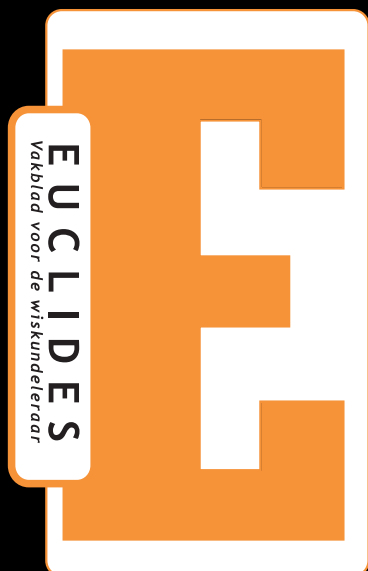




WisKids RE:cursief Een GP0 voor vmbo

oktober
2003/nr.2
jaargang 79





Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 8 maal per verenigingsjaar.
ISSN 0165-0394

Redactie

Bram van Asch
Klaske Blom
Marja Bos, hoofdredacteur
Rob Bosch
Hans Daale
Gert de Kleuver, voorzitter
Dick Klingens, eindredacteur
Wim Laaper, secretaris
Elzeline de Lange
Jos Tolboom

Inzending bijdragen

Artikelen/mededelingen naar de hoofdredacteur:
Marja Bos
Mussenveld 137, 7827 AK Emmen
e-mail: redactie-euclides@nvvw.nl

Richtlijnen voor artikelen

Tekst liefst digitaal in Word aanleveren, op papier in drievoud.
Illustraties, foto's en formules separaat op papier aanleveren: genummerd, scherp contrast.
Zie voor nadere aanwijzingen:
www.nvww.nl/euclricht.html

Nederlandse Vereniging van
Wiskundeleraren

www.nvww.nl



Voorzitter:
Marian Kollenveld,
Leeuwendaallaan 43, 2281 GK Rijswijk
tel. 070-3906378
e-mail: m.kollenveld@nvww.nl

Secretaris:
Wim Kuipers,
Waalstraat 8, 8052 AE Hattem
tel. 038-4447017
e-mail: w.kuipers@nvww.nl

Ledenadministratie:
Elly van Bommel-Hendriks,
De Schalm 19, 8251 LB Dronten
tel. 0321-312543
e-mail: ledenadministratie@nvww.nl

Colofon

ontwerp Groninger Ontwerpers
foto omslag Rinus Roelofs, Hengelo
productie TiekstraMedia, Groningen
druk Giethoorn Ten Brink, Meppel

Contributie per verenigingsjaar

Het lidmaatschap is inclusief Euclides.
Leden: € 42,50
Studentleden: € 22,50
Gepensioneerden: € 27,50
Leden van de VWW: € 27,50
Lidmaatschap zonder Euclides: € 27,50
Betaling per acceptgiro. Nieuwe leden geven zich op bij de ledenadministratie. Opzeggingen vóór 1 juli.

Abonnementen niet-leden

Abonnementen gelden steeds vanaf het eerstvolgende nummer.
Niet-leden: € 47,50
Instituten en scholen: € 127,50
Losse nummers, op aanvraag leverbaar: € 17,50
Betaling per acceptgiro.

Advertenties

Informatie, prijsopgave en inzending:
Willem Maas
Molenveld 104, 2490 Balen, België
e-mail: w.maas@nvww.nl
tel. vanuit Nederland: 003214814527
fax: 003214813753

Indien afwezig:
Freek Mahieu
Dommeldal 12, 5282 WC Boxtel
e-mail: freek.mahieu@hetnet.nl
tel. 0411-673468

2

oktober 2003 JAARGANG 79

049	Van de redactietafel [Marja Bos]
050	WisKids maakt van 1+1 meer dan 2 [Chris Zaal]
052	'En zij hoorden het kwartje vallen' [Heleen Verhage]
056	De grote praktische opdracht voor het vak wiskunde [Erik Smid]
061	RE:cursief – De recursie van Fibonacci [Rob Bosch]
062	Het gebruik van een applet op een grafische rekenmachine [Karin Riksen]
066	Integraalkrommen met Cabri Plus [Dick Klingens]
070	Gesprekken met Sjaak [Jan van den Brink]
072	Feitenvel Afghanistan [Hans Wisbrun / WereldwiskundeFonds]
073	40 jaar geleden [Martinus van Hoorn]
074	Oproep - Werkgroep HoVo-wiskunde [Hans Daale]
075	Oproep – Zebraboekjes [Rob van Oord]
076	Boekbespreking [Ernst Lambeck]
077	Boekbespreking [Chris van der Heijden]
078	Jaarverslag Euclides, jaargang 78 (2002/2003) [Marja Bos]
080	Agenda 15 november 2003 / Notulen van 16 november 2002 [Wim Kuipers]
081	Verslag van het verenigingsjaar 1 augustus 2002 – 31 juli 2003 [Wim Kuipers]
083	Inhoud van de 78e jaargang (2002/2003)
086	Recreatie [Frits Göbel]
088	Servicepagina

Aan dit nummer werkte verder mee:
Sam de Zoete.

Van de redactietafel [Marja Bos]

Continue dynamische modellen wèl in SE

Eerst maar even wat rechtzetten! Het domein 'Continue dynamische modellen' moet volgens de wettelijke regelingen wel degelijk aan de orde komen in het vwo-SchoolExamen wiskunde B1/B12 - al staat nergens vermeld, op welke wijze. In het 'Overzicht niet-CE-stof havo en vwo' op pagina 038 van het september-nummer van Euclides stond dit foutief aangegeven, waarvoor mijn excuses.

Septembermededeling eindexamens vwo en vmbo

Met betrekking tot de vwo-eindexamens wiskunde A van 2004 werd in de septembermededeling van het ministerie het volgende gemeld: 'In tegenstelling tot eerdere publicaties hoeft geen normaal-waarschijnlijkheidspapier in de examenzaal aanwezig te zijn, aangezien het, wanneer nodig, als bijlage bij examens wiskunde A1 of wiskunde A1,2 zal worden verstrekt. Maar het papier met vierkantjes van 1 cm² dient wel beschikbaar te zijn.'

In het vmbo heeft het centraal examen, zoals bekend, in 2004 geen betrekking op meetkunde. Als gevolg daarvan zal ook eindterm 5 van het verrijkingsdeel V1 voor GL/TL, 'Rekenen in de meetkunde', niet op dat centraal examen bevestigd worden.

In 2005 maakt informatieverwerking/statistiek geen deel uit van het centraal examen in het vmbo.

De letterlijke teksten van allerlei regelingen rond de examens zijn te vinden op <http://examenblad.kennisnet.nl>.

Op www.nvww.nl vindt u natuurlijk weer de rechtstreekse verwijzingen.

WisKids

De studiedag van de Vereniging (15 november a.s.) staat dit jaar in het teken van de afsluiting van het zo succesvolle WisKids-project. Dit project had als doelstelling het enthousiasme voor wiskunde bij jongens en meisjes van tien jaar en ouder te bevorderen en het imago van de wiskunde te verbeteren. Chris Zaal beschrijft vanaf pagina 050 de projectresultaten.

In de afgelopen twee jaargangen van Euclides werden diverse bijdragen aan de deelprojecten gewijd: artikelen over WisFaq, Ratio, de Vierkant Wiskundeclubs, de website Wiskunde in Perspectief, de Wiskunde Scholen Prijs, de online index van Pythagoras, en het opgavenboek van de Nederlandse Wiskunde Olympiade. Ook in een aantal van de workshops op de studiedag staan WisKids-deelprojecten centraal; zie het overzicht in het septembernummer van Euclides, vanaf pagina 043.

U komt toch ook?

Borromeaanse ringen

De foto op de omslag, opnieuw een ontwerp van Rinus Roelofs, toont drie paren ringen rond een bol. De basisstructuur van de zogeheten Borromeaanse ringen is de bekende ineenvlechting van drie ringen die per twee 'los' van elkaar zijn. In dit ontwerp zijn echter drie paren ringen afgebeeld, maar ook weer zo dat elk tweetal niet gekoppeld is. De zes ringen worden door de bol vast op hun plaats gehouden.

Tweede Fase

Op 1 oktober jl. hebben de bèta-organisaties KNCV, NIBI, NPN, NVON en NVvW zich gericht tot de vaste kamercommissie voor OC en W met een amendement op de voorstellen tot aanpassing van de tweede fase havo/vwo en tevens met een verzoek tot inrichting van zogeheten profielcommissies. U vindt de brief van deze organisaties en de voorstellen van de minister d.d. 4 juli 2003 op NVvW-website (www.nvww.nl).

Volgende week, op 29 oktober, overlegt de vaste kamercommissie voor onderwijs, cultuur en wetenschappen met de minister over haar voorstellen. We houden u op de hoogte.

WISKIDS MAAKT VAN 1 + 1 MEER DAN 2

Een terugblik op het WisKids-project

[Chris Zaal]

Afsluiting WisKids-project

Aan alle goede dingen komt een eind. Na tweeëneenhalf jaar wordt er een punt gezet achter het WisKids-project, een gezamenlijk initiatief van wiskundig Nederland met als doel het bevorderen van enthousiasme voor wiskunde bij jongens en meisjes van tien jaar en ouder^[1]. Het project wordt op 15 november 2003 officieel afgesloten tijdens de jaarlijkse studiedag van de NVvW^[2]. Het thema van die dag is 'WisKids geeft wiskunde kleur'. Tijdens de studiedag presenteren de deelprojecten hun resultaten.

Heel veel leuke dingen

'Voor heel weinig geld heeft WisKids heel veel leuke dingen opgeleverd.' Dit citaat, afkomstig uit de mond van projectleider Heleen Verhage, klinkt misschien wat op-de-borst-klopperig. Toch mogen de resultaten er zijn, getuige de onderstaande lijst met project-resultaten. Het geheim achter het succes van WisKids is dat de deelprojecten zelf heel veel meebrachten: menskracht, expertise, enthousiasme en een eigen netwerk en achterban.

Projectresultaten

- *WisFaq*, de succesvolle digitale vraagbaak voor praktische wiskundevragen. Najaar 2003 heeft deze website 1500 hits per dag en bevat de database rond de 8000 beantwoorde vragen (zie www.wisfaq.nl).
- Een jaarlijkse *Wiskunde Scholenprijs*, waarbij docenten, secties en scholen zelfontwikkeld inspirerend wiskundeonderwijs aan de buitenwereld tonen (zie www.wiskundescholenprijs.nl en [3]).
- *Ratio*, een online wiskundemethode geschikt voor de actieve, zelfstandige leerling. Er staan nu vier hoofdstukken online met uitdagend en vernieuwend wiskundeonderwijs voor tien- tot achttienjarigen (zie www.ratio.kun.nl).
- Een *opgavenboek* voor de Nederlandse Wiskunde Olympiade: 100 opgaven, hints, oplossingen en achtergronden, geschikt voor gebruik in de klas en voor zelfstudie (zie <http://olympiads.win.tue.nl/nwo>).
- 3000 artikelen uit het wiskundetijdschrift Pythagoras

Van concurrentie naar samenwerking

Een van de winstpunten van WisKids is de samenwerking op nationaal niveau. Deze samenwerking staat garant voor een betere onderlinge afstemming en voorkomt dubbel werk. Een voorbeeld hiervan is het nationale *wiskundewebmastersoverleg*.

Verder biedt WisKids een inspirerend draagvlak voor het creëren van nieuwe gezamenlijke initiatieven, zoals bijvoorbeeld de *Wiskunde Persdienst*; dit is een samenwerkingsverband van Nederlandse wiskunde-websites die gezamenlijk wiskundenieuws bijeenbrengen en verspreiden. (www.wiskgenoot.nl/wpd)

Gehoord aan de WisKids-vergadertafel

- Prikkel leerlingen zo vroeg mogelijk.
- Koester de betere leerling.
- Schooldecanen vormen een belangrijke doelgroep voor de promotie van bèta en techniek.
- Schooldecanen zijn te weinig bèta-minded.
- Docenten in het primair onderwijs hebben behoefte aan concrete ondersteuning op het gebied van bèta/techniek.

Ook voor basisscholen!

Het materiaal dat door Vierkant op internet is gezet, is bestemd voor recreatieve wiskunde-activiteiten op middelbare scholen. Docenten kunnen dit materiaal vrijelijk downloaden.

Op het Groene Hart Lyceum in Alphen aan den Rijn en het Coornhert Gymnasium in Gouda zijn ook basisscholen uitgenodigd om met scholieren aan een verrijkingscursus wiskunde deel te nemen, waarbij materiaal van Vierkant werd gebruikt. Dit werd een groot succes. Het aantal aanmeldingen was zelfs zo groot dat er een wachtlijst ontstond.

staan in een *on-line database* ten behoeve van leerlingen die materiaal zoeken voor een praktische opdracht of profielwerkstuk (zie www.pythagoras.nu).

- Stichting Vierkant voor Wiskunde heeft een online *database* gemaakt met wiskundige puzzels en onderzoeksprogramma's. Het gaat om recreatief wiskundemateriaal dat geschikt is gemaakt voor het gebruik op scholen (zie www.vierkantvoorwiskunde.nl).
- Ter verbetering van het beeld van het beroepsperspectief heeft NWO/STW een website



gemaakt met daarop interviews met wiskundigen die werkzaam zijn in een reeks van beroepen (zie www.wiskundeinperspectief.nl).

WisKids & uw lespraktijk

Jongeren enthousiasmeren voor wiskunde, is dat niet teveel gevraagd? Als docent heeft u wel wat anders aan uw hoofd. Toch kunnen de WisKids-activiteiten ook hun nut bewijzen in uw lespraktijk. U wilt bijvoorbeeld uw leerlingen prikkelen met een lastige opdracht of een moeilijke vraag (een praktische opdracht). De *WisFaq* is dan de ideale plek om uw leerlingen een stapje verder te helpen. Het lezen van andermans vragen en de antwoorden laat hun zien dat wiskunde niet ophoudt buiten de grenzen van uw klaslokaal. Het zelfstandig formuleren van een vraag (in een e-mail) is al een leerdoel op zich. Leerlingen krijgen er geen kant-en-klare antwoorden. En het állermooiste is dat dit niet in uw tijd gebeurt. Voor praktische opdrachten kan ook de website van Pythagoras zijn dienst bewijzen. Zoeken in de database naar trefwoorden levert tal van verwijzingen naar artikelen uit veertig jaargangen Pythagoras. Zo levert elk WisKids-deelproject wel iets dat nuttig kan zijn in uw klassenpraktijk. Getalenteerde leerlingen zet u aan het werk met het oefenboek van de Wiskunde Olympiade of met de puzzels van Vierkant. Meedoen aan de Wiskunde Scholenprijs, dáár heeft u natuurlijk geen tijd voor... Of u bent te bescheiden. Maar hoe zit dat met uw collega's? Doen die geen mooie en originele dingen in hun klas? Geef ze op voor de Wiskunde Scholenprijs en wellicht wint uw school door uw toedoen wel een prijs.

Hoe gaat WisKids verder?

Per 1 juli 2003 is het WisKids-project officieel afgelopen. De betrokken organisaties zetten gewoon hun eigen activiteiten voort, op een wellicht iets lager pitje. Voor de *WisFaq*, de *Wiskunde Scholenprijs* en de *Perspectief*-website is op een creatieve manier bescheiden financiering gevonden, zodat ook deze projecten gecontinueerd kunnen worden.

Of WisKids een vervolg krijgt, is maar de vraag. Voor een ambitieus vervolgproject zijn er voorlopig meer ideeën dan geldschietters. Potentiële geldschietters moeten nog overtuigd worden van het belang van het bevorderen van enthousiasme voor wiskunde. Hier ligt een taak voor het bestuur van het WisKids-consortium, dat bestaat uit de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, het Koninklijk Wiskundig Genootschap en de NVORWO.

Noten

- [1] Nadere informatie is te vinden op de WisKids-website: www.fi.uu.nl/wiskids
- [2] Zie *Euclides* 79 (1), september 2003, pp. 42-45.
- [3] Zie pagina 052 in dit nummer.

Over de auteur

Chris Zaal (e-mailadres: c.zaal@fi.uu.nl) werkt op het Freudenthal Instituut en geeft les aan het Geert Groote College in Amsterdam. Hij was tevens voorzitter van het WisKids-projectteam.



Doel van WisKids is het bevorderen van enthousiasme voor wiskunde bij jongens en meisjes van tien jaar en ouder. Tevens wil WisKids het imago van de wiskunde verbeteren. WisKids is een gezamenlijk initiatief van het Koninklijk Wiskundig Genootschap (WG), de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (NVvW) en de Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken-Wiskunde Onderwijs (NVORWO).

Voor meer informatie zie www.fi.uu.nl/wiskids of mail naar wiskids@fi.uu.nl

'EN ZIJ HOORDEN HET KWARTJE VALLEN'

Wiskunde Scholen Prijs 2003, aflevering 2;
praktijkvragen uit de bouw voor vmbo-BB-leerlingen
[Heleen Verhage]

Lessenserie

In april van dit jaar reis ik binnen een week twee keer af naar Friesland om in Drachten een Wiskunde Scholen Prijs uit te reiken. Op zaterdag 5 april krijgt het CSG Liudger, locatie Raai, de hoofdprijs uitgereikt voor het internationale uitwisselingsproject The Golden Section^[1], op dinsdag 10 april is locatie Wuiteweg van OSG Singelland de gelukkige in de categorie bovenbouw vmbo met het project 'Zij hoorden het kwartje vallen'.

Inzender van dit project is Leo Vos, docent wiskunde en algemene bouwtechnieken op Singelland. De inzending bestaat uit een zelfgeschreven lessenserie over berekeningen in de bouw, bedoeld voor derdeklassers bouwbreed in de basisberoepsgerichte leerweg van het vmbo. Elke les is opgehangen aan een bepaalde beroepscontext. De thema's van de lessen zijn:

- Les 1: Hoeveel stenen gaan er in een gevel?
- Les 2: De mengverhouding van beton
- Les 3: Koppenmaat en stootvoeg (zie figuur 1)
- Les 4: Behang netjes 'op patroon' plakken
- Les 5: Glas plaatsen
- Les 6: Een binnenwerk schilderklus
- Les 7: Een bouwhaak maken
- Les 8: Materiaal bestellen voor het bouwen van een garage
- Les 9: Een halfrond terras maken

Gesprekken met bouwvakkers

Onderdeel van de lessenserie is een excursie naar de nieuwbouwlocatie Het Himsterhout in Drachten waar de leerlingen in tweetallen ter plekke 70 minuten de tijd krijgen om uit te zoeken wat de bouwvakkers uit de verschillende bedrijfstakken zoal moeten berekenen bij hun werkzaamheden. Ze spreken met o.a. dakbedekkers, kabelleggers, metselaars, schilders en timmerlieden.

Sommige leerlingen zijn zo vrij om aan een paar timmermannen, bekenden uit hun dorp, te vragen hoeveel ze verdienen. Leo schrijft hierover in zijn inzending: 'Ook daar werd tekst en uitleg over gegeven door de bouwvakkers, en deze leerlingen zagen toen dollartekens: zij hoorden bijna het kwartje vallen.' Op school worden de verzamelde gegevens op een rij gezet en geordend (zie figuur 2 voor de lijst van het dakbedekkingsbedrijf).

Aanleiding

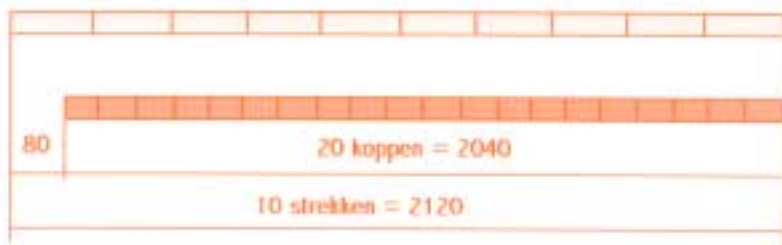
In de lessenserie is een veelheid aan praktische kennis over de verschillende beroepspraktijken verweven. Het is dan ook nauwelijks verrassend dat Leo van oorsprong huisschilder blijkt te zijn. Later werd hij schildersleraar in Drachten. Gecombineerd met bevoegdheden voor timmeren en metselen werd dat docent algemene bouwtechniek. Een paar jaar geleden heeft Leo op de lerarenopleiding in Groningen zijn tweedegraads bevoegdheid wiskunde gehaald. Daar

De koppennaat

In de praktijk heeft een metselaar een handige manier om de koppennaat uit te rekenen. Eerst worden tien stenen in de lengte opgemeten, deze lengte blijkt bijvoorbeeld 2120 mm te zijn. Vervolgens worden 20 koppen opgemeten. Deze lengte blijkt bijvoorbeeld 2040 mm te zijn, dus de kop is gemiddeld $2040 : 20 = 102$ mm breed. De stoetvoeg wordt verkregen door het verschil te delen door 10, dus:

$$\begin{aligned} 2120 - 2040 &= 80 \\ 80 : 10 &= 8 \text{ mm} \end{aligned}$$

De koppennaat wordt dan $102 \text{ mm} + 8 \text{ mm} = 110 \text{ mm}$.



Vervolgens wordt deze maat over gebracht op een houten lat.

De metselaar kan deze lat bij het metselen gebruiken om te controleren of alle stenen zuiver op de koppennaat liggen. Hierdoor komen de stoetvoegen recht boven elkaar en dat is voor schoon metselwerk een belangrijke eis.

**Dakbedekkingbedrijf**

- Aantal m¹ daktrim (omtrek)
- Hoeveel rollen bitumen (denk aan overlap)
- Hoeveel gasflessen zijn nodig per week
- Aantal speciale spijkers voor bevestiging daktrim
- Aantal dm³ teer voor de teerpot
- Hoeveel kokers, 310 ml afdichtingkit

rolde hij vlot doorheen: in twee jaar had hij het begeerde papiertje. Leo vertelt mij dat het maken van de lessenserie 'Zij hoorden het kwartje vallen' in oorsprong onderdeel van een studieopdracht was. In zijn eigen onderwijspraktijk heeft hij de lessenserie verder uitgewerkt en uitgebreid.

