EUCLIDES
Vakblad voor de wiskundeleraar

oktober
2001/nr.2
jaargang 77

WISKIDS

WISKUNDE ZONDER INSPIRERENDE DOCENT?

WISKUNDE MET KLEUR

orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 8 maal per verenigingsjaar.

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen naar:
Marja Bos
Mussenveld 137, 7827 AK Emmen
e-mail: redactie-euclides@nvvw.nl

Richtlijnen voor artikelen:

• goede afdruk met illustraties/foto's/formules op juiste plaats of goed in de tekst aangegeven.
• platte tekst op diskette of per e-mail: WP, Word of ASCII.
• illustraties/foto's/formules op aparte vellen: genummerd, zwart/wit, scherp contrast.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

www.nvvw.nl

Voorzitter
Drs. M. Kollenveld
Leeuwendaallaan 43, 2281 GK Rijswijk
tel. 070-3906378
e-mail: M.Kollenveld@nvvw.nl
Secretaris
W. Kuipers
Waalstraat 8, 8052 AE Hattem
tel. 038-4447017
e-mail: W.Kuipers@nvvw.nl
Ledenadministratie
N. van Bemmel-Hendriks
De Schalm 19, 8251 LB Dronten
tel. 0321-312543
e-mail: ledenadministratie@nvvw.nl

Colofon

ontwerp Groninger Ontwerpers
foto omslag Peter Tahl, Groningen
produktie TiekstraMedia, Groningen
druk Giethoorn Ten Brink, Meppel

Contributie

Contributie per verenigingsjaar: *f* 80,00
Studentleden: *f* 40,00
Leden van de VVWL: *f* 55,00
Lidmaatschap zonder Euclides: *f* 55,00
Betaling per acceptgiro. Nieuwe leden geven zich op bij de ledenadministratie.
Opzeggingen vóór 1 juli.

Abonnementen niet-leden

Abonnementen gelden steeds vanaf het eerstvolgende nummer.
Abonnementsprijs voor personen: *f* 85,00 per jaar.
Voor instituten en scholen: *f* 240,00 per jaar.
Betaling geschiedt per acceptgiro.
Losse nummers op aanvraag leverbaar voor *f* 30,00. Opzeggingen vóór 1 juli.

Advertenties

Informatie, prijsopgave en inzending:
L. Bozuwa, Merwekade 90
3311 TH Dordrecht, tel. 078-639 08 90
fax 078-6390891
e-mail: lbozuwa@hetnet.nl
of F. Mahieu, Dommeldal 12
5282 WC Boxtel, tel. 0411-67 34 68

2
oktober 2001 JAARGANG 77

INHOUD

Van de redactietafel

[Marja Bos]

In dit nummer vindt u een grote diversiteit aan artikelen. De onderwijsinsteek is uiteraard ruim vertegenwoordigd, maar ook de meer wiskundige invalshoek komt aan bod.
Heleen Verhage en Chris Zaal doen de aftrap voor het ambitieuze project 'WisKids' met als doel het bevorderen van enthousiasme voor wiskunde bij jongens en meisjes van tien jaar en ouder. Over dit project zult u ook in komende nummers van Euclides regelmatig geïnformeerd worden.
Rob Bosch start een nieuwe serie wiskundige artikelen, dit jaar onder de titel 'Wiskunde met Kleur'. In dit nummer de eerste aflevering, 'Minstens zeven treffers'.
Harrie Broekman stelt in zijn stuk de tendens aan de kaak waarbij de docent steeds meer naar de achtergrond gedrongen wordt, en aldus steeds minder invloed krijgt op het verloop van de lessen en het leren door de leerling. Harrie geeft aan dat een inspirerende docent wel degelijk belangrijk is! Hij pleit ervoor dat docenten juist *initiatieven* nemen, buiten hun boekje gaan - precies het thema van de komende studiedag.

Studiedag 'Wiskunde buiten je boekje'

Voor 17 november a.s. staat de jaarvergadering/studiedag van de NVvW op de agenda, dit keer in het gebouw van de Hogeschool Domstad te Utrecht. De eerste plenaire lezing wordt verzorgd door Bert Zwaneveld, en draagt de titel 'Graven naar wiskundige kennis met behulp van kennisgrafen'. Dit was destijds ook het onderwerp van zijn proefschrift. Berts werkgroep komt daarmee overigens te vervallen. Ook andere werkgroep-wijzigingen staan vermeld op de NVvW-website (*http://www.nvvw.nl*).
Ik vind de studiedag altijd weer een prima gelegenheid om contacten op te halen en ervaringen uit te wisselen, zowel in de workshops als tijdens de pauzes. En u?

Verlichtingsmaatregelen Tweede fase revisited

Eerst een rectificatie: het domein Continue Dynamische Modellen moet wèl getoetst worden in het SchoolExamen vwo wiskunde B1/B12.
In het vorige nummer van Euclides is dit domein onjuist vermeld als één van de onderdelen waarvan de school de komende jaren zelf mag bepalen òf en zo ja, hoe, het in het SchoolExamen aan de orde komt. Dat was overigens niet alleen de interpretatie van de auteur, maar ook die van mijzelf. Fout dus. Onze vergissing is met name vervelend voor diegenen die misschien naar aanleiding van dat bericht dit onderwerp toch maar uit de desbetreffende PTA's geschrapt hadden. Mijn excuses daarvoor; u moet wéér aan de slag...
Maar zo langzamerhand wordt het toch wel bijzonder moeilijk, door de bomen het niet meer zo verlichte bos van maatregelen te zien. Er zijn rond de examenprogramma's wettelijke voorschriften geweest, permanente aanpassingen, tijdelijke afwijkingen, CEVO-maatregelen, intrekkingen, verlichtingsmaatregelen, verlengingen,... Kees Hoogland heeft voor u op pagina 49 de actuele (en correcte!) stand van zaken op de rij gezet.
Overigens is het in dit kader misschien nuttig om op te merken, dat u voor het SchoolExamen uiteraard zelf beslist op welke wijze u een onderwerp toetst. Wellicht kan dat nog enig soelaas bieden.
En hopelijk kunnen we dan, na al het gesteggel rond de diverse maatregelen en het steeds weer herschrijven van PTA's, onze gezamenlijke aandacht eindelijk weer eens richten op een ernstig onderbelicht punt, het punt waar het toch eigenlijk allemaal om draait: hoe realiseren we goed wiskundeonderwijs, en wat is dat eigenlijk? Euclides biedt voor die discussie een platform!

WisKids

KIJKT VERDER

Wiskids is een gezamenlijk initiatief van het
WG, NVvW en NVORWO en
wordt financieel mogelijk gemaakt door
OC&W, Axis en FME-CWM.
Penvoerder van Wiskids is het Freudenthal Instituut.

Doelen van WisKids

- Bevorderen van enthousiasme voor wiskunde bij jongeren
- Het imago van de wiskunde verbeteren
- Jongeren uitdagen via de wiskunde
- Belangstelling voor de exacte vakken bevorderen

Deelprojecten

- Ratio: uitdagende lesmaterialen op internet
- Wiskunde in perspectief: website over beroepsperspectief wiskundigen
- Vierkant voor wiskunde: wiskundeclubs op scholen
- Wiskunde Olympiade: wedstrijd voor jongeren
- Pythagoras: wiskundetijdschrift voor jongeren
- Axis scholenprijs wiskunde

www.fi.uu.nl/wiskids

wiskids@fi.uu.nl

WisKids, p/a Freudenthal Instituut, Postbus 9432, 3506 GK Utrecht

WISKIDS VAN START

Wat is WisKids? Aan de ene kant is WisKids (niet te verwarren met Whizz-kids!) een heel nieuw project voor het Nederlandse wiskundeonderwijs, aan de andere kant kent u WisKids allang.

