

EUCCLIDES
Vakblad voor de wiskundeleraar

september
2002/nr.1
jaargang 78

EINDEXAMEN JAARVERGADERING STUDIEDAG



orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraars. Het blad verschijnt 8 maal per verenigingsjaar.
ISSN 0165-0394

Redactie

Bram van Asch
Klaske Blom
Marja Bos, hoofdredacteur
Rob Bosch
Hans Daale
Gert de Kleuver, voorzitter
Dick Klingens, eindredacteur
Wim Laaper, secretaris
Elzeline de Lange
Jos Tolboom

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen naar:
Marja Bos
Mussenveld 137, 7827 AK Emmen
e-mail: redactie-euclides@nvvw.nl

Richtlijnen voor artikelen:

- goede afdruk met illustraties/foto's/formules op juiste plaats of goed in de tekst aangegeven.
- platte tekst op diskette of per e-mail: WP, Word of ASCII.
- illustraties/foto's/formules op aparte vellen: genummerd, zwart/wit, scherp contrast.

Nederlandse Vereniging van
Wiskundeleraars

www.nvw.nl



Voorzitter
Marian Kollenveld
Leeuwendaallaan 43, 2281 GK Rijswijk
tel. 070-3906378
e-mail: M.Kollenveld@nvvw.nl
Secretaris
Wim Kuipers
Waalstraat 8, 8052 AE Hattem
tel. 038-4447017
e-mail: W.Kuipers@nvvw.nl
Ledenadministratie
Elly van Bommel-Hendriks
De Schalm 19, 8251 LB Dronten
tel. 0321-312543
e-mail: ledenadministratie@nvvw.nl

Colofon

ontwerp Groninger Ontwerpers
foto omslag Peter Tahl, Groningen
productie TiekstraMedia, Groningen
druk Giethoorn Ten Brink, Meppel

Contributie

Contributie per verenigingsjaar: € 36,50
Studentleden: € 18,00
Leden van de VVWL: € 25,00
Lidmaatschap zonder Euclides: € 25,00
Betaling per acceptgiro. Nieuwe leden geven zich op bij de ledenadministratie. Opzeggingen vóór 1 juli.

Abonnementen niet-leden

Abonnementen gelden steeds vanaf het eerstvolgende nummer.
Abonnementsprijs voor personen: € 38,50 per jaar.
Voor instituten en scholen: € 110,00 per jaar.
Betaling geschiedt per acceptgiro.
Losse nummers op aanvraag leverbaar voor € 13,50. Opzeggingen vóór 1 juli.

Advertenties

Informatie, prijsopgave en inzending:
Leen Bozuwa, Merwekade 90
3311 TH Dordrecht, tel. 078-639 08 90
fax 078-6390891
e-mail: lbozuwa@hetnet.nl
of Freek Mahieu, Dommeldal 12
5282 WC Boxtel, tel. 0411-67 34 68

001	Van de redactietafel [Marja Bos]
002	In memoriam
003	De redactie stelt zich voor
004	Wiskunde-eindexamens 2002, 1e tijdvak [Petra Boon, e.a.]
020	Reactie / Het eindexamen vwo B12 [J.H. van Lint]
021	Reactie / Het eindexamen havo A12 [Jan Meerhof]
022	't Denken bevorderen [Anne van Streun]
025	40 jaar geleden [M.C. van Hoorn]
026	Verslag NVvW-examenbesprekingen 2002 [Jan de Geus]
032	Examenbespreking vwo A1 [Klaske Blom]
035	Geactualiseerd overzicht niet-CE-stof havo en vwo [Marja Bos]
035	Mededeling
036	Van de bestuurstafel [Marian Kollenveld]
037	Jaarvergadering/Studiedag 2002
042	Recreatie [Frits Göbel]
044	Servicepagina

Van de redactietafel [Marja Bos]

Profiel NT straks verdwenen?

De herzieningsplannen voor de Tweede Fase liegen er niet om: het profiel Natuur & Techniek in havo en vwo dreigt te worden opgedoekt. Nee, niet in naam, maar wel in invulling en karakter.

Wat is er aan de hand. In januari verscheen Adelmunds notitie 'Continuïteit en Vernieuwing' waarin knelpunten van de Tweede Fase en voorstellen tot aanpassing werden beschreven (zie www.minocw.nl). Twee uitgangspunten daarbij zijn de beperking van het profieldeel tot drie vakken en het 'omzetten van deelvakken in volledige vakken'. Volgens concept-uitwerkingen die op dit moment circuleren, wordt met dat laatste bedoeld dat o.m. wiskunde B2 verdwijnt, en dat de studielast van wiskunde in zowel N&T als N&G gelijk wordt aan die van het huidige wiskunde B1.

Als deze plannen doorgaan, zal de vlakke meetkunde ongetwijfeld weer uit het vwo-N&T-profiel verdwijnen. Nu is een afzonderlijk leerstofonderdeel als zodanig natuurlijk niet altijd even belangrijk, maar aan die meetkunde is destijds een heel specifieke *rol* toegekend, namelijk die van 'leeromgeving' (context) voor het *leren redeneren en bewijzen*, iets waar destijds door exacte en technische universitaire studies nadrukkelijk om gevraagd is!

Evenals wiskunde B2 dreigen ook de andere verdiepende bètavakken te sneuvelen: natuurkunde-2 (havo/vwo) en scheikunde-2 (vwo). Daarmee lijkt de omzetting van het N&T-profiel in een verkapt N&G-profiel (maar dan zonder biologie) een feit, ook al blijft de naam 'Natuur & Techniek' bestaan. Voor de goede bètaleerling zal dit vermoedelijk een minder aantrekkelijk en minder uitdagend profiel worden, een profiel dat wellicht ook minder stimuleert tot de keuze voor een exacte vervolgstudie. Bovendien zal zonder deze verdieping de aansluiting op de 'hardere' exacte vervolgstudies verslechteren.

Bètakarakter N&G opgeheven?

Maar ook het huidige profiel N&G krijgt een volledig ander gezicht. In de jongste voorstellen is binnen dat profiel namelijk geen ruimte meer voor het vak *natuurkunde*. Daarmee zal dit 'N-profiel' (?) z'n bètakarakter verliezen, en daarmee ook z'n huidige functie als toelatingsprofiel voor diverse vervolgopleidingen.

Wenselijk ... of niet?

Worden met deze plannen de knelpunten opgelost? Zijn ze in overeenstemming met de achtergrondideeën van de Tweede Fase en die van de notitie 'Continuïteit en Vernieuwing'? Raken hierdoor straks méér leerlingen geïnteresseerd in een bètastudie, iets waaraan Nederland-kennisland volgens onder meer het bedrijfsleven zo'n behoefte heeft? Het lijkt me niet.

Gelukkig zijn er nog geen definitieve besluiten gevallen. Na officiële publicatie van de plannen zal het ministerie straks ongetwijfeld zeer geïnteresseerd zijn in de mening van 'het veld' over dit soort ingrijpende voorstellen. Eerder reageren kan natuurlijk altijd; zie ook het stuk van NVvW-voorzitter Marian Kollenveld op pagina 036.

Nieuw

Terug naar Euclides. In dit eerste nummer van een frisgroene nieuwe jaargang wordt uitgebreid teruggeblikt op een aantal recente examens. Frits Göbel blaast de recreatierubriek nieuw leven in.

En we verwelkomen een nieuwe redacteur: Elzeline de Lange, die zich met name zal richten op het vmbo.

Aan het eind van dit schooljaar zullen trouwens de eerste landelijke vmbo-examens afgenomen worden. Hoe bereidt u uw leerlingen daarop voor? We hopen van u te horen!

IN MEMORIAM

In de afgelopen maanden zijn drie bekende persoonlijkheden overleden. Hierbij een kort overzicht.

Prof.dr. H.J.A. Duparc

Geboren in 1918. Begon zijn loopbaan in 1940 als leraar wiskunde te Batavia. Werkte daarna op het Mathematisch Centrum (Amsterdam) en vervulde leeropdrachten in Amsterdam, Utrecht en Leiden. In de periode 1956-1984 was hij hoogleraar aan de TU Delft in de Zuivere en Toegepaste Wiskunde en de Mechanica.

Voor Euclides schreef Herman Duparc vorig jaar nog zijn 'Herinneringen aan Bottema' (77-4).

Trams vormden zijn grote hobby; daaruit vloeiden tevens diverse publicaties voort.

Prof.dr. A.K. van der Vegt

Geboren in 1923. Studeerde natuurkunde in Utrecht en Delft, werkte voor TNO en Shell. In de periode 1980-1988 hoogleraar aan de TU Delft (polymeerkunde).

Zijn hobby was 'eenvoudige wiskunde', zoals hij het zelf betitelde. In dat kader schreef Anne van der Vegt enkele artikelen voor Euclides, o.a. over deelbaarheid (74-2), regelmatige betegeling (74-7) en vorig jaar nog over sommen van kwadraten (77-3, met een vervolgartikel van Van der Blij in 77-5). Een aardig boekje van zijn hand is 'Regelmaat in de ruimte' (over veelvlakken), uitgegeven bij Delft University Press (eerste druk 1991, tweede druk 2002); zie ook www.vssd.nl/hlf/a017.htm

Prof.dr. E.W. Dijkstra

Geboren in 1930. Na zijn studie theoretische natuurkunde in Leiden werd hij benoemd aan het Mathematisch Centrum als, zoals wel eens gezegd wordt, 'Nederlands eerste programmeur'. In de periode 1962-1984 was hij hoogleraar aan de TU Eindhoven, daarna (tot zijn pensioen in 1999) hoogleraar Computer Sciences aan de University of Austin in Texas.

Edsger Dijkstra was wereldberoemd door zijn wiskundige onderbouwing van de informatica, met onder meer zijn ideeën over gestructureerd programmeren en programma-correctheid en zijn bijdragen aan de ontwikkeling van ALGOL 60. Eenvoud en elegantie stonden hoog in zijn vaandel. Dijkstra ontving in 1972 de Turing Award van ACM, ook wel de Nobelprijs voor de informatica genoemd.

DE REDACTIE STELT ZICH VOOR



Bram van Asch

Coördineert sinds 1995 de boekbesprekingen voor Euclides.

Geboren in 1947. Werkzaam bij de faculteit Wiskunde en Informatica van de Technische Universiteit Eindhoven, en in het bijzonder ook betrokken bij TULO, de Technische Universitaire Lerarenopleiding.



Klaske Blom

Redactielid sinds januari 2002, met als aandachtsgebied de didactiek van het wiskundeonderwijs.

Geboren in 1962. Werkzaam aan het Meridiaan College, vestiging het Hooghe Landt, in Amersfoort (vooral bovenbouw havo en vwo).



Marja Bos

Hoofdredacteur sinds juni 2001.

Geboren in 1957. Wiskundedocent aan het Katholiek Drents College te Emmen sinds 1982 (vooral bovenbouw havo en vwo). Van 1991 tot 2000 tevens docent wiskundendidactiek en lerarenopleider aan de Rijksuniversiteit Groningen. Van 1987 tot 2000 schrijf- en eindredactiewerkzaamheden voor de methoden Wiskunde Lijn en Moderne wiskunde.



Rob Bosch

Sinds 1989 lid van de redactie, onder meer belast met de beoordeling van de aangeboden wiskundeartikelen. Tevens auteur van de themarubriek met kleine wiskundestukjes.

Geboren in 1950. Als docent wiskunde verbonden aan de Koninklijke Militaire Academie te Breda. Doet onderzoek in de Sociale Keuzetheorie aan de Universiteit Tilburg.



Hans Daale

Redactielid sinds 1999, met het hoger beroepsonderwijs als aandachtsgebied.

Geboren in 1949. Werkzaam bij de HES te Amsterdam, nu vooral in het management. Daarvoor jarenlang wiskunde en economie gegeven op een havo/vwo-school en op heao's in het noorden des lands. Betrokken bij het Landelijk Informatiecentrum Aansluiting hbo (LICA).



Gert de Kleuver

Onderhoudt sinds augustus 2000 als voorzitter van de redactie o.a. contacten met het bestuur van de NVvW.

Geboren in 1958. Wiskundedocent en brugklascoördinator aan het Ichthus-College te Veenendaal.



Dick Klingens

Sinds augustus 2000 eindredacteur van Euclides (niet alleen voor de punten en komma's).

Geboren in 1945, voor de klas vanaf 1966, nu op het Krimpenerwaard College te Krimpen aan den IJssel, voornamelijk in de bovenbouw vwo.

Andere aandachtspunten: vlakke meetkunde en het beheer van de websites van de NVvW en de Stichting Ars et Mathesis.



Wim Laaper

Secretaris van de redactie sinds 1995. Aandachtsgebied: havo/vwo en mto.

Geboren in 1949. Werkzaam aan het Koning Willem II College in Tilburg.

Daarnaast veldadviseur wiskunde avo voor de SLO (Stichting Leerplan Ontwikkeling).



Elzeline de Lange

Per 1 augustus 2002 toegetreten tot de redactie, met het vmbo als aandachtsgebied.

Geboren in 1951. Zeventien jaar in het basisonderwijs gewerkt, tijdens de laatste jaren hiervan de opleiding HEAO IM gevolgd. Vervolgens tweedegraads avondopleiding wiskunde aan de Hogeschool van Utrecht gevolgd en de overstap naar het vmbo gemaakt. Na zeven jaar Andreascollege te Katwijk nu sinds twee jaar wiskundedocent op Effatha afd. vmbo te Zoetermeer (voor dove en slechthorende kinderen).



Jos Tolboom

Redactielid sinds december 2001, met ICT in het wiskundeonderwijs als aandachtsgebied.

Geboren in 1966. Werkzaam bij de Rijksuniversiteit Groningen (Faculteit der Wiskunde en Natuurwetenschappen) als projectleider digitale leeromgeving en als ontwikkelaar, docent en onderzoeker. Daarvóór tien jaar lang docent wiskunde en informatica in het Voortgezet Onderwijs in Groningen.

WISKUNDE-EXAMENS 2002, 1E TIJDVAK

Dit artikel is geschreven door examenmedewerkers van de Citogroep. Bij iedere paragraaf die handelt over een specifiek wiskunde-examen, treft u de naam van de betreffende medewerker(s) aan. De examens zijn te downloaden via de website van de NVvW, www.nvww.nl/cse-20021.html
[Petra Boon, Edward van Kervel, Kees Lagerwaard, Ger Limpens, Eric Severins, Gerard Stroomer]

Voorwoord

Wellicht is het niet overbodig allereerst al die collega's te bedanken zonder wier hulp dit artikel niet mogelijk zou zijn geweest. We denken hier op de eerste plaats aan de verschillende leden van de diverse constructie-groepen, maar ook al die docenten die via de versnelde correctieprocedure hun steentje hebben bijgedragen aan de realisatie van de toets- en itemanalyses willen we bij deze dankzegging nadrukkelijk noemen.

Examens

De examens worden samengesteld door teams van docenten, begeleid door een medewerker van de Citogroep. De docenten die deel uitmaken van een zogeheten constructiegroep zijn in principe allen werkzaam op het niveau van het vak waarvoor zij een examen maken. Om er voor te zorgen dat de constructiegroepen niet al te zeer een eigen leven gaan leiden, is het lidmaatschap van een constructiegroep aan strikte regels wat betreft duur gebonden. Zo treft u ieder jaar, rond de jaarwisseling, weer een oproep aan in de landelijke pers om te solliciteren naar een dergelijke baan.

De constructiegroepen leveren elk hun examen-concepten aan de vaksecties van de CEVO. Uiteindelijk is het de betreffende vaksectie die beslist over deze concepten en de bijbehorende correctievoorschriften. Na afloop van de examens is het ook de CEVO die de

beslissingen rond de vaststelling van de N-termen neemt. Errata en respons op eventuele reacties van bijvoorbeeld docenten worden eveneens door de CEVO geformuleerd.

Versnelde correctie

Na afloop van de examens wordt docenten gevraagd mee te werken aan de versnelde correctie. Hierbij worden per school de resultaten opgevraagd van de eerste correctie van de vijf kandidaten die als eersten in de alfabetische lijst van het betreffende vak voorkomen. Op basis van deze steekproeven worden de analyses uitgevoerd die door de CEVO gebruikt worden om de N-term vast te stellen. Overigens is het wellicht interessant om te weten dat het vergaren van deze informatie ook dit jaar weer op sommige scholen langs elektronische weg heeft plaatsgevonden. Het is de bedoeling dat binnen een termijn van enkele jaren alle gegevens rond de versnelde correctie met behulp van dit systeem worden verzameld. Dat zal zowel voor u als voor de analytici van de Citogroep meer armslag opleveren.

Enkele algemene gegevens

In de [tabellen 1 en 2](#) vinden we diverse gegevens rond de verschillende examens wiskunde 2002. Omdat het havo dit jaar voor het tweede jaar met zijn volledige reguliere populatie aan de examens Tweede Fase heeft

Tabel 1

	VBO/MAVO-C/D	HAVO	VWO
aantal leerlingen eindexamen wiskunde	64993	32084	31224

Tabel 2

Aantallen ll. ce.	A-oude stijl	A1	A12	B-oude stijl	B1	B12
HAVO	3276	-	15993	1226	5993	5596
VWO	3225	4622	9167	1526	6628	6056

Tabel 3 Vastgestelde N-termen, gemiddelde cijfers en perc. onvoldoendes

	MAVO				HAVO			VWO					
	C	D	A-os	A12	B-os	B1	B12	A-os	A1	A12	B-os	B1	B12
N-term	1,1	1,1	1,5	1,8	1,0	2,0	1,8	1,3	1,6	1,4	2,0	0,8	0,8
gemiddelde	5,8	6,0	?	5,8	?	6,1	6,4	6,3	6,4	6,3	5,5	6,4	6,6
% onvoldoendes	37	33	?	41	?	31	27	29	23	29	46	26	24

deelgenomen, zien we daar – vergeleken althans met vwo – een relatief kleinere groep die deelneemt aan de examens oude stijl. Volgend jaar, als de laatste bezemexamens havo-oude stijl plaatsvinden, zullen we de groepen oude stijl in havo waarschijnlijk al niet meer terugzien en die voor vwo alleen in gedecimeerde zin. Op dat moment zullen de tabellen voor vbo/mavo ook drastisch gewijzigd zijn: in 2003 zal de eerste populatie vmbo-leerlingen aan de eindstreep zijn beland. Maar laten we ons beperken tot de gegevens van 2002.

In [tabel 3](#) zijn alle N-termen voor de verschillende wiskundevakken verzameld. Verderop in dit artikel treft u bij de diverse wiskundevakken tabellen aan met specifieke gegevens rond de betreffende examens. We vermelden daar van elke vraag de maximumscore en de p'-waarde (gemiddelde score als percentage of fractie van de maximumscore).

Er is, dat valt eenvoudig in [tabel 3](#) te zien, dit jaar aardig divers gegrossierd in de diverse N-termen. We zien ook dat men bij nogal wat wiskundevakken is afgeweken van de op voorhand gepubliceerde bandbreedte van 0,8 tot 1,3. Bij de besprekingen van de verschillende vakken wordt hierop verder ingegaan. Omdat er dit jaar bij de havo-scholen die nog bezemexamens wiskunde aanboden geen gegevens via de versnelde correctieprocedure zijn ingewonnen,

ontbreken bij de oude-stijl-vakken havo jammer genoeg de gegevens rond gemiddelde en percentage onvoldoendes. We hebben dus geen objectief beeld van de wijze waarop deze examens 'in het land' gemaakt zijn. Uiteraard zijn dit examens die niet geheel en al los staan van de Tweede Fase examens. Er is, met andere woorden, het een en ander aan overlap. Zodoende kunnen we ons wel enigszins een beeld vormen van de wijze waarop door een min of meer vergelijkbare groep omgegaan is met deze opgaven.

Daar waar in het verleden gebruik gemaakt werd van de zogenoemde 'cesuurvaststelling' wordt sinds het examenjaar 2000 de normeringsterm gehanteerd. In [tabel 3](#) valt op dat de N-term ook dit jaar in een enkel geval kleiner dan 1 is gekozen. Ondanks het feit dat we nu in 2002 voor de derde keer in successie gebruik maakten van deze procedure, riep dat hier en daar in het land nog steeds bevreemding op. In tegenstelling tot de oude procedure kan deze normeringsterm ook een cijfer opleveren dat lager is dan het cijfer dat zou ontstaan door op de 'klassieke' wijze van score naar cijfer te gaan, met andere woorden uitgaand van de formule

$$\text{cijfer} = \frac{\text{behaalde score}}{\text{maximumscore}} \cdot 9 + 1$$

Tabel 4

Jaar	VBO/MAVO-D-examen			Afstand C/D (*)	VBO/MAVO-C-examen		
	N-term	Gemiddelde	Onvoldoendes (in %)		N-term	Gemiddelde	Onvoldoendes (in %)
2002	1,1	6,0	33	1,5	1,1	5,8	37
2001	1,4	6,1	33	1,1	1,4	5,9	36
2000	1,0	6,8	12	1,1	1,0	6,4	23
	Cesuur	Gemiddelde	Onvoldoendes (in %)		Cesuur	Gemiddelde	Onvoldoendes (in %)
1999	53/54	6,0	33	1,2	51/52	5,8	38
1998	51/52	5,9	34	0,6	54/55	5,8	36

(*) Met een afstand 1,5 wordt bedoeld dat een gemiddelde D-kandidaat een cijfer op het C-examen gehaald zou hebben dat 1,5 hoger zou liggen dan zijn resultaat voor het D-examen.

Tabel 5 - VBO/MAVO D

Opgave	Schaatsen voor water				Kolding Byferie				Bedrukken van shirts			Centraal Bureau voor de Statistiek					Toblerone chocorepen				Hardloopwedstrijden			
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
max.score	3	5	5	3	4	5	4	4	3	3	4	3	4	4	3	4	4	5	4	3	2	3	3	5
p'-waarde	82	78	60	18	80	52	60	14	94	51	41	88	73	48	80	51	33	28	24	64	44	70	66	40

Tabel 6 - VBO/MAVO C

Opgave	Schaatsen voor water				Bedrukken van shirts				Poppenhuis				Centraal Bureau voor de Statistiek					Inhoud van een doosje				Kolding Byferie				
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
max.score	2	4	3	5	3	4	4	3	3	4	3	4	3	4	4	3	3	3	3	4	4	4	5	4	4	
p'-waarde	79	64	66	59	95	88	76	41	66	38	34	19	71	56	28	63	58	84	9	45	27	58	23	27	65	

Een N-term van 0,8 bijvoorbeeld maakt voor het overgrote deel van de leerlingenpopulatie gebruik van de licht gewijzigde formule

$$\text{cijfer} = \frac{\text{behaalde score}}{\text{maximumscore}} \cdot 9 + 0,8$$

Voor iemand die daar niet op bedacht is, kan een dergelijke N-term kleiner dan 1 nogal wat tegenspoed opleveren. Maar een docent die zijn vak bijhoudt, zou hier nu toch wel vertrouwd mee moeten zijn...

VBO/MAVO C/D

[Petra Boon]

De wiskunde-examens vbo/mavo-C/D bleken nogal diverse, zo niet tegengestelde reacties op te roepen. Dit moge blijken uit onderstaand collage van citaten van de regionale besprekingen.

- Een leuk examen.
- Het MAVO-D-examen was wat niveau betreft goed.
- Tevreden over het C-niveau, het D-werk bleek toch wat lang te zijn.
- Het is niet moeilijker dan de andere jaren. Een goede MAVO-leerling uit de derde klas had het ook kunnen maken.

