EUCLIDES
Vakblad voor de wiskundeleraar

april
2002/nr.6
jaargang 77

HET DENKEN BEVORDEREN

WISKUNDE IN PERSPECTIEF

REGIONALE EXAMENVERGADERINGEN

orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 8 maal per verenigingsjaar.

ISSN 0165-0394

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen naar:
Marja Bos
Mussenveld 137, 7827 AK Emmen
e-mail: redactie-euclides@nvvw.nl

Richtlijnen voor artikelen:

• goede afdruk met illustraties/foto's/formules op juiste plaats of goed in de tekst aangegeven.
• platte tekst op diskette of per e-mail: WP, Word of ASCII.
• illustraties/foto's/formules op aparte vellen: genummerd, zwart/wit, scherp contrast.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

www.nvvw.nl

Voorzitter
Marian Kollenveld
Leeuwendaallaan 43, 2281 GK Rijswijk
tel. 070-3906378
e-mail: M.Kollenveld@nvvw.nl
Secretaris
Wim Kuipers
Waalstraat 8, 8052 AE Hattem
tel. 038-4447017
e-mail: W.Kuipers@nvvw.nl
Ledenadministratie
Elly van Bemmel-Hendriks
De Schalm 19, 8251 LB Dronten
tel. 0321-312543
e-mail: ledenadministratie@nvvw.nl

Colofon

ontwerp Groninger Ontwerpers
foto omslag Peter Tahl, Groningen
produktie TiekstraMedia, Groningen
druk Giethoorn Ten Brink, Meppel

Contributie

Contributie per verenigingsjaar: € 36,50
Studentleden: € 18,00
Leden van de VVWL: € 25,00
Lidmaatschap zonder Euclides: € 25,00
Betaling per acceptgiro. Nieuwe leden geven zich op bij de ledenadministratie.
Opzeggingen vóór 1 juli.

Abonnementen niet-leden

Abonnementen gelden steeds vanaf het eerstvolgende nummer.
Abonnementsprijs voor personen: € 38,50 per jaar.
Voor instituten en scholen: € 110,00 per jaar.
Betaling geschiedt per acceptgiro.
Losse nummers op aanvraag leverbaar voor € 13,50. Opzeggingen vóór 1 juli.

Advertenties

Informatie, prijsopgave en inzending:
Leen Bozuwa, Merwekade 90
3311 TH Dordrecht, tel. 078-639 08 90
fax 078-6390891
e-mail: lbozuwa@hetnet.nl
of Freek Mahieu, Dommeldal 12
5282 WC Boxtel, tel. 0411-67 34 68

6

april 2002 JAARGANG 77

INHOUD

Aan dit nummer werkten verder mee:
Wim Krijnen, Klaas-Jan Wieringa en Sam de Zoete.

Van de redactietafel

[Marja Bos]

Algebra

Het is weer wat stiller geworden rond de algebra-problematiek. Dat is jammer, want de technologie haalt de 'tijdelijke werkelijkheid' snel in. Hoewel de symbolische rekenmachine in het voortgezet onderwijs (nog) niet toegestaan is, is er ook op de gewone grafische rekenmachine steeds meer mogelijk op het gebied van algebraïsche manipulaties. Het zou niet van wijsheid getuigen deze ontwikkelingen te negeren of op de middellange baan te schuiven. Goed nadenken over kansen én knelpunten van computeralgebra op school, maar ook handelend optreden – daarmee kun je voorkómen dat het je als docent allemaal 'overkomt'. Natuurlijk blijft inzicht in de structuur en betekenis van formules en vergelijkingen een essentieel fundament van veel schoolwiskunde, maar computeralgebra kan ongetwijfeld een deel van het algebraïsche handwerk vervangen. Wèlk deel dan, en hoe? Welke algebraïsche vaardigheden moeten beslist op peil blijven, en van welke kunnen we met een gerust hart wat meer afstand nemen? Hoe grijpt dat precies in op de algebra-leerlijnen? Vragen die op korte termijn beantwoord moeten worden!
Gelukkig is inmiddels het nodige vóórwerk verricht. De algebrawerkgroep van de NVvW kwam afgelopen najaar met een interessant discussiestuk en een bijbehorende, nog deels te vullen, toetsenbank (zie *www.nvvw.nl*, onder 'algebra-werkgroep'). De redactie is uiteraard zeer geïnteresseerd in uw reacties, ideeën en praktijkervaringen rond een nieuwe aanpak van de algebra met de technologie onder handbereik. We kunnen van elkaars ervaringen veel leren, en ons daarmee beter voorbereiden op veranderingen in de (zeer nabije!) toekomst. Bovendien valt zo'n veranderingsproces op die manier beter te sturen: méér inzicht in de problematiek geeft méér greep op de ontwikkelingen.

Uit de inhoud van dit nummer

Ook in het beroepsonderwijs doen zich grote veranderingen voor. Enkele ervan hebben tot grote ongerustheid geleid bij Thomas van den Elsen, die in dit nummer zijn zorg uitspreekt over de veranderende plaats van het vak wiskunde in mbo en hbo.
Anne van Streun leverde in zijn oratie stevige kritiek op bepaalde ontwikkelingen rond Tweede fase en Studiehuis. In dit nummer vindt u een aantal van Annes 'reconstructie-voorstellen' terug, inclusief zijn pleidooi voor de docent als professioneel ontwerper (in plaats van alleen uitvoerder) van het eigen onderwijs.
Verder opnieuw aandacht voor het WisKids-project. In dit nummer schrijft Jac Niessen over het deelproject rond de website 'Perspectief', bedoeld om vwo-leerlingen enthousiast te maken voor een universitaire studie wiskunde.

Examens

De examens in het voortgezet onderwijs komen er weer aan! De diverse websites en oefenbundels ondersteunen uw leerlingen de komende weken bij hun examentraining.
Voor havo/vwo-examenkandidaten is het wellicht nuttig de belangrijkste zaken rond de nomenclatuur nog eens door te nemen (zie *www.nvvw.nl*, onder 'nomenclatuurrapport'). Weten uw leerlingen bijvoorbeeld precies wat er van hen verwacht wordt bij 'Bereken', en bij 'Bereken de exacte waarde'? Vorig jaar veroorzaakte onbekendheid met de nomenclatuur jammer genoeg toch nog wat onnodig examenleed.
Zodra zo'n examen dan weer is afgenomen, is er bij u in de buurt een regionale examenbespreking - altijd weer een goede gelegenheid om met elkaar in gesprek te raken over onder meer inhoud, niveau en onderwijs-aanpak van de verschillende wiskundeprogramma's. Op pagina 295 vindt u het overzicht.

In ‘Het denken bevorderen’ worden vier typen kennis onderscheiden:

WETEN DAT:

kennis van feiten en begrippen, reproduceren

WETEN HOE:

probleemaanpak, toepassen, onderzoeksvaardigheden

WETEN WAAROM:

principes, abstracties, rijke cognitieve schema’s, overzicht

WETEN OVER WETEN:

reflecteren, monitoren, kennis over je eigen weten en aanpak

HET DENKEN BEVORDEREN
DEEL 1: HOE KOMEN WE TOT INHOUDELIJKE ONDERWIJSVERNIEUWING

Fragment uit de oratie ‘Het denken bevorderen’ van Anne van Streun gehouden op 18 december 2001, ter gelegenheid van zijn benoeming op 1 november 2000 tot hoogleraar in de didactiek van de wiskunde en natuurwetenschappen aan de Rijksuniversiteit Groningen.

In een volgend nummer van Euclides volgt een ander fragment uit deze oratie: over het leren denken als onderwijsdoel.

[Anne van Streun]

Reconstructie Tweede Fase

(...) Na deze voorbeelden van Haags onvermogen om een werkbare structuur voor de Tweede Fase havo-vwo te ontwerpen wil ik constructief met u nadenken over de vraag welke veranderingen nodig zijn om ruimte te scheppen voor een echte, inhoudelijke onderwijsvernieuwing.

In een recente studie van het Sociaal Cultureel Planbureau, een onafhankelijke bron, wordt beargumenteerd dat de maat van de bemoeienis van de centrale overheid met het onderwijs vol is. De vertrekkende inspecteur-generaal van het onderwijs, de heer Mertens, was het daar volledig mee eens. Het lijkt erop dat het beleid van het ministerie zich ook in die richting gaat bewegen. Een terughoudende rol van de centrale overheid geeft ruimte aan scholen en kansen voor een inhoudelijke onderwijsvernieuwing in de Tweede Fase.

Met dat doel voor ogen moeten op korte termijn de volgende drie wijzigingen in de structuur van de Tweede Fase worden gerealiseerd:

1. Om de versnippering en overladenheid te verminderen kies ik voor de diepgang in de profielvakken ten koste van de oppervlakkige breedte. Om de drie of vier profielvakken per profiel op het vereiste niveau terug te brengen moeten voor die vakken de werkelijke studielast en de voorgeschreven studielast dezelfde worden. Naast het verplichte Nederlands en Engels blijft er dan nog ruimte over voor twee serieuze keuzevakken op het havo en drie op het vwo.
2. De omvang van de toetsing van leerstof door het centraal schriftelijk examen wordt voor elk profielvak sterk beperkt, zodat er in de programma’s van de profielvakken ruimte komt voor de doelen waar het allemaal om was begonnen.
3. Het schoolexamen wordt losgekoppeld van het centraal schriftelijk examen, waarbij leerlingen voor beide examens moeten slagen.

Het centraal schriftelijk examen toetst uitsluitend ‘*Weten dat’* [kennis van feiten en begrippen, reproduceren], en domineert zodanig dat het werken aan andere vormen van kennis daardoor wordt weggedrukt. Een splitsing van de beoordeling van het centraal examen en het schoolexamen, zoals eerder voorgesteld door de Stuurgroep Tweede Fase, is een belangrijke voorwaarde voor het kunnen realiseren van de inhoudelijke onderwijsvernieuwing. Een forse verlichting van de omvang van het centraal examen is nodig om ruimte te krijgen voor een zwaarder accent op de geïntegreerde toetsing van de kennis van het tweede tot en met vierde type (zie pagina 262), bijvoorbeeld door praktische opdrachten, zelfstandig onderzoek en profielwerkstuk.

Dit voorstel voor reconstructie van de Tweede Fase ligt in dezelfde lijn als het advies van de Onderwijsraad over de basisvorming. Meer ruimte in het programma, kiezen voor kernvakken en differentiatie tussen de scholen toestaan. Het centraal examen toetst de kwaliteit van de verworven kennis van het type ‘*Weten dat*’. Uit de producten voor het schoolexamen blijkt of de school erin is geslaagd om daarenboven het leren voor het leven vorm te geven. Regionale visitatiecommissies waarin het hoger onderwijs is vertegenwoordigd, moeten een rol gaan spelen bij de bevordering en beoordeling van de kwaliteit van de school.

Tijd voor professionalisering

Het is al jaren duidelijk dat docenten van het voortgezet onderwijs in Nederland veel te veel lessen moeten verzorgen (26 per week tegen hoogstens 20 in vergelijkbare landen). Daardoor hebben ze niet alleen een te hoge werkdruk, maar houden ook amper tijd en energie over voor het zelf vorm geven van het eigen onderwijs. In de rapportage aan de staatssecretaris schrijft het Tweede Fase Adviespunt daarover:
'De docent moet tijd en ruimte krijgen voor de eigen deskundigheidsbevordering, er moet scholing gevolgd worden, er moet gelegenheid zijn om meer in de secties en over de secties heen overleg te voeren. Dat kost allemaal tijd, en die ontbreekt nu juist voor docenten.'
In combinatie met het nog steeds toenemende lerarentekort is het wel duidelijk dat de oplossing van dit probleem ligt in een vergaande *differentiatie van onderwijstaken*. Veel leraren moeten een geringere lestaak krijgen om samen met collega's te werken aan het ontwerpen van onderwijs en didactische vernieuwing. Andere leraren blijven zich beperken tot het uitvoeren van onderwijs en het begeleiden van groepen leerlingen. Onderwijsassistenten nemen het grootste deel van de individuele begeleiding van leerlingen en de oppasfuncties over, terwijl een betere automatisering het aantal routinetaken doet afnemen.

Inhoud van de deskundigheidsbevordering

Waaruit moet nu de voortgaande professionalisering van docenten bestaan, opdat er inderdaad iets terecht kan komen van inhoudelijke onderwijsvernieuwing? Kijken we eens naar de functie van de docent in het studiehuis havo-vwo. Menigeen trekt zich terug op de rol van individuele begeleider. Anderen (auteurs, uitgevers) hebben leermiddelen bedacht met uitwerkingen en software, de sectie en de schoolleiding maakten studiewijzers (veelal spoorboekjes voor de leerlingen), leerlingen en leraar lopen dat pad samen af. Ad hoc en niet gepland helpt zo'n leraar de leerlingen verder.
In die vormgeving van het studiehuis komt weinig terecht van niveauverhoging door middel van het bedoelde interactieve en activerende onderwijs. Er is geen sprake van de leraar als rolmodel voor het leren oplossen van problemen en het leren leren of van de leraar als intermediair om te komen tot niveau-verhoging. In plaats daarvan komt een soort van *geprogrammeerde instructie*, waarin leerlingen hun best doen zo snel mogelijk van A naar B te komen door reeksen kleine opdrachten te maken. Dat gaat met name ten koste van de interactie met en tussen leerlingen en van het bereiken van de hogere leerdoelen, waarvoor interactieve reflectie en het expliciteren van concepten, denkmethoden, meta-cognitieve vaardigheden en 'concept mapping' noodzakelijk zijn. Ook het reguliere lesmateriaal, geschikt gemaakt voor zelfstandig werken door opsplitsing in kleine hapklare brokjes en voorzien van uitwerkingen, leent zich niet voor het bereiken van die hogere leerdoelen.

Geen uitvoerder maar ontwerper

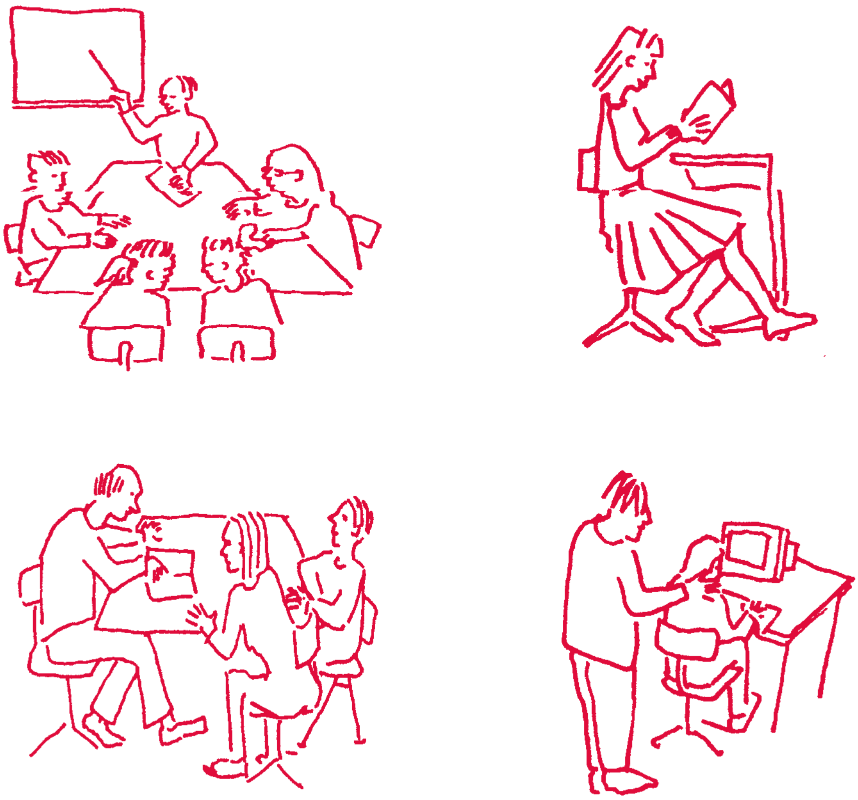
Het alternatief is dat docenten zich niet tevreden stellen met de rol van uitvoerder, maar als professionele vakmensen het *eigen* onderwijs gaan *ontwerpen*. Zelf actief werken aan niveauverhoging, onderzoeksopdrachten maken, practica ontwerpen, nieuwe mogelijkheden met computersoftware passend maken voor het eigen onderwijs, een digitale leer-omgeving opzetten, duidelijke niveau-eisen stellen en leerlingen daarop beoordelen. Dat ontwerpen van het eigen onderwijs leidt tot een *verrijking* van het *didactisch repertoire* en het *vakmanschap* van de docenten. De leerling of student als jonge onderzoeker, de docent als hun coach. De leerling die werkt aan geschikte opdrachten en problemen, soms individueel, maar vaker in duo's of kleine groepen. De docent die regelmatig feedback geeft en de onderwijsassistent instrueert voor de meer individuele begeleiding. Op een natuurlijke manier doet zich de noodzaak voor om te *communiceren* en de resultaten van het werk te *presenteren* aan de andere leerlingen.

De vaksectie als inspiratiepunt

Binnen de school zal ook de organisatie zo moeten worden gestructureerd dat aan de didactische vernieuwing prioriteit wordt gegeven. Op de meeste scholen geeft het management geen sturing aan didactische vernieuwing (zie bijvoorbeeld de rapportage over de Tweede Fase havo-vwo), zodat daar een andere oplossing voor moet worden gevonden. Een combinatie van het versterken van horizontale onderwijsteams en van vaksecties ligt voor de hand. Prioriteit voor didactische onderwijs-vernieuwing betekent dat in het management meer ruimte moet worden vrijgemaakt voor onderwijs-kundig leiderschap in de persoon van teamleiders en sectievoorzitters. Vaksecties moeten, net als in ons omringende landen, structureel geleid worden door een docent die daarmee tot het schoolmanagement behoort. Uit een onderzoek in Nederland naar het functioneren van vaksecties blijkt dat de vaksectie het inspiratiepunt zou moeten worden voor de gewenste inhoudelijke onderwijsvernieuwing. Dat vraagt om andere keuzes voor het management binnen de meeste scholen.

