



Studiedag Examens 2003 Jaarvergadering

september
2003/nr.1
jaargang 79



Vakblad voor de wiskundeleraar

EUCLIDES



Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 8 maal per verenigingsjaar.
ISSN 0165-0394

Redactie

Bram van Asch
Klaske Blom
Marja Bos, hoofdredacteur
Rob Bosch
Hans Daale
Gert de Kleuver, voorzitter
Dick Klingens, eindredacteur
Wim Laaper, secretaris
Elzeline de Lange
Jos Tolboom

Inzending bijdragen

Artikelen/mededelingen naar de hoofdredacteur:
Marja Bos
Mussenveld 137, 7827 AK Emmen
e-mail: redactie-euclides@nvvw.nl

Richtlijnen voor artikelen

Tekst liefst digitaal in Word aanleveren, op papier in drievoud.
Illustraties, foto's en formules separaat op papier aanleveren: genummerd, scherp contrast.
Zie voor nadere aanwijzingen:
www.nvww.nl/euclricht.html

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

www.nvww.nl



Voorzitter:
Marian Kollenveld,
Leeuwendaallaan 43, 2281 GK Rijswijk
tel. 070-3906378
e-mail: m.kollenveld@nvvw.nl

Secretaris:
Wim Kuipers,
Waalstraat 8, 8052 AE Hattem
tel. 038-4447017
e-mail: w.kuipers@nvvw.nl

Ledenadministratie:
Elly van Bommel-Hendriks,
De Schalm 19, 8251 LB Dronten
tel. 0321-312543
e-mail: ledenadministratie@nvvw.nl

Colofon

ontwerp Groninger Ontwerpers
foto omslag Rinus Roelofs, Hengelo
productie TiekstraMedia, Groningen
druk Giethoorn Ten Brink, Meppel

Contributie per verenigingsjaar

Het lidmaatschap is inclusief Euclides.
Leden: € 42,50
Studentleden: € 22,50
Gepensioneerden: € 27,50
Leden van de VWW: € 27,50
Lidmaatschap zonder Euclides: € 27,50
Betaling per acceptgiro. Nieuwe leden geven zich op bij de ledenadministratie. Opzeggingen vóór 1 juli.

Abonnementen niet-leden

Abonnementen gelden steeds vanaf het eerstvolgende nummer.
Niet-leden: € 47,50
Instituten en scholen: € 127,50
Losse nummers, op aanvraag leverbaar: € 17,50
Betaling per acceptgiro.

Advertenties

Informatie, prijsopgave en inzending:
Willem Maas
Molenveld 104, 2490 Balen, België
e-mail: w.maas@nvvw.nl
tel. vanuit Nederland: 003214814527
fax: 003214813753

Indien afwezig:
Freek Mahieu
Dommeldal 12, 5282 WC Boxtel
e-mail: freek.mahieu@hetnet.nl
tel. 0411-673468

1

september 2003 JAARGANG 79

001
Van de redactietafel
[Marja Bos]

002
Toewerken naar het examen vmbo-KB
[Erik Smid]

004
De weg naar het eerste centraal examen
vmbo-BB
[Ineke Humblé]

007
40 jaar geleden
[Martinus van Hoorn]

008
Wiskunde-examens 2003, 1e tijdvak
[Harm Boertien, e.a.]

026
Verslag NVvW-examenbesprekingen
2003
[Jan de Geus]

032
Wiskunde-eindexamen als menselijke
activiteit?
[Gerard Koolstra]

037
In Memoriam / Gaspard Bosteels

038
Overzicht niet-CE-stof havo en vwo
[Marja Bos]

040
Van de bestuurstafel
[Marian Kollenveld]

042
Jaarvergadering/Studiedag 2003

046
Recreatie
[Frits Göbel]

048
Servicepagina

Aan dit nummer werkte verder mee:
Peter Boelens.

Van de redactietafel [Marja Bos]

Examens vmbo, havo en vwo 2003

Ook deze jaargang van Euclides beginnen we met een examenspecial. We kijken terug op de wiskunde-eindexamens van afgelopen mei in het vmbo, het havo en het vwo.

Grote belangstaelling ging uiteraard uit naar de eerste landelijke vmbo-examens. In dit nummer vindt u bijdragen van twee docenten over een tweetal van die wiskunde-examens en de weg er naar toe: Ineke Humblé rapporteert over haar ervaringen met haar klas vmbo-BB (basisberoepsgericht), Erik Smid schetst hoe hij 'zijn' jongens uit het vmbo-KB (kaderberoepsgericht) op hun examen voorbereidde.

Over het verloop van de wiskunde-examens vmbo-GL/TL (gemengde en theoretische leerweg) en van de diverse havo- en vwo-examens wiskunde vindt u vanaf pagina 8 een uitgebreide bijdrage van de betrokken Cito-medewerkers. Ook Jan de Geus keek terug, aan de hand van de verslagen van de examenbesprekingen die de Vereniging ook dit voorjaar organiseerde. Gerard Koolstra analyseert het recente vwo-examen A12, stelt er zijn vragen bij, en pleit voor een koerswijziging in opzet en inhoud van de wiskunde-eindexamens.

Examens 2004 en daarna

Op pagina 38 vindt u een overzicht van de domeinen en subdomeinen die door de CEVO aangewezen zijn als 'niet-CE-stof' voor de wiskunde-examens havo en vwo 2004 en 2005. In de loop van deze maand komt er duidelijkheid over mogelijke CEVO-aanwijzingen van niet-CE-stof voor de examens van 2006; wij houden u uiteraard op de hoogte.

Veder speelt ook de voorgenomen herziening van de Tweede fase per 1 augustus 2007. Begin juli heeft de minister haar bijgestelde plannen voorgelegd aan de Tweede Kamer; begin september is er in de Kamer over gesproken. In die nieuwe voorstellen is natuurkunde weer terug in het profiel NG, maar de omvang van het vak wiskunde-B in het profiel NT blijft steken op 520 sluis voor het vwo (nu 760 sluis) en 320 sluis voor het havo (nu 440 sluis). De leerlingen in het profiel NG krijgen volgens de voorstellen dezelfde wiskunde als de EM-leerlingen: het vak wiskunde-AB (eveneens 520 resp. 320 sluis). Voor vwo-CM wordt wiskunde-A verplicht (480 sluis, nu 360 sluis); voor havo-CM zal wiskunde geen verplicht vak meer zijn. De plannen voor de ontwikkeling van een keuzevak voortgezette wiskunde zijn inmiddels verlaten; het nieuw te ontwikkelen vak voortgezette natuurwetenschappen blijft wél bestaan als mogelijk aan te bieden keuzevak. Minister Van der Hoeven ziet haar voorstellen als 'een bijdrage aan het bevorderen van de (succesvolle) doorstroom naar bètastudies'. In antwoord op een bezorgde brief van wiskundedocent Peter Boonstra gaf zij aan dat zij veel belang hecht aan vernieuwing van de bètavakken en aan een goede afstemming met het hoger onderwijs. Een groot aantal uren voor de bètavakken 'bevordert de keuze voor bèta/techniek in ieder geval niet, zoals we de afgelopen jaren hebben kunnen leren'. Of die redenering correct is, lijkt me nog de vraag. Tijd voor een stevig inhoudelijk debat - met aandacht voor 'redeneren en bewijzen'?

Omslagontwerp Rinus Roelofs

De objecten op de omslagen van deze nieuwe jaargang werden ontworpen door beeldend kunstenaar en wiskundige Rinus Roelofs. Over het ontwerp van de omslag van dit nummer meldt hij het volgende: 'Deze tetraëder is opgebouwd uit twee identieke elementen. De elementen hebben een zogenoemde "+ - - +"-structuur. Dat wil zeggen: per element zijn er vier punten waar een koppeling plaatsvindt met een ander element, en wel zo dat een "buitenpunt" (een "+") gekoppeld wordt aan een "binnenpunt" (een "-") van een ander element (en omgekeerd). Dit is de kleinste constructie die met dit principe te maken is. De twee delen zijn onlosmakelijk met elkaar verbonden.'

Een interview met Rinus Roelofs kunt u in één van de volgende nummers tegemoet zien.

Tot slot

De Jaarvergadering/Studiedag biedt ook dit jaar weer eenieder een aantrekkelijk programma - in samenwerking met WisKids. U vindt het vanaf pagina 42.

TOEWERKEN NAAR HET EXAMEN VMBO-KB

Een terugblik op twee jaar wiskunde in de KaderBeroepsgerichte Leerweg.
[Erik Smid]

De start

In september 2001 begin ik het jaar met een drietal klassen in de KaderBeroepsgerichte leerweg, vmbo-KB. En laat ik er gelijk maar bij zeggen: allemaal jongens. Twee elektro-klassen en een klas met bouw- en metaalleerlingen. U merkt het al, sector Techniek. De verwachtingen zijn in eerste instantie niet al te positief, het zijn er nogal wat: 53 knapen die allemaal de kaderopleiding willen volgen. Het zal toch wel wat zwaarder worden dan het voormalige vbo-C. Alle vakken moeten afgesloten worden op KB-niveau, vergelijkbaar met het vroegere C-niveau. Vluchten naar een lager niveau is er in het vmbo niet meer bij. Zouden ze echt allemaal het diploma kunnen halen? Nou ja, aan mij zal het niet liggen, ik zal m'n best doen om ze zo goed mogelijk naar het examen te begeleiden. En dat zou toch een beetje anders gaan dan voorheen.

PTA

In de eerste plaats is daar het PTA, het Programma van Toetsing en Afsluiting. Daarin hebben we in de sectie precies omschreven hoe en wanneer de lesstof getoetst zal worden en ook hoe zwaar de toetsen meetellen en of er een herkansing mogelijk is.

Voor de leerlingen alle duidelijkheid. Tenminste, dat dacht ik! Terugkijkend kan ik me niet aan de indruk onttrekken dat een groot gedeelte van de leerlingen amper weet wat een PTA is, laat staan dat ze weten wat erin staat. Het zal hun een zorg zijn.

Ook voor mijzelf vond ik het toch wel een beetje een beknellend gevoel geven: tien periodes van zo'n acht weken en in elke periode twee hoofdstukken uit het boek doorwerken. En toetsen natuurlijk. Ik heb het gevoel dat we alleen maar bezig zijn met het produceren van cijfers en dat de stof belangrijker is dan de leerlingen. Toch wel frustrerend zo af en toe.

Nu kun je een PTA natuurlijk helemaal dichttimmeren, maar ik zou zeggen: doe dat niet! Beschrijf het zo kort en oppervlakkig mogelijk, geef desnoods alleen aan welke onderwerpen er in een periode aan bod komen, maar hou in elk geval de rek er een beetje in, zodat je ook eens tijd hebt voor een 'tussendoortje'. Volgens mij houdt dat het vak ook leuker en de motivatie hoger. Ik zal er in elk geval voor zorgen dat ons PTA in het vervolg iets meer lucht geeft en iets minder stress als gevolg van tijdsdruk.

Nieuw is ook dat er sprake is van een tweejarige examenklas; de cijfers in klas drie gaan mee naar de

vierde en hebben dus invloed op het uiteindelijke schoolexamencijfer.

Nu maakt het de leerlingen weinig uit; de meesten liggen er echt niet wakker van dat een onvoldoende in klas drie nadelig werkt op het schoolexamencijfer.

En neem ze dat eens kwalijk; verwacht van een KB-er niet dat hij anderhalf jaar vooruit kijkt.

Ook hier moet volgens mij rekening mee worden gehouden; wij tellen in elk geval de periodes in klas vier twee keer zo zwaar mee.

Grote Praktische Opdracht

Alweer iets nieuws: de GPO, de Grote Praktische Opdracht. [Red.: Elke vmbo-leerling moet voor het schoolexamen in totaal (dus niet voor elk vak afzonderlijk) ten minste twee praktische opdrachten van ten minste elk 10 uur uitvoeren.]

Ze kunnen zelf een vak kiezen en daar een opdracht over maken. Het is dan goed om die opdracht zo in te kleuren dat hij past binnen de sector waarin die leerling z'n opleiding volgt. Binnen onze wiskunde-sectie is er voor elke sector een opdracht gemaakt.

Voor de sector *Techniek* is dat een opdracht over een zelfbouwkastje, inclusief het maken van een kostenplaatje in Excel. Aan de hand van een foto uit de IKEA-gids moeten de leerlingen een kastje nabouwen: bouwtekening maken (op schaal), uitrekenen wat ze aan materiaal nodig hebben, samen naar de bouwmarkt om de prijzen te vergelijken en uitrekenen wat zo'n kastje kost als je het helemaal zelf gaat maken.

Voor de sector *Economie* hebben we een opdracht over een 'auto van de zaak'. Hierbij moeten ze als werknemer hun baas adviseren over de aanschaf van een lease-auto. Er moet dan rekening gehouden worden met vaste kosten zoals verzekering, belasting, aanschafprijs, afschrijving en met de variabele kosten, brandstofprijzen, onderhoud en dergelijk. Het omslagpunt van benzine-gas-diesel komt aan bod en verder moeten ze contact opnemen met een dealer.

Voor de sector *Zorg en Welzijn* is er een opdracht 'maaltijd bereiden'. Bij deze opdracht moeten recepten met behulp van verhoudingstabellen worden omgerekend en er moet binnen een vast budget een menu worden gemaakt, rekening houdend met de voedingsschijf. De leerlingen moeten prijzen vergelijken bij de supermarkt en de speciaalzaak. Onze wens is om die opdrachten ook nog eens heel concreet te maken door zo'n kastje echt te bouwen of

zo'n maaltijd ook maar eens echt te bereiden. Het zal de samenwerking met de praktijkvakken nog meer ten goede komen.

En dan de organisatie van de GPO.

Tip: trek er twee dagen voor uit, leg het hele rooster plat en ga die twee dagen met de GPO aan de slag. Het wordt zo een wezenlijk onderdeel van het lesgebeuren en niet iets wat er nog even tussendoor moet. En het geeft een heerlijke sfeer in de school...

Ik vond het hele GPO zo geweldig geslaagd, dat ik er samen met collega Hans Sandink een workshop over heb gehouden tijdens de eerste Reehorstconferentie.

CSE: meetkunde of statistiek

En dan nog de jaarlijks wisselende examenonderwerpen, naast de vaste onderdelen.

Elk jaar komt óf meetkunde óf statistiek in het centraal schriftelijk examen aan de orde. Niet dat het hele examen alleen maar uit meetkunde of statistiek bestaat, er komen natuurlijk veel meer wiskundige onderwerpen aan de orde, maar meetkunde en statistiek wisselen elkaar jaarlijks af.

Voor deze groep leerlingen was meetkunde het examenonderwerp. Dat gaf mij in elk geval de gelegenheid om statistiek in klas drie maar helemaal af te ronden, dan hoefde ik daar in de vierde niet meer op terug te komen en kon ik me in dat jaar helemaal op het onderwerp meetkunde storten. Dat bracht wel met zich mee dat een aantal statistiek-onderdelen uit de vierde klas verhuisden naar de derde. En ik wilde natuurlijk in klas drie ook al het nodige aan meetkunde doen...

U merkt, het programma werd daardoor in klas drie wel wat overladen. In het vervolg ga ik het examenonderwerp helemaal in klas vier behandelen en het andere onderwerp helemaal in klas drie. Ook dat geeft meer lucht.

Zomer 2002

Aan het eind van de derde blijken er maar een paar leerlingen de zaak niet bij te kunnen fietsen, ze maken de overstap naar klas vier van de BasisBeroepsgerichte Leerweg, vmbo-BB. Met 51 jongens ga ik de vierde in...

Klas 4

September 2002. We gaan voortvarend van start met de tweede en laatste etappe van het examen. Nu moet het gebeuren.

Mijn KB-jongens doen hun best. Als ik er maar voldoende druk op leg, zijn de meeste jongens niet te beroerd om hun huiswerk, in elk geval gedeeltelijk, in orde te hebben. Het wordt nu ook wel spannend, het jaar is maar kort en er moet nog veel gebeuren.

Afgezien van het feit dat er nu niet meer op twee niveaus becijferd hoeft te worden, is er weinig anders dan in het voormalige vbo.

We gaan als een speer... Tenminste wat het tempo betreft; de cijfers geven bij deze en gene toch wel de nodige zorgen. Het PTA is nu goed bij te houden, twee hoofdstukken per periode, van elk hoofdstuk een repetitie en daarna nog een twee-uurs-tentamen over

die twee hoofdstukken.

Ik vind het belangrijk dat ze ook getoetst worden op een grotere hoeveelheid stof. Dat betekent ook dat we in drie periodes door het boek heen zijn, want er zijn maar zes hoofdstukken. En dat is maar goed ook, want er volgt nog een enorm tentamen over alle examenstof.

Ook is er ruim tijd voor examentraining. En ook dat is goed: zonder examentraining zie ik het voor een groot aantal leerlingen niet zitten. Alléén het boek is mijns inziens echt te weinig. Ik sla zo nodig liever een hoofdstuk over dan dat ik niet aan de examentraining toe kom.

Maar het gaat goed. Alles is behandeld, tentamens gemaakt en de nodige aandacht aan training gegeven.

Studiehouding

Wat mij het meest zorgen baart is de studiehouding van mijn jongens. Bij een (te) groot aantal leerlingen mis ik de juiste studiementaliteit. In mijn rol als mentor heb ik enorm achter ze aan moeten zitten om ervoor te zorgen dat allerlei verslagen (elektro, natuurkunde) en leesdossiers (Nederlands, Engels) op tijd ingeleverd werden. Een bron van frustratie zo af en toe. Ik vraag me dan af of die jongens de juiste instelling wel hebben. Want niveau vier in het mbo is geen makkie, maar ze worden er wel voor opgeleid. Ze zullen er nog hard aan moeten trekken en er zal een groot beroep op hun zelfstandigheid worden gedaan. En dat mis ik het meest bij onze KB-ers. Ik heb het ze in elk geval niet bij kunnen brengen.

Wat dat betreft ben ik nog zoekende naar de juiste KB-mentaliteit. En dat zit denk ik toch meer in studiehouding dan in cognitieve vaardigheden. Maar goed, dat is een probleem voor volgend jaar.

Tenslotte

10 juni 2003. Het wachten is nu op de examenresultaten. Ik heb goede hoop dat de meesten, ondanks alle zorgen die ik er over had, toch hun diploma wel zullen halen.

Het examen viel niet echt tegen, maar ik denk dat de Techniek-leerlingen er beter mee uit de voeten konden dan bijvoorbeeld de leerlingen van de afdeling Zorg & Welzijn. Want de hoeveelheid meetkunde was erg groot en de contexten waren redelijk gericht op het mannelijk deel van de leerlingen. Daar zullen de meisjes van Zorg & Welzijn het best lastig mee gehad hebben.

Morgen komt de uitslag... Nog één nachtje slapen...

Spannend...

Over de auteur

Erik Smid (e-mailadres: esmid@home.nl) heeft 10 jaar wiskunde gegeven aan het Gomarus-college te Drachten en is sinds 1998 werkzaam als docent wiskunde aan het Greijdanus-college te Zwolle. Hij geeft daar les in de bovenbouw van het vmbo in de basisberoepsgerichte en kaderberoepsgerichte leerweg. Hij heeft meegedraaid in de pilot 'centrale examinering BB'.

DE WEG NAAR HET EERSTE CENTRAAL EXAMEN VMBO-BB

Ook voor de leerlingen uit de BasisBeroepsgerichte Leerweg, afgezien van het lwoo, de zwakste groep binnen het vmbo, is er nu landelijk een uniform centraal schriftelijk eindexamen. Hoe bereid je je leerlingen daarop voor? Een terugblik.

[Ineke Humblé]

Na afloop

Als ik terugkijk, begin ik altijd achteraan.

De dag van het centraal examen 21 mei is achter de rug, mijn leerlingen zijn tevreden naar buiten gekomen, maar ik maak me zorgen. Het was immers het eerste nieuwe examen en ik heb nog niets gezien. Volgens mijn leerlingen was het goed te doen, alleen zaten er wat lastige problemen tussen: de opgaven Geboortegewicht (zie pag. 10) en Tuinlamp (zie pag. 6). 'Het was goed te doen' betekent bij mijn leerlingen nogal eens, dat ze er behoorlijk naast hebben gezeten. Ik had, deze eerste keer, wel een veilig centraal examen verwacht, maar deze opmerkingen stemden me toch even tot nadenken.

Snel een examen en een correctiemodel uit de stapel gevist, leerlingenwerk mee en naar huis aan het werk. Een globale blik op het examen gaf me het gevoel: inderdaad een veilig examen, dat moet te doen zijn geweest, wel wat veel rekenen, en waar is de meetkunde gebleven? Tijdens het uitschrijven kwam ik tot de conclusie: wel heel veel rekenen en erg weinig meetkunde. Ben ik daarvoor zoveel met de meetkunde aan het stoeien geweest? En... heb ik niet te weinig met ze gerekend?

Maar ook... Voor mijn leerlingen van Zorg en Welzijn moet het wel te doen zijn geweest, maar was dit voor leerlingen van de sector Economie niet heel erg simpel, en komen leerlingen van Techniek niet erg veel meetkunde te kort in dit examen? Over de sector Landbouw kan ik niet veel zeggen, want ik heb niet echt een duidelijk beeld welke wiskunde daar het meest wordt gebruikt.

Corrigeren maar, in de hoop dat mijn gevoel klopt.

Het examen zelf

Een dagje uit bestaat uit een serie rekenopdrachten. Ze waren goed te doen, alhoewel de eenvoud van vraag 1

de leerlingen ook in de verleiding kan brengen op zoek te gaan naar een addertje onder het gras. (Zomaar $225 + 225$ optellen hoort toch eigenlijk niet in een centraal examen na vier jaar wiskunde-onderwijs.) Wel blijkt dat rekenen met tijd een probleem blijft voor deze doelgroep: twee keer score 0 terwijl de opdracht niet echt moeilijk was. *Rioolreiniging* (over tabellen, grafieken en woordformules) was goed te doen; dat beheersen ze (zie figuur 1).

De algebra-opgave *Geboortegewicht* (zie pag. 10) is duidelijk wat lastiger dan de voorgaande twee contexten. Er moet meer uit de tekst gehaald worden, een grafiek moet worden geïnterpreteerd en je moet weten dat een jaar 52 weken heeft. Meerdere leerlingen gaan bij een of meer onderdelen goed onderuit.

De meetkundevragen van de opgave *Terras* (zie pag. 11) waren een wisselend succes; ze werden of heel goed of heel mager gemaakt. Er wordt wat op en neer gesprongen tussen meters en centimeters, de veel gevreesde cirkel zit erin. Oppervlakte en inhoud komen min of meer aan bod.

Er staat een fout in het examen waar de meeste leerlingen gelukkig niets mee doen.

Voor mijn gevoel is deze vragenserie een struikelblok voor leerlingen die op de basisschool al moeite hadden met de begrippen lengtematen, oppervlakte en inhoud. Het is geen opdracht die uitnodigend is.

De algebra-opgave *Zeilkamp* is een weggever van 8 punten. Ik had in totaal slechts twee leerlingen die minder dan 6 punten scoorden. Zij waren echter al eerder tijdens het examen de weg kwijt geraakt. *Tuinlamp* (zie figuur 2) was voor mijn leerlingen een lastige; hoe zat dat ook al weer met die kijklijnen? Dit onderwerp is behandeld in klas 1 en verder alleen hapsnap aan bod gekomen.

De resultaten

Voor het examen waren maximaal 70 punten te behalen. Eén van mijn leerlingen had een score van 28, een ander 34 en de resterende groep scoorde boven de 45 punten. Ik ben tevreden, zeker gezien het feit dat mijn groep met grote achterstanden en slechte derde-klas-resultaten aan het laatste jaar is begonnen. Toch zie je na zo'n centraal examen duidelijk waar voor leerlingen (in elk geval van de sector 'Zorg en Welzijn') problemen liggen.

Organisatie

Laat ik nu bij het begin beginnen en vertellen hoe mijn school eruit ziet.

Op mijn school zitten de leerlingen in klas 1 en 2 bij elkaar. De leerlingen voor de gemengde en theoretische leerweg (GL/TL) proberen we er zo snel mogelijk uit te vissen en te verwijzen naar een beter passend schooltype. Inmiddels hebben we ook lwoo in huis (leerweg-ondersteunend onderwijs), maar daarvan start de eerste groep volgend schooljaar in klas 3.

Ik praat dus over de beroepsgerichte leerwegen 'basis' (BB) en 'kader' (KB). In de loop van het tweede jaar kiest de leerling een sector (*Economie* of *Zorg en Welzijn*) en gaat naar het derde jaar. In het derde leerjaar start de leerling direct met haar/zijn examenprogramma. Voor wiskunde krijgen alle leerlingen dezelfde leerstof en toetsen aangeboden waarbij wel steeds het kadergedeelte aangegeven wordt. De cijfers zijn volgens basis- en kaderprogramma. Het boek is volgens het kaderprogramma.

In overleg met leerling, mentor en wiskundeleraar wordt er soms voor gekozen alleen het basisgedeelte te volgen. In maart van het derde jaar vindt de definitieve splitsing en hergroepering basis/kader

plaats. Wel blijft het 'kader'-boek gehandhaafd, zij het in afgeslankte vorm.

Domeinen en examen

Kijkend eerst naar het wiskundeprogramma en vervolgens naar het bijbehorende examen van dit jaar vallen me de volgende zaken op.

Het domein *rekenen* komt voldoende aan de orde in de boeken, maar veel leerlingen tobben hier al vanaf de basisschool mee; het is en blijft moeilijk ze hiervoor te motiveren. De inzet van het rekenapparaat helpt ze wel bij het uitrekenen van sommen, maar geeft niet meer inzicht in het rekenen op zich. De verhoudingstabel is een krachtig middel om dit soort problemen te voorkomen. Vanaf klas 1 tot en met klas 4 wijs ik mijn leerlingen op de verhoudingstabel en gebruik ik deze voor uitleg en correctie. Elk jaar weer komt het voor, dat een zwakke rekenaar het 'genot' (zoals ik dat vaak noem) van de tabel onder de knie krijgt en makkelijker gaat rekenen. Ook in de andere domeinen gebruik ik de verhoudingstabel waar mogelijk.

Het domein *algebra* is voor leerlingen altijd leuk en toegankelijk. Ze werken er met plezier aan, maar komen wel in de problemen als het gaat om vergelijken en interpreteren. Globaal lezen en kijken gaat de meeste leerlingen erg goed af, maar als er wat beter gekeken moet worden komt een aantal al snel in de problemen. Het gebruik van de noodzakelijke hulpmiddelen (potlood, geodriehoek en dergelijke) is een verplicht onderdeel van mijn lessen; lenen mag pas als een ander klaar is.

Het domein *meetkunde* is in de onderbouw vaak leuk en plezierig, vanaf klas 3 vaak moeilijk en vervelend. Maatkennis lijkt een onderwerp dat niet bij deze leerlingen past. Vanaf de eerste tot en met de vierde

FIGUUR 1

RIEOLREINIGING

'Rioler' is een bedrijf dat riolen schoonmaakt.
Je betaalt voorrijkosten en de tijd dat men schoonmaakt.
De kosten voor het schoonmaken worden als volgt berekend:

$$\text{kosten} = 20 + 4t \times \text{aantal gewerkte uren}$$

De kosten zijn in euro.

3a 6 → Bereken hoeveel euro een karwei van 2 uur bij 'Rioler' kost. Schrijf hieronder de berekening op.

3b 7 → Vul in onderstaande tabel de schoonmaakkosten bij 'Rioler' in.

aantal gewerkte uren	0	1	2	3	4	5
kosten in euro						

ben je bezig met lengte, oppervlakte en inhoud, maar op de een of andere manier blijft het bij een aantal niet hangen. Ik heb hier na al die jaren nog steeds geen passende oplossing voor gevonden. De inzet van allerlei materialen voor oppervlakte en inhoud heeft wel het gewenste resultaat voor het moment maar voor een aantal nog steeds niet op de langere termijn. Dit blijft een moeizaam gedeelte.

Omzetten van driedimensionaal naar tweedimensionaal vice versa is iets wat wel veel in de onderbouw wordt gedaan, maar in de bovenbouw (basisprogramma) beduidend minder. Gezien de opgave *Tuinlamp* uit het examen is het zeer aan te bevelen daar ook in de bovenbouw wat meer aandacht aan te besteden. Het werken met ruimtefiguren daarentegen gaat weer vaak vlekkeloos, terwijl hierin toch ook de omzetting voorkomt. Voor mijn gevoel staat dit dichterbij de leerling: het kan worden vastgepakt, gedraaid en eventueel opgeknipt.