Aanleiding daarvoor is, dat Leo signaleert dat er geen goede lesmethode wiskunde is voor zijn leerlingen. In de inleidende tekst bij zijn inzending schrijft Leo hierover:

[...] Gezien de maatschappelijke ontwikkelingen op een aantal terreinen waar juist de doelgroep later actief wordt, kunnen we spreken van een verouderd lesprogramma. Dit is de reden dat ik niet vanuit de oude situatie het programma wil ontwikkelen maar een eerste aanzet wil geven tot de ontwikkeling van een eigentijds lesprogramma. Elementen die hierin een rol spelen zijn:

- het teruglopende imago van de vakman in de bouw;
- het complexer worden van de basisfuncties in de bouw.

Met een enthousiaste docent voor de groep en een eigentijdse lesmethode met een hoog praktijkgehalte verwacht ik een ommezwaai te kunnen maken.

Geïnteresseerde leerlingen die bewust exact kiezen en waaraan spelenderwijs voldoende basiskennis valt over te dragen is het uiteindelijke doel.

[...] Hiertoe dient in elk geval allereerst bij mijn lezers en toehoorders 'het kwartje te vallen'.

Bouwhaak

De leerlingen die aan het project deelnamen, zijn inmiddels van school, maar ter gelegenheid van mijn bezoek aan de school geeft Leo een gelegenhedsles over het thema bouwvakken (les 7 uit de serie).

Zodoende woon ik samen met locatiedirecteur Jeannette à Stuling en enkele andere wiskunde-docenten van Singelland (onder wie nota bene een klasgenoot van mijn eigen middelbare school van vroeger, toevalligerwijs ook in Drachten!) een les bij van klas BB3BA, dat is Bouw Breed klas 3B, groep A. De klas bestaat uit twaalf jongens.

Het wiskundige thema van de les is de stelling van Pythagoras. Leo haalt samen met de klas kort op wat de stelling van Pythagoras ook alweer inhoudt. Allerlei zaken passeren kort de revue: oppervlakte van een vierkant en van een rechthoek, de rechthoekige driehoek, een rechthoekige driehoek, een 3-4-5 driehoek op het ruitjesbord met vierkanten op de zijden, hokjes tellen, $9 + 16 = 25$ en Pythagoras is 'bewezen'.

Maar wat heb je daar nu aan in de bouw? Het antwoord is, dat je met behulp van Pythagoras rechte hoeken kunt maken, of kunt controleren of hoeken wel recht zijn.

Leo heeft op de vloer van het lokaal met tape vier hoeken geplakt van een denkbeeldig garagevloertje, en de bedoeling is nu dat de leerlingen met een bouwhaak gaan controleren of die hoeken wel recht zijn. Maar die bouwhaak moet wel eerst nog gemaakt worden. Daartoe liggen drie latten klaar met wat gereedschap

erbij en twee leerlingen gaan aan de slag om daar een nette bouwhaak van te maken. De rest van de klas gaat aan de gang met de opgaven van het werkblad.

Althans, dat is de bedoeling. Maar het is natuurlijk leuker om te kijken hoe het met de bouwhaak gaat, of te luisteren naar Leo, die en passant een paar opgaven bespreekt die hij speciaal voor de gasten in de lesbrief heeft gestopt, waaronder een algoritme voor worteltrekken.

Ondertussen is de bouwhaak klaar en kan het nameten van de hoeken op de grond beginnen. De twee jongens proberen het zo nauwkeurig mogelijk te doen en de klas kijkt nauwlettend toe of het wel goed gaat. Het oordeel luidt: hoek A is geen 90° en hoek B en C wel. Over hoek D ontstaat enige discussie: wel of geen 90° ? Het uiteindelijke oordeel is dat de hoek geen 90° is. Leo onthult het antwoord, dat al genoteerd staat op de achterkant van het bord: hoek A is 89° , hoek B is 90° , hoek C is 90° en hoek D is 90° .

Dat hebben de jongens dus goed opgemeten met hun zelfgemaakte bouwhaak!

Praktijkzaken

Leo vraagt hoe erg het is dat de hoeken A en D niet helemaal goed waren. Wat gaat er mis als je gaat metselen? Deze vraag blijkt een instinker te zijn, want voor de metselaar gaat er helemaal niets mis, die spant namelijk gewoon een touwtje. Maar er gaat op een ander punt wel iets fout.

Leo: 'Nadat de muur gemetseld is en de balken in de ankers zijn gehangen, komt de timmerman met de dakplaten. Die platen zijn zuiver haaks. In de herfst, als er meer vocht in de lucht zit, gaan die platen uitzetten. Als nu de muur van de garage onder een hoek van 89° of 91° gemetseld is, dan drukt de uitgezette plaat het metselwerk kapot omdat de niet-haakse hoek gaat knijpen.'

Met enorm gemak springt Leo heen en weer tussen praktijkzaken uit de bouw en de wiskunde. Dus ook even dit vraagje: waarom is de lengte van een garage altijd een veelvoud van 30 cm? Juist, omdat een stoep-tegel 30 cm is. Het loopt tegen kwart voor vier en de les komt tot een eind.

Prijsuitreiking met oranjeboek

We verplaatsen ons naar de docentenkamer, alwaar de Friese oranjeboek klaar staat. Er zijn diverse andere collega's gearriveerd en het moment om tot de officiële prijsuitreiking over te gaan is daar. De zojuist bijgewoonde les onderstreept nog eens dat het zeer terecht is dat de prijs in de categorie vmbo is toegekend aan Leo Vos met het project 'Zij hoorden het kwartje vallen'.

Juryrapport

De jury schrijft in het juryrapport het volgende: *Deze inzending over praktische wiskunde is een prachtig voorbeeld van vakkenintegratie in het vmbo en probeert bovendien een positieve bijdrage te leveren aan het imago van de vakman in de bouw. Door uit te gaan van praktijkvragen uit de bouw wordt*

de wiskunde relevant voor de leerlingen. De confrontatie met het beroepenveld laat niet alleen de leerlingen, maar ook de vakmensen zien wat het belang van wiskundeonderwijs voor hen is. Door het bezoek aan de bouwplaats zien leerlingen wat van hen wordt verwacht en formuleren zij min of meer de eigen doelstelling. Motivatie via oriëntatie op beroep is het sterke punt van dit project.

De lessenserie is met oog voor detail heel dicht naar de leerlingen en hun (toekomstige) praktijk toegeschreven en is direct toepasbaar op andere scholen.

In de begeleidende achtergrondinformatie toont de inzender veel inzicht in de problematiek van het vmbo. Dit inzicht wordt bovendien vertaald in een groot aantal aanbevelingen en suggesties.

Aanbevelingen Leo Vos

Enkele van die aanbevelingen en suggesties van Leo zijn:

- Een goed overleg met de basisschool die leerlingen aflevert, waarbij niet alleen informatie gegeven wordt over de schoolvorderingen maar ook over mogelijk belangrijke persoonlijke gegevens gericht op het verkrijgen van inzicht in mogelijke problemen van leerlingen.
- Een goede opvang van nieuwe leerlingen om te voorkomen dat er teleurstellingen ontstaan rond het verwachtingspatroon over de nieuwe school.
- Onderwijsvormen kiezen die aansluiten bij de vaardigheden van de leerlingen: minder puur verbale instructies, meer ondersteuning met behulp van andere hulpmiddelen.
- Wiskundelessen integreren binnen de lessen vaktheorie en de praktijkvakken.
- Overleg met lerarenopleidingen om toekomstige praktijkdocenten, voor welk vakgebied dan ook, op te leiden voor hun vakgebied met de exacte materie zoals wiskunde/natuurkunde.

Het is duidelijk dat Leo niet alleen een begenadigd docent wiskunde en bouw is, maar dat hij ook zeer begaan is met het toekomstperspectief van zijn leerlingen en de bijdrage die de school daaraan kan leveren.

Met het consumeren van de oranjeboek komt er een einde aan dit inspirerende schoolbezoek. Mijn vermoeden dat er op allerlei scholen wiskundedocenten zijn die buiten het boek om zinvolle en interessante projecten uitvoeren met hun leerlingen, is weer eens bevestigd.

Met dank aan Leo Vos, zijn wiskundecollega's en locatiedirecteur Jeannette à Stuling.

Informatie

Wie meer over dit project wil weten, kan contact opnemen met Leo Vos, e-mailadres:

l.p.j.vos@singelland.nl

Meer informatie over de Wiskunde Scholen Prijs is te vinden op www.wiskundescholenprijs.nl

De sluitingsdatum voor deelname aan de Wiskunde Scholen Prijs 2004 is 15 februari 2004.

FIGUUR 3 Twee leerlingen maken een bouwhaak



FIGUUR 4 Nameten van een hoek



FIGUUR 5 Prijsuitreiking; v.l.n.r. Leo Vos, Heleen Verhage, Jeannette à Stuling

Noot

[1] Heleen Verhage: *And the winner is... The golden section*, in: *Euclides* 78-8 (2003), pp. 375-377.

Over de auteur

Heleen Verhage (e-mailadres h.verhage@fi.uu.nl) is werkzaam bij het Freudenthal Instituut (Universiteit Utrecht). Zij is projectmanager van het WisKids-project en tevens organisator van de Wiskunde Scholen Prijs.



De Wiskunde Scholen Prijs is onderdeel van het WisKids-project.

Doel van WisKids is het bevorderen van enthousiasme voor wiskunde bij jongens en meisjes van tien jaar en ouder. Tevens wil WisKids het imago van de wiskunde verbeteren. WisKids is een gezamenlijk initiatief van het Koninklijk Wiskundig Genootschap (WG), de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (NVvW) en de Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken-Wiskunde Onderwijs (NVORWO).

Voor meer informatie zie www.fi.uu.nl/wiskids of mail naar wiskids@fi.uu.nl

Doe-het-zelf-blokhut



GROTE PRAKTISCHE OPDRACHT WISKUNDE

Sector : Techniek

Leerweg : BBL en KBL

DE GROTE PRAKTISCHE OPDRACHT VOOR HET VAK WISKUNDE

Vmbo-leerlingen werken twee dagen lang aan het ontwerp voor een blokhut.

[Erik Smid]

Inleiding

Sinds het begin van dit schooljaar is er in onze school een rookverbod. Er mag dus binnen de schoolmuren niet meer gerookt worden. Nu was dat voor de leerlingen altijd al verboden, maar de leraren hadden altijd de beschikking over een zogenaamd “rookhok”. Daar konden ze hun stress wegroken, hun sociale contacten onderhouden, met elkaar meeleven en lekker over de leerlingen roddelen. Konden..... Want ook de leraren moesten eraan geloven: binnen de schoolmuren mag er door niemand meer gerookt worden! Maar ja, om ze nu buiten in de kou te laten staan, dat was de bedoeling ook weer niet, ze zouden eens ziek kunnen worden... En dus ligt het in de bedoeling om voor de hardnekkige rokers onder de leraren een rookhok te plaatsen buiten de schoolmuren, ergens achter de school, op het plein ofzo.

En daarom zijn we op zoek naar een **blokhut**. Een blokhut is een houten huisje dat je wel eens bij mensen in de tuin ziet staan. Zo’n blokhut kan prima dienst doen als rokers-ruimte. Een voorbeeld staat op de voorkant van dit boekje.

Maar ja, die dingen zijn niet goedkoop, die kosten nog wel een lieve stuiver! Zullen we er zelf ééntje maken? En wat kost dat dan? Het is trouwens nog een hele klus, daar kom je bij deze opdracht wel achter.....

En dan kijken wat zo’n ding kost als je hem kant en klaar laat leveren. Wat kost het dan? De school heeft hiervoor 2000 euro uitgetrokken. Is dat voldoende?

Kortom, er is weer heel wat voor je uit te zoeken.

Veel plezier met deze klus en maak er wat moois van!!

Inleiding

De invoering van het vmbo heeft geleid tot een groot aantal veranderingen. Te denken valt daarbij aan de leerwegen, het programma van toetsing en afsluiting (PTA), andere eindtermen en exameneisen, de tweejarige examenperiode en ook de Grote Praktische Opdracht (GPO).

In deze bijdrage wil ik graag wat meer vertellen over de organisatie van de GPO bij ons op school, over de inhoud van de diverse GPO’s wiskunde (waarbij de opdracht voor de sector Techniek centraal zal staan), en tenslotte over mijn ervaringen en die van de leerlingen met de GPO.

Doelen

Net als andere praktische opdrachten is de GPO een uitstekend middel om die eindtermen te toetsen die via een normale schriftelijke toets minder geschikt te toetsen zijn. Te denken valt hierbij aan de eindtermen zoals verwoord in exameneenheid WI/K/2, kerndeel Basisvaardigheden, van het examenprogramma wiskunde voor het vmbo^[1]. Doelen als samenwerken, een planning maken, functioneel gebruik van de Nederlandse taal, gebruik van internet en zoekmachines zijn moeilijk schriftelijk te toetsen. Al deze vaardigheden komen in onze GPO’s in meer of mindere mate aan de orde. Ook bij de beoordeling spelen met name deze factoren een rol. Natuurlijk wordt er ook gelet op de wiskundige

aspecten, maar vooral bovengenoemde zaken uit het examenprogramma worden met de GPO getoetst. Bij de GPO’s wiskunde wordt standaard begonnen met een ‘plan van aanpak’ dat ingevuld moet worden, en er wordt altijd afgesloten met een reflectie waarin de leerling schriftelijk of mondeling moet aangeven wat hij van deze opdracht geleerd heeft, hoe de samenwerking is verlopen, wat zijn eigen bijdrage is in het eindproduct en welke wiskunde hij heeft gebruikt.

Organisatie

Volgens wettelijke richtlijnen moet de GPO een opdracht zijn van tien klokuren, niet minder maar liever ook niet meer. Er zijn verschillende manieren om die tien uur in te vullen. Het kan bijvoorbeeld door tien weken lang elke vrijdag het laatste uur in te ruimen voor GPO.

Wij hebben er als school voor gekozen om de GPO als gehele opdracht in één keer te laten maken. En dat betekent dat de hele derde klas van het vmbo twee dagen lang is uitgeroosterd om met de GPO bezig te zijn. Deze manier van werken geeft al aan dat we de GPO zien als een wezenlijk onderdeel van het schoolgebeuren. Het is geen sluitpost van de tijdsbegroting. In de eerste helft van januari kunnen de leerlingen een keuze maken voor welk vak ze de GPO willen maken. Ze mogen in de derde klas kiezen uit alle avo-vakken die in hun pakket zitten. In het vierde leerjaar maken ze verplicht een GPO voor hun praktijkvak.

ONTWERP EEN BLOKHUT EN BEREKEN DE DOE-HET-ZELF-PRIJS

Je ontwerp moet aan de volgende voorwaarden voldoen:

De afmetingen van de vloer zijn 3.80 meter bij 3.00 meter

De hoogte vanaf de nok moet 2.70 en het dak moet bestaan uit golfplaten of shingles.

En om het moeilijk te maken moet het geheel ook nog geschilderd worden.

Maak van je ontwerp een vooraanzicht, de twee zijaanzichten en een achteraanzicht.

Teken deze met schaal 1 op 50.

Je mag zelf een hut **ontwerpen**, dus ook zelf bepalen waar de deur komt en waar een raam komt.

Tip: Probeer het voor jezelf niet te moeilijk te maken.

Maak van jouw ontwerp tekeningen van de verschillende aanzichten

Stel je voor dat je jouw ontwerp zelf echt gaat bouwen.

Wat zou dat wel niet kosten?

Daarom moet je een **kostenberekening** maken. Daarvoor moet je onder anderen een bezoek brengen aan een bouwmarkt (Gamma, Praxis, of zoiets) om de prijzen op te zoeken. Maak vooraf eerst een **boodschappenlijstje**.

Houd zo nodig rekening met *verf (daarvoor moet je de oppervlakte van je hut berekenen!)*, spijkers, schroeven, huur gereedschap e.d.

Deze kostenberekening maak je op de computer, in Excel.

Daarvoor krijg je een diskette met de nodige bestanden erop.

*Omdat iedereen jouw ontwerp in elkaar moet kunnen zetten, zo dat het toch een blokhut blijft, moet je er ook een **montagevoorschrift** bij maken.*

Dit voorschrift moet zo duidelijk zijn dat zelfs een techneut zoals ik het ding in elkaar kan zetten.

Aan de hand van een korte omschrijving per vak maken de leerlingen uit klas drie een eerste, tweede en derde keus. Door de leerlingen zelf te laten kiezen, vergroot je de motivatie. Een leerling kan een vak kiezen omdat hij het een leuk vak vindt, maar ook om z'n cijfer voor dat vak op te halen.

Vervolgens worden de leerlingen per vak ingedeeld.

Het hele keuzegebeuren en de indeling ligt op het bordje van de directie. Zij zorgt ervoor dat ik straks een groep leerlingen heb voor de GPO wiskunde.

Daarna ligt de verantwoordelijkheid bij onze wiskundesectie om deze leerlingen met een passende opdracht twee dagen lang bezig te houden.

Elke sector een eigen GPO

In het vmbo hebben we te maken met verschillende sectoren. Bij ons worden de sectoren Techniek, Zorg en welzijn en Economie aangeboden.

Omdat wij als wiskundedocenten vinden dat een GPO voor jezelf praktisch toepasbaar moet zijn, hebben we voor al die sectoren verschillende opdrachten ontwikkeld.

Dat betekent dat de wiskunde-GPO voor Techniek een andere opdracht is dan de wiskunde-GPO voor Zorg en welzijn. En de leerlingen van de sector Economie krijgen weer een andere opdracht.

Uiteraard is er van elke opdracht een BB-versie en een KB-versie, waarbij het verschil in alle gevallen zit in de uitgebreidheid van de opdracht.

De leerlingen van Zorg en welzijn krijgen een opdracht om binnen een bepaald budget een maaltijd samen te stellen. Hierbij moeten ze gebruik maken van de voedingsschijf. Er wordt daarbij onder andere gerekend met verhoudingstabellen om recepten om te rekenen, er worden prijzen vergeleken in supermarkt en speciaalzaak, er wordt gerekend met joules en calorieën, enzovoorts. Uiteindelijk moeten ze een menu maken en uitrekenen hoeveel dit menu per persoon kost.

De leerlingen van de sector Economie moeten een auto leasen. Hierbij komen begrippen als vaste kosten en variabele kosten om de hoek kijken. Hoeveel verbruikt een auto eigenlijk? Hoe zit het met verzekeringen? En welke brandstof kies ik? Uiteindelijk moet dié auto gekozen worden die de beste prijs/kwaliteit-verhouding heeft. Bij deze opdracht moet veel op internet gezocht worden en ook contact gelegd worden met een dealer.

De leerlingen van de sector Techniek krijgen de opdracht om een blokhut te ontwerpen die dienst kan doen als rokersruimte voor leraren. Ook moeten ze hiervan de prijs berekenen, en dan nog kijken of zelf maken goedkoper is dan een kant-en-klaar hokje kopen. Dat betekent voor deze leerlingen: schaaltekenen, boodschappenlijst maken, prijzen vergelijken, rekening houden met het huren en/of aanschaffen van allerlei materialen, het maken van een begroting in Excel en

het maken van een duidelijke handleiding om het hok in elkaar te zetten.

De TL (Theoretische Leerweg) heeft ook een eigen GPO-wiskunde: een computeropdracht over Escher (zie [2]).

Werk in Uitvoering; dag 1

4 en 5 februari, twee dagen geen les... Voor de leerlingen een feest! Ze mogen twee dagen aan de slag met een vak dat ze zelf gekozen hebben. Een groep van ruim twintig leerlingen heeft zich opgegeven voor het vak wiskunde. Een stuk of negen daarvan zitten in de sector Techniek; die neem ik onder mijn hoede. Dat geldt ook voor een tweetal leerlingen uit de sector Administratie en handel (Economie). Een collega heeft de verantwoording over de meisjes van Zorg en welzijn. Na de dag op christelijke wijze te zijn begonnen, deel ik de opdrachten uit.

Eerst maar even lezen... wat moet er precies gebeuren? De leerlingen hebben al vrij snel door wat er van ze verwacht wordt. 'Meneer, mogen we het ook samen doen?' Ik heb er niet al te veel bezwaar tegen, ook omdat er dit jaar alleen maar KB-leerlingen in mijn groep zitten. Ik verwacht wel dat ze allemaal hun eigen werkboek ingevuld weer inleveren, evenals de diskette met het Excel-bestand.

De leerlingen gaan aan de slag. Er wordt druk overleg gepleegd, het is een behoorlijk open opdracht waarbij je nogal wat verschillende ontwerpen kunt maken, er moeten dus keuzes gemaakt worden. Een of twee ramen? Een plat dak of een puntdak? En als het ontwerp eenmaal klaar is, moet er nog beslist worden van welk materiaal het hokje vervaardigd moet worden. Moet er echt glas in het raam of mag het ook met plexiglas? En moet het dak ook van hout? Of liever bitumen golfplaten? Er wordt veel gesproken en gediscussieerd over wat het beste is.

'Meneer, moet het raam aan de voorkant?'

'Meneer, mag er ook een bankje in gemaakt worden?'

'Meneer, mag het ook van MDF?'

Terwijl mijn techniekjongens druk aan het overleggen zijn, loop ik even naar de keuken om een paar flessen frisdrank en een paar pakken koeken op te halen. Tijdens de GPO kun je ze natuurlijk niet op een houtje laten bijten; de sfeer vraagt als het ware om een traktatie.