- C-examen: tekstueel moeilijk en te lang.
- D-examen: eenzijdig en te lang.
- Het examen wiskunde MAVO-D heb ik tegelijkertijd met de leerlingen gemaakt. Ik kon het werk niet binnen de gestelde tijd afkrijgen.

In vergelijking met de afgelopen jaren waren deze examens zeker niet opvallend moeilijker; zie hiervoor **tabel 4** waarin de resultaten van de laatste jaren zijn opgenomen. Deze tabel bestuderend, zou geconstateerd kunnen worden dat de examens van 2000 een uitbijter vormen en die van 2002 niet opvallen tussen de rest.

In de **tabellen 5 en 6** vindt u informatie over de diverse vragen van de examens 2002 afzonderlijk. Uit deze tabellen blijkt dat er bij het D-examen twee vragen erg moeilijk waren: vraag 4 en vraag 8. Vraag 4 over de twee boxplots was geen makkelijk te nemen hindernis. Zeker niet aan het begin van het examen. Deze vraag was in principe een redeneervraag maar ook was er de mogelijkheid om dit al rekenend tot een goed einde te brengen. Zie daarvoor bijvoorbeeld de betreffende variant in het correctievoorschrift. Een leerling die kiest voor een dergelijke oplossing verliest echter veel tijd bij deze vraag. Daarover verderop nog een enkele opmerking. Vraag 8 was geen redeneervraag maar een rekenvraag. Toch bleek deze vraag zo gecompliceerd dat deze vraag

Het Centraal Bureau voor de Statistiek heeft allerlei gegevens van de bevolking van Nederland bij. In de tabel hieronder staan enkele gegevens over de bevolking van Nederland en de verdeling per provincie in het jaar 1996.

	Aantal inwoners van 0 – 18 jaar in procenten	Totaal aantal inwoners ($\times 1000$)	Aantal inwoners per km^2 land
Groningen	20,0	558,5	238
Friesland	23,3	611,9	182
Drenthe	22,3	457,2	172
Overijssel	23,3	1 053,6	315
Flevoland	29,3	273,1	192
Gelderland	22,6	1 676,3	374
Utrecht	22,5	1 071,2	788
Noord-Holland	20,8	2 488,0	926
Zuid-Holland	22,1	3 331,9	1 163
Zeeuws-Vlaanderen	21,2	367,8	205
Noord-Brabant	20,3	2 290,1	483
Limburg	20,7	1 133,4	522
Nederland	21,6	15 492,7	456

- 13 ☐ Bereken hoeveel procent van alle inwoners van Nederland in de provincie Zuid-Holland woont. Laat zien hoe je aan je antwoord komt.
- 14 ☐ Bereken hoeveel inwoners van 19 jaar en ouder de provincie Drenthe had. Schrijf je berekening op.
- 15 ☐ Welke provincie had in 1996 het kleinste aantal inwoners van 0 – 18 jaar? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

Kolding Byferie is een vakantiepark in Denemarken met appartementen voor twee, vier, zes en acht personen.

In een vakantiefolder zie je de volgende foto van de appartementen.



Er zijn twee verschillende tweepersoonsappartementen. In figuur 2 zie je de plattegronden met beschrijvingen.

figuur 2

'De Cirkel'
Tweepersoonsappartement met open slaapkamer achter de keuken en badkamer



'De Driehoek'
Tweepersoonsappartement met een slaapkamer van ongeveer 18 m². Open slaapkamer achter de keuken en badkamer



De vloer van het linker appartement uit figuur 2 is een cirkel. De diameter van deze cirkel is 8 meter.

Simone beweert dat de vloeroppervlakte van 'De Driehoek' groter is dan die van 'De Cirkel'. Je hoeft geen rekening te houden met de dikte van de muren.

- 16 ☐ Laat met een berekening zien dat Simone ongelijk heeft.

VBO/MAVO C (EN D)

alleen door de heel goede leerling te maken was. Eerst de eenheden van de inhouden gelijk maken en daarmee de verhouding berekenen bleek voor velen een te complex geheel.

Opvallend was dat de meetkunde-opgave *Toblerone chocoladerepen* zoveel problemen opleverde. De openingsvraag waar men een oppervlakte van een gelijkzijdige driehoek moest uitrekenen, leverde bij de zwakke leerling al een groot probleem op. Jammer, want dit was door de examenmakers bedoeld als een standaardvraag.

Bij het C-examen vielen ook twee vragen door hun kennelijke moeilijkheid op. Als eerste is in dat verband vraag 12 over het trapje bij het poppenhuis te noemen. Na afloop werd naar aanleiding van deze vraag geconstateerd dat een toevoeging als 'Arend zaagt het hoeklatje in voldoende stukken om de trap te kunnen maken' deze vraag waarschijnlijk minder gecompliceerd had gemaakt.

Alle meetkundevragen waren sowieso niet eenvoudig. In de opgave *Inhoud van een doosje*, waar meetkunde en algebra werden gecombineerd, zat de tweede moeilijke vraag, namelijk vraag 19. Hierbij bleek de opdracht om in woorden uit te leggen hoe een woordformule gemaakt was, voor veel leerlingen een te hoge drempel.

Ook dit jaar kwam na het examen een opmerking over de leesbaarheid van de examens aan de orde. Bij de

VBO/MAVO C EN D

constructie van de examens wordt stevast lang nagedacht over vragen als 'Leg je alles uit?', 'Mag je er vanuit gaan dat leerlingen zelf aannames kunnen maken?' of 'Zijn alle begrippen die we in de examens gebruiken bekend bij de leerlingen?'. 'Niet te veel tekst' en 'Eenvoudige woorden gebruiken' worden weliswaar als uitgangspunten bij de examenconstructie gehanteerd maar de vervolgvraag is dan altijd natuurlijk of alle gehanteerde begrippen nog wel duidelijk zijn. Het balanceren tussen te veel en te weinig tekst is tijdens het examenconstructieproces voortdurend aan de orde.

Wiskunde is onder meer een strategie kiezen om een probleem handig op te lossen. Een voorbeeld hiervan is de derde vraag bij de context *Centraal Bureau voor de Statistiek*. Veel leerlingen hebben voor alle twaalf provincies het aantal inwoners van 0 – 18 jaar uitgerekend. Bij deze opgave hoort de strategie dat dit aantal niet bij alle provincies uitgerekend hoeft te worden. Zo hoeft deze berekening bijvoorbeeld niet bij Zuid-Holland plaats te vinden omdat de combinatie van percentage en aantal inwoners een veel te groot antwoord zou geven. Zo kun je veel meer provincies 'uitschakelen'. Natuurlijk is de vraag zonder deze strategie te maken maar in dat geval kost de vraag wel erg veel tijd. Een leerling kan daardoor in tijdnood komen en de laatste vragen afraffelen. Een conclusie

Tabel 7 - HAVO A12

Opgave	Servicekosten				EPO				Autobanden					Memory				Nieuwe tijden			
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	3	4	4	5	4	4	5	4	4	6	4	5	5	3	5	4	6	3	4	4	4
p'-waarde	83	63	69	46	86	5	57	31	46	37	41	22	14	65	39	24	21	93	62	54	20

zou dan kunnen zijn dat het betreffende examen niet zozeer te moeilijk is maar het bij een dergelijke leerling aan de juiste aanpak ontbreekt om het probleem binnen de gestelde tijd op te lossen. Deze strategievragen zullen zeker in elk examen terug blijven komen. Tenslotte is ook dat wiskunde.

HAVO A12

[Kees Lagerwaard]

De algemeen heersende opinie van docenten was: 'Toen ik het examen onder ogen kreeg, leek het me prima. Maar de scores van de leerlingen vallen behoorlijk tegen.'

Ook voor de examenmakers kwamen de lage scores als een verrassing. De eerste twee examens wiskunde A12 in de vernieuwde Tweede Fase werden naar verwachting gemaakt. Ja, de eerste voorlooptgroep van 2000 deed het zelfs boven verwachting goed. Met een N-term 1,0 lag in beide jaren het gemiddeld cijfer ruim boven de 6. En dan zien we in 2002 dat de gemiddelde score bijna 40 is op een schaalengte van 90. Hoe kan dat?

In onze zoektocht naar een antwoord op deze vraag kijken we eerst naar de scores per vraag (zie tabel 7).

Gezien de scores was de eerste opgave een goede startopgave. Alleen vraag 4 bleek vrij lastig. Er moest hier een ongelijkheid worden opgesteld die met de GR kon worden opgelost. Maar ook met gericht proberen was deze vrij snel op te lossen.

In de tweede opgave, *EPO*, kwam vraag 6 voor, de moeilijkste vraag uit het examen. Maar liefst 86% van de kandidaten scoorde hier geen enkel punt voor.

Kennelijk waren kandidaten niet vertrouwd met het idee dat zo'n boxplot op te vatten is als een klassen-indeling van de gegevens met in elke klasse 25% van de waarnemingen, waardoor je met zekerheid kunt zeggen dat de waarden in elk kwart ten minste zo groot zijn als de ondergrens. Slechts 1% van de kandidaten gaf een volledig correct antwoord. Ook de twee vragen over de normale verdeling in deze opgave scoorden met 57 en 31 niet echt hoog.

In *Autobanden* kwamen in de vragen 9 en 10 exponentiële en lineaire groei aan bod. In vraag 10 werd expliciet om een vergelijking van de gegeven lijn gevraagd. Hoewel sommige docenten bezwaar bleken te hebben tegen het voorschrijven van de aanpak van deze vraag, was het vragen van die vergelijking volgens het examenprogramma volstrekt legitiem.

De GR-onderzoeksvraag 12 werd niet goed gemaakt, maar vraag 13 had een nog lagere p'-waarde: 14. De makers van dit examen hadden verwacht dat leerlingen in grote meerderheid wel de afgeleide zouden kunnen

Uit de wielersport komen de laatste jaren regelmatig berichten over dopinggebruik. Wielrenners lijken steeds vaker naar verboden middelen te grijpen om hun prestaties te verhogen. Een van de meest genoemde stoffen is *erythropoëtine*, kortweg EPO. Dit middel bevordert de aanmaak van rode bloedlichaampjes, waardoor de zuurstoftransportfunctie van het bloed wordt vergroot. Je gaat hierdoor beter presteren. De *hematocrietwaarde* is de hoeveelheid rode bloedlichaampjes als percentage van de totale hoeveelheid bloed. Die hematocrietwaarde stijgt dus als een wielrenner EPO gaat gebruiken.

Bij een wielervedstrijd in 1997 heeft men de hematocrietwaarde van een aantal wielrenners gemeten. Daarvan staan de meetresultaten in tabel 1.

tabel 1

Hematocrietwaarde	41	42	43	44	45	46	47	48	49
Frequentie	2	3	5	11	15	8	4	3	2

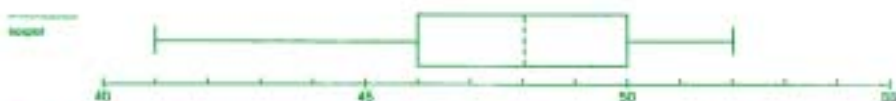
Hematocrietwaarde	50	51	52	53	54	55	56	57
Frequentie	1	0	0	1	2	0	0	1

- 4p 5 ☐ Bereken de gemiddelde hematocrietwaarde van deze wielrenners.

Ook in 1998 en 1999 heeft men bij deze wielervedstrijd van een aantal wielrenners de hematocrietwaarde gemeten.

In 1998 was de gemiddelde hematocrietwaarde 45,9.

De hematocrietwaarden uit 1999 zijn verwerkt in onderstaande boxplot.



- 4p 6 ☐ Toon aan dat, op grond van de boxplot, de gemiddelde hematocrietwaarde in 1999 zeker groter was dan in 1998.

HAVO A12

opstellen en de waarde 10 miljoen zouden kunnen invullen. Daarmee zouden al 3 van de 5 scorepunten binnen zijn. We vreesden wel dat het verwoorden van de betekenis lastig zou zijn. Tot onze schrik bleek 83% de functie niet te kunnen differentiëren.

Kansrekening was het thema in de opgave *Memory*. De eerste vraag lukte nog aardig, maar de scores van de vervolgvragen werden steeds wat lager. Bijna de helft van de kandidaten haalt voor de vragen 15, 16 en 17 geen enkel punt.

Zonder zich ergens bewust van te zijn, zorgde een horlogefabriek voor de laatste vier vragen. Hoewel dit type horloge al jaren bestaat, is het niet echt populair geworden. De eerste vraag was een eenvoudige instapvraag. De twee volgende vragen gingen ook nog vrij redelijk. De laatste vraag over een formule bleek moeilijk. Welke rol vermoeidheid speelt bij een laatste vraag, zullen we wel nooit weten.

Al met al was het een van de kortste havo-A-examens aller tijden. Elke opgave besloeg niet meer dan één bladzijde, waarbij ook nog ruimte werd ingenomen door tabellen, grafieken of illustraties. Er is veel zorg besteed aan het leesgemak. In toepassingsgerichte wiskunde ontkom je niet aan tekst om een probleemsituatie te schetsen. We proberen die teksten zo helder en leesbaar mogelijk te maken. Voor taalzwakke leerlingen kan de tekst toch nog lastig zijn. Maar nogal wat leerlingen schieten niet te kort in

leesvaardigheid, maar in hun vermogen om te analyseren en te structureren. Een deel van de moeilijkheid van de vragen zit in het doorgronden van de situatie en het bedenken van de aanpak. Pas daarna komen dan de wiskundige technieken (techniekjes, zeggen veel echte wiskundigen liever). Zonder probleemoplosvaardigheden, zoals in het examenprogramma worden beschreven in het domein A Vaardigheden, kom je niet ver.

Het examen telde dus twee vragen die veel te moeilijk bleken. Maar dat verklaart de lage scores maar ten dele. Uit onderzoek is gebleken dat de populatie havo-A12-leerlingen minder vaardig is in wiskunde dan de examenkandidaten die tot 2000 in wiskunde-A oude stijl zijn opgeleid. Een sluitende verklaring hiervoor ontbreekt nog. Omvat de huidige populatie A12 kandidaten die in de oude-stijl-situatie geen wiskunde A gekozen zouden hebben, omdat het E&M-profiel voor sommigen een vluchtprofiel is, met negatieve gevolgen voor inzet en inzicht? Moet de leerling in de tweede fase de aandacht over zoveel vakken verdelen dat er minder tijd aan wiskunde A12 wordt besteed dan vroeger? Is het programma te omvangrijk? Is het aantal contacturen voor wiskunde A12 te klein?

Uit de steekproef van ruim 2000 leerlingen blijkt dat de C&M-leerlingen die examen wiskunde A12 deden, weliswaar nog wat lager scoren, maar dat effect wordt

Tabel 8 - HAVO B1

Opgave	Functies			Schuttersfeest				Sterkte van een balk				Zwangerschapsduur					Beatrix-euro's				
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	4	4	4	4	4	4	4	3	5	4	5	2	5	4	3	6	3	4	3	5	3
p'-waarde	50	24	40	47	58	58	15	94	45	8	22	45	49	36	65	33	85	69	73	52	31

Tabel 9 - HAVO B12

Opgave	Functies					Sterkte van een balk				Zespiramiden-vaas				Derdegraads-functie			Bevolkings-dichtheid		
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
max.score	4	5	4	4	4	3	5	4	3	10	6	4	5	4	4	5	4	5	5
p'-waarde	51	52	53	50	30	92	60	27	52	74	73	65	69	41	38	23	44	42	24

gecompenseerd door de (weinige) leerlingen uit N&G en N&T die wiskunde A12 erbij doen.

De CEVO heeft de N-term vastgesteld op 1,8. Hierdoor is het gemiddeld cijfer 5,8 geworden. Maar ondanks die hoge N heeft toch nog liefst 41% van de leerlingen geen voldoende weten te scoren. Een resultaat dat zorgen baart.

HAVO B

[Gerard Stroomer]

Bij de centrale bespreking op 28 mei vond men het examen havo wiskunde B1 aan de moeilijke kant, waarbij ook de keuze van de startopgave ongelukkig genoemd werd. Over het examen havo wiskunde B12 daarentegen was men overwegend positief.

Hoe teleurstellend was echter het resultaat. Bij de waarde $N = 1,0$ zou het percentage onvoldoendes voor havo wiskunde B1 gelijk zijn aan 62 en voor havo wiskunde B12 aan 47. Om een (maatschappelijk) aanvaardbaar resultaat te verkrijgen heeft de CEVO de N-term voor havo wiskunde B1 vastgesteld op 2,0 en voor havo wiskunde B12 op 1,8. De vraag blijft of het examen zoveel te moeilijk was of dat er iets mis is met het havo. Ongetwijfeld zal daar het laatste woord nog niet over gesproken zijn.

Havo B1

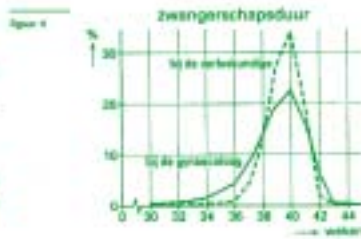
In **tabel 8** staan de maximumscores en de p'-waarden bij de vragen van het havo-B1-examen.

De startopgave *Functies* is een kale opgave. De eerste vraag, een ongelijkheid oplossen, zou zeker met behulp van een grafische rekenmachine geen probleem mogen zijn; een gemiddelde score van 50% is dan niet hoog.

De tweede vraag vroeg naar een punt van de grafiek waarin de richtingscoëfficiënt gelijk aan -1 is. 60% van de kandidaten uit de steekproef behaalde voor deze vraag 0 punten. Sommige docenten gaven aan dat de term richtingscoëfficiënt niet in hun bovenbouwboeken voorkomt. Deze term staat echter wel in de eindtermen en ook in het nomenclatuurrapport van de NVvW, twee documenten die door de examenmakers regelmatig worden geraadpleegd. Van de startopgave werd 38% van de punten behaald. Leerlingen zijn kennelijk zo getraind in het maken van contextrijke opgaven dat een kale opgave al gauw moeilijk is. Van de opgave *Schuttersfeest*, waarin vooral telproblemen voorkomen, waren de eerste drie vragen redelijk te doen. De laatste vraag was moeilijker: 66% van de leerlingen behaalde hiervoor 0 punten.

De opgave *Sterkte van een balk* bevat de gemakkelijkste en de moeilijkste vraag van het examen. Voor vraag 8 behaalde 88% van de kandidaten het maximale aantal punten, voor vraag 10 behaalde 83% van de kandidaten 0 punten. De stelling

Vrouwen die zwanger zijn, kunnen bij de bevalling begeleid worden door een verloskundige of door een gynaecoloog. In figuur 4 is de procentuele verdeling van de duur van de zwangerschap (in weken) weergegeven voor bevallingen begeleid door een verloskundige en voor bevallingen begeleid door een gynaecoloog.



12 □ Mag je uit figuur 4 concluderen dat het aantal bevallingen bij de verloskundige groter is dan het aantal bevallingen bij de gynaecoloog? Licht je antwoord toe.

Op grond van figuur 4 stemt we aan dat bij de gynaecoloog de kans op een bevalling met een zwangerschapsduur van 40 weken 22% is.

Een gynaecoloog begeleidt in een jaar 150 bevallingen.

13 □ Bereken de kans dat hij meer dan 30 bevallingen de zwangerschapsduur 40 weken is. Geef je antwoord in procenten nauwkeurig.

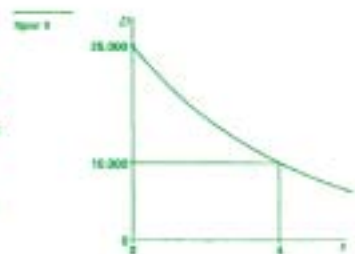
Wijk 5 is een stad die dicht bij het centrum liggen zijde dichtst bevolkt dan wijken verder van het centrum af.

In 1950 begon men een onderzoek naar het verband tussen de bevolkingsdichtheid in een stad en de afstand tot het stadscentrum.

De bevolkingsdichtheid D in een punt P is het aantal inwoners in een cirkelvormig gebied rond P met een oppervlakte van 1 km^2 .

In figuur 5 zie je een grafiek die voor een bepaalde stad het verband tussen de afstand x tot het stadscentrum (in km) en de bevolkingsdichtheid D weergeeft.

Uit deze grafiek kun je aflezen dat op een afstand van 4 kilometer van het stadscentrum de bevolkingsdichtheid gelijk is aan 10.000 inwoners per km^2 .



Hij de grafiek van figuur 5 hoort de exponentiële formule $D = a \cdot e^{-bx}$, hierin zijn a en b constanten.

17 □ Bereken met behulp van figuur 5 de waarden van a en b . Rond in je antwoord gevonden waarden die niet geheel zijn af op twee decimalen.

Voor een tweede stad heeft men het volgende lineaire verband tussen $\ln(D)$ en x gevonden:

$$\ln(D) = 10 - 0,2x$$

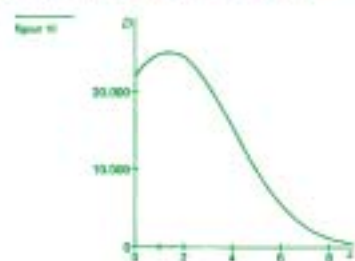
18 □ Toon algebraïsch aan dat bij benadering geldt: $D = 22.000 \cdot e^{-0,2x}$

Later heeft men ontdekt dat de aan het begin gegeven formule $D = a \cdot e^{-bx}$ dikwijls niet voldoet, omdat vanaf het centrum gezien de dichtheid eerst toeneemt en vervolgens weer afneemt.

Voor de tweede stad leende dit een nieuwe formule op: $D = 22.000 \cdot e^{0,2x} \cdot e^{-0,011x^2}$

De grafiek van D is in figuur 6 getekend.

19 □ Bereken met behulp van differentiatie op welke afstand van het centrum de bevolkingsdichtheid maximaal is.



HAVO B1

van Pythagoras zijn veel kandidaten inmiddels kennelijk vergeten.

In de opgave *Zwangerschapsduur* spelen de normale en de binomiale verdeling de hoofdrol. Bij de vragen 13 en 16 moeten kansen worden berekend waarbij de tabel voor de binomiale verdeling niet gebruikt kan worden omdat deze niet de gegeven waarden van n en p bevat. De grafische rekenmachine moet hier uitkomst bieden. Helaas bieden de toegestane typen grafische rekenmachine hierbij niet alle evenveel mogelijkheden. Verrassend hoog was de gemiddelde score (61%) op de opgave *Beatrix-euro's*. Vooral de vragen 19 en 20, over een niet gemakkelijk te interpreteren grafiek, zijn beter gemaakt dan wij verwacht hadden. Een lichtpuntje voor de toekomst?

Havo B12

In tabel 9 staan de maximumscores en de p'-waarden bij de vragen van het havo-B12-examen.

De startopgave *Functies* bestaat uit vijf vragen: de drie vragen uit het examen wiskunde B1 en twee extra vragen over het differentiëren van een wortelfunctie en het verschuiven van een grafiek. Voor de vragen 1, 3 en 4, die ook in het examen wiskunde B1 voorkomen (daar waren dit de vragen 1, 2 en 3), behaalden de B12-kandidaten gemiddeld 51% van de maximale score. De gemiddelde B1-leerling ging hier met respectievelijk 50%, 24% en 40% van de maximale score naar huis.

HAVO B12

De opgave *Sterkte van een balk* is gelijk aan de gelijknamige opgave in het examen wiskunde B1, behalve de laatste vraag. Omdat in het examen al genoeg vragen over differentiëren voorkomen, mocht de laatste vraag hier ook met de grafische rekenmachine worden opgelost. Voor de vragen 6, 7 en 8 behaalden de kandidaten gemiddeld 57% van de maximale score, terwijl de gemiddelde score voor de B1-leerlingen over deze vragen 45% was. De meetkunde-opgave werd ook dit jaar het best gemaakt. De opgave *Zespiramidenvaas* bevat vragen over aanzichten, hoeken, oppervlakte en inhoud. De moeilijkste opgave bleek *Derdegraadsfunctie*. Bij deze opgave hadden de kandidaten de kettingregel en de productregel voor differentiëren nodig. Het examen sloot af met de opgave *Bevolkingsdichtheid*, geënt op een Amerikaans onderzoek.