Het domein *informatieverwerking en statistiek* kent vanaf de eerste klas weinig tot geen problemen. Pas op het moment dat gegevens moeten worden bekeken, vergeleken en geïnterpreteerd, wordt het wat moeilijker, maar de aangeboden situaties zijn vaak herkenbaar en uitnodigend genoeg om wat langer door te zoeken naar een oplossing.

Voor wat betreft het domein *gwa* (geïntegreerde wiskundige activiteiten) en kleine praktische opdrachten: met geschikt materiaal zijn leerlingen uren zinvol en praktisch actief bezig te houden en leveren ze de mooiste producten. Wel blijft het oppassen met de planning. Afgelopen jaar hadden wij drie van dit soort opdrachten in één periode gepland, en dat was veel te veel.

Eigen programma versus examen

Persoonlijk vind ik dat er in het examen te veel aandacht is besteed aan rekenen en te weinig aan meetkunde.

Snel de punten verdeeld over de verschillende onderdelen kwam ik tot rekenen 31 punten, algebra 27 punten en meetkunde slechts 12 punten. Kijkend naar de boeken vind ik deze verdeling niet terug en in mijn lessen ook zeker niet. In mijn lessen besteed ik vaak de meeste tijd aan meetkunde, deels door de grote spreiding van dit onderdeel en deels door de moeilijkheden die mijn leerlingen hiermee hebben. Rekenen en algebra krijgen zo ongeveer evenveel tijd toebedeeld. Dit komt niet altijd in leerstof tot uitdrukking maar vaak ook bij het rekenwerk dat in algebra voorkomt.

Toch wil ik niet zomaar zeggen dat het centraal examen niet passend is voor deze leerlingen. De opdrachten waren leuk en redelijk vertrouwd. Alle contexten waren geschikt voor zowel jongens als meisjes. Natuurlijk spreekt niet elke context iedereen even sterk aan, maar dat voorkom je nooit.

Tot slot vraag ik me wel af hoe het centraal examen er komend schooljaar dan wel uit moet gaan zien. Door de jaarlijkse wisseling van de CSE-onderwerpen meetkunde/statistiek gaat meetkunde er dan een jaartje uit en komt informatieverwerking en statistiek er in. Dat wordt nog meer rekenen geblazen. Zal of moet ik mijn programma aanpassen...?

Over de auteur

Ineke Humblé (e-mailadres: humble@home.nl) is als wiskundeleraar werkzaam aan het Kandinskycollege te Nijmegen.

FIGUUR 2



0. Inleiding

De vakantiecursus van het Mathematisch Centrum in 1962 staat evenals die van 1960, in het teken van de modernisering van het V.H.M.O. wiskunde onderwijs. In 1960 heb ik aan een groot aantal voorbeelden in het wiskunde onderwijs onder meer in het meetkunde onderwijs laten zien, hoe bepaalde aspecten van de moderne ontwikkeling der wiskundige wetenschappen reeds in het V.H.M.O. tot uiting kunnen komen, zodat de voorbereiding tot later gebruik van de wiskunde beter doel treft (zie ¹⁾).

Tevens heb ik daarbij met betrekking tot *de stereometrie* gesteld, dat deze moet worden opgenomen in en *moet samengaan met de analytische meetkunde in behandeling met vectoren, en deze analytische meetkunde mag niet worden beperkt tot dimensie twee, doch dient ook te worden behandeld voor dimensie drie*. Dit voorstel sluit aan bij een veel drastischer voorstel van Prof. Dieudonné ²⁾ van het Institut des Hautes Etudes Scientifiques te Parijs, die de euclidische meetkunde van zijn ereplaats in het onderwijs wil ontheffen, en die de geruchtmakende zinspreuk „Weg met Euclides en weg met de driehoeken” lanceerde. Deze gedachte leeft niet alleen bij Dieudonné, doch ook bij vele andere belangrijke wiskundigen. Daarbij meent Dieudonné dat voor de meetkunde als uitgangspunt en fundament de 2-dimensionale en 3-dimensionale vectorruimten gekozen moeten worden, eerst zonder en dan met inproduct. De stelling van Pythagoras zou daarmee een soort axioma worden, hetgeen wel bij velen weerstand opwekt.

Het is mijn bedoeling om in deze voordracht aandacht te besteden aan de schoolmeetkunde, waarbij ik aan vlakke meetkunde, stereometrie en analytische meetkunde bij het V.H.M.O. denk.

Eerst zal ik in par. 1 enige eigenschappen van de meetkunde noemen die lofwaardig zijn, en die het onderwijs in dit vak, in een vorm die in het midden blijft, wettigen.

Vervolgens zal ik in par. 2 de kritiek op het huidige meetkunde-onderwijs, in het bijzonder door Dieudonné geuit, formuleren en bespreken.

¹⁾ N. H. Kuiper: Welke gevolgen voor het V.H.M.O. brengt de moderne ontwikkeling der wiskundige wetenschappen met zich mede. *Euclides* 1961, p.257—284 (met vele literatuurverwijzingen).

²⁾ Zie: J. Dieudonné. *New thinking in school mathematics* 1961, p. 31—49. Organisation for european economic cooperation. Office of scientific and technical personnel.

Gedeelte uit een artikel van Prof.dr. N.H. Kuiper in *Euclides*, jaargang 39 (1963-1964)

WISKUNDE-EXAMENS 2003, 1E TIJDVAK

Dit artikel is geschreven door examenmedewerkers van de Citogroep. Bij iedere paragraaf over een specifiek wiskunde-examen treft u de naam van de bijbehorende medewerker aan. De examens zijn te downloaden via www.citogroep.nl.

[Harm Boertien, Petra Boon, Anita de Bruijn, Edward van Kervel, Kees Lagerwaard, Ger Limpens, Gerard Stroomer]

TABEL 1 Leerlingenaantallen 2003

MAVO		HAVO		VWO	
CSE GL/TL/D	42714	A12 (ns)	18429	A (os)	947
CSE KB/C	23012	B1 (ns)	6802	A1 (ns)	5254
CSE BB	27905	B12 (ns)	5805	A12 (ns)	10532
		B (os)		B (os)	457
		B1 (ns)		B1 (ns)	8045
		B12 (ns)		B12 (ns)	6375
totaal	93631	totaal	31036	totaal	31610

os = oude stijl, ns = nieuwe stijl

Woord vooraf

In dit overzichtsartikel treft u de gebundelde bijdragen aan van de verschillende Citogroepmedewerkers, voorafgegaan door een algemener gedeelte met daarin onder andere een overzicht van de diverse bij de wiskunde-examens 2003 uiteindelijk vastgestelde N-termen.

Dank

Ook dit jaar gaat, om te beginnen, onze dank uit naar al die collega's die ons in staat stellen na afloop van de examens een goede indruk te krijgen van de wijze waarop de verschillende doelgroepen hun examens gemaakt hebben. De versnelde correctie vereist van veel collega's een krap tijdspad en met name bij de examens die tegen het einde van de examenperiode worden afgenomen, is het voor velen erg overhaast werken. En toch slaagt het overgrote gedeelte van de wiskundeleraars er in, deze gegevens op tijd aan te leveren. We vermoeden dat het programma WOLF (waarmee de gegevens elektronisch aan de Citogroep verstrekt kunnen worden) enig soelaas heeft kunnen bieden, omdat dit programma dit jaar voor het eerst op grote schaal is ingezet.

Verder is een dankzegging ook op zijn plaats richting collega's die in de hectische examenperiode de moeite genomen hebben de diverse regionale examenbesprekingen te bezoeken. Bekend is trouwens dat er nog veel meer collega's gebruik maken van de uitkomsten van de besprekingen, zeker nu de verslagen direct na afloop van de besprekingen via internet

beschikbaar zijn. Nog steeds is het echter zo dat de examenmakers zich spiegelen aan de uitkomsten van de enquêtes die tijdens deze besprekingen worden afgenomen en het is voor ons te hopen dat ook in de toekomst de besprekingen goed bezocht worden. Het geeft ons een snel en naar we hopen min of meer adequaat beeld van de wijze waarop de examens door collega's ontvangen worden. In ieder geval geeft het ons als examenmakers zinvolle informatie waarmee we bij de vervaardiging van nieuwe examens rekening kunnen houden. Dit overigens in tegenstelling tot de opmerkingen/besprekingen van deskundigen die we vandaag de dag hier en daar op internet aantreffen. Deze reacties zijn vaak zodanig specifiek, individueel en losgezongen van de vigerende onderwijspraktijken dat we als examenmakers niet het gevoel hebben daar veel mee op te schieten.

Aantallen

In **tabel 1** treft u de verschillende deelnemersaantallen bij de examens 2003 aan. Die getallen moeten overigens met een korreltje zout genomen worden, gezien het feit dat we ons bij deze gegevens baseren op de hoeveelheid examinandi die scholen ruim voor de examenperiode aanmelden. Opvallend is wellicht dat er meer vwo-leerlingen met wiskunde zijn dan havo-leerlingen. Een gedeelte van de verklaring is ongetwijfeld te vinden in het feit dat niet iedere havo-leerling een centraal examen aflegt voor een van de wiskundevakken, in tegenstelling tot de vwo-leerlingen. Verder zijn er wellicht meer vwo-scholieren

TABEL 2 N-termen, gemiddelde cijfer, perc. onvoldoendes

	VMBO			HAVO			VWO			
	BB	KB/C	GL/TL/D	A12	B1	B12	A1	A12	B1	B12
N-term	0,5	1,5	1,1	1,0	1,3	1,2	1,1	1,5	1,6	0,8
gemiddelde	6,8	6,1	6,3	6,1	6,1	6,4	6,4	5,9	6,0	6,5
% onvoldoendes	19	30	25	29	38	28	25	38	38	25

TABEL 3 Vergelijking VMBO-BB-examens

Jaar	N-term	Gemiddelde	Onvoldoendes (in %)
2003	0,5	6,8	19
2002 (pilot)	1,0	6,1	31
2001 (pilot)	1,0	5,6	45

TABEL 4 – VMBO BB

Opgave	Een dagje uit					Rioolverontreiniging						Geboortegewicht					Terras					Zeilkamp			Tuinlamp		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
max.score	2	2	2	4	4	2	3	3	2	3	2	2	5	4	4	2	2	2	1	3	4	2	2	4	2	2	
p'-waarde	97	91	76	77	56	89	83	92	97	77	63	96	44	87	24	63	77	56	89	62	77	86	82	57	32	45	

GEBORTEGEWICHT

Jill werd geboren op 18 oktober 2000.
Haar geboortegewicht was 3420 gram.



Na 3 weken woog Jill 3750 gram.

20. 12 → Bereken hoeveel gram Jill in deze 3 weken zwaarder werd. Schrijf hieronder de berekening op.

21. 13 Weer 2 weken later woog Jill 4360 gram. De moeder van Jill las in een boek: 'Het gewicht van baby's neemt in de eerste 5 weken gemiddeld 250 gram per week toe' → Klopt dit ook voor Jill? Leg hieronder je antwoord uit.

De moeder van Jill hield de eerste 24 weken het gewicht in een tabel bij. Hieronder zie je het resultaat.

aantal weken na de geboorte	0	1	3	5	8	12	16	20	24
gewicht in grammen	3 420	3 350	3 750	4 340	5 000	5 800	6 550	7 100	7 600

FIGUUR 1 VMBO-BB

die behalve de in hun profiel vanzelf meegenomen wiskunde een andere wiskundevariant in hun vrije ruimte kiezen. Zekerheid daarover bestaat echter niet omdat we, na afloop van de toets- en itemanalyses, vermoeden dat niet iedere docent met even grote nauwkeurigheid heeft aangegeven (vermoedelijk zelfs: 'niet heeft kunnen aangeven') uit welk profiel zijn deelnemende kandidaten afkomstig waren.

Experiment

Behalve de hierboven vermelde examens is er nóg een tweetal examens wiskunde geweest. Beide examens betroffen echter een zo beperkt leerlingental dat ze niet in de betreffende tabellen zijn opgenomen. Wel is er, verderop in dit verslag, een paragraaf aan deze examens gewijd. Het betreft examens voor vwo wiskunde-A die in het kader van een experiment waarbij de computer rond de examens ingezet kan worden afgelopen jaar voor het eerst zijn afgenomen. Voor velen onder u zal dit de eerste kennismaking met dit experiment zijn. Ondanks de in dit artikel niet opgenomen analyseresultaten hebben we gemeend er goed aan te doen verslag uit te brengen van dit, ook voor ons, bijzondere experiment.

N-termen

In tabel 2 is te zien dat ook dit jaar een behoorlijke verscheidenheid aan uiteindelijk vastgestelde N-termen bij de verschillende wiskundevakken bleek te bestaan. De N-termen worden vastgesteld door het Dagelijks Bestuur van de CEVO, op basis van advies van de

diverse CEVO-vaksecties. Bij de bepaling van de adviezen van de vaksecties worden de toets- en itemanalyses die voor het betreffende vak door de Citogroep vervaardigd zijn, mede als uitgangspunt genomen. Verder betreft de vaksectie bij haar advies onder andere eventuele reacties na afloop van de examens. Het Dagelijks Bestuur, de instantie dus die de uiteindelijke verantwoordelijkheid draagt voor de vaststelling van de N-termen, baseert zich niet alleen op de vaksectie-adviezen, maar plaatst de resultaten van het betreffende vak in een breder kader en kan daarbij ook letten op reeds vastgestelde N-termen bij andere, min of meer verwante vakken.

De in de tabel opgenomen N-termen worden in de bijdragen over de diverse examens wiskunde nogmaals vermeld. Verder treft u daar ook de bij de verschillende vragen gescoorde p'-waarden aan. De p'-waarde van een vraag drukt de gemiddelde score bij deze vraag uit in een percentage van de maximale score van die vraag.

Bezexamens havo/vwo

Tot slot van dit algemene gedeelte nog een opmerking over de bezexamens havo en vwo. Uit de tabel met deelnemende examenkandidaten blijkt al dat we wat betreft het havo niet over gegevens beschikken ten aanzien van de (vermoedelijk) weinige kandidaten havo oude stijl. Wat betreft het vwo kennen we de aantallen wel voor zover het de aanvragen van de scholen betreft, maar verder ontbreekt ieder gegeven. Voor de bezexamens havo oude stijl zijn de N-termen voor zowel wiskunde-A als wiskunde-B op

Enno gaat in zijn tuin een terras aanleggen. Het terras krijgt de vorm van een cirkel. Zie de afbeelding hieronder.



De diameter van de cirkel is 6 meter. De omtrek van het terras bereken je met de woordformule:

$$\text{omtrek} = 3,14 \times \text{diameter}$$

- 26 ○ 16 → Laat met een berekening zien dat de omtrek van het terras 1884 cm is. Schrijf hieronder de berekening op.

- 26 ○ 17 Langs de buitenkant van het terras legt Enno keijles. Zie onderstaande afbeelding. De lengte van een keijle is 12 cm. Enno hoeft geen rekening te houden met de ruimtelassen de keijles.



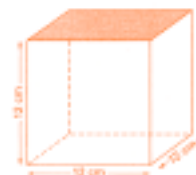
→ Bereken hoeveel keijles Enno nodig heeft voor de buitenrand van het terras. Schrijf hieronder de berekening op.

- 26 ○ 18 Voor het bestraten van het terras heeft Enno zand nodig. De hoeveelheid zand berekent hij met de volgende woordformule:

$$\text{hoeveelheid zand} = 0,079 \times \text{diameter} \times \text{diameter}$$

Hierbij is de hoeveelheid zand in m^3 en de diameter van het terras in m. → Bereken in één decimaal hoeveel m^3 zand Enno nodig heeft. Schrijf hieronder de berekening op.

Enno gaat het terras bestraten met dezelfde keijles als van de buitenkant van het terras. Zie onderstaande afbeelding.



- 26 ○ 19 → Laat met een berekening zien dat de oppervlakte van één keijle 144 cm^2 is. Schrijf hieronder de berekening op.

- 26 ○ 20 De oppervlakte van het terras is $282\,743 \text{ cm}^2$. → Bereken hoeveel keijles Enno ongeveer nodig heeft voor het terras. Schrijf hieronder de berekening op.

FIGUUR 2 VMBO-BB

1,0 gesteld. Voor vwo wiskunde-A oude stijl was in 2003 $N = 1,5$, gelijk dus aan de N-term voor vwo A12. Enige argument dat hiervoor gehanteerd kon worden, was het feit dat dit examen voor ongeveer 50% overlap vertoonde met A12. Voor vwo wiskunde-B oude stijl was er geen overlapping met een tweede-fase-examen, vandaar een N-term van $N = 1,0$.

VMBO BB

[Anita de Bruijn]

Bij de schaars bezochte landelijke examenbespreking in de jaarbeurs in Utrecht gaf men aan dat het examen vmbo BB (Basisberoepsgerichte Leerweg) door de leerlingen goed gemaakt was. Het examen was binnen de gestelde tijd goed te maken. De nieuwe lay-out van het examen is in het land goed gevallen. Het laten vervallen van de losse bijlagen en het plaatsen van een opgave op hooguit twee bladzijden werkte voor de leerlingen prettig.

In tabel 3 kunnen we de resultaten van het afgelopen examen vergelijken met de resultaten van de pilot-examens in 2001 en 2002. De gegevens van de pilot-examens zijn gebaseerd op de resultaten van de toenmalige A- en B-leerlingen samen. Gebruikmakend van de ervaringen die bij de pilotexamens zijn opgedaan, mogen we concluderen dat de examenmakers voor 2003 een examen hebben samengesteld waarbij ook een A-leerling een redelijke kans van slagen had.

In tabel 4 staan de diverse p'-waarden en de maximumscores van de vragen van het examen 2003. Uit de tabel blijkt dat de vragen 13, 15, 25 en 26 de moeilijkste van dit examen waren.

Bij vraag 13 moesten de leerlingen controleren of Jill netjes volgens het boekje elke week 250 gram in gewicht toegenomen was. Dit bleek alleen voor de beste leerlingen een haalbare kaart te zijn. Het vergelijken van twee waarden leverde voor de meeste leerlingen nogal wat problemen op.

Bij vraag 15 moest het gewicht van Jill na een half jaar geschat worden. Uit reacties is gebleken dat nogal wat leerlingen gewerkt hebben met 24 weken (6×4) in plaats van 26 weken voor een half jaar. De oplossingsmethode van het doortekenen van de grafiek en daarna aflezen van de bijbehorende waarde kwam hierdoor te vervallen. Het antwoord bij 24 weken was nu gewoon uit de tabel af te lezen. Hierdoor werd de vraag een stuk eenvoudiger dan oorspronkelijk de bedoeling was. Bij de centrale examenbespreking is afgesproken om slechts maximaal 1 punt toe te kennen als deze 'alternatieve oplossing' gehanteerd werd.

Meer dan de helft van de leerlingen heeft voor vraag 25 nul punten gescoord. Het terugredeneren vanuit de kijklijnen was zelfs voor de slimme leerling geen gemakkelijke opgave. Vanuit de examenbespreking kwam de suggestie naar voren een volgende keer bij een soortgelijke vraag een breder gebied voor mogelijk goede antwoorden te nemen.

De lage score van vraag 26 hangt nauw samen met vraag 25. Vanuit de gevonden plaats van de lamp bij

TABEL 5 – Vergelijking VMBO GL/TL/KB

jaar	VMBO GL/TL/D			VMBO/KB/C		
	N-term	gemiddelde	onvoldoendes	N-term	gemiddelde	onvoldoendes
2003	1,5	6,1	30%	1,1 (0,9 + 0,2)	6,3	25%
2002	1,1	6,0	33%	1,1	5,8	37%
2001	1,4	6,1	33%	1,4	5,9	36%

TABEL 6 – VMBO GL/TL + overlap KB

Opgave	Sfeerlicht				Belgedrag				Trap- en schuifladder			Openlucht-theater				Chocolade			Ballon					Vuurtoren		
Vraagnr. GL/TL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
max.score	2	3	6	5	3	4	4	4	3	5	4	3	2	3	3	4	3	4	3	2	3	3	5	2	3	4
p'-waarde	76	92	35	56	84	58	64	65	95	30	57	84	70	74	50	60	58	24	85	36	54	77	15	73	56	51
Overlap KB	Vraagnr. KB																									
p'-waarde	11	12	6	7	8	9	15	16	17	23	25	20														
	63	82	72	35	47	46	94	25	35	71	44	30														

TABEL 7 – VMBO KB

Opgave	Tuin bestraten					Belgedrag				Sfeerlicht				Trap- en schuifladder			Chocolade					Openlucht-theater			
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
max.score	3	4	3	4	4	3	4	4	4	4	2	3	4	4	3	5	4	3	3	4	5	2	4	4	3
p'-waarde	71	51	71	73	61	72	35	47	46	63	63	82	26	24	94	25	35	64	76	30	10	96	71	48	44

vraag 25 moest een nieuw gebied gearceerd worden. Ook hier had bijna de helft van de leerlingen 0 punten. We vermoeden dat dit een logisch gevolg is van het feit dat je, als je bij vraag 25 geen plaats gevonden hebt, bij vraag 26 geen gebied kunt arceren. In de toekomst moeten we zo'n afhankelijkheid zoveel mogelijk zien te voorkomen.

Bij de opgave *Terras* bleken vragen 16 en 18 toch niet zo standaard als de examenmakers verwacht hadden. Vraag 16 was bedoeld als een instapvraag. Bijna iedereen zou, zo dachten we, bij deze vraag de maximumscore moeten kunnen halen. Dat was slechts bij de helft van de leerlingen het geval. Het omzetten van de 6 meter naar 600 centimeter bleek voor de leerlingen lastiger dan vooraf ingeschat was. Ook het rechtstreeks invullen van de 6 meter in de formule bij vraag 18 leverde problemen op. De woordformule van vraag 18 leidde trouwens na afloop van het examen tot een enkele vraag naar de achtergrond van de factor 0,079 in die formule. Antwoord op die vraag was dat de genoemde 0,079 een afronding is van de vermenigvuldiging $\frac{1}{4} \times \pi \times \text{hoogte}$, waarbij *hoogte* = 0,1 (namelijk 10 cm) genomen is.

Als laatste kan nog gemeld worden dat er bij vraag 19 een klein schoonheidsfoutje ingeslopen was. De leerlingen moesten laten zien dat de oppervlakte van één keitje 144 cm² was. Door het aangegeven gearceerde vlak bij de afbeelding leverde dit geen problemen op. Wiskundig gezien was het beter geweest als in de vraag het woord 'bovenvlak' erbij had gestaan. Zoals aan de p'-waarde van deze vraag te zien

is, hadden leerlingen hier geen last van. Bij de bepaling van de N-term is daar echter toch rekening mee gehouden door de N-term met 0,1 op te hogen.

VMBO GL/TL en KB [Petra Boon]

De opmerkingen van de regionale besprekingen GL/TL en KB (Gemengde Leerweg/Theoretische Leerweg respectievelijk Kaderberoepsgerichte Leerweg) gingen onder andere over het niveau van de examens en de wisselende domeinen.

Laten we dit eens nader bekijken aan de hand van wat gegevens; zie de tabellen 5, 6 en 7.

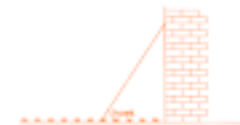
Bij het GL/TL/D-examen is de N-term van 0,9 gecorrigeerd met 0,2. Dit was vanwege het feit dat er bij vraag 26 in het correctievoorschrift een opmerking stond die niet juist was. Er was namelijk een uitzondering waar die opmerking niet voor mocht gelden. Bij dit examen doen de p'-waarden bij de overlapvragen vermoeden dat deze vragen voor de KB-leerlingen een stuk moeilijker waren dan voor de GL/TL-leerlingen. Bij de specifieke GL/TL-vragen zijn de p'-waarden een stuk lager. Het GL/TL-examen was dus niet te makkelijk. Het KB-examen daarentegen was voor deze leerlingen een stuk lastiger. Dat zal waarschijnlijk ook te maken hebben met de grote verschillen binnen de KB-populatie tussen de 'goede' en de 'zwakke' leerlingen. Binnen de TL/GL-populatie zijn deze verschillen een stuk kleiner.

In doe-hal-zakken zijn trappen in diverse maten te koop. De foto hieronder, waarop drie van deze trappen zijn afgebeeld, komt uit een reclamefolder.



16 16 Meneer Visser wil zijn huis schilderen. Zijn trap met zeven treden is te kort, daarom leent hij een schuifladder bij de buurman. Op de foto in het uitwerkboekje bij vraag 16 zie je de trap en de schuifladder. De schuifladder is af gedeeltelijk uitgeschoven.

17 17 Meneer Visser schuift de ladder uit tot een lengte van 5,8 meter. Hij zet de ladder tegen de muur. Deze komt dan tot een hoogte van 5,5 meter. Zie onderstaande tekening.



→ Bereken in graden nauwkeurig de hoek die de ladder met de grond maakt. Schrijf je berekening op.

FIGUUR 3 VMBO-KB (gedeeltelijk)

Uit de tabellen 5, 6 en 7 blijkt dat de meetkunde-opgaven (*Sfeerlicht*, *Trap- en schuifladder* en *Chocolade*) slecht gescoord hebben. Het is zeker de moeite waard om volgend jaar te kijken hoe de statistiek- en kansrekeningopgaven gescoord hebben.

Tot slot nog een enkele opmerking over enkele vragen. Bij het KB-examen werd in de opgave *Trap- en schuifladder* bij vraag 17 gevraagd om een hoek uit te rekenen. Bij het GL/TL-examen is dat vraag 11. In het verleden werd op het C-niveau alleen met de tangens gewerkt. Bij het KB-examen is dat uitgebreid met de sinus en de cosinus. Om niemand in de problemen te brengen is er dit jaar voor gekozen om een vraag te nemen die volgens twee methodes opgelost kan worden. De meest rechtstreekse oplossing is echter met behulp van de sinus. Zoals te zien is deze vraag een vraag met een lage p' -waarde bij het KB-examen. Bij GL/TL ligt die p' -waarde aanzienlijk hoger.

Bij het GL/TL-examen sprong vraag 23 er op een negatieve manier uit. Het betrof hier een vraag uit de verrijking, waarbij het handelde om het gebruik van de INV y^x -toets. Deze vraag werd door maar 1% van de leerlingen helemaal goed beantwoord. Een substantieel deel van de populatie beantwoordde de vraag in zijn geheel niet. Met name de zwakke leerling kon met deze vraag niet uit de voeten.

- 17 17 **maximumpunten 4**
- $\sin \text{hoek} = \frac{5,5}{5,8}$ 2
 - $\sin \text{hoek} = 0,948\ldots$ 1
 - $\text{hoek} = 75(^{\circ})$ 1
- of
- de afstand van de ladder tot de muur met de stelling van Pythagoras berekenen:
 $\sqrt{5,8^2 - 5,5^2} = 1,841\ldots$ 2
 - $\tan \text{hoek} = \frac{5,5}{1,841\ldots}$ 1
 - $\text{hoek} = 75(^{\circ})$ 1



Eenke blaast een ballon op. Daarna wordt de inhoud gemeten en deze blijkt 9,2 liter te zijn. De ballon loopt na het opblazen langzaam leeg. De uren na het opblazen is de inhoud van de ballon te berekenen met de volgende formule:

$$V = 9,2 - (0,975)^t$$

Hiervan is V de inhoud in liters en t de tijd in uren na het opblazen van de ballon.

- 19 19 → Bereken in één decimaal nauwkeurig hoeveel liter lucht er na drie uur nog in de ballon zit. Schrijf je berekening op.
- 20 20 → Met hoeveel procent neemt de inhoud per uur af?
- 21 21 De ballon komt op een gegeven moment minder dan 7,5 liter, moet de ballon weer op tijd opgeblazen worden.
 → Na hoeveel uur moet de ballon weer opgeblazen worden? Licht je antwoord toe met een berekening.

FIGUUR 4 Correctievoorschrift VMBO-KB

FIGUUR 5 VMBO-GL/TL

HAVO A12

[Kees Lagerwaard]

Het examen kreeg een gunstig onthaal. Het aantal klachten bij het LAKS was vrij klein en bij de examenbesprekingen reageerden de docenten tamelijk positief. Natuurlijk was er kritiek, bijvoorbeeld op de hoeveelheid tekst en op (de formulering van) sommige vragen. Bij de examenconstructie wordt veel aandacht besteed aan de formuleringen. Omdat bij wiskunde-A altijd in contexten wordt gewerkt, is het gebruik van tekst onvermijdelijk. Daarbij wordt gestreefd naar een zo groot mogelijk leesgemak. Daartoe hanteren we bij voorkeur korte zinnen, geen laagfrequente woorden en zo weinig mogelijk synoniemen. Dit examen besloeg acht pagina's, waarvan in totaal 3,5 bladzijde tekst. Dat is in de ogen van wiskundigen erg veel, maar bij het havo-examen biologie bijvoorbeeld moeten de leerlingen in 3 uur maar liefst 18 bladzijden doorwerken.