[Heleen Verhage, Chris Zaal]

Inleiding

WisKids is een gezamenlijk initiatief van het Wiskundig Genootschap (WG), de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (NVvW) en de Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken-WiskundeOnderwijs (NVORWO). Het doel van WisKids is het bevorderen van enthousiasme voor wiskunde bij jongens en meisjes van tien jaar en ouder. Tevens wil WisKids het imago van de wiskunde verbeteren: wiskunde is geen saai schoolvak, maar een universele taal die steeds meer facetten van de moderne samenleving ingrijpend beïnvloedt.
WisKids wil jongeren uitdagen via de wiskunde hun intellectuele vaardigheden te ontwikkelen en hun kritische zin aan te scherpen. Verwacht mag worden dat hierdoor de belangstelling voor wiskunde, natuurwetenschappen en techniek in het voortgezet onderwijs en vervolgonderwijs zal toenemen.
De uitvoerders van WisKids zijn tenminste voor een deel oude bekenden van u:

- Ratio (KUN),
- STW, NWO en NVvW, met de site in aanbouw Wiskunde in Perspectief,
- Stichting Vierkant voor Wiskunde (bekend van de Wiskundekampen),
- Stichting Nederlandse Wiskunde Olympiade,
- Pythagoras (wiskundetijdschrift voor jongeren), en
- Freudenthal Instituut (Expertisecentrum voor reken/wiskundeonderwijs).

WisKids is een samenhangend geheel van deelprojecten die door bovenstaande partners worden uitgevoerd.
Wat kunt u de komende twee jaar allemaal verwachten van WisKids? Een heleboel.

Ratio pilotprojecten

Ratio is een groter project van de Subfaculteit Wiskunde van de Katholieke Universiteit Nijmegen. Doel van dat project is het ontwikkelen van creatief en uitdagend wiskundemateriaal voor 10- tot 18-jarigen. In het kader van WisKids worden pilotprojecten uitgevoerd die speciaal gericht zijn op leerlingen van 12 tot 16 jaar. Het gaat hierbij om interactieve wiskundecursussen die via het internet worden aangeboden. Iedere cursus kan op verschillende niveaus gevolgd worden: er zal telkens een minimumroute zijn met daarnaast aantrekkelijke mogelijkheden tot verdieping en verbreding. Bij de ontwikkeling van de materialen wordt samengewerkt met de auteurs van de Wageningse Methode.

‘Wiskunde biedt perspectief’

Dit deelproject is een initiatief van de Technologiestichting STW, het gebied Exacte Wetenschappen van NWO en onze eigen NVvW. ‘Wiskunde biedt perspectief’ is de naam van een website in aanbouw die informatie geeft over de grote en verrassende perspectieven die wiskunde biedt als beroepsmogelijkheid. De site is gericht op de leerlingen van de bovenbouw van het vwo en natuurlijk ook op hun docenten. Op de site komt feitelijke informatie te staan over het studeren van wiskunde. Daarnaast komen er interviews met wiskundigen op de site, waaronder wiskundigen die spreker waren op de Nationale Wiskunde Dagen. De site krijgt een interactief karakter; zo kunnen de bezoekers bijvoorbeeld ook vragen stellen aan de geïnterviewde wiskundigen.

Vierkant Wiskundeclubs

De Stichting Vierkant is al langer bekend in wijde kring vanwege de jaarlijkse wiskundezomerkampen. In het kader van WisKids gaat Vierkant materiaal ontwikkelen dat gebruikt kan worden in wiskundeclubs voor kinderen vanaf 10 jaar. Ook zal het project een aantal van zulke wiskundeclubs helpen opzetten. De deelnemers aan de clubs zijn actief en op een uitdagende manier bezig met wiskunde. De benodigde materialen worden via internet beschikbaar gesteld aan leraren van de basisschool, leraren van het voortgezet onderwijs en andere begeleiders van de clubs. Verder zal er een netwerk ten behoeve van de communicatie tussen de participanten worden opgezet.

Nederlandse Wiskunde Olympiade

In 1962 werd de eerste Nederlandse Wiskunde Olympiade georganiseerd, en sindsdien vindt er elk

jaar zo'n scholierenwedstrijd plaats. De Olympiade heeft twee doeleinden: het laten zien dat wiskunde leuk en uitdagend kan zijn, en het opsporen en stimuleren van sluimerend talent.
In die bijna veertig jaar is er een keur aan leuke en uitdagende opgaven geproduceerd. Als onderdeel van WisKids zal dit materiaal toegankelijk gemaakt worden door middel van een aantrekkelijk boek met cd-rom. Opgaven worden in categorieën bij elkaar gezet en gerangschikt van zeer eenvoudig tot heel moeilijk. Er worden oplossingstips, achtergrondinformatie en volledige oplossingen gegeven. Kortom, het wordt een boek waarmee je jezelf kunt ontwikkelen tot een systematische en analytisch denkende probleem-oplosser.

Pythagoras

Het tijdschrift Pythagoras kent u ongetwijfeld allang, misschien las u het vroeger zelf als leerling al! Binnen WisKids heeft Pythagoras twee ambities: 1. het materiaal uit vroegere jaargangen via internet toegankelijk maken voor toepassingen bij wiskunde-werkstukken in de tweede fase, en 2. het leveren van een aantoonbare positieve bijdrage aan het beeld dat jongeren hebben van de beroepspraktijk van wiskundigen in het bedrijfsleven. Om deze ambities te verwezenlijken, zal Pythagoras van een papieren tijdschrift uitgebreid worden tot een eigentijds medium dat ten volle gebruik maakt van alle mogelijkheden die de moderne informatietechnologie ons biedt. Leerlingen zullen hierbij een actieve inbreng hebben, door zelf applets te ontwerpen, artikelen te schrijven en interviews met wiskundigen af te nemen.

Axis Wiskunde Prijs

Het is opmerkelijk dat bepaalde scholen er steeds weer in slagen om excellente resultaten met hun wiskunde-onderwijs te bereiken. Het instellen van de Axis Wiskunde Prijs voor scholen biedt de gelegenheid, jaarlijks een school in het zonnetje te zetten die iets bijzonders heeft gepresteerd op het gebied van wiskundeonderwijs. En daarbij gaat het dan niet alleen om de scholen die uitzonderlijk getalenteerde 'knappe koppen' onder de leerlingen heeft. Er zal een hele waaier van criteria gehanteerd worden, zodat heel veel scholen kunnen meedingen naar deze prijs. Een deskundige jury zal de inzendingen beoordelen. De prijsuitreiking zal waarschijnlijk plaats vinden tijdens het Mathematisch Congres op 4 en 5 april 2002 in Eindhoven.
Binnenkort ontvangen alle scholen voor voortgezet onderwijs een folder waarin onder andere staat hoe uw school kan meedingen naar deze prijs en wat de beoordelingscriteria zijn. Deze informatie zal ook te vinden zijn op de WisKids website.

Wiskundevraagbaak

Scholieren hebben internet volop ontdekt als medium om vragen te stellen over wiskunde (ook over andere zaken trouwens). Het WisKids project wil hier op inspelen, door te bevorderen dat er een centrale wiskundevraagbaak op internet komt. Hierbij zal aangesloten worden bij diverse andere initiatieven die er op dit gebied al zijn in Nederland. Het doel van de WisKids vraagbaak is vooral ook dat leerlingen door het stellen van vragen direct in contact komen met wiskundigen. Er zal daartoe een netwerk van wiskundigen opgezet worden die bereid zijn de vragen te beantwoorden. Een moderator zal er voor zorgen dat vragen en antwoorden ook toegankelijk zijn voor andere bezoekers van de vraagbaak-site.

Verdere informatie

In komende nummers van Euclides zal nader worden ingegaan op de diverse deelprojecten. De nieuwste informatie over WisKids is steeds te vinden op de website: *http://www.fi.uu.nl/wiskids*. Op de komende studiedag van de NVvW op 17 november zal WisKids met een informatiestand aanwezig zijn.

Inlichtingen:
Freudenthal Instituut
t.a.v. WisKids
Postbus 9432
3506 GK Utrecht
tel.: 030 2611611
website: *http://www.fi.uu.nl/wiskids*
e-mail: *wiskids@fi.uu.nl*

Over de auteurs

Heleen Verhage (Freudenthal Instituut, e-mail: h.verhage@nvvw.nl) is projectleider van WisKids.
Chris Zaal (Universiteit van Leiden, e-mail: zaal@math.leidenuniv.nl) is voorzitter van het WisKids Projectteam.

