet van tevoren gegeven. Voor sommigen was dit een pluspunt, anderen vonden het maar lastig. Dick Hess en ik hadden er 18. Zoals uit bovenstaand lijstje blijkt, zijn er verschillende inzenders die er meer vonden. Wobien Doyer spant de kroon met een systematische aanpak die zes nieuwe oplossingen opleverde!



figuur 4

figuur 5



De ongelijkheid $18 + 6 > 23$ is te verklaren uit een oplossing met oppervlakte 144 die door iedereen gemist is; *zie figuur 4*. De volgende oppervlakten daarentegen zijn door alle inzenders gevonden: twee van 24, 40, twee van 48, 80, twee van 96, twee van 120.

Verder zijn de volgende oplossingen mogelijk:

$$3\sqrt{2} \times 7\sqrt{2}; 1, 2, 4, 8, 9, 18.$$

$$6 \times 14; \text{een verdubbeling van de vorige.}$$

$$7\sqrt{2} \times 7\sqrt{2}; 1, 2, 4, 8, 16, 18, 49.$$

$$10 \times 10; 1, 2, 4, 9, 16, 18, 50.$$

$$8 \times 14; 1, 2, 4, 8, 16, 32, 49.$$

$$7\sqrt{2} \times 8\sqrt{2}; 1, 2, 4, 8, 16, 32, 49.$$

$$8 \times 14; 4, 8, 9, 16, 18, 25, 32.$$

$$7\sqrt{2} \times 9\sqrt{2}; 2, 4, 8, 9, 18, 36, 49.$$

$$10 \times 14; 1, 2, 4, 8, 18, 25, 32, 50.$$

$$10 \times 16; 1, 2, 4, 8, 16, 18, 25, 36, 50.$$

$$7\sqrt{2} \times 13\sqrt{2}; 1, 2, 4, 8, 9, 16, 18, 25, 49, 50.$$

De resterende twee 'reuzen' ziet u in *figuur 5* en *figuur 6*.

In totaal zijn er dus 24 oplossingen. De oppervlakten variëren van 24 tot 224. Lieke de Rooij bewees nog dat 250, waarbij alle driehoeken worden gebruikt, niet mogelijk is.

Ladderstand

De top van de ladder ziet er nu als volgt uit:

W. Doyer 402

T. Kool 305

W. van den Camp 302

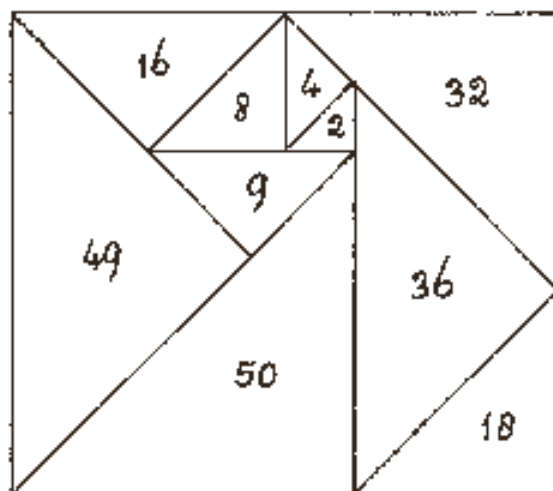
J. Meerhof 292

H.J. Brascamp 277

A. Verheul 178

L. de Rooij 134

figuur 6



PUBLICATIES VAN DE NEDERLANDE VERENIGING VAN WISKUNDELERAREN



zebraboekjes

1. Kattenajds en Statistiek
2. Perspectief, hoe moet je dat zien?
3. Schatten, hoe doe je dat?
4. De Gulden Snede
5. Poisson, de Pruisen en de Lotto
6. Pi
7. De laatste stelling van Fermat
8. Verkiezingen, een web van paradoxen
9. De Veelzijdigheid van Bollen
10. Fractals
11. Schuiven met auto's, munten en bollen
12. Spelen met gehelen
13. Wiskunde in de Islam
14. Grafen in de praktijk
15. De juiste toon
16. Chaos en orde
17. Christiaan Huygens
18. Zeepvliezen
19. Nullen en Enen
20. Babylonische Wiskunde

21. Geschiedenis van de niet-Euclidische meetkunde

22. Spelen en Delen

Zie verder ook www.nvww.nl/zebrareeks.html en/of www.epsilon-uitgaven.nl

Nomenclatuurrapport Tweede fase havo/vwo

Dit rapport en oude nummers van Euclides (voor zover voorradig) kunnen besteld worden bij de ledenadministratie (zie Colofon).

Wisforta – wiskunde, formules en tabellen

Formule- en tabellenboekje met formulekaarten havo en vwo, de tabellen van de binomiale en de normale verdeling, en toevalsgetallen.