De CEVO besloot tot $N = 1$. Door deze normering hebben de kandidaten (in onze steekproef) een gemiddeld cijfer van 6,1 gehaald. Het percentage onvoldoendes is 29. Dit is een beter resultaat dan vorig jaar toen maar liefst 41% geen voldoende wist te behalen. Niettemin vinden we ook nu het percentage onvoldoendes nog aan de hoge kant. In de jaren '90 was het percentage onvoldoendes bij wiskunde-A havo oude stijl gemiddeld 23. Zullen we daar met wiskunde-A12 ook weer naar toe groeien?

TABEL 8 – HAVO A12

Opgave	Duikeend				Vaders en zonen					Teddyberen				Flippo's				Bonus-malusladder			
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	3	4	5	6	2	4	3	5	5	3	4	3	6	4	4	4	4	3	3	5	4
p'-waarde	96	44	64	68	58	72	46	68	63	86	50	56	18	35	31	80	32	64	65	59	61

TABEL 9 – HAVO B1

Opgave	Sparrenbomen					Spitsboog					Medicijnen					Derdegraads-functie		Kroonkurken			
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	2	4	4	3	7	3	4	5	3	5	3	4	4	4	6	5	4	3	3	4	4
p'-waarde	83	55	65	82	45	89	50	52	22	32	57	55	35	61	57	65	14	61	56	54	29

Er zijn vrijwel geen kandidaten uit de N-profielen die examens doen in wiskunde-A12. Zo'n 5% van de kandidaten komt uit het profiel C&M. Zij scoren wat lager dan de E&M-leerlingen voor wie dit vak primair bedoeld is. Met een gemiddelde van 5,7 heeft in deze C&M-groep 38% een onvoldoende. Uiteraard geldt voor deze opmerkingen het voorbehoud ten aanzien van de geldigheid van de door docenten verstrekte informatie zoals dat in de algemene inleiding reeds gemaakt is.

Slechts weinig kandidaten uit de profielen E&M en C&M hebben in hun vrije ruimte het vak biologie. Die weinigen hebben gemerkt dat de *Duikeend*-context in beide examens voorkwam. Het is interessant om te zien hoe verschillend de vragen in beide examens zijn. Het biologie-examen is te bekijken via internet (www.citogroep.nl/vo/ce/havovwo/ex2003).

De eerste vraag van het examen was traditiegetrouw weer een binnenkomertje; zie tabel 8. De tweede vraag van *Duikeend* werd minder goed gemaakt dan verwacht ($p' = 44$). De moeilijkheid zat in het bedenken van een goede aanpak. Precies aflezen was vrij lastig in deze kleine grafiek, hoewel de verticale schaal wel netjes op centimeters was. Daarom was er bij het antwoord een ruime marge toegestaan. We hebben de figuren in deze opgave niet van een rooster voorzien omdat ze ook in de oorspronkelijke bron zo waren vormgegeven. De vragen 3 en 4 gingen goed. Daarmee was *Duikeend* een redelijk geslaagde startopgave. *Vaders en zonen* ging over beschrijvende statistiek. Het

interpreteren van een puntenwolk en het tekenen van een boxplot van 1064 gegevens waren niet eerder vertoonde vragen in een havo A-examen. De opgave eindigde met een normale-verdelingsvraag. Voor de vijf vragen in deze opgave wisten de kandidaten gemiddeld 63% van de scorepunten te behalen, al met al geen slecht resultaat dus.

In *Teddyberen* kwamen eindtermen uit Toegepaste Analyse aan bod. De context was een economische, gezien het eindexamenprogramma niet echt verrassend. Toch vielen de scores niet mee, met name die van vraag 13. Hier moest een afgeleide worden opgesteld en daarmee een productieomvang worden berekend. Deze vraag was met $p' = 18$ veruit de moeilijkste vraag van dit examen. Het kan zijn dat het opstellen van de formule van W al een struikelblok was ondanks het feit dat expliciet stond vermeld dat $W = TO - TK$. In het antwoordmodel was aangegeven dat het maken van een voor de hand liggende fout bij het opstellen van de formule van W , toch nog een score van 4 punten kon opleveren. Die score was voor weinigen weggelegd. Een score 0 was er voor 54% van de kandidaten. Maar liefst 85% van de leerlingen liet hier 4 of meer scorepunten liggen.

De kansvragen 14 en 15 van *Vlippo's* gingen niet goed ($p' = 35$, respectievelijk 31). De kans van vraag 16 werd wel door de meesten correct berekend ($p' = 80$). Vraag 17 over de gegeven kansformule was lastig ($p' = 32$). De laatste opgave telde vier vragen die elk een gemiddelde score hadden van ruim 60%. Bij de vragen 18 en 19 moest uit de gegeven bonus-malusladder

Een speelgoedfabriek maakt onder andere teddyberen. Die teddyberen worden voor 6 euro per stuk verkocht aan de groothandel. In deze opgave bekijken we de productie en de winst van één dag.

Om de winst W te berekenen, moeten de totale kosten voor het produceren van de teddyberen TK van de totale opbrengst TO worden afgetrokken: $W = TO - TK$.

De totale kosten die gemaakt worden aan de teddyberen te produceren, hangen af van het aantal teddyberen dat geproduceerd wordt. De totale opbrengst hangt ook af van het aantal geproduceerde teddyberen, want de prijs is steeds 6 euro. Voor TK en TO gelden de volgende formules:

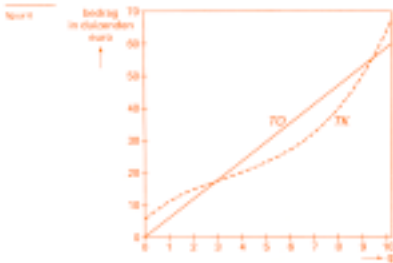
$$TK = 0,1q^2 - q^2 + 6q + 6$$

$$TO = 6q$$

Hierbij zijn TK de totale kosten en TO de totale opbrengst, beide in duizenden euro, en is q het aantal geproduceerde teddyberen in duizendstukken.

- 18 Bereken de winst in euro bij een productie van 5000 teddyberen.

In figuur 6 zijn de grafieken getekend van de totale kosten TK en de totale opbrengst TO :



De grafieken zijn getekend voor $q = 0$ tot $q = 10$, dus voor een productie tot 10 000 teddyberen. In de figuur kun je zien dat er geen winst gemaakt wordt bij een te grote of te kleine productie.

- 11 Bereken bij welke aantallen geproduceerde teddyberen de speelgoedfabriek geen winst of verlies maakt. Geef je antwoord in een geheel aantal teddyberen.
 - 12 De fabriek wil zo veel mogelijk winst maken. Op de bijlage staat figuur 6 vergroot weergegeven. In die figuur kun je nagaan door tekenen en aflezen bij welke productie de winst maximaal is.
 - 13 Gebruik de figuur op de bijlage om te schatten bij welke productie de winst maximaal is. Licht je werkwijze toe aan de hand van wat je op de bijlage hebt getekend.
- Je kunt ook berekenen bij welke productie de winst maximaal is door de formules voor de winst W te differentiëren.
- 13 Stel de afgeleide van W op en bereken daarmee de productie waarbij de winst maximaal is. Geef je antwoord in een geheel aantal teddyberen.

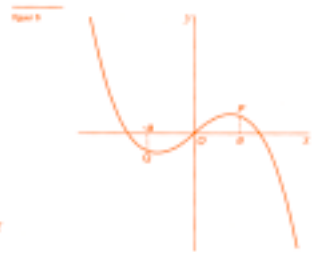
FIGUUR 6 HAVO-A12

In figuur 7 is de grafiek getekend van de functie $f(x) = 300x - x^3$.

- 16 De grafiek van f heeft twee toppen. Stel een functievoorschrift van f' op en bereken daarmee de coördinaten van beide toppen.

Op de grafiek van f ligt punt P met x -coördinaat a . Hierbij is a een willekeurig positief getal. Q is het punt op de grafiek van f met x -coördinaat $-a$.

- 17 Onderzoek met behulp van de afgeleide f' of de raaklijnen aan de grafiek van f in de punten P en Q evenwijdig zijn.



FIGUUR 7 HAVO-B1

worden afgelezen. In vraag 20 werd een realistisch dilemma voorgelegd. In de laatste vraag werd op basis van tabelgegevens gevraagd zelf een bonus-malusladder te construeren. De laatste drie vragen leverden de grootste bijdrage aan de betrouwbaarheid van dit examen. Dat wil zeggen dat deze drie vragen het best discrimineerden tussen de meer en minder vaardige leerlingen.

HAVO B [Gerard Stroomer]

De reacties op de examens havo wiskunde-B1 en -B12 waren dit jaar niet ongunstig. Wel was er verschil van mening over de keuze van de startopgave bij wiskunde-B12 en blijft de leesbaarheid van de opgaven onze aandacht vragen. Ook moeten we iets doen aan de formulering van het correctievoorschrift voor vragen waarbij de GR gebruikt is. We denken daarbij aan het expliciet opnemen van een regel als 'beschrijven hoe de GR gebruikt is' waarbij aan de docent wordt overgelaten aan welke eisen deze beschrijving moet voldoen.

De resultaten vielen bij wiskunde-B1 wel tegen. Zou de N-term gelijk aan 1,0 gekozen zijn, dan zou het percentage onvoldoendes bij wiskunde-B12 zijn uitgekomen op 32% en bij wiskunde-B1 zelfs op 45%.

Havo B1

Van 2042 kandidaten zijn de scores ontvangen. Hierbij

waren 78 kandidaten met een M-profiel; zij behaalden gemiddeld 3 scorepunten minder dan de kandidaten met het profiel N&G.

Het examen bestond uit drie opgaven over analyse en twee opgaven over kansrekening en statistiek. De opgaven over kansrekening en statistiek zijn gemiddeld beter gemaakt dan de opgaven over analyse: respectievelijk $p' = 56$ en $p' = 49$ (zie ook tabel 9).

De eerste opgave, *Sparrenbomen*, ging over normale en binomiale verdeling en was de gemakkelijkste opgave: gemiddeld behaalden de leerlingen ruim 60% van de maximale score van 20 punten.

De opgave *Spitsboog* ging over een wortelfunctie. De eerste drie vragen werden redelijk gemaakt, maar bij vraag 9, waar (met de GR) een helling berekend moest worden, wist 74 procent van de leerlingen uit de steekproef geen enkel punt te scoren. Blijkbaar was dat minder standaard dan we vooraf verwachtten.

De opgave *Medicijnen* ging over exponentiële groei. De meeste moeite hadden de leerlingen hier met vraag 13, waar een differentiequotiënt gevraagd werd. Om duidelijk te zijn in wat we van de leerlingen verwachtten, hadden we het interval genoemd waarover het differentiequotiënt berekend moest worden. Leerlingen bleken echter vaak automatisch het interval $[0; 0,001]$ te nemen. Gewoonte? Of staat die toevallig in de GR? Of wordt de intervalnotatie niet begrepen?

Bij vraag 15 moest een grafiek getekend worden.

Omdat we de opdracht 'teken' te precies vonden en de

TABEL 10 – HAVO B12

Opgave	Voetstuk					Medicijnen					Spitsboog					De functie $f(x) = x \cdot e^{-x}$			
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
max.score	5	5	4	6	5	3	4	5	4	4	3	4	4	5	6	5	6	4	4
p'-waarde	81	93	86	54	57	64	64	41	72	34	92	50	48	55	39	28	33	64	38

TABEL 11 – VWO A1

Opgave	Levensduur van koffiezetapparaten				De Nederlandse bevolking				Reislust					Strike it rich				Sportprestaties				
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
max.score	4	7	5	3	4	3	4	4	3	3	4	3	3	3	3	3	6	4	3	4	5	3
p'-waarde	63	59	52	57	37	55	74	35	94	73	62	82	71	73	42	61	19	94	85	66	45	28

opdracht 'schets' juist niet precies genoeg, hebben we toegevoegd welke punten eerst berekend moeten worden. Helaas schreven nogal wat leerlingen deze punten niet op.

De opgave *Derdegraadsfunctie* bestond uit slechts twee vragen en is bij dit artikel afgedrukt. Vraag 16 werd redelijk gemaakt, maar vraag 17 was de moeilijkste vraag van het examen. De formulering van deze vraag gaf ook aanleiding tot discussie: veel leerlingen (en ook docenten) waren van mening dat onderzoek met een paar voorbeelden meer bij de vraag past dan de meer formele uitwerking volgens het correctievoorschrift. In het cv ontbrak een waardering voor een of meer gegeven voorbeelden.

De opgave *Kroonkurken*, die over kansrekening ging, was voor de meeste leerlingen een plezierige afsluiting van het examen.

Havo B12

Van 1992 kandidaten zijn de scores ontvangen. Hierbij waren 3 kandidaten met profiel C&M (gemiddelde score 45,3), 15 met profiel E&M (gemiddelde score 41,2), 110 met profiel N&G (gemiddelde score 47,6) en 1737 met profiel N&T (gemiddelde score 48,4).

Het examen bevatte 6 vragen over meetkunde en 13 vragen over analyse. De vragen over meetkunde zijn gemiddeld beter gemaakt dan de vragen over analyse: respectievelijk $p' = 67$ en $p' = 50$ (zie ook tabel 10).

De opgave *Voetstuk* ging over meetkunde: een hoek, een bovenaanzicht, lengten en een oppervlakte werden

gevraagd. Deze opgave was wat lang voor een startopgave, maar het was wel de gemakkelijkste opgave: gemiddeld werd 73% van de maximaal 25 punten behaald.

De vragen 6, 7 en 9 van de opgave *Medicijnen* uit dit examen waren gelijk aan achtereenvolgens de vragen 11, 12 en 14 van het examen wiskunde-B1. De B12-leerlingen scoorden hierop bijna 10% meer dan de B1-leerlingen. De vragen 8 en 10, een helling berekenen en een formule opstellen, waren wat moeilijker dan de vragen 13 en 15 van het B1-examen.

Van de opgave *Spitsboog* waren de vragen 11 en 14 gelijk aan de vragen 6 en 10 van het examen wiskunde-B1. Bij de eerste vraag was er nauwelijks verschil tussen de scores van de B1- en de B12-leerlingen. Bij de andere vraag was het verschil wel aanzienlijk.

Bij vraag 13 werd gevraagd de helling te berekenen met behulp van differentiëren. Een benadering met behulp van de GR is dan niet correct (zie ook het Nomenclatuurrapport). Bij deze opgave moesten leerlingen gebruik maken van de kettingregel. Deze opgave sloot af met een meetkundevraag (inhoud berekenen).

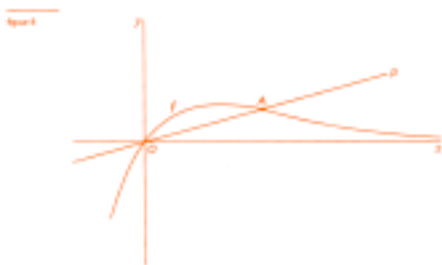
De laatste opgave, *De functie* $f(x) = x \cdot e^{-x}$, is bij dit artikel afgedrukt. Vraag 16, een ongelijkheid oplossen, bleek de moeilijkste vraag uit dit examen: 49 procent van de leerlingen uit de steekproef wist hier geen enkel punt te behalen.

De functie $f(x) = x \cdot e^{-x}$

Gegeven is de functie $f(x) = x \cdot e^{-x}$.

- 16 □ Los op: $-0,3 < f(x) < 0,3$. Rond de getallen in je antwoord af op twee decimalen.
- 17 □ Berekent algebraïsch de exacte coördinaten van de top van de grafiek van f .

Op de grafiek van f ligt rechts van de y -as een punt $A(x, e^{-x})$. Zie figuur 8.



De lijn p gaat door de punten $O(0, 0)$ en A .
De richtingscoëfficiënt van p is $\frac{1}{e}$.

- 18 □ Berekent x . Rond het antwoord af op drie decimalen.
- Een lijn evenwijdig aan de y -as snijdt tussen O en A de grafiek van f in punt S en de lijn p in punt T .
- 19 □ Berekent hoe groot de lengte van ST maximaal is. Rond het antwoord af op drie decimalen.

FIGUUR 8 HAVO-B12

VWO A [Ger Limpens]

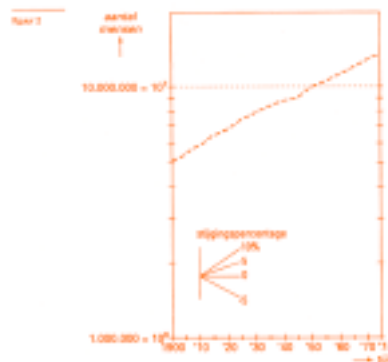
Dit gedeelte betreft de *reguliere* centrale vwo-examens wiskunde-A1 en wiskunde-A12. Aan het eind van dit artikel wordt aandacht besteed aan het Compex3-experiment rond examens wiskunde-A waarbij kandidaten de computer konden inzetten.

Vwo A1

In totaal kon een A1-kandidaat met zijn centraal examen vwo A1 maximaal 84 punten verdienen. Uit [tabel 11](#) valt af te leiden dat de gemiddelde A1-leerling met een score 49,1 naar huis ging. Ook een gemiddelde p'-waarde van 58,5 beschrijft diezelfde gemiddelde prestatie. Als men uit zou gaan van $N = 1$, dan zou de A1-leerling gemiddeld een 6,3 scoren en zou 27% van de leerlingen onvoldoende scoren. Een resultaat dat redelijk af zou wijken van de percentages in de voorgaande twee jaren waarbij er ervaring opgedaan was met het vak wiskunde-A1. De uiteindelijk vastgestelde N-term van 1,1 buigt deze resultaten meer in de richting van die van eerdere jaren: het gemiddelde cijfer is uiteindelijk 6,4 geworden, gelijk aan het gemiddelde in 2002, en het percentage onvoldoendes 25 daar waar het vorig jaar 23% was. Daarmee lijkt wellicht een trend gezet: de lat voor de A1-leerling wordt iets hoger gelegd dan in de aanloopperiode van de Tweede fase. Of iedere betrokkene daar even gelukkig mee zal zijn, valt te betwijfelen.

De Nederlandse bevolking

In figuur 2 is de groei van de Nederlandse bevolking tussen 1900 en 1974 weergegeven. Langs de verticale as is een logaritmische schaalverdeling gebruikt. Zo kun je aflezen dat Nederland in 1900 ruim 5 miljoen inwoners telde. Ook zie je in de figuur een 'inzetje' waarin informatie staat over het stijgingspercentage van grafiek bij een logaritmische schaalverdeling.



De bevolking groeide in de beschreven periode bij benadering exponentieel.

Tussen 1 januari 1900 en 1 januari 1974 is de Nederlandse bevolking van 5 miljoen naar 13,4 miljoen mensen gegroeid. Hiervan kunnen we de volgende formule afleiden:

$$N = 5 \cdot 1,142^t$$

In deze formule is N het aantal inwoners van Nederland in miljoenen en t de tijd in tientallen jaren met $t = 0$ op 1 januari 1900.

- 20 □ Toon aan dat deze formule klopt door de formule af te leiden uit de aantallen van 1900 en 1974.
Met behulp van het 'inzetje' in figuur 2 kun je groeipercentsages aflezen.
Voor de Nederlandse bevolking kun je aflezen dat het groeipercentsage tussen 5% en 18% lag. Aan het 'inzetje' is echter niet te zien wat men precies bedoelt. Het zou hier kunnen gaan om:
A) een groeipercentsage per jaar;
B) een groeipercentsage per 5 jaar;
C) een groeipercentsage per 10 jaar af
D) een groeipercentsage per 15 jaar.
- 21 □ Geef met behulp van een berekening aan welke mogelijkheid van de hierboven genoemde mogelijkheden A, B, C of D bedoeld wordt.

FIGUUR 9 VWO-A1

De eerste opgave *Levensduur van koffiezetapparaten* (zie pag. 32) is een opgave die gedeeltelijk overeenkomt met de gelijknamige opgave in het A12-examen. Over de overlap verderop in dit artikel meer. De tweede vraag van deze opgave leidde tot enkele ontevreden reacties van docenten. Het bleek dat niet iedere school op dezelfde wijze omgaat met de lijst van vakspecifieke hulpmaterialen zoals die ruim voor de examendata bekend gemaakt wordt. Op sommige scholen is kennelijk het bijzonder geschaalde papier niet als standaardvoorziening in de examenlokalen klaargelegd en dat leidde bij vraag 2, waarbij normaal waarschijnlijkheidspapier gehanteerd moet worden, hier en daar tot paniek tijdens het examen. Ook bij de regionale examenbesprekingen kon nogal wat gelijkgeaarde kritiek op deze vraag beluisterd worden. En dit terwijl, behalve in de reeds vermelde lijst met vakspecifieke hulpmaterialen, ook in het examennummer van Euclides van vorig jaar (jrg. 78, nr. 1, september 2002, p. 013) uitdrukkelijk vermeld werd dat het als bijlage verstrekken van dit papier bij het examen niet tot de standaardroutines van de examenmakers behoort. Argument hiervoor is dat examenmakers van mening zijn dat leerlingen bij sommige vragen zelf de mogelijkheid moeten hebben om te besluiten of, en zo ja welk bijzonder geschaald papier gebruikt moet worden.

De volgende opgave, *De Nederlandse bevolking*, begon met het opstellen van een exponentiële functie. Vervelend genoeg voor velen bleek dat de bijbehorende formule al gegeven was en er waren, zo bleek uit de

TABEL 12 – VWO A12

Opgave	Levensduur van koffiezetapparaten				Cocktails				Grondstofverbruik					Strike it rich				Sport- prestaties		
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max.score	4	7	5	6	3	4	4	5	3	5	3	6	5	3	3	3	6	3	5	7
p'-waarde	80	60	56	40	98	16	40	23	90	67	61	36	3	73	58	63	26	92	53	22

TABEL 13 – Overlap VWO A1 en A12

Opgave in overlap	Levensduur van koffiezetapparaten			Strike it rich				Sport- prestaties	
Vraagnr. A1	1	2	3	14	15	16	17	19	21
max.score	4	7	5	3	3	3	6	3	5
p'-waarde	63	59	52	73	42	61	19	85	45
Vraagnr. A12	1	2	3	14	15	16	17	19	21
max.score	4	7	5	3	3	3	6	3	5
p'-waarde	80	60	56	73	58	63	26	92	53

reacties, nogal wat leerlingen die niet verder kwamen dan het via invullen controleren van de juistheid van de formule - terwijl de vraag expliciet aandrong op het zelf constructief opstellen van het functievoorschrift. Uiteraard waren we als examenmakers beducht geweest voor deze onjuiste aanpak op basis van invullen. Toch meenden we, om het vervolg van de opgave intact te kunnen houden, er goed aan te doen de vraag in deze vorm te stellen. In de toekomst zullen we echter nog zorgvuldiger overwegingen in dit verband maken om te zien of dit vermeden kan worden. Dit neemt niet weg dat ook leerlingen alert moeten zijn op het verschil tussen formuleringen als 'Toon aan dat deze formule klopt door de formule af te leiden uit de gegevens' en iets als 'Onderzoek of de gegevens overeenstemmen met de betreffende formule'. Op een enkele plaats werd trouwens misprijzend gereageerd op het gebruik van het 'inzetje' in de bij deze opgave horende figuur, een reactie die wat merkwaardig aandoet als men bedenkt dat wiskunde-A gezien wordt als een vorm van realistische wiskunde en de grafiek inclusief inzetje enkele jaren geleden in een landelijk dagblad aangetroffen kon worden... *Reislust* was de opgave die mede bedoeld was om invulling te geven aan het kleine subdomein 'Rijen' dat met rijen gemeoid is. Dat bleek niet bij iedereen helder want na afloop van dit examen kon geconstateerd worden dat er nogal wat leerlingen waren die monter meldden dat er niets over rijen in dit examen zat. Kennelijk was de vermomming hier zo 'geslaagd' dat leerlingen er en masse niet in slaagden dit onderdeel te

herkennen, overigens zonder daarmee echt onderuit te gaan want vraag 11, de vraag bij uitstek die leerlingen op die rijenkennis wenste aan te spreken, scoorde met een p'-waarde van 62 niet slecht. Veel leerlingen hebben deze vraag kennelijk 'met de hand' uitgerekend. Voor deze categorie leerlingen kan geconstateerd worden dat men van geluk mag spreken dat de gezochte n -waarde niet groter was dan 45. Of men een dergelijke vraag ook tot een goed einde gebracht zou hebben in geval de gezochte n -waarde bijvoorbeeld een factor 10 groter zou zijn geweest, valt te betwijfelen.

Strike it rich was de vierde opgave van dit examen. Deze opgave was identiek aan zijn A12-pendant en was gebaseerd op een Engels televisiespel. Na enkele min of meer verkennende binomiale verdelingsvragen werd een wat opener onderzoeksvraag te berde gebracht waarbij leerlingen voor een gokkende speler de optimale strategie moesten bepalen. Voor A1-leerlingen kennelijk een vraag die als zeer lastig ervaren werd: de p'-waarde was 19 en daarmee was dit de moeilijkste vraag van het vwo-examen wiskunde-A1.

Als laatste opgave figureerde de context *Sportprestaties*. Ook deze opgave kwam in het A12-examen terug maar toch wel in een andere hoedanigheid. Als we de p'-waarden van deze opgave in het A1-examen bekijken dan zien we een dalende rij waarden: de opgave wordt, naarmate men verder komt, kennelijk steeds moeilijker. Het zou natuurlijk ook kunnen betekenen dat naarmate de opgave vordert er

Een cocktail is een drank die wordt gemaakt door enkele basisdranken te mengen. Zo bestaat de cocktail 'Apple Dream' voor 80% uit appelsap, voor 20% uit amaretto en voor 20% uit pijsang sambon. Met deze drie basisdranken kunnen we veel meer cocktails maken door andere mengverhoudingen te gebruiken. Om al deze mengverhoudingen in kaart te brengen gebruikt men vaak een zogenaamd *divi-compositiesdiagram*. In figuur 2 zie je een afbeelding van zo'n drie-componentendiagram, met daarin het punt *A*. Dit punt hoort bij de cocktail 'Apple Dream'. Op de bijlage bij deze opgave staat het diagram ook afgebeeld.

figuur 2



De cocktail 'Strong Apple' bestaat voor 20% uit appelsap, voor 30% uit amaretto en voor 50% uit pijsang sambon. Teken op de bijlage in figuur 2 het punt dat hoort bij 'Strong Apple'. Teken duidelijk de hulplijnen die je hebt gebruikt.

Een drankenfabrikant wil uit de drie genoemde basisdranken een cocktail maken. Om na te gaan welke winst hij kan behalen gebruikt hij de volgende gegevens.

basisdrank	kosten per liter in euro's
appelsap	8,25
amaretto	4
pijsang sambon	3

De fabrikant wil de cocktail gaan verkopen voor 7,30 euro per liter.

We geven het percentage appelsap waaruit de cocktail bestaat aan met x , het percentage amaretto met y en het percentage pijsang sambon met z . De winst in euro's die de drankenfabrikant maakt op 1 liter cocktail sommen we W . Voor W geldt de volgende formule: $W = 4,5 + 8,275x - 0,01y$.

Laat zien hoe deze formule voor W uit de gegevens kan worden afgeleid. Bedenk daarbij dat $x + y + z = 100$.

FIGUUR 10 VWO-A12

steeds meer leerlingen zijn die 'er niet aan toe zijn gekomen', met andere woorden: het examen zou te lang kunnen zijn. Een examen dat te lang is, kent met name aan het einde van het examen nogal wat leerlingen die vragen overslaan. Uit de analyse die van de versnelde correctie gemaakt is, blijkt dit echter niet. Voorshands lijkt de conclusie dus gerechtvaardigd dat deze opgave inderdaad een stijgende moeilijkheidsgraad kende. Toch slaagden de A1-leerlingen er in om bij de laatste vraag van dit examen een p'-waarde van 28 te scoren terwijl hier toch een vrij abstracte vraag aan de orde gesteld werd. Hierbij moet wellicht wel worden opgemerkt dat de gezochte waarde van de parameter, zo bleek uit diverse veldreacties, ook wel door leerlingen gevonden werd door een berekening gebaseerd op het invullen van een specifieke waarde van r , de gesprongen afstand, veeleer dan een abstractere, algebraïsche exercitie op basis van de twee gegeven formules.