VWO A

[Ger Limpens]

De vwo-examens wiskunde A1 en A12 vertoonden een grote mate van overlapping: 8 vragen in 3 verschillende contexten kwamen in beide examens voor. Op grond van deze overlap kon na afloop in de toets- en

Tabel 10 - VWO A1

Opgave	<i>Vogels die voedsel zoeken</i>				<i>Sparen</i>			<i>Jongen of meisje</i>				<i>Leidingwater</i>					<i>Lentevoordeel- weken</i>		
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
max.score	4	5	8	4	4	3	5	3	3	6	4	3	4	3	4	6	3	4	5
p'-waarde	87	78	48	74	80	85	19	73	45	28	67	96	34	87	44	8	62	31	41

itemanalyse vastgesteld worden dat de gemiddelde A12-leerling die het A1-werk gemaakt zou hebben voor dat A1-werk een volle scorepunt hoger gescoord zou hebben. Anders gezegd: de A12-leerling met een cijfer 6,3 (gemiddelde cijfer uitgaande van $N = 1,4$) zou voor het A1-werk een 7,3 gehaald hebben (uitgaande van $N = 1,6$ aldaar). Of dit gegeven strookt met de mening van een meerderheid tijdens de regionale besprekingen die vond dat het niveauverschil tussen beide examens te gering is, valt wellicht te betwijfelen. De eerlijkheid gebiedt te zeggen dat de verschillende N-termen hier het overzicht niet ten goede komen, maar zelfs al zou men ook voor het A1-examen een N-term ter grootte van 1,4 gebruiken, dan nog zou dit verschil 0,8 in cijferpunten opleveren.

Vwo A1

Het examen vwo A1 bestond uit 5 opgaven, onderverdeeld in 19 vragen. Statistiek en kansverdeling, toegepaste analyse en discrete wiskunde waren alle vertegenwoordigd. Uiteraard met meer aandacht voor statistiek en kansverdeling en toegepaste analyse dan voor discrete wiskunde. In de toetsmatrijzen zoals die bijvoorbeeld publiek gemaakt waren in de verschillende uitgaven van Cito/CEVO voor de centrale examens was al duidelijk geworden dat dit laatste gebied, discrete wiskunde, slechts in beperkte mate aan de orde zou komen. Concreet

betekende dit voor het examen 2002 dat alleen de opgave *Sparen* (vragen 5 t/m 7) het onderwerp discrete wiskunde, nauwkeuriger de eindtermen 26-28 (subdomein Rijen) behelsde. De opgave *Vogels die voedsel zoeken* had zowel betrekking op toegepaste analyse (vragen 1 en 2) als op statistiek (vragen 4 en 5). De opgave *Jongen of meisje* betrof in zijn geheel statistiek en kansrekening (vragen 8 t/m 11). Het piéce de résistance, *Leidingwater*, was duidelijk toegepaste analyse en de laatste opgave van dit examen, *Lentevoordeelweken*, betrof zowel kansrekening (vragen 17 en 19) als toegepaste analyse (vraag 18).

In **tabel 10** treft u de diverse p'-waarden en de maximumscores horend bij de diverse vragen aan. Bij vraag 1 moet wellicht gewag gemaakt worden van het feit dat er, direct na afname van dit examen (en A12), wat verwarring ontstond over de 4 maximaal te verdienen scorepunten terwijl er 'slechts' 3 aandachtspunten in de betreffende vraag aan de orde gesteld werden. Dat een van deze aandachtspunten een onderverdeling van twee scorepunten bleek te kennen, riep meer reacties van verontruste leerlingen dan van docenten op. Zo was er hier en daar (LAKS) zelfs al ten onrechte sprake van een verondersteld, verwacht erratum. Saillant om te constateren dat de eerdere roep naar verdere specificering van correctievoorschriften die tot een uitsplitsing op 1-punts-antwoordelementen

Lentevoordeelweken

Een supermarkt houdt elk jaar in de lente een actie onder de naam 'Lentevoordeelweken'. Tijdens die actie ontvangt iedere klant bij ten minste 50 euro aan boodschappen twee krasloten. Op elk kraslot staat één vakje. Als men dat openkraakt, wordt de afbeelding van een klevitani, een lammetje, een natts of een vogelverschrikker zichtbaar. De klant moet direct aan de kassa, voordat hij de supermarkt heeft verlaten, de twee opgekraakte krasloten inleveren. Wanneer op beide krasloten dezelfde afbeelding staat, wint de klant een tegoodbon.

De kans op een tegoodbon hangt af van de verdeling van de vier afbeeldingen over de krasloten.

Neem aan dat de vogelverschrikker op 10% van de krasloten voorkomt en de andere drie afbeeldingen elk op 30% van de krasloten. De krasloten liggen, in willekeurige volgorde, op een stapel bij de kassa.

Een klant heeft nu juist twee krasloten ontvangen.

- 17 ☐ Bereken de kans dat de klant met deze twee krasloten een tegoodbon wint.

De eigenaar van de supermarkt wil niet te veel tegoodborden weggeven. Daarom onderzoekt hij of een andere verdeling van de afbeeldingen over de krasloten gunstiger is. Hij gaat er daarbij van uit dat de vogelverschrikker met een kans k op de krasloten voorkomt en de overige drie afbeeldingen elk met een kans $\frac{1}{3} - \frac{1}{3}k$. Daarmee kan hij uitrekenen hoe groot de kans is dat een klant met twee krasloten een tegoodbon wint. Die kans is gelijk aan:

$$P(\text{tegoodbon met twee krasloten}) = \frac{1}{3}k^2 - \frac{2}{3}k + \frac{1}{3}$$

Met behulp van deze formule kan de eigenaar nu onderzoeken voor welke waarde van k de kans op een tegoodbon zo klein mogelijk is.

- 18 ☐ Voer dit onderzoek uit.

VWO A1 (EN A12)

in die correctievoorschriften leidde, met name bij leerlingen hier niet tot helderheid leidde.

Verder werd er hier en daar een kritische noot gekraakt over het normaal waarschijnlijkheidspapier dat deze keer toegevoegd was. Het mag duidelijk zijn dat deze kritiek - die zich toespitste op het ontbreken van visuele ondersteuning in het petieterige rooster - ter harte genomen zal worden. Aan de andere kant moet ook worden opgemerkt dat het zeker niet vanzelfsprekend is dat dit papier, indien noodzakelijk bij een examenvraag, altijd door de examenmakers zal worden toegevoegd. Er zullen zich situaties voor kunnen doen waarbij onderdeel van de oplosstrategie zal zijn: beslissen of en zo ja welk bijzonder geschaald papier gehanteerd moet worden.

De opgave *Sparen* startte goed, maar bij vraag 7, het vaststellen van het jaarlijks te storten bedrag, uitgaande van een vast percentage, kunnen we aan de p' -waarde ($p' = 19$) aflezen dat deze vraag voor het overgrote deel van de populatie te hoog gegrepen was. Wij hadden deze vraag op voorhand niet als zodanig moeilijk ingeschat.

Bij de opgave *Jongen of meisje* is te zien dat met name vraag 10, waarbij, uitgaande van 5000 vrouwen met kinderen, nagerekend moest worden dat er meer jongens dan meisjes geboren werden, veel leerlingen hun hoofd gebroken hebben over het gegoochel met de diverse cijfers en aantallen. Ook hier werd naderhand

een enkele kritische opmerking beluisterd maar aan de p' -waarde af te lezen is dit alleszins een vraag geweest met een acceptabel onderscheidend vermogen.

Zoals hierboven al aangegeven, was de opgave *Leidingwater* toch wel het pronkstuk van dit examen. Echter niet voor leerlingen: vraag 16 scoorde dermate laag dat men moet stellen dat deze vraag ver boven het hoofd van de modale A1-leerling heen schiet. Gedeeltelijk is dat wellicht te wijten aan het feit dat we in het correctievoorschrift een deelaanpak niet voorzien hebben die hier en daar nog wel blijkt te zijn voorgekomen. Ook deze vraag is dus door ons, zo mogelijk zelfs nog wat meer, net als vraag 7 onderschat.

Lentevoordeelweken was de slotopgave met daarin, zoals al aangegeven, een combinatie van kansrekening en analyse. Nogal wat leerlingen bleken hier niet in staat te zijn om het minimum van een kwadratische functie, gebruik makend van de GR, te vinden. Een veeg teken wellicht. In ieder geval drukt ons dat weer met de neus op het feit dat gebruik maken van de GR voor met name de A1-populatie nog niet een vanzelfsprekende zaak is.

Al met al zag men achteraf voldoende redenen om de N -term bij dit examen vast te stellen op $N = 1,6$. Als gevolg daarvan kwam het percentage onvoldoende op 23% en het gemiddelde werd daarmee 6,4.

Tabel 11 - VWO A12

Opgave	Vogels die voedsel zoeken				Energiebronnen					Jongen of meisje			Lentevoordeel- weken				Aardbeien			
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max.score	4	5	8	4	3	4	5	5	5	3	3	7	3	5	4	5	4	4	4	5
p'-waarde	92	86	54	65	56	24	13	43	62	78	67	61	74	21	57	46	56	68	67	22

Vwo A12

In **tabel 11** treft u de de maximumscore en de diverse p'-waarden horend bij de diverse vragen van het A12-examen aan.

Zoals gezegd vertoonde dit examen een flinke mate van overlap met de examens wiskunde vwo A1. Maar uiteraard werden er ook nogal wat 'profielspecifiekere' zaken aangekaart. Zo is er allereerst vraag 4, de laatste vraag van *Vogels die voedsel zoeken*. Hoewel er gebruik gemaakt werd van dezelfde gegevens als bij de vergelijkbare vraag in A1 werd hier toch een duidelijk andere vraag gesteld. Uiteraard was het mogelijk geweest, deze vraag ook aan het A1-publiek voor te leggen. Toch vonden we dit een aardige gelegenheid om te laten zien dat er, ondanks het feit dat er voor dit specifieke aspect (kennis van normale verdelingen) geen onderscheid in de examenprogramma's is terug te vinden, een verschil in diepgang op het centraal examen gevraagd kan worden. Door hier de vraag ietwat meer te verpakken en te spreken over relatieve frequenties die met elkaar vergeleken moeten worden, is ook in de p'-waarden terug te vinden dat deze vraag duidelijk moeilijker is dan zijn A1-pendant.

De opgave *Energiebronnen* kwam ook gedeeltelijk voor in het A-oud-examen. Aan de hand van de p'-waarden springen vraag 6 en vraag 7 er duidelijk tussenuit. Vraag 6 betrof het dalende karakter van de uitdrukking. Hier en daar werd kritiek geuit op deze

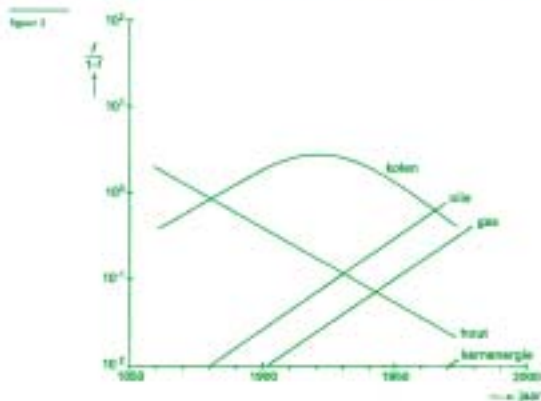
vraag. Een van de bezwaren was het feit dat de betreffende uitdrukking, door gebruik te maken van de variabele f , leerlingen op het verkeerde been zou zetten. Men had daar, met andere woorden, liever een x gezien. Bovendien vond men ook dat het aantonen van dit dalende karakter toch wel erg specifiek werd voorgeschreven. Men moest dit immers, gezien de vraagstelling, doen met behulp van differentiëren. Natuurlijk kan het dalen eveneens, en misschien nog wel fraaier, aangetoond worden door beschouwingen over teller en noemer van de uitdrukking in f . Ook een onderzoek met behulp van de GR zou hier helderheid kunnen verschaffen. Aan de andere kant is het zo dat een examen nu eenmaal niet ontkomt aan het toetsen van een aantal in het programma opgenomen vaardigheden. Differentiëren valt daar ook onder. Wil je daar expliciet aandacht voor vragen, dan gebeurt dat onvermijdelijk op een dergelijk 'afgedwongen' wijze. En natuurlijk hebben we ook getracht – maar dat gebeurde elders in dit examen – een wat opener onderzoek aan de leerling voor te leggen waarbij men veeleer zijn eigen weg mocht kiezen. Vragen als vraag 8 en vraag 15 bijvoorbeeld laten veel meer de te hanteren aanpak open.

Vraag 7 was, zo valt te zien, de slechtst scorende vraag van dit examen. Heel veel leerlingen bleken niet in staat om in de betreffende formule f_{hout} 'vrij te maken'. Ze werden wellicht in verwarring gebracht door een

Hout was vroeger de belangrijkste energiebron. In het begin van de negentiende eeuw werd de rol van de belangrijkste energiebron overgenomen door kolen. De laatste jaren is het aandeel van olie en gas in het totale energieverbruik steeds groter geworden.

In het boek 'Energie, een economisch perspectief' besteden de schrijvers Th. v.d. Klandert en H. Peer aandacht aan de ontwikkeling van energiebronnen. Zij gebruiken daarbij de variabele f voor het aandeel van een energiebron zoals dat zich in de loop van de tijd ontwikkelt heeft ten opzichte van het totale energieverbruik. Dit aandeel f is een getal waarvoor geldt dat $0 \leq f \leq 1$. Hierbij betekent $f = 0$ dat deze energiebron helemaal niet gebruikt wordt en $f = 1$ dat uitsluitend van deze energiebron gebruik gemaakt wordt.

In het boek staat een afbeelding zoals in figuur 2. Door niet f maar $\frac{f}{1-f}$ uit te zetten en bovendien op de verticale as een aangepaste schaalverdeling te gebruiken, worden de meeste grafieken rechte lijnen. Figuur 2 staat ook op de bijlage.



Aan de hand van figuur 2 kunnen we voor f_{hout} , het aandeel van hout in het totale energieverbruik, de volgende formule afleiden:

$$\frac{f_{\text{hout}}}{1-f_{\text{hout}}} = 3,03 \cdot 0,96^t$$

In deze formule is t in jaren met $t = 0$ op 1 januari 1850.

Het verband tussen f_{hout} en t kan ook in een directe vorm worden voorgedragen: $f_{\text{hout}} = \dots$

14. ☐ ☐ Stel met behulp van de gegeven formule voor $\frac{f_{\text{hout}}}{1-f_{\text{hout}}}$ een formule in een directe vorm voor f_{hout} op.

VWO A12

term als 'directe vorm' die reminiscenties op zou kunnen roepen aan 'directe somformule' of iets dergelijks. Hoe dat ook zij, het is tekenend om te constateren dat leerlingen er op dit moment in groten getale niet in slagen een dergelijke algebraïsche slag te maken. Ook vorig jaar mochten we dit al constateren. We hopen natuurlijk dat het feit dat we hier ook dit jaar weer aandacht voor vragen consequenties zal hebben voor de algebraïsche vaardigheden van toekomstige populaties...

Een vraag als vraag 9, waarbij een grafische representatie gekoppeld moest worden aan een gegeven jaarlijkse groeifactor, was een vraag waar na afloop door nogal wat collegae lovend over gesproken/geschreven werd. Dat is, namens de examenmakers sprekend, op zijn tijd ook prettig om te horen.

De opgave *Jongen of meisje* deed het niet slecht. Wel was vraag 12, of beter de bijbehorende opmerking in het correctievoorschrift, aanleiding voor nogal wat reacties, onder andere van de diverse voorzitters van de regionale besprekingen. Men vond in groten getale het aftrekken van een punt in geval er een normale benadering gehanteerd werd bij de binomiaal verdeelde stochast verbazingwekkend. De reacties en de daaruit voortvloeiende discussie heeft de CEVO er toe gebracht bij de vaststelling van de N-term hiermee rekening te houden: op grond van de bij nader inzien niet

verdedigbare korting is de N-term van 1,3 naar 1,4 gegaan. Ongetwijfeld zal over dit aandachtspunt nog uitvoerig gediscussieerd gaan worden.

Lentevoordeelweken kwam gedeeltelijk ook in het A1-examen voor. Vraag 14, over het aantonen van de juistheid van de gegeven kwadratische formule, was echter weer profielspecifiek en ook hier manifesteerden zich jammer genoeg weer de beperkte algebraïsche vaardigheden.

De opgave *Aardbeien* was gebaseerd op het DDM-onderwerp webgrafieken. Los daarvan was er, zo bleek naderhand, commentaar op het wiskundig correcte gebruik van de assen. Hier en daar viel te beluisteren dat de assen op de bij economie gebruikelijke wijze gehanteerd hadden moeten worden waarbij de grootheden P en Q dus verwisseld hadden moeten worden. Daarover is tijdens het constructieproces uitvoerig van gedachten gewisseld. Uiteindelijk is voor de gehanteerde aanpak besloten op grond van het feit dat de verschillende methodes daar niet alle op dezelfde manier mee omgaan en op grond van het feit dat in ieder geval het binnen wiskunde usance is de onafhankelijke variabele langs de horizontale as te plaatsen. De assen verwisselen had, zo vermoeden we, veel meer negatieve respons opgeroepen. De laatste vraag van deze opgave was (zie tabel 11) een van de moeilijkste van dit examen maar had ook de bedoeling te laten zien dat er binnen het domein DDM niet alleen

Tabel 12 - VWO B1

Opgave	Verschuivend zwaartepunt				Pestgedrag			Een beweging door (0,0)			Hoogwater te Gron.		Bal te water			Een kromme van middens		
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
max.score	3	4	4	6	4	4	5	6	4	6	4	7	4	5	4	4	4	6
p'-waarde	95	77	80	61	55	86	74	70	69	18	78	55	56	75	40	89	32	52

Tabel 13 - VWO B12

Opgave	Uit de kust				Pestgedrag			*	Een beweging door (0,0)			Wel of niet convergent		Bal te water			Op één lijn	
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
max.score	3	4	4	6	4	4	5	6	4	6	4	7	4	5	4	4	4	6
p'-waarde	97	60	74	78	60	91	85	49	75	77	31	71	27	72	87	55	47	46

(*) Brandpunt en richtlijn zoeken

standaardvragen gesteld hoeven te worden. De N-term van het A12-examen is vastgesteld op 1,4. Het bijbehorende percentage onvoldoendes is daarmee gekomen op 23%. Voor de volledigheid zij nogmaals opgemerkt dat er bij de vaststelling van $N = 1,4$ rekening gehouden is met de veranderde inzichten rond de opmerking in het correctievoorschrift bij vraag 12: in geval deze opmerking niet zou zijn opgenomen in het correctievoorschrift zou de N-term dus 1,3 geweest zijn.

VWO B

[Eric Severins, Edward van Kervel]

De beide wiskunde B examens zijn zowel bij de leerlingen als bij de docenten in het algemeen goed gevallen. Meest gehoorde reacties waren: goed te doen, niet te moeilijk, misschien iets te makkelijk, afwisselend, leuk. Dat is wel eens anders geweest bij wiskunde B op het vwo. De vragenlijsten die tijdens de regionale bijeenkomsten zijn ingevuld, bevestigen dit beeld. Ongeveer de helft van de aanwezigen vond het niveau van het examen goed, de andere helft vond het niveau zelfs iets aan de lage kant. De resultaten van het examen zijn dan ook goed te noemen: bij de vastgestelde normeringsterm $N = 0,8$ is

het gemiddelde bij wiskunde B1 gelijk aan 6,4 en bij wiskunde B12 is dit 6,6. De percentages onvoldoende zijn 26% resp. 24%.

Op de opgaven die in beide examens voorkwamen, scoorden de B12-kandidaten gemiddeld 4,2 punten (op een totaal van 42 overlap punten) meer dan de B1-kandidaten.

Vwo B1

In tabel 12 staan de maximumscores en de p'-waarden bij de vragen van het B1-examen.

Als startopgave leverde *Verschuivend zwaartepunt* geen problemen op. Het lezen en invullen van formules en het gebruik van de GR verliepen goed. Het differentiëren van de gebroken functie om het minimum te bepalen ging wat minder.

De tweede opgave, *Pestgedrag*, ging over kansrekening. Opvallend is dat de eerste vraag, eigenlijk een standaardvraag, het slechtst werd gemaakt. De overige twee vragen gingen veel beter.

In de derde opgave, *Een beweging door (0,0)*, kwam de goniometrie aan bod. Van een kromme in parameter-vorm was zowel een vergelijking gegeven als een tekening van de baan. Deze laatste deed denken aan een 'spirograaf'-figuur. De exacte snelheid berekenen en het herschrijven van de bewegingsvergelijkingen door gebruik te maken van goniomformules ging behoorlijk goed. Gelukkig voor de leerlingen staan de

Een beweging door (0, 0)

De beweging van een punt in het Oxy -vlak wordt voor $0 \leq t \leq 2\pi$ gegeven door:

$$\begin{cases} x(t) = \cos(15t) + \cos(2t) \\ y(t) = \sin(15t) + \sin(2t) \end{cases}$$

In figuur 3 is de baan van het punt getekend.

- 8 □ Bereken de exacte snelheid van het punt op tijdstip $t = 0$.

De bewegingsvergelijkingen kunnen herleid worden tot:

$$\begin{cases} x(t) = r(t) \cdot \cos(8\frac{1}{2}t) \\ y(t) = r(t) \cdot \sin(8\frac{1}{2}t) \end{cases} \text{ met } r(t) = 2 \cos(6\frac{1}{2}t)$$

- 9 □ Toon dit aan.

Bij het doorlopen van de baan van figuur 3 voor $0 \leq t \leq 2\pi$ passeert het punt een aantal keren (0, 0).

- 10 □ Bereken dit aantal lange algebraïsche weg.

Figuur 3



VWO B1 EN B12

formules nu op de formulekaart. De laatste vraag scoorde slecht: een p'-waarde van 18. Veel leerlingen hebben zich niet gerealiseerd dat ze het resultaat van de tweede vraag konden gebruiken om de laatste vraag op te lossen.

Van de opgave *Hoogwater in Groningen*, een statistiek-opgave, was het tweede onderdeel het moeilijkst. Het opstellen van een toets met behulp van de gegevens in de tekst vergde enig inzicht. Door een enkeling werd een vraagteken gezet bij de toepassing van de '√n-wet' in deze situatie.

De opgave *Bal te water* had een natuurkundige context. Aangezien de meeste B1-leerlingen ook natuurkunde in hun profiel hebben mag je veronderstellen dat de context voor hen herkenbaar zou zijn. De resultaten waren wel enigszins verrassend. Terwijl in de stam boven de eerste vraag precies stond vermeld hoe de gemiddelde versnelling berekend moest worden, scoorden de leerlingen hierop slechts 56%. Ook de derde vraag, het uitrekenen van een integraal met behulp van de grafische rekenmachine, zou geen problemen op moeten leveren. Maar de grafische rekenmachine wordt nog niet door alle leerlingen op zijn waarde geschat: veel leerlingen probeerden de integraal met de hand uit te rekenen, wat niet lukte. De p'-waarde van 40 is laag. Het tweede onderdeel, het exacte tijdstip berekenen waarop de bal het diepste punt bereikt, werd daarentegen goed gemaakt.