IN MEMORIAM DICK LEUJES

[Ton Kelfkens]

Op 1 juni 2001 is Dick Leujes op 89-jarige leeftijd overleden.
Dick was een onderwijsman in hart en nieren. Vanaf zijn 18e werkte hij in het lager onderwijs, aanvankelijk als de befaamde 'kwekeling met acte'. Na de kweekschool en het behalen van de lagere aktes wiskunde, Engels, Duits en handelskennis, verwierf hij de eerstegraads bevoegdheid wiskunde door het met succes voltooien van de opleidingen voor KI en KV, de voorgangers van de latere MO-A- en MO-B-examens. Helaas was het door de sluiting van de RU Leiden tijdens de oorlog voor hem niet mogelijk zijn wiskundige aspiraties academisch af te ronden.

Hij was zeer productief als schrijver van diverse schoolboeken. Echte bekendheid in de Nederlandse schoolwiskundewereld kreeg hij met zijn driedelige Planimetrie in 1961 en Complexe Getallen enkele jaren daarna, beide uitgaven van Noorduijn in Gorinchem. Maar de grote klapper was in 1966. De Mammoetwet had als interessant bijverschijnsel dat het wiskundeprogramma van het complete voortgezet onderwijs drastisch werd gewijzigd. Dick trad toe tot een werkgroep die uiteindelijk tot de methode Moderne wiskunde zou leiden. De didactische uitgangspunten konden hem echter niet bekoren en hij besloot zelf, met assistentie van Kees de Bruin en Ton Kelfkens, een methode op te zetten die uiteindelijk bekend zou worden als Getal en Ruimte.
Eind 1967 verschenen bij Noorduijn de eerste deeltjes onder de eenvoudige namen Algebra voor de Brugklas en Meetkunde voor de Brugklas.
De gezonde concurrentie met Moderne wiskunde en Sigma leidde er toe dat in overleg met de gebruikers en de uitgever de gehele methode al vele malen zowel uiterlijk als inhoudelijk flink is omgewerkt. Ook heeft Dick in het begin van de jaren '80 nog bijgedragen aan de uitbreiding van Getal en Ruimte met een lbo-editie. Tot 1988 bleef Dick actief als eindredacteur.
Van 1930 tot 1932 stond Dick in Rotterdam voor de klas, daarna werkte hij tot 1947 aan de ULO-A1 in Schiedam en ten slotte tot 1977 aan het Grotius-gymnasium in Delft, waar hij van 1952 tot 1973 tevens conrector was. Daarnaast gaf hij van 1955 tot 1970 les aan het Haagse avondlyceum Noctua.
Bovendien leidde hij als enthousiast en verdienstelijk violist ook 20 jaar lang het schoolorkest van het Grotius. Voorts was Dick ook nog gedurende 20 jaar secretaris van het bestuur van LIWENAGEL, totdat deze vereniging samen met WIMECOS en de Werkgroep voor Vernieuwing van het Wiskunde-onderwijs opging in de huidige Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.
Door zijn werkdiscipline en grote betrokkenheid bij het wiskundeonderwijs zag Dick kans naast de reeds gemelde activiteiten, deel uit te maken van examen-commissies voor MULO, HBS en gymnasium, nomenclatuur-, leerplan- en staatsexamencommissies. Ook was hij gedurende 12 jaar penningmeester van het Congres van Leraren in Wiskunde en Natuur-wetenschappen en was hij mede-auteur van Bunts Van Ahmes tot Euclides dat in 1954 verscheen en bestemd was voor de gymnasium-α leerlingen die geschiedenis van de wiskunde in hun examenpakket hadden.
Een gedreven onderwijsman is niet meer. Het was een voorrecht lange tijd met hem samen te werken.

DE ESSENTIE VAN HET LEREN VAN WISKUNDE ... ZONDER INSPIRERENDE DOCENT?

Motto: de docent/docente is harder nodig dan ooit.

[Harrie Broekman, met medewerking van Chris van der Heijden [1]]

Inleiding

In Euclides van februari 2001 komen in een tweetal artikelen (van Harm Boertien en van Henk Staal) een aantal uitspraken voor die uitnodigen tot een reactie. Ze bevatten gedachten over de problemen met het zelfstandig leren van leerlingen en ze geven mogelijke oplossingen hiervoor. Naar mijn mening wordt de rol van een goede inspirerende docent echter onderbelicht. Daarom wil ik in kort bestek nader ingaan op enkele uitspraken in genoemde artikelen. Afsluitend geef ik enkele beschrijvingen van leersituaties die het begrip 'inspirerend' in een ruimer perspectief plaatsen.

Leergang-onafhankelijke opdrachten

Harm Boertien schrijft in zijn artikel *'Voortgang bijhouden in het studiehuis, hoe doe je dat?'* over de slechte leerresultaten in de tweede fase van het havo/vwo. Ook al kunnen de leerlingen de opgaven uit het boek maken, dan wil dat naar zijn ervaring nog niet zeggen dat zij de onderliggende wiskunde goed begrepen hebben. Uit didactisch oogpunt zijn de opgaven te zeer voorgekookt en er wordt te weinig verbinding gelegd met andere delen van de leerstof binnen en buiten de wiskunde. Als deel van de oplossing van de problemen ziet hij vergroting van de interactie door het inzetten van interactiemiddelen die niet per se op meer persoonlijk contact hoeven te berusten. Een van de mogelijkheden die Boertien voorstaat is het aan de leerlingen voorleggen van leergang-onafhankelijke opdrachten met correctie-voorschriften.
Hij schrijft:
'Vroeger zorgde de docent bij de uitleg van de leerstof voor extra diepgang door inzichtvragen bij de leerstof te stellen, die voor de logische verbindingen in de leerstof zorgden of door (extra) opgaven te geven waarin de integratie van leerstof gerealiseerd was. Als leerlingen alleen (eenvoudige) opgaven uit het boek als studiemateriaal krijgen, dan worden ze te weinig geconfronteerd met andere toepassingsmogelijkheden van de wiskunde. Een mogelijkheid om het leerproces op dit punt te verbeteren is de leerlingen extra leergang-onafhankelijke opdrachten te laten maken.'
Uit het eerste deel van dit citaat spreekt een zekere nostalgie. Toch moet mij van het hart dat ik in mijn praktijk gelukkig nog steeds docenten ontmoet die deze extra diepgang wel geven. Zij zien het als een belangrijk aspect van hun werk om leerlingen te inspireren en hen te enthousiasmeren. Wel is het zo dat zij zich nu, in tegenstelling tot 'vroeger', tegenover mij menen te moeten verontschuldigen met de opmerking: *'Dit is niet een echte tweede-fase-les hoor'.* Ik vind dit betreurenswaardig. Want juist bij het voorleggen van leergangonafhankelijke opdrachten aan leerlingen is veelvuldige interactie in het persoonlijke vlak tussen docent en leerling een 'must'.

ICT als oplossing?

Miskenning van de rol van de docent tref ik ook aan in het overigens stimulerende artikel van Henk Staal, getiteld: *'Computeralgebra en digitaal lesmateriaal'.*
Hij beschrijft de ervaringen van de docent Klaas met het computerpracticum differentiëren:
'Klaas vindt dat de stof oppervlakkig werd verwerkt. Leerlingen doen de oefeningen wel maar begrijpen vaak niet wat ze daar van op moeten steken. Na deze serie lessen was het nodig om in een aantal klassikale lessen de zaken op een rijtje te zetten. Klaas pleit er dan ook voor om het materiaal te splitsen in een papieren deel met overzichten en samenvattingen van de stof en een digitaal deel met de oefeningen.'
Pleit Henk hier bij monde van Klaas ervoor dat klassikale lessen uit den boze zijn en vervangen moeten worden door papier en scherm? Zo ja, dan mag

de interactie waar Boertien al naar verwees, kennelijk niet bestaan uit het persoonlijke contact op klassikaal niveau tussen docent en leerling.
Dat de rol van de docent niet onderschat mag worden, wordt nog eens te meer bevestigd in hetzelfde artikel door de ervaringen met ICT van docent Willem Hoekstra. Kortom, hoewel het gebruik van ICT zeker mogelijkheden biedt in het wiskundeonderwijs, is de rol van de docent in individueel contact met de leerling en in klassikaal verband nog steeds bepalend.