Expertise verwerven

Dit alles is niet voldoende om de gewenste onderwijs-vernieuwing en de voortgaande professionalisering van docenten met het oog op die didactische vernieuwing tot stand te brengen. Als de tijd en de creatieve ruimte beschikbaar komen, ontbreekt het de docenten en de school op dit moment nog aan voldoende expertise om dat vernieuwende onderwijs te



ILLUSTRATIE **Edzard Krol**

ontwerpen, uit te voeren en te evalueren. De enige manier om die expertise te verwerven is om in projecten met andere scholen en externe experts samen te werken aan het ontwerpen en uitvoeren van concreet vakonderwijs in de eigen school. Daarvoor zijn samenwerkingsprojecten nodig met expertise-groepen in het hoger onderwijs. Projecten waarin de waarde van het ontworpen en uitgevoerde onderwijs wordt bepaald met het oog op transfer naar scholen, die niet aan dat project deelnemen.

Deskundigheidsbevordering samengevat

Samenvattend kom ik tot de volgende conclusies:
Als de tijd voor leraren om te werken aan didactische vernieuwing vrij wordt gemaakt en in de programma's van leerlingen creatieve ruimte beschikbaar komt, dan kan de professionalisering serieus beginnen. Het ontbreekt de docenten en de scholen nog aan voldoende expertise om het vernieuwende onderwijs te ontwerpen, uit te voeren en te evalueren. Een combinatie van de veldexpertise van de leraren binnen de scholen met de vakinhoudelijke en vakdidactische expertise van universiteiten op het gebied van het ontwerpen van onderwijs en het ontwerpgericht onderwijsonderzoek geeft uitzicht op positieve effecten van vernieuwingsprojecten.
Kortom:
- De inhoud moet gericht zijn op het ontwerpen en uitvoeren van vernieuwende aspecten van het onderwijs.
- Participeren in vernieuwingsprojecten en netwerken is de aangewezen manier om de eigen deskundigheid van leraren te bevorderen.
- Binnen de school moet de prioriteit voor het onderwijsleerproces ook vorm krijgen door het onderwijskundig leiderschap in vaksecties vorm te geven.

Over de auteur

Anne van Streun (e-mail: A.van.Streun@math.rug.nl) is sinds 1974 werkzaam aan de Rijksuniversiteit Groningen als wiskundedidacticus en sinds 2000 als hoogleraar in de didactiek van de wiskunde en natuurwetenschappen.

Decoratieve vazen [Rob Bosch]

Bij de Bijenkorf zag ik laatst een kunstobject dat bestond uit vier vazen met witte en zwarte ballen. In de eerste vaas zaten drie witte ballen, in de tweede twee witte en een zwarte, de derde vaas bevatte een witte en twee zwarte ballen terwijl de vierde vaas drie zwarte ballen bevatte.
De prijs van dit geheel deed vermoeden dat zowel de vazen als de ballen van uitzonderlijke kwaliteit moesten zijn. Wat zou zo'n kunstobject wel niet moeten kosten als de vazen zouden bestaan uit witte, grijze en zwarte ballen!
Met andere woorden, hoeveel vazen kunnen we samenstellen met drie witte, grijze of zwarte ballen? Een nauwkeurige administratie levert het totaal van 10 vazen op, zoals de lezer betrekkelijk eenvoudig kan nagaan. Als we vervolgens het aantal ballen in de vaas uitbreiden tot vier, levert dat 15 verschillende vazen op.
Bij een toenemend aantal ballen en een uitbreiding van het aantal kleuren wordt het bijhouden van alle mogelijke vazen al gauw een zeer onaantrekkelijke bezigheid. We hebben bij grote aantallen ballen en kleuren een systematische methode nodig om alle samenstellingen te kunnen uitrekenen.

We merken eerst op dat zowel de balletjes als de vazen niet te onderscheiden zijn, zodat alleen de kleursamenstelling van een vaas van belang is.
Voorbeeld: Hoeveel verschillende kleursamenstellingen zijn er met 8 ballen en 4 kleuren?
Iedere kleursamenstelling kunnen we voorstellen door een rij van 8 ballen (○) en 3 scheidingstekens (|). De scheidingstekens verdelen de ballen in de vier kleuren k_1, k_2, k_3 en k_4.
Een tweetal opeenvolgende scheidingstekens geeft aan dat een bepaalde kleur in de samenstelling ontbreekt.
De volgende voorstellingen

○ ○ | ○ ○ ○ | ○ ○ | ○

○ ○ ○ | | ○ ○ ○ ○ | ○

| ○ ○ ○ | | ○ ○ ○ ○ ○

geven respectievelijk de verdelingen (2,3,2,1), (3,0,4,1) en (0,3,0,5) aan. In de samenstelling (2,3,2,1) zijn er 2 ballen van kleur k_1, 3 ballen van kleur k_2, enz.

Voor de verdeling (1,4,1,2) krijgen we de volgende voorstelling:

○ | ○ ○ ○ ○ | ○ | ○ ○

We zien dat er een één-op-één-correspondentie is tussen rijtjes van 8 ballen en 3 scheidingstekens en de kleursamenstellingen.
Het aantal rijtjes dat we kunnen vormen is gelijk aan $\binom{11}{3} = 165$. Immers, van de $8 + 3 = 11$ beschikbare posities moeten we er 3 uitkiezen voor de scheidingstekens. Het aantal kleursamenstellingen met 8 ballen en 4 kleuren is dus gelijk aan 165.

Het bovenstaande argument kan eenvoudig gegeneraliseerd worden.
Indien we n ballen hebben en beschikken over k kleuren, dan kunnen we een kleursamenstelling aangeven door een rijtje met n ballen (○) en $k - 1$ scheidingstekens (|). Uit de $n + k - 1$ beschikbare posities kiezen we er $k - 1$ voor de scheidingstekens, hetgeen een totaal van $\binom{n+k-1}{k-1}$ verschillende rijtjes oplevert.

Het aantal vazen dat kan worden samengesteld uit n ballen van k verschillende kleuren, is gelijk aan $\binom{n+k-1}{k-1} = \binom{n+k-1}{n}$.

Literatuur

D. Cohen: Basic Techniques of Combinatorial Theory, Wiley (1978)

Over de auteur

Rob Bosch (e-mail: r.bosch2@defmin.nl) is na zijn doctoraal wiskunde 13 jaar werkzaam geweest als wiskundeleraar in het middelbaar onderwijs. Sinds 1987 is hij als docent verbonden aan de Koninklijke Militaire Academie te Breda. Zijn belangstelling gaat o.a. uit naar de sociale keuzetheorie op welk gebied hij aan de Katholieke Universiteit Brabant onderzoek verricht.

1. Gegeven is een vlakke vierhoek, waarvan elke hoek kleiner is dan een gestrekte hoek.
Geef het punt aan, waarvoor de som van de afstanden tot de hoekpunten van de vierhoek zo klein mogelijk is.
Bewijs dat Uw antwoord goed is.

(10 punten)

2. Los x en y op uit de vergelijking

$$\{\sin(x-y)+1\}\{2\cos(2x-y)+1\}=6.$$

(10 punten)

3. Gegeven zijn een bol met middelpunt M en straal $7a$ en een vlak V; A is de projectie van M op V; MA $= 15a$.
P is een variabel punt op de bol en Q een variabel punt in vlak V, zodanig dat de afstand van P tot Q gelijk is aan $32a$.
Druk de grootste en de kleinste afstand die Q tot A kan hebben, in a uit.

(Het noemen van de beide antwoorden is voldoende; 10 punten)

4. In het vlak van het rechthoekig assenstelsel OXY beschouwen we de punten waarvoor $0 < x < 2\pi$ en $0 < y < 2\pi$.
Geef door arceringen de punten aan waarvoor geldt:

$$\sin x > \sin y.$$

(Met een duidelijke tekening kan worden volstaan; 10 punten)

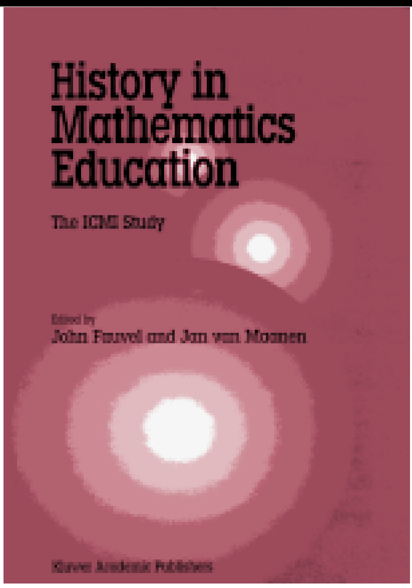
Vraagstukken uit de Nederlandse Wiskunde-Olympiade van 2 mei 1962, gepubliceerd in het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde 48 (1960-1961)

De rubriek '40 jaar geleden' wordt verzorgd door Martinus van Hoorn (e-mail: mc.vanhoorn@wxs.nl), voormalig hoofdredacteur van Euclides (1987-1996).

HISTORY IN MATHEMATICS EDUCATION, EEN BESPREKING

Recent verscheen een indrukwekkend boek over de betekenis van de geschiedenis van de wiskunde voor het wiskundeonderwijs.

[Wim Kleijne]

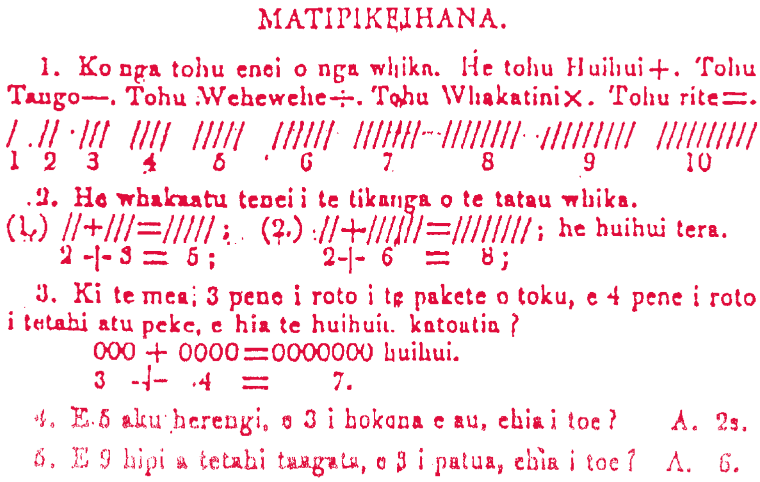


Inleiding

Onder de titel History in Mathematics Education [1] is in het jaar 2000 een hoogst opmerkelijk boek verschenen. Als nadere toevoeging aan de titel van dit boek is vermeld: 'The ICMI Study'. Dus niet zomaar 'een' maar 'de' studie, 'het' boek van de prestigieuze International Commission on Mathematical Instruction op het vlak van de geschiedenis in het wiskunde-onderwijs. Een eveneens prestigieuze toevoeging aan de titel van dit zesde deel van de New ICMI Study Series. Inderdaad een prestigieuze commissie die in 1908 ingesteld is op het Internationale Congres van Wiskundigen in Rome. Onder de voorzitters van deze commissie treffen we beroemde namen aan, zoals die van Felix Klein en Hans Freudenthal. In het midden van de 20-ste eeuw werd ICMI een commissie van de IMU (International Mathematical Union) en vanaf eind jaren '60 begon ICMI met de organisatie van vier-jaarlijkse internationale congressen, onder de naam ICME (International Congress on Mathematical Education). Op ICME-2 (het tweede congres) in 1972 in Exeter werd besloten tot de instelling van een Internationale Studiegroep die zich zou gaan bezighouden met de relaties tussen de geschiedenis en het onderwijs in de wiskunde. Het boek dat nu voor ons ligt is onder auspiciën van deze groep tot stand gekomen. Het proces van schrijven en samenstellen is (be)geleid door twee (nu) ex-voorzitters van de studiegroep, John Fauvel (Open University UK; Fauvel is in het voorjaar van 2001 helaas overleden) en Jan van Maanen (Rijksuniversiteit Groningen). De teksten zijn groepsgewijs geschreven door meer dan 60 auteurs (onder wie Florence Fasanelli, Bernard R. Hodgson, Hans Niels Jahnke, Mogens Niss, Anna Sierpinska en Harm Jan Smid) uit meer dan 25 landen: een werkelijk internationale onderneming die z'n bekroning vond in de aanbieding van het boek op ICME-9 in de zomer van 2000 in Tokyo, Japan.

Boodschap

Deze achtergronden, gevoegd bij de omvang van het proces van de totstandkoming van dit boek, rechtvaardigen op zichzelf al een bespreking in Euclides. De pretentie die uit de toevoeging 'The ICMI Study' spreekt, maakt extra nieuwsgierig: welke boodschap heeft dit boek en wat is het belang en de betekenis daarvan voor onze situatie?


MATIPIKEIHANA.

1. Ko nga tohu enei o nga whika. He tohu Huihui +. Tohu Tango —. Tohu Wehewehe ÷. Tohu Whakatini ×. Tohu rite =.

/ // /// //// ///// ////// /////// //////// ///////// //////////
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

2. He whakaatu tenei i te tikanga o te tatau whika.
(1.) //+///=///// ; (2.) //+//////=//////// ; he huihui tera.
2 + 3 = 5 ; 2 + 6 = 8 ;

3. Ki te mea; 3 pene i roto i te pakete o toku, e 4 pene i roto i tetahi atu peke, e hia te huihuinga katoatia ?
000 + 0000 = 0000000 huihui.
3 + 4 = 7.

4. E 5 aku herengi, e 3 i hokona e au, ehia i toe ? A. 2s.
5. E 9 hipi a tetahi tangata, e 3 i patua, ehia i toe ? A. 6.

FIGUUR 1
Logo van ICME-9 met de berg Fuji

FIGUUR 2
Uit het eerste gedrukte Maori rekenboek, 1858 [2]

De centrale vraag van het boek is of de geschiedenis van de wiskunde van betekenis is voor het onderwijs in de wiskunde. De discussie, de bespreking en de ten dele beantwoording van deze vraag komen aan de orde in een tiental hoofdstukken. Deze zal ik hieronder kort beschrijven.

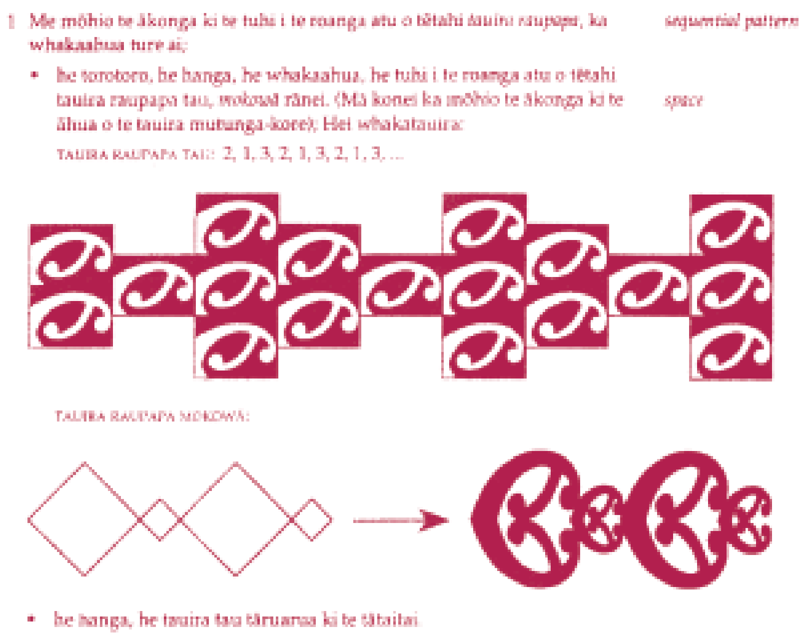
The political context

De lange en rijke wereldgeschiedenis van het onderwijs in de wiskunde laat zien dat de inhoud van het wiskundeonderwijs (uiteraard) sterk beïnvloed is door politieke beslissingen, gebaseerd op de culturele en sociale situatie in de desbetreffende landen. Het is in dit verband niet meer dan vanzelfsprekend dat regionale culturele karakteristieken teruggevonden worden in de desbetreffende onderwijsprogramma's. Zo hebben bijvoorbeeld de patronen uit de beeldende vormgevingen van de Maori's een plaats gevonden in het curriculum van Nieuw Zeeland. De huidige illustratieve vormgevingen van de Maori's, de oorspronkelijke bewoners van Nieuw Zeeland, vertonen patronen die terug gaan op de rijke en eeuwenoude geschiedenis van dit volk. Dergelijke patronen vormen juist doordat ze ook in onze moderne tijd nog steeds veelvuldig voorkomen een ongezochte gelegenheid om de bi-culturele situatie in Nieuw Zeeland recht te doen. En dit kan bij uitstek gedaan worden door deze patronen in de historische context van de Maori's te plaatsen. Figuur 2 toont een gedeelte van het in 1858 verschenen Maori rekenboek van Henare Taratoa. Ondanks de onbekendheid met de gebruikte taal is direct duidelijk waar het in dit stukje over gaat.

Er zijn nogal wat leraren in Nieuw Zeeland die in hun enthousiasme dergelijke historische bronnen voor hun lessen gebruiken. Bovendien heeft dit onderwerp in de tweejaarlijkse conferenties van de Nieuw Zeelandse Vereniging van Wiskundeleraren een vaste plaats gekregen. De eerder genoemde patronen (zie figuur 3), hebben een plaats gekregen in het wiskundecurriculum van Nieuw Zeeland.

Philosophical, multicultural and interdisciplinary issues

In het voorgaande wordt tegelijk ook benadrukt dat wiskunde kennelijk gezien moet worden als een menselijke activiteit. Zoals in het voorbeeld van de Maori's duidelijk wordt, gaat het om activiteiten die uitgevoerd worden binnen de sociaal-culturele omstandigheden die voor de desbetreffende maatschappij van belang zijn, maar die daar tegelijkertijd ook min of meer los van staan. Het Maori rekenboek is daarvan een duidelijk voorbeeld: ingebed in de cultuur van de Maori's van toen, maar tegelijkertijd, ondanks taal-, tijd- en cultuurverschil, voor ons herkenbare wiskunde en dus min of meer losstaand van de specifieke culturele omstandigheden. We bevinden ons met dergelijke gedachten op het terrein van wijsgerige en multiculturele aspecten van de wiskunde. Vragen naar de aard van wiskundige kennis en de oeroude vraag of wiskunde 'ontdekt' (in deze platonistische opvatting bestaat de wiskunde al voordat wij er gebruik van maken, wij behoeven deze wiskunde slechts te 'ontdekken'), dan wel 'uitgevonden' wordt (in deze opvatting maken wij zelf de wiskunde, wiskunde is niets anders dan een



FIGUUR 3
'Tauira raupapa' (sequentieel patroon) uit het wiskundecurriculum van Nieuw Zeeland [3]

menselijke activiteit), komen hier aan de orde. Het zijn vragen die van groot belang zijn voor een juiste interpretatie van historische ontwikkelingen van de wiskunde. Als het waar is dat sociaal-culturele en etnische omstandigheden mede bepalend zijn geweest voor de ontwikkelingen van de wiskunde, hoe is het 'ontdekkings-standpunt' dan nog vol te houden? Dit ondanks het feit dat de meeste wiskundigen zich diep in hun hart min of meer platonist voelen.
Waarschijnlijk is het én én: de ontwikkelingen van en in de wiskunde worden door de sociaal-culturele omstandigheden bepaald, maar staan daar tegelijkertijd ook min of meer los van.