De laatste opgave, *Een kromme van middens*, was een opgave die ook in een oude stijl examen had gepast. Het eerste onderdeel ging heel goed, het tweede veel minder. Dit soort vragen komt in het nieuwe programma wat minder aan de orde en is voor de leerling waarschijnlijk ook minder herkenbaar. In de laatste vraag, het berekenen van een exacte inhoud, werden algebraïsche vaardigheden getest. Het resultaat: p' = 52.

Vwo B12

In tabel 13 staan de maximumscores en de p'-waarden bij de vragen van het B12-examen.

Startupgave bij B12 was *Uit de kust*, een opgave over iso-afstandslijnen. Deze opgave leverde geen problemen op. Lastigste onderdeel was de tweede vraag, een vraag die in het oude programma niet gesteld zou worden: het beredeneren van de waarde van een limiet in plaats van uitrekenen. Het is voor leerlingen niet gemakkelijk zoiets goed te formuleren en op papier te zetten. Desondanks scoorde deze vraag een p'-waarde van 60.

De eerste meetkunde-opgave, *Brandpunt en richtlijn zoeken*, was zeker geen standaardopgave. Het resultaat is typisch voor meetkunde-opgaven, veel leerlingen hebben of geen punten, of het maximum aantal punten gescoord: je kunt het of je kunt het niet. Gemiddeld werd hier de helft van de punten gescoord.

Wel of niet convergent?

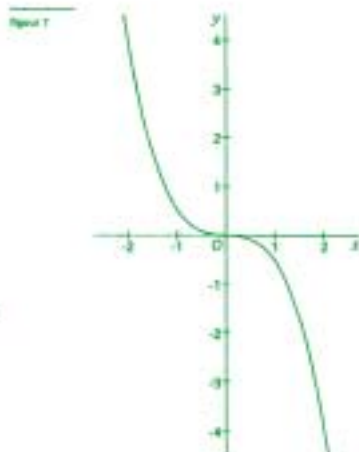
Voor elke beginwaarde u_0 is gegeven de rij $u_n = -\frac{1}{3}(u_{n-1})^3$ (voor $n = 1, 2, 3, \dots$). In figuur 7 en op de bijlage is de grafiek van de functie $y = -\frac{1}{3}x^3$ getekend.

Neem $u_0 = 1\frac{1}{2}$.

- se 12 ☐ Geef in de figuur op de bijlage op de x-as de waarden u_1 en u_2 aan met behulp van een webgrafiek.

Of de rij $u_0, u_1, u_2, \dots$ naar 0 convergeert, hangt af van de beginwaarde u_0 .

- se 13 ☐ Bereken exact voor welke waarden van u_0 de rij $u_0, u_1, u_2, \dots$ naar 0 convergeert.



VWO B12

De voortgezette analyse werd getest in *Wel of niet convergent*. De webgrafiek leverde geen problemen op, het tweede onderdeel daarentegen wel. Hier moest de leerling zelf bedenken hoe dit opgelost kon worden. De laatste opgave, *Op één lijn*, ging weer over meetkunde. Ook hier weer veel leerlingen met of alle of geen punten. Gemiddeld weer bijna 50%. Bij de laatste vraag, waarbij aangetoond moest worden dat drie punten op één lijn lagen, kon je het resultaat van de vraag ervoor goed gebruiken. Als je de oplossing 'ziet', is de vraag erg eenvoudig. Uit de p'-waarde van 46 blijkt dat dit toch niet voor iedereen is weggelegd. Een veel voorkomende fout is dat kandidaten er al van uitgaan dat de punten op één lijn liggen en hier vervolgens meer eigenschappen uit afleiden die de aanname zouden moeten 'bewijzen'. De overige opgaven zaten ook in het B1-examen.

GR en wiskunde-B

Tot besluit nog enkele algemene opmerkingen rond de examens vwo wiskunde-B.

De grafische rekenmachine wordt nog niet door iedereen gebruikt wanneer dat nodig of zinvol is. Ook lijkt niet elke leerling precies te weten wanneer de rekenmachine wel en wanneer niet gebruikt mag worden. Dit zal de komende jaren hopelijk verbeteren als de grafische rekenmachine meer is ingeburgerd. Uit de vragenlijsten blijkt ten slotte dat het

correctievoorschrift voor vragen waarbij de grafische rekenmachine gebruikt mag worden nog wat verbeterd moet worden.

Over de auteurs

Petra Boon, Kees Lagerwaard, Gerard Stroomer, Ger Limpens, Eric Severins en Edward van Kervel zijn wiskundemedewerkers en examenmakers van de Citogroep te Arnhem (website: www.citogroep.nl).

Hun e-mailadressen zijn opvolgend: petra.boon@citogroep.nl, kees.lagerwaard@citogroep.nl, gerard.stroomer@citogroep.nl, ger.limpens@citogroep.nl, eric.severins@citogroep.nl en edward.vankervel@citogroep.nl

Advertentie

CASIO

Op film bijgeleverd

REACTIE / HET EINDEXAMEN VWO B12

[J.H. van Lint]

Enige jaren geleden is op initiatief van prof. A. Heertje een commissie gevormd bestaande uit wetenschappers die werden gevraagd om de eindexamens vwo (op hun gebied) te bekijken en er commentaar op te leveren. Vooral de vrees dat het niveau van de examens voortdurend daalt was aanleiding tot dit initiatief. De auteur van dit artikel nam vorig jaar voor het eerst deel en is daarbij vooral geschrokken toen hij het examen oude stijl met het examen nieuwe stijl vergeleek. De oordelen van de leden van de commissie zijn te vinden op de website www.examen.kennisnet.nl.

Het niveau van het examen wiskunde B12 in het jaar 2001 was zeer laag. Desondanks waren de resultaten toen niet goed. Er moest aan de cijfers gesleuteld worden om een acceptabel resultaat te bereiken. Blijkbaar heeft men ergens besloten dat het in 2002 echt volslagen triviaal moest zijn opdat onze politici weer eens triomfantelijk kunnen roepen hoe goed het met ons onderwijs gaat.

Door de invoering van het studiehuis hebben leraren tegenwoordig weinig gelegenheid om hun didactische kwaliteiten te benutten. Desondanks zijn er veel leraren die proberen om van het huidige programma nog iets te maken. Die moeten bij het zien van dit examen wel uiterst gefrustreerd geraakt zijn. Hun werk is in feite voor niets geweest.

Bij het WO zal de frustratie ook weer toenemen. De belangstelling voor de studie in de exacte vakken blijft afnemen. Er zullen echter nog leerlingen zijn die op grond van goede resultaten voor het eindexamen menen zo'n studie aan te kunnen, om op de universiteit te merken dat ze eigenlijk niets weten of kunnen. Als het aantal afvallers steeds groter wordt, zal dit zijn weerslag hebben op de studiekeuze in komende jaren.

Gevreesd moet worden dat de universiteiten hun niveau gaan aanpassen aan de instroom. En zo gaat het door zonder dat er iets aan wordt gedaan.

Wat mankeert er dan eigenlijk aan dit examen? Mijns inziens eigenlijk alles.

In het examenprogramma vwo wiskunde B12 staat een aantal domeinen met specifieke kenniselementen. Daar zitten ook (voor leerlingen) lastige zaken bij (zoals bijvoorbeeld onderdelen van het subdomein combinatoriek of het toetsen van hypothesen). Geen daarvan komt in het examen voor.

De insluitstelling staat bij de stof en was nodig bij vraag 2. Daar werd echter genoeg genomen met het antwoord 'Voor grote x lijkt de cirkelboog steeds meer op een lijnstuk'. Hoewel de onderwerpen van de vragen 1, 3, 17 en 18 ook op de genoemde lijst staan, lijkt dit mij stof voor de onderbouw. Zo zou vraag 17 in de tijd

dat meetkunde een standaardonderwerp op het vwo was, voor een proefwerk in klasse 3 te kinderachtig zijn geweest.

Een typisch voorbeeld van opzettelijk eenvoudig maken is het feit dat bij allerlei berekeningen (zie de vragen 1, 3, 6 en 10) het antwoord eerst wordt gegeven. Daar kan naar toe gewerkt worden. Voor geen van de overbekende rekenfouten valt te vrezen. Zo zou bij vraag 6 een flink deel van de kandidaten iets anders hebben gevonden dan 261, als dat niet was voorgezegd. Net zo erg is het stellen van vragen en er dan bij vertellen hoe het antwoord moet worden bepaald (vraag 14 en 16). In plaats van de triviale invuloefening in 14 had men veel beter kunnen vragen om aan te tonen dat de gevraagde gemiddelde versnelling gelijk is aan de genoemde helling. Dan moet de leerling iets doen en enig begrip tonen. Ook bij de berekening in vraag 15 zouden overbekende fouten voor kunnen komen. Wie echter als antwoord $2 \cdot \ln 2$ vindt zal met een druk op de knop zien dat dat niet ongeveer 0,7 is.

Het ontgaat mij waarom zelfs de eenvoudigste goniometrische formules niet parate kennis zouden moeten zijn. Alles staat op het officieel goedgekeurde spiekblad waardoor de vraag 10 helemaal niets toetst.

Bij de beoordeling van het examen wiskunde B12 in 2001 vroeg ik mij af, waarom zo veel vragen worden ingebed in gewauwel. Dit wordt blijkbaar 'realistisch' genoemd. Welnu, als ik ooit volslagen onrealistische onzin heb gezien dan is dat het verhaaltje dat aan opgave 5 vooraf gaat.

Wat doen we hier aan? Weer alleen maar onderling klagen? Lange tijd heeft het WO zich schuldig gemaakt aan gebrek aan belangstelling voor de gang van zaken op het vwo. Die tijd is voorbij. Vrijwel alle wiskundefaculteiten hebben regelmatig allerlei contacten met scholen, leraren en leerlingen uit hun regio. Het lijkt mij dat het onderwerp 'Eindexamens van bedroevend laag niveau' iets is om met elkaar te bespreken en dan ook actie te ondernemen. Het kan niet zo zijn dat een leraar het leuk vindt als het effect van zijn onderwijs op deze wijze wordt getoetst, en de universiteiten kunnen met studenten die deze bagage in huis hebben geen kant op.

Over de auteur

J. H. van Lint (e-mail: J.H.v.Lint@tue.nl) is emeritus hoogleraar wiskunde en voormalig rector magnificus van de Technische Universiteit Eindhoven.

REACTIE / HET EINDEXAMEN HAVO A12

[Jan Meerhof]

Eerlijk verdelen

De ouderen onder ons weten het nog wel: raaklijnen bepalen aan een kwadratische kromme zonder differentiëren.

In de eerste opgave van het examen havo-A12 (Servicekosten) zijn we echter letterlijk op zoek naar een eerlijke verdeling.

Een flat bestaat uit 5 woonlagen. De woonlagen zijn te bereiken via een trappenhuis. De kosten voor de verlichting van dit trappenhuis bedragen jaarlijks 720 euro. De verhuurder laat de bewoners alleen betalen voor de verlichting die ze daadwerkelijk 'gebruiken'. *De bedragen voor de woonlagen verhouden zich dan als 1:2:3:4:5* (de cursivering is van mij).

De stellige formulering van de gecursiveerde zin in de opgave suggereert dat de daar genoemde verhouding logisch voortvloeit uit het voorgaande en vrijwel alle leerlingen nemen deze verhouding dan ook kritiekloos als uitgangspunt voor hun berekening.

Wim is niet het toonbeeld van een goede leerling (misschien heeft hij de gecursiveerde zin niet eens gelezen), maar hij komt wel tot een logische verdeling van de kosten over de woonlagen waarbij hij gekeken heeft naar 'de verlichting die ze daadwerkelijk gebruiken'. Zijn redenering:

Iedereen gebruikt de verlichting van de onderste woonlaag; de kosten hiervoor worden dus gelijk verdeeld over de woonlagen, met andere woorden iedere woonlaag betaalt $144/5 = 28,80$ euro voor het gebruik van de verlichting van de 1e woonlaag. De tweede woonlaag wordt gebruikt door de bewoners van de 2e t/m 5e woonlaag; zij betalen dus $144/4 = 36$ euro voor de 2e woonlaag.

Voor de volgende woonlagen zijn de bedragen dan 48, 72 en 144 euro.

Volgens Wim moeten de bewoners van de 1e woonlaag 28,80 euro betalen en draait de 5e woonlaag op voor 328,80 euro.

Eerlijk? Ik weet het niet, maar de uitkomst doet wel recht aan het 'daadwerkelijk gebruik'.

Ik heb in een klein (niet wetenschappelijk verantwoord) onderzoekje enkele collega's het volgende probleem voorgelegd.

Vijf wielrenners nemen plaats op een 5-persoons tandem (een kwintem?). Zij fietsen een traject van 50 kilometer en trappen aanvankelijk allemaal even hard op de pedalen. Na 10 kilometer haakt de achterste af; moe geworden stopt hij met trappen. De volgende fietser geeft er 10 kilometer later de brui aan. Dit gaat zo verder, zodat de laatste 10 kilometer er nog maar één fietser voor de voortstuwing zorgt.

Aan de finish krijgen zij een prijs van € 300. Wat is een eerlijke verdeling?

Mijn rector, wiskundeleraar in ruste, presenteert de verhouding 1:2:3:4:5, maar is daar niet blij mee. Te simpel. Op basis van 'de geleverde inspanning' vindt hij uiteindelijk een verdeling zoals Wim die ook gevonden had.

En twee natuurkundedocenten leggen mij nadrukkelijk uit dat het probleem onoplosbaar is; er ontbreken gegevens. Na enkele welgemeende verontschuldigheden mijnerzijds komen zij zelf met een aantal alternatieve vooronderstellingen en vinden vervolgens de beide oplossingen. Maar zijn deze nu beide even *eerlijk*?

Denk aan vijf landhuizen langs een doodlopende weg. Hoe verdelen we de kosten voor het onderhoud van deze weg of voor de aanleg van een glasvezelkabel? Het is een aardige opgave om zoveel mogelijk verschillende kostenverdelingen te bedenken die verdedigbaar (eerlijk) zijn.

Terugkijkend kan je zeggen dat de gecursiveerde zin uit de examenopgave niet het gevolg is van de daaraan voorafgaande zin, maar eerder een betrekkelijk willekeurige vooronderstelling met betrekking tot de term 'daadwerkelijk gebruik'.

Tot slot

Nog even terug naar de openingszin: kan iemand mij uitleggen waarom wij onze leerlingen (en onszelf) moeten martelen met een stukje differentiaalrekening dat 1. niet aansluit bij het functiebegrip van deze leerlingen; 2. leunt op het op zichzelf al moeilijk te begrijpen toenamediaagram; 3. geen duidelijke toepassingen biedt, en dat terwijl er 4. nog zoveel mooie, leuke en zinnige wiskunde-A onderwerpen zijn.

Over de auteur

Jan Meerhof (e-mail: jmeerhof@freeler.nl) is als wiskundeleraar verbonden aan het Krimpenervwaard College te Krimpen aan den IJssel.

't

DENKEN
BEVORDEREN

Floortje en het vmbo-examen

Over regels, betekenissen en aanpak

[Anne van Streun]

Floortje krijgt deskundige hulp

Floortje zit in 4-vbo en doet het voor alle vakken goed, behalve voor wiskunde. Zij is een vrolijke en zelfstandige meid die weet wat ze wil. Omstreeks de jaarwisseling krijgt haar moeder het benauwd wegens de zware onvoldoende voor wiskunde op het school-examen. 'Anne, wil jij haar wat helpen, want het komt niet goed. Ik heb tegen Floortje gezegd dat meneer Van Streun je zeker kan helpen. Hij heeft er verstand van.' Mijn standaardantwoord is dat Floortje het zelf moet doen en zelf hulp moet willen. Nu, dat zit wel goed. De nood is inderdaad hoog. En Floortje bepaalt zelf wel of het nodig is! Dus beperkt zij mijn assistentie tot vijf zittingen van ongeveer twee uur, als er een schooltoets aankomt. Meer vindt zij niet nodig. 'Kijk, als ik het eenmaal begrijp, dan kan ik me verder zelf wel redden.' Ik ben daar niet van overtuigd, maar enige zachte druk voor een meer frequente vorm van onderwijs haalt niets uit. Er zijn nu eenmaal leukere dingen in het leven van een tiener te beleven.

Voor mij is het boeiend om na de jaren dat wij met het WIBO-team de eerste serieuze wiskundeboeken in Nederland voor vbo-ivbo maakten (Wiskunde Lijn vbo-ivbo) weer eens het denken van een echte vbo-leerling te volgen. Mijn analyse van de gekozen voorbeelden richt zich op de drie belangrijkste aspecten van dit wiskundeonderwijs: *regels*, *betekenissen* en *probleemaanpak*.

Vergelijkingen, formules en grafieken

Op zoek naar vaste grond in het gebied van de vergelijkingen gaan we helemaal terug naar $4a + 6 = 2a + 20$. Floortje herinnert zich de *regels* en komt stap voor stap tot $a = 7$.

'Wat *betekent* dat nu?' ...???

'Kun je dit antwoord controleren?' ...???

Nee dus, dat vraagt enig teruggrijpen naar de *betekenis* van een vergelijking. Getallen invullen, kijken of het

klopt. Floortje wekt de indruk dat ze dit voor het eerst doet.

Even later moeten we de juiste formule zoeken bij de juiste grafiek (*zie figuur 1*, [1, p.27]).

Herkennen van typen grafieken lukt niet. Doorvragen leidt tot de conclusie dat de grafische *betekenis* van een formule volslagen ontbreekt. Dat de coördinaten van een punt op een grafiek iets te maken kunnen hebben met de x en de y in de formule leidt tot een nieuw inzicht. Een tabel bij een formule maken lukt wel met behulp van de rekenmachine. De *probleem-aanpak*, maak maar bij elke formule een tabel en teken in gedachten die punten in, werkt. De ontdekking dat die getallen x en y alles te maken hebben met de punten op de grafiek is een doorbraak van inzicht. 'Nu kan ik die andere sommen ook wel.' En dat blijkt. 'Kijk die verhaaltjessommen, met auto huren en zo, snapte ik wel. Die sommen met x en y niet.'

Mijn analyse: Natuurlijk heeft Floortje in de voorgaande jaren wel eerder met de *betekenissen* van een vergelijking of een formule kennis gemaakt. In de onderzoeksliteratuur wereldwijd is de gangbare verklaring voor dit onbegrip dat het vervolg, bijvoorbeeld training op typen opgaven, de *centrale concepten* en daarmee het begrip wegdrukt. De remedie is natuurlijk dat je in de lessen en de toetsing steeds weer terug gaat naar die centrale betekenissen, bijvoorbeeld naar de vraag wat een formule of een lettervariabele voorstellen.

Werkschema's voor een probleem aanpak

Een kenmerk van de aanpak van veel leerlingen is dat zij al gaan rekenen voordat zij hebben nagedacht. Ook vóórdat het rekenen met de rekenmachine gebeurde was die klacht algemeen. Onderzoek op allerlei vakgebieden laat zien dat experts altijd meer tijd nemen voor het bedenken van een probleem aanpak

dan beginnelingen, die net als veel leerlingen direct uit hun geheugen een operatie opdiepen en toepassen. Daartegen waarschuwen werkt niet zo goed, het structureren van een probleemaanpak werkt wel. Twee voorbeelden.

Floortje is de stelling van Pythagoras vergeten, maar via het systematisch overzicht achterin het boek is ze snel met het werkschema (zie figuur 2, [1, p.284]) in de weer. En dat werkt. In feite gaat het om het structureren van de *probleemanalyse*: wat weet je al, welke regel geldt, wat moet je uitrekenen.

Een ander werkschema is de verhoudingstabel (zie figuur 3, [1, p.294]). Ook daarbij gaat het primair om de *probleemanalyse*, het invullen van de gegevens, het aangeven wat er wordt gevraagd, het gebruik maken van de twee basiseigenschappen van de verhoudingstabel. Nog meer *regels*, zoals het kruislings vermenigvuldigen, leiden alleen tot verwarring. De oude Grieken hadden nog veel meer regels voor het rekenen met verhoudingen, maar die helpen niet bij het heuristisch gebruik van de verhoudingstabel.

Mijn analyse: In een goede didactiek ontwerp je werkschema's voor leerlingen, die hen helpen de aanpak te structureren. De pijlenketting om een vergelijking of formule in stappen uiteen te leggen is een ander voorbeeld. Het middel moet alleen geen doel worden, zoals dat hier en daar bij de verhoudingstabel is te zien.

Goniometrie

Een berucht onderwerp op het vbo (en niet alleen daar)

is het rekenen met goniometrische verhoudingen.

'Volgende week hebben we een toets over goniometrie en ik begrijp er niks van.' We houden de systematische samenvatting achterin het boek bij de hand, want de koppeling van de sinus, cosinus en tangens aan de verhouding van de goede zijden zit nog niet goed. Hoe onthoud je dat ook al weer?

Er zijn een hoek en een zijde gegeven. Wat nu? Driftig wordt de hoek ingetypt en de sinus verschijnt op het scherm. Hoe nu verder? Na veel gemodder besluiten we de rekenmachine eerst maar eens weg te leggen. Het gaat om de probleemaanpak. We komen tot het volgende stappenplan, dat ook op papier komt.

1. Om welke hoek gaat het? Schrijf dat op! (De hoek kan gegeven zijn of gevraagd.)
2. Kijk naar de hoek en zoek uit om welke twee zijden (o of a of l) het gaat.
3. Kies sinus, cosinus of tangens. Schrijf de verhouding uit!
4. Gebruik nu pas de rekenmachine en vul de getallen in.
5. Bereken de gevraagde lengte of hoek.

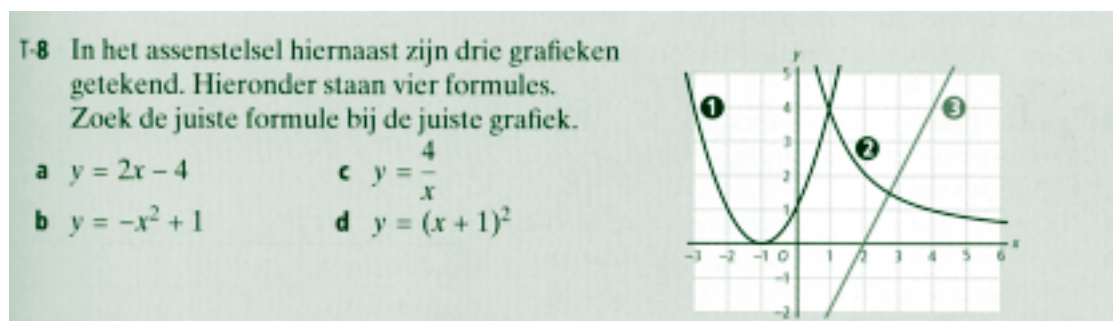
De laatste stap blijkt nog te weinig specifiek. Floortje vermenigvuldigt of deelt willekeurig. Controleren is er niet bij. Het onderscheid tussen berekeningen met de gevraagde lengte in de teller of in de noemer moeten we expliciet maken. De nieuwe stap 5 wordt:

5. Bereken de gevraagde lengte. Van welk type is de berekening:

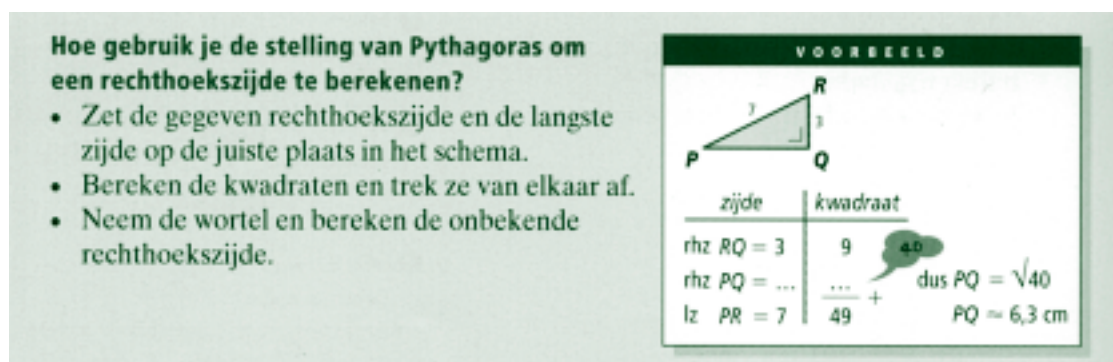
$$4 = \frac{12}{?} \quad \text{of} \quad 4 = \frac{?}{3}$$

Floortje schrijft deze aanpak op en zegt: 'Maar nu kan ik ze allemaal.' En waarachtig, het scheelt niet veel.