Mijn mening

De huidige leerboeken bevatten minder opgaven die gericht zijn op 'trainen' dan bijvoorbeeld 40 jaar geleden in de tijd van HBS en Mulo, maar het zijn er nog steeds erg veel. Als docent moet je daarom het lef hebben om vraagstukken te schrappen en te vervangen door de door Henk Staal besproken digitale lessen of de leergang-onafhankelijke opdrachten, voorgesteld door Harm Boertien. Veel belangrijker is echter: **De docent moet weer de tijd nemen om de leerlingen te inspireren en uit te dagen!**

Drie voorbeelden van inspirerende docenten

1. Een beginnende lerares

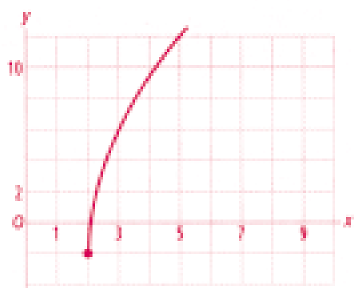
Klas 4-vwo heeft het eerste uur van een blokuur zelfstandig gewerkt aan opgaven over functies. De leerlingen zijn op verschillende plaatsen in het hoofdstuk aan het werk. Toch wil de docente het tweede uur de aandacht van alle leerlingen richten op een bijzondere functie, de entier- of integer-funtie. Zij doet dit met als voorbeeld: 'het aantal keren dat je jarig bent geweest'. Na een discussie met een aantal leerlingen komt er een tweetal punten van de grafiek op het bord. De te verwachten suggestie dat er wel een rechte lijn zou komen, wordt besproken door meerdere leerlingen en uiteindelijk komt de grafiek van een trap-functie op het bord. Toen de grafiek duidelijke vormen aannam, vroeg een aantal leerlingen*: '... staat die ook op de rekenmachine?'* De docente antwoordde: *'... weet ik niet, zal ik moeten kijken. Zal wel onder "Math".'*
Het gunstige gevolg van deze aanpak was dat bijna alle leerlingen dit op hun machine gingen proberen, waarbij zij als vanzelf met elkaar in gesprek raakten over wat er te zien was onder 'math' en de mogelijke betekenis daarvan.
In het nagesprek van deze les vertelde de docente dat ze dit voorbeeld gekozen had omdat ze het nuttig vindt om regelmatig met de leerlingen 'interactie' te hebben over wiskunde.
Dit voorbeeld van een lessituatie geeft aan dat het heel nuttig is om eens af te wijken van de opgaven uit het boek. Zonder deze aanpak zou een dergelijke inspirerende discussie tussen leerlingen over wiskunde niet ontstaan zijn.

2. Een 5-havo groep werkend uit Moderne wiskunde Havo B1, deel 2, hoofdstuk 9

De docent merkt vooraf op: '*Het onderwerp dat aan bod komt, is wel van direct belang voor in ieder geval natuurkunde en biologie, maar ik behandel het gewoon als wiskundedocent.*' De docent vindt het betreffende onderdeel een belangrijke kern die zeker klassikaal aan bod moet komen.
De introductie door de docent verloopt als volgt: *'Als we allemaal even proberen te luisteren, dan heb ik een vraag voor jullie die voor iedereen van belang is. Jullie zijn nu al weer een tijd bezig met het onderzoeken van allerlei functievoorschriften en daarbij hoort ook het tekenen en verschuiven van grafieken. Je gebruikt daarbij heel vaak de standaardfuncties.*
Je kunt je natuurlijk afvragen of je ook de andere kant op kunt. Anders gezegd: kun je het functievoorschrift vinden als je een grafiek hebt? De richting waarin je kunt zoeken is misschien al wel te zien door goed naar het plaatje te kijken.'
Uitgangspunt is een door de docent op het bord getekende grafiek die hoort bij opgave 22 uit het boek (zie figuur 1), wat er overigens niet bij vermeld wordt. Twee leerlingen grijpen onmiddellijk de grafische rekenmachine en grijnzen vervolgens al mopperend: *'Dus niet.'* De docent vraagt: *'Oké, aan welke standaardfunctie doet dit plaatje je denken?'*
Geleid door de vragen van de docent komen de leerlingen in de richting van het gevraagde functie-voorschrift, waarbij mij als observator opvalt dat de leraar telkens de leerlingen zelf de kans geeft om met een vervolgsuggestie of -vraag te komen.
De twee leerlingen met de rekenmachine toetsen overigens na elke volgende stap het dan verkregen voorschrift in om te zien hoever de gegeven grafiek al genaderd is. De docent stimuleert dit door telkens lachend te vragen of ze er al zijn.
De opmerking van de docent dat dit eigenlijk geen tweede-fase-les is, omdat hij zelf de touwtjes in de handen had, beaam ik niet. Achteraf gezien was het misschien jammer dat er geen gezamenlijke gedachtenwisseling plaatsvond over de strategie: kies een standaardfunctie waarvan je vermoedt dat die te gebruiken is om de gegeven grafiek van een functievoorschrift te voorzien.

FIGUUR 1

22 Hiernaast zie je de grafiek van een functie die door transformaties uit de grafiek van een standaard-functie is ontstaan.
- **a** Geef de coördinaten van het randpunt en leg uit of de grafiek vervormd is vergeleken met de standaardgrafiek.
- **b** Geef de pijlenketting bij de getransformeerde grafiek.
- **c** Leid uit de pijlenketting het functievoorschrift af en controleer door plotten.



Zo'n gezamenlijke reflectie op de kern van de problematiek kan de leerlingen helpen verder zelfstandig met dit soort problemen aan de slag te gaan. Een geobserveerde korte discussie tussen twee leerlingen over de onmogelijkheid om op deze manier het voorschrift bij elke grafiek te vinden doet vermoeden dat deze bespreking voor hen in ieder geval een aanzet tot 'verder denken' heeft gegeven. *En daarmee heeft hun docent hen dus kennelijk geïnspireerd tot 'inhoudelijke zelfstandigheid'.*[2]

3. Een brugklas werkend aan allerlei vormen

De wiskundedocent vraagt de leerlingen of zij een voorwerp in de klas kunnen aanwijzen met een vierkant als zijkant. De docent helpt: '*En de zijkant van deze kast?*' Voor de leerlingen is niet direct duidelijk of dit een vierkant is. De vraag komt op hoe je dit zou kunnen nagaan. Allerlei voorstellen voor (geïmproviseerde) meetinstrumenten komen naar voren, maar er is geen liniaal, touw of rolmaat aanwezig. *'Zal ik er dan maar even naast gaan staan?'* zegt de docent. *'Zo, dat komt dus net boven mijn middel. Jammer dat we een bezoeker hebben, anders zou ik er nu op de grond voor gaan liggen om te zien hoe het er met die lengte voorstaat …'*
Als vanzelf vragen de leerlingen zich nu samen met de docent af of je andere manieren hebt om er achter te komen of het een vierkant is, en daarbij zijn ze heel geïnspireerd bezig om kenmerkende eigenschappen van een vierkant op te sporen. Er is nu een werksfeer ontstaan, die maakt dat de docent alleen nog maar hoeft te zeggen: '*Vanaf nu is iedereen bezig met opgave 6*'. De docent loopt vanaf dat moment al helpend rond terwijl de leerlingen 'gericht' doorwerken.
Deze docent inspireerde zijn leerlingen tot het open praten over de wiskunde, waarbij zij merkten dat zij veel ideeën over wiskunde van elkaar kunnen leren. Een vorm van interactie.

Conclusie

We zien in de voorbeelden dat docenten die zogenaamd buiten het boekje gaan en een uitdagend initiatief durven te nemen, hiervoor worden beloond door de leerlingen die op deze uitdaging ingaan en erdoor worden geïnspireerd om zich verder te verdiepen in de wiskunde. Het verhoogt hun zelfvertrouwen dat volgens David Wheeler in zijn artikel *The role of the teacher* een voorwaarde is om nieuwe vragen aan elkaar en jezelf te stellen om zo nieuwe kennis en vaardigheden op te doen.
De kernconclusie luidt dan ook: **Een inspirerende docent/docente is voor de leerlingen hard nodig.**

Tot slot

De artikelen van Harm Boertien en Henk Staal, maar ook het artikel van David Wheeler en mijn praktijkervaring in het bijwonen van lessen hebben mij aangezet om dit artikel te schrijven en deden mij eens te meer beseffen hoe belangrijk een inspirerende docent is voor alle leerlingen, intelligente en zwakke. Het zou jammer zijn als de aanpak in de tweede fase van 'zelfstandig werken' naar 'zelfverantwoord leren' zou inhouden dat de docenten zich steeds op de achtergrond moeten houden en geen initiatieven meer durven te nemen. Als dat zo zou zijn, zou ik de verzuchting willen slaken: **'Arme leerlingen, arme docenten.'**

Lukt het u om een uitdaging te creëren voor uw leerlingen met die prachtige 3000 jaar oude oplossingsmethode die ik onlangs weer eens tegen kwam in een artikel van David Wheeler met het motto '*We can introduce diversity in algebra without needing extra time*':
'Welk getal plus een vierde van zichzelf is gelijk aan 100?'