Vwo A12

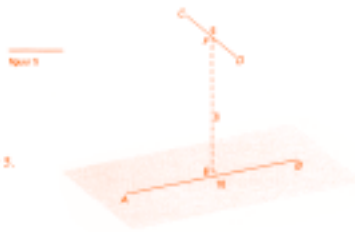
De gemiddelde p'-waarde van het A12-examen was 48,4, zo valt na te gaan aan de hand van tabel 12. Een duidelijke indicatie dat dit examen kennelijk als moeilijk ervaren is. Dat wordt ook geïllustreerd door het theoretisch gemiddelde cijfer 5,4 in geval de N-term gelijk zou zijn aan 1. Daar zou een onvoldoendenpercentage van 53 bij horen. Uiteindelijk werd de N-term voor het examen vwo-A12 vastgesteld op 1,5 waarmee het gemiddelde cijfer een 5,9 werd en 38% van de populatie met een onvoldoende genoegen

moest nemen. Dat is nog steeds een hoog percentage, erg hoog in de ogen van velen. Om het percentage onvoldoendes gelijk te krijgen aan dat van het A1-examen zou de N-term trouwens gelijk moeten zijn geweest aan $N = 2,0$. In dat geval zou het gemiddeld cijfer voor A12 een 6,3 geweest zijn.

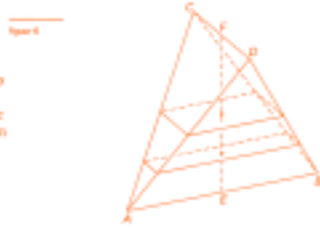
Als we tabel 12 wat nauwkeuriger bekijken, dan zien we onmiddellijk dat met name vraag 13 voor bijna alle leerlingen ondoenlijk is geweest. Het betrof hier een vraag in de context *Grondstofverbruik* die beoogde leerlingen de somformule voor meetkundige rijen te laten hanteren. De rest van de context ademde veeleer een sfeer van continue modellen, daar waar deze vraag alleen tot een goed einde te brengen was als men zich realiseerde dat men een discrete modelleringslag moest maken. Hierin slaagde dus kennelijk zo goed als niemand. Wat bij het A1-examen gesteld kon worden, geldt hier in verhevigde mate: de vermomming van de te hanteren techniek is bij deze vraag te goed gebleken. Van de 5 te verdienen punten verdiende 89% van de leerlingen er geen enkele. Met andere woorden: slechts 11% van de leerlingen kreeg voor deze vraag minimaal 1 punt. De p'-waarde van het hele examen wordt door deze vraag trouwens ook behoorlijk beïnvloed. Als we de p'-waarde van het hele examen zonder vraag 13 bepalen is dit 50,9 in plaats van de reeds eerder vermelde 48,4. Al met al is deze vraag waarschijnlijk de hoofdaanleiding geweest de N-term op 1,5 vast te stellen. Dit neemt niet weg dat examenmakers zich in de toekomst nog wat meer bewust moeten zijn van het

Inhoud viervlak

Lijnstuk AB ligt in een horizontaal vlak. Lijnstuk CD is evenwijdig aan dat vlak, op afstand h . Lijnstuk AB heeft lengte 10 en lijnstuk CD heeft lengte 6 . De lijnstukken AC en BD staan loodrecht op elkaar. E en F zijn de middelen van AB en CD . EF staat loodrecht op AB en op CD . Zie figuur 5.



Door de punten A en B te verbinden met de punten C en D ontstaat het viervlak $ABCD$. In het viervlak brengen we horizontale doorsneden aan. Omdat AB en CD loodrecht op elkaar staan, zijn de doorsneden rechthoeken. In figuur 6 is als voorbeeld op twee hoogten de doorsnede getekend. (De hoogte wordt gemeten langs het lijnstuk EF .)



In figuur 7 is zo'n doorsnede op hoogte h binnen het horizontale vlak getekend, met $0 < h < h$. Met behulp van driehoek ABF kan de lengte van de zijde van de rechthoek die in vlak ABD ligt, in h worden uitgedrukt.



De lengte van deze zijde is gelijk aan $10 - \frac{2}{3}h$.

11 Toon dit aan.

De lengte van de andere zijde is gelijk aan $\frac{2}{3}h$.

12 Onderzoek door een berekening of de doorsnede met de grootste oppervlakte een vierkant is.

Omdat we de oppervlakte van de doorsnede op elke hoogte h kennen, kunnen we met een integraal de inhoud van het viervlak $ABCD$ berekenen.

13 Bereken exact de inhoud van het viervlak $ABCD$.

FIGUUR 11 VWO-B1

feit dat het onderwerp discrete wiskunde in een examen niet te verstopt moet zijn. De opgave *Grondstofverbruik* werd voorafgegaan door de opgave *Cocktails*. Dit was een lineair programmeringsprobleem in een oorspronkelijke verpakking. Op basis van een drie-componenten-diagram moest men op zoek gaan naar een maximale-winst-situatie. Dat kon, als men het juiste toegestane gebied gevonden had, via randenwandeltechniek dan wel gebruikmakend van isowinstlijnen gebeuren. Velen echter waren niet in staat het correcte gebied te arceren. Er was dan ook naderhand kritiek op het stapeffect bij deze opgave. Vragen binnen het domein 'Lineair programmeren' moeten echter vaak, om leerlingen enig houvast te geven, opgebouwd worden daar waar men wellicht liever een integraal en open probleem aan de leerling voor zou willen leggen. Dit laatste is, binnen een centraal examen, een te groot risico maar gevolg is soms een stapeffect voor degene die halverwege het spoor bijster raakt. Het opstellen van de winstformule dat voorafging aan de gebiedsbepaling was een nog groter obstakel voor velen: een p' -waarde van 16 is erg laag. Een enkele collega vond trouwens dat deze vraag buiten het examenprogramma viel en beriep zich op specifieke eindtermen waarin melding gemaakt wordt van tweedimensionale lineaire programmeringstechniek. Voor zover bekend is ook op dit moment niet iedereen overtuigd door het feit dat de context hier in de ogen van de examenmakers en de CEVO-vaksectie zodanig was dat het voor iedereen helder zou moeten zijn dat

de ogenschijnlijke driedimensionaliteit van de context op basis van de gegeven betrekking dat de drie grootheden samen voortdurend 100% dienen te vormen onmiddellijk tot een tweedimensionaal probleem te herleiden valt. Die herleiding is via relatief eenvoudige algebraïsche manipulatie tot stand te brengen. Daarin slaagden veel leerlingen zoals gezegd dus niet; 72% van de populatie ging bij vraag 6 met 0 punten huiswaarts. Een beangstigend gegeven dat lijkt te passen in een tendens waarbij de A12-leerling in de Tweede fase een blinde vlek voor algebraïsche manipulatie dreigt te ontwikkelen ondanks het feit dat dit nog steeds een integraal onderdeel van het examenprogramma is.

Deze algebraïsche problematiek lijkt ook weer op te duiken bij de laatste vraag van dit examen, vraag 20. Hierbij werd kennis van het begrip differentiëren bij een verzameling formules met daarin een onbekende parameter a centraal gesteld. We zien dat $p' = 22$. Ongetwijfeld zou een vergelijkbare vraag met daarin een concrete parameterwaarde een heel wat beter resultaat geboekt hebben. Maar de kracht van algebraïsche technieken ten opzichte van 'bruut GR-geweld' zou in een dergelijke vraag veel minder tot zijn recht gekomen zijn: bij de in de vraag aan de orde gestelde problematiek is de verlangde differentieertechniek veel minder gekunsteld dan in die concretere variant.

Overigens is ook bij dit examen gekeken naar de klacht die bij de regionale besprekingen geuit werd als zou

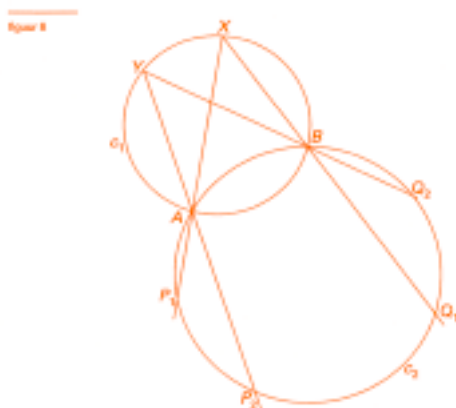
Constance booglengte

Twee cirkels c_1 en c_2 snijden elkaar in de punten A en B .

A en B verdelen c_1 in twee bogen: de ene boog ligt binnen c_2 , de andere boog ligt buiten c_2 .

Op de boog van c_1 buiten c_2 liggen de punten X en Y . De lijnen AX en AY snijden c_2 nog in de punten P_1 en Q_1 . De lijnen BY en BY snijden c_2 nog in de punten P_2 en Q_2 . Zie figuur 8. Deze figuur staat ook op de bijlage.

19 □ Bewijs dat de bogen P_1Q_1 en P_2Q_2 even groot zijn.



FIGUUR 12 VWO-B12

het examen A12 te lang zijn. Ook hier was dit niet af te lezen uit de analyse. Dit neemt niet weg dat de constatering van veel docenten dat veel van hun leerlingen het gevoel hebben gehad tijd te kort te komen, door de examenmakers serieus genomen wordt.

Overlap vwo A1/A12

De examens vwo A1 en vwo A12 vertoonden ook dit jaar weer een zekere mate van overlap. De vragen die aan beide populaties werden voorgelegd (overlap) treffen we aan in tabel 13. We zien dat er 39 punten te verdienen waren in deze overlapvragen: voor de A1-leerling was dit 46% van zijn puntentotaal, voor de A12-leerling 43%. Verder valt te constateren dat het niveauverschil dat uit deze overlapvragen blijkt, erg beperkt is. De A1-leerling behaalde een p'-gemiddelde van 52,5 en de A12-leerling 58,9. Uit deze waarden valt ook af te leiden dat de overlapvragen voor de A1-leerlingen toch wat moeilijker waren dan de profielspecifieke A1-vragen, maar dat diezelfde vragen voor de A12-leerling ten opzichte van de profielspecifieke A12-vragen gemiddeld als eenvoudiger naar voren kwamen. De al in het A1-stuk gememoreerde onderzoeksslotvraag van *Strike it rich* deed het in de A12-populatie weliswaar duidelijk beter dan bij A1 maar bleef ook voor dit publiek een lastige vraag met een p'-waarde van 26.

Niveau A12-populatie

Al met al zou een voorzichtige conclusie van dit examenjaar kunnen zijn dat met name over het niveau

van de A12-populatie nog niet het laatste woord gesproken zal zijn. Een percentage onvoldoendes van 38 is ongetwijfeld voor velen onverwacht hoog en zal een discussie hierover alleen maar kunnen aanwakkeren.

VWO B

[Edward van Kervel]

In de eerste plaats werd het B12-examen ontsierd door een storende fout in de redactie van vraag 3 van de opgave *Periodiek*. De daar opgevoerde rij u_n stopt direct na een term die gelijk is aan 1, en niet aan 0, zoals de tekst suggereerde. Omdat vraag 3 nu betekenisloos was geworden, besliste de CEVO dat alle kandidaten hier de volle 5 punten moesten krijgen. We vermoeden, op grond van de toets- en itemanalyse van de gegevens van de versnelde correctie, dat de groep kandidaten door deze beslissing geen nadelige gevolgen van deze fout heeft ondervonden. Verder viel op dat voor het B1-examen dit jaar fors lager werd gescoord dan vorig jaar. Kon in 2002 de N-term op 0,8 gesteld worden, dit jaar zag de CEVO zich genoodzaakt tot de keuze $N = 1,6$. Met gemiddeld cijfer 6,0 en 38% onvoldoendes kunnen noch de kandidaten, noch de collega's, noch de examenmakers echt gelukkig zijn. Over de oorzaken van dit resultaat is veel gespeculeerd op de sites www.nvww.nl en <http://examen.kennisnet.nl>. Velen spraken van een (te) fors niveau van de B1-opgaven; over de samenstelling van de doelgroep werden minder opmerkingen gemaakt.

TABEL 14 – VWO B1

Opgave	Lengte		Zomertarwe				2 scharnierende vierkanten				Inhoud viervlak			Osteoporose			Kogelbanen			
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max.score	3	4	4	4	6	3	3	4	4	3	4	5	5	3	7	4	4	4	5	4
p'-waarde	67	84	81	39	42	35	56	34	44	66	34	69	44	85	37	44	33	23	65	24

TABEL 15 – VWO B12

Opgave	Periodiek					Zomertarwe				Conflict tussen twee punten en een lijn		Osteoporose			Twee scharnierende vierkanten		Twee ellipsen		Constante booglengte
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
max.score	4	5	5	6	4	4	4	6	3	4	4	3	7	4	4	4	3	6	6
p'-waarde	96	72	100	56	41	81	49	62	56	82	82	88	49	57	54	60	74	51	31

De enige objectieve gegevens die ons ter beschikking staan zijn:

- de gegevens van de enquête die tijdens de regionale besprekingen werd gehouden;
- de resultaten van de versnelde correctie, die betrekking heeft op circa 2000 van de ongeveer 8000 kandidaten.

Uit de enquête bleek dat het niveau van het B1-examen door 4% als te laag, door 56% als goed en door 40% als te hoog werd gekwalificeerd. Voor het B12-examen waren deze percentages respectievelijk 41, 58 en 1. De resultaten van de versnelde correctie geven aan dat de laatste opgave van het B1-examen, *Kogelbanen*, het slechtst scoorde – geheel tegen de verwachtingen van de examenmakers in. Verder bleken de vragen die zowel in het B1-examen als in het B12-examen waren opgenomen, de zogeheten overlap, door de B12-kandidaten aanmerkelijk beter te zijn gemaakt dan door de B1-kandidaten. In de **tabellen 14 en 15** met p'-waarden kunt u dit nazien.

Een enkeling merkte half schertsend op dat hij z'n B1-leerlingen in het vervolg zal aanraden om B12 te kiezen. Helaas veranderen individuele prestaties niet door van groep te wisselen.

De omvang in scorepunten van de overlap wordt overigens niet rechtstreeks bepaald door de omvang in sluis van de gemeenschappelijke (sub)domeinen. Dit valt bijvoorbeeld op te maken uit de toetsmatrijzen zoals die alweer enkele jaren geleden in de 'Syllabus VWO wiskunde-B' zijn opgenomen.

Voor B12 werd de N-term evenals vorig jaar vastgesteld op 0,8, hetgeen een gemiddeld cijfer van 6,5 en 25% onvoldoendes opleverde, een niet onprettig resultaat dat vergelijkbaar is met dat van 2002. De algemene indruk uit de discussiebijdragen tijdens de regionale vergaderingen en uit de reacties op internet is dat collega's en leerlingen een redelijk idee denken te hebben van hetgeen ze voorgezet zal worden.

Evenals vorige jaren werd bij de enquête de keuzevraag voorgelegd: 'Het niveau-verschil tussen het B1-examen en het B12-examen is te gering/goed/te groot.' De formulering van deze vraag veronderstelt dat het B12-examen moeilijker is dan het B1-examen. Door veel collega's werd op deze vraag met een glimlach gereageerd: men vond het B1-examen relatief moeilijk en het B12-examen relatief makkelijk. De vastgestelde N-termen spreken dit oordeel niet tegen. Hierbij wordt vanzelfsprekend ook de doelgroep in de beschouwingen betrokken. Desondanks kan het B12-examen nog steeds als 'lastiger' dan het B1-examen gekarakteriseerd worden: B12-kandidaten krijgen vragen over meer stof met vergelijkbare diepgang. Een analyse van de steekproef-resultaten leert dat zij inderdaad beter scoren dan B1-kandidaten.

Vwo B1

In **tabel 14** staan de maximumscores en de p'-waarden voor de vragen van het B1-examen. De startopgave *Lengte* voldeed aan de verwachtingen; kandidaten konden hier zonder veel omwegen het geleerde toepassen.

Het ontwikkelingsprogramma van de Verenigde Naties, UNDP, berekent jaarlijks voor vrijwel alle landen de HDI (Human Development Index). De bedoeling daarvan is om met één getal aan te geven hoe het met het welzijn van de inwoners van een land gesteld is in vergelijking met andere landen. Natuurlijk kan dit slechts een ruwe maat zijn. Er zijn veel meer gegevens nodig om een goed beeld van de situatie in een land te krijgen. Maar door één getal te gebruiken zijn alle landen in een ranglijst te plaatsen waarmee bijvoorbeeld eenvoudig de minst ontwikkelde landen zijn aan te wijzen.

Om de HDI te berekenen bepaalt men eerst afzonderlijk de levensverwachtingsindex, de inkomensindex en de scholingsindex. De HDI is het gemiddelde van deze drie indices, dus:

$$HDI = \frac{\text{levensverwachtingsindex} + \text{inkomensindex} + \text{scholingsindex}}{3}$$

De tabel



Open het bestand 'HDI-TABEL.XLS'.

Op je computerscherm zie je een tabel met per land de gegevens waaruit men de HDI berekent. De gegevens in deze tabel betreffen de situatie in 1997.

In kolom C staat de levensverwachting in jaren voor een pasgeborene. Daarmee is de levensverwachtingsindex in kolom E berekend.

In kolom D staat het gemiddelde inkomen per inwoner (in dollars). Daarmee is de inkomensindex in kolom F berekend.

Hoewel niet vermeld is hoe de levensverwachtingsindex en de inkomensindex berekend zijn, is er op basis van de tabel al wel iets over te zeggen.

- 15 Toon aan door gebruik te maken van gegevens uit de tabel dat het verband tussen de levensverwachting (kolom C) en de levensverwachtingsindex (kolom E) lineair kan zijn. Schrijf de gegevens op die je uit de kolommen C en E gebruikt.

FIGUUR 13 VWO-A1 Complex

Bij de opgave *Zomertarwe* werden de grafiek en het gesplitste functievoorschrift van een afgeleide functie gegeven. De kandidaten hebben zich hiermee redelijk weten te redden, ondanks het feit dat dit noopte tot de introductie van de (gebonden) hulpvariabele s . Bij de vragen 5 en 6 werd regelmatig de $-$ terechte $-$ opmerking gemaakt dat deze vragen ook in elkaar geschoven zouden kunnen worden. Om de maakbaarheid te bevorderen is hier bewust gekozen voor splitsing in deelvragen.

Bij de opgave *Twee scharnierende vierkanten* deed zich de merkwaardige situatie voor dat bij vraag 7, die niet in het B12-examen was opgenomen, naast het product ook de som van lengte en breedte het gewenste resultaat opleverde. De formulering van vraag 8 verbood een redenering met voorbeelden, zoals de meeste kandidaten inzagen. Bij vraag 7 moest netjes uitgeschreven worden wat er gebeurt bij $t = \frac{1}{4}\pi$. Uiteraard kon, alleen ter controle, dit zelf berekende antwoord gecontroleerd worden met de formule van vraag 8. Vraag 9 kon met inzicht beantwoord worden, maar ook met hard werken. Vraag 10 kwam tegemoet aan de wens om af en toe rechtstreeks technieken 'af te vragen'.

De opgave *Inhoud viervlak* deed zijn naam eer aan: bij de afsluitende vraag 13 moest de inhoud van het gegeven viervlak berekend worden. Alhoewel de oplossingsmethode door middel van integraalrekening door de begeleidende tekst nadrukkelijk gesuggereerd werd, was de werkwijze vrij. Een aanpak als $I = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8 \cdot 6 = 80$ is op grond van de algemene regel 3.3 vanzelfsprekend helemaal juist. De

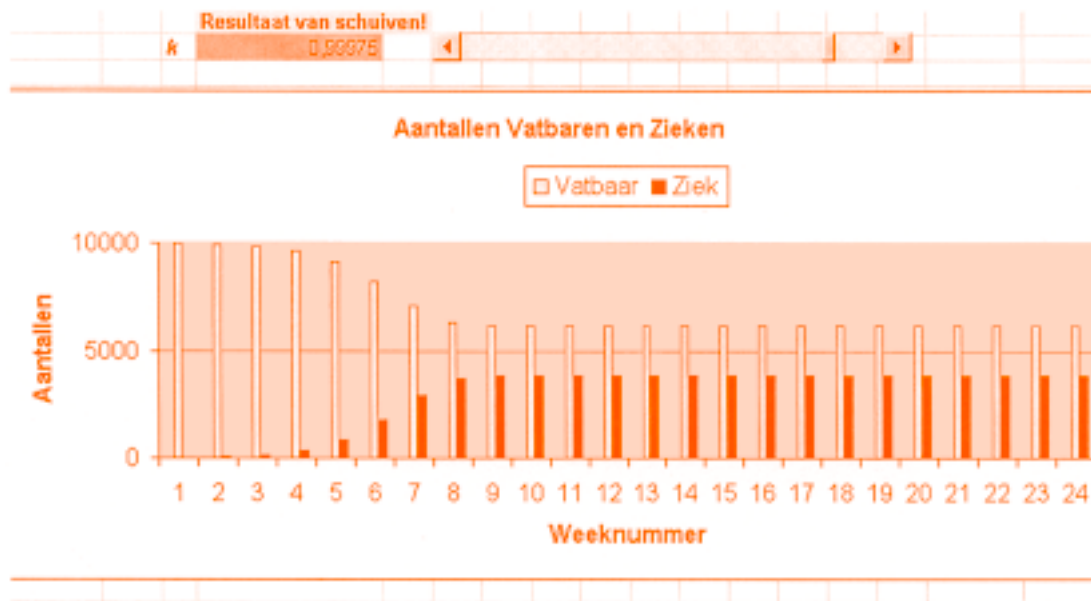
voorbereidende vraag 11 was ingevoegd om het project niet vroegtijdig te laten stranden, een aanpak die vaker voorkomt in schriftelijke examens. De onderzoeksvraag 12 bevatte een miniem valkuiltje: leerlingen komen vaak situaties tegen waarbij oppervlakten van rechthoeken maximaal zijn als de rechthoek een vierkant is. Door de van elkaar verschillende coëfficiënten van h kon men al gewaarschuwd zijn dat dit hier niet het geval was. Bovendien stonden de kandidaten meerdere onderzoeksmogelijkheden ten dienste, waarvan gelukkig goed gebruik is gemaakt. De opgave *Osteoporose* combineerde verschillende aspecten van de kansrekening. Van de overlap-opgaven was dit degene die het kleinste verschil in resultaten te zien gaf.

Kogelbanen scoorde, zoals eerder opgemerkt, het laagst van alle B1-opgaven. Sommigen vermoedden hier taalproblemen. Gezien de korte tekst en de herkenbare context lijkt dat twijfelachtig. Wellicht wordt het resultaat verklaard door het feit dat hier redelijk wat algebraïsch manipuleren aan te pas kwam, een onderwerp dat sinds de invoering van de basisvorming soms tussen de wal (onderbouw) en het schip (bovenbouw) terecht lijkt te komen.

Vwo B12

In tabel 15 staan de maximumscores en de p -waarden voor de vragen van het B12-examen.

Van de B12-opgaven die niet in het B1-examen voorkwamen valt *Periodiek* natuurlijk op door de 100%-score bij vraag 3, veroorzaakt door



FIGUUR 14 VWO-A12 Complex (Excel-bestand bij Epidemie)

eerdergenoemde fout. De vervolgvragen 4 en 5 scoorden zeker niet lager dan op grond van inschattingen en onderzoek verondersteld mocht worden.

Bij *Conflict tussen twee punten en een lijn* lijken de identieke p -waarden, in combinatie met de over beide vragen gevoerde discussies op de regionale bijeenkomsten, te wijzen op een uniforme wijze van beoordeling van de beide vragen. De vragen zijn echter niet volgens het principe 'gelijke monniken, gelijke kappen' beoordeeld. Bij nadere inspectie blijkt bijvoorbeeld dat 23% van de leerlingen bij vraag 10 ten hoogste 2 van de 4 punten scoort, terwijl dit bij vraag 11 slechts 17% van de populatie is. Wel is de samenhang tussen de hoge p -waarden begrijpelijk: wie – zoals de meeste kandidaten – de opgave met overzicht benadert, kan beide vragen beantwoorden. Het feit dat in de opgave en in het correctievoorschrift de term 'construeren' ontbreekt is van verschillende kanten opgemerkt. Hoewel dit geen term is uit het Nomenclatuurrapport, blijkt hieruit een behoefte aan verduidelijking over hoe 'precies' een tekening moet zijn.

Twee ellipsen met gemeenschappelijke raaklijn scoorde redelijk voor een voorlaatste vraag. Kennelijk zijn kandidaten inmiddels aardig voorbereid op toepassingen van de raaklijneigenschap. De afsluitende opgave *Constante booglengte* was van het lastigere bewijstype. Sommigen waren ongelukkig met de plaats van deze twee opgaven aan het eind van het examen. Eigenlijk is er voor dergelijke alles-of-niets-opgaven

die uit slechts één vraag bestaan geen 'mooie' plaats in een examen. Omdat ze zeker ook gesteld moeten kunnen worden, leken ons de twee laatste plaatsen de minst slechte.

Complex3/IMEX: VWO A1/A12 [Harm Boertien]

In januari 2002 is voor de vakken wiskunde vwo A1 en A12 het exameninnovatieproject 'Complex3' van start gegaan. Het project had tot doel ervaring op te doen met de toepassing van ICT in de centrale examens. Onderzocht moest worden in hoeverre de computer een nuttig instrument zou kunnen zijn bij het examineren van de wiskunde voor leerlingen vwo A1 en A12. Kernvraag was of de computer nog meerwaarde kon bieden ten opzichte van de grafische rekenmachine. Met een team van twee ervaren en creatieve wiskunde-docenten lijkt deze vraag na één jaar studeren, ontwerpen en aanpassen van opgaven uiteindelijk positief beantwoord te kunnen worden. Verdere informatie over de opzet van het Imex-project is te vinden op <http://compex.citogroep.nl>.

Het resultaat van de constructie was zoals bedoeld een vwo A1- en A12-examen dat voor 70% uit vragen van het reguliere eerste tijdvak-examen bestond en voor 30% uit vragen bij contexten die gebruik van de computer vereisten. Elk examen begon met een aantal opgaven en vragen uit het reguliere examen, waarna één redelijk uitgebreide computeropgave in plaats van

de gebruikelijke schriftelijke opgave(n) het examen afsloot. Deze computeropgave vereiste het kunnen gebruiken van het softwareprogramma Excel.

De A1-computeropgave *HDI* (zie pag. 23) was gebaseerd op de Unesco-gegevens over de Human Development Index (HDI). De opgave behandelt de wiskundige achtergrond voor deze index en alternatieve keuzes die men heeft bij het opstellen van zo'n index. Met de computer is op het scherm direct te zien wat het gevolg van dergelijke alternatieven voor de HDI-waarden van alle landen van de wereld zouden zijn.

De A12-opgave *Epidemie* behandelde het verloop van een epidemie volgens een Reed-Frost-model, gegeven enkele parameters. Door met schuifbalken de parameters te veranderen is op het computerscherm direct de verandering in het verloop van de epidemie te zien. Een gedeelte van het bijbehorende spreadsheet is bij dit artikel als illustratie opgenomen (zie pag. 24).

Belangrijk voor de productie van het examen is geweest dat er naar verhouding met andere vakken als biologie en natuurkunde (IP-Coach) in het wiskundeonderwijs niet veel ervaring is met het gebruik van de computer. Redenen daarvoor zijn waarschijnlijk dat alle vakken samen de beperkte outillage voor ICT-activiteiten op scholen moeten delen en dat de invoering van de GR bij wiskunde de noodzaak om een computer te gebruiken in veel gevallen heeft weggenomen. Voor de examenproductie was ook belangrijk dat de software die uitgevers verstrekken, dikwijls vooral gericht is op *leren* en minder op *toetsen*. Vaak is deze software vooral toegespitst op heel bijzondere probleemstellingen (over grafieken of meetkundige problemen bijvoorbeeld). Bij het begin van het project waren er hierdoor (en waarschijnlijk mede door het overladen wiskunde-programma) weinig ervaringsgegevens bekend over de mogelijkheden om de computer in toetsituaties (examens) te gebruiken.

De meerwaarde van de computer ten opzichte van de GR is gezocht in de betere mogelijkheden om problemen te kunnen visualiseren en in het eenvoudiger kunnen omgaan met grote databestanden en parameters. Daarnaast is er bekende software gekozen, zodat de leerlingen geen extra oefentijd in de te gebruiken computerprogramma's hoefden te investeren. Als vanzelf is dan een Excel-spreadsheet een voor de hand liggende keus, hoewel het pakket wiskundig gezien ook zijn beperkingen en eigenaardigheden heeft.