FIGUUR 1 Zoek de juiste formule bij de juiste grafiek



FIGUUR 2 Werkschema van de stelling van Pythagoras



Zelfs een complexe opgave (zie figuur 4, [1, p.140]) lukt met weinig hulp. Opgewekt bereidt ze zich nu zelfstandig voor op het schoolonderzoek.

Mijn analyse: Er zit veel complex rekenwerk in dit onderwerp. En de verschillende namen moeten in de context van een rechthoekige driehoek wel *betekenis* krijgen. Verder draait het om een systematische probleemaanpak, waarbij de analyse van de situatie centraal moet staan. Hoewel de samenvatting uit het boek een analoge aanpak laat zien, is dat bij Floortje niet aangekomen. Het demonstreren van een aanpak moet natuurlijk interactief met flink wat drama in de klas (*Nee, eerst nadenken, dan de rekenmachine!*) worden uitgespeeld. Ik weet niets van wat er in de lessen gebeurt.

Hoe gaat Floortje verder?

Mede dankzij de summiere hulp van mijn kant heeft Floortje haar cijfer voor het schoolonderzoek flink opgekrikt, maakte zij een goed B-examen en haalde een ruime voldoende op het C-examen. Ze gaat op het mbo de richting Verzorging doen. Komt ze daar nog wiskunde tegen? Welke wiskunde dan? Wat houdt ze van vier jaar wiskundeonderwijs over?

In mijn oratie citeerde ik met instemming A.D. de Groot dat het voornaamste doel van onderwijs is dat leerlingen het (levenslang) leren leuk gaan vinden. Bij Floortje zal wiskunde daar niet veel aan hebben bijgedragen, maar ze heeft er ook geen levenslange frustratie door opgelopen. Ik heb niet de illusie dat ik haar attitude ten opzichte van wiskunde leren ('Onbegrepen regeltjes onthouden en op het goede

moment ophoesten') ingrijpend heb kunnen beïnvloeden. Ik ben wel verbijsterd dat zo weinig assistentie, gericht op de *betekenis* en de *probleemaanpak*, zo snel tot redelijke resultaten kan leiden. Wat is er dan in die vier jaar wiskundeonderwijs gebeurd? Zou een veel zwaarder accent op het mobiliseren van het eigen denken van de leerlingen en op het stimuleren van denken over hoe jezelf denkt tot dezelfde attitude hebben geleid? En moet het onderwijs en de toetsing van de leerlingen van het vmbo niet veel meer worden bepaald door goede praktische opdrachten, die hun (wiskundig) denken en betrokkenheid bij de taken stimuleren? Daarover een andere keer.

Deze zomer kwam Floortjes moeder nog even langs om te vertellen dat Floortje haar vakken voor de mbo Verzorging had gekregen. Floortje had gezien dat er geen wiskunde bij was en had toen gezegd: '*Jammer. Ik begon wiskunde net leuk te vinden!*'

Noot

[1] I. van Breugel, e.a.: *Moderne wiskunde 4 vmbo kader (7e editie)*, Wolters-Noordhoff, Groningen, 2001

Over de auteur

Anne van Streun (e-mailadres: A.van.Streun@math.rug.nl) is sinds 1974 werkzaam aan de Rijksuniversiteit Groningen als wiskundendidacticus en sinds 2000 als hoogleraar in de didactiek van de wiskunde en natuurwetenschappen.

FIGUUR 3 Werkschema voor het rekenen met verhoudingen

Rekenen met verhoudingstabellen

Hoe reken je met een verhoudingstabel?
In het voorbeeld hiernaast moet je de prijs van 800 gram kaas berekenen. De kaas kost 14 euro per 1000 gram.

- 1 Zet het gewicht in grammen en de prijs in centen onder elkaar.
- 2 Ga in de bovenste rij via 1 gram naar 800 gram.
- 3 Je leest de prijs voor 800 gram af en schrijft die onder de tabel.

VORBEELD

• **Vraag:** Kaas kost € 14,- per 1000 gram. Hoeveel kost 800 gram?

• **Oplossing:**

gram kaas	1000	...	800
prijs in centen	1400	...	?

$\div 1000 \quad \times 800$

gram kaas	1000	1	800
prijs in centen	1400	1,40	1120

$\div 1000 \quad \times 800$

• **Antwoord:** 800 gram kost € 11,20

FIGUUR 4 Wat is de lengte van de vangrail?



Dr. D. van Hiele-Geldof en G. Krooshof, met medewerking van Dr. P. M. van Hiele en Dr. J. de Miranda, *Wiskunde voor de M.M.S.* Eerste deel, 136 blz., f 3,90; Tweede deel, 100 blz., f 2,75 met gestencilde toelichting voor de docent. J. B. Wolters, Groningen, resp. 1960 en 1961.

Een moedige poging, om bij het wiskunde-onderwijs aan de m.m.s. te komen tot een methode, waarbij niet het schijnresultaat, maar het werkelijke inzicht wordt nagestreefd. De achtergrond van dit boek wordt gevormd door ideeën, die in de Wiskunde Werkgroep der W.V.O. zijn ontwikkeld en waaraan de helaas zo vroeg gestorven Dr. van Hiele-Geldof zo'n belangrijk aandeel heeft gehad.

De opzet van dit boek is zo nieuw, dat het niet goed mogelijk is binnen het bestek van deze korte bespreking een juiste indruk van de inhoud te geven. Ik ben trouwens van mening, dat alle wiskunde-docenten, niet alleen die van de m.m.s., er goed aan doen, van dit boek kennis te nemen. Het biedt voor ons allemaal tevens de gelegenheid om ons kritisch te bezinnen over onze eigen manier van lesgeven. Laat ik dus volstaan met te zeggen, dat ik dit boek didactisch een heel knap stuk werk vind. De uitvoering van het boek is zeer fraai.

Tenslotte moet ik nog mijn deernis uitspreken met de leerlingen van de m.m.s.-afdeling van een Lyceum. Zij hebben in de onderbouw al een groot deel van de hun toekomende wiskundelessen opgemaakt, en daarbij dit speciale m.m.s.-boek gemist. Hoe moet dat nu in 2-m.m.s.? Maar misschien staat het antwoord op deze vraag ons nog te wachten?

R. Troelstra

Dr. P. M. van Hiele en Dr. D. van Hiele-Geldof, *Werkboek der algebra*, deel 2, 5e druk, 123 blz., ing. f 4,25, J. Muusses, Purmerend, 1960.

Het verschijnen van deze door Dr. P. M. van Hiele geheel omgewerkte vijfde druk is aanleiding, om nog eens de aandacht op dit belangrijke werk te vestigen. Zoals de titel aangeeft is het een echt werkboek, geen leerboek in de traditionele zin. Het is dan ook in de eerste plaats geschreven voor scholen met individueel gericht onderwijs. Toch lijkt mij het boek ook voor klassikaal onderwijs goed te gebruiken. Bij een originele opzet, zoals we die hier aantreffen, vallen vele merkwaardige dingen op. Zo komt men de abc-formule het eerst tegen als formule voor de nulpunten van een kwadratische functie; de vierkantsvergelijkingen komen niet als een bijzonder belangrijk onderwerp voor, maar staan verderop met de vergelijkingen van hogere graad in één hoofdstuk. Uit vele details blijkt de zorg, waarmee dit werk is geschreven. Als voorbeeld noem ik het scherp onderscheiden van „en” en „of” bij ongelijkheden.

Een boek met bijzondere didactische kwaliteiten, dat behoorlijk hoge eisen stelt aan de leerling, maar ook aan de leraar.

R. Troelstra

Boekbesprekingen in Euclides, jaargang 38 (1962-1963)

VERSLAG NVVW-EXAMENBESPREKINGEN 2002

Ook dit jaar heeft de NVvW door middel van centrale en regionale besprekingen voor de vbo/mavo-, havo- en vwo-examens wiskunde een van haar doelstellingen gestalte proberen te geven, namelijk het reiken van handvatten aan docenten om het werk van hun kandidaten zo bevredigend mogelijk te kunnen beoordelen.

[Jan de Geus]

Inleiding

De organisatie van centrale en regionale examen-besprekingen, een service aan leden en niet-leden, zal de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren ook in de toekomst continueren. De licht dalende belangstelling voor deze bijeenkomsten kan tot allerlei speculatieve beschouwingen aanleiding geven (werken tijdsdruk, eminente correctiemodellen, website van de Vereniging), onomstotelijk blijft het feit dat ze zeer nuttig blijken. De CEVO, altijd bij de centrale voorbesprekingen prominent vertegenwoordigd, luistert elk jaar zeer zorgvuldig naar alle opmerkingen die daar worden gemaakt en trekt daar regelmatig consequenties uit, zoals, het mag een bagatel lijken, het uiteindelijk terugdraaien van een al dan niet terechte éénpuntsbestrafing van een door veel leerlingen toegepaste omzetting van een binomiaal kansmodel naar een normaal kansmodel bij vwo-A12. De vbo/mavo-vergaderingen trokken ruim 70 collega's, havo-A12 telde ruim 100 wiskundigen, bij havo-B1/B12 waren ongeveer 50 (geregistreerde) docenten (het verslag uit Amsterdam werd node gemist), vwo-A1 en -A12 wisten respectievelijk bijna 70 en ruim 90 aanwezigen te boeien en op vwo-B1 en -B12 waren ruim 120 resp. 100 geïnteresseerden afgekomen.

Evenals vorig jaar werden de aanvullingen op het bindende correctievoorschrift (verderop steeds afgekort tot CV) kort na elke regionale bespreking op de verenigingssite geplaatst, hetgeen velen tot dankbaarheid stemde.

In de verschillende enquêtes [1] viel ook dit jaar weer het grote aantal onthoudingen op. Met name op de vraag over het niveauverschil tussen B1 en B12 op havo en vwo, en tussen A1 en A12 op vwo wilde slechts een minderheid antwoord geven. Wellicht is het zo dat maar weinigen lesgeven aan deze koppels, al dan niet in één klas. De vraag over de hanteerbaarheid van het CV voor vragen waarbij de grafische rekenmachine (GR) is gebruikt telde eveneens veel onthoudingen. Misschien een aanwijzing dat velen nog niet goed raad weten met de (beoordeling van de) verslaglegging door kandidaten van hun GR-gebruik.

Bij de meeste regionale besprekingen zijn verslagen gemaakt.

Deze zijn aan de CEVO gezonden met het verzoek de daarin gemaakte opmerkingen onder andere te doen gebruiken bij het opstellen van toekomstige examens. Bij het vaststellen van de cesuur kan de CEVO gemaakte opmerkingen laten meewegen. Hierover is al eerder (in de Inleiding) een korte opmerking gemaakt. Daarna zijn de verslagen naar de schrijver van dit artikel doorgezonden. Het nu volgende is een, naar ik hoop, representatieve samenvatting.

Vbo/mavo wiskunde C en D

De beide examens telden vier gemeenschappelijke contexten, bij twee ervan waren de vragen grotendeels gelijkloidend: een vraag over de bevolking van

Nederland (beschrijvende statistiek) en één over een Deens vakantiepark (meetkunde). De twee andere vragen gingen over een sponsorloop en het bedrukken van shirts (statistiek en algebra), maar de vragen erover waren voor C en D totaal verschillend. Het C-examen werd goed ontvangen. Taalzwakte bij leerlingen was een veelvuldig genoemd struikelblok. 'Ze redeneren niet zorgvuldig. Rekenen gaat hen beter af, dus vraag meer naar rekenvoorbeelden', zo verwoordde één van de docenten.

Een aantal docenten vond het examen te moeilijk van tekst en te lang, een klacht die aansloot bij die van de kandidaten richting het Laks.

Opgave 1 over schaatsen voor water was een goede binnenkomer. De tweede opgave, over het bedrukken van shirts, gaf evenmin problemen. In opgave 3, een meetkundevraagstuk over een poppenhuis, werd het lastig voor met name taalzwakke leerlingen. De zinsnede dat er met een *model* van een poppenhuis moet worden gerekend, waarbij het gebruikte hout helemaal geen dikte heeft, meer een kaartenhuis dus, zaaide verwarring. Terwijl er toch in de vragen die volgen door ene Arend naar hartelust wordt gelijmd en gezaagd. Grappig overigens dat een collega opmerkte dat de plaat in de opgave ineens een plank in het CV was geworden!

De statistiekopgave over Nederlanders, een opgave over de inhoud van een doosje, noch die over een Deense stadsvakantie, ontlokte verder enig C-commentaar.

Het D-examen maakte de tongen meer los. 'Goed niveau', 'Verskil tussen C- en D-niveau is heel duidelijk' waren een paar algemene gevoelens. Maar ook: 'Dit is geen wiskunde, maar Nederlands' en 'Hier pak je dyslectici en allochtonen mee'. Dat liegt er niet om!

Opgave 1, over de sponsoractie, had naar veler mening een volstrekt verkeerde vraag 4 waarin de kandidaten twee boxplots met elkaar moesten vergelijken. 'Zoiets vraag je niet!' Iemand sprak zelfs van een 'foute' vraag, een instinker. Een ander merkte op dat zo'n vraag wel achter in het examen zou kunnen, maar niet in de eerste opgave.

Opgave 2 ging over een Deens vakantiepark.

Vergelijkbare vragen als in het C-examen; de opgave gaf weinig problemen.

Zo ook de volgende twee opgaven, over het bedrukken van shirts en statistiek in Nederland, al raakten zo hier en daar heel wat meer gezichten dan shirts bedrukt: 'Wat veel!' En er kwamen daarna nog 8 vragen! Eén van de docenten vertelde dat hij het examen gelijk met de leerlingen had gemaakt (hij hoefde niet te surveilleren). Hij kreeg het niet af binnen de tijd. En een ander zei dat veel van zijn kandidaten vanaf vraag 18 alles hadden afgeraffeld.

'En waar blijft de gonio?' Men miste de sinus en de cosinus! Ook de leerlingen hadden die klacht, ze hadden er zo op getraind!

Opgave 5 over Toblerone-repen was origineel maar werd erg lastig genoemd. En de laatste opgave over

hardlopen in Leiden, daar was men stil van. Er werden in elk geval geen snedige opmerkingen over gemaakt.

Havo wiskunde A12

Groningen meldt: 'Goed examen, maar de leerlingen doen het niet goed.' In Den Bosch en Amsterdam deelt men die mening ten volle. En uit Den Haag voegt men daar nog aan toe: 'Een echte oorzaak vonden we niet. Mogelijk de onvoldoende 'zelfstandige' voorbereiding van de tweede-fase-leerling'. In Rotterdam, zelfde laken een pak, vraagt men zich af of de didactiek wellicht op de schop moet. De leerlingen handelen veel te impulsief. Wie het weet mag het zeggen. Ook Arnhem zat met de handen in het (grijze?) haar: 'Het gaat echt niet goed met 't wiskundeonderwijs, met name op havo-A12.' En: 'Er is een sterke behoefte om in de vereniging de ongerustheid en de onvrede te kunnen uiten.' In Zwolle was men heel tevreden, al hoopt men ook daar op enige verhoging, maar niet te veel, 'want dat bevoordeelt ook diegenen die het niet verdienen.' Daar geen genade voor recht dus!

In de eerste opgave, verlichtingskosten van het trappenhuis in een flat, werd stilgestaan bij de volgens sommigen oneerlijke verdeling ervan over de vijf woonlagen. Die zou niet 1:2:3:4:5 moeten zijn maar 12:27:47:77:137, volgens het idee dat de tweede woonlaag $\frac{1}{5}$ deel van de begane-grond-lamp gebruikt en $\frac{1}{4}$ deel van de lamp op de eerste verdieping, enzovoort. Een leuk idee voor een PO bij wiskunde A1?!

De tweede opgave behandelde het misbruik van EPO. Er moest o.a. een boxplot worden geanalyseerd. Dat was teveel gevraagd. Vrijwel geen enkele kandidaat scoorde hier. Veel docenten zagen in dit onderdeel hun bange vermoedens bevestigd: te veel stof, te weinig tijd om te herhalen, in te slijpen. Daardoor is veel kennis oppervlakkig en klakkeloos, en de leerling weinig kritisch. De verslaggever uit Den Bosch concludeert: 'Dus deze vraag is voor de leerlingen te moeilijk.' In Arnhem merkt men op: 'Behoort dit wel tot de stof?' Rotterdam noemt deze vraag 'een misser'. Daar vond men ook dat de stam van vraag 8 wel èrg lang was.

In de derde opgave was er enige kritiek, ook op enkele wiskundemethodes: de notatie $D'(\dots)$ is zowel Getal en Ruimte gebruikers als die van Pascal niet bekend. De docent moet dat blijkbaar in zijn lessen rechtbreien. De vraag naar de interpretatie ervan verleidde slechts weinig kandidaten tot een ontboezeming van enige omvang. Te hoog gegrepen?

Memory, opgave 4, en Nieuwe tijden, opgave 5, veroorzaakten nauwelijks problemen. Memory werd in Rotterdam 'erg leuk' gevonden en daar had men Nieuwe Tijden graag eerder in het examen gezien. What's in a name! Een aantal algemene opmerkingen was natuurlijk al eerder aan bod gekomen, zoals het jaarlijkse ritueel van de stapel- versus de sprokkel-norm. Iemand merkte nog op dat in de brugklas wordt geleerd dat een vierkant óók een rechthoek is. In de Memory-opgave wordt die starre houding stevig afgestraft!

Havo wiskunde B1 en B12

'B1 is een stuk slechter gemaakt dan B12. Leerlingen vinden kansrekening blijkbaar moeilijker dan meetkunde. Bij B12 halen leerlingen hun cijfer op met meetkunde. De algebraïsche kennis is matig.' Zo verwoordt een docent de gevoelens van de vergadering in Zwolle. En uit Den Haag klinkt de verzuchting dat het werken met gemengde groepen ten koste lijkt te gaan van met name de vaardigheden van B1-leerlingen in de kansrekening. Blijkbaar vergt dit onderdeel meer contacttijd dan het (in tijd) vergelijkbare onderdeel meetkunde bij B12. Maar die tijd is er niet. De meeste verslagen blinken uit in soberheid, hetgeen kan duiden op een door docenten geaccepteerde vraagstelling. Hier en daar meende men dat het B1-examen tegen het B12-examen aanschurkte.

Uit de verslagen valt trouwens op dat het gebruik van de GR welhaast meer problemen oproept dan oplost. De beide examens deelden slechts twee contexten, bovendien waren de vragen daarover niet geheel gelijklopend. Voor de Hagenezen wellicht een extra stimulans om de groep te splitsen?

Het B1-examen opende met een functie-opgave. De bestraffing van het fout dan wel niet afronden van een antwoord met twee punten schoot velen in het verkeerde keelgat. Immers, in punt 1 van de vak-specifieke regels staat al sinds mensenheugenis: één punt aftrek voor elke rekenfout of verschrijving. Blijkbaar gold het hier een heel belangrijke uitzondering. Eveneens werd opgemerkt dat ook het inzoom-gedrag van de(?) GR tot afrondingsproblemen kan leiden. Iemand schreef: 'We waren daar toch van af, van dat afronden?' De richtingscoëfficiënt blijkt als begrip geen gemeengoed meer te zijn, pech voor die gebruikers van Moderne wiskunde waarvan de docenten deze misser niet rechtbreiden (men leze de opgave 'Kabels' in een voorbeeldexamen 2000+ wiskunde B1 en B12). Zowel in Zwolle als in Groningen had men liever een andere startopgave gezien.

MOET DE DIDACTIEK OP DE SCHOP?

Opgave 2, over een internationaal schuttersfestijn, was lastig te normeren, vond men in Arnhem. 'Allochtone en dyslectische leerlingen lopen vast in vraag 6 en 7',

schreef men uit Den Haag en Zwolle. 'Veels te ingewikkeld!', schrijft men uit Groningen. De sterkte van een balk, de derde opgave, vond men in Den Haag minder geschikt voor B1-kandidaten. De stof was in 4h behandeld, herhalen in 5h een luxe en weg is het analytische denkvermogen. Bij B12 is er veel meer tijd voor deze stof.

De zwangerschapsduur van opgave 4 bleek op een ware GR-test uit te draaien! Zo werd verzocht aparte normeringen te maken voor de drie merken TI, Casio en HP. De HP namelijk sputtert tegen bij vraag 14, bij de Casio moet je standaardiseren en bij de TI gaat alles vanzelf. Het gebruik van weken en dagen door elkaar

SWITCHEN VAN BINOMIAAL NAAR NORMAAL EN TERUG IS NIET SJIEK

heen bracht menige kandidaat in de war en het woordje 'tussen' kreeg een nieuwe betekenis, tot ontsteltenis van de werkers in het Zwolse veld. Het moeten switchen van binomiaal naar normaal en weer terug vond men in Den Haag niet sjiek, meer geschikt voor vwo, en de leerlingen raken het spoor nogal eens bijster.

De laatste opgave, over de Beatrix-euro's, gaf een verdeelde stemming te zien. 'Verwarrend, die twee jaartallen door elkaar heen in vraag 20', zei men. Vraag 21 was zelfs enkele collegae te gortig en het interpreteren van de bijbehorende norm was soms een uiterst lastige klus.

De B12-kandidaten kregen dezelfde functie voorgeschoteld, met wat pittiger vragen erbij. De sterkte van een balk was vrijwel een kopie van het B1-werk, zij het dat er in de laatste vraag expliciet werd gevraagd te differentiëren bij het bepalen van het maximum van een derdegraadsfunctie. Hierna een alom bewonderde opgave over een vaas, bestaande uit zes aan elkaar geglazuurde driedzijdige piramiden met de toppen aan de onderzijde. Netwerk-gebruikers wezen op het feit dat hun methode de leerlingen dwingt uitvoerig toe te lichten (vraag 10) terwijl de tekening voor zichzelf mag spreken gezien de normering. Tijdverlies voor de Netwerkers dus.

De slotopgave, over bevolkingsdichtheid, deed een docent in Zwolle verzuchten dat er nu wel genoeg was gedifferentieerd.

In Den Haag vroeg men zich af of B12 een lang leven is beschoren. Bij natuur- en scheikunde rammelt men reeds aan de één-tweedeling. De GR is in het vervolgtraject (hbo, TU) niet algemeen in gebruik. Is er overleg met die opleidingen?

Vwo wiskunde A1 en A12

'Misschien wel iets te veel.' Met name het A1-examen werd door velen als te omvangrijk gekenschetst. 'Veel open plekken in het werk en op het eind geringe scores', verwoordde een Goese docent. In Amsterdam oordeelden sommigen dat het wenselijk ware van het A1-examen, in analogie met havo, een schoolexamen te maken. De leesbaarheid werd in Amsterdam over het algemeen als 'goed' gekwalificeerd, een pluim voor de makers, want Amsterdam is terecht altijd heel kritisch daarin, gezien hun grote aantal kandidaten voor wie het Nederlands niet de eerste taal is.