De Egyptische methode (die ook gebruikt schijnt te zijn door Chinezen en Grieken) zou beginnen met het proberen van 4 of een veelvoud van 4, aangezien $4 + \frac{1}{4} \cdot 4 = 5$. En 5 is een twintigste van het beoogde getal 100. We passen daarom onze poging 4 aan door te vermenigvuldigen met 20. Dat het resultaat 80 inderdaad voldoet is eenvoudig te controleren.

Het lijkt me heerlijk om een klas te zien waarin de leerlingen in staat gesteld worden om deze Egyptische methode te onderzoeken aan de hand van vragen als: Waarom werkt dit? Is deze methode te vergelijken met 'trial-and-error'? En hoe is het verband met de symbolische methode (gebruik van variabelen) die in het schoolboek staat voor het oplossen van vergelijkingen als $x + \frac{x}{4} = 100$?

Noten

[1] Een eerdere versie van dit artikel is door Chris flink ingekort en daardoor leesbaarder gemaakt.
[2] In het BPS-project (Bètaprofielen in het studiehuis) wordt een onderscheid gemaakt tussen inhoudelijke inbreng van leerlingen en organisatorische inbreng. Met name wordt in dit project door leraren en begeleiders gezocht naar mogelijkheden om in de bèta-vakken de leerlingen te helpen de ruimte die zij krijgen op inhoudelijk gebied te benutten.

Literatuur

H. Boertien (2001), Voortgang bijhouden in het studiehuis, hoe doe je dat? Euclides, 76, 5, pp.192-195.
H. Staal (2001), Project Digitale Leeromgeving Wiskunde, Euclides, 76, 5, pp.205-209.
D. Wheeler (2000), The Role of the Teacher, Mathematics Teacher, 173, 58-64.

Over de auteurs

Harrie Broekman is verbonden aan het IVLOS, Universiteit Utrecht, en tevens medewerker van het Centrum voor Didactiek van wiskunde en natuurwetenschappen waarvan het Freudenthal Instituut deel uitmaakt.
Chris van der Heijden was wiskundedocent te Spijkenisse.

1267. Gegeven zijn de punten O, A, B, C, D, E en F, waarvan er geen drie op een rechte lijn liggen. De vierhoeken AOBF, COAE, BOCD en DEFO zijn koordenvierhoeken.
Bewijs: AF × BD × CE = FB × DC × EA.

1272. Van △ ABC is I het middelpunt van de ingeschreven cirkel, I_a dat van de aangeschreven cirkel aan de zijde a en N dat van de negenpuntscirkel.
Bewijs: $\mathrm{IN} + \mathrm{I}_a\mathrm{N} + \mathrm{I}_b\mathrm{N} + \mathrm{I}_c\mathrm{N} = 6R$.

1273. [1]) P is een punt, dat niet op de x-as ligt. R is de projectie van P op de x-as. De loodlijn uit P op de poollijn van P t.o. van de parabool $y^2 = 2px$ snijdt de x-as in Q.
a. Bepaal de lengte van het lijnstuk RQ.
b. Bepaal de meetkundige plaats van die punten P, waarbij het midden PQ op de gegeven parabool ligt.

(Gymnasia 1961)

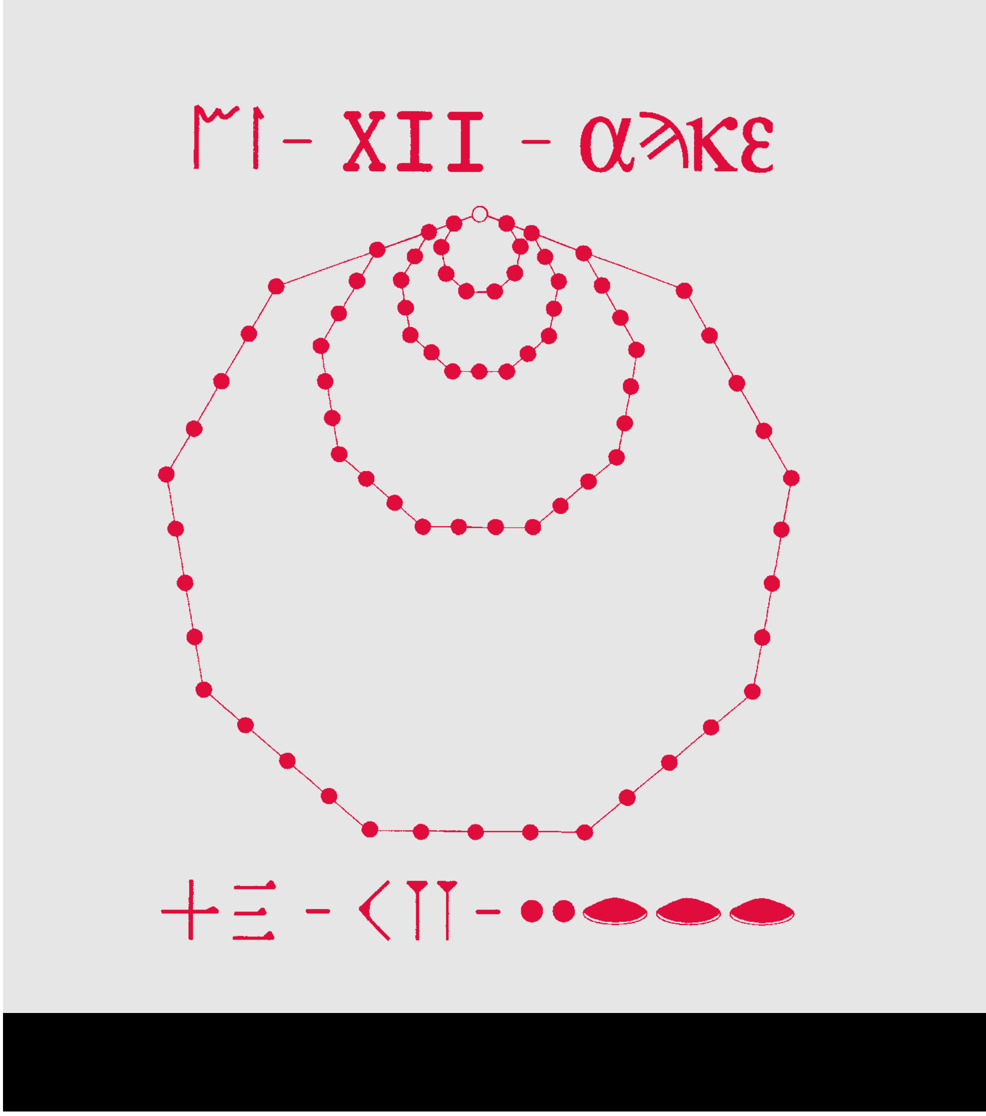
1274. [1]) ***a.*** Stel de vergelijking op van de cirkelbundel met de basispunten (0, 0) en $(2a, 0)$.
b. Stel de vergelijking op van de machtlijn van een willekeurige cirkel van deze bundel en de cirkel $x^2 + y^2 = 2a^2$.
Bewijs dat de verzameling van deze machtlijnen een lijnenbundel is, en bepaal de coördinaten van het basispunt van die lijnenbundel.
c. Bepaal de meetkundige plaats van de polen van de onder ***b*** bedoelde lijnen t.o. van de cirkel $x^2 + y^2 = 2a^2$.

(Gymnasia 1961)

[1]) De nummers 1273 en 1274 op te lossen met Analytische Meetkunde.

Vraagstukken uit het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde 49 (1961-1962)

De rubriek '40 jaar geleden' wordt verzorgd door Martinus van Hoorn (e-mail: mc.vanhoorn@wxs.nl), voormalig hoofdredacteur van Euclides (1987-1996).