De leerlingen hebben als voorbereiding voor dit examen gelegenheid gehad te ervaren wat er op het examen aan beheersing van computervaardigheden gevraagd zou worden. Daartoe zijn in de maanden voorafgaande aan het examen voorbeeldopgaven en één A4-tje uitgereikt met algemene instructies die gaan over het openen van een spreadsheet, de beveiliging ervan en zo nodig het bijstellen van het scherm.

De leerlingen zijn verder op de hoogte gesteld van de begin- en eindtijd van het examen. De duur van het examen kon een half uur langer zijn dan die van het reguliere landelijk examen.

Aan het begin van het examen is nog een korte instructie gegeven indien dit nog niet was gebeurd.

Het examen zelf vond plaats in het computerlokaal. Naast de docent was er een systeembeheerder aanwezig om eventuele problemen met de computer te kunnen opvangen. De leerlingen kregen alle examenopgaven en vragen op schrift. Ze moesten de antwoorden net zoals bij het reguliere examen op schrift zetten om de gebruikelijke correctie te kunnen laten uitvoeren. De leerlingen begonnen meestal met het 'reguliere deel', waarna ze de computeropgave gingen maken.

Er deden weinig leerlingen mee met het Compex3-examen. Het is daarom statistisch niet verantwoord gedetailleerde scoreresultaten te geven. Het bleek dat de leerlingen op het reguliere deel gemiddeld beter scoorden dan het landelijk gemiddelde. Verder bleek dat de score op de computeropgave gemiddeld hoger was dan de gemiddelde landelijke score op het reguliere 'restdeel'.

Het aantal scholen dat dit jaar heeft meegedaan met het experiment was gering, namelijk twee. De bevindingen zijn daarom erg schoolgebonden. De waardering bij leerlingen en docenten voor de examenvorm met computers geeft echter moed om te proberen deze verder te ontwikkelen. Bekeken moet worden hoe de meerwaarde van de computer nog duidelijker vorm kan krijgen, eventueel in andersoortige softwaretoepassingen of in andere soorten vraagstellingen.

Over de auteurs

Harm Boertien, Petra Boon, Anita de Bruijn, Edward van Kervel, Kees Lagerwaard, Ger Limpens en Gerard Stroomer zijn wiskundemedewerkers en examenmakers van de Citogroep te Arnhem (website: www.citogroep.nl).

Hun e-mailadressen zijn opvolgend harm.boertien@citogroep.nl, petra.boon@citogroep.nl, anita.debruijn@citogroep.nl, edward.vankervel@citogroep.nl, kees.lagerwaard@citogroep.nl, ger.limpens@citogroep.nl en gerard.stroomer@citogroep.nl

VERSLAG NVVW-EXAMENBESPREKINGEN 2003

Door middel van centrale en regionale besprekingen bood de NVvW direct na de examens in mei weer de mogelijkheid met elkaar van gedachten te wisselen over de eindexamens en de beoordeling van het werk van de kandidaten.

[Jan de Geus]

Inleiding

Traditiegetrouw heeft de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren door middel van centrale en regionale besprekingen voor de vmbo-, havo- en vwo-examens wiskundedocenten weer de mogelijkheid geboden in een informele sfeer van gedachten te wisselen over het Centraal Schriftelijk Eindexamen. Deze service aan leden en niet-leden zal de vereniging continueren. De iets dalende belangstelling voor deze bijeenkomsten is voor een deel verklaarbaar: er is sprake van toenemende werk- en tijdsdruk in de examenperiode, er zijn eminente correctiemodellen en er is adequate berichtgeving via de website van de vereniging. Maar onomstotelijk blijft het feit dat ze zeer nuttig blijken. De CEVO, bij de centrale voorbesprekingen prominent vertegenwoordigd, luistert zorgvuldig naar alle opmerkingen die daar worden gemaakt en trekt daar regelmatig consequenties uit. De uitglijder bij het examen vwo-B12 werd zelfs al vóór de centrale bespreking rechtgetrokken. Men weet daar van wanten!

Het centraal examen wiskunde vmbo-BB voor de BasisBeroepsgerichte leerweg werd alleen in Utrecht nabesproken; de verslaggeefster meldde wat sipjes dat er behalve een AOb-medewerker en een methode-auteur slechts vier collega's waren komen opdagen. Dat moet dan wel een heel transparant examen zijn geweest.

De bijeenkomsten voor vmbo-KB en vmbo-GL/TL (KB betekent KaderBeroepsgericht, het niveau is enigszins te vergelijken met het oude mavo-C; GL is de Gemengde Leerweg, TL is de Theoretische Leerweg, beide zijn min of meer te vergelijken met het oude mavo-D-examen) hadden 25 respectievelijk 100 belangstellende collega's op bezoek. De vergaderingen van havo-A, havo-B en vwo-A1 wisten elk rond de 70 wiskundigen te boeien, vwo-A12 zelfs 100, en de vwo-B-meetings brachten zo'n 90 mannen en vrouwen op de been.

De enquêteresultaten zijn te vinden op www.nvvw.nl/euc791tabel.html.

De aanvullingen op het bindende correctievoorschrift (verder afgekort als CV) werden kort na elke regionale bespreking op de verenigingssite geplaatst, hetgeen voor velen een weldaad betekende. Ook veel examen-kandidaten weten de weg naar 'onze' site trouwens te vinden. Het heeft wellicht hun spanning ietwat verminderd.

Bij de meeste besprekingen zijn verslagen gemaakt. Deze zijn aan de CEVO gezonden met het verzoek de daarin gemaakte opmerkingen onder andere te doen gebruiken bij het opstellen van toekomstige examens. Bij het vaststellen van de cesuur kan de CEVO gemaakte opmerkingen laten meewegen. Daarna zijn de verslagen naar ondergetekende doorgezonden. Het nu volgende is een naar ik hoop leesbare en representatieve samenvatting.

Vmbo-BB

De centrale bespreking in Utrecht van dit eerste landelijke centrale examen voor de basisberoepsgerichte leerweg leverde door de magere opkomst alleen een sfeerbeeld: goed te doen, bescheiden niveau, goede lay-out, goede spreiding over de leerstof. Met name de opgave *Geboortegewicht* viel in de smaak: 'Veel meisjes', zo zei men, 'vinden veel sommen altijd bij jongens horen. Deze opgave was interessant voor meisjes.' Een hint voor auteurs?

Vmbo-KB en vmbo-GL/TL

Hoewel beide examens vijf gemeenschappelijke contexten hadden waren ze toch totaal verschillend van karakter.

Het KB-examen voor de kaderberoepsgerichte leerweg telde veel teken- en rekenopdrachten en was spaarzaam met formules; het GL/TL-examen voor de gemengde en de theoretische leerweg was taliger, groef dieper en bevatte bijvoorbeeld een pittige opgave over een opgeblazen ballon waarbij exponentiële functies een rol speelden. Het bedroefde menigeen dat de benodigde formules aan de kandidaten werden verstrekt, zij het middels een (te laat verstuurd?) erratumblad. Troost u zich met de gedachte dat zulks op het havo en vwo reeds enkele jaren bon ton is; het verschijnsel heet formulekaart en er is hard voor gestreden!

Het KB-examen begon met een opgave over het bestraten van een tuin (andersom is leuker). Er waren geen opmerkingen over. De opgave over belgedrag werd gewaardeerd, maar de volgende, een symmetrisch sfeerlicht, bracht de tongen in beweging. In Zeist merkte men – terecht – op dat vraag 14 (GL/TL vraag 3) dubieus was genormeerd. Van het gat waarin de kaars moet worden geplaatst, is namelijk niet bekend of dat er later is uitgeboord (dan niet aftrekken) dan wel er van meet af aan heeft gezeten (gietprocédé), want dan klopt de normering wèl. Vraag anders gewoon naar de inhoud! Over de trap-opgave struikelde menigeen. Boosdoener was een naar veler mening onduidelijke foto waaruit een afstand moest worden geschat. Gelukkig was het goede antwoord ruim bemeten, men mocht zo'n 5% afwijken. Maar dat wisten de kandidaten niet en die mopperden over een stomme schuifladder die met z'n poten in de prut stond zodat je 'm niet behoorlijk kon opmeten. Om nog maar te zwijgen over de interpretatie van het wordeke 'schatten'. Over chocoladeverpakkingen ging het verder. 'Waarom is de KB-foto kleiner dan de GL/TL-foto?', vroeg men in Groningen. Tja, maar de vragen waren ook verschillend! Een openluchttheater met zitkussentjes leidde tot een bekend technisch probleem, dat van de insluiting. Vraag 23 leverde heel wat KB-kandidaten daarom maar 1 of 2 punten op. GL/TL-kandidaten trof een harder lot: zij moesten een drietal van dit soort insluitingsproblemen de baas zien te worden.

Het GL/TL-examen, waarover hierboven al een en ander is beschreven, kende een tweetal eigen

contexten, over een ballon (groei) en over een vuurtoren (periodiciteit). Ten aanzien van de laatste opgave was er enige kritiek op het CV, bij vraag 26, waar een licht-donker afwisseling met een periode van 9 seconden moest worden getekend. In het CV stond dat er niet aan begin en eind een donker dan wel licht stuk mocht staan. Dat gaf aftrek. De gedachte erachter was wellicht dat er sprake zou kunnen zijn van overlapping: LDLDDLLDL zou ook een periode 8 kunnen hebben: LDLDDLLD-LDLDD enz. Maar omdat de kandidaten twee periodes moesten tekenen was die valkuil uitgesloten.

Dat je een periode niet midden in een L- of D-reeks mocht beginnen stond nergens vermeld; beetje flauw dus. De algemene opmerkingen van de (weinige) verslagleggers logen er hier en daar niet om. 'Bedroevend GL/TL-niveau, een lachertje, GL/TL zakt af naar het mavo-C-niveau van een paar jaar geleden.' En: 'Een echt jongens-examen. Er zat geen statistiek in.' Is statistiek dan vrouwelijk? In één van de verslagen verfoeit de notulist het verschijnsel dat de antwoorden al gegeven zijn en de kandidaat daar alleen nog maar naar toe hoeft te rekenen. En dan hoeft hij volgens het CV nog niet eens alle rekenstappen te laten zien! Schande! (Zwolle en Rotterdam.)

Tot slot: bij de centrale bijeenkomst van het havo-A12-examen is een afspraak gemaakt over breiwerk (ook wel spaghettirekenen genoemd).

Havo A12

'Veel te veel tekst en taal!', verzucht men alom in den lande. 'Contexten zijn soms leuk, soms gezocht, soms naar de werkelijkheid, maar vaak ook niet; probeer dus het leeswerk terug te dringen en ze meer wiskunde te laten doen.' (Henk Rozenhart, Amsterdam.) Allochtone leerlingen worden in alle verslagen genoemd als risicogroep in dezen. In Zwolle suggereert men die groep een half uur extra te geven. Wat geef je dan een dyslecte Marokkaan aan extra tijd? Om nog maar te zwijgen van de definitie van het Ministerie van OCenW van een allochtoon...

Breien, zo oordeelde men in Utrecht bij de centrale voorbespreking, reken je één keer fout in het hele werk. Het Rotterdamse pleit al enkele jaren voor een formele CV-opmerking hierover, tot op heden vergeefs. Wellicht dat zulks het hek openzet naar nog ergere praktijken. In Rozendaal pleitte men voor duidelijkheid (werkgroep orthocalculie wellicht?).

In Rotterdam betwijfelde men of de Cito-formulieren van de scores van de eerste vijf kandidaten ook aselekt uitpakken als er veel allochtonen op een school zitten. Beginnen hun achternamen wellicht vaker met een A dan gemiddeld? Hier is fundamenteel onderzoek op zijn plaats, zo wijsneusde men daar. Want allochtonen scoren lager. (Maar dat werkt toch juist versoepelend in de norm?)

Richting Cito werd opgemerkt dat het chic zou zijn, niet alleen kandidaten een overzichtelijke lay-out aan te bieden, maar ook de docenten. Het CV zit ronduit slordig in elkaar en eindeloos om- en weer terugslaan veroorzaakt irritaties. (Amersfoort, Amsterdam.)

Inhoudelijk werd de eerste opgave (*Duikend*) mild beoordeeld. Kandidaten met biologie in hun pakket zouden in het voordeel zijn gezien een analoge context in hun examen enkele dagen eerder. Men oordeel zelf; zie www.citogroep.nl/vo/ce/havovwo/ex2003. Het ontbreken van ruitjes in de figuur van vraag 2 werd storend bevonden, het veroorzaakte allerlei lastig te traceren meet- en rekenfouten die de beoordeling bemoeilijkten. Waarom hiervan trouwens geen bijlage gemaakt? (Met ruitjes!) Dan zouden er ongetwijfeld veel meer figuratieve toelichtingen zijn gegeven. Opgave 2 (*Vaders en zonen*) gaf eveneens problemen bij de correctie. Met name vraag 7 was boterzacht. Wie bij vraag 5 antwoordt zoals het CV, maar de conclusie 'Dus nee' weglaat, verliest een punt!? Te zot voor woorden, vond men. Vraag 7 hing zwaar op vraag 6, met allerlei potsierlijke gevolgen. Zo schijnen nogal wat kandidaten letterlijk alleen naar het door hun gearceerde deel van vraag 6 te hebben gekeken. En ze trokken (dus) de verkeerde conclusie. Het naast elkaar

taal is niet
exact, wiskunde
wel

(kunnen) bestaan van twee nogal uiteenlopende antwoorden bij vraag 9 (12,3% resp. 12,9%, dat scheelt toch al gauw zo'n 6 ferme kerels) deed de wenkbrauwen fronsen in Rozendaal. En dat sommigen dachten: een tabel met 1064 lengtes, die is goed te gebruiken, $149/1064 = 0,14$ dus 14%, ach, (het antwoord op) vraag 5 was alweer vergeten!

De *tiddyberen* van opgave 3 mochten dan aabaar zijn, dat waren de vragen erover bepaald niet! 'Ze werden voor €6 verkocht, dus daar zit geheid kinderarbeid achter!' Bij vraag 11 steggelde men over de manier van lezen: 'geen (winst of verlies)' dan wel: '(geen winst) of verlies'. Taal is niet exact, wiskunde wel, zie daar het spanningsveld.

Waren er trouwens wel kandidaten die na berekening antwoordden: $[0, 2909] \cup [9307, 10000]$ of zoiets? Of zijn docenten hier onderling aan het intelligent doen? Om nog maar niet uit te weiden over de exactheid van 2909 en 9307 in het licht van 5000 (vraag 10) en de grafiek die met duizendtallen als eenheid werkt. In Amsterdam werd die exactheid 'zeurderig' genoemd. De *Vlippo's* (mochten Flippo's niet? moet daar dan Smiths[®] bij?) gaven geen reden tot gemor, de normering ervan wel. In Den Haag vond menigeen dat $0,5^4$ meer dan 1 punt verdiende bij vraag 14, analoog in 15.

De laatste opgave over de *Bonus-malusladder*, bij menig havist inmiddels bekend van de scooter-verzekering, werd niet door iedereen begrepen, waardoor verhoudingsgewijs veel nullen moesten worden opgeschreven. Afronden op hele euro's vond iedereen bij vraag 19 heel normaal, dus niet €733,33 maar gewoon €733. O ja, niet de basispremie zakt, maar de bonus stijgt, vond men in Amsterdam. En in Rotterdam wil men een elfde Cito-enquêtevraag: 'De hoeveelheid leesstof in combinatie met hetgeen gevraagd wordt, is te gering/goed/te veel/ veels te veel.' Waarvan akte.

Havo B1 en B12

Groningen ziet het bezoekersaantal gestaag dalen en uit Amsterdam klinken gelijksoortige geluiden. Den Bosch telde één bezoeker. Luchthartig volk daar onder de rivieren, want bij havo A12 was niemand komen opdagen (sneu voor gespreksleider Wim Laaper), voor vwo wiskunde A was geen gespreksleider te vinden en van vwo wiskunde B is niets meer vernomen. Hierbij moet wel worden opgemerkt dat een aantal Brabanders en (Noord?)-Limburgers was uitgeweken naar Rozendaal, bij Arnhem. Nu viel deze bespreking samen met het centraal examen vwo wiskunde B12; een aantal collegae zal in tweestrijd hebben verkeerd. De kwaliteit van dit examenduo havo B1 en B12 werd geprezen. 'De contexten zijn er niet met de haren bijgesleept', verwoordde men in Zwolle. In Amsterdam, of all places(!), merkte men op: 'Er werd niet geprobeerd de grenzen van het toelaatbare op te zoeken, een normale leerling zou het werk goed moeten kunnen maken.' Pluimpje voor de examenmakers. In Amersfoort vond iemand het een gekunsteld examen, met name de bogenopgave; ieder zijn mening! Daar werd ook opgemerkt dat het B1-werk relatief moeilijker werd gevonden dan het B12-werk. Zou de breedte van B12 (en dat geldt ook bij het vwo) de diepgang van het examen verkleinen? De oppervlakte blijft dan min of meer gelijk, dat wel. In Den Haag vroeg men zich af of gemengde groepen B1 en B12 nadelig uitwerkten op de resultaten. Een korte rondvraag leek daar op te duiden. Het blijft gissen, denk ik.

Het B1-examen opende met een kansopgave. Vraag 5 vonden sommigen onnatuurlijk genormeerd. Als 100 bomen €1300 opleveren dan is dat €13 gemiddeld per boom. Als de kleine €10 en de grote €15 kosten zul je twee kleine en drie grote moeten combineren, samen €65, gemiddeld €13. Dus 40% kleine. Zo redenerend verdien je ook 5 punten. Maar wie zegt: '10 + 15 = 25; ik neem dus $\frac{10}{25}$ kleine boompjes', heeft er niets van begrepen.

De spitsbogenvraag gaf aanleiding tot vragen omtrent de op het dak bevestigde camera. Daarin geef ik die collega uit Amersfoort volstrekt gelijk: gekunsteld. 'Hoe zit-ie vast?', vroeg men in Den Haag. Van het medicijnvraagstuk, een bij velen onder u bekende context, was vraag 15 soms lastig te beoordelen. Want vele kandidaten rekenden de

tussenliggende minimale en maximale waarden wel braaf uit, maar schreven ze niet expliciet op! En ga dan maar eens nameten, rekening houdend met rekenfouten natuurlijk, want je wilt punten géven, niet inhouden. In Den Haag vond men 2 à 4 punten verdedigbaar.

De derdegraadsfunctie vermocht weinigen te ontroeren. Alleen de term 'Onderzoek' werd aan de kaak gesteld. In het Nomenclatuurrapport staat: 'De leerling verkent het probleem, bijvoorbeeld met behulp van de grafische rekenmachine, en doet verslag van zijn aanpak en bevindingen. Als ook de juistheid van de bevindingen formeel moet worden aangetoond, zal daar expliciet naar worden gevraagd.' Einde citaat, met dank aan Jos Remijn uit het Haagse. Hij merkt vervolgens op dat het geven van een aantal getallen-voorbeelden in dit geval zeker punten zou moeten opleveren. In Rotterdam hetzelfde geluid.

De *kroonkurken* uit de laatste opgave hadden een naar veler mening volstrekt verkeerde letter aan de binnenkant. Niet de P van Pils, maar de B van Bier had daar moeten staan, bromt een Groninger, die ook fijzinnig opmerkt dat je geen flesjes drinkt maar bier. Om die P te vinden hoeft-ie ze bovendien niet alle tien leeg te drinken. In het kader van het ontmoedigingsbeleid is dit een heilzame gedachte. Die P zaait verwarring, vond men in Den Haag. Er zijn 25 andere mogelijkheden.

In Den Haag ook nog een grappige fout van een kandidaat bij vraag 18: 'Ongeveer één P per krat, dus $10 \times 24 = 240$ flesjes.'

Het B12-examen bevatte naast de al besproken opgaven over spitsbogen en medicijngebruik nog twee eigen opgaven: één over een betonnen sokkel en één over de functie $f(x) = x \cdot e^{-x}$.

Overigens waren de vragen bij de met B1 gemeenschappelijke context niet geheel gelijklopend. Zo moesten de B12-ers o.a. de formule opstellen van boog *OP* en van het medicijngebruik in de derde week. De startopgave werd door velen te lang gevonden. Verwarring ontstond hier en daar over het getal 10 bij *EF*. Is dat de echte of de schijnbare lengte? Bij een schoolonderzoek merk je de bijbehorende onrust direct en handel je met daadkracht, nu zit je met gekromde tenen je ziel in je lijdzaamheid te bezitten. Ook het lint zaaide verwarring. 'Waarom geen touw?', vroeg men zich af in Groningen. 'Een lint is plat, heeft ook een breedte.' Uit het CV blijkt dat de opstellers weinig kaas van linten hebben gegeten. Die nemen gewoon de omtrek van de achthoek. Of werd het voetstuk plechtig geopend en moest dat lint worden doorgeknipt?

In Rotterdam werd naar aanleiding van vraag 1 pittig gediscussieerd over de stapelnorm versus de sprokkelnorm. Een kandidaat rekent de verkeerde hoek uit. Toch nog dat ene puntje toekennen? Hij toont de vaardigheid immers? 'Nee', oordeelde men, 'de vraag is geheel niet beantwoord!'

In de spitsbogenopgave voor B12 werd de helling van *PT* gevraagd 'met behulp van differentiëren.' In

Amersfoort stelde men de vraag of je dan geen GR-methode mag gebruiken. Of bedoelt men impliciet: 'met behulp van de afgeleide'?

Iemand in Zwolle noemt het bijzonder dat bij vraag 16 (over $y = xe^{-x}$) de uitkomsten precies tegengesteld zijn als een leerling x en y verwisselt. Nou, bijzonder, de lijn $y = x$ is een aardige lineaire benadering op dit gedeelte!

Vwo A1 en A12

'Geef ons meer tijd!', verzucht een deelnemer in Den Haag. 'Morgen moet alles al weg, dat lukt ons niet. Zet de centrale afspraken dan maar direct op internet.' De marges worden inderdaad steeds smaller. Hopelijk gaat dat niet ten koste van de kwaliteit van nakijken; met name de tweede correctie komt zo wel heel erg onder druk te staan. Amsterdam en Rotterdam deden eensgezind eveneens deze duit in het zakje. Er waren zelfs scholen die op 2 juni, de dag van de regio-vergadering, het werk al wilden doen opsturen! Foei! Uit Zwolle de vraag om de centrale afspraken bij zo'n laat examen direct op de site te zetten. De tegenwerping dat er dan niemand meer op de vergadering komt, klinkt erg dogmatisch; het belang van de kandidaten moet toch prevaleren?

In Amersfoort wil men een betere enquête, meer antwoordmogelijkheden. (Veel te laag, te laag, beetje laag, ...)

Op de vergadering in Rozendaal vroeg men om bescheidenheid in het aanbieden van contexten. 'Vier opgaven maximaal is genoeg. De meeste leerlingen bleven tot het einde zitten.' Volgens mij hoort dat ook. A1 werd over het algemeen als goed te doen ervaren, over A12 was men minder enthousiast. 'Te groot, te moeilijk, veel gemene dingetjes', zei men in Amersfoort.

Men vroeg zich vrijwel overal af waarom de CEVO ditmaal het normaal waarschijnlijkheidspapier had weggelaten. Was het op? Vergeten? Was er geen korting? Hopelijk hadden alle scholen het spul zelf nog in huis, want de gemiddelde kantoorboekhandel heeft er nog nooit van gehoord. In elk geval zorgde het hier en daar voor enige consternatie.

Vraag 2 van de eerste opgave uit het A1-examen (*Levensduur van koffiezetapparaten*; zie pag. 32) vond men een schoolvoorbeeld van hoe het niet moet. Wie een goede tekening maakt, krijgt die antwoorden er zelf wel uit; wie een foute tekening maakt soms ook, maar dat gaat dan gepaard met allerlei trucs. (Meestal is μ dan een halve klasse opgeschoven.) Voor vraag 3 poneer je dat voor het vervolg de waarden van μ en σ resp. 5,0 en 1,6 zijn, of zo iets. Vraag 3 gaf leesproblemen. Doordat er een gemiddelde werd gesuggereerd, gebruikten nogal wat kandidaten de \sqrt{n} -wet. Bij vraag 4 gaf de berekening $1 - \frac{125}{506}$ al uitsluitel. Jammer. Die 0,75 had twee keer in de graaf moeten staan!

Bij opgave 2, *De Nederlandse bevolking*, weer de opmerking dat die formule best door de kandidaten

had kunnen worden opgesteld. Vraag 5 is een misser, vond men in Amsterdam: velen vullen alleen maar 0 en 7,4 in!

'Ze lezen niet goed' is een doodoener. Zou het Cito een onderwijspsycholoog in dienst hebben? Werk aan de winkel! 'Hoe lees je die 80 000 uit vraag 6 eigenlijk af?', vroegen veel docenten. 'Met een vergrootglas?' Ik heb het nagemeten, mét vergrootglas: ik mat 3 mm onder de 10^7 ; van 10^6 tot 10^7 is 60 mm; $\frac{57}{60} = 0,95$; $10^{0,95} \approx 8,91$. Dat betekent dat er volgens de grafiek ruim 8 900 000 Nederlanders waren, een verschil van ruim 175 000! Demograaf? Domograaf! Het reisbureau uit opgave 3 was erg fictief (Amsterdam) en leek tegelijk heel echt omdat ze in werkelijkheid ook altijd goochelen met prijzen (Rotterdam). Vraag 11 was eigenlijk te eenvoudig voor 4 punten.

De opgave over het kansspel *Strike it rich* vond men meer rijk aan woorden dan nodig. Bij vraag 17 verslikte ook een enkele docent zich.

De slotopgave *Sportprestaties* veroorzaakte bij A1 geen struikelpartijen, alleen werd $a\sqrt{r} - b$ nog wel eens aangezien voor $a\sqrt{r - b}$. Helaas.

Het A12-examen opende eveneens met de *Levensduur van koffiezetapparaten*. Hier was de vraag of de toets van vraag 4 strikt genomen niet tweezijdig zou moeten zijn. Je omzeilt dan de subtiele keuze $p > 0,5$ dan wel $p < 0,5$.

De *Cocktail* uit opgave 2 was voor veel kandidaten behoorlijk dodelijk. Ondanks het weggeven van het antwoord bij vraag 6 en de duidelijke introductie van het driehoeksrooster gingen bij sommigen de pijltjes alle kanten op behalve de goede. In Amsterdam vond men dat dit een uitsmijteropgave had moeten zijn. In Groningen laakte men de verwevenheid van de vragen 7 en 8. Den Haag zag een doorwerkeffect: de quiz-opgave werd daar door de A12-ers slechter gemaakt dan door de A1-ers. Zij zouden graag weten of dit elders ook het geval was.

De opgave *Grondstofverbruik* werd als 'gemenig' gekenschetst. 'Vanaf welk jaar' en 'in welk jaar' zijn vage begrippen, en vraag 13 was voor de meesten niet haalbaar - zij zagen er geen rij in. Veel nullen dus. In de opgave *Sportprestaties* tenslotte bleek vraag 20 discutabel: welke kandidaat rekent zeven formules door? Meer een B-vraag, vond men. Iets met tweede afgeleides en zo. En dat het differentiëren op deze schlemielige manier in het Centraal Examen moest worden meegenomen... in Rotterdam, Rozendaal en Groningen waren ze daar bar boos over.

Vwo B1 en B12

'B1 veel lastiger dan B12!', mopperden veel docenten. 'Veel te veel meetkunde in B1, dat wordt vaak al in 5V afgesloten', zeiden anderen. Over de hele breedte vond men beide examens te lang, en met name B1 telde wel heel veel originele vragen. Kandidaten worden tureluurs van 'Bereken', 'Bereken exact', 'Bereken met behulp van', 'Bewijs' en 'Onderzoek'.