Integrating history: research perspectives

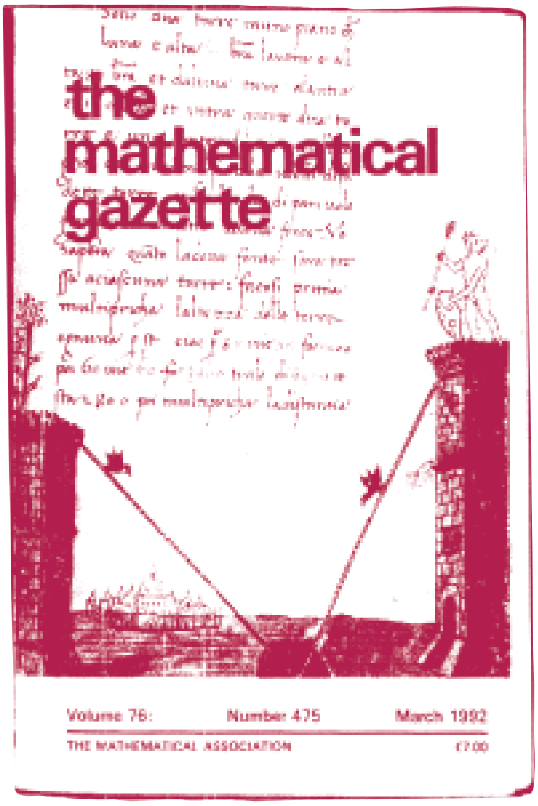
Met betrekking tot de centrale vraag van het boek is het noodzakelijk zich af te vragen hoe effectief het integreren van de historische component is voor het onderwijzen en het leren van wiskunde. Om hierop een duidelijk zicht te krijgen worden in dit hoofdstuk enige kwalitatieve beschrijvingen gepresenteerd die als voorbeeld kunnen dienen voor de algemene stelling die de schrijvers naar voren willen brengen. De stelling betreft de redenen voor het opnemen van een historische component in het wiskundeonderwijs: bestudering van de geschiedenis van de wiskunde leert ons een eigen visie te ontwikkelen omtrent wat wiskunde in feite is; bovendien stelt de geschiedenis ons in staat om wiskundige concepten en theorieën beter te begrijpen.
In beide redenen kunnen we vervolgens een doorgaande lijn van ontwikkeling zien: allereerst verandert en ontwikkelt de docent zelf zijn opvattingen van de wiskunde door de bestudering van de geschiedenis, hetgeen vervolgens zijn manier van lesgeven in de wiskunde beïnvloedt. Tenslotte heeft dit weer gevolgen voor de manier waarop zijn leerlingen kennis en begrip van de wiskunde ontwikkelen. Dit alles betekent dat de plaats van de geschiedenis van veel fundamenteler belang geacht moet worden, dan alleen maar een bron van aardige voorbeelden.
De in het boek uitgewerkte voorbeeldmatige beschrijvingen gaan onder andere over onderwerpen uit de calculus, de stochastiek, rijen en reeksen en 'strategisch denken'.
In figuur 4 staat een voorbeeld van 'strategisch denken', zoals dat in het boek voorkomt [4]. Voor de genoemde oplossingsstrategieën verwijs ik naar het boek of naar de bekende werken over de geschiedenis van de wiskunde.

History of Mathematics for Trainee Teachers

Een conditio sine qua non voor het onderbrengen van een historische component in het wiskundeonderwijs, is het feit dat de leraar een behoorlijk inzicht moet hebben in de geschiedenis. Kwalitatieve paradigmatische (voorbeeldmatige) beschrijvingen uit diverse landen belichten de actuele stand van zaken.

Historical formation and student understanding of mathematics

Kennis hebben van de historie, op de hoogte zijn van zaken die in het voorgaande zijn aangeduid, vormen weliswaar een noodzakelijke, maar allerminst een voldoende voorwaarde voor een juiste vormgeving



BIJ FIGUUR 4
Deze afbeelding illustreert het probleem van de twee torens, zoals dat voorkomt in het manuscript van Calandri, 1491.
Twee torens met hoogten 30 en 40 (passen) staan op een afstand van 50 (passen) van elkaar. Tussen de twee torens staat op de grond een waterbakje voor vogels. Twee vogels vliegen van de beide torens in rechte lijn naar dit bakje. Ze vertrekken op hetzelfde moment, ze vliegen met dezelfde snelheid in een rechte lijn en ze bereiken het bakje op hetzelfde tijdstip.
De vraag is nu wat de afstand is van het waterbakje tot de beide torens.
Dit probleem heeft een behoorlijk rijke inhoud. Er zijn diverse oplossingsstrategieën mogelijk. Bovendien zijn er verschillende oplossingen bekend vanuit de geschiedenis.
Didactisch kan een leraar met dit probleem vele kanten op.
De historische context en de analyse van het probleem zijn al voor 13-jarigen interessant en goed te begrijpen.
De rekenkundige oplossingsstrategie van Fibonacci is onder leiding van de docent ook voor jonge leerlingen goed te begrijpen. Deze strategie leert hen bovendien zien dat een andere oplossing, nl. via een eenvoudige algebraïsche vergelijking, veel simpeler en economischer is. (Fibonacci was daartoe echter nog niet in staat.) Daarmee heeft de docent een mooie gelegenheid om leerlingen aritmetische en algebraïsche procedures te laten vergelijken.
Ook heel andere oplossingsmethoden zijn nog mogelijk. In feite geeft ook Fibonacci nog een tweede oplossingsmethode, die tot een belangrijke discussie met leerlingen kan leiden.

FIGUUR 4
Omslag van The Mathematical Gazette, maart 1992

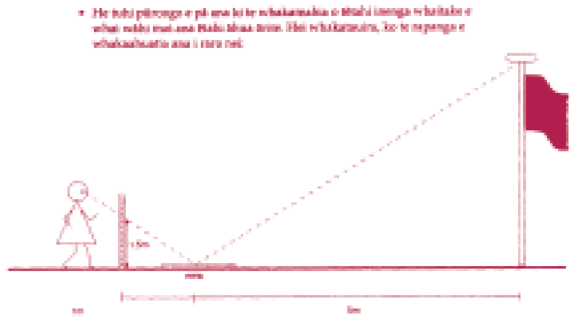
van een historische component in de onderwijskundige situatie van de klas. Daartoe behoort op z'n minst ook een grondige didactische reflectie die gebaseerd is op een theoretisch framework waarin de volgende domeinen met hun onderlinge relaties zijn opgenomen:
a. het psychologische domein:
hoe leren leerlingen wiskunde, hoe ontwikkelen zij mentaal wiskundige concepten?
b. het historische domein:
hoe zijn wiskundige concepten in de loop van de geschiedenis ontwikkeld, welke sociale, culturele en economische factoren hebben daarin een (mede)bepalende rol gespeeld?
c. het methodologische domein:
hoe wordt de didactische situatie vormgegeven?
Waar het hierbij werkelijk om gaat zijn de relaties tussen de domeinen van dit driehoeksveld. Het gevaar van oversimplificatie ligt hier duidelijk op de loer.
Bijvoorbeeld:
– hoe leren we leerlingen de geschiedenis lezen: door de bril van onze tijd of met ogen van destijds?
– is de mentale ontwikkeling vergelijkbaar met de historische, of is dit te ver gezocht? Anders gezegd, lijkt de individuele ontwikkeling die ieder mens doormaakt op de ontwikkeling die de mensheid als geheel in de geschiedenis heeft doorgemaakt? Over dit vraagstuk is veel nagedacht, niet alleen vanuit de filosofie, maar ook vanuit de biologie en de (ontwikkelings)psychologie. Bekende namen in dit verband zijn Ernst Haeckel, Jean Piaget, Rolando Garcia, maar ook Bachelard, Kuhn, Feyerabend en Vygotsky.

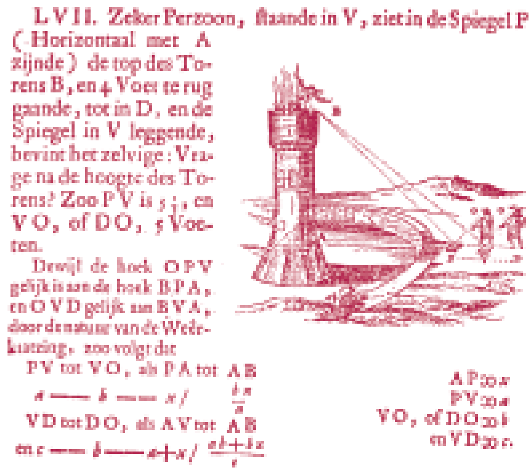
History in support of diverse educational requirements - opportunities for change

Niet alleen de didactische reflectie zoals hiervoor aangeduid is van belang, maar ook dienen we na te denken over de verschillende leerlingenpopulaties in verband met de integratie van historische componenten in het wiskundeonderwijs. Het maakt nogal wat uit of we het hebben over primair, secundair of tertiair onderwijs, over 'gemiddelde' of getalenteerde leerlingen e.d. Weer zijn het kwalitatieve voorbeeldbeschrijvingen die hier een goed zicht op de problematiek geven voor de onderscheiden leeftijdsgroepen van leerlingen. In figuur 5 twee afbeeldingen die voor zich spreken [5].

Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey

Uiteindelijk moet na dit alles, na de grote rijkdom aan voorbeelden en aan theoretische beschouwingen, toch de vraag aan de orde komen 'Waarom nu eigenlijk geschiedenis van de wiskunde in ons onderwijs?' En 'Doet de geschiedenis van de wiskunde er toe?'. Zoals bij alles zijn ook hier vele tegenwerpingen te maken, zoals:
– geschiedenis is geen wiskunde;
– historische problemen zijn in de huidige tijd voor onze leerlingen nogal verwarrend;
– leerlingen hebben geen goede kennis van de geschiedenis in het algemeen;
– leerlingen houden niet van geschiedenis;
– je komt alleen maar verder in de wiskunde door moeilijke problemen op te lossen, waarom zou je je dan druk maken over het verleden?;





LVII. Zeker Perzoon, staande in V, ziet in de Spiegel P (Horizontaal met A zijnde) de top des Torens B, en 4 Voet te rug gaande, tot in D, en de Spiegel in V leggende, bevint het zelvige: Vrage na de hoogte des Torens? Zoo PV is 5 1/2, en VO, of DO, 5 Voeten.

Dewijl de hoek OPV gelijk is aan de hoek BPA, en OVD gelijk aan BVA, door de natuur van de Weêrkaatsing, zoo volgt dat

PV tot VO, als PA tot AB
a — b — x / $\frac{bx}{a}$
VD tot DO, als AV tot AB
en c — b — a+x / $\frac{ab+bx}{c}$

AP ∞ x
PV ∞ a
VO, of DO ∞ b
en VD ∞ c.

BIJ FIGUUR 5
Het eerste voorbeeld is uit het curriculum van Nieuw Zeeland in het Maori (1994), het tweede voorbeeld is enigszins gecompliceerder omdat de voet van de toren onbereikbaar is. Dit laatste voorbeeld komt uit een algebraboek van Abraham de Graaf uit 1672.

FIGUUR 5
Een spiegel op de grond geeft de mogelijkheid de hoogte van de toren te meten.

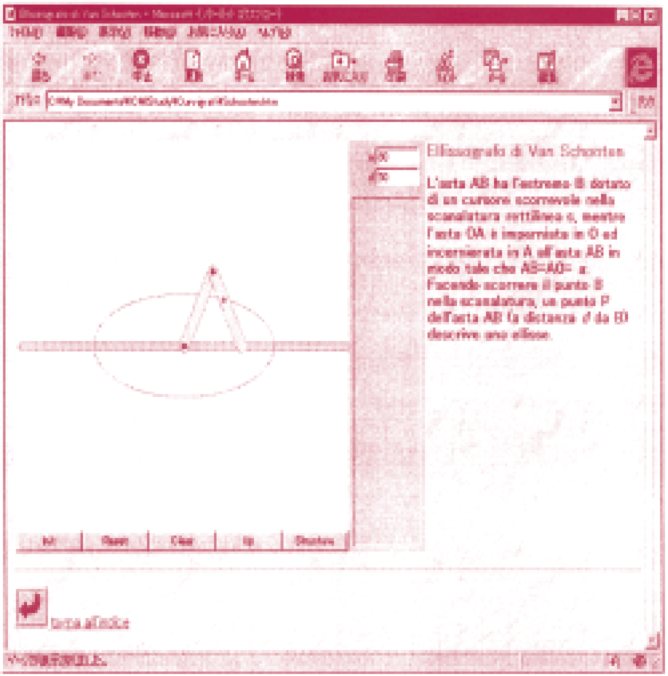
– geschiedenis leidt alleen maar tot chauvinisme;
– gebrek aan tijd;
– gebrek aan geschikt bronnenmateriaal;
– gebrek aan historische expertise;
– historische elementen zijn niet of te moeilijk te toetsen.

In het boek wordt behalve het noemen verder niet diep ingegaan op de tegenwerpingen die men allemaal zou kunnen maken. Ze nodigen daarentegen wel uit om zelf een standpunt in te nemen. Mijns inziens zou iedere docent dat moeten doen. Mijn persoonlijk standpunt is dat dergelijke tegenwerpingen de indruk wekken dat er redenen gezocht worden om maar niet ‘aan geschiedenis’ te hoeven doen. Om zich maar te kunnen beperken tot ‘echte’ wiskunde.
Vrijwel alle tegenwerpingen zijn bovendien min of meer gemakkelijk te weerleggen. De ook in dit artikel genoemde voorbeelden laten zien dat historische problemen wel degelijk echte wiskunde vormen, die allerminst verwarrend zijn voor leerlingen. Dat leerlingen niet van geschiedenis houden en een slechts fragmentarische kennis hebben ligt meer aan ons dan aan de leerlingen. De genoemde, maar ook de vele andere voorbeelden tonen m.i. overtuigend aan dat er ook in het verleden ‘moeilijke’ problemen bestonden, waaraan onze leerlingen zich zeer goed kunnen scherpen. De vele problemen uit andere culturen en tijden behoeden onze leerlingen juist voor chauvinisme. Verder verdient ‘gebrek aan tijd’ zich m.i. zelf terug, zijn er momenteel al behoorlijk veel en voldoende toegankelijke bronnen beschikbaar, is gebrek aan historische expertise door studie op te heffen, en wordt er momenteel gedegen studie gemaakt van toetsvormen die passen bij een historische benadering van de wiskunde.
De waarde van het integrerend en functioneel opnemen van historische componenten in het wiskundeonderwijs staat voor mij buiten kijf en is fundamenteel gelegen in datgene wat ik onder *Integrating history: research perspectives* vermeldde over de redenen voor het opnemen van een historische component in het wiskundeonderwijs.
Dit wordt nader uitgewerkt in de argumenten die vermeld zijn vóór integratie van geschiedenis in het wiskundeonderwijs. Deze betreffen:

A. Het leren van wiskunde:
– historische ontwikkelingen leren leerlingen zien dat wiskunde geen gepolijste wetenschap is die ‘af’ is;
– de geschiedenis fungeert als een bron;
– geschiedenis kan als een brug functioneren tussen de wiskunde en andere vakken;
– kennis van geschiedenis heeft een algemene opvoedkundige waarde.

B. De aard van de wiskunde en van de wiskundige activiteit:
De geschiedenis geeft hierin inzicht, zowel naar de inhoud als naar de vorm van de wiskunde.

C. De didactische achtergrond van leraren:
– de geschiedenis leert de redenen waarom en waarvoor wiskundige onderwerpen en concepten zijn ontwikkeld;
– de geschiedenis leert welke ‘historische moeilijkheden’ leerlingen wellicht zullen ondervinden;
– bestudering van de geschiedenis geeft een dieper inzicht in het feit dat wiskunde inderdaad mensenwerk is;
– vanuit de geschiedenis hebben leraren de beschikking



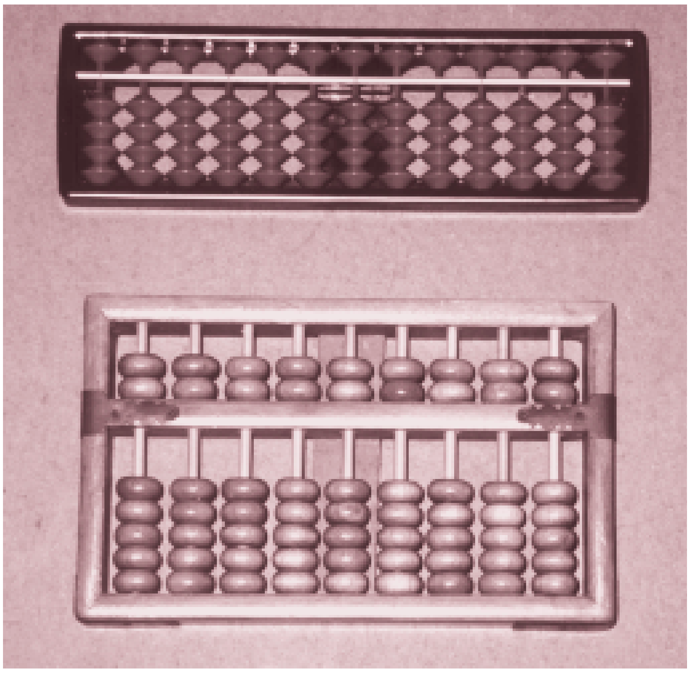
FIGUUR 6
Een Java applet van Van Schootens ellipspasser

over een groot arsenaal aan voorbeelden, verklaringen, e.d.;
– geschiedenis leert bescheidenheid: door kennis van historische ontwikkelingen zal men gevoel en tolerantie ontwikkelen ten opzichte van onconventionele redeneringen/oplossingen die door leerlingen gegeven worden.
D. De gevoelsmatige stellingname ten opzichte van wiskunde:
– geschiedenis leert dat wiskunde meer een menselijke onderneming is dan een rigide systeem;
– geschiedenis leert de waarde onderkennen van het creatieve aspect van wiskunde;
– geschiedenis leert om niet ontmoedigd te raken door mislukkingen en onzekerheden.
E. Wiskunde als cultureel verschijnsel:
– wiskunde dient niet alleen het 'nut';
– de ontwikkeling van de wiskunde is beïnvloed/tot op grote hoogte bepaald door sociale en culturele factoren;
– er bestaan ook heel andere verschijningsvormen van de wiskunde als die welke wij gewend zijn; 'ethnomath' is van groot belang voor de multiculturele situaties in veel van onze klassen.