Ik loop en passant even via het naastgelegen computerlokaal. Hier is de Theoretische Leerweg al druk bezig zich te verdiepen in het leven en werk van Escher. Ook m'n twee jongens van Administratie en handel zijn hier druk aan het werk. Na het beantwoorden van een paar vragen van hun kant ga ik weer naar m'n eigen lokaal. De leerlingen zijn inmiddels druk bezig met het op schaal tekenen van alle aanzichten van hun blokhut. Als het aan hen ligt, krijg ik straks een prima rookhok.

De frisdrank en de koeken worden met hoera-geroep ontvangen en onder het genot van al dat lekkers wordt er verder gewerkt. De tekeningen vorderen al aardig en een paar leerlingen zijn al bezig met het boodschappenlijstje.

Naast hout en plaatmateriaal van diverse afmetingen moet er natuurlijk ook gedacht worden aan gereedschap, spijkers of schroeven, verf, kwasten en al die spullen meer. Ja, er komt nog heel wat bij kijken, daar zijn ze nu wel achter...

Rond een uur of drie zijn de meeste jongens zover dat ze naar de bouwmarkt kunnen om daar te kijken wat de materialen zoal kosten. Ik stel voor om samen naar de Gamma te rijden en daar nog een half uurtje rond te kijken en prijzen te vergelijken. Een paar jongens geven de voorkeur aan een bezoek aan de bouwmarkt bij hen thuis. Dan kunnen ze dat vanavond nog wel doen en zijn ze niet zo laat thuis. Ik vind het goed. Misschien dat dit ook nog wat andere prijzen oplevert. Met de anderen rijden we samen naar de Gamma. Met rekenmachine en kladpapier bij de hand wordt het boodschappenlijstje afgewerkt. Vurenhout is goedkoper, maar dat geïmpregneerde hout is toch wel beter...

En het dak wordt natuurlijk van bitumen platen - of toch maar die doorzichtige?! Die zijn wel veel dunner, maar ook goedkoper. En wat kost een deur in de aanbidding? Er wordt gekeurd, prijzen vergeleken, gewikt en gewogen...

Het zou natuurlijk helemaal mooi zijn als we de materialen echt konden aanschaffen en ook echt zo'n hut konden gaan bouwen, bijvoorbeeld in samenwerking met de afdeling bouwtechniek. Maar bij deze opdracht lijkt me dat niet haalbaar^[3]. Het is tenslotte de bedoeling dat er een kwalitatief goed hok geleverd wordt voor zo weinig mogelijk geld. Want het was inmiddels wel duidelijk dat er een soort wedstrijd was ontstaan wie het goedkoopst zo'n hok kon maken. Na het bezoek aan de Gamma gaan we naar huis, voor vandaag is het welletjes. Het is al bijna kwart over vier...

Werk in Uitvoering; dag 2

De volgende dag moet er nog heel wat gebeuren. Het uiteindelijke kostenplaatje moet nog worden ingevuld in Excel. De meeste leerlingen kennen het programma wel, maar ik laat ze toch nog even zien dat het voor zoiets heel handig is. 'Kijk jongens, als ik hier de prijs-per-stuk verander, dan rekt hij het helemaal door. Je hoeft dus niet meer alles opnieuw uit te rekenen.' Voor een aantal toch nog een verrassing.

Er moet ook nog een montagevoorschrift worden gemaakt. Ik zeg erbij dat ik niet te veel op het Nederlands zal letten, maar het moet wel zó begrijpelijk zijn dat ook ik het hok in elkaar kan zetten zonder dat het direct weer instort.

Aan het eind van de morgen zijn de meeste leerlingen klaar met hun opdracht. Ze komen met het ingevulde boekje bij mij. Omdat de GPO afgesloten wordt met een presentatie en de meesten al klaar zijn, besluit ik de presentatie direct na de middagpauze te doen... dan kunnen ze op tijd naar huis. Bij die presentatie moeten ze laten zien welke keuzes ze hebben gemaakt en waarom.

Ook moeten ze vertellen hoeveel het hok zou kosten als ze het zo zouden maken.

De meeste jongens blijken behoorlijk onder de prijs

van een kant-en-klare blokhut uit te komen. Toch zit er behoorlijk verschil in. Ik merk dat de jongens van de bouw toch wat meer op kwaliteit letten dan de elektro- en metaaljongens. Zal wel komen door de opleiding. Het is eigenlijk ook een opdracht die wel heel erg gericht is op de bouw. Je merkt dat de bouwjongens toch meer van hun praktijkvak in deze opdracht kwijt kunnen dan de jongens van metaal en elektro.

Beoordeling

Het beoordelen vind ik een lastige klus. Je kunt eigenlijk niet spreken over goed of fout als een leerling gekozen heeft voor een bepaalde houtsoort. En dat geldt voor een groot deel van de opdracht. Het is eigenlijk ook geen doen om alle prijzen die ze opgegeven hebben te checken. En dat is volgens mij ook niet de bedoeling.

Het is voor de leerlingen wel duidelijk hoe ik de opdracht ga beoordelen. In het opdrachtboekje heb ik een beoordelingsstaatje toegevoegd waarin precies staat aangegeven hoeveel punten ze op de verschillende onderdelen kunnen scoren.

Omdat ik vind dat een leerling geen onvoldoende zou mogen halen, heb ik een paar minimumeisen aan het werk gesteld: alle opdrachten moeten gemaakt zijn, het werk moet er netjes uitzien, dus getekend met potlood en liniaal, waar nodig moeten berekeningen opgeschreven zijn en mijn indruk over hun bijdrage in het groepsgebeuren moet positief zijn. Je moet dat tijdens deze twee dagen dus wel goed in de gaten houden en zo nodig bijsturen.

Ik wil graag voorkomen dat iemand een goed cijfer haalt door de inspanningen van een ander; ze moeten hun cijfer wel waard zijn en niet alleen maar meegelif hebben.

Een leerling die aan deze minimumeisen voldoet, heeft al een voldoende te pakken. Als een leerling er niet aan voldoet, betekent dat niet dat hij dan maar een onvoldoende krijgt, maar dat hij zijn werk niet mag inleveren - en dan heeft hij dus geen GPO gedaan. De leerlingen die eventueel de GPO gebruiken voor een kleine minivakantie en een zware onvoldoende op de koop toenemen worden op deze manier direct teleurgesteld.

Bij de presentatie mogen ze zelf vertellen hoe ze de opdracht hebben aangepakt en wat in het groepsproces de bijdrage geweest is van de individuele leerling. Uiteraard kijk ik ook nog naar de wiskundige resultaten, of de berekende prijs redelijk is, of de tekeningen goed op schaal zijn en of het montagevoorschrift een beetje klopt.

Geen van mijn jongens krijgt daardoor een onvoldoende. Daarnaast leg ik de boekjes op volgorde van creativiteit en compleetheid.

Het is volgens mij niet te voorkomen dat er toch iets van subjectiviteit in de beoordeling sluipt. De een is nu eenmaal wat preciezer en maakt wat slimmere keuzes of een mooier en completer rookhokje... Ik heb dat met de jongens ook besproken en ze konden zich dat ook wel voorstellen. Het is net zoiets als het beoordelen van een werkstuk of een opstel.

De uiteindelijke cijfers variëren van een 7 tot een 8,5. De leerlingen zijn tevreden over de resultaten en ik ook.

Plussen en minnen

Het zit erop, twee dagen GPO. Het voordeel van deze manier van werken is dat het werk om de GPO heen ook binnen korte termijn rond is; je hoeft de leerlingen niet steeds achter de broek aan te zitten dat ze nog spullen moeten inleveren. Aan het eind van de tweede dag is alle werk ingeleverd en zijn bij een aantal vakken de cijfers al bekend. Het vraagt wel om goede randvoorwaarden: een aantal lokalen dat vrijgeroosterd kan worden, de beschikbaarheid van computers (andere vakken willen er ook nog wel eens gebruik van maken) en een goede bemensing. Een hele klus waar het hele team in mee moet willen werken. Wat ook als bijzonder prettig ervaren is, zowel door de leerlingen als door de docenten, is de sfeer die er deze dagen op school gehangen heeft. Overal zag je groepjes leerlingen die met iets bezig waren: een videoverslag voor Engels, een proef voor natuurkunde, een interview voor geschiedenis, een... nou ja, teveel om op te noemen. Het had iets ontspannends en toch werd er goed gewerkt. Een fijne sfeer die twee dagen, in deze vorm zeker voor herhaling vatbaar.

De opdracht zelf wil ik her en der toch een beetje gaan bijschaven. De leerlingen waren naar mijn mening te vroeg klaar met alles en de hele opdracht is toch iets teveel gericht op de afdeling bouw. Ik overweeg om de volgende keer als ik met deze opdracht aan de slag ga er misschien ook elektriciteit in te laten aanleggen. Dat maakt het wat uitgebreider en volgens mij voor de elektro-jongens ook wat praktischer.

Ook de beoordeling wil ik volgende keer nog anders gaan doen. Wellicht dat ik elk groepje ook zichzelf laat becijferen. Of een aantal punten geef die ze zelf moeten verdelen - ze weten tenslotte beter dan ik wie het hardst heeft gewerkt en wie het minst gedaan heeft. Maar hoe... daar moet ik nog even over nadenken. Ik heb het nog niet helemaal helder.

Noten

[1] Zie www.nvww.nl, Eindtermen, Examenprogramma vmbo.

[2] Wim Schaafsma: Proces, in: *Euclides* 77 (8 / juni 2002), pp. 354-357.

[3] De opdracht 'Maaltijd bereiden' van de sector Zorg en welzijn zou zich er veel beter voor lenen. Deze leerlingen maken af en toe een maaltijd in de keuken en serveren dan voor ouders of opa's en oma's. Het is goed mogelijk om dat ook eens te doen met de maaltijd die ze bij hun GPO wiskunde op papier al hebben voorbereid. Hiervoor gaan we binnenkort overleg voeren met de collega's van de sector Zorg en welzijn.

Over de auteur

Erik Smid (e-mailadres: esmid@home.nl) is werkzaam als docent wiskunde aan het Greijdanus-college te Zwolle. Hij geeft daar les in de bovenbouw van het vmbo in de basisberoepsgerichte en kaderberoepsgerichte leerweg.

De recursie van Fibonacci

[Rob Bosch]

De Fibonacci-getallen F_n die gegenereerd worden door de relatie

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \text{ met } n > 2 \text{ en } F_1 = 1, F_2 = 1$$

resultierend in de rij

1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 ...

kent de lezer waarschijnlijk uit het probleem van de konijnenpopulatie. Deze Fibonacci-getallen komen echter ook in talrijke andere problemen voor^[1].

We vormen rijtjes van nullen en enen met dien verstande dat nergens in de rij twee nullen elkaar opvolgen. Het rijtje 0111010 is dus wel toegestaan, maar het rijtje 100101 niet. Voor rijtjes met $n = 4$ symbolen vinden we de volgende acht mogelijkheden:

0 1 1 1	1 0 1 1
0 1 1 0	1 1 1 0
0 1 0 1	1 1 0 1
1 0 1 0	1 1 1 1

Hoeveel van dergelijke rijtjes kunnen we vormen met n symbolen?

Een rijtje dat met een 1 begint, kunnen we voortzetten met een willekeurig toegestaan rijtje van $n - 1$ symbolen. Het aantal toegestane rijtjes van n symbolen die met een 1 beginnen is dus gelijk aan $f(n - 1)$. Als een rijtje met een 0 begint, moeten we vervolgen met een 1. Daarna kunnen we verder gaan met een willekeurig toegestaan rijtje van $n - 2$ symbolen. Het aantal rijtjes dat met een 0 begint is dus gelijk aan $f(n - 2)$. Voor het totaal aantal rijtjes geldt dus

$$f(n) = f(n - 1) + f(n - 2), \text{ met } n > 2$$

Aangezien $f(1) = 2$ en $f(2) = 3$ vinden we de volgende aantallen rijtjes:

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(n)$	2	3	5	8	13	21	34	55

Er geldt dus

$$f(n) = F_{n+2}$$

Dit probleempje hadden we ook op de volgende wijze kunnen oplossen. We berekenen het aantal rijtjes met k nullen en $n - k$ enen. De $n - k$ enen laten in het rijtje $n - k + 1$ plaatsen over voor de k nullen.

	1		1		1		1	
↑		↑		↑		↑		↑
0		0		0		0		0

Het aantal mogelijkheden om de k nullen te plaatsen is

$$\text{dus } \binom{n-k+1}{k}$$

Het totaal aantal rijtjes is dus gelijk aan

$$\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-k+1}{k}$$

Gecombineerd met het eerdere resultaat vinden we de volgende gelijkheid, die we in de driehoek van Pascal terugvinden als de som van diagonaalelementen.

$$\binom{n+1}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n-1}{2} + \binom{n-2}{3} + \dots = F_{n+2}$$

Literatuur

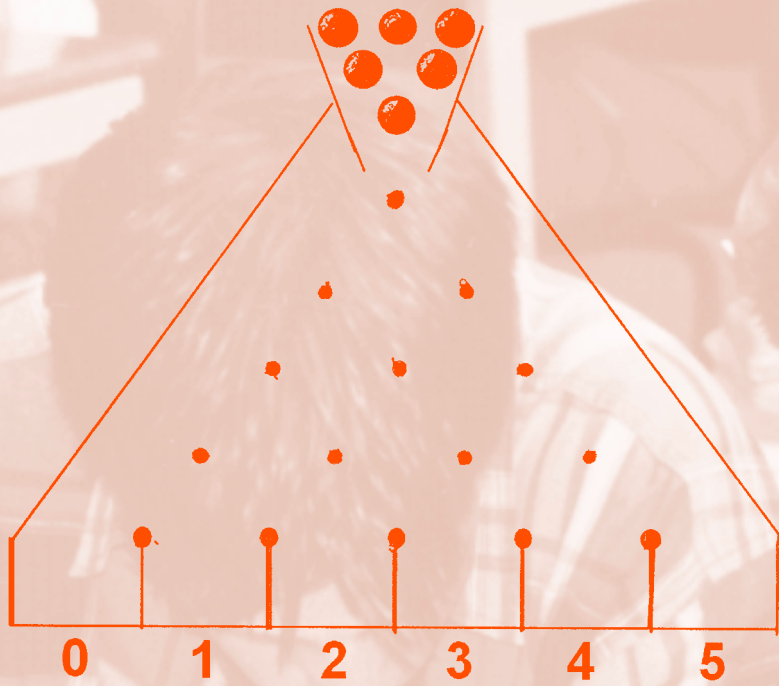
P.W.H. Lemmens, T.A. Springer: *Hoofdstukken uit de Combinatoriek, Epsilon Uitgaven (nummer 25, Utrecht, 1992).*

Noot

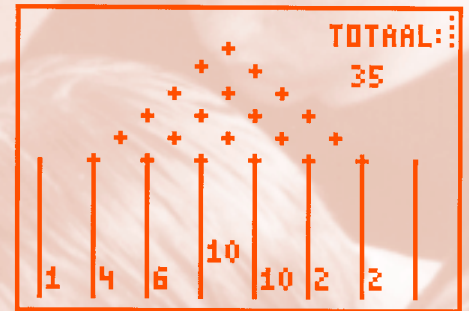
[1] (Red.) Zie ook de rubriek Recreatie in dit nummer (pag. 086).

Over de auteur

Rob Bosch (e-mailadres: r.bosch2@mindef.nl) is na zijn doctoraal wiskunde 13 jaar werkzaam geweest als wiskundeleraar in het middelbaar onderwijs. Sinds 1987 is hij als docent verbonden aan de Koninklijke Militaire Academie te Breda.



FIGUUR 1 Galton-bord met 5 rijen pinnen



FIGUUR 2

HET GEBRUIK VAN EEN APPLET OP EEN GRAFISCHE REKENMACHINE

Een acceptabel alternatief voor het werken met computers

[Karin Riksen]

In plaats van?

Het organiseren van een computerpracticum is op veel scholen nog steeds een hele toer. Als stagiaire liep ik meerdere keren tegen een tekort aan computers aan. Wanneer je de stof toch inzichtelijk wilt maken aan de hand van een (klein) computerprogramma, moet je op zoek naar andere mogelijkheden. Gebruik maken van een applet op een grafische rekenmachine zou een oplossing kunnen zijn. Maar kun je met een applet op een grafische rekenmachine net zo'n interessante les organiseren als op een computer? Is het beeldscherm van de grafische rekenmachine bijvoorbeeld niet veel te klein, en werken programma's op de grafische rekenmachine niet veel te traag?

Het onderzoek

In twee vwo-4 klassen (M-profiel) heb ik een verkennend onderzoek gedaan naar de mogelijkheden van toepassingen van applets op grafische rekenmachines in het wiskundeonderwijs^[1]. Daarbij heb ik de ervaringen van de leerlingen en de docent verzameld.

Een applet is een softwareprogramma van internet. Bij activering wordt het applet 'gedownload' over het netwerk (bijvoorbeeld Internet) en vervolgens uitgevoerd op de lokale computer (of grafische rekenmachine). Op het internet zijn vele applets te vinden over allerlei wiskundeonderwerpen. Ook zijn er steeds meer applets te vinden voor grafische rekenmachines.

Voor het onderzoek heb ik een practicum ontwikkeld over het Galton-bord^[2]. Met het programma *Galton* (zie [3]) kan een Galton-bord worden nagebootst. Een Galton-bord bestaat uit rijen pinnen waarbij een balletje bovenin wordt losgelaten en vervolgens langs verschillende pinnen naar beneden valt in een van de bakjes onderaan (zie figuur 1). Voorafgaand aan de simulatie moeten de volgende twee dingen in het programma worden ingeven: de kans dat een balletje naar rechts valt en het gewenste tempo van vallen.

In het practicum laat ik de leerlingen eerst via enkele introductievragen met een Galton-bord kennismaken. Hierbij wordt het applet nog niet gebruikt. Vervolgens wordt de leerlingen gevraagd het aantal wegen naar een bepaald bakje te bepalen. Dit doen ze eerst in een Galton-bord met drie rijen, vervolgens met vier rijen en later in een Galton-bord met nog meer rijen. Uitgaande van de aantallen mogelijke wegen moeten de leerlingen dan een algemene formule opstellen. Ook moeten de leerlingen naar het verband tussen het aantal mogelijke wegen van de Galton-borden met drie en vier rijen zoeken.

En dan is het moment gekomen om het applet in te zetten voor drie simulaties met 100, 200 en 300 balletjes. Uit de simulatieresultaten moeten de empirische kansen worden berekend, die tenslotte worden vergeleken met te berekenen theoretische kansen.

Tijdens het practicum, dat twee lesuren duurde, werkten de leerlingen in tweetallen. Per tweetal kregen ze één opgavenblad en één antwoordenblad. Het

antwoordenblad leverden ze aan het eind van de les weer in. Elke leerling had de beschikking over één grafische rekenmachine (TI-83 Plus) met het programma Galton. Met een enquête vroeg ik de leerlingen achteraf naar hun ervaringen en hun mening over de les en het gebruik van het applet. Voor het downloaden van de applet van internet heb ik gebruik gemaakt van de benodigde TI-software. De TI-software moet op een computer worden geïnstalleerd, waarna via de speciale verbindingskabel het applet eenvoudig en snel in de grafische rekenmachine kan worden geladen. Ook het overzetten van het applet op de grafische rekenmachines van de leerlingen gaat gemakkelijk. In totaal duurde deze activiteit niet langer dan een uur.

De antwoorden bekeken

Na het uitdelen van de opgaven gingen de leerlingen direct aan de slag. Bij het uitstippelen van mogelijke wegen overlegden ze druk. De redelijk eenvoudige introductievragen werden goed gemaakt. In de daaropvolgende vragen werd de leerlingen gevraagd het aantal mogelijke wegen naar elk bakje in een Galton-bord met drie rijen en later vier rijen pinnen te bepalen. Dit deden ze door op papier of in het hoofd de verschillende wegen uit te tekenen. Het opstellen van een algemene formule voor het aantal mogelijke wegen vonden de leerlingen erg lastig. Slechts vier van de twintig tweetallen hebben de juiste formule gevonden, en dan nog met de hulp van enkele aanwijzingen. Een mogelijke verklaring is dat de leerlingen op het moment van het practicum niet in een hoofdstuk over kansrekening bezig waren.

De opgaven over het berekenen van de empirische en theoretische kansen worden voorafgegaan door een klein stukje theorieherhaling, om de aanwezige voorkennis te activeren. De berekeningen leverden vervolgens geen enkel probleem op.

Gebruik van het applet

Uitgaande van de instructies op het opgavenblad konden de leerlingen geheel zelfstandig met het applet aan de slag. De meeste tweetallen maakten handig gebruik van de twee grafische rekenmachines. Beide leerlingen lieten tegelijkertijd een simulatie lopen en berekenden tussendoor alvast de empirische kansen. In figuur 2 staat een schermafdruck van het applet *Galton*, waarin de simulatie tot 35 balletjes is gevorderd. Op drie grafische rekenmachines bleek het applet niet correct te functioneren. De leerlingen ontvingen een reserve grafische rekenmachine waarna ze direct weer met het practicum verder konden. Voor het practicum had ik de werking van de applets gecontroleerd. Ze werkten toen alle prima. Een mogelijke reden voor het vastlopen van de programmaatjes zou het volgende kunnen zijn. Tijdens het selecteren van het programma *Galton* kunnen de leerlingen door één verkeerde keuze midden in de schrijfbaar programmeertekst van het applet terecht komen. Op zo'n moment is een stukje programmeertaal zo gewist of is er iets tussengevoegd, waardoor het programma niet meer goed werkt.

Wat de leerlingen ervan vonden

Na afloop van het practicum heb ik de aanwezige 33 leerlingen een enquête voorgelegd waarin ik hun mening vroeg over het werkblad en het gebruik van het applet. De enquête bevatte aan het eind enkele open vragen.

De wisselende mening over het aansluiten van de opgaven bij de voorkennis heeft waarschijnlijk te maken met het feit dat de leerlingen op het moment van het practicum niet met een hoofdstuk over kansen bezig waren. Ze zaten niet midden in de stof. Over het algemeen vonden de leerlingen het practicum leerzaam. Over de moeilijkheidsgraad van de opgaven waren de meningen verdeeld.