Opgave 1 (*Lengte*) uit het B1-examen gaf geen problemen, alleen verwonderde het menigeen dat het CV zo'n grote fout bevatte. En over de continuïteits-correctie is het laatste woord nog niet gesproken. Opgave 2, *Zomertarwe*, leverde des te meer problemen op. Vooral het gebruik van de variabele s in de integraal gaf onrust in de zaal. Ook het stapelkarakter stuitte enkelen tegen de borst. De vragen 5 en 6 waren zomaar nul punten soms. Bij vraag 3 vroeg iemand zich af of er verschil was tussen 'Bereken t_3 exact' en 'Bereken exact t_3 '. Die had het gevoel dat kandidaten soms het laatste deden, ze gebruikten een naar hun mening exacte methode, maar ze hadden wel de GR erbij nodig. Aftrek dus. Opgave 3, *Twee scharnierende vierkanten*, was een leuke voor de B12-ers. Die zouden de formule zelf

wij mensen zijn feilbaar en dat noopt ons tot bescheidenheid

moeten kunnen opstellen. Maar B1-ers met een NG-profiel? Voor die doelgroep was de laatste opgave, *Kogelbanen*, ook zo'n foute context. Later staan ze de gevolgen dicht te naaien! Ten aanzien van de scharnierende vierkantenopgave viel verder nog de vraag te beluisteren of het woord 'afgeleide' niet meer richting zou geven aan gewenst handelen dan het woord 'differentiëren'. Trouwens, de vraag naar $R'(0)$ vond men heel erg gezocht - een geluid dat ook bij havo-B was te horen. En dan opgave 4 (*Inhoud viervlak*): ruimtemeetkunde toch?! In Amsterdam stelde men de vraag wat nu eigenlijk de status is van (ruimte)meetkunde voor B1-ers.

Bij de opgave *Osteoporose* viel de term 'wiskunde A' te beluisteren, en bij de slotopgave over de kogelbanen haakten veel kandidaten af. Nogal wat kandidaten gingen booglengtes berekenen met alle gevolgen van dien. Men interpreteerde als het ware de afstand die door de kogel was *afgelegd* in plaats van overbrugd. Fraaie formules ontstonden daardoor, dat wel.

Het B12-examen zal de geschiedenis ingaan als het examen met die rare drukfout. De CEVO reageerde zeer adequaat, dat wel, maar hoe zo'n fout door alle controles heeft weten heen te slippen? Het bewijst weer eens hoe feilbaar wij mensen zijn en noopt ons tot bescheidenheid. Niettemin werd de kandidaten al in het begin stevig de nieren geproefd. Ze maakten er bij

de beantwoording van vraag 3 van *Periodiek* soms een mooi potje van. Curieus was, dat sommigen de vraag gewoon beantwoordden alsof er helemaal geen drukfout stond! Men vond dat 24 punten, waarvan uiteindelijk 5 gratis, wel heel veel was in relatie tot de moeilijkheidsgraad. Opgave 2, de *Zomertarwe*, gaf bij de B12-ers aanzienlijk minder problemen; ze zijn dat gemanipuleer met variabelen blijkbaar gewend. Maar ook deze opgave vrat tijd, terwijl er een aantal intikkertjes in het verschieft lag.

De meetkunde-opgave over een conflictlijn werd als (te) gemakkelijk bestempeld, zeker gezien de coulante normering. De punten vielen als rijpe appelen. Datzelfde gold voor de scharnierende vierkanten en de twee ellipsen. Uit het boekje was die laatste. De slotopgave *Constante booglengte*, die niet moeilijk was, werd door heel wat kandidaten onder hun niveau opgelost. Moehaid? Tijdgebrek? Deze opgave had best een stuk naar voren gekund.

Tot slot: men begreep vraag 6 van het enquêteformulier niet - die vraag over de formulekaart. ('Het aantal vragen waarbij de formulekaart gebruikt wordt, is ...')

Besluit

Wat diverse keren naar voren komt is de roep om meer aandacht te schenken aan aftrekpunten of foute manieren van aanpak: indien... Ook de stapel/sprokkelkwesitie kwam weer aan de orde, maar daarover heeft in het meinummer van Euclides (de vorige jaargang) een uitstekend verhaal van Marian Kollenveld gestaan. De internet-service (de beide webmasters worden weer bedankt!) wordt onveranderd gewaardeerd, maar men blijft komen. Wel is er een luider wordende roep om minder bevoogding; men wil graag de centrale afspraken direct op het net en niet pas na de regio-vergadering.

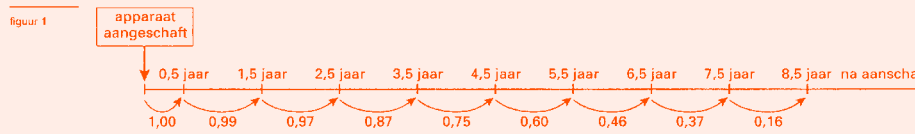
Dank aan alle opstellers, screeners, begeleiders, examenkandidaten en examinatoren. De trouwe wijze waarop ieder jaar weer verslagen worden gemaakt, verslagen waarin soms juweeltjes van opmerkingen schuil gaan, waarin opbeurende, soms scherpe, maar uiteindelijk vriendelijk bedoelde kritiek is verwoord, heeft ook dit jaar weer een verslag mogelijk gemaakt. Mijn dank aan alle pro deo secretarissen.

Over de auteur

Jan de Geus (e-mailadres: jandegeus@wxs.nl) is leraar wiskunde en informatica aan het Baudartius College te Zutphen.

Levensduur van koffiezetapparaten

Enkele jaren geleden is onderzocht hoe lang nieuw aangeschafte koffiezetapparaten meegaan. Op basis daarvan is een kansmodel gemaakt zoals weergegeven in figuur 1. Hierin is bijvoorbeeld te zien dat alle apparaten een half jaar na aanschaf nog in gebruik zijn. Ook is te zien dat voor een apparaat van 1,5 jaar oud de kans 0,97 is dat het een jaar later nog steeds in gebruik is, en dus de kans 0,03 is dat het in dat jaar wordt afgedankt.



We passen dit model toe op een groep van 1500 nieuwe koffiezetapparaten. De *levensduur* van een apparaat is de tijdsduur tussen het aanschaffen en het afdanken van het apparaat. Uit de gegevens in figuur 1 volgt dat 187 van deze 1500 koffiezetapparaten een levensduur hebben tussen 2,5 en 3,5 jaar.

4p 1 Laat met een berekening zien dat dit klopt.

Het bovengenoemde aantal 187 vind je terug in tabel 1. De andere aantallen in deze tabel zijn op overeenkomstige wijze berekend.

tabel 1 **Levensduur van 1500 koffiezetapparaten**

levensduur in jaren	aantal koffiezetapparaten
0,5-1,5	15
1,5-2,5	45
2,5-3,5	187
3,5-4,5	313
4,5-5,5	376
5,5-6,5	305
6,5-7,5	163
7,5-8,5	81
>8,5	15

7p 2 Verwerk de gegevens van tabel 1 op normaal waarschijnlijkheidspapier en toon daarmee aan dat de levensduur bij benadering normaal verdeeld is met een gemiddelde van 5,0 jaar en een standaardafwijking van 1,6 jaar.

FIGUUR 1 VWO-A12

WISKUNDE-EINDEEXAMENS ALS MENSELIJKE ACTIVITEIT?

Enkele opmerkingen naar aanleiding van het CE vwo wiskunde A12, 2003-1. Tijd voor een koerswijziging in de centrale examinering?

[Gerard Koolstra]

Vooraf

Kritiek leveren op eindexamens is makkelijk. De eisen, verlangens en wenselijkheden zijn talrijk en niet zelden (ogenschijnlijk) tegenstrijdig. Een examen moet niet te moeilijk zijn, maar wel voldoende niveau hebben, aardige vragen bevatten, maar niet te origineel zijn, aansluiten bij de realiteit, maar zonder te veel tekst. Inhoudelijk moeten de zaken kloppen, maar het moet voor de kandidaten weer niet te ingewikkeld worden, enz. Verder weet ik uit eigen ervaring hoe moeilijk het is om goede (school)examens te maken, en hoe je met al je ervaring en kennis toch steeds weer op onverwachte problemen kunt stuiten.

Hoewel het op het eerste gezicht mogelijk wat 'goedkoop' of gezocht kan overkomen, lijkt het me toch goed om enkele punten van kritiek en onvrede ten aanzien van dit examen uit te werken. Zoals hopelijk snel zal blijken gaat het me niet alleen – of in de eerste plaats – om dit examen, maar om enkele veel algemenere en fundamentele zaken die m.i. alles te maken hebben met de toekomst van het wiskunde-onderwijs in Nederland, en de toetsing daarvan. Wel gaan mijn opmerkingen vaak heel concreet op bovengenoemd examen in, en het is dan ook prettig om de opgaven en het correctievoorschrift van het betreffende examen bij de hand te hebben.^[1]

Is dat nu normaal?

Toen een paar jaar geleden de Tweede fase (en de grafische rekenmachine) nog nieuw was, heb ik me wel eens laten ontvallen dat het me zou verbazen als er nog opgaven met behulp van normaal waarschijnlijkheidspapier opgelost zouden moeten worden. Met de komst van de grafische rekenmachine op het CE en het te verwachten computergebruik binnen het SE leek me dit soort hulpmiddelen (evenals tabellenboekjes) erg gedateerd. Met behulp van bijvoorbeeld Excel, Vu-Stat of een grafische rekenmachine zijn bij een verzameling gegevens heel makkelijk gemiddelde en standaardafwijking te bepalen, een grafische representatie (bijvoorbeeld een histogram) is een fluitje van een cent, en het ontdekken van een (bij benadering) normale verdeling nauwelijks duurder. Waarom dan nauwkeurig stipjes laten zetten op papier met een rare schaalverdeling, en daarna op het oog laten proberen een rechte lijn te tekenen?

Ondertussen, 'sadder and wiser', vertel ik mijn leerlingen dat vragen waarbij normaal waarschijnlijkheidspapier gebruikt moet worden blijkbaar nog steeds 'in de mode' zijn (zie figuur 1). En ja hoor, daar was die weer. En waarom? Om na te gaan in hoeverre jongeren anno 2003 nog steeds bereid zijn door braaf te oefenen zich dit soort 'nep-vaardigheden' eigen te maken? Of ze de punten bij de bovengrenzen zetten, zoals de docent tig keer verteld heeft, netjes hun berekeningen opschrijven, hun puntjes op de goede plek zetten en niet vergeten te vertellen dat de puntjes 'bij benadering' op een rechte lijn liggen? En de docenten maar controleren of alle puntjes door de leerling goed gezet zijn, en waar er strafpunten uitgedeeld kunnen/moeten worden... Ik heb een ander

beeld van goed wiskundeonderwijs.

Het meest verontrustende vind ik nog dat in het experimentele computerexamen dat op een paar scholen is afgenomen, precies deze zelfde opgave stond, op dezelfde manier aan te pakken, terwijl verderop in het zelfde examen wel Excel gebruikt werd [zie Boertien, Compex3, pag 24; red.]. Ook al heb je geavanceerde technologie onder handbereik, je zult rekenen en tekenen, en graag precies zoals het je geleerd is!

De neiging om de leerling enerzijds een redelijk rijke context voor te schotelen – in dit geval de levensduur van koffiezetapparaten – maar anderzijds heel erg te beperken en te sturen in de aanpak, vind je ook terug bij vraag 3. De kandidaat krijgt daar eerst het levensechte probleem voorgeschoteld van de ontevreden klant die in negen jaar drie apparaten heeft zien sneuvelen, maar krijgt niet de gelegenheid zelf na te denken over de vraag hoe (on)waarschijnlijk dit is. De vraagstelling wordt helemaal toegespitst op één (en beslist niet de beste) aanpak van dit probleem. De kandidaat die zich laat 'afleiden' door de oorspronkelijke probleemstelling^[2] (en de \sqrt{n} -wet gebruikt) wordt afgestraft, degene die zich concentreert op de verengde vraagstelling wordt beloond. Hierbij spelen uiteraard ook overwegingen een rol in de sfeer van de 'corrigeerbaarheid'. Men wil, zonder een al te uitgebreid correctievoorschrift, (te) grote verschillen in beoordeling voorkomen.

Hoewel begrijpelijk blijf ik het een onbevredigende zaak vinden. Misschien is het eerlijker en beter om dit soort 'schijnopenheid' en 'schijnrealisme' te vermijden, en

- als en waar men een bepaalde aanpak wil zien, dat zonder grote verhalen gewoon vragen;
 - als men echt de context en de probleemstelling serieus neemt, kandidaten ook in de gelegenheid stelt hun eigen aanpak te kiezen.
- Ik kom hier later op terug.

Los van het bovenstaande vraag ik me af of de formuleringen altijd wel adequaat zijn. Er wordt geprobeerd heel zorgvuldig te formuleren, en als dat bij nader inzien niet helemaal lijkt te kloppen, wordt alsnog een erratumblad naar de scholen gestuurd, maar desondanks (?) zijn formuleringen soms wat verwarrend. Zo wordt in de aanloop naar vraag 4 eerst gesproken over de helft die *8 jaar na aanschaf nog in gebruik is*, en even later over 31 van de 50 apparaten die een levensduur van *minder dan 8 jaar hadden*. Het lijkt me dat dit een onbedoelde complicatie is, die de resultaten negatief kan beïnvloeden. Een alternatief is niet moeilijk te verzinnen – bijv. een minitabelletje met de testuitslag: 31 – minder dan 8 jaar; 19 – 8 jaar of meer. Dat stimuleert de kandidaten misschien ook om aan te geven met welke stochast zij aan de slag gaan.

Lineair programmeren of geprogrammeerd worden

Bij een onderwerp als lineair programmeren is één vraag eigenlijk voldoende – een beetje te vergelijken

met het aloude functieonderzoek. Nu is het zowel in boeken als op examens heel gebruikelijk om vragen op te bouwen, te voorzien van inleidende deelvragen. Maar – hoe begrijpelijk ook – een dergelijke aanpak moet tenminste twee klippen omzeilen:

- Het pad moet niet zodanig geëffend worden dat in feite essentiële denkstappen worden overgeslagen, 'uit het hoofd worden genomen'. Ik probeer leerlingen te stimuleren, inleidende vragen over te slaan (uiteraard niet op examens).

- De inleidende vragen mogen geen extra barrière vormen, en dat risico is er wanneer ze te sterk vanuit een bepaalde optiek of aanpak geformuleerd worden. Met name goede leerlingen worden soms door inleidende vragen meer in de war gebracht dan geholpen.

Bij de opgave *Cocktails* gaat het om de vraag wat de meest winstgevende samenstelling is van een bepaald soort cocktail met drie gegeven ingrediënten en een vaste verkoopprijs. Daartoe wordt

1. het driehoeksdiagram ('drie-componentendiagram') geïntroduceerd, en daarover een zeer elementaire vraag gesteld (zie pag. 17);

2. gevraagd om een gegeven winstformule af te leiden uit gegevens over kosten van de ingrediënten en verkoopprijs;

3. gevraagd om in een driehoeksdiagram met twee gegeven grenslijnen een derde te tekenen en het toegestaan gebied aan te geven;

4. gevraagd de optimale mengverhouding (en de bijbehorende winst) te bepalen.

Hiermee combineren de examenmakers m.i. het slechtste van twee werelden. Enerzijds wordt het vertalen van het probleem in adequate formules (het opstellen van de doelfunctie en de voorwaarden) grotendeels uit handen genomen, anderzijds wordt door de introductie van een 'vreemd coördinatenstelsel' een extra moeilijkheid geïntroduceerd. Ik kan ook niet inzien hoe een dergelijk geformuleerd vraagstuk nog kan passen binnen de geformuleerde eindtermen voor Lineair Programmeren^[3] – hoewel men bij de CEVO soms heel spitsvondige redeneringen heeft.

Het is lastig hard te maken, maar naar mijn gevoel zou deze opgave – althans door mijn leerlingen – een stuk beter gemaakt zijn wanneer alleen de laatste vraag gesteld was.

Een aardige kluit voor deskundigen (juristen of wiskundigen?) is trouwens of we hier te maken hebben met twee of met meer beslissingsvariabelen. In de eindtermen wordt namelijk uitdrukkelijk gesproken over een probleem met *twee* beslissingsvariabelen dat (zonder computerhulp) aangepakt moet kunnen worden, terwijl het hier lijkt te gaan om drie (gekoppelde) variabelen.

Overigens geeft het onderwerp Lineair Programmeren veel mogelijkheden om zich te concentreren op het model, en het rekenwerk softwarematig te laten doen^[4]. Het cocktailprobleem lijkt me daar ook erg geschikt voor, maar in het experimentele computerexamen komt ook bij deze vraag geen computer te pas. Ook het

benutten van de grafische rekenmachine (bij een normale probleemstelling ook een optie) wordt door de inkleding van het probleem zo niet onmogelijk gemaakt, dan toch zwaar ontmoedigd.

Het lijkt erop dat het modelleren en het nadenken over het optimaliseringsprobleem ondergeschikt is gemaakt aan het rekenen. Dit wordt ook pijnlijk duidelijk in het correctievoorschrift. Zo wordt bij de afleiding van de (gegeven) winstfunctie alleen aan een berekening gedacht (lastig door de percentages en de haakjes), terwijl de winstfunctie toch heel goed te verklaren is vanuit de verschillen van de diverse kostprijzen^[5]. Gelukkig zag ik die laatste aanpak in leerlingenwerk soms terug. Bij de normering van de 'hoofdvraag' over de optimale samenstelling wordt het helemaal bont. Er wordt verwacht dat de kandidaten domweg de winst in alle vier de hoekpunten gaan berekenen om daaruit te concluderen wat het beste punt is, terwijl met een beetje nadenken blijkt dat slechts twee (of eigenlijk één) punten in aanmerking komen. Als alternatieve oplossing moeten minstens twee iso-winstlijnen

bij de CEVO heeft men soms heel spitsvondige redeneringen

getekend worden, terwijl volkomen duidelijk is hoe geschoven moet worden om de winst te maximaliseren (uiteraard met enig nadenken).

Het rekenen en tekenen – zaken die veel sneller en mooier kunnen met een geschikt computerprogramma – lijken centraal te staan. De specifiek menselijke activiteit, het modelleren en de reflectie op het model en de uitkomsten daarvan, is op deze manier grotendeels onder de (examen)tafel verdwenen.

Modellen en reflectie

Het derde onderwerp – over grondstofverbruik – past goed binnen het profiel E&M, en biedt talrijke mogelijkheden tot zinvolle wiskundige activiteiten. Hoewel historische achtergronden van het rapport van de Club van Rome best interessant kunnen zijn, lijkt me een lange inleiding op een eerste simpele rekenvraag voor de kandidaten alleen maar irritant. ('Nu even niet!') Daarbij komt dat de formulering van een begrip als levensduur wel erg omslachtig is, evenals de formulering van de eerste vraag. Heel veel ruis rond een simpel rekenvraagje, en je moet je dan als

ontwerper wel afvragen wat je hier nu eigenlijk toetst. 'Eindexamenvragen zijn vaak makkelijker dan ze op het eerste gezicht lijken', probeer ik mijn leerlingen mee te geven, maar het is de vraag in hoeverre dat helpt, en vooral waar we nu eigenlijk mee bezig zijn. Niet alleen de formulering van de vragen stoort me soms, maar ook de vragen zelf. Waarom zou je gaan uitrekenen vanaf welk jaar het jaarverbruik van koper minstens 6 keer zo groot is als dat van chroom? Wat is de zin van een dergelijke vergelijking? Waarom zou je moeten uitrekenen wanneer de voorraad uitgeput zou zijn wanneer het jaarverbruik constant gebleven zou zijn, als je al weet wanneer hij uitgeput zou zijn bij een bepaalde jaarlijks groei? Dit zou alleen zinvol zijn

modelleren is ondergeschikt gemaakt aan het rekenen

wanneer de voorraad of het huidige jaarverbruik niet bekend is. Of is de eigenlijk reden van deze vraagstelling dat deze lastiger is dan het omgekeerde probleem?

Gaat het bij deze serie vragen om gebruik of misbruik van een op zich zeer interessante context? Ik neig naar het laatste, ook gezien de opbouw. Terwijl pas in de laatste vraag een formule voor cumulatief verbruik bij een gegeven groeipercentage aan de orde komt, wordt al veel eerder een formule geponeerd voor de (daar van af te leiden) tijd waarin de bekende voorraad op raakt. Met behulp van deze formule - een nodeloos ingewikkelde benadering lijkt me^[6] - moet uitgerekend worden wanneer de voorraad chroom uitgeput zal zijn. In feite blijkt hier van de kandidaten alleen het (laten) uitrekenen en het kritiekloos interpreteren gevraagd te worden. Kritiekloos, want men wordt geacht de uitkomst van ca. 81,7 (jaar sinds 1-1-1970) te vertalen naar 'in het jaar 2051', terwijl alleen al enige reflectie op de (on)nauwkeurigheid van de gegevens leert dat zelfs als alle vooronderstellingen juist zijn, de marge in de uitkomst eerder ligt in de orde van een paar jaar dan van een maand - zoals het antwoordmodel suggereert.^[7]

Bij de eindtermen wiskunde (A en B, havo en vwo) staan ook een aantal meer algemene vaardigheden vermeld, zoals:

- resultaten betekenis geven in de context en binnen die context kritisch analyseren;
- de nauwkeurigheid van de gegevens of werkwijzen betrekken bij de beoordeling van het eindresultaat.

'Slecht voorbeeld doet slecht volgen', ben ik geneigd te zeggen.

Hoewel de praktijk vaak weerbarstiger is dan de theorie, denk ik dat er veel meer met dit thema te doen was, en ook meer 'uit de leerlingen gehaald' had kunnen worden - de scores bij vraag 13 waren ronduit desastreus. Ik denk dat met een betere opbouw - waarbij ook de relatie met recursieve betrekkingen eerder en beter gelegd wordt - het zelfs mogelijk is een deel van de leerlingen zelf een (betere) formule af te laten leiden voor de levensduur bij een gegeven groei van het verbruik. Ook het effect van toename van (bekende) voorraden had mooi meegenomen kunnen worden. Inspiratie voor schoolexamens geeft dit soort vraagstukken wel, maar dat is een wat schrale troost.

Gokken, kiezen of delen

Over de vierde opgave - kansrekening naar aanleiding van een Engels tv-spelletje - lijkt in eerste instantie niet zo veel te zeggen. De resultaten zijn zeer waarschijnlijk mede beïnvloed door de vorige twee, maar verder is het een normale, vrij eenvoudige opgave die ook in het A1-examen zat. Wat wel weer (of niet meer?) opvalt, is dat voor vier eenvoudige vragen een hele bladzijde tekst nodig is. In dit geval ben ik geneigd te zeggen dat dat min of meer onvermijdelijk is wanneer je het van belang vindt dat kandidaten kansrekening kunnen toepassen in min of meer nieuwe situaties. Die situatie moet dan wel uitgelegd worden, en ook tv-spelletjes zijn soms best ingewikkeld. Dat dit met tekst gebeurt lijkt voor de hand liggend, hoewel in dit geval een klein schemaatje niet had misstaan. Leesvaardigheid is uiteraard van groot belang, en je mag van leerlingen in 6 vwo ook verwachten dat ze teksten aankunnen - zou je zeggen. Even afgezien van de vaker gesignaleerde nadelen van de grotere taligheid van wiskunde(opgaven) voor bepaalde groepen leerlingen, is er iets merkwaardigs aan de hand. Zoals bij diverse vakken op het vwo (en havo) aan de orde komt heb je verschillende vormen van lezen van teksten, variërend van heel globaal tot heel precies en intensief. Soms is de eerste vorm adequaat - bijvoorbeeld bij een tekst in een vreemde taal waarvan je niet alle woorden kent, soms is heel precies en intensief lezen essentieel. Het merkwaardige is - en dat valt me steeds meer op - dat je bij wiskunde-eindexamens beide vormen snel moet kunnen afwisselen om tot een goed resultaat te komen. Zo is het van groot belang dat je bij vraag 16 het woord *hoogstens* goed ziet en interpreteert. Wanneer je je echter serieus verdiept in de procedure hoe de 'woorden' op de beeldschermen komen - als ik het goed lees via willekeurige permutaties - wordt de eerste vraag alleen maar nodeloos ingewikkeld. Een oppervlakkige lezer die gebruikt dat er drie mogelijkheden zijn, 'dus' kans 1 op 3, is dan in het voordeel, mits de uitdrukking '*precies één keer*' wel weer nauwkeurig wordt geregistreerd. 'Nauwkeurig lezen, maar soms ook niet', lijkt het devies.

Ongelofelijke prestaties

De vijfde en laatste opgave over de waardering van atletiekprestaties via punten zou je misschien eerder verwachten in een examen wiskunde B1 (profiel N&G), maar dit onderwerp is ook voor anderen een aardige kapstok. Het is immers ook wiskundig erg interessant door de diverse soorten formules die daarbij een rol spelen. Je kunt je afvragen in hoeverre enige achtergrondkennis hier van pas kan komen. Dat valt te bezien. Een kenner (bijvoorbeeld via een praktische opdracht, het vak lichamelijke opvoeding of eigen sportbeoefening) weet dat het puntenaantal altijd een geheel getal is, en dat het dus onmogelijk is om een puntenaantal van 880,2 te behalen. Met deze achtergrondkennis is vraag 18 een onzinnige, dus niet te beantwoorden. Flauw? Of is het onderscheid continu/discreet wel degelijk van belang?

In de opgave worden twee verschillende formules genoemd die gebruikt worden om geworpen afstanden bij bijvoorbeeld speerwerpen te waarderen, een van de nationale organisatie (KNAU) en een van de internationale (IAAF). Inderdaad heel interessant omdat de KNAU een wortelformule gebruikt, en de IAAF een machtsfunctie met een exponent van iets boven de 1. Hierover zijn veel aardige vragen te stellen. Eén daarvan lijkt de vraag (19) bij welke afstanden de KNAU-formule meer punten oplevert dan die van de IAAF. Blijkens het correctievoorschrift wordt er min of meer van uitgegaan dat de kandidaat weet dat dit soort prestaties in cm nauwkeurig worden opgemeten, maar wordt tegelijkertijd totaal ontkend dat de puntenaantallen altijd (naar beneden) worden afgerond op een heel getal. Dit betekent dat voor een kenner de vraag veel lastiger is dan bedoeld.^[8] De leek lijkt in het voordeel, hij/zij kan doen alsof de puntenaantallen tot (ver) achter de komma worden berekend, en alsof de afstanden in meters nauwkeurig worden opgemeten, want daarover staat geen informatie in de opgave.

Bij de waardering van diverse sportprestaties spelen zoals gezegd diverse formules een rol. Aardig is dat het allemaal machtsfuncties zijn, waarbij de KNAU alleen de exponenten, 1 (bij loopnummers) en 0,5 (bij springen werpnummers), gebruikt. Als het goed is hebben de kandidaten een redelijke kennis van machtsfuncties in het algemeen, en zeker bij de twee typen die door de KNAU gehanteerd worden. Maar ben je dan ook in het voordeel bij dit examen? Dat is zeer de vraag.

Als uitsmijter van dit examen wordt gevraagd om *met behulp van differentiëren* aan te tonen dat de grafiek van $P = a\sqrt[r]{r} - b$ voor elke positieve waarde van a steeds minder snel stijgt naarmate r toeneemt. Je moet dus iets aantonen (met differentiëren) wat je als goede leerling al lang weet. Wiskunde B12-leerlingen hebben daar niet zelden erg aan moeten wennen, voor A12 mag dat geen bezwaar zijn. Laten we aannemen dat de leerling met kennis van zaken doet wat van hem^[9] verwacht wordt en correct de afgeleide(n) bepaalt van de (verzamelings) functie(s):

$$P'(r) = \frac{1}{2}ar^{-\frac{1}{2}}$$

Als het goed is weet hij dat dit een dalende (en steeds langzamer dalende) functie is voor positieve waarden van a , maar wat hij niet weet is hoeveel stapjes hij moet opschrijven om alle punten te krijgen. Hij is ook niet getraind in het formuleren van bewijzen, het is tenslotte niet B12.

Kennis is soms macht, maar kan soms leiden tot een gevoel van onmacht. Alleen als je als leerling (en als docent) voldoende zicht hebt op de kwestie 'Wat willen ze dat ik doe en opschrijf', ben je echt in staat je resultaat positief te beïnvloeden. Examentraining is dan vooral ook veel examens maken, en streng (laten) nakijken, en dan maar hopen dat het komende een beetje erop lijkt...

Tenslotte

Het Centraal Examen is het sluitstuk van het wiskundeonderwijs in het voortgezet onderwijs. Er is en wordt veel geschreven over het interessanter en uitdagender maken van dat onderwijs, en veel docenten proberen, ondanks allerlei belemmerende factoren zoals tijdgebrek, daar vorm aan te geven, in hun lessen en in hun schoolexamens. Met de

tv-spelletjes
zijn soms best
ingewikkeld

introductie van de roemruchte praktische opdrachten en het intensiever ICT-gebruik, zijn er veel mogelijkheden die aangegrepen kunnen worden. Dit levert naast veel werk en irritaties (over het niet op tijd inleveren bijvoorbeeld) ook mooie momenten op, waarbij je echt het gevoel krijgt dat leerlingen iets van hun kunnen tonen, en je positief verrast wordt door het niveau van een presentatie, een onderzoek of een werkstuk.