Omdat de kern van het boek in de voorgaande hoofdstukken aan de orde is gekomen, werk ik de volgende hoofdstukken niet meer nader uit. Het betreft: *Historical support for particular subjects; The use of original sources in the mathematics classroom; Non-standard media and other resources.*
In dit laatste hoofdstuk worden andere dan de klassieke didactische vormgevingen gepresenteerd. Wat dit laatste betreft wil ik een citaat dat Jan van Maanen geeft (op p. 330) van een tekst van Dijksterhuis (in Engelse vertaling van Van Berkel) over het prototype van een wiskundige niet onthouden:
'*The man comes and stands in front of you; he has a blackboard and a piece of chalk; he has seen nothing nor experienced anything that he comes to report about; he does not need apparatus in order to give life to phenomena that lead to questions, but he builds an immaterial world for you, apparently from nothing.*'
Hoe herkenbaar in de dagelijkse onderwijspraktijk, ook in 2002! Wel moet hierbij aangetekend worden dat het beeld wel duidelijk aan het veranderen is: de grafische rekenmachine en de computer hebben ook in dit verband hun vernieuwende invloed laten gelden.
Het is verfrissend en uitdagend om de voorbeelden te lezen van totaal andere didactische situaties: van drama, museum, oude instrumenten tot (uiteraard) het World Wide Web en dat alles in relatie tot de geschiedenis van de wiskunde.
In figuur 6 een voorbeeld zoals er momenteel talloze te vinden zijn op het Web. Het betreft een Java applet van een ellipspasser door Van Schooten, op een Japanse web-pagina van Bartolini Bussi's 'museum' (http://www.museo.unimo.it/labmat/).[6]

Slotbeschouwing

Na de beschrijving van de boodschap die dit boek wil uitdragen, wil ik nu nog enkele woorden wijden aan de betekenis hiervan voor het wiskundeonderwijs in onze situatie.
Het belang van integratie van historische componenten komt door het gehele boek heen naar voren, maar wordt wel heel nadrukkelijk en indringend



FIGUUR 7
De Soroban, het Japanse telraam met één rij bovenaan en het Chinese telraam met twee rijen bovenaan [7]

gepresenteerd in het hoofdstuk 'Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey'. In het voorgaande ben ik daarom vrij uitvoerig ingegaan op de gevoerde argumentatie. Naar mijn mening zijn de genoemde argumenten volledig van toepassing op en in onze Nederlandse situatie. De ervaring van sommige docenten die al in het verleden historische aspecten in hun onderwijs hebben geïntegreerd, bevestigt dit. Mijn eigen ervaring op dit gebied (overigens al van een behoorlijk aantal jaren terug), ligt in deze zelfde lijn. In het belang van onze leerlingen en in het belang van de toekomst van ons vak als schoolvak, zou ik wensen dat de integratie van historische elementen in ons wiskundeonderwijs een 'normaal' verschijnsel wordt.
Fauvel en Van Maanen hebben met hun auteursgroep het wiskundeonderwijs een grote dienst bewezen met de samenstelling van dit werk.

Het boek verdient inderdaad de toevoeging dat dit 'het' boek is van ICMI met betrekking tot de geschiedenis van de wiskunde in het onderwijs. Het is bovendien schitterend uitgevoerd, voorzien van zeer veel literatuurverwijzingen, waaronder die naar talrijke websites, een uitvoerige bibliografie en een nauwkeurig register. Het biedt bovendien vele, voldoende concrete, makkelijk toegankelijke en bruikbare voorbeelden voor wiskundeleraren. Kortom, een gebruiksvriendelijk, schitterend boek. Naar mijn mening mag dit werk op geen enkele school en op geen enkele lerarenopleiding ontbreken. Eigenlijk hoort het een gebruiksplaats te hebben op de werktafel van iedere wiskundecollega. De prijs van het boek is helaas erg hoog. Economische overwegingen zullen hierbij wel de doorslag hebben gegeven, maar deze (veel te) hoge prijs getuigt niet van veel verantwoordelijkheidsgevoel voor het belang van dit werk voor het wiskundeonderwijs wereldwijd. Wellicht dat de uitgever dit toch nog eens kan heroverwegen.

Literatuur en noten

History in Mathematics Education, The ICMI Study, Edited by John Fauvel and Jan van Maanen, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/ Boston/London, ISBN 0-7923-6399-X, 2000, 437 blz., prijs € 159,–

[1] Het boek wordt in de volgende noten aangegeven met HME.
[2] HME, p. 12, [3] HME, p. 13, [4] HME, pp. 79-81
[5] HME, p. 189, uit de paragraaf over getalenteerde leerlingen
[6] HME, p. 355
[7] Foto W. Kleijne

Over de auteur van deze bespreking

Wim Kleijne (e-mail: w.kleijne@owinsp.nl) is wiskundige, oud-docent wiskunde en momenteel coördinerend inspecteur van het voortgezet onderwijs.

TEN DUIDELIJKSTE!

Een bloemlezing uit de reacties op het probleem van Ritsema, een schoolvoorbeeld van Anne van Streun.

[Marja Bos, op basis van reacties van lezers]

Inleiding

In Euclides nr. 4 van de lopende jaargang vroeg Anne van Streun de lezers om hulp [1].
Anne zocht een bewijs voor een oud meetkundeprobleem van N. Ritsema, ooit gepubliceerd in het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde en recent gebruikt in Moderne wiskunde vwo bovenbouw B2 deel 1. Het probleem luidt als volgt:

In ruit ABCD zijn de hoeken bij A en C 60 graden.
Punt E ligt op het verlengde van DC. F is het snijpunt van AE en BC, P dat van BE en DF.
Bewijs dat punt P op de omgeschreven cirkel ligt van driehoek BCD (zie figuur 1; [2]).

Bewijzen voor deze bewering zijn best te leveren, maar het ging Anne om een bewijs dat zou passen bij het huidige examenprogramma, en dan bovendien volgens de weg die Ritsema had aangeduid. Deze schreef destijds namelijk:
Ten duidelijkste is $\Delta EDB \sim \Delta DBF \sim \Delta DPB$, waaruit volgt dat de lijnen BE en DF een hoek van 60^0 maken. P ligt derhalve op de omgeschreven cirkel van ΔBCD.

Zouden die gelijkvormigheden echt 'ten duidelijkste' zijn? Of zou het uitdraaien op bluf in de stijl van Fermat, die een kleine 400 jaar geleden met veel bravoure stelde dat zijn bewijs voor z'n roemruchte stelling nèt niet in de kantlijn paste?! De stelling van Fermat werd uiteindelijk pas een paar jaar geleden bewezen, maar dat bewijs van Andrew Wiles had wèl een lengte van zo'n 200 pagina´s...

Uitgedaagd

De handschoen werd door velen van u opgenomen, de uitdaging aangegaan, en de oplossingen stróómden binnen...

Op 1 maart waren bewijzen binnen van de heren *Bleijenga*, *De Bruijn*, *Kortram* en *Maassen*, mevrouw *Minderhout*, *Harm Boertien*, *Jan van de Craats*, *Jan Donkers*, *Aad Goddijn*, *Martinus van Hoorn*, *Piet Huberts*, *Daan van Hulst*, *Jan Marcelis*, *Henk Meijer*, *Jan Postma*, *Lodewijk van Schalkwijk*, *Menno van Steenis*, *Nellie Szepansky*, *Hans Verdonk*, *Agnes Verweij*, *Klaas Wijnia* en *Jan Zuidhoek*.
Ritsema bleek géén bluffer, hoewel de lengte van het bewijs van zijn gelijkvormigheden bij niemand beperkt bleef tot een enkel zinnetje.

Verschillende aanpakken

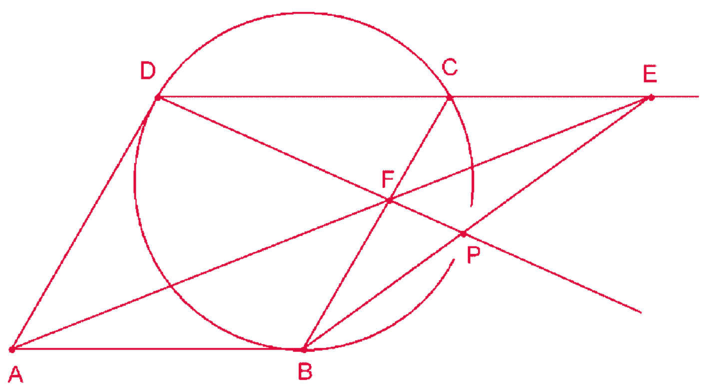
Natuurlijk waren er verschillen in de bewijsvoering. Zo waren er alleen al diverse *globale* aanpakken voor het bewijs van $\Delta EDB \sim \Delta DBF$, de eerste gelijkvormigheid van Ritsema, bijvoorbeeld via:
- de gelijkvormigheid van ΔABF en ΔEDA;
- de gelijkvormigheid van ΔABF en ΔECF;
- een hulppunt, namelijk het snijpunt van AF en BD.

En binnen elk van die aanpakken waren er uiteraard nog weer onderlinge variaties in de bewijsvoering.
Misschien is dit een goed moment om het zelf eens te proberen? Kies een hint, en dan: prutsen maar...

Een aantal oplossingen

Lodewijk van Schalkwijk en *Piet Huberts* kwamen met min of meer dezelfde oplossing. Zij hebben weinig ruimte nodig voor hun bewijs:
(1) $\Delta EDB \sim \Delta DBF$, want:
$\angle EDB = \angle DBF = 60°$
$\frac{ED}{DB} = \frac{ED}{DA} = \frac{EC}{CF} = \frac{AB}{BF} = \frac{DB}{BF}$
(2) $\Delta DBF \sim \Delta DPB$, want:
$\angle FDB = \angle BDP$
$\angle BFD = \angle DBE$ (volgt uit $\Delta EDB \sim \Delta DBF$)
en $\angle DBE = \angle PBD$, dus $\angle BFD = \angle PBD$
Dus $\angle DPB = \angle DBF = 60°$. De meetkundige plaats van de constante hoek geeft nu het gevraagde resultaat.

FIGUUR 1



Martinus van Hoorn bewijst (1) als volgt:
$\Delta ABF \sim \Delta ECF$ (gelijke hoeken),
dus $BF : CF = AB : EC$,
dus $BF : (BF + CF) = AB : (AB + EC)$,
m.a.w. $BF : BD = DB : DE$
en bovendien is $\angle DBF = \angle EDB = 60^0$.

Jan Marcelis werkt met een hulppunt F' op DB zodat $DF' = BF$. Hiermee is betrekkelijk eenvoudig te bewijzen dat $\Delta EDB \sim \Delta CDF'$, oftewel $\Delta EDB \sim \Delta DBF$.

Daan van Hulst pakt deel (2) anders aan dan Ritsema: uit (1) volgt dat $\angle BDF = \angle DEB$. Verder is $\angle DBP = \angle DBE$ (triviaal). Hieruit volgt dat $\Delta BPD \sim \Delta BDE$, dus $\angle DPB = 60°$.

Oplossing en aanpak van Agnes Verweij

Zie figuur 2. *Agnes Verweij* geeft niet alleen een bewijs, maar laat ook zien hoe ze dat gevonden heeft. Eerst haar bewijs, waar zij schrijft:
H is het snijpunt van AF en BD.
$\Delta EDH \sim \Delta ABH$ (*zandloperfiguur*), dus
$ED : AB = DH : BH$
$\Delta DAH \sim \Delta BFH$ (*zandloperfiguur*), dus
$DA : BF = DH : BH$
Hieruit volgt $ED : AB = DA : BF$
Omdat $ABCD$ een ruit is met hoeken van 60^o en 120^o, geldt $AB = DA = DB$
Dus $ED : DB = DB : BF$
Verder geldt: $\angle EDB = 60^o$ en $\angle DBF = 60^o$, dus $\angle EDB = \angle DBF$
Uit de laatste twee regels volgt: $\Delta EDB \sim \Delta DBF$ (*zhz*).
Dus: $\angle DBE = \angle BFD$, ofwel: $\angle DBP = \angle DFB$
Verder geldt: $\angle BDP = \angle FDB$
Uit de laatste twee regels volgt: $\Delta DPB \sim \Delta DBF$ (*hh*).
Dus: $\angle DPB = \angle DBF$
$\angle DBF = 60^o$, dus $\angle DPB = 60^o$.

Vervolgens beschrijft Agnes haar denkproces, haar strategie, bij het zoeken naar de juiste weg:
Dit bewijs heb ik gevonden via de door Anne van Streun terecht zo vaak gepropageerde heuristiek *'Terugdenken'* en af en toe een beetje *'Vooruitdenken'*. Dat ging als volgt.
De eerste twee door Ritsema genoemde driehoeken, EDB en DBF, bevatten elk een hoek van 60^o. Om de conclusie $\angle DPB = 60^o$ te kunnen trekken, is het dus voldoende te weten dat één van deze driehoeken gelijkvormig is met Ritsema's derde driehoek, DPB. *Driehoek DPB heeft met elk van de eerste twee driehoeken een (andere) hoek gemeen.*
Om met *hh* tot de gelijkvormigheid van een van deze driehoeken met driehoek DPB te kunnen besluiten, is het dan ook voldoende om óf $\angle BDP = \angle BED$, óf $\angle DBP = \angle DFB$ te bewijzen.
Van geen van deze laatste gelijkheden is de juistheid direct in te zien, wat ook niet te verwachten was. Waarom zou Ritsema anders beide driehoeken EDB en DBF en hun onderlinge gelijkvormigheid te hulp geroepen hebben? Kan deze gelijkvormigheid wellicht een van de twee gelijkheden van hoeken verklaren? Ja, zelfs allebei! Immers, in beide gevallen gaat het in het linkerlid om de hoek die driehoek DPB met de ándere 'hulpdriehoek' gemeen heeft: hoek BDP is gelijk aan hoek BDF en hoek DBP is gelijk aan hoek DBE. Wat hierboven als te bewijzen geformuleerd is, kan dus geschreven worden als: óf $\angle BDF = \angle BED$, óf $\angle DBE = \angle DFB$. Dit betekent dat nog bewezen moet worden dat de 'hulpdriehoeken' EDB en DBF behalve een hoek van 60^o die rechtstreeks uit het gegeven volgt, nog een andere hoek gelijk hebben. En deze gelijkheid van hoeken volgt inderdaad direct als, op een andere manier dan via *hh*, bewezen is dat $\Delta EDB \sim \Delta DBF$.
Omdat we al weten dat $\angle EDB = \angle DBF$ ($= 60^o$), denken we aan *zhz*. Te bewijzen is dan alleen nog $ED : DB = DB : BF$.
Tot zover verliep het terugdenken, dankzij de aanwijzingen van Ritsema, in feite rechttoe-rechtaan. Maar de volgende stap terug is minder vanzelfsprekend. Het is nu dan ook tijd om even vooruit te denken. Zijn alle gegevens al gebruikt? Nee, want het gedeelte van de figuur buiten driehoek EDB is nog helemaal niet ter sprake gekomen. Kan uit wat over dat deel van de figuur gegeven is, iets afgeleid worden waarmee we verder kunnen komen in het proces van terugdenken? Ja, dat driehoek ABD de scherphoekige helft van een ruit met hoeken van 60^o en 120^o is, betekent dat deze driehoek gelijkzijdig is.
De volgende stap in het proces van terugdenken is nu dat in de te bewijzen evenredigheid DB één keer door AB en één keer door DA vervangen wordt. Er rest dan te bewijzen: óf $ED : AB = DA : BF$, óf $ED : DA = AB : BF$.
Vooruitdenken geeft tot slot vrijwel even snel de eerste als de tweede evenredigheid. De eerste volgt uit de evenredigheden die de zandloperfiguren $ABHDE$ en $BFHAD$ opleveren, de tweede volgt uit de gelijkvormigheid van de driehoeken EDA en ABF.
Merk op dat zowel bij de constatering dat er twee zandloperfiguren zijn als bij het bewijs dat de twee driehoeken gelijkvormig zijn (*hh*), een beroep wordt gedaan op de evenwijdigheid van overstaande zijden van ruit $ABCD$ en het tot nu toe nog niet gebruikte gegeven dat de punten A, H, F en E op één lijn liggen.
Leerlingen zullen de aanpak via zandloperfiguren, die ze al uit de onderbouw kennen, waarschijnlijk gemakkelijker vinden. Daarom heb ik die aanpak gekozen voor mijn oplossing.