Net zoals bij havo-A12 werd opgemerkt dat het zelf maken een leuke bezigheid was, maar het nakijken minder. Wellicht dat docenten de context als informatief en nuttig zien en kandidaten als lastig en onvermijdelijk? Uit het verslag van Amersfoort klinkt waardering voor deze bijeenkomsten: 'Er is behoefte aan uitwisseling van ervaringen.' Hart onder de riem voor de organisatoren!

Enkele Zwollenaren hadden het idee dat gelijke (reken)fouten in het A1-werk zwaarder werden bestraft dan in het A12-werk, omdat A12-ers 9 punten meer konden halen.

Het A1-examen opende met een opgave die grafische vaardigheden vereiste. De ongebruikelijke redactie van de gegeven grafiek veroorzaakte her en der problemen. Blijkbaar is er bij leerlingen sprake van een geconditioneerde reflex. De tijd-as was namelijk verticaal uitgezet. 'Jammer', vond men in Rotterdam. Het tweede deel betrof het gebruik van normaal waarschijnlijkheidspapier, de CEVO had besloten een bijlage te maken. Direct ziet men bezuinigingsmogelijkheden: 'Hoeven wij nu niet meer allerlei grafiekenpapier te verstrekken?' vraagt men zich af in Amsterdam, in Rotterdam rekenen ze er al op dat de CEVO hiermee doorgaat en, Hollandser kan niet: 'Al mag je een gegeven paard niet in de bek kijken, de schaalverdeling had best wat duidelijker gekund', schreef men uit Zwolle. In Goes vond men de opgelegde werkwijze van vraag 3 bevoogdend. 'Met de GR kun je ook aantonen of een verdeling normaal is en het gemiddelde en de sd berekenen', aldus Goes. De slotvraag bleek een aftreksel van die uit het A12-examen, in Den Haag vond men dat een slechte zaak. Opgave 2, sparen, bevatte een vraag die naar veler mening niet in het A1-examen thuishoorde. Men vond deze vraag 7 te veel van het goede. 'Is dit nog leerstof?', vroeg men zich in Arnhem af. De derde opgave, een viertal vragen over een onderzoek uit 1988 over verwachte

gezinssamenstelling, leverde vooral veel leesproblemen op. Men suggereerde dat deze opgave wellicht als laatste had moeten worden geplaatst. Maar ja, dan was het effect op de scores wellicht ook verplaatst. (Er is immers altijd een laatste opgave.)

Bij het CV van de laatste vraag van deze opgave stond een raadselachtige opmerking. Daarover meer bij A12. De opgave over leidingwater was een dissonant, vond menigeen. 'Hoe moet een A1-leerling zo iets aanpakken?', was een opmerking bij vraag 13 (Amersfoort). Ook vond men dat sommige vraagvormen niet goed omschreven waren, zoals 'Leid af..' en 'Laat zien..'. Het gevolg is dan een grote mate van onzekerheid (vrijheid?!) bij de interpretatie van het CV.

In Groningen maakte iemand de opmerking dat in de stam van vraag 16 best vermeld had mogen worden dat mevrouw Akink ook de situatie had moeten onderzoeken voor het geval ze onverwachts van een zesling beviel, waardoor het waterverbruik in één klap meer dan verdubbelen zou. Alleen zo komen kandidaten op het idee de voor particulieren volstrekt irreële grens van 300 m³ te onderzoeken. Ook was er kritiek op de strenge norm bij deze vraag waarbij onderzoek van waarden onder 300 m³ nauwelijks punten opleverde. De normering van een alternatieve oplossing bij vraag 13 (6% van 60 geeft 63,60 en snijdt K_{1999} met de lijn $y = 63,60$) werd toegejuicht, want men miste die node in het CV.

De laatste opgave, een klassiek kansrekeningsvraagstuk over tegoedbonnen, gemoderniseerd met krasloten, was goed te maken, maar werd dat niet vanwege al eerder genoemde tijdsdruk, althans naar de inschatting van een aantal docenten.

Het A12-examen begon eveneens met voedselzoekende vogels, grafisch vormgegeven met verticale tijd-as. De slotvraag hiervan had men liever ook in het A1-examen gezien, want deze vond men veel beter.

Opgave 2, energiebronnen, was erg analytisch. Jammer werd het gevonden dat het stijgedrag van een triviale

functie, $\frac{f}{1-f}$, met domein $<0,1>$, alleen met behulp van de afgeleide mocht worden onderzocht. Sommige kandidaten gebruikten hierbij zelfs de kettingregel omdat ze f (ook) als functie van de tijd zagen. De afsluitende vraag 9 vond men leuk (Groningen) tot heel leuk (Amersfoort), al sloeg menige kandidaat hem over.

Over de jongens en de meisjes uit opgave 3 werden analoge opmerkingen gemaakt als bij A1. Het CV bij vraag 12 (A1: vraag 11) schoot vrijwel iedereen in het verkeerde keelgat. In een opmerking werd het benaderen van de binomiale verdeling door de normale verdeling (een verlegenheidsoplossing in de tabellentijd, nu dank zij de zegeningen van de GR overbodig) met één punt aftrek bestraft. 'Volkomen onterecht', 'Verbazing en onbegrip', 'Wij snappen het massaal niet!', zijn wat emotioneel getinte reacties. Inhoudelijker is Goes: 'Het benaderen met de normale

verdeling met continuïteitscorrectie is met de GR geen zinvolle leerstof meer. Schrappen dus, het geeft nu alleen maar verwarring.' Blijft de vraag naar het blijkaar ontbreken van de legitimiteit van die omzetting. Het schijnt trouwens dat de HP moeite heeft met de binomiale verdeling met grote getallen, waardoor de overstap naar de normale verdeling alsnog raadzaam lijkt te zijn.

Over de lentevoordeelweken met krasloten, opgave 4, niets dan lof; de slotopgave over hele dure aardbeien (€ 12 per kilo) gaf de strijd tussen economen en wiskundigen te zien: bij economen gaat de prijs op en

OPGAVE 3, EEN SOORT AMUSE, KORT MAAR PITTIG

neer, bij wiskundigen blijkaar de hoeveelheid. Voor leerlingen in het EM-profiel wellicht verwarrend. In Groningen werd dit schoonheidsfoutje opgemerkt, terwijl men in Goes vond dat de nomenclatuur-commissie zich dient te buigen over de wildgroei die dreigt te ontstaan in notaties: P_0 , Q_i^a , Q_i^v .

In Zwolle vond men het jammer dat lineair programmeren geheel ontbrak; het had in deze opgave even om de hoek kunnen komen, dacht men zo.

Vwo wiskunde B1 en B12

'Vorig jaar was B1 beremoeilijk, nu bijna te eenvoudig', schrijft men uit Zwolle. 'B12 is een mooi examen, met een goede eerste opgave', voegt men er aan toe. Arnhem noemt beide examens zeer acceptabel, uit Amsterdam komt de zinsnede: 'Het mocht (van de docenten, JMG) niet te moeilijk zijn, en dat is gelukt.' In het B1-werk vond men de natuurkunde wel erg prominent aanwezig. 'Terwijl het NG-profiel ook biologische contexten toelaat', zo besluit Amsterdam. Den Haag had enige kritiek op het CV. 'Wel erg veel discutabele puntenverdelingen', vonden ze. De meeste commentaren zijn opvallend kort. Goes, Groningen, Rotterdam en Den Bosch hebben slechts een A5-je nodig. Hetgeen wellicht de kwaliteit van dit B-examen accentueert.

In Arnhem merkt men op dat de B1-populatie lijkt op die van het oude wiskunde-A. Dat had gevolgen voor het niveau waarop men les gaf. Gelukkig vielen de resultaten mee, dank zij dit vriendelijke examen.

In de eerste opgave van het B1-examen wordt de plaats van het zwaartepunt van een met water te vullen bak onderzocht. Er was geen commentaar op. In opgave 2, over pestgedrag (deze opgave is een variant op een oude examenopgave die inmiddels uit de examenbundels is verdwenen! JMG), was enige kritiek op het CV. In Den Haag had men hele andere ideeën over de becijfering van vraag 5 en 7. De parameterkromme van opgave 3 veroorzaakte weinig commentaar, al merkte men in Den Haag wel op dat de opmerking in het CV, waar afronden werd bestraft met aftrek zinloos was omdat π geen rol speelde in de beantwoording, waarbij men voor het gemak breuken met noemer 13 over het hoofd zag. Bij de tweede oplossing in het CV twijfelde men aan het algebraïsche karakter ervan. En het moest 'langs algebraïsche weg' van de opstellers. Misschien geeft die tweede methode van oplossen het antwoord op de vraag uit Amsterdam wat *langs algebraïsche weg* precies betekent. Hoogwater in Groningen, opgave 4, passeerde geruisloos maar opgave 5, bal te water, niet. Een collega met een natuurkundige achtergrond hekelde de in zijn ogen onzorgvuldige manier waarop wiskundigen met het fysische erfgoed, hier in de gedaante van snelheid en versnelling, waren omgesprongen. Het werd vreemd gevonden dat in deze context naar een exact tijdstip werd gevraagd. Het antwoord 'na $t = \ln 2$ seconden' klinkt voor een natuurkundige nogal potsierlijk. Men vond het vragen naar een algebraïsch te verkrijgen antwoord in deze contextsituatie niet erg relevant. De laatste opgave betrof een contextloze berekening aan een kromme, waarbij de analytische vermogens werden getest. 'Verrassende vraag', zei men bij de nummers 17 en 18. Iemand miste een vraag over ruimtemeetkunde. 'Is dat uit het (CE-)programma geschrapt?'

Het B12-examen begon met een leuke opgave, vonden meerdere verslaggevers, al was er milde kritiek op vraag 2, waarbij in de vraagstelling het bestaan van de limiet al werd gesuggereerd. Opgave 2 betrof hetzelfde pestgedrag als bij B1, het commentaar is reeds daar geleverd. Opgave 3 leek wel een soort *amuse*, kort maar pittig. De kritiek betrof hier de bijlage, en wel de papiersoort. Leerlingen werken meestal op 80 of 120 grams schoolexamenpapier, het examenpapier van de CEVO is lichter en dus kwetsbaarder. Zeker als er getekend en (dus) gegomd moet worden. In Groningen waren de reserve-exemplaren blijkbaar niet aan te slepen.

Bij de parameterkromme, gelijk aan die uit B1, hield iedereen zijn mond; bij opgave 5 (convergentie) was wel enig commentaar. 'In Moderne wiskunde staat dit type vraag niet, wel in Getal en Ruimte. Valt de opgave dan niet buiten de regels?', vroeg men zich af in Amsterdam. Node werd een getekend rooster op de bijlage gemist. De precisie leed eronder. De voorlaatste opgave betrof de al eerder besproken bal te water, en het examen besloot met een meetkunde-opgave over raaklijnen aan twee uitwendig rakende cirkels. In

Rotterdam miste men ineens op de formulekaart de stelling over gelijke raaklijnstukken vanuit een punt buiten een cirkel, 'Maar ja', merkte een ander op, 'de oppervlakteformule van een driehoek staat ook niet op de kaart!'

Tot besluit

In vrijwel alle commentaren van havo en vwo is de roep te horen om meer helderheid ten aanzien van het normeren van met behulp van de GR gegenereerde resultaten. De naam *Euclides* duikt daarbij meermalen op, maar ik vraag me af of dat een oplossing biedt. Dit wordt namelijk een jaarlijks ritueel. Wellicht is op de NVvW-website een hoekje in te richten met richtlijnen, met voorbeelden van bestaande opgaven, bijvoorbeeld van het afgelopen jaar. Sommige collegae zeggen hun kandidaten letterlijk op te schrijven wat ze hebben ingetikt. Dat kan nooit de bedoeling zijn! Ook het sprokkelgedrag van docenten bij het toepassen van de norm is ondanks een verhelderend artikel van Marian Kollenveld in *Euclides* 77-6 (blz. 294) niet gestuit. Iemand merkte op dat hierover de CEVO zelf zijn licht moet laten schijnen. Ex cathedra als het ware! Hier geldt eveneens de beperking van Euclides: zo'n artikel is eenmalig, en niet iedere examiner (helaas) is lid van de vereniging. Dus ook hier iets op de website? Een regelmatig terugkerende vraag is die naar het nut van al die afrondingen. Dan in gehelen, in 1 of 2 decimalen of ... en steeds maar weer een punt aftrek als die stouteriken het fout doen! Dat zal ze leren! Waarom, zo schreef iemand, niet overgestapt op significante cijfers? Dat zou de exacte vakken veel meer op één lijn brengen en de wiskunde koketteert bovendien toch al met concrete situaties en realistische contexten. Wat ook diverse keren naar voren komt is de roep om meer aandacht te schenken aan aftrekpunten. Dat gebeurt nu nog maar mondjesmaat. De steeds betere en snellere internet-service (de beide webmasters worden weer bedankt!) wordt hogelijk gewaardeerd, maar men blijft komen. Blijft een feit dat in grote lijnen een examenjaar waar met name veel vwo-docenten met spanning naar uitkeken redelijk gladjes is verlopen, waarvoor dank aan opstellers, screeners, begeleiders, examen-kandidaten en examinatoren. Zonder opbeurende, soms venijnige maar meestal vriendelijk bedoelde kritiek en commentaren van die laatste groep zou ik dit stukje niet hebben kunnen schrijven. Mijn dank aan alle leveranciers.

Noot

[1] De resultaten van de verschillende enquêtes zijn te vinden op de website van de Vereniging, www.nvww.nl/euc781tabel.html

Over de auteur

Jan de Geus (e-mail: jandageus@uws.nl) is leraar wiskunde en informatica aan het Baudartius College te Zutphen.

EXAMENBESPREKING VWO A1

Dit jaar namen 'alle' scholen deel aan de vwo-examens nieuwe stijl. Wiskunde A1, wiskunde voor de vwo-leerlingen die in de oude situatie misschien helemaal geen wiskunde gekozen zouden hebben, werd met belangstelling en enige zorg gevolgd. Enkele persoonlijke ervaringen.

[Klaske Blom]

Wat vooraf ging

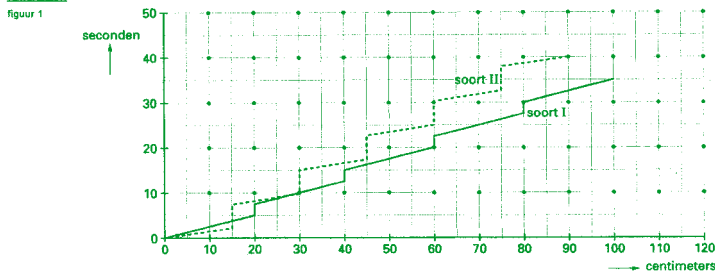
De weken vóór het centraal eindexamen werden in mijn vwo-A1-groep gekenmerkt door grote verschillen. De harde werkers ontdekten aan het eind van de rit dat al die losse hoofdstukken terug te brengen waren tot slechts een paar onderwerpen (c.q. domeinen): kansrekening, rijen en functies en grafieken. Deze constatering stelde gerust. Nadat ze geoefend hadden met de beschikbare proefexamens en de examens van vorig jaar, nam de spanning voor 'de grote hoeveelheid te bevatten stof van het centraal' af. Andere leerlingen was het angstig te moede; al vanaf de vierde klas lukte het ze niet om een goede voldoende te halen, leerlingen met die typische afkeer van wiskunde die ze ervan weerhoudt om er eens echt goed in te duiken. Een afkeer ook die m.i. te vaak verward wordt met een gebrek aan talent voor het vak. Aan de andere kant van het spectrum bevond zich één van mijn leerlingen die ervan baalde dat de examens van vorig jaar zo makkelijk waren. Gedurende de twee jaren dat ik haar les gaf, heeft ze regelmatig gemopperd over het in haar ogen bedroevend lage niveau van de schoolexamens; nu ze ging oefenen met proefexamens stelde ze haar kritiek bij: vergeleken bij de examens waren onze schoolexamens zo slecht nog niet, maar dat centraal examen zou waarschijnlijk niets om het lijf hebben. Een leerling met een grote voorliefde voor het profiel C&M, met de complete vakken Latijn en Grieks, die wiskunde B1 met veel plezier gedaan zou hebben. Jammer voor haar dat ons rooster zo'n samengesteld vakkenpakket niet toeliet.

Op mijn school, het Hooghe Landt in Amersfoort, is men met ingang van het schooljaar '98/'99 begonnen met het Tweede fase programma waardoor vorig jaar de eerste lichting het nieuwe stijl examen deed. In 4-vwo is wiskunde nog niet gesplitst in profielen en

heeft iedereen 3 uur wiskunde (45-minuten rooster). In 5-vwo hebben de leerlingen één uur, in 6-vwo twee uur wiskunde A1. Dit betekent dat de grootste hoeveelheid stof in de vierde klas behandeld is; in de vijfde komen vooral matrices, de discrete kansmodellen en statistiek aan bod, statistiek in de vorm van een praktische opdracht. De praktische opdracht weegt, net als in alle andere profielen, voor 20% mee in het schoolexamencijfer. Hoewel niet verplicht, laten we het onderwerp matrices in het schoolexamen omdat we van mening zijn dat dit bij uitstek een onderwerp is dat leerlingen nog wel eens zouden kunnen tegenkomen tijdens een vervolgstudie. Voor de A12-ers hebben we matrices wel uit het programma gehaald, omdat het programma o.i. overladen is. In de zesde hebben we met de A1-ers voldoende tijd om de reeds in de vierde behandelde stof nog eens te herhalen. Deze mogelijkheid tot herhaling is zeer prettig omdat blijkt dat de onderwerpen waarmee leerlingen in de vierde nog worstelden, nu veel beter begrepen en verwerkt worden. Dit geeft leerlingen gaandeweg de jaren meer vertrouwen in hun eigen kunnen. In de organisatie is dit herhalen van de stof soms lastig omdat de A1-uren ook gevolgd worden door de A12-ers voor het A1-deel van hun programma. Deze leerlingen hebben echter minder herhaling nodig en bovendien de beschikbare tijd hard nodig voor het A2-deel van de A12-stof. Dit leidde tot een tweesporenbeleid waarbij ik vooral aan het werk was met de A1-ers, de A12-ers redelijk zelfstandig de stof doorwerkten en waarbij vooral de (twee) A12-contacturen gebruikt werden voor klassikale besprekingen. Voor de A12-ers niet altijd bevredigend, wel werkbaar. Mijn ervaring met de resultaten van die A1-groep van vorig jaar was redelijk positief en ik zag het centraal

Vogels die voedsel zoeken

Vogels die voedsel zoeken op de grond vertonen vaak een karakteristiek patroon van lopen en stilstaan. In figuur 1 is dit patroon voor twee vogelsoorten schematisch weergegeven.



Het patroon van soort I heeft de volgende drie kenmerken:

- het stilstaan duurt telkens $2\frac{1}{2}$ seconden;
- tussen twee stops legt de vogel telkens 20 cm af;
- tussen twee stops loopt de vogel met een snelheid van 4 cm per seconde.

4p 1 □ Lees uit figuur 1 af wat deze drie kenmerken zijn van het patroon van soort II.

examen 2002 over het algemeen met vertrouwen tegemoet. Wel piekerde ik regelmatig over die leerlingen bij wie wiskunde een enorme weerstand oproept. 'Vroeger' zouden zij zonder wiskunde de eindstreep gehaald hebben; wat voegt het vak wiskunde toe aan hun huidige bagage, behalve veel irritatie over hun eigen onvermogen en over het vak? Zijn ze gecijferder dan vorige generaties? Hebben ze een betere vooropleiding voor een vervolgstudie? Zijn ze beter toegerust om bedrieglijke staafdiagrammen te doorzien? Is hun onderzoeksvaardigheid en kritische houding gestimuleerd? Als deze vragen positief beantwoord zouden kunnen worden, zou daar nog enige compensatie voor de afkeer in te vinden zijn; de vraag is of dat het geval is. In de door Cito en CEVO gezamenlijk uitgebrachte Syllabus Wiskunde A (1998), vinden we op pagina 22 drie geclusterde wiskundige onderzoeksvaardigheden samengevat die binnen het centraal examen getoetst zouden kunnen worden: (1) het op basis van redeneren en ordenen komen tot een probleemaanpak; (2) het maken, beoordelen en/of bijstellen van een wiskundig model; (3) het betekenis geven aan en/of het beoordelen van modeluitkomsten in relatie tot de context.

Het is de moeite waard om na te gaan hoe deze vaardigheden aan bod kwamen in het examen van 2002.

De opgaven van het examen

Ik pretendeer geen volledige bespreking van de examenopgaven maar richt me op de eerste, derde en vierde opgave vanwege de bovengenoemde vaardigheden. Als binnenkomer een opgave waarvan je de eerste onderdelen met gezond verstand kon maken en voor de laatste twee onderdelen voldoende had aan basiskennis over de normale verdeling: *Vogels die*

voedsel zoeken, vertonen een karakteristiek patroon van lopen en stilstaan en de bijbehorende grafiek die dit patroon uitbeeldt, laat deze karakteristieken mooi zien.

Leerlingen hadden geen moeite om de vragen hierover te beantwoorden. Eén voorbeeldpatroon van grondvoedselzoekers was te zien; de vraag was om van een andere soort een dergelijk patroon te analyseren. In mijn ogen konden leerlingen het eerste patroon vrij makkelijk reproduceren, een eigen probleemaanpak was niet nodig. Het tweede deel van de opgave ging over de hoogte waarop voedselzoekers in bomen en struiken zich bevinden. Behalve dat het hier om vogels gaat, is er verder geen relatie met het patroon van lopen en stilstaan. Wiskundig werd er ook iets heel anders vereist, wat een vraag oproept over het nut van contextrijke wiskunde. De hier gebruikte context is louter ter versiering en dient geen ander doel dan het ophangen van een vraag naar wiskundige kennis.

De derde opgave (*Jongen of meisje*) was voor de meeste leerlingen zeer arbeidsintensief en dus tijdrovend. Uit een tabel met gegevens over de verwachte uiteindelijke gezinssamenstelling van vrouwen geboren in 1960 konden leerlingen voldoende informatie halen om de eerste drie onderdelen van deze vraag te beantwoorden. Deze opgave lijkt mij een typische A1-tweede-fase-opgave: als leerlingen al in hun vervolgopleiding te maken krijgen met wiskunde, zal het toch vaak gaan om het interpreteren van verzamelde gegevens en het trekken van conclusies op grond van deze gegevens. Hier wordt m.i. een belangrijke vaardigheid getoetst. Het nadeel van de opgave was, dat het veel tijd kostte om alle berekeningen uit te voeren als je gewoon bij a begon en doorwerkte tot z . Er waren efficiëntere manieren door bijvoorbeeld alleen in procenten te rekenen, maar dit werd door weinigen ingezien. Voor mij was het weer schokkend te ervaren hoe moeilijk leerlingen het vinden om te verwoorden wat ze wiskundig doen. Vraag 9 luidde: *In tabel 3 staat in de rechterkolom het getal 18,7. Laat zien hoe dit getal afgeleid kan worden uit de gegevens in de kolom met opschrift '% van alle vrouwen'.* In de meeste antwoorden werd naar het gevraagde getal 18,7 toe geredeneerd met een kruistabel die de indruk wekte dat na diverse pogingen dit de enig mogelijke tabel met getallen was, anders was men niet op 18,7 uitgekomen. Door de verklarende tekst werd helaas te vaak duidelijk dat leerlingen niets van de wiskunde erachter begrepen.