Uiteraard is een CE wat anders dan een SE, bedoeld als aanvulling daarop. Maar betekent dat dat het noodzakelijkerwijs zo vaak een anticlimax moet zijn? Kritiek op centrale eindexamens richt zich vaak op het niveau, de hoeveelheid ('te makkelijk', 'niet te doen', 'te overladen'). Ik heb proberen duidelijk te maken dat er *inhoudelijk* veel is aan te merken op dit examen. Naar mijn overtuiging geldt dit voor veel meer eindexamens. De ruimte en tijd ontbreekt me echter om dat hier en nu te adstrueren.

Maar wat dan? Moeten de examenmakers gewoon beter hun best doen, of is er een koerswijziging nodig? Ik neig de laatste jaren steeds meer naar het laatste, en wil pleiten voor :

1. *Eerlijkheid in de examens* - Veel vragen in vaak ingewikkelde verhalen/contexten zijn eigenlijk bedoeld

(zo blijkt vaak uit het correctiemodel) om bepaalde vaardigheden te toetsen.

Ik vind het dan eerlijker om:

- duidelijk aan te geven om welke vaardigheden het gaat, en wat het vereiste beheersingsniveau is (weg met de geheimzinnigheidscultus!);
- deze vragen zo te stellen dat ook meteen duidelijk is wat er verwacht wordt van de leerling;
- deze vragen te voorzien van een (liefst vooraf te publiceren) helder en eenduidig correctiemodel.

2. *Recht doen aan contexten en inbreng van leerlingen* - Het confronteren van kandidaten met contexten waarbinnen wiskundige activiteiten ontplooid moeten worden is prima, maar neem dan deze context en de leerlingen ook serieus.

- Verdiep je er in als examenmaker, maak eventuele versimpelingen expliciet, en geef vooral leerlingen de ruimte voor eigen inbreng.
- Vervang dwingende vragen door suggesties, en maak duidelijk wat er verwacht wordt.

Een aanpak dus die veel dichter ligt bij de formulering van een praktische opdracht.

Dit vraagt o.a. een heel ander soort correctiemodel, waarbij ook het overleg tussen eerste en tweede corrector veel noodzakelijker is. Verder betekent een dergelijke vraagstelling dat de leerling ook tijd krijgt om zich echt in het probleem te verdiepen.

Bovenstaande lijkt ingrijpend, maar beweegt zich nog binnen de grenzen van het traditionele CE.

Het lijkt me de moeite van het proberen waard.

Noten

[1] Eindexamenopgaven: <http://examen.kennisnet.nl/pdf/300010-19.pdf>

Correctievoorschrift: <http://examen.kennisnet.nl/pdf/300010-19CV.pdf>

Computerexamenopgaven: <http://examen.kennisnet.nl/pdf/300010-41.pdf>

[2] 'Iemand heeft 9 jaar geleden zijn eerste koffiezetapparaat gekocht en nu, 9 jaar later, is net zijn derde koffiezetapparaat kapot gegaan.

Hij gaat naar de winkel en moppert tegen de verkoper dat dit toch wel heel uitzonderlijk is.'

[3] Het gaat om de eindtermen 101 t/m 108 - o.a. in te zien via www.nvww.nl.

[4] 'bij een probleem met meer dan twee beslissingsvariabelen op adequate wijze gebruik maken van een computerprogramma voor het oplossen van lineaire-programmeringsproblemen' (eindterm 107, A12 vwo).

[5] De winstfunctie die afgeleid moet worden is

$W = 4,5 + 0,0275x - 0,01y$. x en y zijn hierbij de percentages appelsap (kost €0,25 per l) resp. amaretto (€4,= per l). De derde component van de cocktail is pisang ambon (kosten €3,= per l). Het percentage daarvan wordt met de letter z aangegeven. De verkoopprijs is €7,50 per liter. Zoals eenvoudig is na te gaan is 4,5 (euro) de winst wanneer alleen pisang ambon wordt gebruikt (en dus $x = y = 0$). Omdat amaretto 1 euro (per liter) duurder is, levert dat per % 1 eurocent minder winst op. De factor van x is op de zelfde wijze te verklaren uit het prijsverschil tussen pisang ambon en appelsap: €2,75.

[6] Waarom niet 'gewoon' de groeifactor (en eventueel de groeivoet) gebruiken? Er geldt: $L^* = \% \log(L(g-1)+1)$.

De op het CE gegeven formule maakt gebruik van de (niet erg nauwkeurige) benadering $x \sim \ln(1+x)$ (voor x dicht bij 0).

[7] Het invullen van bijvoorbeeld 3,34 of 3,26 voor p in de formule geeft enige indicatie. Daar komt nog bij dat de formule zelf vrij onnauwkeurig is. Het juiste antwoord is eerder: rond het jaar 2053.

[8] Het juiste antwoord is op zich met een grafische rekenmachine niet al te moeilijk te bepalen, maar het aflezen en opschrijven is een secuur en tijdrovend werkje. Als ik me niet vergis zou het antwoord moeten zijn: 23,32; 23,37 t/m 23,39; 23,42 t/m 67,11; 67,13 t/m 67,18; 67,22 t/m 67,25; 67,30 en 67,31 (meter).

[9] Uiteraard kan hier en in de volgende regels ook de vrouwelijke vorm gelezen worden.

Over de auteur

Gerard Koolstra (e-mailadres: g.koolstra@chello.nl) is wiskundeleraar aan het St. Michael College te Zaandam, en o.a. intensief betrokken bij het gebruik van ICT in het wiskundeonderwijs.

In Memoriam / Gaspard Bosteels

Op 11 juli jl. overleed op 93-jarige leeftijd Gaspard Bosteels, erevoorzitter van de VVWL (Vlaamse Vereniging van Wiskundeleraars). Hieronder volgen enkele citaten uit het In Memoriam dat staat op de website van de VVWL (www.vvwl.be).

'In het begin van de jaren vijftig was hij één van de oprichters van de Belgische Vereniging van Wiskundeleraars. Gedurende jaren was hij ondervoorzitter van deze vereniging en redacteur van hun tijdschrift *Mathematica & Paedagogia*. Na de ontbinding van de Belgische Vereniging van Wiskundeleraars werd op het einde van

1974 de Vlaamse Vereniging Wiskundeleraars opgericht; Gaspard werd ere-voorzitter van deze vereniging. (...) Gaspard Bosteels heeft veel gepubliceerd. Zeer velen leerden wiskunde in handboeken waarvan hij auteur of medeauteur was. (...) Hij publiceerde een indrukwekkende reeks artikelen in tijdschriften als *Mathematica & Paedagogia*, *Wiskunde en Onderwijs*, *Wiskunde Post*, *Euclides*, *Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde*, ... Tot op het einde van zijn leven had hij belangstelling voor wiskunde en leefde hij mee met het wel en wee van de VVWL. We zullen Gaspard Bosteels blijven herinneren.'

OVERZICHT NIET-CE-STOF HAVO EN VWO

[Marja Bos]

De CEVO heeft vorig jaar enkele subdomeinen aangewezen waarover bij de Centrale Examen havo en vwo 2004 en 2005 geen vragen gesteld zullen worden. De school bepaalt voor dit soort onderdelen zelf, of (en zo ja, op welke wijze) ze in het School-Examen aan de orde komen.

Daarnaast was eerder ook al diverse malen sprake van allerlei andere tijdelijke verlichtingsmaatregelen, permanente aanpassingen en dergelijke.

Voor de duidelijkheid volgt daarom nogmaals een overzicht van de stof die in 2004 en 2005 niet in het CE getoetst zal worden.

In de loop van september wordt een CEVO-aanwijzing van niet-CE-stof voor 2006 verwacht; daarover zal in een volgend nummer van Euclides melding gemaakt worden (en uiteraard ook op de NVvW-website).

Voor nadere informatie zie onder meer

<http://examenblad.kennisnet.nl>, de 'Regeling aanwijzing niet c.e.-stof profielen 2004 en 2005' zoals gepubliceerd in het Gele katern 2002 nr. 11 (van 24 april 2002) bij Uitleg, en www.nvvw.nl (via 'Examens' naar 'Regelingen e.d.').

	Onderdeel	CE	SE	Geldigheid
havo A1	Alle domeinen	nee	ja	tot nader order
havo A12	Subdomein: Bundels van grafieken en 3-dimensionale grafieken (71-72)	nee	eigen keuze	examens 2004 en 2005
	Subdomein: De binomiale verdeling (87-90)	nee	eigen keuze	examens 2004 en 2005
havo B1	Domein: Ruimte meetkunde 1	nee	ja	tot nader order
	Subdomein: Periodieke functies (64-73)	nee	eigen keuze	examens 2004 en 2005
havo B12	Domein: Tellen en kansen	nee	ja	tot nader order
	Subdomein: Periodieke functies 2 (99-103)	nee	eigen keuze	examens 2004 en 2005
vwo A1	Eindtermen 3, 10 (w.b. rekenregels logaritmen), 13, 23 en 24	nee	nee	tot nader order
	Domein: Grafen en matrices	nee	eigen keuze	examens 2004 en 2005
	Subdomein: Het toetsen van hypothesen (147-150)	nee	eigen keuze	tot nader order
vwo A12	Eindtermen 3, 10 (w.b. rekenregels logaritmen), 13	nee	nee	tot nader order
	Domein: Grafen en matrices	nee	eigen keuze	examens 2004 en 2005
	Subdomein: Ruimtelijke objecten	nee	nee	tot nader order
	Domein: Keuzeonderwerp	nee	ja	tot nader order
vwo B1	Domein: Continue Dynamische Modellen	nee	ja	tot nader order
	Domein: Keuzeonderwerp	nee	ja	tot nader order
vwo B12	Domein: Continue Dynamische Modellen	nee	ja	tot nader order
	Domein: Keuzeonderwerp	nee	ja	tot nader order
	Eindtermen 140-144, 151-153, 167-175	nee	nee	tot nader order

CE = centraal examen; SE = schoolexamen. De getallen tussen haakjes verwijzen naar eindtermen.

dat zijn je collega's



de • jaren • ervaring • collega



de • juridisch • geadviseerde • collega



de • niet • van • deze • wereld • collega



de • helpt • je • uit • de • shit • collega



de • over • de • rooie • collega



de • grote • oren • collega



de • daar • kan • je • mee • lachen • collega



de • straks • voor • de • klas • collega



de • daar • heb • je • wat • aan • collega

De **Algemene Onderwijsbond** staat voor het allerbeste onderwijs. Met ruim 73.000 onderwijscollega's is de AOb de grootste onderwijsvakvereniging van Nederland. Wij behartigen de belangen van alle onderwijscollega's van basisschool tot hogeschool, van onderwijsstudent tot directeur. Wie nu voor een jaar lid wordt, betaalt de eerste drie maanden slechts € 5,- per maand én krijgt een hip collega-shirt. U kunt tot 31 december 2003 van deze actie gebruik maken.

stuur deze bon naar:
Algemene Onderwijsbond
 antwoordnummer 4346
 3500 VE Utrecht



● Ja, ik word lid van de Algemene Onderwijsbond

Voorletters en Naam	M / V	Geboortedatum
Privé-adres	Telefoonnummer	
Postcode en Woonplaats	E-mail	
Bruto salaris	Rekeningnummer (de contributie wordt per maand afgeschreven)	
Naam school	Adres school	
Schoolcode	Postcode en Plaats	
Handtekening	Datum	



www.aob.nl

0900 463 62 62

Aan de leden van de vaste commissie voor Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen,
Postbus 20018,
2500 EA 's-Gravenhage

Betreft: herziening wiskunde 2e fase

Rijswijk, 15 augustus 2003

Geachte dames en heren,

Ondanks breed en stevig protest tegen de voorgenomen reducties van de exacte vakken, en ondanks toezeggingen van de minister om nog eens naar de wiskunde in het profiel NT te kijken, zijn de plannen voor de tweede fase wat wiskunde betreft nauwelijks gewijzigd, is het profiel NT een minimumvariant van NG geworden, en is het toegezegde vak voortgezette wiskunde in rook opgegaan.

Middels deze brief wil de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren graag proberen u ervan te overtuigen dat dit een slechte zaak is, en u een werkbaar alternatief aanreiken waarin wel recht wordt gedaan aan wiskunde en de overige exacte vakken, binnen de uitgangspunten van de nota. We hopen daarbij op uw steun om de plannen bij te stellen.

Bij de totstandkoming van de tweede fase is na uitvoerige discussies, mede op aandrang van de Tweede Kamer, besloten wiskunde als verplicht vak op te nemen in alle profielen. In de nieuwe voorstellen is dit uitgangspunt voor de havo overigens weer verlaten.

Om tegemoet te komen aan de verschillende eisen per profiel, variërend van alledaagse gecijferdheid (ook leerlingen met wiskunde A bezitten de kennis om bijvoorbeeld indertijd het aanbod van Legiolease door te

rekenen) tot voorbereiding op een exacte studie is de inhoud en de omvang van de programma's bepaald.

Tegelijkertijd is het vwo-programma voor de N-profielen geheel vernieuwd, de andere programma's waren recentelijk al vernieuwd en zijn in geringere mate aangepast. Het is ons dus niet duidelijk waar de zinsnede in de brief van de minister over noodzakelijke modernisering op slaat.

In de nieuwe voorstellen wordt het nieuw ontwikkelde vwoNT-programma (in overleg met universiteiten en na een jarenlange proef op proefscholen ingevoerd) alweer afgeschaft. Zonder argumentatie en ons inziens ook zonder noodzaak.

Immers: de eerste examenresultaten stemmen tot tevredenheid (dit geldt ook voor NT havo), het programma is gevarieerd, met voldoende abstractie, leerlingen en leraren werken er met plezier aan. Inhoudelijk is er dus geen enkele reden om ingrijpend juist aan deze vakken te sleutelen. Integendeel, de problemen bij wiskunde doen zich juist voor bij NG, waar het soms zeer geringe percentage contacttijd in relatie tot de studielast het meest nijpend is. *Graag zouden we dan ook een onderzoek zien instellen waarbij per vak onderzocht wordt welke onderdelen en leerlingactiviteiten in de studielast met dan wel zonder docent kunnen worden verricht, om zo te kunnen komen tot een meer objectieve omrekening van studielast naar contacttijd.* Die omrekenfactor is nu per school vaak voor alle vakken gelijk, met grote variaties tussen de scholen. Een voorbeeld: voor vwoNT (slu nu 760 uur) varieert de contacttijd tussen 3 jaar 3 lessen en 3 jaar 5 lessen per week. Met merkbaar (examen)resultaat. Elke inhoudelijke discussie over omvang en zwaarte van het vak komt hiermee op losse

schroeven te staan. Het is maar weinigen gegeven om zich zonder docent de stof eigen te maken. Zelfs Leonardo da Vinci, overigens autodidact, had een leraar voor de wiskunde. Het is ook niet correct om het vak (de docenten) de schuld te geven van een op dit punt soms inadequate schoolorganisatie. De verdergaande reducties voor wiskunde versterken het probleem.

Deelvak, heelvak?

Het standaardiseren van de vakomvang betekent dat elke leerling evenveel wiskunde krijgt, ongeacht de beoogde vervolgopleiding. De gekozen omvang zal in de praktijk van veel scholen neerkomen op 2 hoogstens 3 lessen per week.

Ter illustratie: in de lessentabel van hbs-b (de tijd van onze Nobelprijswinnaars exacte vakken) stond wiskunde voor 6 uur in de vierde en de vijfde klas, tezamen met 4 uur natuurkunde en 4 uur scheikunde goed voor 14 uur exacte vakken in de week; 2 lessen wiskunde per week was voor de gymnasium-alfa-leerling.

In de ons omringende landen zijn dit ook nu nog gebruikelijke aantallen, in Nederland al lang niet meer.

Het moge duidelijk zijn dat je met name de leerlingen voor wie de wiskunde in hun vervolgopleiding van belang is hiermee ernstig tekort doet. Met de voorgestelde omvang is zelfs de illusie van een aansluiting niet te realiseren. Goed onderwijs in de exacte vakken kost nu eenmaal tijd, je kunt abstracte structuren en verbanden niet even uit je hoofd leren. Ook bèta-leerlingen hebben recht op een goede vooropleiding. Als de mogelijkheid tot verdieping ontbreekt laat je ook veel wiskundig talent braak liggen. Juist in de periode van 12 tot 18 kunnen leerlingen enorme vorderingen maken in het vermogen

tot analytisch en abstract denken, èn daar veel plezier aan beleven.

De wiskunde heeft zich de afgelopen jaren fors ontwikkeld. De moderne technologie zou zonder deze ontwikkelingen niet mogelijk zijn geweest. Dat zou een aanleiding kunnen zijn voor meer wiskunde in het voortgezet onderwijs. Wij bepleiten dat niet, omdat we met de minister van mening zijn dat het voortgezet onderwijs niet een semipropeuse is. De keuze om de wiskunde voor bèta-leerlingen dan maar terug te brengen tot een niveau dat lager ligt dan de laatste 50 jaar het geval was lijkt ons evenwel een te ver doorslaan in de verkeerde richting.

Aan de andere kant kun je je afvragen waarom de vwo-CM-leerling vanwege dezelfde standaardisering zoveel meer wiskunde moet krijgen dan nu het geval is. Een kleine groep alfa-leerlingen 3 jaar lang lastig vallen met slappe wiskunde is zonde van de tijd en inspanning. Er zijn tal van studies waarvoor wiskunde geen enkele rol speelt. Studies waarbij dat wel het geval is zijn beter gediend met een volwaardig vak wiskunde A (of B) dat door CM-leerlingen kan worden gekozen. Dit vindt u terug in ons alternatief voorstel^[1].

Minimalisering als keuze?

Natuurlijk is het mogelijk om in het voortgezet onderwijs in Nederland te kiezen voor een minimalisering van het onderwijs in de wiskunde voor de bèta-leerlingen. Maar dat gaat niet samen met versterking van de positie van bèta en techniek. De reducties van de exacte vakken nu zijn vooral een rekenkundig gevolg van elders gemaakte keuzes, zwak inhoudelijk gemotiveerd (een vak wordt niet aantrekkelijker door het te amputeren, een leerling die het vak kiest omdat het makkelijker is zal niet snel suc-

cesvol een exacte studie afsluiten) en zeer frustrerend voor al diegenen die zich met grote inzet dagelijks bezighouden met het onderwijs in de exacte vakken. Tegelijkertijd wordt er van docenten exacte vakken een inzet gevraagd om bij te dragen aan de gewenste 15% toename van het aantal studenten. Dit is een onmogelijke combinatie.

Immers, juist het meest succesvolle bèta-profiel NT wordt uitgekleeft tot een mindere variant van het minder succesvolle NG. Van de NT-leerlingen kiest een aanmerkelijk groter percentage voor een exacte studie dan van de NG-leerlingen.

Verstandig zou o.i. zijn het NT-profiel te versterken, zodat dit percentage nog groter kan worden. In ons alternatief hebben we daarvoor het vak WINAS bedacht. Dat is niet een verzwaring, het hoeft niet moeilijker, maar een interessante verdieping.

We vragen u met klem de consequenties van deze plannen nader te bezien; het kan namelijk heel eenvoudig ook anders. De bèta-organisaties hebben een alternatief model ontwikkeld op basis van de uitgangspunten van de voorstellen, waarbij de studielast voor wiskunde is gehandhaafd en er toch ook evenveel ruimte is voor eigen keuzes, met bovendien een aantrekkelijk nieuw vak in het profiel NT. Als voorbeeld sturen we u de vwo-tabel mee^[1]; een havo-tabel is langs dezelfde lijnen te ontwikkelen.

Keuze bevorderen

Goed en inspirerend wiskundeonderwijs heeft voldoende tijd nodig. Dat is een noodzakelijke, maar geen voldoende voorwaarde voor een vergroting van de keuze voor exact. Het aantal lessen alleen is niet bepalend voor die keuze, het probleem ligt breder. De NVvW, NVON en Boze Bèta's hebben hiervoor een 20-stappenplan

opgesteld, waarover we ook graag met u van gedachten willen wisselen. Dit plan is als bijlage meegestuurd.

Tot slot

De situatie bij wiskunde is niet zonder problemen, de huidige voorstellen lossen niets van de problemen op, maar versterken die. De werkdruk van de docent stijgt, de motivatie daalt.

Er is overigens een opmerkelijke gelijktijdigheid tussen de afname van het aantal studenten wiskunde en de wijzigingen in het programma op het vwo. Het afschaffen van het abstracte vak wiskunde-2 viel samen met een daling van het aantal studenten, de invoering van de tweede fase ook. Daarmee is niet bewezen dat meer aandacht voor wiskunde automatisch meer studenten oplevert, maar het door de minister gewenste tegendeel: minder uren, minder diepgang en (dus) meer studenten zeker ook niet.

We hopen van harte dat we er niet pas in 2010 achter zullen moeten komen dat je bèta niet stimuleert door het eerst af te breken en doen daarom een ernstig beroep op u om uw verantwoordelijkheid te nemen teneinde deze afbraak van de exacte vakken te voorkomen.

Voor een uitvoeriger reactie verwijzen we naar onze reactie op de plannen van januari 2003 die we u al eerder toezonden.

Met vriendelijke groet,
drs. Marian P. Kollenveld,
voorzitter NVvW

Noot van de redactie

[1] De drie bijlagen bij deze brief zijn opgenomen op de NVvW-website: www.nvww.nl/download/eucl791.zip
Het bestand bevat een Word-document.



Verenigingsnieuws

Jaarvergadering/ Studiedag 2003

15 november te Nieuwegein

Tweede uitnodiging voor de jaarvergadering/studiedag 2003 van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op zaterdag 15 november 2003.

Dit jaar wordt de studiedag mede georganiseerd door het samenwerkingsverband van de projectgroep *WisKids*. Aanvang 10:00u, sluiting ca. 16:00u. Ook deze studiedag vindt weer plaats in Nieuwegein, in het gebouw van het Cals College

Vreeswijksestraatweg 6a
3430 AC Nieuwegein
telefoon: 030-6036604

website: www.cals.nl

Het Cals College is met het openbaar vervoer goed bereikbaar (met de sneltram) en er is voldoende parkeergelegenheid bij de school.

Kosten

De studiedag is gratis voor leden.

Leden: Maak eens reclame voor de vereniging en breng een collega-niet-lid mee!

Niet-leden zijn welkom tegen betaling van een bijdrage in de kosten van €42,50. (Deze kosten kan de school betalen uit de nascholingsgelden!)

Hiermee zijn zij, als ze daarvoor belangstelling hebben, tevens gratis lid van de vereniging tot 1 augustus 2004, inclusief alle faciliteiten, waaronder de acht nummers van de lopende jaargang van *Euclides*, gratis toegang tot regionale studiebijeenkomsten en examenbesprekingen in het voorjaar en mogelijkheid tot deelname aan de verenigingswerkgroepen. Ook studenten zijn welkom; zij betalen €15,-.

Wie een lunch bestelt, betaalt daarvoor €7,-.

Aanmelding

Aanmelding dient te geschieden vóór 25 oktober 2003.

Leden die geen lunch bestellen, sturen een briefkaart aan:

F.J. Osseweijer
Lindelaan 79
3319 XJ Dordrecht
telefoon: 078-6160576

Alle anderen maken het voor hen geldende bedrag over op giro 4470718 ten name van Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren te Dordrecht. Betaalt u via een gezamenlijke of schoolrekening of girotel, vermeld dan ook de volledige deelnemersnaam, adres en woonplaats. Het voor u geldende bedrag kunt u aflezen uit de volgende tabel.

	Zonder lunch	Met lunch
Lid	briefkaart	€ 7,00
Niet-lid	€ 42,50	€ 49,50
Student (niet-lid)	€ 15,00	€ 22,00

U wordt tevens verzocht, op de briefkaart of bij uw betaling, duidelijk aan te geven aan welke werkgroepen u wenst deel te nemen. Omdat niet alle combinaties gerealiseerd kunnen worden, verzoeken wij u voor de twee rondes tenminste *drie werkgroepen* te kiezen waarin de volgorde van prioriteit 1, 2 en 3 aangeeft. U noteert de nummers van deze werkgroepen dan bijvoorbeeld als volgt: W2-W11-W9. De plaatsing in werkgroepen geschiedt in volgorde van binnenkomst van aanmelding. De plaatsing wordt niet bevestigd; aan het begin van de dag ontvangt u een badge met uw plaatsingsgegevens. Ter plaatse aanmelden is mogelijk, echter niet wenselijk omdat bij onvoldoende voorinschrijving van een werkgroep deze niet zal doorgaan. De werkgroepvoerders stellen hun tijd en inzet gratis ter beschikking en het is dan teleurstellend om voor twee personen een lange trip te moeten maken. Voor de organisatie is het van belang dat u zich op tijd aanmeldt. Wilt u toch op de dag zelf aanmelden, dan betaalt u €20,- extra

en is het kunnen bijwonen van een werkgroep afhankelijk van de beschikbare ruimte.

Certificaat

De NVvW heeft de mogelijkheid om nascholingscertificaten uit te reiken. Wilt u een certificaat ontvangen, vermeld dan bij uw aanmelding ook uw voorletters en uw geboortedatum. U noteert dan bijvoorbeeld: W2-W11-W9/PT/11-01-1956. U kunt uw certificaat na afloop van de studiedag (vanaf 15:45u) in ontvangst nemen, op vertoon van een geldig identiteitsbewijs. U hebt alleen recht op een certificaat als u de gehele studiedag heeft meegeemaakt. Certificaten worden niet nagestuurd.

Informatie

Contactpersoon voor de jaarvergadering/studiedag is Marianne Lambriex, tel. 0497-517781 (na 18.00 uur), e-mail: lam@scehv.iae.nl met CC naar m.lambriex@fontys.nl. Bij onbereikbaarheid Swier Garst, tel. 0187-642177, e-mail: s.garst@nvvw.nl

Programma themagedeelte studiedag

Het thematische gedeelte van de studiedag wordt dit jaar ingekleurd door het *WisKids*-project. Voor meer achtergrondinformatie zie p. 381 van het juni-nummer van *Euclides*, jrg. 78. De studiedagcommissie bestaat uit Chris Zaal, Heleen Verhage en Marianne Lambriex (organisatie; e-mail: m.lambriex@nvvw.nl). Er zijn weer veel workshopvoerders bereid om geheel belangeloos en gratis, hun tijd, hun ervaring en hun weten met de vereniging te delen zodat we u weer een zeer gevarieerd aanbod van workshops kunnen geven. Alvast een woord van dank aan hen.

Agenda

- 09:30–10:00u Aankomst, koffie/thee
10:00–10:50u Huishoudelijk gedeelte (agenda volgt)
10:50–15:45u Themagedeelte (studiedag) **WisKids geeft wiskunde kleur**
Zie verderop voor een korte beschrijving van de onderdelen van de studiedag.
10:50–11:00u Inleiding op de studiedag
11:00–11:30u **Plenaire lezing door Marco Swaen**
11:35–11:50u Prijsuitreiking Veelvlakkenprijsvraag van het tijdschrift Pythagoras door Prof. F. van der Blij (emeritus UU)
11:55–12:10u Markt/koffie/thee
12:10–13:10u Werkgroepen ronde I
13:10–13:55u Markt/lunch
14:00–15:00u Werkgroepen ronde II
15:00–15:20u Markt/koffie/thee
15:20–15:55u **Plenaire lezing door Leo Prick**
16:00–16:15u Vervolg huishoudelijk gedeelte:
- Rondvraag. Leden die een vraag in de rondvraag willen stellen, wordt verzocht deze tijdens de eerste pauze schriftelijk in te dienen bij de voorzitter.
- Sluiting door de voorzitter.

Plenaire lezingen

Veelvlakken tussen studeerkamer en hobbyschuur

Marco Swaen (FEA)

Terwijl de botanicus afgelegene streken afspeurt naar nieuwe plantensoorten en de astronoom met een kijker naar de hemel tuurt, heeft de wiskundige niet meer dan een vel papier om naar te kijken, met de krabbels die je er zelf op hebt gezet. Dit wat klassieke beeld van het werk van de wiskundig onderzoeker zal, ook in de huidige praktijk, nog vaak opgaan. Niet echter bij het onderzoek naar veelvlakken, daar schiet abstract denkvermogen al gauw te kort en grijp je naar karton, hout, klei of computer om de wiskunde haar geheimen te ontfutselen.