De oplossingen van Jan Postma

Inzender *Jan Postma* schrijft: 'Omdat wij op school Moderne wiskunde gebruiken had ik voor de opgave uit het boek al een oplossing bedacht. (...) Na lezing van het artikel in Euclides gooi ik mijn oplossing weg. Maar de uitdaging om het nog eens te proberen ben ik aangegaan. Dit leverde drie oplossingen op, met als bijzonderheid dat het zonder hulplijn is gedaan. Daarbij heb ik gewerkt in de stijl van Bos en Lepoeter.'
In **(1)** en **(2)** wordt de gelijkvormigheid van ΔEDB en ΔDBF onderzocht:

(1) Neem $AB = 1$ en $CE = a$.
$\Delta ABF \sim \Delta ECF$ (z-hoeken), dus $BF : CF = AB : EC = 1 : a$, zodat

$$BF = \frac{1}{1+a} \text{ en } FC = \frac{a}{1+a}$$

(2) $\angle DBC = \angle BDC = 60°$

$$DE : BD = \frac{1+a}{1} \text{ en } BD : BF = 1 : \frac{1}{1+a} = \frac{1+a}{1}$$

dus $\Delta EDB \sim \Delta DBF$ (zhz),
zodat $\angle DEB = \angle BDF$ en $\angle DBE = \angle BFD$
Nu nog de gelijkvormigheid met de laatste driehoek $\triangle DPB$. Dit leverde drie oplossingen voor het bewijs dat P op de cirkel ligt:
(3a) Stel lijn BE snijdt de cirkel in Q, dan geldt:
$\angle DBE = 60° + \angle CBQ = 60° + \frac{1}{2}\text{bg}(CQ)$.
Stel lijn DF snijdt de cirkel in R, dan geldt:
$\angle DFB = \frac{1}{2}\text{bg}(BD) + \frac{1}{2}\text{bg}(CR) = 60° + \frac{1}{2}\text{bg}(CR)$
Wegens (2) is dus $\text{bg}(CQ) = \text{bg}(CR)$, maar dat betekent dat $Q = R$, maar dan is dit ook punt P. Dus P ligt op de cirkel.
(3b) $\angle BDF + \angle DFB + \angle FBD = 180°$ en
$\angle PDB + \angle DBP + \angle BPD = 180°$.
Met hetgeen onder (2) is bewezen ($\angle DBE = \angle BFD$) vind je nu: $\angle BPD = \angle FBD = 60° = \frac{1}{2}\text{bg}(BD)$, dus P ligt op de cirkel (meetkundige plaats van de constante hoek).
(3c) In plaats van de hoekberekening bij (3a) kun je natuurlijk ook met het resultaat van (2) aantonen dat $\Delta DBF \sim \Delta DPB$. Daaruit volgt dan weer de uitkomst van (3a). Hiermee heeft Ritsema gelijk gekregen, alhoewel dit een kleine omweg is.

Afwijkende aanpakken

Zoals aangegeven, gaven de meeste inzenders het verlangde bewijs met behulp van Ritsema's $\Delta EDB \sim \Delta DBF \sim \Delta DPB$. Tegelijkertijd lieten verschillende briefschrijvers weten (én zien) dat die tweede gelijkvormigheid gemakkelijk vermeden kan worden, bijvoorbeeld met eenvoudige hoekberekeningen. Ook hierboven staan twee voorbeelden van zo´n alternatieve aanpak.
Een totaal andere insteek is die van *Jan Donkers* en *Harm Boertien*. Zij passen beiden de stelling van Pascal toe op de 'zeshoek' $CDDQBB$, waarbij Q het snijpunt is van BE met de omgeschreven cirkel van ΔBCD. Dat was weliswaar niet de 'opdracht', maar zo tussen alle gelijkvormigheden door is het wel heel verrassend!

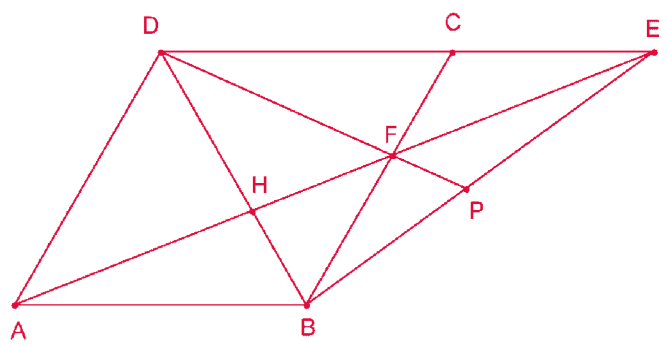
Commentaren

Natuurlijk gingen veel van de ingezonden bewijzen vergezeld van allerlei hartekreten, kritische opmerkingen en inhoudelijke aanvullingen.
Aad Goddijn meldt: 'Als puzzel zijn ze [vraagstukken die sterk leunen op bijzonder-geval-redeneringen; red.] (...) heel uitdagend. Maar ik denk dat er wat strategievorming betreft (heuristiek o.i.d.) weinig aan te leren is, precies om diezelfde reden.' Ook *Jan van de Craats* vindt 'dit soort gepuzzel niet geschikt voor schoolgebruik'.
Klaas Wijnia noteert bij zijn oplossing: 'Hopelijk is de oplossing klassiek genoeg; derde klas hbs?!'
Harm Boertien (stelling van Pascal in plaats van gelijkvormigheid) schrijft: 'Wat ik hiervan opgestoken heb is dat evidentie afhankelijk is van je uitgangspunt of van je standpunt. Wat vanuit het ene gezichtspunt ondoorzichtig is, is vanuit een ander gezichtspunt triviaal.'
Ten duidelijkste: Diverse inzenders meldden dat ze met bijzonder veel plezier in het probleem gedoken zijn, zich uitgedaagd hebben gevoeld, het óók wilden proberen – en een tevreden gevoel over zich kregen toen het bewijs er eenmaal lag...

Noten

[1] Anne van Streun: Twee schoolvoorbeelden van schoolmeetkunde, in Euclides 77 (4), pp. 196-197
[2] Deze figuur is, met een kleine verandering, gelijk aan figuur 5 uit [1], p. 197.

FIGUUR 2



Het snijpunt van twee lijnen op de GR bij wiskunde A op havo en vwo

[Ton Lecluse]

Bij wiskunde A op havo en vwo mag een leerling berekeningen vaak uitvoeren (benaderen dus) op de grafische rekenmachine. Deze visie kom ik in ieder geval overal tegen.
Hoe moet een leerling dan de coördinaten van het snijpunt van twee lijnen uitrekenen? Dit kom je, ingebed in een toepassing, toch regelmatig tegen, bijvoorbeeld bij lineaire groei en bij lineair programmeren.
Ik heb hiervoor een korte handreiking geschreven, die ik mijn leerlingen heb uitgedeeld. Daarbij heb ik op eenvoudige wijze gebruik gemaakt van de TI-Graph Link; ik heb schermpjes van de GR in mijn Word-document overgenomen.
U vindt hier die lesbrief, kant en klaar, geschreven voor de TI-83.
Wellicht zijn ook uw leerlingen hier erg blij mee.

Over de auteur

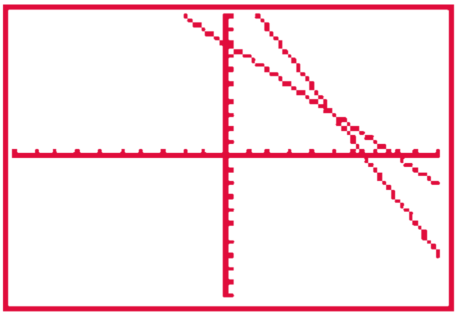
Ton Lecluse (e-mailadres: a.lecluse@planet.nl) is docent wiskunde aan Het Nieuwe Lyceum te Bilthoven.

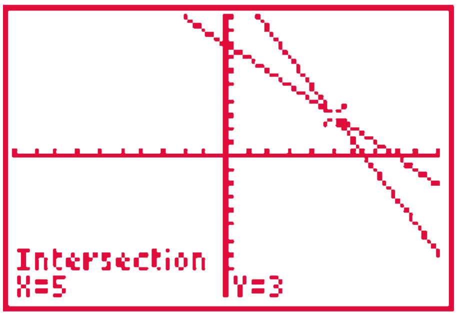
Het snijpunt van twee lijnen op de GR

Stel je wilt de coördinaten van het snijpunt van de lijnen

$$\begin{cases} 3x + 3y = 24 \\ 2x + y = 13 \end{cases}$$

berekenen met je GR.



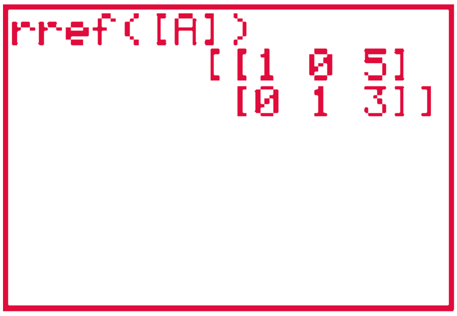


1e manier: grafisch

Schrijf het stelsel om naar functies van y:

$$\begin{cases} y = 8 - x \\ y = 13 - 2x \end{cases}$$

Teken de grafieken van beide functies. Stel het WINDOW in, zodat het snijpunt hierop te zien is. In dit geval voldoet ZOOM STANDARD prima.
Vraag de coördinaten van het snijpunt op via CALC, INTERSECT.
Resultaat: $x = 5$; $y = 3$.



2e manier: met een matrix

Kies MATRX, EDIT, [A], en vul de matrix in zoals hiernaast te zien is.

In de eerste regel plaats je dus de coëfficiënten van de eerste vergelijking. Let op de volgorde: eerst de factor van x, dan die van y en dan het getal achter het is-gelijk-aan teken.

Ga met 2ND, QUIT naar het rekenscherm.
Kies MATRX, MATH, RREF
Kies MATRX, NAMES, [A]
Kies ENTER

Het scherm hiernaast verschijnt.
De eerste regel moet je interpreteren als
$1x + 0y = 5$, dus als $x = 5$.
De tweede regel moet je interpreteren als
$0x + 1y = 3$, dus als $y = 3$.

Nadeel 1e manier:
je moet erop letten dat het snijpunt zichtbaar is op het scherm.
Nadeel beide manieren:
je moet vaak de vergelijkingen omschrijven.
Voorbeeld:
de lijn $3x = 5 - 7y$ moet je bij de eerste methode omschrijven tot $y = -\frac{3}{7}x + \frac{5}{7}$, en bij de tweede methode tot $3x + 7y = 5$.

DE ONDERWIJZENDE STUDENT

Een interessant experiment: studenten van een technische hogeschool inzetten als docent bij een Praktische Opdracht wiskunde B in een klas havo-4. Resultaat: zowel winst voor de TH (voor de studenten en hun opleiders) als voor de school (voor de havo-leerlingen en hun wiskundedocenten). Het experiment bleek de moeite waard, ondanks enkele onvoorziene technische problemen.

[Jan Blankespoor en Maarten Kam]

Inleiding

Eén van de deelnemers aan het project 'De onderwijzende student' is Jolanda, studente van de TH Rijswijk. In haar eindverslag verwoordt ze de opzet van dit project:

'De studenten moesten een wiskundeopdracht maken voor havo-4-leerlingen van het Citycollege. De begeleiding van de leerlingen en de beoordeling van de resultaten moest in het geheel worden verzorgd door de studenten. De bedoeling van de opdracht was onder andere dat de leerlingen een idee konden krijgen van het hbo, het studentenleven, leren met de computer om te gaan en tevens een beetje wiskunde zouden leren. De studenten zouden tenminste één keer naar het Citycollege te Rotterdam gaan om de leerlingen te ontmoeten en te helpen met hun opdracht. Voor verder contact stond de keuze vrij. De meest logische keuze was e-mail, maar er kon bijvoorbeeld ook gebruik worden gemaakt van de telefoon.'

Achtergronden

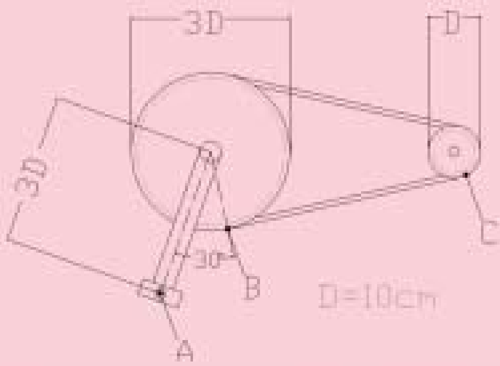
Het project dat in dit artikel beschreven wordt, vloeide voort uit de contacten binnen het netwerk HBO-VO dat de afdeling wiskunde van de TH Rijswijk in 1998 startte met wiskundedocenten van middelbare scholen in de regio. Tijdens een van de bijeenkomsten werd het fenomeen 'Praktische Opdrachten in de Tweede fase' besproken. Enkele vragen die daarbij aan de orde kwamen waren:

- Hoe kun je bewerkstelligen dat een Praktische Opdracht (PO) méér is dan een (complexe) opgave uit het wiskundeboek?
- Kan zo'n PO niet worden gebruikt om buiten het klaslokaal naar wiskunde te kijken?
- Moet je alle leerlingen dezelfde PO laten maken om als docent niet om te komen in het werk?
- Biedt de PO mogelijkheden, zinvol met ICT bezig te zijn?

Binnen het netwerk leek het voor de hand te liggen de uitwisseling tussen de TH Rijswijk en de middelbare scholen te bevorderen. Door middel van dit project zouden enkele doelstellingen gerealiseerd kunnen worden:

1. Leerlingen (met wiskunde B in hun pakket) kunnen uit de eerste hand kennisnemen hoe het is om te studeren in het algemeen, en aan een technische opleiding in het bijzonder. Wellicht zitten er in de toekomst ook nog studiepunten in voor OSB, oriëntatie op studie en beroep!
2. De toepassing van ICT binnen het vak wiskunde, en in ieder geval het medium e-mail, wordt gestimuleerd.
3. Leerlingen bedrijven wiskunde met een andere attitude, omdat de docent niet 'de antwoorden heeft'.
4. De docenten wordt (op termijn...) werk uit handen genomen.
5. De TH krijgt een beter beeld van de (tweede fase) leerlingen die binnenkort de opleiding binnenstromen.

Wiskundeopdracht
door G.J. de Ruijter de Wildt (e-mail: [illegible])



Een fiets heeft een tandwieloverbrenging zodat er niet zo hard getrapt hoeft te worden om het wiel snel rond te draaien. De overbrenging van een fiets is heel simpel; er is een groot tandwiel waar de trapper aan vast zit en een klein tandwiel waar het wiel aan vast zit. Deze twee tandwielen zijn verbonden met een ketting. Zie de tekening. De diameter van het kleine tandwiel is 10 cm, het grote tandwiel is 30 cm en de lengte van de trapper is ook 30 cm.

Gevraagd:

- Onderzoek de verticale beweging van punt A als de trapper een omwenteling maakt. Aan het begin is A op zijn laagste punt. Teken in een grafiek de relatie tussen de verticale beweging (y-as) en een aantal omwentelingen (x-as). Wat voor een functie is dit?
- Uitgaande dat de hoek tussen A en B 30° is en dat van het middelpunt de afstanden A = 30 cm en B = 15 cm, onderzoek de verticale beweging van B als de trapper een omwenteling maakt. Aan het begin is punt A verticaal. Teken in dezelfde grafiek de relatie tussen de verticale beweging (y-as) en een aantal omwentelingen (x-as) van punt A. Bepaal met behulp van goniometrie de functie van punt B.
- De overbrenging van de fiets is 1 op 3, dat betekent: voor iedere omwenteling van punt B zal punt C drie keer ronddraaien. Onderzoek de verticale beweging van punt C als de trapper (punt A) een omwenteling maakt. Aan het begin is punt A verticaal. Teken weer in dezelfde grafiek de relatie tussen de verticale beweging (y-as) en een aantal omwentelingen van punt A (x-as). Bepaal met behulp van functieonderzoek de functie van punt C.
- Onderzoek met behulp van verschillende diameters de relatie tussen de overbrenging en het aantal omwentelingen dat punt C maakt ten opzichte van punt A. Maak een formule hiervoor.

uitgelegd, het niveau van de leerlingen werd toegelicht en de richtlijnen voor de te ontwerpen opdrachten werden gegeven; zie hiervoor de tekst in onderstaand kader.

26 februari: *Bijeenkomst I* met studenten THR, toelichting en uitdelen tijdsplanning.
26 februari–22 maart: Bedenken en formuleren van de opdracht. De wiskundemethode (Netwerk, havo B1 deel2) is ter inzage op TH.
26 maart–6 april: Eventueel bijstellen van de opdracht.
9 april–16 april: Indeling van de leerlingen.
17 april: *Bijeenkomst II* met studenten THR, mondelinge en schriftelijke informatie: e-mail-gegevens, gerichte aanwijzingen per opdracht, algemene opmerkingen over begeleiding, voorbeeld-logboek leerlingen.
18 april–27 april: e-mail-contact tussen leerlingen en student. Leerlingen ontvangen opdracht via e-mail.
30 april–4 mei: meivakantie.
7 mei–11 mei: Leerlingen werken in de lessen aan PO; studenten bezoeken Citycollege.
14 mei–25 mei: Leerlingen maken opdrachten af en sturen deze aan de studenten.
28 mei–6 juni: Student kijkt opdracht na, beoordeelt deze en verwerkt een en ander in het verslag.
11 juni: *Bijeenkomst III* met studenten THR, invullen evaluatieformulier.
13 juni: Cijfers worden aan de leerlingen doorgegeven.

Aanvankelijk wilden wij het project in het voorjaar van 2000 uitvoeren, maar door het terugbrengen van het aantal wettelijk verplichte PO's was het toen niet meer actueel. Het project vond plaats in 2001 in een samenwerkingsverband tussen de TH Rijswijk en een havo-4 klas van het Citycollege in Rotterdam. In deze klas zaten 28 leerlingen met wiskunde B1 of B12. Aan het project namen 14 studenten van de TH deel.

Planning...