Over het gebruiksgemak van het applet waren de leerlingen unaniem positief. De tekst en figuren waren duidelijk te zien. Het invoeren en aflezen van gegevens ging gemakkelijk. Een meerderheid van de leerlingen vond dat het gebruik van een applet op de grafische rekenmachine de wiskunde leuker en beter te begrijpen maakt.

Als grootste nadeel van het applet noemden de leerlingen het feit dat ze lang moesten wachten tot de simulatie klaar was. Een simulatie met 100 balletjes duurt ongeveer 2,5 minuut bij een TI-83 Plus. De TI-83 Plus Silver Edition is veel sneller: nog maar 1 minuut. In de toekomst zal met de nieuwe generatie grafische rekenmachines dit probleem dus steeds kleiner worden.

Wanneer de leerlingen een grafische rekenmachine

vergelijken met een computer zijn ze een stuk minder positief over applets op een grafische rekenmachine. Hun voorkeur gaat dan sterk uit naar de computer. Als tijdelijke oplossing is het gebruik van een applet op een grafische rekenmachine dus een acceptabele keuze. Op de vraag 'Wat vind je goed/handig in het gebruik van het applet?' kreeg ik onder andere de volgende reacties:

'Dat je je meer in de stof gaat verdiepen zowel met 'n soort spelletje. Het helpt wel.'

'Het was een makkelijk en een eenvoudig programma en snel te begrijpen.'

'Dat je je wiskunde beter kan begrijpen.'

'De vraagstelling is duidelijker geworden doordat je het kon zien. Je kon zien wat er gebeurde.'

En op de vraag: 'Wat vond je leerzaam aan het practicum?' kreeg ik onder andere de reacties:

'In het echt zien wat de kans is doordat je ziet hoeveel balletjes er werkelijk in de bakjes vallen.'

'Verschillen in soorten kansen berekenen en ook kunnen begrijpen waarom.'

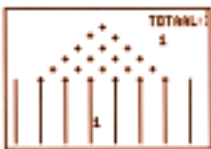
'Dat je theoretische en empirische kansen leert berekenen.'

'Je bent op een andere manier met de stof bezig.'

Gesprek met de docent

In een gesprek met de docent gaf deze aan dat hij graag vaker met het applet *Galton* zou willen werken. Ook staat hij open voor het gebruik van andere applets op een grafische rekenmachine. Zijn woorden: 'Wat

Je ziet nu onderstaand scherm, de simulatie is begonnen:



Nog even herhalen:

→ Het vallen van de balletjes tijdelijk stopzetten:
Druk op [ENTER]

→ Nieuwe simulatie:
Druk op [ON]
Kies 1: Afsluiten
Druk op [ENTER]

→ Helemaal stoppen met simuleren:
Druk op [ON]
Kies 1: Afsluiten
Druk op [CLEAR]

Voer achtereenvolgens de volgende drie simulaties uit:

(B) Stop de eerste simulatie wanneer honderd balletjes naar beneden zijn gevallen. Vul de resultaten op het antwoordenblad in.

I (Een simulatie met honderd balletjes duurt ongeveer 2,5 minuut. Lees tussendoor alvast opgave 5E door. Na elke simulatie kun je dan direct de empirische kansen berekenen. Om de beurt kan een van de twee de simulatie in de gaten houden.)

C Stop de tweede simulatie wanneer tweehonderd balletjes naar beneden zijn gevallen. Vul de resultaten in.

D Stop de derde simulatie wanneer driehonderd balletjes naar beneden zijn gevallen. Vul ook deze resultaten in.

E Uit de resultaten van de vorige drie simulaties kan je de empirische kansen berekenen.

Een empirische kans is een relatieve frequentie die gebaseerd is op een groot aantal waarnemingen. Empirisch betekent 'op ervaring gegrond'. Empirische kansen bereken je altijd achteraf.

Wil je bijvoorbeeld de kans weten dat bij een geboorte een meisje ter wereld komt, dan kun je gebruik maken van gegevens van het CBS. In 1989 werden in Nederland 188979 kinderen geboren: 96297 jongens en 92682 meisjes. De kans op een meisje is dus $92682/188979$ is ongeveer 0,490. Je schat hier de kans op grond van gegevens uit het verleden.

Uit: Genet en Raimb. VWO1 blz. 365

Bereken nu de empirische kans dat een balletje in een bepaald bakje terecht komt uitgaande van de gegevens van de simulaties van opgaven 5B, 5C en 5D. Vul deze kansen in de tabellen op het antwoordenblad in. Beschrijf ook hoe je de empirische kans hebt berekend. (Hint: Het is bekend hoeveel balletjes er in elk bakje terecht zijn gekomen en hoeveel balletjes in totaal naar beneden zijn gevallen)

F In de vorige opgave heb je kansen geschat door vele keren een balletje naar beneden te laten vallen. Je hebt toen de empirische kansen berekend. Maar je kunt de kansen ook precies berekenen. In deze opgave gaan we de theoretische kansen berekenen. Hoe zat dat ook al weer met een theoretische kans?

Bij een kansexperiment met uitkomsten die alle even waarschijnlijk zijn is de kans op de gebeurtenis G gelijk aan

$$P(G) = \frac{\text{aantal gunstige uitkomsten}}{\text{totaal aantal mogelijke uitkomsten}}$$

In vraag 5A heb je berekend hoeveel wegen naar elk bakje leiden en zo weet je dus ook het totaal aantal mogelijke wegen.

Bereken de theoretische kans dat een balletje in bakje 0 zal belanden, en in bakje 1. Vul de tabel op het antwoordenblad volledig in. Schrijf ook je uitwerkingen op.

biedt een grafische rekenmachine toch veel mogelijkheden. We gebruiken er maar een fractie van.'

Enkele discussiepunten

Toen dit practicum werd uitgevoerd, waren de leerlingen in de reguliere wiskundelessen niet met kansberekening bezig. Activeren van voorkennis door een stukje theorieherhaling was nu extra nodig. Dat had waarschijnlijk tot meer juist opgestelde formules geleid.

In één van de opgaven vroeg ik de leerlingen naar de regelmaat tussen het aantal mogelijke wegen van de Galton-borden met drie en vier rijen. Uit de verkregen antwoorden begreep ik dat ik de vraag anders had moeten stellen. In plaats van naar 'de regelmaat' had ik naar 'het verband' moeten vragen. De leerlingen gingen namelijk zoeken naar een regelmaat tussen het aantal mogelijke wegen van een bepaald Galton-bord. Na het geven van de aanwijzing: 'Zet de aantallen mogelijke wegen van een Galton-bord van drie rijen en van een Galton-bord met vier rijen onder elkaar' vonden de leerlingen het door mij bedoelde verband. Geen van de leerlingen kon zich de naam van het bedoelde verband meer herinneren (driehoek van Pascal) – terwijl dit toch aan het begin van het schooljaar is behandeld.

Naast het vragen naar het verband is het goed ook te blijven vragen naar de regelmaat tussen het aantal mogelijke wegen van een Galton-bord. De vraag leverde namelijk interessante antwoorden op die goed

gebruikt kunnen worden als opstap naar het opstellen van een algemene formule. Enkele voorbeelden van bruikbare opmerkingen:

'De zijanten zijn steeds één. Bij de middelste zijn altijd de meeste mogelijkheden.'

'Het aantal mogelijkheden bij het tweede en één-na-laatste bakje is gelijk aan het aantal rijen pinnen.'

Conclusies

De inhoud van het practicum leverde bij deze leerlingen geen grote problemen op. Wel vonden leerlingen het lastig om op basis van hun concrete waarnemingen een algemene formule op te stellen. Dit practicum heeft laten zien dat het mogelijk is om met een applet op een grafische rekenmachine een wiskunde-onderwerp op een aantrekkelijke manier vorm te geven. Het practicum vormde een acceptabel alternatief voor werken met computers. De leerlingen vonden het beeldscherm niet te klein. De traagheid van het programma was vervelend, maar niet onoverkomelijk. Op de nieuwste generatie grafische rekenmachines werken applets al een stuk sneller. Voor het trekken van generaliseerbare conclusies over het gebruik van applets op grafische rekenmachines als substituuut voor computergebruik is dit onderzoek te beperkt. Toch ben ik ervan overtuigd dat je als wiskundeleraar je lessen aantrekkelijker kunt maken wanneer je gebruik maakt van de mogelijkheden die de grafische rekenmachine en applets bieden.

Tot slot

Vanaf zomer 2002 werkt het Freudenthal Instituut samen met de educatieve uitgeverijen en Texas Instruments (TI) om de applets in volgende edities van de wiskundemethoden te integreren. TI zal in dit project WisWeb-applets omprogrammeren zodat ze ook op de TI-83 Plus kunnen draaien^[4].

Noten

[1] Dit onderzoek is uitgevoerd als invulling van het vak 'Onderzoek van onderwijs' van de Technische Universitaire Lerarenopleiding in Delft.

[2] De opgaven- en antwoordenbladen bij het applet ontvangen? Stuur mij een e-mail op krsn@cbs.nl, dan stuur ik ze direct toe.

[3] Het programma Galton is te vinden op de website van Henk Pfaltzgraff: www.henkshoekje.com/Dutch/Index.htm

Kies daar 'Statistiek/Kansen' en dan programma 'S4 Galton'.

[4] (Red.) Er zijn op de internetsite van Wisweb reeds een aantal voor de TI-83 Plus te downloaden applicaties beschikbaar; deze geven een goed beeld van de mogelijkheden van dit type applicaties. Zie www.wisweb.nl (kies daar Software/GR).

Over de auteur

Karin Riksen (e-mailadres: krsn@cbs.nl) is na haar afronding van de lerarenopleiding niet het onderwijs in gegaan, maar gaan werken bij het Centraal Bureau voor de Statistiek.

6 Wat valt je op als je de theoretische kansen (berekend in 5F) vergelijkt met de empirische kansen van simulaties 1,2 en 3 (berekend in 5E)?

6

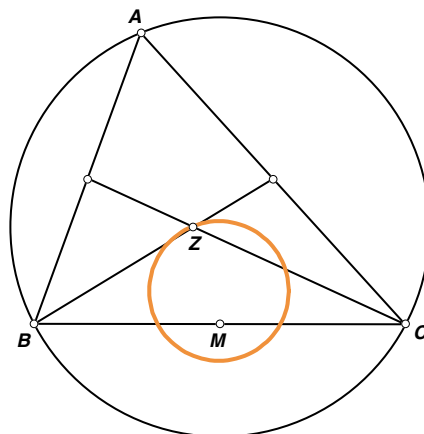
Welk resultaat verwacht je als je de theoretische kansen en de kansen berekend uit een simulatie met 1000 balletjes met elkaar zou gaan vergelijken?



Sir Francis Galton (1822-1911) was een Britse wetenschapper en schrijver, arts en antropoloog in Londen. Charles Darwin was zijn neef. Galton's interesse in de statistiek kwam vanwege zijn vele onderzoeken in de genetica.

INTEGRAALKROMMEN MET CABRI PLUS

Een toepassing van de nieuwste versie van het programma
Cabri Geometry in de analyse
[Dick Klingens]



FIGUUR 1

Cabri Geometry

In de eindtermen voor vwo-B1 en -B12 vinden we bij het domein Continue dynamische modellen (CDM)^[1]:

- Eindterm 100: *De kandidaat kan bij daarvoor geëigende dynamische processen, met name processen van exponentiële groei en afname, en processen van begrensde groei, een differentiaalvergelijking opstellen van het type*

$$\frac{dy}{dx} = f(x)$$

- Eindterm 102: *De kandidaat kan eigenschappen van een oplossing y interpreteren in termen van het gemodelleerde proces.*

Hoewel Cabri een typisch meetkundeprogramma is, kan het zeker ook worden ingezet bij CDM (en niet alleen daarbij), zoals hieronder zal worden beschreven. Cabri behoort tot de familie van zogenoemde *dynamische* meetkundeprogramma's (zoals ook Cinderella en WinGeom). Het dynamische karakter van die programma's komt vooral tot uiting als vermoedens moeten worden geformuleerd bij meetkundige problemen, zoals het zoeken naar een meetkundige plaats.

Een voorbeeld (zie figuur 1).

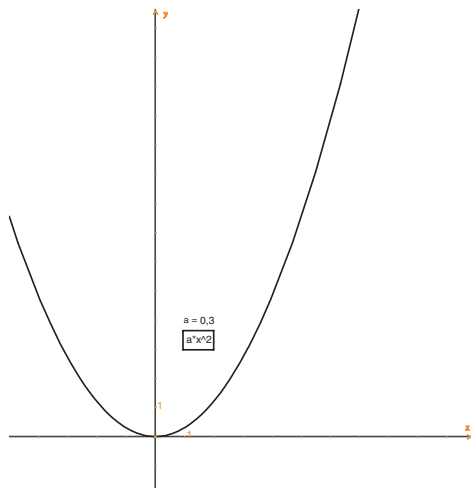
Wat is de meetkundige plaats van het zwaartepunt Z van driehoek ABC als het punt A zich beweegt over de

omgeschreven cirkel (omcirkel) van die driehoek? Formuleer allereerst een vermoeden en bewijs dat daarna.^[2]

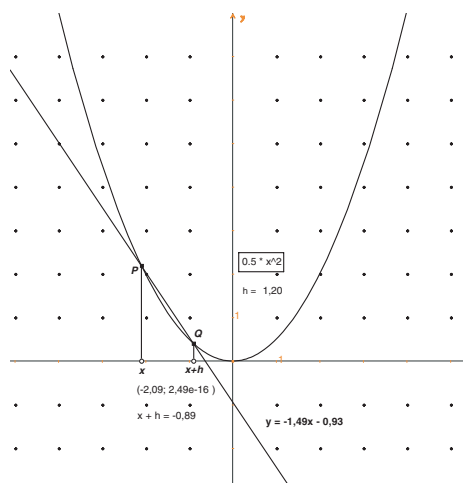
Dat Cabri ook, mede dankzij die optie voor meetkundige plaats, kan worden ingezet bij het onderwijs in de analyse, is minder bekend. We gebruiken in dergelijke gevallen veel liever de grafische rekenmachine of een speciaal computerprogramma waarmee functies kunnen worden getekend en onderzocht. Maar toch, Cabri kan ook hier worden gebruikt, zeker de nieuwe versie van Cabri die de naam Cabri Geometry II Plus (CabriPlus) heeft gekregen.^[3] Met CabriPlus kan op zeer eenvoudige wijze een grafiek op het tekenblad worden gezet en, indien gewenst, worden aangepast. Eerst wordt het functievoorschrift (in CabriPlus wordt dat een *expressie* genoemd) op het tekenblad geplaatst. Na selectie van het voorschrift en van het assenstelsel wordt de grafiek onmiddellijk getekend (zie figuur 2 met daarin de grafiek van $f(x) = ax^2$ bij gegeven $a = 0,3$).

Raaklijnen aan grafieken

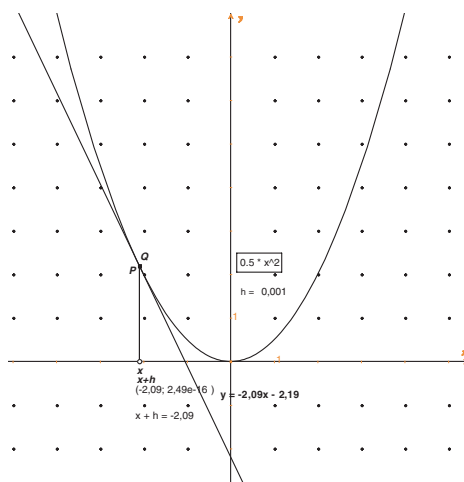
Natuurlijk, een programma dat 'gebouwd' is voor meetkundig onderzoek, kent niet alle toeters en bellen waarover speciale programma's voor functie-onderzoek beschikken. Echter, met CabriPlus kunnen



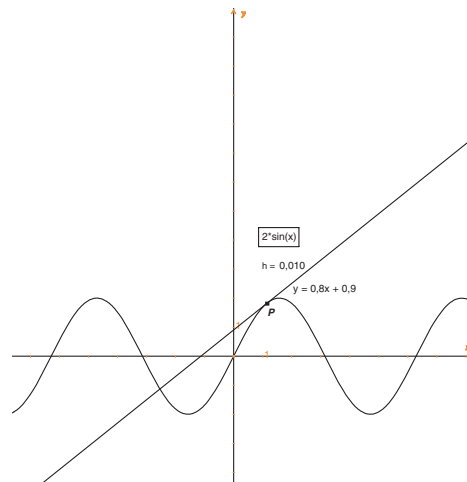
FIGUUR 2



FIGUUR 3



FIGUUR 4



FIGUUR 5

we de bijbehorende theorie bijzonder goed illustreren, en dat is iets dat bij die andere programma's vaak meer moeite kost (de theorie is verborgen onder een knop).

In **figuur 3** is op de grafiek van de functie $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ een punt P (met $x_p = x$) gekozen. Bij een gegeven waarde van h wordt dan het punt Q met $x_0 = x + h$ eenvoudig geconstrueerd. En, Cabri levert direct een vergelijking van de lijn PQ !

De waarde van h kan dynamisch worden gewijzigd: voor 'kleine' h is de lijn PQ een redelijke benadering van de raaklijn in P aan de grafiek (zie **figuur 4**). De nauwkeurigheid van de berekening(en) is natuurlijk afhankelijk van de achterliggende implementatie (en die is – zeker waar het vergelijkingen van dit type betreft – redelijk, maar de grafische rekenmachine doet het soms beter; overigens, soms ook slechter). Een voordeel van het gebruik van Cabri is niet alleen het feit dat de theorie geïllustreerd wordt, maar ook dat de gehanteerde constructiestappen via macro's direct overgedragen kunnen worden op andere functies.

We hoeven daarvoor niet meer te doen dan de zogenoemde beginobjecten van de constructie (in dit geval het punt P , het assenstelsel, de waarde van h , en de expressie), samen met het resultaat (eindobject of

eindobjecten) van de constructie (in dit geval de raaklijn) op te slaan in een afzonderlijk bestand. Via de opdrachten in dat bestand worden dan de benodigde constructies, zonder verdere tussenkomst van de gebruiker, uitgevoerd (zie **figuur 5** en **figuur 6**).

Een integraalkromme

We kiezen in een assenstelsel een punt P met $x = x_p$ en we gaan uit van een 'onbekende' functie $y = F(x)$ waarvan we, bijvoorbeeld, weten dat $F'(x) = f(x) = 2x$. Ons doel is de grafiek van de functie F die door P gaat, door Cabri te laten tekenen (benaderen): een integraalkromme.

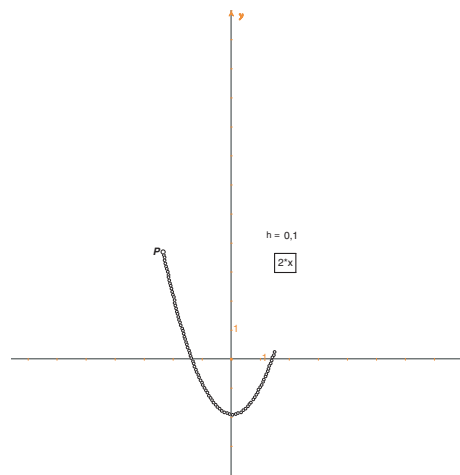
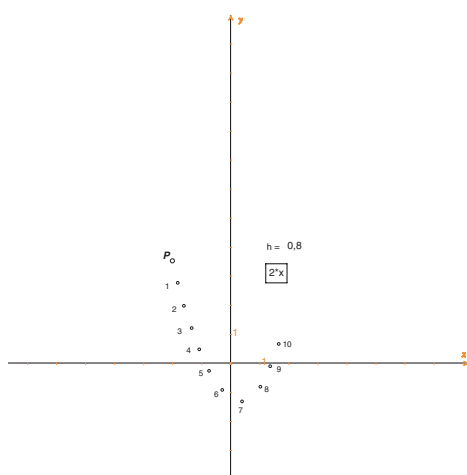
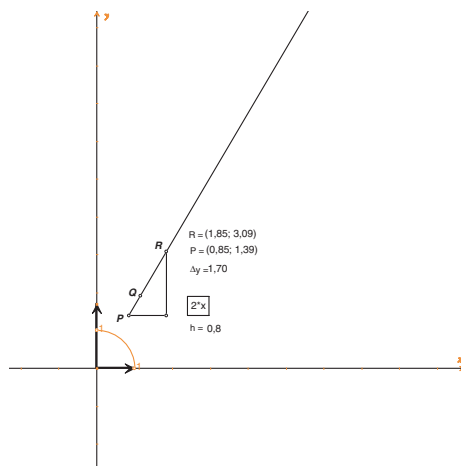
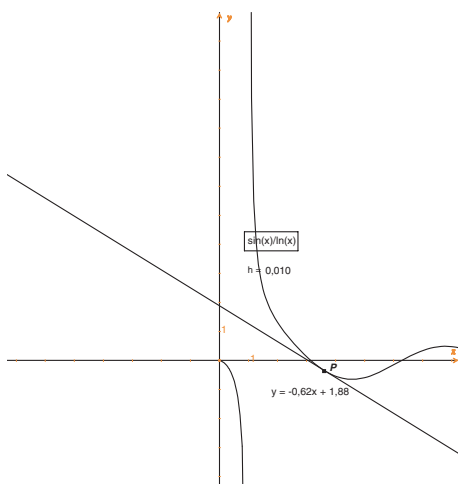
We laten nu allereerst zien hoe een punt R met $x = x_R$ geconstrueerd kan worden, en wel zo dat voor de gegeven waarde x_p geldt:

$$\frac{F(x_R) - F(x_p)}{x_R - x_p} = 2x_p$$

We zien hierin natuurlijk onmiddellijk de differentievergelijking

$$\frac{\Delta F(x)}{\Delta x} = 2x$$

Er zijn heel wat van dergelijke punten R . Daarom kiezen we ten behoeve van de constructie $\Delta x = 1$.