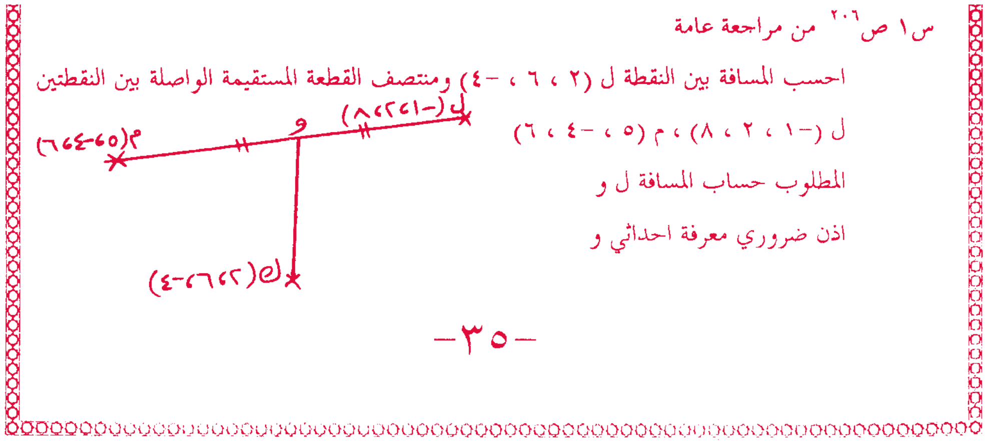
13 OF 31?

Als je 1356 en 92 moet optellen zonder rekenmachine, zet je ze onder elkaar:

```
1356
  92
---- +
```

en je telt van rechts naar links op. Niets om je over te verbazen.

[Jeanne Breeman, Hans van Lint]



FIGUUR 1

Maar we zijn wel vergeten dat het op de basisschool veel moeite kost om aan te leren: eerst goed kijken hoeveel cijfers ieder getal heeft, dan ‘netjes’ onder elkaar schrijven. Rechts uitlijnen heet dat met een computerterm.
Als we een rijtje woorden opschrijven zetten we de linkerletters onder elkaar.
Het verschil in uitlijnen van woorden en getallen is goed te zien op het stukje kassabon.

Onze woorden, met Latijnse letters, schrijven en lezen we van links naar rechts. Onze getallen komen uit het Arabisch. We schrijven ze van links naar rechts, met de bovengenoemde moeilijkheid tot gevolg.

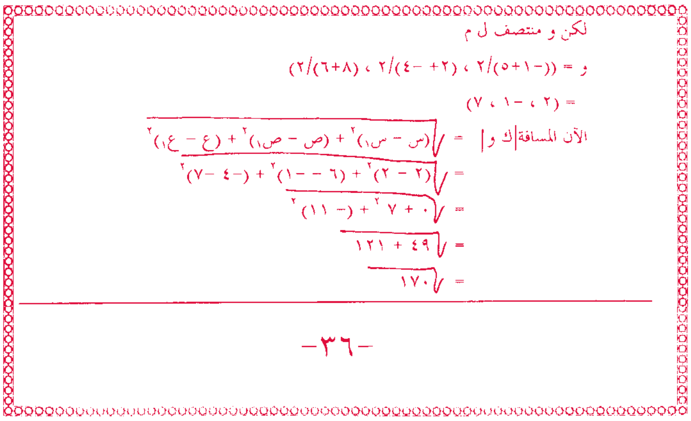
Merkwaardig genoeg gebruiken Arabieren andere cijfers dan wij:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	…	20	…	100
١	٢	٣	۴	۵	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣		٢٠		١٠٠

in een Iraans boek;

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	…	20	…	100
			٤	٥												

in een Syrisch boek, voor zover verschillend.
Arabieren schrijven getallen ongetwijfeld, net als hun teksten, van rechts naar links. Dat is ook veel logischer natuurlijk. Als ik een getal ga opschrijven en ik begin met ‘13…’ weet niemand wat die 1 voorstelt, het kan nog 10, 100, 1000 en nog veel meer worden. Als ik, rechts beginnend, ‘…56’ opschrijf, is meteen duidelijk, 6 betekent 6, 5 staat voor 50.
In figuur 1 staat een stukje uit een Syrisch wiskunde-boek (en denk erom we lezen van rechts naar links).
Op bladzij 35 van dat boek staat onderaan:
Het lijnstuk dat in twee gelijke delen is verdeeld, heeft een linkeruiteinde met coördinaten $(5, -4, 6)$ en het rechterpunt is $(-1, 2, 8)$. Het onderste punt heeft coördinaten $(2, 6, -4)$. Merk op dat de komma ‘ondersteboven’ staat, en dat het minteken rechts van het getal staat.
Het is niet duidelijk wat de x-, y- en z-coördinaat is, maar dat zijn ook maar namen. De volgorde wordt pas belangrijk als je bij natuurkunde met corioliskrachten gaat werken.



لكن و منتصف ل م

و = ((−١+٥)/٢ ، (٢+ −٤)/٢ ، (٨+٦)/٢)

= (٢ ، −١ ، ٧)

الآن المسافة |ك و| = √((س − س١)² + (ص − ص١)² + (ع − ع١)²)

= √((٢ − ٢)² + (٦ − − ١)² + (−٤ − ٧)²)

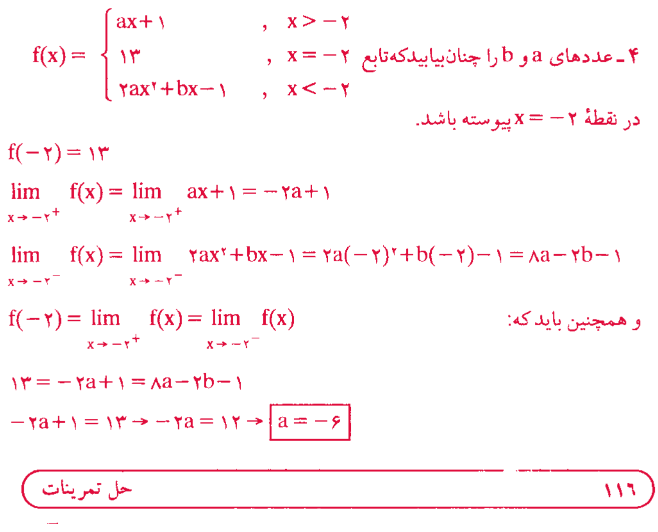
= √(٠ + ٧² + (− ١١)²)

= √(٤٩ + ١٢١)

= √١٧٠

−٣٦−

FIGUUR 2



۴ـ عددهای a و b را چنان بیابید که تابع f(x) = { ax+۱ , x > −۲ ; ۱۳ , x = −۲ ; ۲ax²+bx−۱ , x < −۲ }

در نقطهٔ x = −۲ پیوسته باشد.

f(−۲) = ۱۳

lim (x→−۲⁺) f(x) = lim (x→−۲⁺) ax+۱ = −۲a+۱

lim (x→−۲⁻) f(x) = lim (x→−۲⁻) ۲ax²+bx−۱ = ۲a(−۲)²+b(−۲)−۱ = ۸a−۲b−۱

و همچنین باید که: f(−۲) = lim (x→−۲⁺) f(x) = lim (x→−۲⁻) f(x)

۱۳ = −۲a+۱ = ۸a−۲b−۱

−۲a+۱ = ۱۳ → −۲a = ۱۲ → a = −۶

حل تمرینات ۱۱۶

FIGUUR 3

Het bovenste deel van bladzijde 36 staat in figuur 2.
In vrije vertaling:

Het midden $= ((-1 + 5)/2,\ (2 + -4)/2,\ (8 + 6)/2)$
$= (2,\ -1,\ 7)$

De afstand van het onderste punt tot het midden van het lijnstuk

$$
\begin{aligned}
&= \sqrt{(x-x1)^2+(y-y1)^2+(z-z1)^2}\\
&= \sqrt{(2-2)^2+(6--1)^2+(-4-7)^2}\\
&= \sqrt{0+7^2+(-11)^2}\\
&= \sqrt{49+121}\\
&= \sqrt{170}
\end{aligned}
$$

In figuur 3 staat een stukje uit een Iraans boekje, om zelf uit te zoeken wat er staat.
Hier wordt de wiskunde van links naar rechts geschreven. En merk het verschil op in de schrijfwijze van de '6' in 'blz. 116' en in het antwoord '$a = -6$'.
Grappig is dat onze notatie $x \downarrow -2$ is vervangen door $x \to -2+$
(lees: x naar -2 vanaf de positieve kant). Voor leerlingen veel eenvoudiger, denken wij.