Het project was als volgt opgezet.
In januari 2001 werd studenten uit het tweede, derde en vierde studiejaar de mogelijkheid geboden in te tekenen op het project, waarmee ze een vrij studiepunt (40 klokuren) konden verdienen. Voor dat vrije studiepunt is het in praktijk brengen van communicatieve vaardigheden een centraal thema. Met name studenten van de studierichtingen werktuigbouwkunde en technische bedrijfskunde meldden zich. Studenten van wie ingeschat werd dat zij deze opdracht serieus zouden oppakken werden geselecteerd. De leerlingen van het City-college zouden in groepjes van twee leerlingen aan de opdracht werken; er waren dus 14 studenten nodig. De leerlingen van het Citycollege werd verteld dat de drie wiskundelessen in de week na de meivakantie geheel voor de PO (ca. 15 slu) zouden worden gereserveerd.
Eind februari vond de eerste bijeenkomst van de studenten plaats, waarin het doel van het project werd

... en uitvoering

Wij waren als begeleiders van dit project blij verrast te zien hoe serieus de studenten, toch de spil van het project, de opdracht hebben opgepakt. Slechts enkelen hebben gekeken in het wiskundeboek dat ter inzage lag; de meesten hebben in eigen (familie)kring geïnformeerd wat havo-4-stof tegenwoordig inhoudt. Een paar studenten hebben verschillende opdrachten uit examenbundels gehaald en die aan de hand van een centraal thema aan elkaar gebreid. Andere studenten hebben zelf opdrachten verzonnen met data-verwerking (bv. 'Pizza-koerier in Rotterdam'). Eén student heeft een complete handleiding geschreven waarin antwoorden in Word en Excel moesten worden verwerkt. Tevens moesten zijn leerlingen internet-sites (als *www.route.nl* en *www.ovr.nl*) raadplegen om een rit van het Citycollege naar de TH Rijswijk te plannen. Zijn opdracht maakte diepe indruk. Er zat ook een student bij die zich in de afstudeerfase bevond. Zijn opdracht over de driedimensionale Driehoek van Pascal heeft hij kant-en-klaar (inclusief antwoorden) van het internet geplukt. Hij was gelukkig de uitzondering. Eén student had een hele reeks vergelijkingen in zijn opdracht verwerkt, die met behulp van de GRM in een handomdraai op te lossen waren. Dit bleek een uitstekende opdracht voor twee zwakke (EM) leerlingen die een natuurlijke aversie tegen het apparaat leken te hebben. Een andere student heeft geprobeerd zijn belangstelling voor het vakgebied (werktuigbouwkunde) over te brengen door middel van een alledaags probleem: de aandrijving van een achterwiel door een fietstrapper (zie pagina 283). Daarbij had hij zo'n beetje het hele hoofdstuk goniometrie in zijn opdracht verwerkt. De tekst van de opdracht bevatte wiskundig onjuiste en onvolledige formuleringen, maar door een goede opbouw in de vragen leidde de opdracht wel tot echt onderzoek. Helaas voor de leerling die deze opdracht moest uitwerken, is de gonio tijdelijk geen stof voor het centraal examen; hij heeft het onderwerp inmiddels behoorlijk in de vingers.

Communicatieproblemen

Tijdens dit project gaf de communicatie veel problemen. Aanvankelijk was het de bedoeling dat de leerlingen hun opdrachten via e-mail zouden ontvangen en dat het contact tussen leerlingen en studenten ook verder elektronisch vorm zou krijgen. Op het Citycollege zit echter een filter op de internet-verbinding waardoor e-mailen voor leerlingen onmogelijk is. Het filter bleek te omzeilen via de e-mail site *www.mailme.nl*. Door onduidelijke oorzaak en tot grote frustratie van veel leerlingen lukte het mailen echter vaker niet dan wel. Uiteindelijk zijn de meeste opdrachten via *snail mail* (per post) naar school gestuurd. Er is toen werk van gemaakt de studenten zo snel mogelijk naar school te laten komen om hun opdrachten met de leerlingen door te nemen, zodat hun leerlingen verder konden werken.
Enkele leerlingen, met name zij die de e-mail-correspondentie vanaf huis deden, waren al vrij snel klaar met hun opdrachten. Dit lezen we terug in het eindverslag van Frank, student aan de TH:
'De communicatie met de leerlingen is goed verlopen. Ze hebben een computer thuis dus e-mailen leverde geen problemen op. Ook heb ik nog even kort gechat via Messenger met Tatiana. Ik kreeg het idee dat deze leerlingen al ruime ervaring hebben met het communiceren via internet. Ook het programma Word hebben ze al aardig onder de knie. Ik denk dat deze opdracht ook goed is geweest om ICT-vaardigheden te oefenen. Ik was wel blij verrast met de e-mails die ze schreven. Zulke lange e-mails had ik niet verwacht.'

Andere leerlingen liepen vast op problemen waar ze geen vragen over konden stellen. Ook waren er twee groepjes die hun opdracht niet tijdig ontvingen. Dit bracht de nodige onrust onder de leerlingen teweeg, vooral omdat het schoolexamenwerk betrof dat voor 20% meetelt voor het SE-cijfer. Een gevolg was dat het wiskundeprogramma voor de rest van het schooljaar de nodige wijzigingen moest ondergaan. Een ander gevolg was dat diverse opdrachten later dan gepland bij de studenten werden ingeleverd, waardoor die weer extra belast werden in hun eigen drukke tentamenperiode.
Een citaat uit het verslag van student Bjorn:
'Het minst leuke is dat de opdracht zo laat is gearriveerd. Dit geeft mij in deze drukke periode van toetsen en tentamens een extra taak. Het nakijken is wel zó gedaan. Gelukkig is het geen hele klas aan wie je die opgave moet geven. (...) Het uitdelen van slechte cijfers is niet leuk maar soms zal het moeten, maar daarentegen is het uitdelen van goede cijfers wel leuk.'

Tweetallen en eenlingen

In principe werkten de leerlingen in tweetallen aan de opdrachten. In de praktijk liep het soms anders. Drie leerlingen verlieten de school om hun opleiding aan het mbo te vervolgen, en een leerling die 'toch zou blijven zitten' deed niets voor de PO. Omdat ook een student zich wegens (te) grote studiedruk terugtrok uit het project moesten uiteindelijk twee leerlingen hun opdracht alléén uitvoeren. Dit leverde gelukkig geen problemen op.

Motivatie

Wij waren erg verheugd te zien hoe inschikkelijk zowel de studenten als de leerlingen zich toonden bij het overkomen van deze problemen. Weliswaar werd een extra beroep gedaan op de begeleiders om over en weer de communicatie tot stand te brengen, maar er zijn weinig onvertogen woorden gevallen over uitvoering en afwerking van het project. Als je zag met wat voor toewijding de leerlingen aan de opdrachten hebben gewerkt en hoe de studenten hun beoordeling met gedegen argumenten onderbouwden, dan kunnen wij constateren dat de consequenties van de perikelen rond de communicatie minimaal hebben doorgewerkt.
Ter illustratie een citaat uit het eindverslag van Pieter, student aan de TH:
'De leukste ervaring was toch wel het bezoek aan het Citycollege. Je kwam allemaal dingen tegen die je ook op je eigen school had. Dit bracht allemaal herinneringen boven. Verder vond ik leuk (...) dat je zag dat ze met jouw opgave bezig waren en daar nog moeite mee hebben. Hierbij kom je te weten hoeveel je eigenlijk al hebt geleerd in die anderhalf jaar op de TH. (...) Zelf heb ik uitleg gekregen over de GRM. Je kan alles met de GRM wat je vroeger met de hand zou moeten doen.'

Beoordeling door de studenten

Alle leerlingen konden zich vinden in de beoordeling die ze kregen. Slechts in één geval is het groepscijfer dat een student had gegeven (volkomen terecht overigens, want het betrof immers een groepsopdracht) door de docent omgezet in één hoger en één lager cijfer. Het gemiddelde was een $7\frac{1}{2}$, wat ook volgens ons een representatief cijfer is voor het geleverde werk en een prettige opsteker voor de leerlingen als SE-cijfer.
Citaat uit het eindverslag van studente Jolanda:
'De opdracht was erg goed gemaakt. Het leek of ze er echt tijd in hadden gestoken en het helemaal probeerden te begrijpen, wat uiteindelijk ook lukte. Beide meisjes hadden een goede inzet en motivatie maar Gülsüm leek een stuk meer initiatief te tonen bij het oplossen van de sommen en bleek ook een goed wiskundig inzicht te hebben. Aliye bleef hier een beetje bij achter. Daarom heeft Gülsüm als eindcijfer een 8,5 en Aliye een 7,2, tenminste naar mijn inzicht.'
In het volgende kader staat een bloemlezing van opmerkingen uit de evaluaties van de studenten.

Zytse: ‘Bij het bezoek waren we al vrij ver gekomen met de opdrachten. Deze hadden ze vrij goed gemaakt. De overige opdrachten hebben ze ook goed gemaakt maar volgens mij wel met een beetje hulp van de leraar. Als de leerlingen het helemaal zelf zouden hebben gemaakt hadden ze waarschijnlijk niet overal het goede antwoord gekregen.’

Timon: ‘...ben ik absoluut voorstander van het voortzetten van deze opdracht voor nieuwe studenten [voor het vrije studiepunt; red] volgend jaar. Het is een hele leuke ervaring weer even bezig te zijn met jongere mensen en een havo-school waar je zelf nog geen drie jaar geleden ook mee te maken had. Ik ben nu een beetje op de hoogte van de situatie waar leerlingen verkeren die in de tweede fase zitten...’

Edwin: ‘...krijgen ze ook een beetje inzicht in wat het vakgebied werktuigbouwkunde inhoudt want veel leerlingen op een havo hebben geen idee wat ze zich daarbij moeten voorstellen...’

Willem: ‘Het begeleiden was een leuke ervaring. Wat opvalt is hoe ongestructureerd de leerlingen te werk gaan. Meer structuur zou het ze veel makkelijker hebben gemaakt...’

Michiel: ‘Is het idee voor een vervolg vatbaar? Ja, zeker. Ik zou het zó nog een keer doen.’

Reflectie

We kijken terug op een geslaagde selectie van de studenten; het was een enthousiaste, positief ingestelde groep. Dit kwam tot uitdrukking in goede, creatieve en gevarieerde opdrachten, een positieve opstelling rond de e-mailperikelen en de daaruit voortvloeiende uitloop van de tijdsplanning (ondanks andere studieverplichtingen), overwegend goed onderbouwde argumenten en een leerling-gerichte houding bij de beoordeling van de uitwerkingen.
Onbetwist hoogtepunt van het project was het bezoek van de studenten op school. Er vond een dynamische wisselwerking plaats waarbij de leerlingen een bovengemiddelde inzet toonden. Het feit dat er een SE-cijfer voor de PO stond speelde ongetwijfeld mee, maar ook het werken voor iemand ‘buiten school’ is beslist een stimulans geweest voor de leerlingen.
Er vonden ook interessante discussies met leerlingen plaats: deze vorm van SE-cijfer verdienen zou ‘niet eerlijk’ zijn, omdat de opdrachten grote verscheidenheid vertoonden. Dit gaf de docent de gelegenheid de leerlingen te wijzen op de verscheidenheid aan kwaliteiten en capaciteiten bij leerlingen, en op het feit dat die nu eindelijk een keer gehonoreerd konden worden.
De tijdsinvestering voor de begeleiders is alleszins meegevallen: Jan Blankespoor ca. 10 uur en Maarten Kam ca. 15 uur.

Aanbevelingen

Tot slot geven wij graag enkele aanbevelingen, waarvan diverse door studenten aangedragen, voor degenen die overwegen een soortgelijk project te gaan uitvoeren:
1. Selecteer de studenten zorgvuldig, want zij vormen de spil van het project.
2. Voorzie de studenten van duidelijke instructie over wat er van ze verwacht wordt. Benadruk dat het initiatief veelal bij hen dient te liggen.
3. Geef aan, wat het (wiskundige) niveau van de leerlingen is. Geef tweede fase wiskundeboeken ter inzage en wijs op het gebruik van de GRM.
4. Accepteer geen (bewerkte) opgaven uit oude examenbundels - wat niet wegneemt dat ze als ‘inspiratiebron’ kunnen dienen. U zult versteld staan van de verscheidenheid aan opgaven waarmee de studenten aankomen!
5. Het tijdstip waarop het project plaatsvindt wordt voornamelijk bepaald door de studieprogramma’s van de studenten. Daarnaast dienen de leerlingen al wel over enige wiskundige bagage te beschikken.
6. Stel voor de leerlingen tijd in de lessen beschikbaar. Dit is de enige plek waar de docent voeling kan houden met de voortgang. Bovendien kan de PO dan ook in ‘drukke’ perioden worden uitgevoerd.
7. Eis minimaal twee keer face-to-face contact tussen student en leerlingen. Bij de eerste ontmoeting overhandigt de student de opdracht aan de leerlingen, waarbij onderling afspraken kunnen worden gemaakt over de vorm van communicatie. Dit neemt de docent veel administratieve en coördinerende taken uit handen. De tweede ontmoeting kan plaatsvinden tijdens een daartoe aangewezen les.
8. Laat de leerlingen een (eenvoudig) logboek bijhouden; dit is een instrument voor de docent om te kunnen terugkoppelen en bovendien een goede voorbereidende oefening voor het profielwerkstuk.
9. Chatten is bij uitstek een geschikt medium bij een project als dit. Wellicht zijn de scholen hier nog niet op toegerust, maar veel studenten en leerlingen al wel.
10. Honoreer extra’s: gedocumenteerde, zinvolle e-mails, reflectie op het eigen leerproces en op het leergedrag (de leerstijlen) van de leerlingen, van de opdracht afgeleide problemen (en oplossingen), enz.

Wij wensen u inspirerende ervaringen toe.

Over de auteurs

Jan Blankespoor (e-mail: Bl@thrijswijk.nl) is docent aan de TH Rijswijk, afdeling Werktuigbouwkunde, en secretaris van de werkgroep HBO van de NVvW.
Maarten Kam (e-mail: Mahindakam@hotmail.com) is voormalig wiskundedocent aan het Citycollege te Rotterdam.

MBO-WISKUNDEDOCENTEN MET RUG TEGEN DE MUUR. HBO ZEGT: ‘WISKUNDE GEWENST, MAAR NIET VERPLICHT!’

... een persoonlijk schrijven in de hoop dat er een halt wordt toegeroepen aan de willekeur van het schrappen van vakken uit het lessenpakket in het mbo. De titel verraadt al een beetje hoe de gemiddelde wiskundedocent in het mbo, sector techniek, zich voelt. Inderdaad, hij/zij zit in een penibele situatie. Reacties gevraagd!

[Thomas van den Elsen]

Wat is er aan de hand?

Een paar jaren geleden besloot het ministerie, dat iedereen met een mbo-diploma toelaatbaar is tot het hbo. De landelijke bedrijfstakgroepen van de organen Bouwradius, ECABO, VEV en SOM, die hoofdzakelijk kijken naar de grote lijn in het onderwijs en waarvoor het vak wiskunde niet echt leeft, zijn daarin meegegaan. De BVE-raad heeft zich bij dit besluit van de minister neergelegd en heeft verder geen actie ondernomen om de vakken wiskunde en natuurkunde te promoten als zijnde *noodzakelijk* om succes te boeken in het hbo.

Het besluit van het ministerie studenten toe te laten tot hbo-opleidingen die het doorstroomprogramma met wiskunde en natuurkunde niet hebben gevolgd, komt de HBO-raad wel goed uit. Het aantal studenten in het hbo neemt af en het profiel Natuur en Techniek in het havo/vwo wordt ook niet massaal gekozen gezien de zwaarte van het pakket. Nu ook de afgestudeerde met het profiel Natuur en Gezondheid toegelaten moet worden, kan het hbo weer opgelucht ademhalen: dit levert natuurlijk weer de nodige studenten op. Toch zijn er vanuit het mbo enkele kritische kanttekeningen te plaatsen.

Hoe was dat in het verleden?

Een mts-student (nu deelnemer op een ROC, sector techniek, BOL4) die in het verleden naar de hts wilde, moest een hbo-doorstroompakket volgen. Behalve de technische vakken volgde hij of zij wiskunde, natuurkunde, Engels en Nederlands. Een paar onderdelen die bij het vak wiskunde aan de orde kwamen, waren driedimensionale vectormeetkunde en integreren. Bij het integreren werd de substitutiemethode en het partieel integreren nog behandeld. Het wiskunde-doorstroomprogramma op de mts was helemaal afgestemd op het hts-programma. Een hts waar 10 jaar geleden veel studenten van onze school naar toe gingen, stelde destijds als eis dat een student toch wel minimaal het cijfer 7 moest halen voor wiskunde om toegelaten te worden. Die eis is later naar beneden bijgesteld; als je nu geslaagd bent voor het examen, word je ook toegelaten. Zo kan een student met een 5 voor wiskunde toch naar het hbo.

Wat is er veranderd?

Door een nieuwe generatie eindtermen in het mbo is de leerstof anders ingericht. Ook de student die vanuit het vmbo/mavo naar de technische opleiding doorstroomt, heeft ander onderwijs gehad. Daarmee is rekening gehouden bij deze nieuwe eindtermen. TWIN, een vernieuwingsprogramma wis- en natuurkunde voor het mbo, heeft er aldus voor gezorgd dat de aansluiting vmbo-mbo zonder grote problemen kan plaats vinden. Een totaal andere aanpak van de leerstof heeft ervoor gezorgd dat wiskunde en natuurkunde op maat worden aangeboden. Dit houdt wel in dat integreren is verdwenen en vectormeetkunde is vervangen door

ruimtemeetkunde. Toch zorgt deze methode voor een heldere kijk op het vak wiskunde, gerelateerd aan praktische situaties. Geen regeltjes meer leren en kunstjes toepassen. De wiskunde komt als het ware naar de student toe. Een student moet weer gaan nadenken voordat hij aan het werk gaat. De wiskunde is bovendien afdeling-afhankelijk geworden zodat elke mbo'er ook een stuk wiskunde krijgt dat bij die specifieke afdeling past.
In het mbo is de sector techniek, de voormalige mts dus, nog zo'n beetje de enige sector die wiskunde en natuurkunde hoog in het vaandel heeft staan. Hoe kan het ook anders, techniek zonder wiskunde en natuurkunde is zoiets als een huis zonder fundering. Door bovengenoemde wetgeving dreigt rond de doorstroom van mbo naar hbo de fundering onder het huis uit gehaald te worden. Zo'n huis gaat scheuren vertonen en zal in het ergste geval instorten. Zo zal het toelaten van elke student die zich aanmeldt in het hbo niet tot succes leiden. Jawel, het aantal aanmeldingen zal toenemen maar het aantal uitvallers zal ook oplopen. Tenzij..., ja... tenzij het hbo heel veel water bij de wijn doet. De vraag is dan, waarvoor de letter 'h' nog staat. Het hbo weet zelf ook heel goed dat 'iedereen aannemen' niet de succesformule is, maar ja, elke student is er één!
Natuurlijk beschikt het hbo over mooie computerprogramma's waarvan onze toekomstige ingenieurs - ontwerpers en constructeurs - gebruik kunnen maken. Voor bepaald ingewikkeld rekenwerk kan een computer een stuk verlichting bieden. Men probeert nu allerlei nieuwe studierichtingen te bedenken waarbij wiskundig inzicht niet echt vereist is. Voor de *echte* hts-opleiding is wiskundig inzicht nog steeds vereist, wil men kans op succes hebben. Gelukkig zijn er nog een paar hbo-instellingen die hun aankomende studenten *met klem* wijzen op de noodzaak van het gewenste niveau voor wiskunde en natuurkunde.

de wiskunde komt naar de student toe

Wildgroei
Toch is er momenteel, wellicht door gebrek aan regelgeving en vanwege economische concurrentie, een soort wildgroei aan het ontstaan in het hbo. Het ene instituut geeft een zomercursus wiskunde, het andere denkt het tekort aan wiskundig inzicht in enkele dagdelen te kunnen gladstrijken. Weer een andere hbo-instelling neemt iedereen aan die toelaatbaar is volgens de *wet* en ziet wel waar het schip strandt; als het maar *niet* ná de propedeuse is, want dat kost geld. De student kan en moet nu zelf gaan shoppen en kijken wat hem het beste uitkomt.