In de opgave over *Leidingwater* veel tekst, veel gegevens en formules; nauwkeurig lezen wat de bedoeling was, goede gegevens gebruiken, invullen in de juiste formules en geen reken- (type-) fouten maken. Het kwam allemaal aan bod in een saaie en vervelende vraag. Natuurlijk zijn de bovengenoemde vaardigheden belangrijke vaardigheden. Getoetst in een realistische context is ook zeer passend in deze tijd. Maar toch, realistisch kan ook te droog en oninteressant zijn.

Als je op kamers gaat, betaal je je verbruikte water vaak inclusief in de huur...

Achteraf bekeken

Nu het examen achter de rug is, resten mij twee vragen:

1: Wat valt er, op grond van de behaalde resultaten en ervaringen in de loop van het jaar, te verbeteren in de werkwijze naar het examen toe?

2: Toetst dit A1-examen naar mijn mening die vaardigheden en kennis die voor een leerling met C&M-profiel van belang worden geacht?

Om met de eerste vraag te beginnen, het valt me zo tegen dat een aantal leerlingen geen raad weet met het verklaren van wat ze wiskundig doen; het lijkt alsof ze maar wat goochelen met cijfers, zoals in opgave 3 over gezinssamenstelling, in de hoop dat het goed uit komt. Alsof er een waas over hun gezond verstand ligt. Het brengt me weer bij mijn stokpaardje, dat 'praten over wat je doet' niet te véél aan bod kan komen in de wiskundelessen: gezamenlijk, hardop denkend, zoeken naar verschillende oplossingsstrategieën, informele oplossingen zoeken voordat je aan de formele oplossingen toe komt. Onder tijdsdruk laat ik dit te vaak plaatsmaken voor het aanleren van techniek en trucjes. Een ander aspect is dat leerlingen geneigd zijn veel aandacht te hebben voor kwantiteit in plaats van kwaliteit bij het maken van opgaven. In hun ogen vertraagt het bespreken van strategieën het tempo en wordt dit daarom niet altijd op prijs gesteld. Ik vrees dat we als docenten daar zelf aan meegewerkt hebben door leerlingen vooral ook in de onderbouw af te rekenen op de hoeveelheid huiswerk die ze al dan niet gemaakt hebben, en niet in te gaan op de kwaliteit van wat ze doen.

Een ander aspect ter verbetering van mijn lessen vormt het gebruik van de grafische rekenmachine (GR) bij het maken van opgaven. Uitvoerig hebben we in de lessen besproken welke toelichting op het GR-gebruik en welke notatie vereist is. Met de opdracht, een dusdanige toelichting bij de GR te geven dat ik op mijn machine de genomen stappen van de betreffende leerling zou moeten kunnen herhalen, konden de meesten redelijk uit de voeten; op het examen leverde dit geen grote problemen. Wat er bij ingeschoten is, is aandacht voor de meerwaarde van de GR. Ik heb me vooral geconcentreerd op de techniek van de 'knoppen', zoals het gebruik van *normalcdf* in plaats van het tabellenboek. Maar na dit examen realiseerde ik me dat leerlingen op een aantal plaatsen hun GR hadden kunnen gebruiken om verkennend werk te doen om vervolgens op een goede oplossingsstrategie te komen. Om een voorbeeld te noemen: vraag 16 was een onderzoeksvraag naar de kosten voor een verbruik van minstens 130 m^3 water, waarbij een grafische oplossing m.i. zeer voor de hand lag. Immers, met een beeld van de grafieken van de beide kostenformules zie je in een oogopslag wat het verschil in de kosten is. Geen van mijn leerlingen heeft de GR gebruikt om de twee kostenformules in beeld te brengen, vrijwel iedereen is gaan rekenen met de vergelijkingen en vastgelopen. Ik realiseer me dat hieraan heel basale moeilijkheden en onduidelijkheden ten grondslag liggen: Wat is een vergelijking? Wat een onbekende?

Jongen of meisje

In 1988 vond het Onderzoek Gezinsvorming plaats. Hierbij werd onder andere de gezinssamenstelling onderzocht (hoeveel kinderen, hoeveel meisjes, enzovoort). Men waagde zich vervolgens ook aan voorspellingen hoe gezinnen in de toekomst samengesteld zullen zijn. Daarbij beperkten de onderzoekers zich tot een voorspelling over de gezinnen van vrouwen die geboren zijn in 1960. De resultaten staan in tabel 3.

tabel 3 Verwachte uiteindelijke gezinssamenstelling van vrouwen geboren in 1960

	% van alle vrouwen	% van vrouwen met kinderen
geen kinderen	18,5	
1 kind (totaal)	15,2	18,7
1 jongen	7,9	9,7
1 meisje	7,3	9,0
2 kinderen (totaal)	40,1	49,2
2 jongens	10,1	12,4
1 jongen en 1 meisje	20,9	25,6
2 meisjes	9,1	11,2
3 kinderen (totaal)	18,2	22,3
3 jongens	2,5	3,0
2 jongens en 1 meisje	7,3	9,0
1 jongen en 2 meisjes	6,3	7,7
3 meisjes	2,1	2,6
4 of meer kinderen (totaal)	8,0	9,8
uitsluitend jongens	0,5	0,6
uitsluitend meisjes	0,5	0,6

En wat heeft een grafische voorstelling met een vergelijking te maken? Ondanks de uitvoerige behandeling van deze materie in de derde klas blijft dit voor sommige leerlingen alleen maar 'truc'-werk. En toch denk ik dat juist hier de GR zijn nut kan hebben: het grafische karakter van de rekenmachine zou ik meer willen uitbuiten. (Misschien zelfs al in de derde?) Aandachtspunt voor volgend jaar!

Wat de tweede vraag betreft: ik noemde in de inleiding de drie wiskundige onderzoeksvaardigheden die in een centraal examen aan bod zouden kunnen komen. M.i. werd alleen in opgave 3, Jongen of meisje, een dergelijke vaardigheid getoetst. Wat mij betreft had het opener gemogen. Laat leerlingen maar onderzoeken welke conclusies uit een dergelijke tabel te trekken zijn of de juistheid van een bewering nagaan. Hoe opener de opgave, hoe meer leerlingen hun creativiteit moeten koppelen aan hun wiskundige bagage. Ik kan me voorstellen dat bij sommigen de haren te berge rijzen bij deze suggestie, vanwege de onmogelijkheid om dit eenduidig te corrigeren. Dit probleem zie ik ook, naast het tijdgebrek voor leerlingen tijdens een centraal examen. Toch lijkt het me zeer de moeite waard, in de komende jaren met elkaar de gedachten te laten gaan over de bagage die we in wiskunde A1 aan leerlingen willen meegeven. In mijn ogen moet het een vak zijn, toegesneden op typische C&M-ers die in sociale wetenschappen terecht komen en vooral baat hebben bij het ontwikkelen van de geformuleerde wiskundige onderzoeksvaardigheden.

Over de auteur

Klaske Blom (e-mail: kablom@tiscali.nl) is werkzaam aan het Meridiaan College, vestiging het Hooghe Landt, in Amersfoort. Zij is tevens redacteur van Euclides.

Geactualiseerd overzicht niet-CE-stof havo en vwo

[Marja Bos]

De CEVO heeft dit voorjaar enkele subdomeinen aangewezen waarover bij de centrale examens havo en vwo 2004 en 2005 geen vragen gesteld zullen worden. Daarom hierbij een geactualiseerde versie van de lijst van niet-CE-stof zoals die vorig jaar van de hand van Kees Hoogland in Euclides verscheen (77e jaargang,

p.049 en p.081). Het betreft in feite alleen wijzigingen voor havo A12 en havo B12.

Zie de 'Regeling aanwijzing niet c.e.-stof profielen 2004 en 2005' zoals gepubliceerd in het Gele katern 2002 nr. 11 (van 24 april 2002) bij Uitleg, en <http://cfi.kennisnet.nl>

	Onderdeel	CE	SE	Geldigheid
havo A1	Alle domeinen	nee	ja	tot nader order
havo A12	Subdomein: Bundels van grafieken en 3-dimensionale grafieken (71-72)	ja nee	ja eigen keuze	examen 2003 examens 2004 en 2005
	Subdomein: De binomiale verdeling (87-90)	nee	eigen keuze	examens 2003, 2004, 2005
havo B1	Domein: Ruimte meetkunde 1	nee	ja	tot nader order
	Subdomein: Periodieke functies (64-73)	nee	eigen keuze	examens 2003, 2004, 2005
havo B12	Domein: Tellen en kansen	nee	ja	tot nader order
	Subdomein: Periodieke functies (64-73)	nee ja	eigen keuze ja	examen 2003 examens 2004 en 2005
	Subdomein: Periodieke functies 2 (99-103)	nee	eigen keuze	examens 2003, 2004 en 2005
vwo A1	Eindtermen 3, 10 (w.b. rekenregels logaritmen), 13, 23 en 24	nee	nee	tot nader order
	Domein: Grafen en matrices	nee	eigen keuze	examens 2003, 2004 en 2005
	Subdomein: Het toetsen van hypothesen (147-150)	nee	eigen keuze	tot nader order
vwo A12	Eindtermen 3, 10 (w.b. rekenregels logaritmen), 13	nee	nee	tot nader order
	Domein: Grafen en matrices	nee	eigen keuze	examens 2003, 2004 en 2005
	Subdomein: Ruimtelijke objecten	nee	nee	tot nader order
	Domein: Keuzeonderwerp	nee	ja	tot nader order
vwo B1	Domein: Continue Dynamische Modellen	nee	ja	tot nader order
	Domein: Keuzeonderwerp	nee	ja	tot nader order
vwo B12	Domein: Continue Dynamische Modellen	nee	ja	tot nader order
	Domein: Keuzeonderwerp	nee	ja	tot nader order
	Eindtermen 140-144, 151-153, 167-175	nee	nee	tot nader order

CE = centraal examen; SE = schoolexamen

Mededeling / Olympisch brons

De Nederlandse ploeg bij de Internationale Wiskunde Olympiade (gehouden in Glasgow van 19 t/m 30 juli jl.) heeft een bronzen medaille en een eervolle vermelding gewonnen.

Erik van Ommeren haalde 15 punten en verdiende daarmee brons.

Birgit van Dalen loste één opgave geheel foutloos op

en kreeg daarvoor een eervolle vermelding.

Het team werd weer getraind en begeleid door Jan Donkers. Aan de Olympiade hebben 84 landen meegedaan met in totaal 479 leerlingen.

Zie ook artikelen in de nummers 7 en 8 van de vorige jaargang van Euclides (o.a. pagina 322/323).

Verenigingsnieuws Van de bestuurstafel

[Marian Kollenveld]

Begrijpt U dit nog?

Eerst wat feiten.

- Enige jaren geleden (in 1998) is door partijen uit het bedrijfsleven, het onderwijs en de overheid, met name de ministeries van Onderwijs en Economische Zaken, de stichting Axis opgericht om de hardnekkige tekorten op de arbeidsmarkt in de technische sectoren tegen te gaan. Een goede beschikbaarheid van bèta/technisch opgeleide mensen is immers van wezenlijk belang voor het Nederlandse bedrijfsleven en de concurrentiepositie van de Nederlandse economie.

- Eenzelfde gedachte kwamen we tegen in de berichtgeving deze zomer over een aantal grote bedrijven dat geld wilde steken in scholen/opleidingen voor dit doel.

- De nieuwe voorzitter van de Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, prof.dr. W.J.M. Levelt, gaf in een interview in de krant als zijn mening te kennen dat we in het voortgezet onderwijs in Nederland het bèta-talent verwaarlozen.

De conclusie hieruit moge helder zijn: het belang van een goede opleiding in bèta/techniek wordt breed gedragen, niet uit warmhartigheid of vage gedachten over cultuur of zo, maar uit welbegrepen eigenbelang. Maar schijn bedriegt.

Want wat leren we uit plannen die circuleren met betrekking tot de herziening van de Tweede fase in 2005?

- *Het brede bèta-profiel N&G wordt versmald door natuurkunde eruit te gooien.* (In een eerdere fase was dat scheikunde, maar dat leek al te dol). Dit vanwege het nieuwe geloofsartikel - want inhoudelijke argumentatie hebben we niet gezien - dat een pro-

fiel maar drie vakken mag hebben. Daarom wordt ook het aantal uren gereduceerd.

- *Het diepe bèta-profiel N&T wordt minder diep door het totaalvak wiskunde eruit te gooien en te vervangen door het deelvak.* Dit laatste zoals u begrijpt in het kader van het afschaffen van de deelvakken, zo heb je ook geen deelvak meer, je noemt het deelvak gewoon heelvak.

Hoe deze voorgenomen sloop te rijmen is met de met de mond beleden intenties die gericht leken op versterking van bèta/techniek en het streven naar een goede, adequate en aantrekkelijke opleiding is ons een raadsel. De nadelen zijn evident. We noemen er een paar:

- Verlies van samenhang binnen de exacte vakken (ooit ook een terechte pijler onder de profielen). Het gebruik van natuurkundige toepassingen in de wiskunde wordt lastig, zo niet onmogelijk, zonder de zekerheid van natuurkunde in het profiel N&G.

- Een nog verdere reductie van het aantal meisjes dat met natuurkunde in aanraking komt; het brede bèta-profiel N&G trekt aanmerkelijk meer meisjes dan N&T.

- Een verwachte verminderde instroom in technische studies waar natuurkunde relevant is. Als de toelatingseis N&G blijft, dan kun je binnenkort met je basisvormingskennis natuurkunde daar terecht. Dat lijkt wel een heel optimistische inschatting van wat nodig is.

- De wiskunde in N&T is door zijn verdieping met daarin de ruime aandacht voor het abstracte, het bewijzen en redeneren relevant en uitdagend ook voor de goede leerling, daarover is zo ongeveer iedereen het wel eens. Het N&G-programma kan die rol niet vervullen.

Het bestuur van de NVvW vindt deze voorstellen dan ook te zot voor woorden. In combinatie met de bestaande praktijk op scholen, waarbij de contacttijd voor wiskunde bij de huidige programma's al veel te laag is, lijken deze plannen beter te passen in een beleid dat erop gericht is de belangstelling voor bètavakken te marginaliseren. Dat kan niet de bedoeling zijn.

Het bestuur zal zich uiteraard scharen in de storm van protest die hopelijk opsteekt. U kunt ons daarbij helpen door brieven te sturen naar de mensen die hierover moeten beslissen, zoals de minister (mevr. M.J.A. van der Hoeven, Minister van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen, Postbus 25000, 2700 LZ Zoetermeer) en de leden van de Onderwijscommissie van de Tweede Kamer te Den Haag. Elke brief telt. Op de website vindt u de tekst van brieven die al zijn verstuurd.

Maar wat vindt u hiervan?

Als u dan toch aan het schrijven bent, zouden we graag uw mening horen over de volgende stelling: *'De bovengrens op de grafische rekenmachine moet worden losgelaten.'*

Toelichting. Na een aantal jaren ervaring met de grafische rekenmachine is het goed om na te denken wat de machine voor het wiskundeonderwijs kan of moet betekenen in de toekomst. Differentiëren kan exact met sommige machines, ingewikkelde vergelijkingen oplossen ook. Deze machines zijn nu niet toegestaan. Is het ouderwets of verstandig om dit zo te houden?

Uw mening - uiteraard onderbouwd - ontvangen we graag op het adres van de voorzitter, per post of per e-mail (zie colofon).

Verenigingsnieuws

Jaarvergadering/ Studiedag 2002



Tweede uitnodiging voor de jaarvergadering/studiedag 2002 van de NVvW op zaterdag 16 november 2002. Dit jaar wordt de studiedag georganiseerd in samenwerking met basiseenheid IODID (Initieel onderwijs en BètaDidactiek) van de Rijksuniversiteit Groningen.

Let op!

De studiedag vindt plaats in Nieuwegein in het gebouw van het Cals College Nieuwegein Vreeswijksestraatweg 6a 3430 AC Nieuwegein
telefoon: 030-6036604
website: www.cals.nl
Het Cals College is met het openbaar vervoer goed bereikbaar (met de sneltram) en er is voldoende parkeergelegenheid bij de school.

Kosten

De studiedag is gratis voor leden.
Leden: maak eens reclame voor de vereniging en breng een collega-niet-lid mee!
Niet-leden zijn welkom tegen betaling van een bijdrage in de kosten van € 40,- (deze kosten kan de school betalen uit de nascholingsgelden!). Hiermee zijn zij, als ze daarvoor belangstelling hebben, tevens gratis lid van de vereniging tot 1 augustus 2003, inclusief alle faciliteiten, waaronder ontvangst van de acht nummers van de lopende jaargang van Euclides, gratis toegang tot de regionale studiebijeenkomsten en examenbesprekingen in het voorjaar en mogelijkheid tot deelname aan de verenigingswerkgroepen. Ook studenten zijn welkom; zij betalen € 15,-.
Wie een lunch bestelt betaalt daarvoor € 7,-.

Aanmelding

Aanmelding dient te geschieden vóór 2 november 2002.
Leden die geen lunch bestellen sturen

Agenda	
09:30–10:00u	Aankomst, koffie/thee
10:00–10:50u	Huishoudelijk gedeelte
	1. Opening door de voorzitter, Marian Kollenveld
	2. Jaarrede van de voorzitter
	3. Notulen jaarvergadering 2001 en jaarverslag 2001–2002 (notulen en jaarverslag verschijnen in Euclides 78–2)
	4. Decharge van de penningmeester, vaststelling van de contributie.
	5. Benoeming nieuwe kascommissie. Het bestuur stelt voor te benoemen: W.C. Schaafsma en R. Jongeling.
	6. Bestuursverkiezing
	H. Verhage en S. Schaafsma zijn periodiek aftredend. Mevrouw H. Verhage stelt zich herkiesbaar. Het bestuur stelt voor haar opnieuw te benoemen.
	Daarnaast stelt het bestuur ter vervulling van de reeds bestaande vacatures voor te benoemen:
	Henk Bijleveld (leeftijd 50 jaar), werkzaam aan de C.S.G. Het Streek (vmbo) te Ede; Henk Rozenhart (leeftijd 50 jaar), werkzaam aan het Jan van Scorelcollege (havo/vwo) te Alkmaar; Willem Maas (leeftijd 48 jaar), werkzaam aan een scholengemeenschap vmbo te Breda.
	Overeenkomstig artikel 5 van het huishoudelijk reglement kunnen de leden binnen 28 dagen na deze oproep andere leden voordragen, schriftelijk en door tenminste vijf leden gesteund.
10:50–15:45u	Themagedeelte (studiedag)
	Creatieve oplossingen bij weinig tijd
	Een motivatie voor dit thema is in de vorige Euclides gegeven. Zie verderop voor een korte beschrijving van de onderdelen van de studiedag.
10:50–11:00u	Inleiding op de studiedag.
11:00–11:45u	Plenaire lezing door Marja van den Heuvel-Panhuizen
11:45–12:00u	Markt, koffie/thee
12:00–13:00u	Wergroepen ronde I
13:00–13:45u	Markt, lunch
13:45–14:45u	Wergroepen ronde II
14:45–15:10u	Markt, koffie/thee
15:10–15:45u	Plenaire lezing door Gerrit Roorda en Jan van Maanen
15:45–16:15u	Vervolg huishoudelijk gedeelte
	7. Rondvraag. Leden die een vraag in de rondvraag willen stellen, wordt verzocht deze tijdens de eerste pauze schriftelijk in te dienen bij de voorzitter.
	8. Sluiting door de voorzitter

een briefkaart aan:
F.J. Osseweijer
Lindelaan 79
3319 XJ Dordrecht.
telefoon: 078 6160576
Alle anderen maken het voor hen

geldende bedrag over op giro
4470718 ten name van Nederlandse
Vereniging van Wiskundeleraren te
Dordrecht. Betaalt u via een
gezamenlijke of schoolrekening of
via girotel, vermeld dan ook de

volledige deelnemersnaam, adres en woonplaats.

Het voor u geldende bedrag kunt u aflezen uit de volgende tabel.

	Zonder lunch	Met lunch
Lid	briefkaart	€ 7,-
Niet-lid	€ 40,-	€ 47,-
Student (niet-lid)	€ 15,-	€ 22,-

U wordt tevens verzocht om op de briefkaart of bij uw betaling duidelijk aan te geven aan welke werkgroepen u wenst deel te nemen. Omdat niet alle combinaties gerealiseerd kunnen worden, verzoeken wij u voor de twee rondes tenminste drie werkgroepen te kiezen waarin de volgorde

uw prioriteit 1, 2 en 3 aangeeft. U noteert de nummers van deze werkgroepen dan bijvoorbeeld als volgt: A1-A11-A9. De plaatsing in werkgroepen geschiedt in volgorde van binnenkomst van aanmelding. Een en ander wordt u niet bevestigd; aan het begin van de dag ontvangt u een badge met uw plaatsingsgegevens. Ter plaatse aanmelden is ook mogelijk, maar dan betaalt u € 10,- extra en is de plaatsing in de werkgroepen afhankelijk van de beschikbare ruimte.

Certificaat

De NVvW heeft de mogelijkheid om nascholingscertificaten uit te reiken. Wilt u een certificaat ontvangen,

vermeld dan bij uw aanmelding ook uw voorletters en uw geboortedatum. U noteert u dan bijvoorbeeld: A1-A11-A9/PT/11-01-1956. U kunt uw certificaat na afloop van de studiedag (vanaf 15:45u) in ontvangst nemen, op vertoon van een geldig identiteitsbewijs. U hebt alleen recht op een certificaat als u de gehele studiedag heeft meegemaakt. Certificaten worden niet nagestuurd.

Informatie

Contactpersoon voor de jaarvergadering/studiedag is Marianne Lambriex, tel. 0497 517781 (e-mail: lambdair@tref.nl) en in noodgevallen Swier Garst, tel. 0187 642177 (e-mail: garst@gironet.nl).

Verenigingsnieuws

Studiedag 2002

P

Plenaire lezingen

Reken-wiskundeonderwijs op de basisschool: meer dan een spelletje

Marja van den Heuvel-Panhuizen (Freudenthal Instituut, Utrecht)

Op de basisschool wordt het fundament gelegd voor het leren van wiskunde in het voortgezet onderwijs. Dit vraagt om samenhang en continuïteit. Toch zijn het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool en het wiskundeonderwijs in het voortgezet onderwijs vaak gescheiden werelden. Wat weten basisschoolleraars eigenlijk over hoe het wiskunde leren verder gaat na de basisschool, en in hoeverre zijn wiskundeleraren op de hoogte van het basisschoolprogramma?

In de lezing wordt de deelnemers de

mogelijkheid gegeven hun kennis over het basisonderwijs te testen. Aan de orde komen zaken als de kerndoelen, leerresultaten, reken-wiskundemethoden, didactische aanpakken, en nieuw beleid ten aanzien van het vak rekenen-wiskunde op de basisschool.

Irrationale oplossingen voor een probleem met vele onbekenden

Gerrit Roorda en Jan van Maanen (Initiële Opleidingen en Bèta-didactiek, RuG)

Wij stellen ons voor om aan de hand van enkele werkvormen, die niet eerder vertoond zijn omdat ze niet binnen de rationaliteit van het Nederlandse onderwijs vallen, het 'Oh, oh, oh, wat hebben we weinig tijd' probleem op te lossen. Denk hierbij

aan het elimineren of substitueren van enkele bekenden, aan een project over meridiaanmeting, en aan het principe van vragend leren.