FIGUUR 6

FIGUUR 8

FIGUUR 7

FIGUUR 9

Met CabriPlus is de constructie door het gebruik van vectoren en de mogelijkheid (eventueel van teken voorziene) afstanden af te zetten op een halve lijn en op de coördinaatassen niet erg ingewikkeld (zie figuur 7).

Dat we de constructie uitvoeren met vectoren, hangt vooral samen met het vervolg: we willen de constructie – via een macro – ook toepasbaar maken op andere functies (expressies).

Kiezen we nu verder op het lijnstuk PR een punt Q waarvoor de afstand tot P gelijk is aan h (met h voldoende klein), dan gaat bovengenoemde differentievergelijking over in de differentiaalvergelijking

$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

We hebben dus op basis van de ‘expressie’ $2x$ bij een gegeven punt P een punt Q geconstrueerd, dat ‘voldoende’ dicht bij P ligt en dat ‘bij benadering voldoet’ aan de differentiaalvergelijking

$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

Herhaald toepassen van de constructie (natuurlijk via een Cabri-macro) geeft na tien keer een redelijke benadering van een kromme lijn: de integraalkromme door het punt P (zie figuur 8, waarin $h = 0,8$; in figuur 9 is dezelfde constructie een aantal keren uitgevoerd met $h = 0,1$).

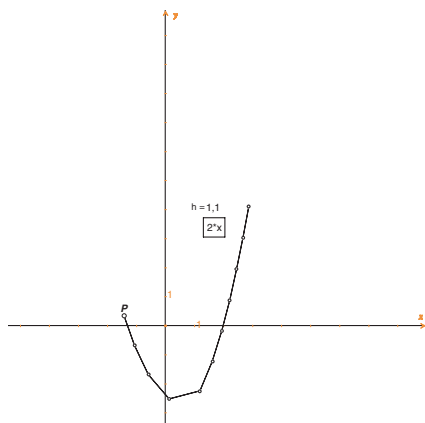
Benadering met lijnstukken

Cabri heeft, als meetkundeprogramma, een optie waarmee veelhoeken kunnen worden geconstrueerd op basis van een gegeven aantal hoekpunten. Die optie kunnen we gebruiken om de met de macro gevonden deelpunten Q te verbinden en zo dus een beter inzicht te krijgen in het verloop van de integraalkromme (zie figuur 10).

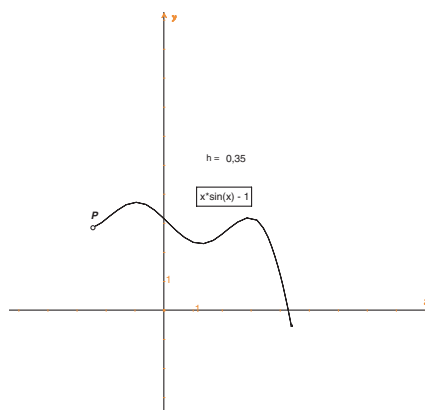
En dan kunnen we voor bijvoorbeeld de functie $f(x) = x \sin x - 1$ een goede benadering van de integraalkromme door een punt P construeren (zie figuur 11, waarin de waarde van h natuurlijk ‘klein’ gekozen is).

Meer integraalkrommen

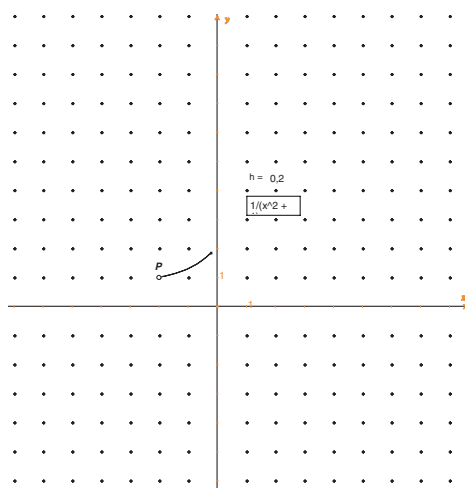
We kiezen nu als startpunt van de macro een roosterpunt. En daarna... kan CabriPlus de meetkundige plaats bepalen van de getekende integraalkromme als dat



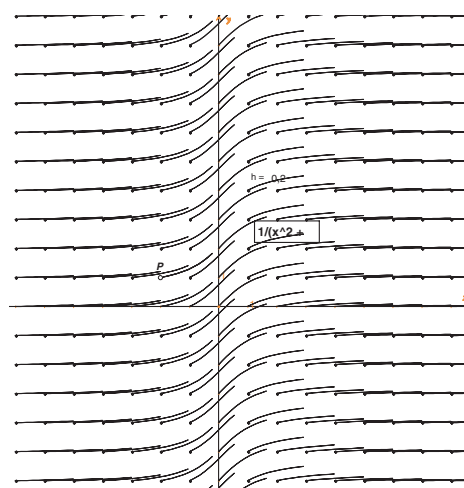
FIGUUR 10



FIGUUR 11



FIGUUR 12



FIGUUR 13

roosterpunt het gehele rooster doorloopt. We krijgen dan dus de integraalkrommen door alle roosterpunten; zie de figuren 12 en 13, met als functie

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$

Tot slot

Benadrukt wordt dat de hierboven behandelde analyse-toepassingen ook met de oudere versie van Cabri mogelijk zijn, maar zeker niet op dezelfde, eenvoudige, wijze als hier is beschreven.

Met dank aan Jean-Jacques Dahan (Institut de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques, Toulouse, Frankrijk), die het bovenstaande eerder uitwerkte op een internationale T³-conferentie, (7-9 maart 2003) in Nashville, USA.^[4]

Noten

- [1] Het domein CDM behoort niet meer bij het centraal examen, maar moet wel aan de orde komen op het schoolexamen.
- [2] De meetkundige plaats van het punt Z is een cirkel die de beeldfiguur is van de omgeschreven cirkel bij vermenigvuldiging met $\frac{1}{3}$ ten opzichte van het midden M van BC.
- [3] De Plus-versie van Cabri wordt, in tegenstelling tot de oude versie, niet bij wiskundemethodes als Moderne wiskunde, Netwerk en Getal en Ruimte geleverd. Voor meer informatie wordt daarom verwezen naar de website van producent Cabrilog (www.cabrilog.com). Ook op een webpagina van de auteur (www.pandd.demon.nl/cabriplus.htm) wordt ingegaan op een groot aantal (dus niet alle) nieuwe mogelijkheden van CabriPlus.
- [4] Zie: <http://education.ti.com/us/training/conferences/international/2003/overview.html>

Over de auteur

Dick Klingens (e-mailadres: dklingens@pandd.demon.nl) is als wiskundeleraar verbonden aan het Krimpenwaard College te Krimpen aan den IJssel. Hij houdt zich naast het eindredacteurschap van Euclides voornamelijk bezig met vlakke meetkunde (zie zijn website: www.pandd.demon.nl).

GESPREKKEN MET SJAAK

Jan van den Brink voerde regelmatig gesprekken met schoonmaker Sjaak over wiskundige onderwerpen. Sjaak had zo z'n vragen, maar Jan ook. Een korte serie leerzame gesprekken.

[Jan van den Brink]

'Ik heb een vraagje'

Een tijd geleden kwam hij mijn kamer binnen. Niet alleen om hem schoon te maken – Sjaak is de schoonmaker van het Freudenthal Instituut – maar met 'een vraagje'. En hij begon meteen uit te pakken: 'Zeg even dat dit mijn balkon is.' Hij wees een stuk van mijn kamer aan. 'Ik kijk om 6 uur in de richting van het spoor. Zie ik de zon, maar tegelijk ook de maan.' Hij is zichtbaar verbaasd: 'En dan denk ik: *komt die dan tegelijk met de zon op? Staat de maan niet alleen 's nachts aan de hemel? En draaien ze dezelfde kant op? Gaan maan en zon even snel rond?*' Kortom, Sjaak had een vraagje.

We kijken naar buiten. De maan staat er nog steeds, ook al is het nu inmiddels 10 uur, rechts naast de zon. Haar linkerkant is verlicht.

We spreken af om enkele dagen de maan en de zon in de gaten te houden. De eerstvolgende dag lukt dat niet door zware bewolking, maar daarna ontdekken we dat de maan steeds dichterbij de zon kruipt en een steeds kleiner sikkeltje wordt.

Hoewel ik wel wist dat het zo zou gaan, ben ook ik verbaasd dat het 'in het echt' zo verloopt.

Genoten onderwijs

Sjaak is een man van 43 die 'alleen blo' heeft gehad: alleen een lom-school heeft gevolgd. Hij zit in het schoonmaakvak ('al 23 jaar') en heeft een bijzondere interesse voor alles wat met de aarde, de zon en andere hemellichamen te maken heeft. 'Niet uit boekjes, maar echt, zoals je het ziet', en breed wijst hij om zich heen. In de omgeving ligt zijn verbazing.

We spreken af dat we, als het zo uit komt, even een praatje met elkaar maken om van elkaar te leren: hij van mij, maar ik ook van hem. Het wordt een prettig herenconvenant. 'Ik heb een vraagje' is sindsdien een gevleugelde uitdrukking geworden, want mensen als Sjaak hebben speciale vragen en een specifieke vakkennis, leerde ik. Misschien ontleent 'speciaal onderwijs' daaraan zijn naam? Leerlingen uit het speciaal onderwijs hebben immers een belangstelling die afwijkt van het gewone.



'Op de blo-school had juf eigenlijk geen interesse in de zon en maan', mijmert Sjaak teleurgesteld. 'Alleen bij de meester – daar was het andere koek. Daar kregen we films over de natuur. De hele dag zaten we in het pikkedonker', herinnert hij zich. 'Dat is veel beter dan in boeken te zitten.'

Moet het speciaal onderwijs een bioscoop worden?

Moet een onderwijsgevende daar altijd kunnen reageren op vragen die ver buiten zijn of haar belangstelling liggen? Zijn er andere 'specialiteiten' waar Sjaak ons op kan attenderen?

Ik had ook zo mijn vragen.

'Je zou zelf een film kunnen maken', opper ik. Sjaak weet direct een onderwerp: 'Een film van de opgaande zon, door leerlingen gemaakt. Prachtig, om zes uur in de vergaderzaal boven (de schoonmaak begint vroeg), met commentaar erbij: in welke richting kijk je, hoe laat is het, hoe hoog staat de zon.' Het is duidelijk, voor Sjaak speelt de film een hoofdrol op school. En die rol is heden ten dage door tv-uitzendingen overgenomen. Hij maakt er tenminste handig gebruik van bij wiskundige vraagstukken die we in onze gesprekken aansnijden.

Plaatselijke tijd op tv

Sjaak heeft op de Turkse tv zeelieden met een kaart, kompas en een ‘halve boog’ bezig gezien. Hij verstonk er niets van en vraagt mij: ‘Weet jij wat ze deden?’ ‘Zonnetje schieten, misschien.’ En ik leg uit: ‘Je bent ergens op aarde. ‘s Middags staat op die plek de zon het hoogst aan de hemel. Dan is het daar 12 uur. Als je nou een klok van thuis hebt meegenomen, dan kan je zien dat het thuis bijvoorbeeld 6 uur is. Dan weet je hoe ver je van huis bent, in uren.’

Sjaak: ‘Ja, 6 uren’; het idee van de plaatselijke tijd fascineert hem. Het hangt natuurlijk samen met de zon. Na een sluikse blik op zijn horloge vraagt hij: ‘Zeg even dat het hier 5 over 11 is. Wat is het dan in New York?’ ‘6 uur vroeger, denk ik.’

Hij is niet tevreden. ‘Ik zal het eens aan Ben vragen.’ Ben, onze administrateur, is net met gezin van vakantie uit Amerika teruggekeerd. Die kan het weten. De volgende dag komt Sjaak echter met een eigen, ingenieuze oplossing. Máxima was op tv, toen hij plots, als door een wesp gestoken, overeind veerde: ‘Máxima vertelde dat ze op Curaçao was, toen Fortuyn werd vermoord. Het was om 12 uur in de middag. Maar ik weet zeker dat hij om 6 uur ‘s avonds werd vermoord. Het klopt dus: het is daar 6 uur vroeger.’ De tv is voor Sjaak een luik op de wereld. Hij zoekt de waarheid niet in gepredikte modellen of weetjes, maar in eigen ervaringen. Hij weet die speels met elkaar te verbinden om wiskundige vraagstukken op te lossen.

Noorderzon

Sjaak weet waar de zon opkomt en ondergaat. Volgens onderzoek (www.cijfers.net) weet 80 procent van alle Nederlandse kinderen van 6 tot 16 jaar dat *niet*.

‘Er zijn mensen die zeggen dat ze de zon in het noorden hebben gezien’, plaagt ik.

Sjaak: ‘Volgens mij komt de zon daar nooit’ en wijst naar het noorden vanuit mijn kamer. ‘Tenminste, ik heb hem daar nog nooit gezien.’

‘Ik ben wel eens in Australië geweest en daar zie je de zon wel in het noorden.’

Sjaak: ‘Ja, dat komt natuurlijk, omdat Australië 6 uur in tijd verschilt, net als Amerika... Niet soms?’ Niet elke verbinding die Sjaak legt, gaat op. Ik pak de globe en vraag: ‘Waar gaat de zon langs?’ Sjaak weet dat de zon ‘langs de evenaar’ gaat. ‘Ja en ik zit in Nederland en jij in Australië, aan de andere kant.’

Sjaak: ‘Ja, als dat eens zou kunnen.’

We staan op dit moment tegenover elkaar, de globe tussen ons in; ik kijk op de Noordpool, Sjaak op de Zuidpool. ‘De zon komt tussen ons door. Bij mij staat hij in het zuiden en gaat van links naar rechts. Hoe gaat hij bij jou?’ Sjaak: ‘Hier staat de zon in het noorden en gaat van rechts naar links.’ Een beetje beduusd over wat hij zomaar ‘vanzelf’ heeft gezegd, besluit hij: ‘Ik heb weer eens iets geleerd.’

Krenten uit de pap

Natuurlijk halen we hier aardige momenten aan. Niet alleen om het artikel leesbaar te houden, maar ook omdat Sjaak later vaak terugkomt op hetzelfde of een

verwant onderwerp.

Hij legt uit zichzelf verbanden tussen gebeurtenissen, soms blindelings, om er vat op te krijgen. En als het stukt, ziet hij in mij ‘de antwoordman’ die hij ongegeneerd en uit zichzelf (!) vragen stelt. Hij doet dat met graagte, ofschoon ik het antwoord ook niet altijd weet en we beiden op zoek moeten. Maar dat laatste is juist het aardige van wiskunde bedrijven: je hoeft niet alles te weten, als je er maar over wilt nadenken.

Over de zomertijd

Vrijdag 18 oktober. Over een tijdje is de zomertijd afgelopen. Ik pas vanouds altijd een formule toe: ‘zomertijd = wintertijd + 1’ en ik kan die, als het moet, verklaren.

Maar hoe leeft deze tijdwisseling bij Sjaak? Iets om over na te denken?

‘Ach, je leert ermee te leven’, antwoordt hij.

‘Maar wat gebeurt er dan met de klok?’ Sjaak: ‘Die gaat achteruit. Dan kan ik wat langer blijven slapen.’

‘Ik zou haast denken: de klok achteruit – minder tijd – je moet korter slapen.’ Maar dat vindt Sjaak een vreemde gedachte. ‘Je slaapt en de klok wordt tijdens je slaap een uur naar achteren gezet. Dan mag je toch langer blijven liggen, voordat de wekker gaat.’

Een overtuigende redenering, gebaseerd op eigen ervaring. Hij voelt de winter- en zomertijdswitch aan den lijve, ik meer als een functie, een verschuiving van getallen langs de wijzerplaat. Het is een verschil tussen echt en bedacht.

Proefkonijn

Sjaak, ‘het proefkonijn’ zoals hij zich noemt, heeft steeds meer eigen inbreng in de gesprekken.

Onverwachts blijkt hij deskundig op verschillende gebieden. Hij is bijvoorbeeld een puke drummer. Wekelijks oefent zijn bandje, dat ook professioneel optreedt. Ook heeft hij een groot zwak voor apparaten, bijvoorbeeld voor een ‘bakke’ (een 27 MC-zender en -ontvanger). En dit alles met bijbehorende specialistische kennis die de mijne soms overstijgt, maar waarbinnen problemen bestaan die sterk wiskundig aandoen.

Alleen *rekenen* vindt hij een crime. Maar ook daarvoor heeft hij speciale oplossingen gevonden. Om zich te ‘redden’. Zo is Sjaak. De volgende gesprekken gaan daarover. Wordt vervolgd!

Over de auteur

Dr. Jan van den Brink (1942; e-mailadres: janvdb@fi.uu.nl) was onderwijzer, studeerde wiskunde (lo, mo, doctoraal zuivere wiskunde) en is werkzaam als ontwerper/onderzoeker van reken- en wiskunde-onderwijs aan 4- tot 18-jarigen aan het Freudenthal Instituut. Zijn belangstelling gaat vooral uit naar wiskunde die ontdekt of uitgevonden wordt door lerenden (leerlingen en anderen) teneinde daarbij passend onderwijs te ontwerpen en te onderzoeken.

FEITENVEL AFGHANISTAN

WwF-project in vogelvlucht

[Hans Wisbrun / WereldwiskundeFonds]

Land	Afghanistan
Aanvrager	Nang Arsala en de Abdul Haq Foundation (citaten komen uit projectaanvraag en projectverslag) ^[1]
Projectjaar	2002 – 2003
Project-instelling	Hoger Pedagogisch Instituut (te vergelijken met onze lerarenopleiding), Jalalabad
Sociale situatie	‘The last three decades of war and civil strife caused severe damages to the cultural and socio-economic fabric of the country. During ex-USSR invasion of Afghanistan all public services infrastructure and foundations in the country devastated, roads, bridges, schools, agriculture and traditional irrigation systems, educational institutions and teacher training colleges are virtually destroyed or non-existent.’
Motivatie	‘The provision of training in Mathematics will contribute to upgrading the knowledge of teachers based on pedagogical principles and methods. This effort will positively impact quality education in high schools.’
Ondersteuning	€ 3165 voor organisatorische kosten. ‘Twee seminars voor wiskundeleraars van het Hoger Pedagogisch Instituut en de middelbare technische school van de provincie Nangarhar. Hierin werden de laatste ontwikkelingen op het gebied van vakdidactiek en leerstofontwikkeling uitgewisseld.’ ‘We hebben het Nederlandse onderwijssysteem voor de verschillende opleidingen uitgelegd en hebben les gegeven in wiskunde met behulp van grafische calculators. Verder hebben we aanbevelingen en oplossingen gezocht voor de verschillende onderwijskundige problemen waar ze tegen aan liepen. Voor het wiskundige stuk zijn we voornamelijk grafisch bezig geweest met de calculators.’



Noot

[1] Nang Arsala is afkomstig uit Afghanistan. Hij werkt, als vakdidacticus natuurkunde, bij de Universiteit Leiden en, als leraar, op het Ashram College in Alphen. De Abdul Haq Foundation is een jonge Afghaanse NGO (red.: non-gouvernementele organisatie) die zich met allerlei ontwikkelingsprojecten bezig houdt.

DE DIDACTIEK VAN DE WISKUNDE OP HET
EXAMEN WISKUNDE L.O.

door

E. H. SCHMIDT ¹⁾**3. Wiskundige denkmethoden**

3.1. In de eerder genoemde Toelichting op het mondelinge examen in het onderdeel didactiek wordt ook gesproken over Algemene aspecten van het wiskunde-onderwijs, zoals wijzen van denken: inductief denken, deductief denken, enz. In discussies over de vernieuwing van het meetkunde-onderwijs zijn de termen deductief en inductief schering en inslag. Alvorens een artikel te wijden aan het inleidend meetkunde-onderwijs lijkt het daarom gewenst de aandacht juist bij deze methoden van denken te bepalen. Men kan toch bezwaarlijk een inductieve inleiding in de meetkunde voorstaan, als men niet tevens de principes van de deductieve methode kent. Nu ben ik mij er wel van bewust, dat zich een onafzienbaar studieveld opent, wanneer men zich in de betreffende problemen gaat verdiepen. Op dit terrein zal, zeker op het examen, matiging geboden zijn. Als men echter een vak wil onderwijzen, waarin het logische denken zo hoog aangeschreven staat, dient men zich toch eens af te vragen wat nu eigenlijk dat logische denken is en hoe het in zijn werk gaat. Met instemming citeer ik een uitspraak van prof. Freudenthal: „Ons wiskunde-onderwijs heeft behoefte aan exacte logica, niet als nieuw onderwijsvak, maar als achtergrond, en wie in dit onderwijs werkzaam is moet in staat zijn die achtergrond te verkennen – niet alleen terwille van de wiskunde, maar evenzeer terwille van de didactiek van het vak” ²⁾. En juist vanwege dit laatste argument zou ik de opleiding graag stimuleren, aan deze zaak aandacht te besteden.

Gelukkig is het niet zo, dat men logica bestudeerd moet hebben om logisch te kunnen denken. Ieder normaal mens beschikt over een „natuurlijke” logica, die voldoende is voor het oplossen van eenvoudige problemen en die, mede door het onderwijs in de moedertaal, tot ontwikkeling is gekomen.

¹⁾ De heer Schmidt, inspecteur van het lager onderwijs en plaatsvervangend voorzitter van de examencommissie lager onderwijs in de wiskunde, schreef voor het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde een serie artikelen, waarvan dit het derde is. De eerste twee artikelen verschenen in jaargang 50 (blz. 71 en blz. 269).

²⁾ Exacte Logica door dr. H. Freudenthal, V.U.B. Haarlem 1961. Woord vooraf.

Gedeelte van een beschouwing door E.H. Schmidt, inspecteur lager onderwijs, in het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde, jaargang 51 (1963-1964).