Honderd jaar wiskundeonderwijs, lustrumboek van de NVvW

Het boek is met een bestelformulier te bestellen op de website van de NVvW: www.nvww.nl/lustrumboek2.html
Voor overige NVvW-publicaties zie de website: www.nvww.nl/Publicaties2.html

Voor overige internet-adressen zie
www.wiskundeopdrachten.nl/agenda.php

Voor Wiskundeonderwijs Webwijzer zie
www.wiskundeonderwijs.nl

KALENDER

In de kalender kunnen alle voor wiskunde-docenten toegankelijke en interessante bijeenkomsten worden opgenomen. Relevante data graag zo vroeg mogelijk doorgeven aan de hoofdredacteur, het liefst via e-mail (redactie-euclides@nvww.nl). Hieronder vindt u de verschijningsdata van Euclides in de lopende jaargang. Achter de verschijningsdata is de deadline vermeld voor het inzenden van mededelingen en van de *eindversies* van geaccepteerde bijdragen; zie daarvoor echter ook www.nvww.nl/euclricht.html.

nr.	verschijnt	deadline
2	26 oktober 2006	12 september 2006
3	7 december 2006	24 oktober 2006
4	1 februari 2007	5 december 2006
5	1 maart 2007	16 januari 2007
6	12 april 2007	27 februari 2007
7	24 mei 2007	3 april 2007
8	21 juni 2007	8 mei 2007

vanaf 28 september, Nijmegen (7 donderdagmiddagen)

Masterclass Wiskunde
Organisatie EXO-steunpunt RU Nijmegen

wo. 18 t/m wo. 25 oktober, diverse locaties

WetenWeek 2006
Organisatie Stichting NCWT

zaterdag 4 november, Nieuwegein Jaarvergadering/Studiedag Organisatie NVvW

Zie ook pag. 35 e.v. in dit nummer.

vanaf 10 november, Amsterdam (4 vrijdagmiddagen)

Masterclass Wiskunde: Kraak de code
Organisatie VU Amsterdam

vrijdag 10 november, Utrecht

Netwerkbijeenkomst A-lympiade en Wiskunde B-dag
Organisatie Freudenthal Instituut

woensdag 15 november, Utrecht

Studiedag Wiskunde in de vernieuwde onderbouw
Organisatie APS

dinsdag 21 november, Utrecht

Studiedag Wiskunde op weg naar 2010
Organisatie APS en cTWO

vrijdag 24 november, op de scholen

Wiskunde A-lympiade / Wiskunde B-dag
Organisatie Freudenthal Instituut

zaterdag 25 november, Amersfoort

Ars et Mathesis-dag
Organisatie Stichting Ars et Mathesis

woensdag 29 november, Utrecht

Studiedag Wiskunde leren in een ELO
Organisatie APS

woensdag 13 december, Den Haag

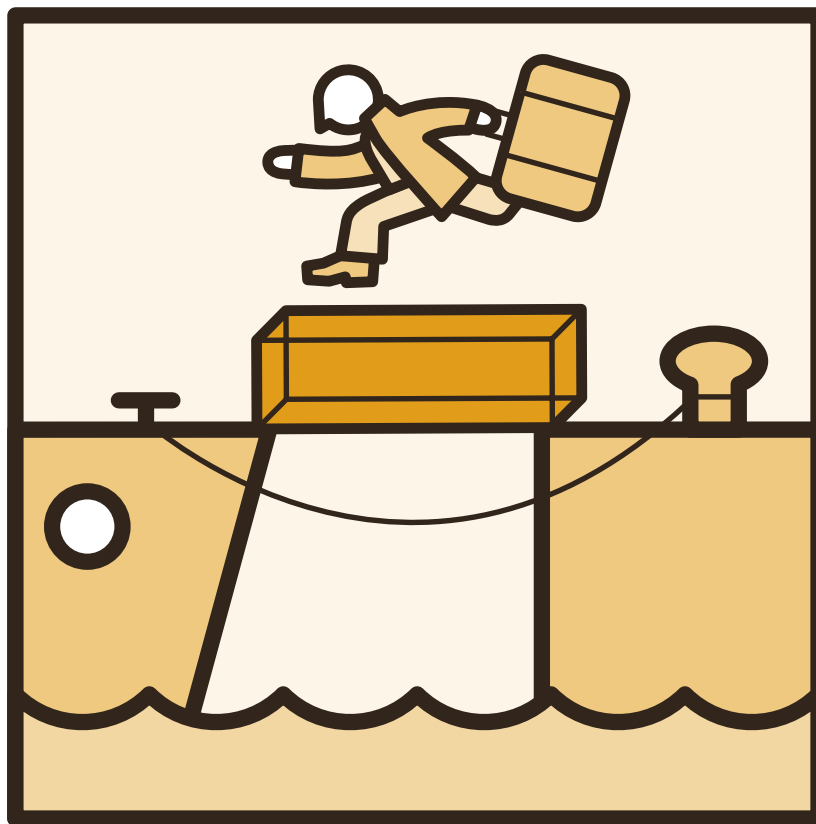
Didaktief-jubileumcongres
Organisatie Tijdschrift Didaktief

dinsdag 19 december, Groningen

Studiedag Wiskunde & computers
Organisatie RU Groningen

zaterdag 6 januari 2007, Utrecht

Wintersymposium
Organisatie KWG



**DE DIGITALE INSTAPMODULE VAN MATRIX ZORGT VOOR EEN
SOEPELE OVERGANG VAN REKENEN NAAR WISKUNDE**

MATRIX: GEEF VORM AAN VISIE

WWW.BETERINBETA.NL



Malmberg



Nieuw in 2007 :: Moderne wiskunde 9

**Volledig herziene edities voor
havo/vwo onderbouw en Tweede Fase**



MODERNE WISKUNDE

constante :: ontwikkeling

Kijk voor meer informatie op www.modernewiskunde.wolters.nl



Wolters-Noordhoff