Werkgroepen

A1 - Wiskunde in de techniek

Mieke Abels, Monica Weijers (WINST-project/FI)

In de sector techniek van het vmbo is wiskunde een verplicht sectorvak. Heeft die wiskunde dan ook iets te maken met de beroepsgerichte vakken in die sector? Zou dat kunnen? Welke wiskunde zit er eigenlijk in de boeken die gebruikt worden bij metaal, bouw en elektro en in de eindtermen voor die vakken? En hoe past dit bij de

wiskunde in de wiskundeboeken en bij de eindtermen? Over zulke vragen gaat het project WINST voor het vmbo en ook deze workshop.

A2 - Samenwerkend leren

Jan Apotheker (Initiële Opleidingen en Bètadidaktiek, RuG)

De hoeveelheid contacttijd is door de invoering van de Tweede fase sterk verminderd. Dat leidt ertoe dat veel docenten deze tijd vooral benutten voor een directe instructie aan de leerlingen. Onderzoek over samenwerkend leren binnen anw en scheikunde leert evenwel dat deze werkvorm zonder al te veel problemen succesvol gebruikt kan worden. Voorwaarde is wel dat er voldoende aandacht is voor de noodzakelijke randvoorwaarden. De workshop zal vooral ingaan op de randvoorwaarden: aan welke eisen moet voldaan worden om samenwerkend leren tot een succes te maken.

A3 - Out of site, out of mind

Philip van Egmond (College Blauwkapel, Utrecht)

Zal het zover komen dat je als wiskundeleraar niet meer mee kunt als je je informatie niet op een website hebt staan, of in een digitale leeromgeving geordend hebt? Ik neem maar een voorschot op deze ontwikkelingen, en heb voor leerlingen van 3- tot en met 6-vwo toetsen met antwoorden beschikbaar gemaakt op <http://home.planet.nl/~Philip.van.Egmond>. Volwassenen mogen daar ook kijken, en er staat nog iets meer dan alleen toetsen.

A4 - De Masterclass als keuzeonderwerp

Wout de Goede (Willem Lodewijk Gymnasium en RuG)

De afgelopen jaren zijn in het najaar voor zesdeklassers en in het voorjaar voor vijfdeklassers masterclasses gehouden. Leerlingen van scholen uit

het gehele land kwamen drie middagen naar Groningen om onderwijs of een computerpracticum over een voor hen nieuw onderwerp te volgen. Ze werkten daaraan ook op school en kwamen vervolgens een gehele dag naar de afdeling Wiskunde van de RuG om daar onder meer de resultaten van hun eigen onderzoekje te presenteren. Het enthousiasme was groot en de resultaten corresponderen daarmee. Voor de docenten was het een ideale manier om het keuzeonderwerp of een grote PO onder te brengen.

A5 - De beamer in de wiskundeles, een bericht uit de praktijk

Carel van de Giessen (Almende College, locatie Isala, Silvolde)

De beamer is een schitterend hulpmiddel voor in de klas, wel een duur ding, maar hij begint betaalbaar te worden. Gekoppeld aan PC en/of videorecorder is de beamer meer dan een digitale versie van de overhead-projector. Met een groot, kleurrijk en vooral bewegend beeld op scherm of whiteboard krijgt de wiskundeles een moderne dynamiek en het klassengesprek nieuwe impulsen.

A6 - Creatieve oplossingen uit de verleden tijd

Iris Gulikers (Van der Capellen Scholengemeenschap, Zwolle en RuG)

Onderzoek naar de waarde van historische elementen in 'gewoon' wiskundeonderwijs laat zien dat hieraan zowel bezwaren als voordelen kleven. Als leerlingen gegrepen worden door de mogelijkheid om zelf zaken uit te voeren en te ontdekken, als waren ze wiskundigen uit vervlogen tijden, dan hebben de voordelen de overhand. Het al langer lopende project over 17e-eeuwse landmeetkunde (*Euclides* 2002 nr. 8) en een nieuw keuzeonderwerp over niet-Euclidische meetkunde zullen belicht worden. Zeker interessant voor wie zou willen meewerken aan het

onderzoek. Zie ook <http://members.home.nl/gulikgulikers/WiskundePagina.htm>

A7 - Meten

Sieb Kemme (WINST-project/FI en SLO)

Meten is een onderdeel van het WINST-project waarin wiskunde en natuurkunde vanuit de praktijkvakken worden aangeboden aan de leerlingen in de basisberoepsgerichte leerweg in het vmbo, sector techniek. De workshop bestaat uit een demonstratie van de beschikbare applets en een presentatie over achtergrond en ervaringen.

A8 - Wiskunde in relatie met andere vakken

Gerrit Roorda (Initiële Opleidingen en Bètadidaktiek, RuG)

Een van de doelen van de Tweede fase is dat er meer samenhang komt tussen vakken. Leerlingen kiezen een profiel, waarin een aantal vakken zitten die met elkaar te maken hebben. Ondanks deze doelstellingen op papier lees en hoor je nogal eens de verzuchting: 'Wiskunde blijft een in hoge mate op zichzelf staand vak'. Centrale vraag in de workshop zal zijn: Op welke manier kun je stimuleren dat kennis opgedaan bij het vak wiskunde, wordt ingezet bij andere vakken?

A9 - Verwondering en verbeelding

Ton Konings (APS)

Verwondering over een kunstwerk kan een goed begin zijn voor het bedrijven van wiskunde. Leerstof verbeelden tot een wiskundig product kan het leerproces versterken. U ziet voorbeelden van opdrachten voor leerlingen en gaat daarmee zelf aan de slag.

A10 - De Wiskunde B-dag

Danny Dullens, Henk van der Kooij (FI, Utrecht)

In 2001 namen 96 scholen deel aan de landelijke Wiskunde B-dag, een

happening met een tweeledig karakter: wedstrijd en/of praktische opdracht. Op de meeste scholen telden de prestaties van de teams van 4 leerlingen mee als praktische opdracht; 50 scholen deden daarnaast mee aan de wedstrijd. Na een presentatie van het doel willen we, aan de hand van de opgave en werkstukken van 2001, met name het aspect van de beoordeling ter sprake brengen. Voor verdere oriëntatie vooraf: www.fi.uu.nl/wisbdag

A11 - De actualiteit. Inleiding en discussie

Anne van Streun (Initiële Opleidingen en BètaDidaktiek, RuG)

We durven geen voorspelling te doen over wat er op 16 november actueel is. Waait er wellicht dan een frisse wind door het onderwijs? Delen de scholen misschien tegen die tijd hun eigen bevoegdheden uit? Eén ding is zeker: actualiteit is er. Ze wordt voor u in een korte inleiding op een rij gezet, en dan bent u aan de beurt.

A12 - WisBase: een digitale toetsenbank

Bram Theune, David van Oorschot (Nehalennia SSG, Middelburg)

Op initiatief van het Netwerk Wiskunde Zeeland is een landelijke toetsenbank opgezet. De toetsen, uitgesplitst naar methode en leerjaar, zijn in digitale vorm opgeslagen en naar eigen ideeën aanpasbaar. WisBase draait al een aantal jaren met veel succes. In de workshop zullen we ingaan op de doelstellingen, organisatie en werkwijze van WisBase, en ook op de procedure om aan WisBase te kunnen deelnemen. Met WisBase willen we de efficiency in het ontwerpen, verwerken en beoordelen van wiskundetoetsen bevorderen. We zullen met u de balans opmaken van de opbrengsten en knelpunten.

A13 - Digitale kanten van de leeromgeving

Jos Tolboom (Initiële Opleidingen en BètaDidaktiek, RuG)

Sinds Plato de gesprekken beschreef tussen Socrates en de slaaf is er veel gereedschap toegevoegd aan het onderwijsleergesprek. Het geheel van middelen dat een docent en haar of zijn leerlingen ter beschikking staat om het leerproces te ondersteunen noemen we de leeromgeving. Voor het vak wiskunde is daarbinnen de computer inmiddels niet meer weg te denken. Een digitale leeromgeving kan een methode zijn om een centrale plaats te maken voor de digitale activiteiten.

In deze presentatie zal met name gekeken worden naar digitale leeromgevingen gebaseerd op de software van Blackboard en het nut hiervan voor een docent wiskunde.

A14 - Wiskunde voor leerlingen met een laptop

Martin Traas (Zernike College, Groningen)

Op het Zernike College in Groningen zijn een aantal laptopklassen. In de tweede klas is er digitaal lesmateriaal ontwikkeld voor de hoofdstukken Pythagoras, Kansrekening en Statistiek. Het materiaal is zo gemaakt dat de leerlingen geen boek nodig hebben en er is veelvuldig gebruik gemaakt van feedback op de gegeven antwoorden. In de workshop wordt het lesmateriaal gepresenteerd en gaan we in op de effecten op deze manier van werken.

A15 - Examens wiskunde in de BB

Anders Vink (APS)

In de pilot Centrale Examinering van het Cito is nu twee jaar lang geëxperimenteerd met centrale examens voor de basisberoeps-gerichte leerweg (BB). Ook bij wiskunde is op een aantal scholen onderzocht hoe de pilot-examens door bijvoorbeeld de huidige A-

leerlingen zijn gemaakt. Dat levert een wisselend beeld op. Waar door sommige docenten tevreden en met een gerust hart naar deze pilot-examens wordt gekeken, zijn andere docenten nogal pessimistisch over de 'maakbaarheid' van deze examens door met name zwakkere leerlingen. In deze workshop hoort u over de resultaten van deze pilot-examens. En u krijgt er uiteraard een aantal te zien. Centrale vraag: hoe kunnen leerlingen goed worden voorbereid op deze examens?

A16 - Meetkundeapplets vervangen een hoofdstuk uit het brugklasboek

Peter van Wijk (APS)

Applets: interactieve software op internet. Inmiddels zijn er veel applets op internet te vinden, onder andere van het Freudenthal Instituut. Met een aantal daarvan kun je een hoofdstuk uit het boek vervangen. Voorzien van werkbladen, waarin de applets verwerkt zijn, kunnen de leerlingen aan de slag. En het blijkt dat zij er met veel plezier mee aan het werk gaan.

A17 - Wiskundeonderwijs in Noorwegen en Nederland

Annelies Wijnbergen (RuG)

Er zijn opvallende verschillen tussen het Noorse en Nederlandse wiskunde-onderwijs. Ik ga er een aantal bespreken, zoals de minder frequente toetsing in Noorwegen, het latere moment waarop de leerlingen daar een aparte vakdocent krijgen, en het ICT-gebruik, dat in Noorwegen minder ver ontwikkeld is. De landen zouden heel goed van elkaar iets kunnen leren.

APS-Wiskunde

Ook in het schooljaar 2002/2003 organiseert APS-wiskunde weer diverse studiedagen, cursussen, conferenties en netwerken.



Onder andere:

Donderdag 9 januari 2003:

1e Reehorstconferentie wiskunde:
wiskunde voor de leerlingen van nu

Donderdag 24 april 2003:

3e Conferentie ICT in de wiskundeles

Woensdag 20 november 2002:

Studiedag Verwondering en verbeelding

Donderdag 12 december 2002:

Start van de cursus Concrete materialen in de wiskundeles

Ons volledige aanbod is te vinden op onze website:

www.aps.nl/wiskunde

Daar kunt u zich ook online inschrijven.

Geïnteresseerd en heeft u onze brochure nog niet ontvangen?

Bel of stuur een e-mail:

Secretariaat APS-wiskunde

Telefoon: 030-28 56 722

E-mail: wiskunde@aps.nl

"Waarom we altijd in de verkeerde rij staan."

Een themadag voor VWO-Wiskunde docenten over het:

Wiskundig analyseren en simuleren van dagelijkse praktijksituaties



De studierichting Operationele Research en Management, als variant binnen Econometrie en Operationele Research aan de Economische faculteit van de Universiteit van Amsterdam, organiseert op vrijdag 11 oktober een themadag voor VWO-Wiskunde docenten. In lijn met een meer praktijk gerichte softwarematige insteek worden de volgende twee onderwerpen behandeld:

- **Dynamisch Programmeren door dr. H.J. van der Sluis en prof.dr.ir. J. van der Wal**

Hetgeen gezien kan worden als een uitbreiding van lineair programmeren

- **Computer Simulatie door prof.dr. N.M. van Dijk**

Hieronder valt het modelleren en doorrekenen van wachttijdmodellen



Een onderwijspakket inclusief simulatiesoftware wordt aan alle deelnemers van de dag verstrekt. Dit materiaal kan door docenten gebruikt worden om leerlingen in aanraking te laten komen met de raakvlakken van wiskunde, praktische vraagstukken en softwarematige oplosmethoden.

Voor meer informatie en een inschrijfformulier kunt u contact opnemen met Erik van der Sluis via h.j.vandersluis@uva.nl of bellen naar 020 - 525 43 18. U kunt ook kijken op www.fee.uva.nl/ormsite.

Puzzel 1 - De voetballers

Bij de Wereldkampioenschappen voetbal spelen de landen voorronden in poules van vier, teneinde uit te maken welke twee landen moeten afvallen. Die vier landen spelen een halve competitie (d.w.z. iedere ploeg speelt één wedstrijd tegen iedere andere; er zijn dus zes wedstrijden). Een gewonnen wedstrijd levert 3 punten op, een gelijkspel 1 punt. Dit zal voor veel lezers geen nieuws zijn.

Het is in 1998 gebeurd dat in een bepaalde poule een land afviel met vier punten, terwijl in een andere poule een land 'door' mocht met slechts drie punten, tot ongenoegen van het eerstgenoemde land.

Je kunt je afvragen hoe extreem deze situatie is. Welnu, dat valt erg mee. Het is theoretisch mogelijk dat een land door gaat met slechts twee punten, en wel zonder een enkel doelpunt te hebben gescoord! Anderzijds kun je worden uitgeschakeld met 6 punten. Deze beweringen zijn eenvoudig te verifiëren.

De puzzel die ik u wil voorleggen is wat lastiger. Na afloop van de voorronden heeft ieder land dus een aantal punten dat ligt tussen 0 en 9. Onder het *toernooiresultaat* verstaan we nu het naar grootte geordende rijtje van deze vier aantallen.

Een voorbeeld. Land A wint van B en C, land B wint van C, en D wint van A; de overige twee wedstrijden eindigen in gelijkspel. Het toernooiresultaat is dan: 6541.

Vraag 1. Hoeveel verschillende toernooiresultaten zijn er mogelijk?

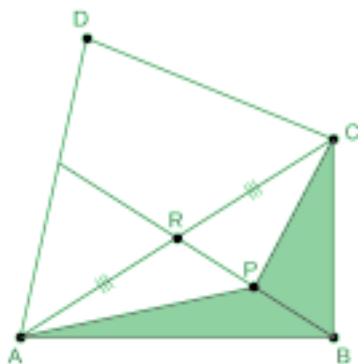
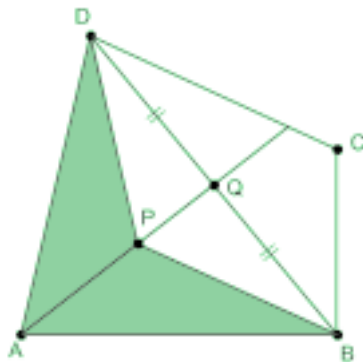
Vraag 2. Is uit het toernooiresultaat af te leiden hoe iedere ploeg aan zijn punten is gekomen (afgezien van de aantallen doelpunten)?

Ter introductie

Uw nieuwe puzzelleverancier is Frits Göbel, gepensioneerd universitair docent wiskunde. Oplossingen van de puzzels kunt u mailen naar a.gobel@wxs.nl of per gewone post sturen naar Schubertlaan 28, 7522 JS Enschede. Over de exacte opzet van de rubriek wordt nog nagedacht, maar we spelen met de gedachte om per oplossing maximaal 20 punten toe te kennen, afhankelijk van de volledigheid. Wie aan het eind van het schooljaar het grootste puntenaantal heeft, ontvangt een boekenbon. De deadline voor inzendingen in dit nummer van Euclides is 10 oktober. De resultaten geven we in het decembern timer. Veel succes!

Oplossing 17 – Over convexe vierhoeken

Gevraagd werd welke convexe vierhoeken $ABCD$ in hun binnengebied een punt P bevatten, waarvoor geldt, dat de driehoeken PAB , PBC , PCD en PDA gelijke oppervlakte hebben.



Trek BD ; het midden van BD noemen we Q . Als de driehoeken PAB en PAD gelijke oppervlakte hebben en P binnen de vierhoek ligt, dan ligt P op de lijn AQ .

Analoog moet P liggen op de lijn CQ .

Het midden van AC noemen we R . P moet nu ook liggen op de lijnen BR en DR .

Hieruit volgt: een van de diagonalen deelt de ander middendoor.

Omgekeerd: als een van de diagonalen van een vierhoek de ander middendoor deelt, dan is er een punt P te vinden dat aan de vraag voldoet. (Euclides 43, p. 94-95)

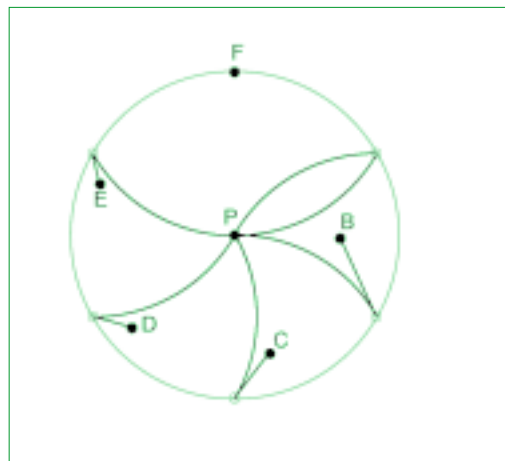
Oplossing 18 – De bal verwachten ...

Enige kinderen hebben elk één bal. Ze staan op onderling alle verschillende afstanden. Elk gooit zijn bal naar het dichtstbij staande kind. Is het mogelijk dat een kind vier, zes, nul ballen toegeworpen krijgt?

Onderstel, dat A en B beiden hun bal naar P gooien. Dan is $PA < AB$ en $PB < AB$. Dus $\angle APB > 60^\circ$. Hieruit volgt, dat geen enkel kind meer dan vijf ballen kan krijgen. Er moet bij zes dus fraude gepleegd zijn.

Nul kan wel. Groepeer maar zeven kinderen in de hoekpunten van een regelmatige zevenhoek, in welks midden P staat. Maak nu door kleine verschuivingen de onderlinge afstanden ongelijk. Je ziet dan dat geen enkel kind zijn bal naar P zal werpen.

(Euclides 43, p. 272)



Of ook, volgens *Jan Meerhof*:

A, B, C, D, E, F zijn de zes kinderen die hun bal naar P hebben gegoooid. F staat het verste van P vandaan; A het dichtstbij. Bekijk nu de cirkel met P als middelpunt en PF als straal. Binnen de cirkel (F, PF) kan nu geen van de genoemde kinderen staan. In de figuur hierboven zijn mogelijke posities van E, D, C en B aangegeven. Voor A is daarin geen plaats!

Kalender

In deze kalender kunnen alle voor wiskundeleraars toegankelijke en interessante bijeenkomsten worden opgenomen.

Wil eenieder die relevante data heeft, deze zo spoedig mogelijk doorgeven aan de hoofdredacteur. Hieronder treft u de voorlopige verschijningsdata aan van Euclides in het komende schooljaar. Achter de verschijningsdata is de deadline voor het inzenden van mededelingen vermeld. Doorgeven kan ook via e-mail: redactie-euclides@nvvw.nl

nr	verschijnt	deadline
2	24 oktober 2002	10 september 2002
3	12 december 2002	29 oktober 2002
4	23 januari 2003	3 december 2002
5	27 februari 2003	14 januari 2003
6	17 april 2003	4 maart 2003
7	26 mei 2003	1 april 2003
8	26 juni 2003	13 mei 2003

vrijdag 27 september 2002
Wiskundetoernooi voor scholieren
Organisatie Katholieke Universiteit Nijmegen

vrijdag 11 oktober 2002
Themadag voor vwo-docenten
Organisatie Universiteit van Amsterdam
Zie p.041 in dit nummer

di. 22 en wo. 23 oktober 2002 (voorlopig)
Nijmeegse Tweedaagse wiskunde
Organisatie Katholieke Universiteit Nijmegen

zaterdag 16 november 2002
Jaarvergadering/Studiedag, Nieuwegein
Organisatie NVvW; zie p.037 in dit nummer

zaterdag 23 november 2002
Ars et Mathesis-dag, Baarn
Organisatie Stichting A&M

vrijdag 29 november 2002
Wiskunde A-lympiade, Wiskunde B-dag
Organisatie Freudenthal Instituut

donderdag 9 januari 2003
1e Reehorstconferentie wiskunde
Organisatie APS; zie p.041 in dit nummer

vr. 31 januari en za. 1 februari 2003
Nationale Wiskunde Dagen, Noordwijkerhout
Organisatie Freudenthal Instituut

vrijdag 21 maart 2003
Kangoeroe-wedstrijd
Organisatie Katholieke Universiteit Nijmegen

donderdag 24 april 2003
3e Conferentie ICT in de wiskundeles
Organisatie APS; zie p.041 in dit nummer

zaterdag 17 mei 2003
Symposium IX, Utrecht
Organisatie HKRWO

Voor internet-adressen zie de website van de NVvW:
www.nvww.nl/Agenda2.html

Publicaties van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

* Zebra-boekjes

1. Kattenajds en Statistiek
2. Perspectief, hoe moet je dat zien?
3. Schatten, hoe doe je dat?
4. De Gulden Snede
5. Poisson, de Pruisen en de Lotto
6. Pi
7. De laatste stelling van Fermat
8. Verkiezingen, een web van paradoxen
9. De Veelzijdigheid van Bollen
10. Fractals
11. Schuiven met auto's, munten en bollen
12. Spelen met gehelen

Prijzen van de Zebra-boekjes:
Schoolabonnement: 6 exemplaren van 5 delen voor € 185,00
Individueel abonnement voor leden: € 34,00
Losse boekjes voor leden: € 8,00
Deze bedragen zijn inclusief verzendkosten.
Bestellen kan door het juiste bedrag over te maken op Postbanknummer 5660167 t.n.v. Epsilon Uitgaven te Utrecht onder vermelding van Zebra (1 t/m 5) of Zebra (6 t/m 10).
Zelf ophalen kan in de losse verkoop; ledenprijs op bijeenkomsten € 6,00; in de betere boekhandel € 8,00.

* *Nomenclatuurrapport Tweede fase havo/vwo*
Dit rapport en oude nummers van Euclides (voor zover voorradig) kunnen besteld worden bij de ledenadministratie (zie Colofon).

* *Wisforta - wiskunde, formules en tabellen*
Formule- en tabellenboekje met formulekaarten havo en vwo, de tabellen van de binomiale en de normale verdeling, en toevalsgetallen.
ISBN 90 01 65956 X; prijs € 8,00; te bestellen in de boekhandel.

* *Honderd jaar Wiskundeonderwijs*, lustrumboek van de NVvW
Het boek is met een bestelformulier te bestellen op de website van de NVvW (<http://www.nvww.nl/lustrumboek2.html>).
Leden: € 22,00; niet-leden: € 28,00 (incl. verzendkosten).
Zie eventueel ook de advertentie in Euclides 76-7 (na p. 288).



Zin in wiskunde?

Nieuw! Moderne wiskunde 8

Wilt u ook kennismaken
met de nieuwe editie?
Neem dan contact op
met onze voorlichter
Sandra Kooijstra.

Telefoon
(050) 522 63 11

Fax
(050) 522 62 55

E-mail
modernewiskunde@
wolters.nl

Internet
www.modernewiskunde.
wolters.nl



Wolters-Noordhoff
Postbus 58
9700 MB Groningen
T (050) 522 63 31

**Wolters
Noordhoff**