N.B. Onder het lager onderwijs vielen destijds ook de scholen voor ulo, zijnde uitgebreid lager onderwijs. Soms werd gesproken van mulo, d.w.z. meer uitgebreid lager onderwijs.

Zie het hoofdstuk Wiskundeonderwijs op bijna vergeten scholen van Harm Jan Smid in Honderd jaar wiskunde-onderwijs (NVvW, 2000).

OPROEP: WERKGROEP HOVO-WISKUNDE

Van voortgezet naar hoger onderwijs; samen nadenken over
doorlopende leerlijnen voor wiskunde?

[Hans Daale]

Inleiding

De veranderingen in het voortgezet onderwijs en het hoger onderwijs dwingen alle betrokkenen te gaan nadenken over de consequenties voor doorlopende leerlijnen bij vakken als wiskunde. Wat eisen en wensen hogescholen en universiteiten straks aan competenties op het exacte vlak? Welke garanties zijn er te geven bij de komende vernieuwing binnen de Tweede fase dat het hoger onderwijs op het inhoudelijke vlak genoeg in te brengen heeft? Wellicht is het instellen van een brede werkgroep voor wiskunde een aardig idee, als een soort 'inhoudelijke denktank'. Hierbij een oproep daarvoor.

Aanpassingen Tweede fase

De Tweede fase staat nooit stil. Vanaf de start in 1998 worden havo/vwo-scholen geconfronteerd met aanpassingen, in een poging van de beleidsmakers en schoolleiders om te komen tot de ideale inrichting van het studiehuis. Het incasseringsvermogen van de betrokken docenten wordt daarbij voortdurend stevig op de proef gesteld, met als onvermijdelijk gevolg dat de veranderingsbereidheid sterk aan het afnemen is. Alle ontwikkelingen drijven – gelukkig – nog steeds op de bevoegenheid van de docenten die hun leerlingen zo goed mogelijk willen opleiden en, laten we dat niet vergeten, moeten voorbereiden op het vervolgonderwijs. Want dat was toch een van de belangrijkste redenen om te komen tot een herstructurering van de havo- en vwo-bovenbouw: de verbetering van de aansluiting op het hbo en wo. Hogescholen en universiteiten klaagden al jaren steen en been over de warrige instroom en de slechte rendementen die daarvan het gevolg waren.

Aanpassingen in het hoger onderwijs

Die nieuwe Tweede fase was ook meteen een aan-grijpingspunt om regionale samenwerkingsverbanden te creëren, vooral om over en weer afspraken te maken over doorlopende leerlijnen bij vakken zoals wiskunde of soms voor gehele profielen. De stand van zaken is dat overal wel 'aan de weg wordt getimmerd', maar tevens moet daarbij worden aangetekend dat het er allemaal niet beter op dreigt te worden nu ook in het hoger onderwijs de zaken over de kop gaan. Om er een paar te noemen:

- de invoering van het bachelor-master-systeem;
- de vorming van zogeheten brede bachelors (samenvoeging van de 'oude' opleidingen);
- de komst van een nieuw systeem voor het meten van de kwaliteit (accreditatie);
- de concurrentie die wellicht zal gaan ontstaan rond de hbo- en wo-bachelors als arbeidsmarktrelevante opleidingen;
- en tot slot, iets dat snel om zich heengrijpt: de beleving bij hbo'ers dat een bachelor niet 'af' is zonder een wo-master.

Dit alles kan grote gevolgen gaan hebben voor het studie- en keuzegedrag van zowel havisten als vwo'ers. Ook moeten degenen die nu de samenwerkingsverbanden vormgeven, opnieuw aan de slag om alle afspraken te herijken en voorstellen te doen ten aanzien van de inrichting van de (nieuwe) propedeuse. Natuurlijk zijn ze daaraan gewend geraakt, maar met alle ingrijpende inhoudelijke aanpassingen zoals ze nu op tafel liggen is er sprake van een majeuze klus die de regio's overstijgt.

Aanpassingen wiskunde op havo en vwo

De voorstellen voor de herziening van de Tweede fase

zullen bij het vak wiskunde nooit kunnen leiden tot een aantal marginale veranderingen. Het is geen kwestie van 'een beetje plakken en knippen'. De invulling zal op basis van een totaalaanpak moeten geschieden, met medeneming van alle opgedane ervaringen en rekening houdend met alle veranderingen in het hoger onderwijs – en in de wetenschap van iets dat heel snel over het hoofd zou kunnen worden gezien, namelijk het feit dat het eindniveau van het vak wiskunde binnen de basisvorming *niet* is uitgevallen als zoveel jaren geleden was gepland. De inhoud van het vak wiskunde in de Tweede fase zit als zodanig behoorlijk klem tussen twee min of meer autonoom pulserende stelsels die ook maar gewoon hun gang kunnen gaan.

Werkgroep HoVo-wiskunde

Stel dat de komende jaren opnieuw nagedacht moet gaan worden over de inhoud en vormgeving van de wiskunde-examenprogramma's. Dan kun je vervolgens gaan wachten tot er een voorstel naar beneden dwarrelt op ieders bureau, afkomstig van een officieel ingestelde werkgroep, maar mijn ervaringen zijn in dat opzicht niet gunstig. Natuurlijk schuiven alle organisaties zoals onze eigen vereniging bij zo'n werkgroep aan, maar zij krijgen vervolgens allemaal te maken met theoretische compromissen in 'het spel van geven en nemen'.

Terugkijkend naar de inbreng vanuit het hoger onderwijs in de negentiger jaren in de aanloop naar de nieuwe Tweede fase, moet worden gesteld dat er toentertijd op basis van veel bureauwerk door hbo- en wo-betrokkenen een inhoudelijke bijdrage is geleverd. Toch bleek achteraf de gewone docent op de ho-onderwijswerkvloer niet onverdeeld gelukkig te zijn met de uitkomsten, samen met z'n opleidingsmanager die veel verwachtingen had van de gestelde instroom-eisen als een stevig fundament voor het instroombeleid en de opzet van kernvakken.

Bij elkaar lijkt het verstandig om al in een vrij vroeg stadium eens met een aantal mensen uit het havo, vwo, hbo en wo bij elkaar te gaan zitten om de actuele

vakinhouden naast elkaar te leggen en gezamenlijk te formuleren welke zaken als de *basisvoorzieningen* binnen het vak wiskunde op het havo en vwo moeten worden gezien. Daaraan kunnen vervolgens realistische randvoorwaarden worden gekoppeld in de richting van de hbo- en wo-propedeuse als het gaat om de mix van inhoudelijke kennis, (reken)vaardigheden, aanpak en werkvormen. Kortom, het gaat om een grensoverschrijdende werkgroep, zowel verticaal als horizontaal.

Oproep

Nogmaals, het gaat niet om ons 'zomaar' neer te leggen bij de huidige voorstellen. En ook niet om het negeren van de signalen die over een breed bèta-front naar de beleidsmakers worden verstuurd. De NVvW heeft daarbij een essentiële inbreng, maar bepaalde vo-ho-ontwikkelingen binnen het vak wiskunde kunnen als zodanig in de aanloop naar de concrete invoering van de veranderingen wellicht over en weer gevoed worden uit zo'n '*Werkgroep hoger onderwijs-voortgezet onderwijs voor het vak wiskunde*'.

Hierbij een oproep van mijn kant, als iemand die nauw betrokken is bij aansluitingsprojecten, aan de lezers om bij zichzelf na te gaan of er vrije tijd beschikbaar is om een keer in de komende periode met een aantal collega's bij elkaar te gaan zitten. We kunnen dan bezien of een dergelijke werkgroep zinvol en haalbaar is. En zo ja, vervolgens samen de doelstellingen helder krijgen en op basis daarvan in overleg met de NVvW een plan de campagne op te stellen.

Wilt u reageren, heeft u vragen of heeft u behoefte aan meer uitleg over de beweegredenen voor deze oproep, stuur dan een e-mailbericht naar: daale-zwol@planet.nl.

Over de auteur

Hans Daale (e-mailadres: daale-zwol@planet.nl) is werkzaam in het hoger economisch onderwijs te Amsterdam. Hij is betrokken bij (landelijke) aansluitingsprojecten en regionale samenwerkingsverbanden.

Oproep / Zebraboekjes [Rob van Oord]

Bij het bestuderen van de zebraboekjes komt het regelmatig voor dat leerlingen mij komen vragen of er misschien een fout in het boekje staat. Omdat ik zelf niet alle boekjes helemaal grondig heb doorgenomen, kan ik vaak niet meteen aangeven of de door hen vermeende fouten dit ook werkelijk zijn.

Ik wil wel een errata-bank aanleggen van alle in de zebraboekjes gevonden fouten. Willen de collega's die fouten in boekjes hebben geconstateerd dit aan mij mailen?

Misschien zijn er nog andere zaken die ik meteen kan meenemen. Ik denk daarbij onder meer aan

uitwerkingen van opgaven. Soms staat er slechts een antwoord achterin zonder toelichting. Dit kan voor leerlingen die zelfstandig het boekje doorwerken, een handicap zijn.

Graag ook opmerkingen, aanvullingen en uitwerkingen naar mij mailen.

Over enige tijd kan ik dan aan collega's die mij dit vragen, een document mailen met de gevonden fouten, e.d.

E-mailadres: van.oord@wxs.nl (Rob van Oord, Waddinxveen)

Boekbespreking / Grafen in de praktijk (Zebra 14)

Auteur: Hajo Broersma Uitgever: Epsilon Uitgaven, Utrecht (2002) isbn 90 5041 078 2

prijs: € 8,00 [Ernst Lambeck]

Een mobieltje dat afgaat tijdens de les, leerlingen die na het ontvangen van een opdracht op de computer afstormen om het internet op te gaan. De meesten van ons zullen deze verschijnselen wel herkennen. Voor de leerling van tegenwoordig hebben het internet en de mobiele telefoons geen geheimen, althans zo lijkt het. Maar de auteur van het hier te bespreken boekje slaagt er in om de leerling te verrassen met onvermoede (wiskundige) aspecten van hun speeltjes. Aan de orde komen een drietal klassieke onderwerpen uit de grafentheorie die hun toepassingen hebben in bijvoorbeeld mobiele telefonie en het internet.

Het boekje bestaat uit een vijftal hoofdstukken. In de eerste drie hoofdstukken komen de zojuist genoemde klassieke problemen aan de orde, waarover zo meer. In het vierde hoofdstuk, waarin gekeken wordt hoe de communicatie in optische netwerken geregeld kan worden, komen de eerder besproken onderwerpen bij elkaar. Het laatste hoofdstuk biedt korte uitwerkingen en antwoorden op de opgaven.

Het onderwerp van het eerste hoofdstuk, graafkleuringen, wordt geïntroduceerd aan de hand van de vraag hoeveel frequenties men minimaal nodig heeft om een aantal radiozenders of zenders voor mobiele telefonie allemaal te voorzien van een frequentie. Uiteraard zullen twee zenders met een overlappend bereik verschillende frequenties moeten hebben. Dit probleem wordt vertaald naar het probleem van het kleuren van punten in een graaf zodanig dat burens verschillende kleuren krijgen. Na enkele eenvoudige opgaven volgen een tweetal strategieën om te komen tot een acceptabele kleuring, d.w.z. een kleuring met zo weinig mogelijk kleuren. In dit hoofdstuk komen begrippen als chromatisch getal, k -kleurbaar en graad van een punt aan de orde.

Het tweede hoofdstuk gaat in op het probleem van een telefoonmaatschappij die een aantal telefooncentrales via snelle glasvezelkabels met elkaar wil verbinden. De maatschappij zal daarbij gezien de daarmee gepaard gaande kosten niet alle centrales paarsgewijs met elkaar verbinden, maar zo goedkoop mogelijk een netwerk neerleggen waarmee elk tweetal centrales, eventueel via tussenkomst van andere centrales, informatie kan uitwisselen. Dit probleem wordt vertaald naar het probleem van het zoeken naar een minimaal opspannende boom in een graaf. Ook nu wordt weer na een aantal eenvoudige opgaven en het invoeren van de benodigde terminologie en begrippen (pad, cykel,

samenhang, deelgraaf, boom, opspannende deelgraaf, gewogen graaf) een algoritme gepresenteerd.

In de inleiding van het derde hoofdstuk wordt de vraag gesteld hoe een computer een gevraagde website zoekt. Ook nu wordt door middel van enkele voorbeelden het te bestuderen probleem geïntroduceerd, het vinden van een kortste pad in een graaf. De vraag naar zo'n kortste pad is niet alleen van belang voor de reisplanner van de NS als we de snelste route tussen twee steden willen weten, maar speelt ook een belangrijke rol bij logistieke netwerken. Welke route is het kortst, welke is het goedkoopst? Het verschil zit hem in de betekenis van de gewichten van de verbindingen. Na enkele eenvoudige opgaven wordt het algoritme van Dijkstra om een kortste pad tussen twee punten in een graaf te vinden gepresenteerd.

Het vierde hoofdstuk laat zien hoe de verzamelde kennis benut wordt om de communicatie in optische netwerken te regelen. Het algoritme van Dijkstra wordt gebruikt om een pad tussen twee punten te vinden met zo weinig mogelijk tussenpunten. Bij het bepalen van het kleinste aantal golflengtes dat nodig is voor het versturen van informatie komt het graafkleuringsprobleem om de hoek kijken. Netwerken opgebouwd volgens een boomstructuur zijn zeer storingsgevoelig. Zelfs als maar één verbinding in zo'n netwerk wegvalt, is communicatie tussen bepaalde punten onmogelijk geworden. Aanbieders van netwerken zorgen daarom voor cyclen in de kern van hun netwerk.

De leerling maakt in dit boekje kennis met veel nieuwe begrippen en concepten. De meeste daarvan zijn tamelijk voor de hand liggend, zeker na de inleidende voorbeelden en opgaven. Toch wordt er een redelijk beroep gedaan op het abstractievermogen van de leerling, maar omdat er eigenlijk geen moeilijke wiskunde wordt gebruikt mag de inhoud van het boekje geen moeite geven bij zelfstandige bestudering.

Eigenlijk kan ik kort zijn: weer zo'n mooi deeltje in de Zebrareeks. Ik zal het mijn leerlingen met veel plezier aanbevelen, niet in de laatste plaats omdat het ze laat zien dat wiskunde op veel meer plaatsen een rol speelt dan zij zouden verwachten.

Over de recensent

Ernst Lambeck (e-mailadres: ernstwl@westbrabant.net) is als docent wiskunde werkzaam aan het Newmancollege te Breda. Daarnaast is hij voorzitter van de opgavencommissie van Kangoeroe.



Boekbespreking / 7 op de schaal van Richter en andere getallen

Auteur: Hans van Maanen Uitgever: Bert Bakker, Amsterdam isbn 90 351 2464 2

prijs: € 17,95 [Chris van der Heijden]



Nederlands

Dit boek is een herdruk van *De schaal van Richter en andere getallen*, naar een idee van Mary Blocksma's boek *Reading the numbers*, verschenen in 1989 in de Verenigde Staten. Hans van Maanen, wetenschaps-journalist van *Het Parool*, heeft de Nederlandse versie zo bewerkt, herzien, uitgebreid en toegespitst op de Nederlandse situatie, dat het naar zijn inzicht eigen werk is geworden, waarvoor hij de volle verantwoordelijkheid neemt, zoals hij in de inleiding schrijft. De schrijver heeft, puttend uit allerlei bronnen, een groot aantal onderwerpen verzameld waarbij getallen een rol spelen.

Hoe moeten we dit boek typeren? Is het een naslagwerk, een medische encyclopedie, een technisch/natuurkundig handboek of een wetenschapshistorisch boek, aangevuld met wat algemene wetenswaardigheden?

Dit boek doorlezend kom je tot de ontdekking dat het alle genoemde kenmerken een beetje in zich heeft. De onderwerpen zijn in alfabetische volgorde gerangschikt. Het begint met *Aardbevingen* en eindigt met *Zuur*.

Voorbeelden

Onder *Kalk* zien we in een tabel hoeveel mg kalk per dag een vrouw nodig heeft in haar verschillende levensfasen. De classificatie van *Motorolie* is nuttig voor lezers die zelf hun auto een doorsmeerbeurt geven. De bron is hier Esso Benelux, Breda. De beschrijving van het ontstaan van het *Metriek Stelsel* in historisch perspectief is aardig. De personen met jaartallen die hieraan hun bijdrage leverden, hebben hier een functie. Dit kan niet gezegd worden van wetenschappers die bij de andere onderwerpen genoemd worden. Zij zijn er vaak een beetje bijgesleept. Praktisch is het onderwerp *Drukletters* voor mensen die zitten te tobben op hun computer met de verschillende grootte van letters. Gaan je kinderen voor het eerst naar het voortgezet onderwijs en worden zij onderworpen aan de Cito-toets, dan kunnen de ouders lezen hoe zij de *Cito-score* moeten interpreteren. Dit is uitermate nuttig om de discussie met de leraar of lerares van groep 8 aan te gaan. En misschien zijn er zelfs mensen die geïnteresseerd zijn in het *Kaliber* van een vuurwapen.

Alledaags – of toch niet?

De ondertitel van het boek luidt: *De ontcijfering van alledaagse nummers, cijfers, maten en gewichten*. Op deze ondertiteling is kritiek mogelijk. Bij het

onderwerp *Hardheid* van materialen worden de hardheidsmetingen van Brinell en Rockwell genoemd. Zo lezen we dat voor de Amerikanen een liquid pint overeenkomt met 4 gills, gelijk aan 0,473176473 liter. Hebben we hier te maken met de ontcijfering van het alledaagse? Zo zijn er meer voorbeelden te noemen die niet bepaald alledaags zijn.

Het is jammer dat de schrijver zich niet heeft weten te beperken tot wat in de ondertitel weergegeven wordt, want deze voor iedere lezer nuttige onderwerpen worden wel degelijk beschreven. Het boek zou dan dunner, goedkoper en praktischer in gebruik zijn.

Wiskunde

Wat de wiskunde betreft worden de volgende onderwerpen oppervlakkig beschreven, maar voor algemeen gebruik voldoende: *Cirkels en hoeken*, *Grote en kleine getallen*, *Logaritmen*, *Machten en exponenten* en het *Tweetallig stelsel*.

Het boek geeft aanleiding tot twee aardige vraagstukken voor leerlingen in de basisvorming:

1. Jan klimt op een toren van 60 meter hoog. Hoe ver ziet hij de horizon bij helder weer? Geef het antwoord in km.
2. Jeanne heeft een rechthoekig blad papier. Als zij dit blad dubbel vouwt en vervolgens langs de vouwlijn doormidden scheurt krijgt zij twee bladen waarvan de lengte en breedte dezelfde verhouding hebben als van het oorspronkelijke blad.
 - a. Wat is deze verhouding van lengte en breedte?
 - b. Als de oppervlakte van het oorspronkelijke blad 1 m^2 is, wat zijn dan de lengte en de breedte van dit blad in mm nauwkeurig?
 - c. Als we het blad 4 keer dubbelvouwen, met de vouwlijn telkens in de breedterichting, dan krijgen we weer een rechthoek. Wat zijn de afmetingen van deze rechthoek in mm nauwkeurig?

De antwoorden op deze vragen kunnen de leerlingen vinden onder respectievelijk de hoofdstukken *Horizon* en *Papier*.

Over de recensent

Chris van der Heijden (e-mailadres: chris-van-der-heijden@wxs.nl) begon in 1960 zijn loopbaan als werktuigbouwkundige in het bedrijfsleven. Van 1969 tot 2001 was hij wiskundeleraar aan de scholengemeenschap CSG Blaise Pascal in Spijkenisse. De laatste 27 jaar was hij lid van de schoolleiding.

JAARVERSLAG EUCLIDES, JAARGANG 78 (2002/2003)

In dit jaarverslag wordt een beknopt overzicht gegeven
van de werkzaamheden van de redactie in de periode van
1 augustus 2002 tot en met 31 juli 2003.

[Marja Bos]

Redactie

De redactie van Euclides bestond het afgelopen cursusjaar uit een driehoofdige kernredactie (eindredacteur Dick Klingens, redactievoorzitter Gert de Kleuver en hoofdredacteur Marja Bos) en zeven redactieleden met zowel algemene redactietaken (becommentariëren en genereren van artikelen) als een eigen aandachtsgebied: Bram van Asch (recensies), Klaske Blom (didactiek), Rob Bosch (wiskundige artikelen, eigen rubriek), Hans Daale (hbo), Wim Laaper (havo/vwo en mto), Elzeline de Lange (vmbo) en Jos Tolboom (ict).

De redactie kwam driemaal plenair ter vergadering bijeen. De kernredactie had daarnaast nog vier extra bijeenkomsten. Voorts was incidenteel sprake van informeel overleg met bestuursleden van de NVvW.

Inhoud

Gedurende het jaar ontving de redactie ruim 200 inzendingen, waaronder ca. 60 persberichten, en de rest bedoeld als 'kant-en-klare' (concept-)bijdragen in de vorm van vooral artikelen (125 stuks, waaronder een aantal interviews), maar ook aankondigingen, recensies en dergelijke. Een vijftiental inzendingen werd om uiteenlopende redenen afgewezen.

Geaccepteerde bijdragen worden in het algemeen door enkele redactieleden en door de hoofdredacteur van commentaar voorzien, op grond waarvan de auteur meestal om een bijgestelde versie verzocht wordt. Daarnaast wordt voor becommentariëring incidenteel een beroep gedaan op referenten buiten de redactie.

Euclides kende het afgelopen jaar een aantal vaste rubrieken.

Martinus van Hoorn leverde ook dit jaar de kopij voor de rubriek *40 jaar geleden*.

De rubriek *Recreatie* werd nieuw leven ingeblazen door

de nieuwe puzzelmedewerker Frits Göbel.

Anne van Streun vervolgde zijn didactische rubriek *'t Denken Bevorderen*.