En op de voorkant van het programmaboekje van het jubileumcongres van de NVvW (zie pagina 46) stond dus 31.

Over de auteurs

Hans van Lint was 37 jaar leraar/conrector aan de Van der Capellen Scholengemeenschap (voormalige Rijks-HBS) te Zwolle. Hij is 10 jaar bestuurslid geweest van de NVvW (1988-1998) waarvan 9 jaren voorzitter.
Jeanne Breeman was 28 jaar lerares aan het Gymnasium Celeanum te Zwolle. Gedurende die tijd heeft zij ook bij het APS gewerkt, in het bestuur van VeEX (Vrouwen en Exacte Vakken) gezeten, en zij is lid geweest van de VWO-B-commissie.
Hun email-adres is vanlint-breeman@hetnet.nl

DOMEINEN EN SUBDOMEINEN IN DE EXAMENPROGRAMMA'S WISKUNDE TWEEDE FASE

[Kees Hoogland]

Inleiding

In Euclides 77-1 (p. 002) is een bijdrage van mijn hand verschenen over de laatste wijzigingen in de regelgeving rond wiskunde in de Tweede fase. Een voorpublicatie daarvan is door APS-wiskunde ook verstuurd als service aan alle scholen. Door de veelheid aan verschillende regelingen is daarin helaas een fout geslopen rond het domein Continue Dynamische Modellen voor vwo wiskunde B1 en B12.
Hieronder treft u de mijns inziens complete lijst aan van onderdelen waarop een of andere regeling van invloed is.
Ik bied mijn welgemeende excuses aan voor de verwarring en extra werk die de eerdere publicatie in Euclides en bijbehorende brief aan de scholen mogelijk heeft veroorzaakt.
Deze bijdrage is als brief eveneens naar de scholen gestuurd.

Tot slot

Als persoonlijke noot wil ik hier nog aan toevoegen, dat naar mijn mening de hoeveelheid verschillende en steeds veranderende regelingen de grens van het toelaatbare ruimschoots heeft overschreden. Van samenhang en consistentie in de regelingen en daardoor in de programma's is inmiddels geen enkele sprake meer.
Mijn persoonlijke regeling is dat ik tot nader order geen verantwoordelijkheid meer kan nemen voor voorlichting over deze regelingen. Het is letterlijk en figuurlijk niet meer uit te leggen. Dat is inmiddels gebleken.

Over de auteur

Kees Hoogland (e-mail: k.hoogland@aps.nl) is projectleider van APS-wiskunde (http://www.aps.nl/wiskunde) in Utrecht.

Lijst

Onderstaande lijst bevat onderdelen, die afwijkend zijn van reguliere onderdelen die gewoon op het Centraal Examen getoetst moeten worden. Aan deze opsomming kunnen geen rechten worden ontleend.
Voor de precieze regelingen verwijs ik u naar het Gele Katern bij Uitleg, jaargangen 1997-2001 (zie ook http://www.cfi.nl).

	Onderdeel	CE	SE	Geldigheid
havo A1	Alle domeinen	nee	ja	tot nader order
havo A2	*Subdomein*: De binomiale verdeling	nee	eigen keuze	examens 2002 en 2003
havo B1	*Domein*: Ruimtemeetkunde 1	nee	ja	tot nader order
	Subdomein: Periodieke functies	nee	eigen keuze	examens 2002 en 2003
havo B12	*Domein*: Tellen en kansen	nee	ja	tot nader order
	Subdomein: Periodieke functies	nee	eigen keuze	examens 2002 en 2003
	Subdomein: Periodieke functies 2	nee	eigen keuze	examens 2002 en 2003
vwo A1	Eindtermen 3, 10 (w.b. rekenregels logaritmen), 13, 23 en 24	nee	nee	tot nader order
	Domein: Grafen en matrices	nee	eigen keuze	examens 2002 en 2003
	Subdomein: Het toetsen van hypothesen	nee	eigen keuze	tot nader order
vwo A12	Eindtermen 3, 10 (w.b. rekenregels logaritmen), 13	nee	nee	tot nader order
	Domein: Grafen en matrices	nee	eigen keuze	examens 2002 en 2003
	Subdomein: Ruimtelijke objecten	nee	nee	tot nader order
	Domein: Keuzeonderwerp	nee	ja	tot nader order
vwo B1	*Domein*: Continue Dynamische Modellen	nee	ja	tot nader order
	Domein: Keuzeonderwerp	nee	ja	tot nader order
vwo B12	*Domein*: Continue Dynamische Modellen	nee	ja	tot nader order
	Domein: Keuzeonderwerpen	nee	ja	tot nader order
	Eindtermen 140-144, 151-153, 167-175	nee	nee	tot nader order

VERWARRING ROND FUNCTIES EN VORMEN

Wat antwoordt een leraar, en wat zeggen de leerboeken op de vraag: 'Is de functie $x \to -10^{2\sin x}$ wel of niet exponentieel? En zo ja, wat is z'n grondtal of groeifactor?'

[Hessel Pot]

Echte functies en nep-functies

Bij het gebruik van de term 'functie' lijkt het van belang, onderscheid te maken tussen de mogelijke eigenschappen van functies enerzijds en de mogelijke aanduidingsvormen voor functies anderzijds.
Ik zal dat verschil hieronder uitwerken.
Bij 'eigenschappen' moet gedacht worden aan groepen functies zoals: kwadratische, lineaire, constante, identieke, homogene, gehele of gebroken functies. Verder aan veeltermfuncties, even/oneven, algebraïsche, periodieke, (streng/zwak)monotone, definiet-positieve, omkeerbare, differentieerbare, primitiveerbare, reële, analytische functies, aan rijfuncties (met de natuurlijke getallen als domein), en aan nog heel veel meer.
Van een gegeven functie is steeds te zeggen welke van deze eigenschappen hij al dan niet bezit, en wel ónafhankelijk van de vorm waarin je de functie krijgt aangeboden.
De functie $x \to x(x+1)$ op $\mathbb{R}$ is evenzeer kwadratisch als de functie $x \to x^2 + x$ op $\mathbb{R}$. Want in beide gevallen gaat het om exact dezelfde functie, exact dezelfde oneindige verzameling van getallenparen.

Als het gaat om de manieren waarop een functie met behulp van variabelen en bewerkingssymbolen op papier (of op het beeldscherm) kan worden opgeschreven, aangeduid of uitgebeeld, is er iets geheel anders aan de hand. Er wordt dan wel gesproken (althans in het overgrote deel van de leerboeken, en dus waarschijnlijk ook door de meeste leraren in de klas) van:
productfuncties, quotiëntfuncties, somfuncties, verschilfuncties, inverse functies, afgeleide functies, primitieve functies, samengestelde functies, parameter-functies, impliciete functies en expliciete functies.
Maar hiermee worden nu geen functiesoorten-met-een-specifieke-*eigenschap* bedoeld zoals eerder beschreven. Men moet erop bedacht zijn dat deze benamingen in feite duiden op verschillende soorten functie-*beschrijvingen*, en wel met behulp van:

- een vermenigvuldig-*vorm* (een product):
$x \to x(x+1)$

- een optel-vorm (een som):
$x \to x^2 + x$

- een inverteer-vorm (een inverse):
$(x \to \pm\sqrt{(4x+1)}/2 - 0{,}5)^{inv}$

- een differentieer-vorm (een afgeleide):
$(x \to x^3/3 + x^2/2)'$
of
$\mathrm{d}/\mathrm{d}x\ (x^3/3 + x^2/2)$

- een primitiveer-vorm (een onbepaalde integraal met impliciet gegeven integratieconstante):
$\mathrm{Pr}(x \to 2x+1),\ 0 \to 0$
of
$\int (2x+1)\,\mathrm{d}x,\ 0 \to 0$

- een schakel-vorm (een samenstelling):
$(t \to t^2/4 - 0{,}25) \otimes (t \to 2t+1)$
of
$x \to ((2x+1)^2 - 1)/4$

- een parameter-vorm:
$\{(x, y) \mid x = t/2 - 0{,}5,\ y = t^2/4 - 0{,}25,\ t \in \mathbb{R}\}$

- een impliciete vorm (een vergelijking):
$\{(x, y) \mid x^2 - y + x = 0\}$.