Onbekendheid met vooropleiding
Vaak heeft men in het hbo geen notie van wat er veranderd is in de vooropleiding van de student. Het hbo was in een aantal gevallen niet op de hoogte van de invoering van de grafische rekenmachine terwijl in het mbo en het havo de student ermee opgroeit en er goed mee uit de voeten kan. Sommige hbo-instellingen gaan verder met gevorderde integraalrekening, in de veronderstelling dat hiermee reeds een begin is gemaakt in de vooropleiding. Kortom: men is vaak niet op de hoogte van de eindtermen binnen het mbo. Maar er zijn ook veel docenten in het hbo die het *niet eens* zijn met de nieuwe regelgeving en allerminst gelukkig zijn met de situatie dat 'Jan Rap en z'n maat' zich aanmeldt en ook nog wordt aangenomen.

Wiskunde laten vallen
Docenten wiskunde in het mbo zien met lede ogen aan hoe studenten die in principe heel geschikt zijn voor het hbo, nu het vak laten vallen. De student redeneert nogal eens: 'Het hoeft toch niet meer. Ik word toch wel toegelaten.' Ook in het havo zal men een verschuiving gaan zien van het profiel NT naar het profiel NG. Sommige ROC's hebben het vak natuurkunde al helemaal uit het lesrooster gehaald en wiskunde is bij diverse scholen al in de vrije ruimte geplaatst. Het oude doorstroomprogramma is definitief van de baan. Het is te gek voor woorden dat toekomstige hbo'ers zonder wiskundig inzicht terecht kunnen in de techniek-van-de-toekomst, die er niet eenvoudiger op wordt. Weet een hbo-instelling wel wat het niveau bij wiskunde is van een student die de laatste twee jaar van zijn opleiding géén wiskunde heeft gehad? Mijns inziens is dat gelijk te stellen aan het niveau bij vmbo-D$^+$.
Die achterstand is dan ook niet even snel weg te werken met een spoedcursus wiskunde. Het wiskundig proces van vaardigheden ontwikkelen, redeneren, inzichtelijk vermogen opbouwen en ervaring opdoen, is een proces dat moet groeien. Juist daar ligt de kracht van de nieuwe methoden. Dat proces moet niet worden onderbroken in het mbo. Mensen die weet hebben van het vak wiskunde, zullen moeten onderkennen dat techniek studeren op hbo-niveau niet kan zonder een gedegen wiskundige ondergrond: het fundament onder de techniek. Een student in het hbo zal al snel geconfronteerd worden met differentiaalvergelijkingen. Het omgaan hiermee vereist een bepaalde basis-vaardigheid, die gemist wordt als continuïteit in het proces ontbreekt. Of is het hbo tevreden met studenten die kunstjes en trucjes kunnen toepassen? Dan zijn we weer terug bij de oude situatie.

Hoe nu verder?

Een paar jaar geleden werd tijdens de Nationale Wiskunde Dagen te Noordwijkerhout met trots aangekondigd dat het jaar 2000 het jaar van de wiskunde zou zijn. De wiskundemethoden in het mbo hebben een metamorfose ondergaan en nooit eerder heeft de wiskunde zo dicht bij de praktijk gestaan als nu. Studenten zien véél meer dan in het verleden het *nut* van wiskunde in, als ondersteunend vak voor de praktijkvakken. Voor wiskunde moet men wel hard werken, maar men krijgt er veel voor terug. De student die het huidige doorstroomprogramma voor wiskunde in het mbo doorloopt, wéét waar hij mee bezig is en teert niet op trucjes die hem zijn aangeleerd. Hij heeft inzicht verworven.
Maar wat schetst mijn verbazing - alle goede bedoelingen ten spijt dreigt wiskunde een tweederangs vak te worden, een vak dat naar de vrije ruimte kan. Hoe heeft men het zo ver kunnen laten komen? Waarom krijgt een ROC geen geld meer om een student goed voor te bereiden op het hbo?

Is er een oplossing voor dit probleem?

Ja! Mijn mening is dat het vak wiskunde moet blijven bestaan met een verplicht basispakket voor *alle* mbo'ers techniek en een wettelijk verplicht doorstroompakket voor de hbo-doorstromers. Het ministerie van OCenW zou overtuigd moeten zijn van de noodzaak van wiskunde als ondersteunend vak voor de techniek. Dit fundamentele vak, als basis voor een aantal belangrijke competenties die een mbo'er dient te verwerven, mág je niet weghalen. Wiskunde is een deel van het grote geheel en deze schakel mág je niet verwijderen.
De bedrijfstakgroepen van Bouwradius, ECABO, VEV en SOM, alsmede de HBO-raad, zouden eens de discussie moeten aangaan met mensen uit het veld, zowel mbo- als hbo-docenten. Het Freudenthal Instituut, als deskundige op het gebied van wiskunde, zou als gesprekspartner een welkome aanvulling kunnen zijn. De BVE-raad zou zich niet moeten neerleggen bij een besluit dat door iemand (vanachter een bureau) wordt genomen, zonder enig contact met mensen uit het veld.

Het onderwerp dat hierboven beschreven is, leeft al een jaar heel erg onder docenten, met name in het mbo. Maar ook docenten in het avo-onderwijs zien dat het aantal bèta-studenten drastisch afneemt.
Laat het jaar 2002 wat mij betreft het jaar van de wiskunde worden. Herstel de fouten die zijn gemaakt en geef wiskunde weer de plaats die het toekomt in het lesrooster. Neem het vak op voor alle richtingen in de techniek. Zo kan ook het hbo verder zonder veel in te hoeven boeten aan niveau.
Nogmaals, ik hoop dat de regelgevers en beleidsmakers de discussie durven aan te gaan en terug willen komen op het vrijblijvende van *wiskunde wel, wiskunde niet*. Wiskunde schrappen is wel een manier om het tekort aan wiskundeleraren op te lossen, maar lost het werkelijk iets op? Bezuinigen kent zijn grenzen!

Reacties graag

Het zou aardig zijn als u zou willen aangeven of u het al dan niet eens bent met bovenstaande tekst. Stuur uw reacties naar onderstaand email-adres.

wiskunde is een deel van het grote geheel

Over de auteur

Th. van den Elsen (e-mail: t.vd.elsen@roc-teraa.nl) is docent wiskunde aan het ROC Ter AA (techniek) te Helmond en tevens veldadviseur wiskunde SLO.

WISKUNDE IN PERSPECTIEF

www.fi.uu.nl/perspectief is een website in aanbouw met informatie voor leerlingen over de perspectieven die de studie wiskunde biedt.

[Jac Niessen]

Inleiding

Wiskunde in Perspectief is de titel van een project dat einde jaren negentig uit zorg werd geboren. Universitaire wiskundeonderzoekers realiseerden zich dat zij zich steeds meer moeite moesten getroosten om goede onderzoekers- en assistenten-in-opleiding (oio's en aio's) voor hun onderzoeksprojecten te vinden. De programmacommissie Wiskunde Toegepast van Exacte Wetenschappen van de Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek (NWO) en de Technologiestichting STW besloot het niet alleen bij het uiten van zorgen te laten. Zij maakte middelen vrij om twijfelende leerlingen van de middelbare school een helpende hand te bieden bij hun studie- en latere beroepskeuze. Aankomende studenten zouden beter op de hoogte moeten zijn van wat je met wiskunde zoal kunt. Wiskundigen dienden te laten zien dat wiskunde een onmisbare schakel is in de technologie, in de samenleving, in het bestaan. Wiskundigen moesten maar eens aantonen hoe boeiend en uitdagend hun vakgebied is, kortom, een vak om te gaan studeren. *Wiskunde biedt Perspectief* was dan ook de oorspronkelijke werktitel van het ontwikkelingsproject voor een informatieve website over de carrièremogelijkheden met wiskunde.

Twijfel

Het besluit om een site te bouwen ging niet over één nacht ijs. Een informatieve cd-rom, een video en zelfs een rondreizend wiskundecircus passeerden de revue van mogelijke middelen, maar werden niet haalbaar geacht om financiële of logistieke redenen of om redenen van bijvoorbeeld doelmatigheid, haalbaarheid of expertise. Een informatieve website zou het meest aansluiten bij het instrumentarium van jongeren, gemakkelijk up-to-date te houden zijn en eenvoudig te distribueren en te raadplegen zijn, ook voor studie- en beroepskeuze medebepalende groepen, zoals ouders en vrienden. Voor inhoud en vorm legden de ontwikkelaars hun oor te luister bij vertegenwoordigers van docenten, website-designers, wetenschapsredacteuren, leken, jongeren en een communicatiebureau. Vrijwel tegelijk met *Perspectief* ondernamen verschillende groeperingen elders in het land pogingen, het wiskundevak opnieuw onder de aandacht van leerlingen te brengen. Door aansluiting te zoeken bij die initiatieven, later verenigd in WisKids, bleef *Perspectief* niet een geïsoleerde activiteit. Tenslotte was het voor wiskundig Nederland belangrijk om één gezicht te tonen.

Hieronder is aangegeven hoe de site is opgebouwd. Hoewel de site nog in ontwikkeling is, zijn veel gedeelten inmiddels reeds te bekijken op *www.fi.uu.nl/perspectief*.

Interviews

Kern van de site is een reeks van interviews met al dan niet praktiserende wiskundigen. Mannen en vrouwen, jongeren en ouderen, in deeltijd of full-time werkend in binnen- en buitenland in het bedrijfsleven, het onderwijs of aan de universiteit, maar met één eigenschap gemeen: enthousiasme voor wiskunde. De wiskundigen zijn gerekruteerd via allerlei bronnen, zoals de Nationale Wiskunde Dagen, het tijdschrift *Natuur & Techniek*, WisKids-partner *Pythagoras*, bekenden van de *Perspectief*-werkgroepleden, maar ook via mond-tot-mondreclame van de geïnterviewden zelf! Dat leverde bijna teveel gegadigden op voor een interview, zodat wat selectiever naar de beroeps- en levensloopverdeling van de gelukkigen kon worden gekeken. Via een vragenlijst en later mondeling contact werden deze wiskundigen benaderd over zaken als hun huidige beroep, de weg die hen daarheen leidde, de leuke en vervelendste vakken op de middelbare school, de twijfel en uiteindelijke keuze van het vakkenpakket en latere studie, hoe het gevoel voor wiskunde zich ontwikkelde en wat daar de *trigger* voor was. Een ander deel van de vragen gaat in op het sociale leven en hoe het is om wiskundig deskundig te zijn. (Wat heb je dan wat anderen niet hebben?) Doel van de vragenlijst is de geïnterviewden te laten nadenken en rapporteren over hun eigen keuzes en omstandigheden, voorwaarden en gedachten waarmee de besluiten om wiskunde te gaan studeren jaren geleden gepaard gingen. Ongetwijfeld herkennen de huidige leerlingen een aantal van deze situaties, en kunnen zij volgen tot wat dat bij de onderhavige persoon heeft geleid.

Studiemogelijkheden

Dit onderdeel van de site moet met name vwo-leerlingen informatie verschaffen over de studie wiskunde aan de universiteiten. De bijdragen zijn vooral afkomstig van de universiteiten zelf. Daarnaast zijn er statistische gegevens opgenomen over het aantal inschrijvingen voor wiskunde en statistiek en technische wiskunde. Tenslotte studeer je niet alleen.

Beroepsmogelijkheden

In welke branches en beroepen kun je met wiskunde aan de slag? Het ligt in de bedoeling, elk beroep van een korte omschrijving te voorzien. Immers, wat doet een actuaris, cryptograaf of software analist precies? Dit site-deel is vooral encyclopedisch van aard.

Wiskundeknobbel

Heb jij een wiskundeknobbel? Met een wiskunde-affiniteitstest is dat vast te stellen. Immers, de informatie op de site is serieus bedoeld en wordt niet verstrekt om leerlingen met geringe aanleg en belangstelling voor wiskunde voor het vak te winnen. Dat zou tot veel persoonlijke teleurstellingen leiden. Met de test, ook ludiek bedoeld om de gehele site te verlichten, kunnen leerlingen, als ze er even voor gaan zitten, hun aanleg en belangstelling in een score uitgedrukt zien.

Links, Wiskunde-agenda en Vragen en reacties

Deze drie categorieën beslaan elk een aparte pagina op de site. De informatie voor de Agenda is afkomstig van de bestaande agenda op de NVvW-site. Voor vragen kunnen bezoekers terecht bij de geïnterviewde wiskundige. Maar voor wiskundige kwesties biedt de pagina WisFaq, de digitale vraagbaak voor het wiskundeonderwijs, antwoordmogelijkheden. Ook commentaar op de site via de webmaster is mogelijk. De pagina met links kwam tot stand via de standaard linkspagina van het Freudenthal Instituut.
De site wordt nog door een leerlingenpanel getoetst, niet zozeer om te testen hoe 'vet' de site is, maar meer om de mate waarin hij voorziet in de informatie-behoefte van geïnteresseerde leerlingen na te gaan. Vervolgens dient de site voornamelijk door docenten en decanen onder de aandacht van leerlingen te worden gebracht. Zover is het nog niet. Er valt nog veel werk te verrichten.

Over de auteur

Jac Niessen (e-mail: jac@stw.nl) is voorlichter bij de Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek in Den Haag en de Technologiestichting STW in Utrecht, en als zodanig betrokken bij het onderzoeksprogramma Wiskunde Toegepast. Hij verzorgt onder meer de publiciteit rond het wiskundig onderzoek dat door beide organisaties wordt gefinancierd. Hij is tevens projectleider van Wiskunde in Perspectief.

Doelen van WisKids zijn: enthousiasme voor wiskunde bevorderen bij jongeren, het imago van wiskunde verbeteren, jongeren uitdagen via wiskunde, en belangstelling bevorderen voor de exacte vakken.
WisKids is een gezamenlijk initiatief van het Wiskundig Genootschap (WG), de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (NVvW) en de Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken-WiskundeOnderwijs (NVORWO).
Partners in WisKids zijn Ratio (KUN), Perspectief (STW/NWO en NVvW), Vierkant voor Wiskunde, Pythagoras, Wiskunde Olympiade en het Freudenthal Instituut. WisKids werkt samen met APS en SLO.
Financieel is WisKids mogelijk gemaakt door het Ministerie van OC&W, de Stichting Axis en de Stichting Arbeidsmarkt en Opleiding Metalektro.
Het prijzengeld van de Wiskunde Scholen Prijs wordt mede gesponsord door NOCW en door de NVvW.
Meer informatie: *www.fi.uu.nl/wiskids* of per email: *wiskids@fi.uu.nl*

Advertentie TELEAC

Van de bestuurstafel

[Marian Kollenveld]

Examenbesprekingen

Traditiegetrouw organiseert uw NVvW ook dit jaar weer centrale en regionale examenbesprekingen. Een overzicht van de laatste vindt u elders in dit blad. Deze besprekingen hebben als doel een eenduidige normering van de examens te bevorderen, en daarmee het overleg tussen eerste en tweede corrector te vereenvoudigen.
Op die bijeenkomsten ontmoeten collega's elkaar om het examen te bespreken en van gedachten te wisselen over de wijze van beoordeling van het werk van de kandidaten. Door die gesprekken ontstaat er ook een zekere 'mores', een consensus over wat goed normeren is, die met name voor collega's met minder examenervaring heel instructief kan zijn.

Wees lief voor uw tweede corrector

Zo waren er vorig jaar klachten over collega's die, ongetwijfeld te goeder trouw, het examenwerk niet wilden schenden door er zelf iets op te schrijven, noch in een bijlage enige toelichting te geven op de manier waarop hun score tot stand was gekomen, waardoor de tweede corrector het werk van de eerste corrector niet kon controleren, maar eenvoudigweg alles over moest doen. Doet u dat alstublieft niet, de honorering van de 2e correctie is daar echt niet op berekend. U helpt uw collega enorm door transparant en controleerbaar te zijn in uw normering. En daarbij hoort het op enigerlei wijze duidelijk aangeven van de gemaakte fouten.

Stapel- of sprokkelnorm?

Ook zijn er elk jaar conflicten met collega's over de interpretatie van de deelscores. Daarom nogmaals voor alle duidelijkheid: de deelscores geven aan hoeveel punten er kunnen worden toegekend als een kandidaat het vraagstuk niet tot een goed einde kan brengen, maar ergens blijft steken. Het is een stapelnorm, niet een rijtje punten waaruit naar believen gekozen kan worden. In het algemeen kunnen latere punten dus slechts worden toegekend als de kandidaat het daaraan voorafgaande traject juist heeft afgelegd.

Van de regionale examenbijeenkomsten wordt een verslag gemaakt. Dit verslag wordt gebruikt voor het examennummer van Euclides, maar het dient ook als informatie voor de bepaling van de normeringsterm (vroeger de cesuur).
Het is dus om meerdere redenen van belang dat de regionale examenbesprekingen goed bezocht worden. Als service voor de leden die de besprekingen niet konden bijwonen, wordt na enige tijd een (summier) verslag van de centrale bijeenkomsten in Utrecht op de website gezet. U mist dan wel de discussie met uw collega's, maar het geeft wel enige nuttige informatie.
Op de dag na een examen is er namelijk een bespreking in Utrecht, waar alle regionale gespreksleiders aanwezig zijn. Op deze vergadering wordt het examen besproken en worden zo mogelijk centrale afspraken gemaakt over zaken als de beoordeling van veel gemaakte fouten, verfijningen van de normering en alternatieve oplossingsmethoden, dit ter voorbereiding op de regionale bespreking de dag daarna.

Website

Op de website van de vereniging vindt u tijdens de examenperiode nog veel meer, zoals, naast de genoemde verslagen, reacties van examinatoren, verwijzingen naar commentaren in de dagbladen en naar uitwerkingen.