Redacteur Rob Bosch leverde korte wiskundige stukjes met *Wiskunde in Vazen*.

Elk nummer werd ingeleid met een kort 'hoofd-redactioneel' door Marja Bos, *Van de redactietafel* – soms met actuele kwesties, soms bestemd als leeswijzer.

Daarnaast waren er enkele regelmatig terugkerende thema's in de afgelopen jaargang.

Het *WisKids*-project leverde diverse malen een artikel op. Ook het *WereldwiskundeFonds* liet van zich horen. *ICT in het wiskundeonderwijs* stond regelmatig in de belangstelling, met een (vooralsnog te) bescheiden accent op het onderwerp *computeralgebra* dat eerder als 'speerpunt' door de redactie aangewezen was.

De pogingen om meer aandacht in Euclides te besteden aan het wiskundeonderwijs in het *vmbo* lijken redelijk geslaagd; een groeiend aantal betrokken wiskunde-docenten is bereid gevonden, lezenswaardige bijdragen over dit onderwerp aan te leveren.

Verder werd incidenteel aandacht besteed aan 'wiskunde-evenementen' en/of prijsuitreikingen, al dan niet bijgewoond door verslagleggende redactieleden: Wiskunde Olympiade, Kangoeroe, Vakantiecursus, congressen, promoties e.d.

Door de gehele jaargang heen was er aandacht voor de politieke ontwikkelingen rond de herinrichting van de Tweede fase.

Het septembernummer was, zoals de afgelopen jaren gebruikelijk, bijna geheel gewijd aan de recente wiskunde-eindexamens in het voortgezet onderwijs.

In januari 2003 verscheen de special *Onderzoeks-vaardigheden en Geïntegreerd Wiskundeonderwijs*, een



dubbelnummer. Hierin kregen de ontwikkelingen in mbo en hbo relatief veel aandacht.

Euclides als Verenigingsorgaan

Euclides is 'vakblad voor de wiskundeleraar', maar tevens 'orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren'. Als Verenigingsorgaan kent het tijdschrift daarom een beperkt aantal 'geoomerkte' pagina's ten behoeve van *Verenigingsnieuws*. Het bestuur van de NVvW kan deze pagina's, zonder inhoudelijke bemoeienis en buiten verantwoordelijkheid van de redactie, vrijelijk gebruiken voor publicatie van mededelingen e.d. aan de leden. Het afgelopen jaar werden in dit *Verenigingsnieuws* onder meer vier *Bestuurstafels* van NVvW-voorzitter Marian Kollenveld geplaatst, vooral naar aanleiding van de plannen rond de herinrichting van de Tweede fase.

Omvang en vorm

De 'vaste' omvang van Euclides is in de zomer van 2002 uitgebreid van 36 naar 40 pagina's. Incidenteel is dit aantal overschreden; de acht nummers van jaargang 78 telden in totaal 384 pagina's. Gezien het budget blijft het zaak de vaste omvang zoveel mogelijk te bewaken.

De omslagen van jaargang 78 hadden als thema 'de leerling', de steunkleur was groen.

Voor de omslagen van de nieuwe jaargang is inmiddels gekozen voor een aantal ontwerpen van beeldend kunstenaar en wiskundige Rinus Roelofs. In overleg met de vormgever is gekozen voor een oranje steunkleur.

Andere zaken

- Op initiatief van de redactie heeft het bestuur van de NVvW een begin gemaakt met de archivering van Euclides. Dankzij uitgeverij Wolters-Noordhoff heeft de

Vereniging de beschikking gekregen over alle door WN uitgegeven jaargangen - met uitzondering van de eerste drie, toen Euclides nog als 'Bijvoegsel van het Nieuw Tijdschrift' door het leven ging. Oude en nieuwe jaargangen zijn inmiddels ter archivering aangeboden aan het Rijksarchief van de Provincie Noord-Holland te Haarlem.

- De redactie heeft het afgelopen jaar aan een actualisering van het redactiestatuut gewerkt. Inmiddels ligt er een voorstel ter bekrachtiging bij het bestuur van de NVvW.

- Leen Bozuwa nam afscheid van de advertentiecommissie. De redactie is hem zeer erkentelijk voor zijn werkzaamheden in de afgelopen jaren. Leen Bozuwa is inmiddels opgevolgd door Willem Maas.

- Besloten is tot publicatie van 'richtlijnen voor potentiële auteurs' op de website van de Vereniging (zie daarvoor www.nvww.nl/euclicht.html).

Tot slot

De lezers van Euclides vormen een brede doelgroep, ondanks hun gemeenschappelijke affiniteit met wiskundeonderwijs. De redactie streeft ernaar iedere lezer uit deze breed samengestelde groep een ruime sortering aansprekende, informatieve en lezenswaardige artikelen te bieden. In dat kader is feedback van lezers voor de redactie van groot belang. Daarnaast ziet de redactie uiteraard met veel belangstelling inzendingen tegemoet met een interessante inhoud voor collega's werkzaam in of anderszins betrokken bij het wiskundeonderwijs. Stuur uw bijdragen en opmerkingen naar redactie-euclides@nvww.nl.

Verenigingsnieuws

Notulen van de Algemene Vergadering van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

op 16 november 2002 in het Cals College te Nieuwegein

[Wim Kuipers]

Agenda van het huishoudelijke gedeelte van de jaarvergadering van de NVvW op zaterdag 15 november 2003

- 10:00-10:50u
- 1 Opening door de voorzitter, Marian Kollenveld
 - 2 Jaarrede van de voorzitter
 - 3 Notulen van de vergadering van 2003 en jaarverslag van het afgelopen verenigingsjaar (zie hieronder)
 - 4 Decharge van de penningmeester, vaststelling van de contributie 2003-2004
 - 5 Benoeming van een nieuwe kascommissie
 - 6 Bestuursverkiezing. Mw. drs. M. Kamminga is aan de beurt om af te treden en stelt zich herkiesbaar. Het bestuur stelt voor haar opnieuw te benoemen.
- 15:45-16:15u
- 7 Rondvraag. Leden die een vraag in de rondvraag willen stellen, wordt verzocht deze tijdens de eerste pauze schriftelijk in te dienen bij de voorzitter.
 - 8 Sluiting door de voorzitter

Voor het programma van het themagedeelte van de studiedag, **WisKids geeft wiskunde kleur**, zie Euclides jrg. 79 (1), pp. 42-45.

Opening

De voorzitter Marian Kollenveld heet om tien uur de aanwezigen hartelijk welkom, in het bijzonder onze ereleden en de inspectie. Ze spreekt daarbij de wens uit dat ook deze dag voor ons allen een inspirerend karakter zal hebben.

In de jaarrede vraagt ze aandacht voor de liefde voor het onderwijs. Liefde voor het vak is nodig om allerlei onvolkomenheden in de randvoorwaarden en in de ministeriële beschikkingen en regelingen te kunnen trotseren of te verwerken. Het is van belang om juist jonge mensen te enthousiasmeren. Veel zaken houden ons op dit moment bezig als we denken aan de materie rondom de 2e fase, de op handen zijnde nieuwe regelgeving met betrekking tot de basisvorming en ontwikkelingen binnen het vmbo,

mbo en hbo (zie voor de jaarrede Euclides 2003, nr. 4).

De voorzitter verheugt zich in het feit dat veel docenten zich betrokken weten in activiteiten die de deskundigheid bevorderen.

Verlagen

De notulen van de jaarvergadering 2001 worden onder dank aan de secretaris onveranderd vastgesteld. Er wordt van de gelegenheid om vragen te stellen geen gebruik gemaakt. Het jaarverslag 2001-2002 geeft voldoende inzicht in de activiteiten en werkzaamheden van het achterliggende jaar.

De penningmeester geeft zijn toelichting op de jaarrekening en de begroting. Hij roept de leden op om in eigen school de collega's op te roepen om lid te worden. Financieel zou de school vanuit de nascholingsgel-

den iets kunnen betekenen. Het ledenbestand van de vereniging laat zien dat de gemiddelde leeftijd zo rond de 45/50 jaar ligt. Het bestuur zal zich de komende jaren in zijn activiteiten ten aanzien van de werking in het bijzonder richten op de jonge collega's.

De kascommissie heeft een positief rapport uitgebracht na controle van de boeken.

De voorzitter vraagt de vergadering om de penningmeester te dechargeren. Met applaus wordt deze vraag positief beantwoord.

Bestuursverkiezing

We nemen afscheid van Sjoerd Schaafsma in verband met zijn vertrek naar Australië. Hij heeft een ruim aantal jaren de belangen van de vereniging mogen dienen en we zijn hem dankbaar voor wat hij in het bijzonder voor de public relations heeft gedaan.

Heleen Verhage is aftredend maar stelt zich herkiesbaar. De vergadering gaat akkoord met het voorstel van herbenoeming.

Henk Bijleveld, Willem Maas en Henk Rozenhart worden door het bestuur aan de vergadering voorgesteld als nieuw bestuurslid. De vergadering stemt in met het voorstel. De voorzitter wenst de nieuwe bestuursleden een goede tijd toe. Tegelijk is met hen het bestuur weer op volle sterkte.

Rondvraag

1. In de pauze is het bestuur er op gewezen dat meerdere leden zich bezorgd maken over de teloorgang van de wiskunde in met name de Natuur-profielen. Men spoort het bestuur aan om, zoveel in zijn vermogen is, actie te ondernemen. Het

bestuur is zich bewust van zijn verantwoordelijkheid in dezen en zal aanwezig zijn op die plaatsen waar beslissingen worden genomen. Het is vaak lastig om tot communicatie te komen. Het bestuur overlegt met het ministerie over de plannen en legt kritisch de vinger daar waar afbreuk wordt gedaan aan de plaats van de wiskunde in de profielen.

2. Hans van Lint geeft aan dat het een goede zaak zou zijn om als vergadering een appel te doen op het ministerie. Hij zou graag vanuit deze vergadering een motie willen aannemen waarin onze zorg tot uitdruk-

king wordt gebracht. Het bestuur dient krachtig op te treden. Naast wat het bestuur reeds doet, zullen brieven van leden en ook wat we als vergadering kunnen doen, het ministerie tot de overtuiging moeten brengen dat de wiskunde onder druk staat.

Het blijkt moeilijk om staande de vergadering een tekst te formuleren voor deze motie. De vergadering gaat ermee akkoord dat het bestuur in de geest waarin we hebben gesproken namens ons allen een motie zal verzenden.

Sluiting

De voorzitter spreekt tot slot haar erkentelijkheid uit over het feit dat we in deze locatie van het Cals College gastvrij zijn ontvangen. Het is voor de eerste keer dat we op deze plaats vergaderen. Gevraagd naar de bevindingen is tijdens de jaarvergadering en studiedag gebleken dat de school een goede ruimte biedt, ook daar waar het gaat om de ict-voorzieningen en de catering. De indruk is dat de dag een goede ontmoeting was waar velen hun ervaringen hebben kunnen delen met anderen.

Verslag van het verenigingsjaar 1 augustus 2002 - 31 juli 2003

[Wim Kuipers]

Bestuur

Het bestuur was dit jaar als volgt samengesteld:
mw. drs. M.P. Kollenveld (voorzitter),
W. Kuipers (secretaris),
drs. S. Garst (penningmeester).
Overige leden:
H. Bijleveld,
J. Hop,
mw. drs. M. Kamminga,
mw. drs. M.A. Lambriex,
W. Maas, H. Rozenhart en
mw. drs. H.B. Verhage.

Algemeen

In dit verslagjaar heeft het bestuur zich bovenmate bezig gehouden met de ontwikkelingen binnen de Tweede fase. De eerste plannen met betrekking tot de vernieuwing van de basisvorming zijn gepresenteerd en door het veld van een eerste commentaar voorzien. Zelfstandig heeft het bestuur op de plannen gereageerd. Daarnaast heeft het bestuur zijn inbreng gehad binnen andere vakinhoudelijke organisaties. Vooral de contacten met de bèta-organisaties hebben veel inspanning gekost. Bij de SLO heeft het bestuur een aan-

vraag ingediend inzake de ontwikkeling van elektronisch lesmateriaal dat gericht is op het verwerven van algebraïsch inzicht. Het bestuur van de SLO heeft deze aanvraag gehonoreerd en zal er in 2003 uitvoering aan geven. Veel docenten in de Tweede fase zijn van mening dat hun leerlingen met name bij wiskunde-B over onvoldoende vaardigheden beschikken. Dit is geen nieuws, maar het bestuur wil docenten graag dienen met een bezinning op de vraag welke rol de integratie van ICT in het wiskundeonderwijs speelt bij de ontwikkeling van algebraïsche vaardigheden, die immers door het technologisch gereedschap worden uitgevoerd. Naast dit nog te starten onderzoek heeft het Freudenthal Instituut een kortlopend onderzoek afgerond naar de geschiktheid van wiskundemethoden in het vmbo voor authentiek leren. Overleg met het instituut zal nog moeten resulteren in publicatie van de conclusies in Euclides.

Jaarvergadering

De studiedag droeg dit jaar als thema: 'Creatieve oplossingen bij weinig tijd'.

De plenaire lezing aan het begin vroeg vooral aandacht voor het reken-wiskundeonderwijs op de basis-school. De lezing aan het eind droeg op speelse wijze bij aan irrationele oplossingen voor een probleem met vele onbekenden. De workshops waren er vooral op gericht om handreikingen te geven voor de praktijk van alledag.

Basisvorming

De taakgroep Vernieuwing Basisvorming heeft in het kader van een vernieuwde opzet van de basisvorming haar eerste product in dit verslagjaar het veld aangeboden. Het bestuur heeft binnen het Platform VVVO (Vakinhoudelijke Verenigingen Voortgezet Onderwijs) een reactie gegeven en zoekt samen met de vakondersteunende instellingen naar een goede invulling van de nieuwe opzet. Naast de waardering dat de scholen ruimte krijgen om een eigen invulling te geven aan het curriculum zijn er ook punten waar het bestuur zijn zorgen over heeft uitgesproken. Dat de scholen in staat gesteld worden om maatwerk te leveren, het onderwijs-

aanbod te herijken en anders leren op het programma te zetten, heeft consequenties voor de belasting van de docenten in een tijd van minder handen voor de klas. Het bestuur wil waken voor de positie van het vak, ook als het gaat om andere organisatievormen en een andere manier van leren. De kaalslag die gaat plaatsvinden onder de kerndoelen, vraagt anderzijds om een overwogen uitwerking van de overgebleven kerndoelen, en de vraag daarbij is hoe een en ander zich gaat verhouden met de handhaving van de huidige examenprogramma's die nog steeds als een sturend mechanisme functioneren.

Vmbo

De eerste landelijke vmbo-examens hebben geen problemen opgeleverd. Het bestuur heeft bij de examenbespreking ruimte gemaakt voor een aparte bijeenkomst voor docenten uit de basisberoepsgerichte leerweg. Een gering aantal docenten heeft gebruik gemaakt van deze gelegenheid. Het bestuur draagt bij in de discussie om de examens voor deze leerweg een ander opzet te geven. Het bestuur zoekt met deskundigen naar een antwoord op de vraag welke wiskunde voor de basisberoepsgerichte leerweg zinvol en betekenisvol is. In het algemeen wordt het als belangrijk ervaren dat de examenprogramma's meer vragen om een sectorale inkleuring. Zorg heeft het bestuur met betrekking tot de situatie dat binnen het vmbo het vak vaak wordt gegeven door docenten die niet specifiek zijn opgeleid maar in een kernteam voor meerdere vakken verantwoordelijk zijn. Over deze ontwikkelingen en over de plaats van de wiskunde in de leerwerktrajecten laat het bestuur zich vertegenwoordigen op die plekken waar beleid aan de orde is.

Havo/vwo

Het bestuur heeft dit verslagjaar zich op velerlei manier sterk willen maken voor een reële toedeling van de contacttijd. In januari ontving de Tweede Kamer ter informatie het rapport

'Ruimte laten en keuzes bieden in de Tweede fase van het havo en vwo'. Het bestuur heeft uiteraard gebruik gemaakt van de mogelijkheid om voor 10 maart kritisch te reageren. Ook een aantal leden heeft naar het bestuur toe gereageerd. Met dankbaarheid is bij het opstellen van een brief aan het ministerie gebruik gemaakt van wat deze leden inhoudelijk hadden aangedragen. Uitvoerig heeft het bestuur via Euclides zijn standpunt kenbaar gemaakt. Het gaat in de voorstellen om de toekomst van ons vak en niet in het minst om plezier te hebben in je vak. Naast onze eigen reactie heeft het bestuur geparticipeerd in reacties van andere vakinhoudelijke verenigingen en o.a. organisaties als Axis en de HBO-raad. Het bestuur heeft in zijn reacties naderhand constructief willen meedenken door het inbrengen van alternatieven als het gaat om een herziening van de Tweede fase.

Mbo/hbo

Ook dit jaar heeft het bestuur adhesie betuigd aan het project van enkele scholen om de wiskunde te integreren in de toegepaste vakken in het hbo. Het is reeds voor de derde keer dat dit project door een aantal hogescholen wordt ingediend. Vooral de integratie van ICT dreigt onvoldoende te worden benut. Veel aandacht zal worden besteed aan de ontwikkeling van de computeralgebra. Het toelatingsbeleid mbo-hbo, vooral waar het de sector techniek betreft, blijft een zaak van zorg. Het bestuur is van mening dat geïntegreerde longitudinale leerwegen in de beroepskolom discontinuïteiten en rechtsongelijkheid van studenten kan voorkomen. Wisen natuurkunde blijven noodzakelijk als voorbereiding voor een student mbo-techniek op een hbo-studie in dezelfde sector.

Euclides

Het bestuur is de redactie van Euclides zeer erkentelijk voor de wijze waarop zij het blad op creatieve wijze inhoud weet te geven. Het voorziet de leden in ruime mate van informatie

over de ontwikkelingen die er gaande zijn. Ruime aandacht werd geschonken aan de ontwikkelingen rondom de profielen van de Tweede fase.

Daarnaast biedt het blad voor de praktijk vaak bruikbare voorbeelden. Meer dan in voorgaande jaren is geprobeerd het blad aantrekkelijk te maken voor vmbo-docenten.

Speciaal genoemd mag worden het dubbelnummer (nr. 4, januari 2003) waarin ruime aandacht werd geschonken aan onderzoeksvaardigheden en geïntegreerd wiskundeonderwijs.

Het bestuur steunt de oproep van de redactie aan de leden om toch vooral feedback te geven.

WwF

Het bestuur is dankbaar dat ook dit jaar steun gegeven mocht worden aan een aantal projecten in Zambia, Afghanistan, de Filipijnen en Kenia. Veel werk is verzet met de verkoop van boeken en het verzenden ervan. Het stemt tot dankbaarheid dat we met deze vorm van hulpverlening iets mogen betekenen voor hen die onder mindere gunstige omstandigheden hebben te leven.

Examenbesprekingen

Het bestuur zal zich bezinnen op de vraag of het in de toekomst nog nodig is een examenbespreking voor de basisberoepsgerichte leerweg te organiseren. Voor de rest van de besprekingen blijkt nog steeds voldoende belangstelling te zijn en is voortzetting te rechtvaardigen.

Tot slot

Ook in dit verslagjaar heeft de overheid opnieuw plannen aangekondigd waarop het beslist nodig was kritisch te reageren. Het bestuur probeert op velerlei manieren speler in het veld te zijn. Het vak wiskunde staat onder druk. Voor de positionering van ons vak op alle niveaus zullen we een visie dienen te ontwikkelen. De verschillende werkgroepen, waarin meerdere leden participeren, zullen aan het ontwikkelen van deze visie een bijdrage moeten leveren.

INHOUD VAN DE 78E JAARGANG 2002/2003

Bijdragen

Lucie Aarts

Krantenknipsels en interviews, 130

Maurice Alberts, Wim Berkelmans

WisKids: Vierkant wiskundeklubs, 074

A.G. van Asch, F. van der Blij

Sinus en cosinus, één functionaalvergelijking?, 060

Roel van Asselt

Schoolwiskunde, de restauratie van een leergebied, 190

Ingrid Berwald

Energizers, 236

Klaske Blom

Examenbespreking vwo A1, 032

Petra Boon e.a.