Ontwikkelingen rondom het wiskundeonderwijs

drs. L. Prick

Leo Prick is o.a. columnist van NRC Handelsblad en heeft een onderwijsadviesbureau. Hij zal met ons, op zijn welbekende scherpe wijze, zijn inzichten en denkbeelden delen over de huidige ontwikkelingen in en rond het onderwijs en de plaats daarin van de β -vakken.

Werkgroepen

W1 - Verrijkingscursussen voor brugklassers en basisscholieren
Marijke van Dam (Groene Hart Lyceum, Alphen a/d Rijn), Wim Berkelmans (Vierkant voor Wiskunde)

De workshop zal laten zien hoe je een verrijkingscursus wiskunde op school kunt opzetten waaraan brugklassers en kinderen van de bovenbouw van basisscholen uit de omgeving deelnemen. Zowel organisatie als inhoud komen aan bod.

W2 - Leren in spelen

Leon van den Broek (Kangoeroe), Harrie Broekman (UU), Leo Prinsen (IPABO, Amsterdam)

Strategische spelletjes bieden rijk onderwijs voor alle leeftijden: van spelelement naar rekenen met kwalitatieve kansen en redeneren. In deze workshop, geleid door drie enthousiaste spelletjesfanaten, komen met name Thodi en Kangoeroe Solitair aan bod.

W3 - Trainen voor de Eerste Ronde van de Nederlandse Wiskunde Olympiade

Wiel Cleven (Stedelijk Gymnasium Breda)
Het Stedelijk Gymnasium Breda heeft

de afgelopen twee jaar de scholensprijs veroverd van de Eerste Ronde van de Nederlandse Wiskunde Olympiade. Wiel Cleven is op zijn school wedstrijdleider. Hij zal iets vertellen over de voorbereiding op school op de Wiskunde Olympiade. Ook verwante buitencurriculaire wiskundeactiviteiten komen aan bod. Het is de bedoeling dat in de workshop de deelnemers ook hun eigen ideeën en ervaringen op dit gebied uitwisselen.

W4 - Docent en computer in balans
Lodewijk van Schalkwijk (Ratio, Nijmegen), Sander Verbroekken (Elzendaalcollege, Boxmeer), Leon van den Broek (Ratio, Nijmegen), Jozelien van Heertum-Steeg (Lindeholtcollege, Nijmegen)
Ratio is een on-line wiskundemethode voor het VO die ontwikkeld wordt door de Universiteit Nijmegen. Lesgeven met een ICT-wiskundemethode, hoe gaat dat? In deze workshop komen theorie én praktijk aan bod, o.a. de ervaringen met de hoofdstukken 'Hoeken' en 'Machten'.

W5 - Creativiteit testen?

Jenneke Krüger, Pieter van der Zwaard (SLO)

Kun je wiskundige creativiteit bij leerlingen meten of zelfs stimuleren door middel van testen? In samenwerking met de universiteit van Leeds heeft de SLO dit jaar een pilot-test uitgevoerd met hulp van docenten op tien scholen. We laten een en ander van de resultaten zien. We zijn benieuwd naar de mening van deelnemers over wenselijkheid, geschiktheid en mogelijkheden.

W6 - Chaos: wat je niet ziet en er wel is

Swier Garst (SG Goeree en Overflakkee)

In deze werkgroep kijken we naar eigenschappen van de logistische afbeelding $x(n+1) = a \cdot x(n) \cdot (1 - x(n))$, die we als nieuweling bij webgrafieken uit het vwo-programma wiskunde A12 kennen. Voor bepaalde waarden van de parameterwaarde a laat

de computer weliswaar mooie plaatjes zien, maar met enig redeneren kunnen we tot de conclusie komen dat er nog veel meer dynamica moet zijn dan je op het eerste (computer)gezicht waarneemt. Deze werkgroep komt tot stand als een resultaat van het NWO-project *Leraar in Onderzoek*, dat in deze workshop ook toegelicht gaat worden.

W7 - Vliegers als praktische opdracht in 3-vmbo

Heidi de Hoon, Yvonne van den Burgt (Stedelijk College Eindhoven)

In deze werkgroep gaat u zelf aan de slag met een praktische opdracht die is uitgetoetst in 3-vmbo in verschillende leerwegen. In deze praktische opdracht gaan leerlingen zelf vliegers bouwen. Aan de hand van prijslijsten van het benodigde materiaal moeten ze prijzen uitrekenen en vergelijken. Ook de vormen van de vliegers spelen een belangrijke rol bij de opdrachten. Met deze praktische opdracht heeft het Stedelijk College in Eindhoven de eerste prijs in de categorie vmbo gewonnen van de Wiskunde Scholen Prijs 2002 in het kader van het WisKids project.

W8 - Rekenmeesters

Danny Beckers (De Monnikskap, Nijmegen), Marjolein Kool (Hogeschool Domstad, Utrecht), Harm Jan Smid (TU Delft)

Eind september verschijnt het eerste deel van de serie 'Rekenmeesters'. De serie zal gaan bestaan uit facsimiles van historische lesboeken over rekenen en wiskunde. Het gaat om boeken die gebruikt werden door uw historische collega's. Elke facsimile wordt voorafgegaan door een uitvoerige en geïllustreerde inleiding die het boek in zijn cultuur- en onderwijshistorische context plaatst.

De serie is bij uitstek geschikt om een historisch tintje (een ander kleurtje) aan de wiskundeles te geven, in de vorm van een uitstapje buiten het gewone curriculum of als informatiebron voor een praktische opdracht. In

deze werkgroep zal de redactie van de serie een aantal van deze onderwijsmogelijkheden actief met u bestuderen.

W9 - Wiskunde: waarom?

Job van de Groep (decaan Oosterlicht College, Nieuwegein), Chris Zaal (Freudenthal Instituut)

Een workshop over beroepsperspectieven in relatie tot wiskunde. In een open discussie willen we met de deelnemers van deze workshop bespreken wat je als wiskundedocent zoal kan doen om een exacte studiekeuze voor leerlingen aantrekkelijker te maken. Aan de orde komen o.a.: vooroordelen en misverstanden over beroepen en opleidingen; waarom bepaalde beroepen die een sterk wiskundige inslag hebben, juist ook aantrekkelijk kunnen zijn voor aspirant-studenten in economie, gezondheidszorg en ICT; waarom het belangrijk is om in de onderbouw van het VO leerlingen duidelijk te maken dat wiskunde een erg interessant vakgebied is, en niet alleen voor WisKids! Hoe een (misschien ongebruikelijke) route van een wiskundestudie of een andere wiskundig getinte studie kan leiden tot een bepaald beroep of bepaalde functie.

W10 - WisFaq, de digitale vraagbaak

Willem van Ravenstein (moderator WisFaq)

WisFaq (www.wisfaq.nl) functioneert sinds augustus 2001 als de Nederlandse website om vragen over wiskunde en wiskundeonderwijs te stellen en beantwoord te krijgen. Na een jaar voorzichtig experimenteren is WisFaq nu een goed lopende site, waar veel gebruik van gemaakt wordt. In deze workshop laten we zien wat WisFaq is en hoe het werkt (bijvoorbeeld: wie beantwoorden al die vragen eigenlijk?) en gaan we op zoek in de al beantwoorde vragen naar bijzondere antwoorden. Vanzelfsprekend krijgt u de kans om mee

te denken over hoe WisFaq nog beter kan functioneren.

W11 - Computeralgebra als instrument bij het leren van algebra

Paul Drijvers (Freudenthal Instituut)

Algebra wordt door veel docenten gezien als een lastig onderwerp in het wiskundeprogramma. Computeralgebra is software die algebraïsche bewerkingen kan uitvoeren. De vraag werpt zich op of het werken met computeralgebra kan bijdragen aan het algebraïsch inzicht van leerlingen. In deze werkgroep geef ik een indruk van mijn promotieonderzoek op dit gebied. Aan de hand van voorbeeldopgaven en leerlingewerk wordt ingegaan op het samenspel tussen algebraïsch inzicht en het vermogen om computeralgebra als nuttig instrument te gebruiken.

W12 - Authentieke contexten in wiskundemethoden voor het vmbo

Monica Wijers en Vincent Jonker (Freudenthal Instituut)

Veel wiskundemethoden voor het vmbo sluiten minder goed aan bij de belevingswereld van de leerlingen dan voorondersteld. In deze workshop gaan we in op de resultaten van een kortlopend onderzoek naar de rol van authentieke contexten in wiskundemethoden voor het vmbo. Dit onderzoek is uitgevoerd in opdracht van de NVvW.

De centrale vragen waren:

- Sluiten de verschillende wiskundemethoden die gebruikt worden in de beroepsgerichte leerwegen van het vmbo klas 3 en 4 voldoende aan bij de belevingswereld van de leerlingen?
- In hoeverre komen in de bedoelde methoden betekenisvolle leertaken voor?
- In hoeverre zijn onderdelen in de bedoelde methoden sectoraal ingekleurd?
- Zijn er onderdelen in de bedoelde wiskundemethoden die inzetbaar (te maken) zijn ten behoeve van authentiek onderwijs?

W13 - Samenhang tussen vakken in de Natuurprofielen.

Jenneke Krüger (SLO)

Meer samenhang tussen vakken in de profielen is zowel voor leerlingen als docenten uiteindelijk voordelig. Hoe bereik je op een effectieve manier, toegesneden op wat in je eigen school mogelijk en wenselijk is, meer samenhang tussen de vakken van de Natuurprofielen?

In deze workshop kunt u ervaren hoe dat te bereiken is, ondersteund door materiaal van de SLO.

W14 - Meetkunde met de TI83-Plus *Dick Klingens (Krimpenerwaard College, Krimpen ad IJssel)*

Een speciale versie, CabriJunior[®], van Cabri Geometry is beschikbaar voor de TI83-Plus. Daarmee komt de dynamische meetkunde binnen het bereik van een ieder, en op iedere plaats! In de workshop zullen we de menu's bekijken en uiteraard de verschillen tussen de PC-versie en CabriJr. We zullen het gebruik behandelen bij enkele onderwerpen uit de onder- en bovenbouw, en laten zien hoe eenzelfde figuur via TI-Connect van de TI83-Plus kan worden overgebracht naar Cabri Geometry II Plus, draaiend op een PC, en omgekeerd.

W15 - Wisnet in het HBO

Metha Kamminga (NVvW)

Vorig jaar hebben enkele hogescholen een Surf-aanvraag voor subsidiegelden gedaan en is deze aanvraag niet gehonoreerd. Zoals u misschien niet weet heeft ook dit jaar weer een samenwerkingsverband van hogescholen een Surf-aanvraag gedaan - en ook als deze weer niet gehonoreerd wordt, zijn deze hogescholen bereid het project toch door te zetten. U wordt verder voorgelicht over de voortgang van het project.

W16 - Energizers

Ingrid Berwald (APS)

Hoe start je een les of geef je informatie zonder zelf veel te praten? Energi-

zers zijn voor deze leeractiviteiten uiterst geschikt. Een energizer is een korte opdracht om de leerlingen bij de les te betrekken. Een kort actief moment waarbij de leerling zijn of haar energie kwijt kan. Een geschikt middel om te motiveren. De workshop biedt gelegenheid om kennis te maken met deze leeractiviteiten, voor velen een eye-opener. Direct te gebruiken in de lespraktijk van elke dag.

W17 - Verwondering en verbeelding in het vmbo

Ton Konings (APS)

Een wiskundeles beginnen met verwondering. Hoe kun je leerlingen nieuwsgierig maken naar het boeiende van de 'wiskunst'? U zult tijdens de workshop voorbeelden zien die een bijdrage kunnen leveren aan het bevorderen van de motivatie en het versterken van het leerproces. Voorbeelden waarbij leerlingen zelf regelmatigheden, structuren en patronen hanteren om wiskundige eigenschappen te verbeelden. Zelf ontwikkelen en ervaren hoe om je heen de wiskunde een rol speelt in allerlei cultuuruitingen. U bewerkt voorbeeldopdrachten voor uw eigen lessituatie in het vmbo.

W18 - ICT-gebruik in het vmbo

Hans Stam (APS)

De toepassing van de computer bij de door u gebruikte methode staat centraal. U krijgt inzicht in wat er aan geschikte software bij de methode hoort. Hoe kun je bijvoorbeeld applets inpassen? Is er een rol voor ICT in de uitvoering van de praktische opdrachten? Naast het oefenen en bekijken is er aandacht voor didactiek, organisatie en dergelijke. Doel van de workshop is het vertrouwd raken met de mogelijkheden van de ICT in de wiskunde. Een uiterst actuele aangelegenheid.

W19 - ICT en/of PO vervangt leerstof

Ton Lecluse (Het Nieuwe Lyceum, Bilt-hoven)

In deze workshop komen verschillende ideeën over ICT en PO's aan de orde die ook leerstofvervangend zijn. Zo kan bijvoorbeeld de PO 'Kijkdozen' vrijwel het gehele (ruimte)meetkundeprogramma van het vwo vervangen. Interactieve html-lesbrieven kunnen de leerling begeleiden bij het werken met geavanceerde software om zelfstandig bepaalde wiskundeonderwerpen te exploreren, zoals het leren werken met log- en waarschijnlijkheidspapier. Dit materiaal kan in de les maar ook zelfstandig erbuiten via internet worden doorgevoerd, op school of thuis.

W20 - De plaats van het wiskundeonderwijs en de actualiteit *Bestuur NVvW*

Wegens groot succes vorig jaar ook dit jaar weer een discussiewerkgroep. We durven geen voorspelling te doen over wat er op 15 november actueel is. Wellicht waait er dan een frisse wind door het onderwijs? Misschien delen de scholen tegen die tijd hun eigen bevoegdheden uit? Wordt er nog wel wiskundeonderwijs gegeven? Eén ding is zeker: actualiteit is er. Ze wordt voor u in een korte inleiding op een rij gezet, en dan bent u aan de beurt.

W21 - Workshop

Kees Hoogland (APS)

Ten tijde van de deadline van dit nummer (5 augustus jl.) waren inhoud en titel van deze workshop nog niet bekend bij de organisatie. Als na de vakantie deze Euclides bij u op de deurmat ligt, dan is het natuurlijk wel allemaal bekend en kunt u de inhoud van deze mysterieuze workshop bekijken op onze website. Dus als u bij Kees Hoogland een fascinerend uurtje wilt doorbrengen, moet u W21 kiezen.

Puzzel 791 - De vijf dames op het schaakbord

Voor de niet-schakers: de Dame, ook wel Koningin genoemd, is een schaakstuk, en wel in zekere zin het sterkste stuk.

Een Dame die op het veld (x, y) staat, bestrijkt de velden (a, y) , (x, a) , $(x + a, y + a)$ en $(x + a, y - a)$ voor alle gehele a (natuurlijk voor zover deze paren corresponderen met een veld op het schaakbord). In **figuur 1** geeft de letter D een Dame weer; de stippen zijn de velden die zij bestrijkt.

Voor het gemak spreken we in het vervolg over een veilige stelling van een aantal Dames als deze Dames samen alle onbezette velden (en eventueel ook bezette velden) bestrijken.

Een klassieke puzzel is om met vijf Dames op een schaakbord een veilige stelling te vormen. Deze puzzel is te eenvoudig voor de lezers van deze rubriek en heeft overigens erg veel oplossingen.

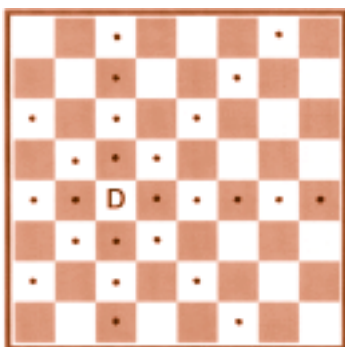
Opgave 2

Bepaal een veilige stelling met 17 Dames op een bord van 31 bij 31.

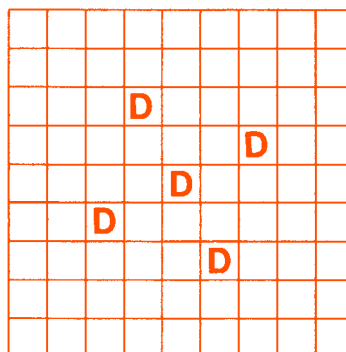
Oplossingen kunt u mailen naar a.gobel@wxs.nl of per gewone post sturen naar F. Göbel, Schubertlaan 28, 7522 JS Enschede. Er zijn weer maximaal 20 punten te verdienen per goede oplossing. De deadline is 13 oktober a.s.

Om een snellere doorstroming op de ladder te bewerkstelligen keren we dit seizoen twee keer een ladderprijs uit in de vorm van een boekenbon van €30,-. Verder is er een kerstprijs van €30,- voor de beste inzending van de kerstpuzzel, en aan het eind van het seizoen worden er twee prijsjes van €20,- en €15,- verloot onder de trouwe inzenders.

FIGUUR 1



FIGUUR 2



We generaliseren de puzzel naar grotere borden, en we definiëren $D(n)$ als het kleinste aantal Dames waarvoor een veilige stelling bestaat op een bord van n bij n . Als voorbeeld ziet u in **figuur 2** een veilige stelling van vijf Dames op een bord van 9 bij 9. Dit aantal van vijf is niet te verbeteren, dus $D(8) = D(9) = 5$.

Opgave 1

Is er een n groter dan 9 met $D(n) = 5$?

Voor de tweede opgave nemen we een nog groter bord.

In het mei-nummer (jrg. 78, nr. 7, p. 343) heb ik de heer A. Verheul uitgedaagd om te bewijzen dat een vlieger niet in 6 of 7 vliegers kan worden verdeeld. In de loop van juni ontving ik zijn bewijs. Hiermee is ons probleem opgelost voor alle waarden van het aantal vliegers!

Oplossing

'Gezocht: een optimale stopregel'

Opgave 1

Er zijn oneindig veel optimale strategieën. In verband met opgave 2 geven we de twee consistente:

A. Gooi door zolang de worp ≤ 2 is.

B. Gooi door zolang de worp ≤ 3 is.

De bijbehorende verwachte score is $\frac{108}{25}$.

Opgave 2

De tabel geeft 125 maal de kans op de scores 0, ..., 6 voor de strategieën A en B.

score	0	1	2	3	4	5	6
A	5	0	0	30	30	30	30
B	17	0	0	0	36	36	36

Er zijn negen goede oplossingen

binnengekomen; zes hiervan behandelen ook de n -zijdige dobbelsteen. De gekozen methoden liepen nogal uiteen.

Uitwerking voor $n = 6$

Opgave 1

Na een 6 moet je natuurlijk niet verder gooien. Intuïtief is het wel duidelijk dat je ook een 5 moet laten liggen. Een formeel bewijsje: Laat de verwachte score bij doorgooien s_5 zijn. Dan is $s_5 = \frac{1}{6} \cdot s_5 + \frac{1}{6} \cdot 6 + \frac{4}{6} \cdot 0$, dus $s_5 = \frac{6}{5} < 5$. Op dezelfde manier kun je laten zien dat je ook een 4 moet laten liggen, en dat het bij een 3 niet uitmaakt.

Laat s_2 de verwachte score zijn als je doorgooit bij een 2. Dan is $s_2 = \frac{1}{6} \cdot s_2 + \frac{1}{6} \cdot (3 + 4 + 5 + 6)$, dus $s_2 = \frac{18}{5} > 2$.

Tenslotte: $s_1 = \frac{1}{6} (s_1 + \frac{18}{5} + 3 + 4 + 5 + 6)$, dus $s_1 = \frac{108}{25}$ en dat is natuurlijk ook de maximale verwachte score.

Opgave 2

We bepalen de kansverdeling van de score bij strategie B. Het is duidelijk dat de kansen op de drie scores > 3 gelijk zijn, stel p . (Als u dit niet meteen ziet, stelt u zich dan voor wat er aan een 4 vooraf kan zijn gegaan en aan een 5.) De verwachte score is dan enerzijds $(4 + 5 + 6) \cdot p + 0 \cdot (1 - 3p)$ en anderzijds $\frac{108}{25}$, dus $p = \frac{36}{125}$, enz.

Willekeurige n

Voor willekeurige n is de afleiding van de optimale strategie analoog. Je moet dan wel beginnen aan te nemen dat je doorgooit dan en slechts dan als de worp $\leq k$ is voor zekere k . De bijbehorende verwachte score s_k is

$$s_k = \frac{(n+1)n - (k+1)k}{2(n-1)}$$

De optimale k is dan dus het grootste gehele getal dat voldoet aan

$$k^2 + k(2n-1) - (n^2+n) \leq 0$$

en dat getal is

$$k = \left\lfloor \frac{\sqrt{8n^2+1} - 2n + 1}{2} \right\rfloor$$

Nu terugwerken als bij $n = 6$ geeft

$$s_1 = \left(\frac{n}{n-1} \right)^{k-1} \cdot s_k$$

Voor n naar oneindig vinden we

$$k \approx (\sqrt{2} - 1)n + O(1).$$

Omdat er $O(1)$ staat, en bijvoorbeeld niet $O(\sqrt{n})$, mogen we in de exponent de formule voor k invullen:

$$s_1 \approx ae^{an} \text{ met } a = \sqrt{2} - 1$$

Het grenspunt $\sqrt{2} - 1$ is dus kleiner dan $\frac{1}{2}$, op het eerste gezicht enigszins verrassend. Ook vond ik het optreden van $\sqrt{2}$ in de exponent van e opvallend, bij zo'n simpele probleemstelling.

Het limietgeval is equivalent met trekkingen uit de uniforme verdeling op $[0, 1]$. Dit biedt de mogelijkheid voor een spelletje op een zakjapanner.

In onderstaande ladderstand noem ik alleen de inzenders van deze opgave:

T. Afman, W. Doyer - 100

D. Buijs - 79

T. Kool - 56

P. Meijer - 42

A. Verheul - 39

L. de Rooij, J. Meerhof, L. van den Raadt - 20.

De complete ladderstand is overigens te vinden op de NVvW-website (www.nvvw.nl/eucladder.html).

Kalender

In deze kalender kunnen alle voor wiskundeleraars toegankelijke en interessante bijeenkomsten worden opgenomen.

Wil eenieder die relevante data heeft, deze zo spoedig mogelijk doorgeven aan de hoofdredacteur. Hieronder treft u de verschijningsdata aan van Euclides in de komende jaargang. Achter de verschijningsdata is de deadline voor het inzenden van mededelingen vermeld.

Doorgeven kan ook via e-mail:

redactie-euclides@nvvw.nl

nr	verschijnt	deadline
2	23 oktober 2003	9 september 2003
3	11 december 2003	28 oktober 2003
4	22 januari 2004	2 december 2003
5	26 februari 2004	13 januari 2004
6	15 april 2004	2 maart 2004
7	26 mei 2004	30 maart 2004
8	24 juni 2004	11 mei 2004

vrijdag 26 september 2003

Wiskundetoernooi voor scholieren
Organisatie KUN

vrijdag 10 oktober 2003

UvA-Wiskundedocentendag
Zie advertentie elders in dit nummer (UvA).

15 t/m 22 oktober 2003

Wetenweek 2003
Organisatie Stichting Weten

donderdag 29 oktober 2003

Tweede Fase Conferentie exacte vakken
Zie advertentie elders in dit nummer (APS).

zaterdag 15 november 2003

Jaarvergadering/Studiedag
Organisatie NVvW
Zie pagina 042 in dit nummer

zaterdag 22 november 2003, Nieuwegein

Ars et Mathesis-dag
Organisatie Stichting Ars et Mathesis

vrijdag 28 november 2003

Wiskunde A-lympiade en Wiskunde B-dag
Organisatie Freudenthal Instituut

dinsdag 16 december 2003

Studiedag Wiskundeonderwijs moet spannender en uitdagender
Organisatie RU, Groningen

zaterdag 10 januari 2004

Wintersymposium Wiskundig Genootschap

14 januari t/m 16 januari 2004

22e Panamacaconferentie
Organisatie Freudenthal Instituut

donderdag 15 januari 2004

2e Reehorstconferentie wiskunde
Zie advertentie elders in dit nummer (APS).

6 en 7 februari 2004

Nationale Wiskunde Dagen
Organisatie Freudenthal Instituut
Zie ook Euclides 78-8, pag. 380.

vrijdag 19 maart 2004

Kangoeroe 2004
Organisatie KUN

25 en 26 maart 2004

Nationale Rekendagen
Organisatie Freudenthal Instituut

Voor nascholing zie ook

www.nvvw.nl/nascholing.html

Voor overige internet-adressen zie

www.nvvw.nl/Agenda2.html

Publicaties van de

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraars



* Zebra-boekjes

1. Kattenajds en Statistiek
2. Perspectief, hoe moet je dat zien?
3. Schatten, hoe doe je dat?
4. De Gulden Snede
5. Poisson, de Pruisen en de Lotto
6. Pi
7. De laatste stelling van Fermat
8. Verkiezingen, een web van paradoxen
9. De Veelzijdigheid van Bollen
10. Fractals
11. Schuiven met auto's, munten en bollen
12. Spelen met gehelen
13. Wiskunde in de Islam
14. Grafen in de praktijk
15. De juiste toon
16. Chaos en orde

* Nomenclatuurrapport Tweede fase havo/vwo

Dit rapport en oude nummers van Euclides (voor zover voorradig) kunnen besteld worden bij de ledenadministratie (zie Colofon).

* Wisforta - wiskunde, formules en tabellen

Formule- en tabellenboekje met formulekaarten havo en vwo, de tabellen van de binomiale en de normale verdeling, en toevalsgetallen.

* Honderd jaar Wiskundeonderwijs, lustrumboek van de NVvW.

Het boek is met een bestelformulier te bestellen op de website van de NVvW (<http://www.nvvw.nl/lustrumboek2.html>).

Voor overige NVvW-publicaties zie de website:

www.nvvw.nl/Publicaties2.html

APS-Wiskunde

Ook in het schooljaar 2003/2004 organiseert APS-wiskunde weer diverse studiedagen, cursussen en conferenties.



Onder andere:

- Donderdag 15 januari 2004: 2e Reehorstconferentie wiskunde: wiskunde voor de leerlingen van nu
- Donderdag 22 april 2004: 4e Conferentie ICT in de wiskundeles

En verder allerlei studiedagen op het gebied van ICT, verwondering en verbeelding, concrete materialen, praktische opdrachten en nog veel meer.

Ons volledige aanbod is te vinden op onze website:

www.aps.nl/wiskunde

Daar kunt u zich ook online inschrijven.

Geïnteresseerd en heeft u onze brochure nog niet ontvangen?

Bel of stuur een e-mail:

Secretariaat APS-wiskunde

Telefoon: 030-28 56 722

E-mail: wiskunde@aps.nl

"Waarom we altijd in de verkeerde rij staan."

Een themadag voor VWO-Wiskunde docenten over het:



Wiskundig analyseren en simuleren van dagelijkse praktijksituaties

De studierichting Operationele Research en Management, als variant binnen Econometrie en Operationele Research aan de Economische faculteit van de Universiteit van Amsterdam, organiseert op vrijdag 10 oktober een themadag voor VWO-Wiskunde docenten. In lijn met een meer praktijk gerichte softwarematige insteek worden de volgende twee onderwerpen behandeld:

- **Dynamisch Programmeren door dr. H.J. van der Sluis en prof.dr.ir. J. van der Wal**
Hetgeen gezien kan worden als een uitbreiding van lineair programmeren
- **Computer Simulatie door prof.dr. N.M. van Dijk**
Hieronder valt het modelleren en doorrekenen van wachttijdmodellen



Een onderwijspakket inclusief simulatiesoftware wordt aan alle deelnemers van de dag verstrekt. Dit materiaal kan door docenten gebruikt worden om leerlingen in aanraking te laten komen met de raakvlakken van wiskunde, praktische vraagstukken en softwarematige oplosmethoden.

De kosten voor deze dag bedragen €50,-.

Voor meer informatie en een inschrijfformulier kunt u contact opnemen met Erik van der Sluis via h.j.vandersluis@uva.nl of bellen naar 020 - 525 43 18. U kunt ook kijken op www.fee.uva.nl/ormsite.

Kijk nu ook op

www.modernewiskunde.wolters.nl

**Nieuw!
Moderne
wiskunde 8**



Bent u op zoek naar:

- uitdagende wiskunde?
- zinvolle ICT bij de lesstof?

vraag dan nu een beoordelingsexemplaar aan bij onze voorlichter Sandra Kooijstra

Telefoon
(050) 522 63 11

Fax
(050) 522 62 55

Wolters-Noordhoff
Postbus 58
9700 MB Groningen



**Wolters
Noordhoff**