Nieuwe leden, welkom!

Misschien heeft u het gemerkt, misschien ook niet als iedereen in uw sectie al lid is. Iedere wiskundedocent die nog geen lid was van de vereniging, heeft op school een op naam gestelde folder ontvangen, met daarin informatie over vakinhoudelijke verenigingen in het algemeen en de onze in het bijzonder. Er zijn enige duizenden folders verstuurd met als verheugend resultaat een aardige toename van het aantal leden, zij het nog niet die duizenden waarop we hoopten. Het is eenvoudig, hoe groter de vereniging, hoe meer we kunnen doen voor een relatief lage contributie. Dus, als u nog een aarzelende collega ontwaart: aarzel niet hem of haar die aarzeling te ontnemen. Hij/zij is van harte welkom.

Nieuwe standhouder welkom!

Trouwe bezoekers van onze bijeenkomsten kennen hem wel: Sjoerd Schaafsma, altijd aanwezig in de stand van de vereniging met een voortdurend toenemende hoeveelheid fraaie posters, mooie boeken, intrigerende puzzels, e.d. Sjoerd is 65 geworden en heeft begin januari afscheid genomen van zijn school en daarmee van het onderwijs. Onze vreugde dat hij nu nog meer tijd aan verenigingsactiviteiten zou kunnen besteden was helaas van korte duur. Hij is van plan om binnenkort ook afscheid te nemen van Nederland en te emigreren. Daarmee valt er wederom een plaats vrij in het bestuur én in de stand. Het bestuur zou graag in contact komen met mensen die deze vacature (deels) zouden kunnen opvullen. Als u namen weet van geschikte kandidaten horen wij dat graag van u.
Vandaar ook onze 'advertentie' elders in dit blad.

Examenbesprekingen 2002

[Conny Gaykema, Grada Fokkens]

Zoals gebruikelijk organiseert de NVvW ook dit jaar weer een aantal examenbesprekingen.
Hieronder staan de data, plaatsen en de voorzitters van deze regionale besprekingen. Het telefoonnummer van de school en van de voorzitter staat tussen haakjes.

VBO/MAVO-C/D
dinsdag 28 mei / 15.00-18.00u

ALKMAAR
OSG Willem Blaeu, Robonsbosweg 11 (072-5122477)
C: mw. C.E. Gaykema (020-6131802)
D: idem

BURGUM
CSG Liudger, Tj. H. Haismastraat 1 (0511-460260)
C: T. de Groot
D: idem

GRONINGEN
Noorderpoort College, Van Schendelstraat 1 (050-5297329)
C: S.A.K. Kooiman (050-5251289)
D: J. Rijnaard (050-5254709)

'S-HERTOGENBOSCH
Ds. Pierson College, G. ter Borchstraat 1 (073-6442929)
NS-station Den Bosch-OOST
C: mw. L. Jilesen-Hendriks
D: idem

ROTTERDAM
GSG Randstad, Valenciadreef 15 (010-4552511)
NS-station Alexanderpolder
C: W. de Jager (0184-683829)
D: idem

ZEIST
KSG De Breul, Arnhemsebovenweg 98 (030-6915604)
C: B. Nieuwenhuis (0345-558355)
D: idem

ZWOLLE
Thorbecke SG, Dr. C.A. van Heesweg 1 (038-4564540)
C: R. Kronenberg (038-4210044)
D: idem

HAVO-A12
maandag 27 mei / 16.00-18.00u

HAVO-B1/B12
woensdag 29 mei / 15.30-18.00u

AMERSFOORT
SG Guido de Brès, Paladijnenweg 251 (033-4792900)
A: A.B. v.d. Roest (0318-543167)
B: H.P. van Kampen (035-6922318)

AMSTERDAM
CSG Buitenveldert, De Cuserstraat 3 (020-6423902)
CS tram 5; CS en Amstel sneltram 51
A: R. Stolwijk (072-5325551)
B: P.J. Dronkelaar (055-5341611)

ARNHEM
Arentheemcollege, Th. à Kempislaan 25 (026-4452447)
A: H. Rutten (024-3240637)
B: A.T. Sterk (055-3666466)

'S-GRAVENHAGE
Hofstad Lyceum, Colijnplein 9 (070-3687670)
A: J.P.C. van der Meer
B: mw. G.W. Fokkens (020-6438447)

GRONINGEN
Röling College, Melisseweg 2 (050-5474141)
A: mw. H. Lüder (0516-432889)
B: idem

'S-HERTOGENBOSCH
Ds. Pierson College, G. ter Borchstraat 1 (073-6442929)
NS-station Den Bosch-OOST
A: W.J.M. Laaper (040-2867720)
B: C.J.M. Nienhuis (0411-678501)

ROTTERDAM
GSG Randstad, Valenciadreef 15 (010-4552511)
NS-station Alexanderpolder
A: R.E. Houweling (0180-315302)
B: B.L.G.P. Hillebrand (0180-515210)

ZWOLLE
Van der Capellen SG, Lassuslaan 230 (038-4225202)
A: A. Ebbers (0341-252202)
B: J.P. Scholten (053-4768791)

VWO-A1/A12
donderdag 30 mei / 15.30-18.00u

VWO-B1/B12
dinsdag 28 mei / 15.30-18.00u

AMERSFOORT
SG Guido de Brès, Paladijnenweg 251 (033-4792900)
A: K. van Putten (030-6043422)
B: F.W. Zwagers (033-4752341)

AMSTERDAM
CSG Buitenveldert, De Cuserstraat 3 (020-6423902)
CS tram 5; CS en Amstel sneltram 51
A: H.G.J. Rozenhart (072-5716448)
B: S.T. Min (0229-237756)

ARNHEM
Arentheem College, Th. à Kempislaan 25 (026-4452447)
A: J.M. de Geus (0575-521442)
B: J.H. Dijkhuis (026-4954437)

GOES
Buys Ballot College, Bergweg 4
(0113-213010)
A: K. van den Pol (0113-215133)
B: G. de Jong (0118-628903)

'S-GRAVENHAGE
Hofstad Lyceum, Colijnplein 9
(070-3687670)
A: C.D. Hendriks (0174-620131)
B: J. Remijn (070-3684525)

GRONINGEN
Röling College, Melisseweg 2
(050-5474141)
A: L. Tolboom (050-3146093)
B: W.H.V. de Goede (050-5013342)

'S-HERTOGENBOSCH
Ds. Pierson College, G. ter Borch-straat 1 (073-6442929)
NS-station Den Bosch-OOST
A: A. Cornelis (073-6578383)
B: H.J. Kruisselbrink (073-5216386)

ROTTERDAM
GSG Randstad, Valenciadreef 15
(010-4552511)
NS-station Alexanderpolder
A: D.A.J. Klingens (0180-514485)
B: C. Rijke (078-6194286)

ZWOLLE
Van der Capellen SG, Lassuslaan 230
(038-4225202)
A: L.H. Rietveld (055-5419287)
B: H. Schutjes (0529-427306)

Het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren is op zoek naar

ENTHOUSIASTE BESTUURSLEDEN

Wat we vragen:
- docent(e) uit de sector bovenbouw havo/vwo
- docent(e) uit de sector vmbo

Wat we verder vragen:
- ambitie om de belangen van wiskundedocenten en leerlingen te behartigen;
- de intentie op de hoogte te blijven van ontwikkelingen in uw sector;
- creatief meedenken in het vormen van beleid;
- eenmaal in de zes weken met ons vergaderen in Utrecht.
  We vergaderen op woensdag van 15.00-18.00 uur.

Heeft U belangstelling?
Graag!

Wendt u zich voor meer informatie en opgave tot:
Wim Kuipers, secretaris
tel.: 038 4447017
e-mail: *w.kuipers@nvvw.nl*

Nederlandse
Vereniging van
Wiskundeleraren

Recreatie

[Dick Klingens, Herman Ligtenberg]

Puzzel 15 - Magneten

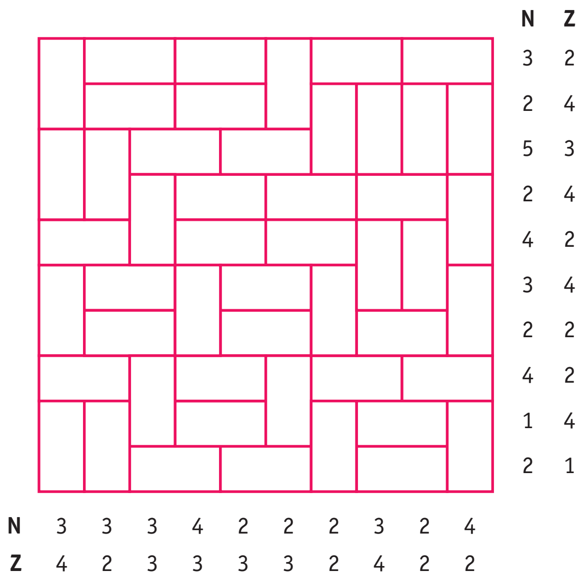
In een doos bevinden zich 50 vakjes, waarin (rechthoekige) staafmagneten (met elk een N- en een Z-pool) passen. Een flink aantal vakjes is leeg, maar in de vakjes waarin zich *wel* magneten bevinden, liggen deze zoals het magneten betaamt: nergens zullen twee magneetpolen van dezelfde soort direct naast elkaar liggen.

Dus niet: N Z Z
N

maar eventueel wel: N Z N
Z

Naast en onder de figuur is aangegeven hoeveel N- en Z-polen zich in betreffende rij of kolom bevinden.

Kunt u de doos vullen?



Oplossing 005

Puzzel 13 – Sangaku

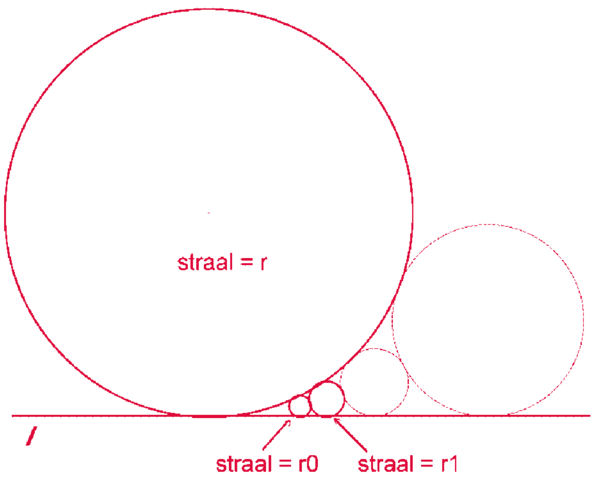
We gebruiken de formule die is genoemd in het Sangaku-artikel (Euclides 77-4, p. 160).

Het verband tussen de straal van grootste cirkel (r = 1 km), van de kleinste (r_0 = 1 mm) en van de daaraan rakende (eerste) cirkel (r_1) is:

$$\frac{1}{\sqrt{r}}+\frac{1}{\sqrt{r_1}}=\frac{1}{\sqrt{r_0}} \quad \text{of} \quad \frac{1}{\sqrt{r_1}}=\frac{1}{\sqrt{r_0}}-\frac{1}{\sqrt{r}}$$

zodat (in millimeters):

$$\frac{1}{\sqrt{r_1}}=1-\frac{1}{1000}$$



Voor de volgende (de tweede, derde, ...) cirkels, die alle raken aan de grootste cirkel, hebben we:

$$\frac{1}{\sqrt{r_2}}=\frac{1}{\sqrt{r_1}}-\frac{1}{\sqrt{r}}=1-\frac{2}{1000},\ \ldots,$$

$$\frac{1}{\sqrt{r_n}}=1-\frac{n}{1000}$$

We kunnen de rij echter niet meer uitbreiden als r_n gelijk geworden is aan de straal van de grootste cirkel r (= 1.000.000 mm).

Dus: $\sqrt{r_n}\leq 1000$

$$\frac{1000}{1000-n}\leq 1000 \quad \text{geeft} \quad 1000-n\geq 1.$$

De grootste waarde van n is dan 999.
Met dank aan *Jan Meerhof* die erop wees, dat bovenstaande berekening eenvoudiger verloopt dan een oplossing met behulp van inversie.

Puzzel 14 – Hermans Wiskogram

1. normaal (norm-aal)
2. niet
3. minimum
4. positief (positie f)
5. hoogtepunt
6. oppervlakte
7. inverse
8. exponent
9. straal
10. poollijn
11. limiet (anagram van ‘legitiem – ge’)
12. permutatie
13. rechthoek
14. top
15. tangens (anagram van ‘angsten’)
16. parameter (anagram van ‘praat meer’)
17. omtrek (om ‘t rek)
18. min
19. term
20. been
21. grafiek (anagram van ‘afkerig’)
22. vlieger
23. gradient (anagram van ‘datering’)
24. prisma (‘s’ in ‘prima’)
25. vergelijking (vergelijk + ing)
26. bol
27. theorie (Theo + Rie)
28. wiskunde (wis-kunde)
29. ellips (el + Lips)
30. lijnstuk
31. maximum (enkelvoud van Maxima)

Servicepagina

Kalender

In deze kalender kunnen alle voor wiskunde-docenten toegankelijke en interessante bijeenkomsten worden opgenomen.
Wil eenieder die relevante data heeft, deze zo spoedig mogelijk doorgeven aan de hoofd-redacteur. Hieronder treft u de voorlopige verschijningsdata aan van Euclides in het komende schooljaar. Achter de verschijnings-data is de deadline voor het inzenden van mededelingen vermeld. Doorgeven kan ook via e-mail: redactie-euclides@nvvw.nl

nr	verschijnt	deadline
7	23 mei 2002	08 april 2002
8	24 juni 2002	10 mei 2002

donderdag 25 april
Conferentie ICT in het wiskundeonderwijs, Utrecht
Organisatie APS en Freudenthal Instituut
Zie Euclides 77-2, p. 63

donderdag 23 mei, aanvang 13:30u
Examen havo-A12 en examen havo-A (os)

vrijdag 24 mei, aanvang 13:30u
Examen mavo/vbo-C/D
Examen vwo-B1/B12 en examen vwo-B (os)

zaterdag 25 mei
Symposium HKRWO: De roerige jaren 60
Zie p. 257 in Euclides 77-5

maandag 27 mei, aanvang 13:30u
Examen havo-B1/B12 en examen havo-B (os)

dinsdag 28 mei, aanvang 13:30u
Examen vwo-A1/A12 en examen vwo-A (os)

maandag 27 mei t/m donderdag 30 mei
Regionale examenbesprekingen
Zie pagina 295 in dit nummer

maandag 23 september t/m zondag 29 september
Wiskundeseminar in **Poznań** (Polen)
Organisatie Euroschool (*www.euroschool.nl*)
Zie p. 251 in Euclides 77-5

zaterdag 9 november
Ars et Mathesisdag, Baarn
Organisatie Stichting AetM

zaterdag 16 november
Jaarvergadering/studiedag
Organisatie NVvW

Voor internet-adressen zie de website van de NVvW: *http://www.nvvw.nl/Agenda2.html*

Publicaties van de
Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

* *Zebra-boekjes*
1. Kattenaids en Statistiek
2. Perspectief, hoe moet je dat zien?
3. Schatten, hoe doe je dat?
4. De Gulden Snede
5. Poisson, de Pruisen en de Lotto
6. Pi
7. De laatste stelling van Fermat
8. Verkiezingen, een web van paradoxen
9. De Veelzijdigheid van Bollen
10. Fractals
11. Schuiven met auto's, munten en bollen
12. Spelen met gehelen

Prijzen van de Zebra-boekjes:
Schoolabonnement: 6 exemplaren van 5 delen voor € 185,00
Individueel abonnement voor leden: € 34,00
Losse boekjes voor leden: € 8,00
Deze bedragen zijn inclusief verzendkosten.
Bestellen kan door het juiste bedrag over te maken op Postbanknummer 5660167 t.n.v. Epsilon Uitgaven te Utrecht onder vermelding van Zebra (1 t/m 5) of Zebra (6 t/m 10).
Zelf ophalen kan in de losse verkoop; ledenprijs op bijeenkomsten € 6,00; in de betere boekhandel € 8,00.

* *Nomenclatuurrapport Tweede fase havo/vwo*
Dit rapport en oude nummers van Euclides (voor zover voorradig) kunnen besteld worden bij de ledenadministratie (zie Colofon).

* *Wisforta* - wiskunde, formules en tabellen
Formule- en tabellenboekje met formulekaarten havo en vwo, de tabellen van de binomiale en de normale verdeling, en toevalsgetallen.
ISBN 90 01 65956 X; prijs € 8,00; te bestellen in de boekhandel.

* *Honderd jaar Wiskundeonderwijs*, lustrumboek van de NVvW
Het boek is met een bestelformulier te bestellen op de website van de NVvW (http://www.nvvw.nl/lustrumboek2.html).
Leden: € 22,00; niet-leden: € 28,00 (incl. verzendkosten).
Zie eventueel ook de advertentie in Euclides 76-7 (na p. 288).

Toegestaan op Tweede Fase eindexamens havo-vwo

Wisforta

Wiskunde, Formules en Tabellen

Eindelijk duidelijkheid! Alles wat een leerling mag raadplegen op zijn Tweede Fase wiskunde-examen in een overzichtelijk boekje.

De inhoud:

- *formulekaart havo*
- *formulekaart vwo*
- *cumulatieve binomiale verdeling*
- *cumulatieve normale verdeling*
- *toevalsgetallen.*

Het boekje is goedgekeurd door de CEVO en mag bij de centrale examens wiskunde in de Tweede Fase worden gebruikt.

(Bron: www.eindexamen.nl en de novemberbrief 1999)

ISBN 90 01 65956 x € 8,00

Het boek is alleen voor rekening leverbaar. Stuur de bon in een gefrankeerde envelop naar Wolters-Noordhoff, t.a.v. afd. voorlichting Exact, Postbus 58, 9700 MB Groningen. E-mailen kan ook: voorlichting.vo.exact@wolters.nl.

Bestelcoupon

Ja, ik bestel

___ ex *Wisforta* à € 8,00 ISBN 90 01 65956 x

Naam school ____________________

Ter attentie van ____________________

Adres ____________________

Postcode ____________________

Plaats ____________________

Wolters-Noordhoff
Postbus 58
9700 MB Groningen
Telefoon (050) 522 63 11
Fax (050) 522 62 55

Ook verkrijgbaar via de boekhandel

Wolters Noordhoff