Wiskunde-eindexamens 2002, 1e tijdvak, 004

Marja Bos

- Geactualiseerd overzicht niet-CE-stof havo en vwo, 035

- Voorstellen herinrichting Tweede Fase, 214

Rob Bosch

Wiskunde in vazen:

De vazen van Daniel Bernoulli, 373

Een paradoxale keuze, 231

Flippo's, 153

Randomized response, 276

Vaas met genummerde balletjes, 063

Verdeling van Fermi-Dirac, 335

Witte ballen, zwarte ballen, 111

Fred Bosman, Wim Laaper

Nederlandse Wiskunde Olympiade 2003: uitreiking scholenprijs, 378

Leon van den Broek

- Kangoeroe 2003, 097

- Vier stompe hoeken om een punt, gaat dat?, 240

Warner Bruins

Maak er geen punt van maar een komma, 352

Jan Jelle Claus

'Just in time'-ondersteuning statistiek, 178

Irene Dalm

Postpakket, 322

Irene Dalm, Gerrit de Jong, Pieter Peeters,

Harrie Renckens, Heiner Wind

Een reis naar Polen, 248

Joop van Dormolen

Hoe Karin de les verstoorde, 108

Douwe Jan Douwes

Wiskunde in casegeoriënteerd onderwijs, 202

Paul Drijvers, Peter Boon, Willem Hoekstra

'De leraar had het wel heel erg druk...', 098

Thomas van den Elsen

Wiskunde in mbo en hbo verzwakt?, 112

Ruth Forrester, John Searl

Praktisch werken: haal er alles uit!, 168

Jan de Geus

Verslag NVvW-examenbesprekingen 2002, 026

Iris Gulikers

Geschiedenis van de niet-Euclidische meetkunde intrigeert leerlingen, 346

Frank van den Heuvel, Klaske Blom

Het mondeling herleeft, 228

Cor Hofstra

Onderzoeksopdrachten onmisbaar in modern wiskundeonderwijs, 138

Mascha Honsbeek, Leon van den Broek

Ratio: computer en leraar, 314

Jacques Jansen

De lat te hoog gelegd?, 133

Ger Jongeling

Wiskundeboeken voor een pabo in Zambia, 232

Ruud Jongeling

Wiskunde en Ikea, 365

Paul Ket

Lesgeven samen met leerlingen, 306

Wim Kleijne
Oud en nieuw, 266

Hans Klein
- Keuzeonderwerp computeralgebra, 368
- Wiskit, 286

Gert de Kleuver
- Een plak- en knipopdracht voor 4-havo A12, 158
- Vakantiecursus 2002: wiskunde en gezondheid, 326

Dick Klingens
- Een gemiste kans, 114
- Klassiek?, 115
- Leve de wiskunde! Niet alleen via websites, 292

Ton Konings
Verwondering en verbeelding, 358

Henk van der Kooij
Is wiskunde integreerbaar?, 184

Jenneke Krüger
Creatief wiskundeonderwijs en onderwijs aan begaafde leerlingen, 270

Wim Kuipers
Basisberoepsgerichte leerweg: mag het anders zijn?, 282

Ernst Lambeck
Kangoeroe: een kijkje achter de schermen, 094

Elzeline de Lange
Eerste Reehorstconferentie wiskunde, 256

Ton Lecluse, Sil van den Hoek
Een didactische keuze of een blunder?, 244

Ger Limpens / WwF
Feitenvel Kenia 2000-2001, WwF-project in vogelvucht, 073

J.H. van Lint
Reactie: Het eindexamen vwo B12, 020

Frans Martens
Ontwerpgericht onderwijs aan de TUE, 198

Jan Meerhof
Reactie: Het eindexamen havo A12, 021

Rob van Oord
De tweede fase en het zebrablok, 086

Wim Pijs
Financiële rekenkunde voor wiskundigen, 336

Willem van Ravenstein
WisFaq: digitale vraagbaak voor wiskunde, 284

Ab van der Roest
Praktische opdrachten met Studyworks, 144

Lambert van Stratum
Het draait om de rechte van Euler, 140

Anne van Streun
- 't Denken bevorderen:
 Bij de Gamma, 106
 Een stuiterend balletje, 128
 Floortje en het vmbo-examen, 022
 40 jaar onderwijsverandering? Om te beginnen:
 1964, 226
 40 jaar onderwijsverandering? Dutch New Math na
 1968, 278
- Modelleren van de Tour de France, 162

Jos Tolboom, Léon Tolboom
Praktische opdrachten, profielwerkstuk en het web, 150

Jos Tolboom, Annelies Wijnbergen
Elke leerling een computer, 051

Adri Treffers
Breuken in het denken over geïntegreerd wiskunde-
onderwijs, 195

Bart ter Veer, David van de Beld, Martin Traas
De laptopklas, 317

Heleen Verhage
- And the winner is... The golden section!, 375
- Uitslag Wiskunde Scholen Prijs 2003, 374

Hans Vogelzang
Op weg naar het profielwerkstuk, 154

Edu Wijdeveld
Omzien in verwondering, 218

Hans Wisbrun / WwF
Feitenvel Soedan 1999-2000, WwF-project in vogel-
vlucht, 072

Martha Witterholt
Lange lijn in de ontwikkeling van onderzoeks-
vaardigheden, 146

Chris Zaal
Vliegende veelvlakken, 290

Bert Zwaneveld
Wiskunde: integreren of differentiëren?, 174

Interviews

Klaske Blom
- Leraar in onderzoek:
 Barbara van Amerom, 310
- Ter inspiratie: Harrie Broekman en zijn
 inspiratiebronnen, 362

Hans Daale

Samenwerking vwo/TU moet structureel (interview met Lia van Asselt), 330

Martinus van Hoorn

Interview met Albert Koldijk, 046

Henk Staal

Interview met Daniëlle Peereboom, 064

Besprekingen (boeken en software)

Klaske Blom

Zebra 12: Spelen met gehelen

(Ruud Jeurissen, Leon van den Broek), 092

Lonneke Boels

Werken aan academische vorming; ideeën voor actief leren in de onderwijspraktijk (Jaap Milius e.a.), 275

Rob Bosch

De Nederlandse Wiskunde Olympiade, 100 opgaven (Jan van de Craats, Thijs Notenboom), 243

Jan van de Craats

Operationele analyse (Henk Tijms), 329

Hans Daale

Zebra 11: Schuiven met auto's, munten en bollen (Hans Melissen, Rob van Oord), 091

Jan Donkers

Zebra 10: Fractals (Igor Hoveijn, Jan Scholtmeijer), 090

Chris van der Heijden

- De vierde dimensie (Thomas Banchoff), 254

- Over sneeuwkrystallen en zebrastrepen (Ian Stewart), 071

Dick Klingens

De interessantste bewijzen voor de stelling van Pythagoras (Bruno Ernst), 069

Jan van Maanen

Brouwer tegen de wi(sku)nd(e)molens - Over 'L.E.J. Brouwer - een biografie' (Dirk van Dalen), 056

Lambèr Royakkers

L.E.J. Brouwer en de grondslagen van de wiskunde (Dirk van Dalen), 116

Hans Sterk

Van ruimtelijk inzicht naar ruimtemeetkunde (Karel Thaelis e.a.), 068

Verschenen

- Atlas van een veelvlak (Ultmar Jongen), 115
- De Nederlandse Wiskunde Olympiade, 100 opgaven (Jan van de Craats, Thijs Notenboom), 167
- KöMaL, Mathematical and Physical Journal for Secondary Schools, 328

Recreatie

Frits Göbel

043, 082, 122, 210, 262, 302, 342, 382

Dick Klingens

043, 083

40 jaar geleden

Martinus van Hoorn

025, 067, 093, 126, 217, 269, 325, 357

Aankondigingen

Conferentie ICT 2003, 257

HKRWO symposium 2003, 161

Nationale Wiskunde Dagen, 380

39^e Nederlands Mathematisch Congres 2003, 161, 257

Studiedag RuG, 119

Veelvlakkenprijsvraag, 289

Wintersymposium van het Wiskundig Genootschap, 118

Wiskunde Olympiade, 120

Wiskunde Scholen Prijs, 119

Mededelingen

Olympisch brons, 035

Nieuwe ronde WereldWiskundeWeb, 127

Van de redactie

Marja Bos

- Inhoud van de 77e jaargang (2001/2002), 079

- Leeswijzer bij het themanummer, 127

- Van de redactietafel, 001, 045, 085, 125, 213, 265, 305, 345

Correcties Euclides 78-5, 277

De redactie stelt zich voor, 003

In memoriam, 002

Servicepagina

044, 084, 124, 212, 264, 304, 344, 384

Verenigingsnieuws

Conny Gaykema

Examenbesprekingen 2003, 300

Marian Kollenveld

- Jaarrede 2002, 206

- Van de bestuurstafel, 036, 258, 294, 340

Wim Kuipers

- Notulen van de Algemene vergadering van de NVvW op 17 november 2001, 076

Marianne Lambriex e.a.

- Verslag van het verenigingsjaar 2001/2002, 077

- Jaarvergadering/studiedag 2002, tweede uitnodiging, 037

- Jaarvergadering/studiedag 2003, eerste uitnodiging, 381

Ger Limpens

Nieuws van het wereldwiskundeFonds, 301

Rectificatie LOTS Consultancy, 260

Puzzel 2 - Fibonacci

De rij van Fibonacci kan als volgt worden gedefinieerd:

$$f(1) = f(2) = 1, f(n) = f(n-1) + f(n-2) \text{ voor } n \geq 3.$$

Deze rij, bij velen welbekend, heeft verschillende fraaie eigenschappen^[1]. Ik noem er enkele.

$$- \sum \binom{n-j}{j} = f(n+j)$$

waarin j loopt van 0 tot en met $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$

Bijvoorbeeld voor $n = 9$: $1 + 8 + 21 + 20 + 5 = 55$.

Je wandelt hier als het ware onder een helling door de driehoek van Pascal.

- Als d een deler is van n , dan is $f(d)$ een deler van $f(n)$.

$$- f(n+1) \cdot f(n) - f(n-1) \cdot f(n-2) = f(2n-1)$$

Nu bekijken we de rij van Fibonacci modulo 10. Die begint aldus:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 3, 1, 4, 5, 9, 4, 3, 7, 0, 7, 7, 4, 1, 5, 6, 1, 7, 8, 5, 3, 8, 1, 9, 0, 9, 8, 7, 5, 2, 7, 9, 6, 5, 1, 6, 7, 3, 0, 3, 3, 6, 9, 5, 4, 9, 3, 2, 5, 7, 2, 9, 1, 0, 1, 1, en het is wel duidelijk dat de rij zich van dit punt af herhaalt. De lengte van de periode is 60.

Aangezien er 10 maal 10 paren van twee cijfers zijn, kunnen we ons afvragen waar de andere 40 cijfers zijn. Het antwoord is natuurlijk: die krijg je door met andere paren te beginnen. Bij startpaar 0,0 bestaat de rij uit uitsluitend nullen en de lengte van de periode is dus 1. Als je begint met 1,3 ontstaat een rij die modulo 10 een periode van 12 heeft. De andere perioden zijn 3, 4 en 20 lang. Dit zijn geen rijen van Fibonacci, ook niet vóór de reductie modulo 10, maar we laten ze toch toe. Bij de modulus 10 vinden we dus perioden van 60, 20, 12, 4, 3 en 1.

We kunnen ook andere moduli bekijken. Bij de modulus 11 vinden we elf perioden van 10 en twee perioden van 5 en ook weer de triviale periode van 1, in totaal 121.

Als je de moduli van 2 tot en met 50 nagaat (dat heb ik gedaan), vallen twee dingen op. Ten eerste is er weinig regelmaat te bespeuren, en ten tweede zijn de periode-lengten voornamelijk ronde getallen. De priemgetallen 11, 13, 17 en 19 (en vele andere) ontbreken.

Opgave 1

Bepaal een modulus waarbij een periode van 13 optreedt en geef ook een bijbehorend startpaar aan.

Voor de tweede opgave gaan we de rij van Fibonacci op een heel andere manier bewerken. Als we de even-genummerde termen weglaten, ontstaat de volgende rij: 1, 2, 5, 13, 34, 89, 233, ... en deze voldoet aan

$$b(n+1) = 3 \cdot b(n) - b(n-1)$$

De rij die ontstaat als we de oneven-genummerde termen weglaten, voldoet overigens ook aan deze recursie.

Nu nemen we een rij met recursie

$$c(n+1) = p \cdot c(n) + q \cdot c(n-1)$$

waarbij p en q gegeven getallen zijn. Natuurlijk ligt de rij pas vast als we twee begintermen geven. Maar voor de opgave hebben we geen begintermen nodig.

Opgave 2

Hoe veranderen de coëfficiënten p en q als we in de c -rij termen om en om weglaten?

Veel plezier!

Oplossingen kunt u mailen naar a.gobel@wxs.nl of per gewone post sturen naar F. Göbel, Schubertlaan 28, 7522 JS Enschede. Er zijn weer maximaal 20 punten te verdienen per goede oplossing.

De deadline is 17 november a.s.

Noot van de redactie

[1] Zie ook de rubriek RE:cursor op pagina 061 in dit nummer.

Oplossing 'Twaalf verdeelpuzzels'

Er kwamen zeven oplossingen binnen, te weten van T. Afman, H. Linders, W. Doyer, L. de Rooij, A. Verheul, O. De Meulemeester en J.H. Draaijer. Al deze inzenders slaagden erin het aantal P's tot 2 te beperken, en dat is het minimum, zoals o.a. door Tamme Afman is aangetoond. Het omzetten van de scores (106) in 'een geheel getal tussen 0 en 20' was dus een eenvoudige zaak!

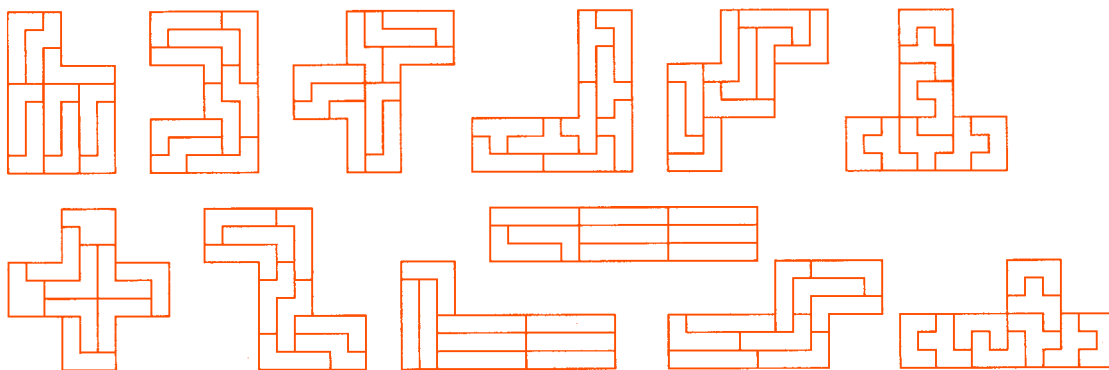
Tenminste drie inzenders hebben een programma geschreven om de opgave op te lossen.

De oplossing van Odette De Meulemeester muntte uit door de fraaie figuren waarin ieder van de 12 pentomino's een eigen kleur heeft. A. Verheul gebruikte voor de F, P, T en Y alleen F's en U's als bouwstenen, zodat uit één van die oplossingen de andere kunnen worden verkregen door steeds twee stukjes te verplaatsen.

Lieke de Rooij wist haar oplossing in een rechthoek van 18 bij 30 te verpakken, en gaf daarmee en passant een oplossing van een klassieke pentomino-puzzel.

Wat de ladder betreft: de zeven bovengenoemde deelnemers zien hun aantal punten dus met 20 stijgen. Aan kop gaan nu T. Afman en W. Doyer met ieder 120 punten, op eerbiedige afstand gevolgd door D. Buijs met 79 punten.

De volledige ladderstand is, zoals eerder gemeld, te vinden op de website van de NVvW: www.nvvw.nl/euclladder.html



FIGUUR 1

De oplossing in **figuur 1** heb ik te danken aan A.T.E. Treep, die mijn prille pogingen 'in no time' verbeterde tot 106.

Kalender

In deze kalender kunnen alle voor wiskundeleraars toegankelijke en interessante bijeenkomsten worden opgenomen.

Wil eenieder die relevante data heeft, deze zo spoedig mogelijk doorgeven aan de hoofdredacteur. Hieronder treft u de verschijningsdata aan van Euclides in de komende jaargang. Achter de verschijningsdata is de deadline voor het inzenden van mededelingen vermeld.

Doorgeven kan ook via e-mail:

redactie-euclides@nvvw.nl

nr	verschijnt	deadline
3	11 december 2003	28 oktober 2003
4	22 januari 2004	2 december 2003
5	26 februari 2004	13 januari 2004
6	15 april 2004	2 maart 2004
7	26 mei 2004	30 maart 2004
8	24 juni 2004	11 mei 2004

woensdag 29 oktober 2003

Tweede Fase Conferentie exacte vakken
Organisatie APS

zaterdag 15 november 2003

Jaarvergadering/Studiedag

Organisatie NVvW

Zie pagina 080 in dit nummer.

zaterdag 22 november 2003

Ars et Mathesis-dag
Organisatie Stichting Ars et Mathesis

vrijdag 28 november 2003

Wiskunde A-lympiade en Wiskunde B-dag
Organisatie Freudenthal Instituut

dinsdag 16 december 2003

Studiedag Wiskundeonderwijs moet spannender en uitdagender
Organisatie RU, Groningen

zaterdag 10 januari 2004

Wintersymposium Wiskundig Genootschap

14 januari t/m 16 januari 2004

22e Panamacaconferentie

Organisatie Freudenthal Instituut

donderdag 15 januari 2004

2e Reehorstconferentie wiskunde
Zie APS-advertentie in Euclides 79-1.

6 en 7 februari 2004

Nationale Wiskunde Dagen
Organisatie Freudenthal Instituut
Zie ook Euclides 78-8, pag. 380.

vrijdag 19 maart 2004

Kangoeroe 2004

Organisatie KUN

25 en 26 maart 2004

Nationale Rekendagen
Organisatie Freudenthal Instituut

donderdag 22 april 2004

4e Conferentie ICT in het onderwijs
Zie APS-advertentie in Euclides 79-1.

zaterdag 29 mei 2004

10e HKRWO-Symposium
Organisatie Historische Kring Reken- en Wiskundeonderwijs

Voor nascholing zie ook

www.nvvw.nl/nascholing.html

Voor overige internet-adressen zie

www.nvvw.nl/Agenda2.html

Publicaties van de

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraars

* Zebra-boekjes

1. Kattenajds en Statistiek
2. Perspectief, hoe moet je dat zien?
3. Schatten, hoe doe je dat?
4. De Gulden Snede
5. Poisson, de Pruisen en de Lotto
6. Pi
7. De laatste stelling van Fermat
8. Verkiezingen, een web van paradoxen
9. De Veelzijdigheid van Bollen
10. Fractals
11. Schuiven met auto's, munten en bollen
12. Spelen met gehele
13. Wiskunde in de Islam
14. Grafen in de praktijk
15. De juiste toon
16. Chaos en orde

* Nomenclatuurrapport Tweede fase havo/vwo

Dit rapport en oude nummers van Euclides (voor zover voorradig) kunnen besteld worden bij de ledenadministratie (zie Colofon).

* Wisforta - wiskunde, formules en tabellen

Formule- en tabellenboekje met formulekaarten havo en vwo, de tabellen van de binomiale en de normale verdeling, en toevalsgetallen.

* Honderd jaar Wiskundeonderwijs, lustrumboek van de NVvW.

Het boek is met een bestelformulier te bestellen op de website van de NVvW (<http://www.nvvw.nl/lustrumboek2.html>).

Voor overige NVvW-publicaties zie de website:

www.nvvw.nl/Publicaties2.html





De Centrale Examencommissie Vaststelling Opgaven
vwo, havo, vmbo (CEVO) vraagt met ingang
van 1 januari 2004:

voorzitter vaksectie Wiskunde B vwo/havo

Taken

- goedkeuren van de constructie-opdracht aan de Citogroep;
- vaststellen van de opgaven van de centrale examens Wiskunde B vwo en havo;
- adviseren over examinering en normering;
- leiding geven aan de vaksectie.

Vereist

- deskundig op het vakgebied;
- kent het onderwijs waarin het examen wordt afgenomen;
- niet betrokken bij leerboeken en ook anderszins onafhankelijk.

Positie

- docent in het vak, in het wetenschappelijk of hoger beroepsonderwijs.

Rechtspositie en honorering

Voorzitters (en leden) van vaksecties blijven bij hun huidige werkgever in dienst en worden voor een deel van hun weektaak ter beschikking van de CEVO gesteld. De CEVO vergoedt de daarmee overeenkomende loonkosten. De vrijstelling bedraagt ca 1/5 van de volledige weektaak, of - als plaatsing op deze wijze niet mogelijk is - een daarmee overeenkomende honorering in geld.

Algemene informatie

De CEVO stelt, onder de verantwoordelijkheid van de Minister, in vwo/havo (vho) en vmbo (mavo en vbo) de opgaven voor de centrale examens vast. Zij bestaat uit een Algemeen Bestuur en vaksecties. De vaksecties stellen de opgaven vast binnen de algemene aanwijzingen van het algemeen bestuur.

Een vaksectie vwo/havo bestaat uit drie leden: een onafhankelijke voorzitter en twee leraren, voorgedragen door onderwijsorganisaties.

De examens worden geproduceerd door de Citogroep.

Inlichtingen kan men krijgen bij de voorzitter van de CEVO, drs. J. Bouwsma, telefoon 0519-293598, of bij het secretariaat, telefoon 030-2840700, e-mail: info@cevo.nl.

Sollicitaties vóór 15 november a.s. richten aan de CEVO, ter attentie van drs. J. Bouwsma, Postbus 8128, 3503 RC Utrecht.

Nieuw

Netwerk en de Grafische rekenmachine



Bij de bovenbouweditie van *Netwerk* zijn nu twee boekjes over het gebruik van de grafische rekenmachine (GRM) verschenen. Deze boekjes, één bestemd voor het havo en een voor het vwo, zijn zowel geschikt voor Casio CFX-9850+ als TI-83+ gebruikers.

Wat bieden de boekjes?

- 17 uitgebreid omschreven onderwerpen in het havo boek.
- 28 uitgebreid omschreven onderwerpen in het vwo boek.
- duidelijke aanwijzingen waar en wanneer de GRM kan worden ingezet.
- in de meeste gevallen naadloze aansluiting bij de opgaven van het hoofdboek.
- mogelijkheid om uw leerlingen zelfstandig de leerstof door te laten werken.
- de boekjes kunnen bij zowel wiskunde A als wiskunde B gebruikt worden.

Neem ook eens een kijkje op www.netwerk.wolters.nl. Hier vindt u een aantal voorbeeldonderwerpen.

De boekjes zijn alleen voor rekening leverbaar. Stuur de bon in een ongefrankeerde envelop naar Wolters-Noordhoff, t.a.v. Sandra Kooijstra, Antwoordnummer 13, 9700 VB Groningen

Bestelbon

Ja, ik bestel

_____ ex. Netwerk havo bovenbouw grafische rekenmachine
Aanwijzingen en Onderwerpen ad. € 7,50 per deel 90 01 83376 4

_____ ex. Netwerk vwo bovenbouw grafische rekenmachine
Aanwijzingen en Onderwerpen ad. € 8,50 per deel 90 01 83371 3

Naam school _____

T.a.v. _____

Adres _____

Postcode _____

Plaats _____



419/3103 – 105

Ook verkrijgbaar via de boekhandel