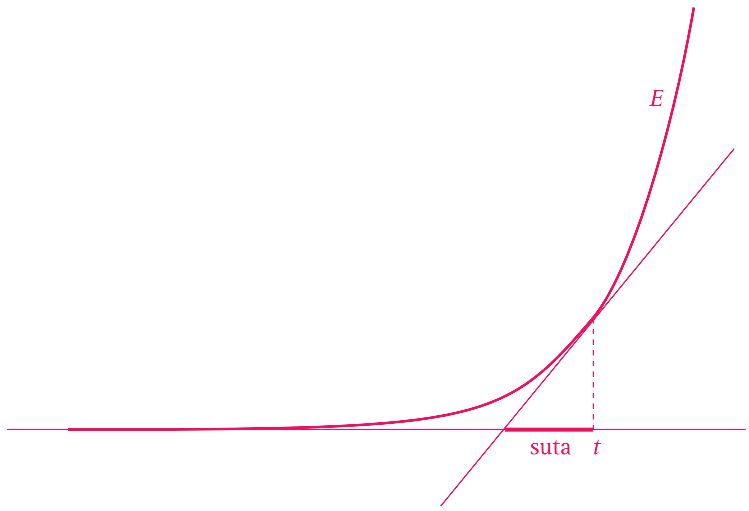
Deze beschrijvingen slaan acht keer op precies dezelfde functie. Dat betekent hier echter niet dat die ene functie ook acht verschillende eigenschappen bezit, maar alleen dat die functie in velerlei verschillende vormen te kneden (te noteren) valt.
De benamingen 'productfuncties', 'quotiëntfuncties', ..., 'expliciete functies', doelen niet op even zovele soorten functies, maar op verschillende manieren van aanduiden/opschrijven/weergeven/noteren/... van een bepaalde functie.

Voorstel

Om dit onderscheid te laten uitkomen stel ik voor om niet te spreken van product*functies*, et cetera, maar van product*vormen*, et cetera.
Hierbij gebruik ik de term 'vorm' in dezelfde zin als eerder door tal van auteurs in het allereerste algebra-hoofdstuk van hun leerboeken (Alders, Bos/Lepoeter, Bunt, Coster/Van Dop/Streefkerk, Derksen/De Laive, De Groot/De Jong, Van Thijn/Kobus, Van Thijn/Wasscher, Wansink, Wijdenes).
Vormen zijn te herleiden tot andere (gelijkwaardige) vormen, met behulp van rekenregels/herleidingsregels. Ze zijn, al naar gelang de soort zaak die er door wordt aangeduid, te onderscheiden in *getal*-vormen en *functie*-vormen. Wanneer er één of meer niet-gebonden variabelen in de vorm voorkomen, spreken we van *open vormen*.
Bij functies (in de strikte betekenis van 'paren verzamelingen met louter éénduidige beelden') gaat het om iets heel anders dan bij vormen. Je kunt niet spreken van twee 'gelijkwaardige' functies die uit elkaar te herleiden zijn, net zomin als je van twee getallen kunt zeggen dat ze gelijkwaardig zijn. Maar van functies kun je wel de eigenschappen opsporen, en er stellingen mee formuleren.

Exponentiële functies

Waarom vind ik dit onderscheid tussen functies en vormen belangrijk?
Bijvoorbeeld: omdat het erg moeilijk blijkt te zijn, in schoolboeken en andere literatuur het antwoord te vinden op de vraag wat met de aanduiding 'exponentiële functie' precies bedoeld wordt.
Wordt er bedoeld: de functiesoort met de eigenschap dat intervallen van gelijke lengte in het domein afgebeeld worden op intervallen van relatief gelijke lengte in het bereik, zoals bijvoorbeeld de kroosgroeifuncties en de C_{14}-vervalfunctie?
Of wordt er bedoeld: de symbolisch geschreven open



Een exponentiële functie E geeft voor elk domeinpunt *t* dezelfde lengte van de raaklijnprojectie: de 'subtangent' (suta) van die functie.

FIGUUR 1

machtsverheffingsvormen met een variabele in ieder geval ergens in de exponent, zoals 3^x, 3^{x^2}, $3^{\sin x}$, $3^{\ln x}$, x^x, ...?
Eeuwenlang is de laatste interpretatie vrijwel de enig voorkomende geweest, in navolging van toonaangevende auteurs als Johann Bernoulli en Euler. In de loop van de laatste honderd jaar is echter ook de eerste interpretatie (als functie in strikte zin) meer en meer in gebruik geraakt, volgens welke de functies $x \to 3^{x^2}$, $x \to 3^{\sin x}$, $x \to 3^{\ln x}$, $x \to x^x$ niet exponentieel genoemd kunnen worden. Ze bezitten immers niet de eerdergenoemde definiërende eigenschap.
Overigens is de vorm-interpretatie in veel leerboeken ook nog steeds springlevend. Zolang echter een auteur van een leerboek bij het gebruik van de benaming 'exponentiële functies' niet expliciet kiest voor de functie*soort*-kant, zal er geen enkele specifieke eigenschap van exponentiële functies geformuleerd kunnen worden - die functiesoort is dan immers in genen dele afgepaald. Verder zal er geen enkele stelling over deze functiesoort uitgesproken kunnen worden. En evenmin kan hard gemaakt dat deze functiesoort zo belangrijk is dat deze in de leerboeken voorkomt, want elke willekeurige (definiet-positieve) functie f kan geschreven worden in de vorm $x \to \mathrm{e}^{\ln f(x)}$
maar daarmee is die functie f toch niet ineens 'exponentieel' geworden?

Grondtal versus grondtal

Aansluitend bij de twee betekenissen van exponentiële functie zijn er ook twee betekenissen van de term 'grondtal'.

Zoals in een breuk*vorm* A/B een teller en een noemer zijn aan te wijzen, zo bevat een macht*vorm* $A\,\hat{}\,B$ een grondtal en een exponent.
Maar van de exponentiële *functie* $x \to 3^{2x}$ is negen het grondtal en niet drie! Dit laatste volgt uit de definitie van 'grondtal van een exponentiële functie' als zijnde de factor waarmee de functiewaarde aangroeit/afneemt bij een toename van de variabele met 1.
Deze definitie heeft overigens ook tot gevolg dat alleen exponentiële functies met een getallenstructuur als domein (zoals $\mathbb{N}$ of $\mathbb{C}$), een grondtal bezitten.
Exponentiële functies op een grootheden-domein (heel vaak: tijdsduren) zijn niet te karakteriseren met behulp van hun grondtal - dat hébben ze helemaal niet, want in een groothedenstructuur komt helemaal geen multiplicatieve eenheid voor.
Die exponentiële grootheden-functies zijn echter wel met ándere parameters van elkaar te onderscheiden. Het meest gebruikt men de relaxatie-tijd, ofwel met een wat algemenere term benoemd: de *subtangent* (de 'suta', analoog aan de 'rico') van de exponentiële functie. Dat is de - voor één bepaalde exponentiële functie E - constante lengte van het domeininterval waarop een *lineaire* groei met snelheid $E'(t)$ een aangroeiing geeft ter grootte $E(t)$, waarbij t een willekeurig domeinelement is van de functie E. In figuur 1 is die subtangent aangeduid langs de domein-as (de asymptoot van de grafiek).

Andere dubbelzinnigheden

De helderheid van bepaalde hoofdstukken in veel leerboeken zou mijns inziens sterk kunnen toenemen wanneer verder ook heel expliciet onderscheid gemaakt wordt tussen:

- logaritmische *functies* (functies die een product steeds omzetten in een som), versus logaritme-*vormen*/logaritmen: ${}^{A}\log B$ of $\log_A B$ of $\lg B$ of $\ln B$;

- machtsfuncties (die producten overvoeren in producten), versus machtsvormen/machten: A^B of $A\hat{}B$;

- wortelfuncties (die na (herhaalde) vermenigvuldiging met zichzelf overgaan in een identieke functie, op $\mathbb{R}$ of op een deel daarvan), versus wortelvormen/wortels: $\sqrt[A]{B}$ of $\sqrt{B}$;

- gehele functies (die na (herhaald) differentiëren overgaan in een constante functie; ook: die een rekenkundige rij steeds omzetten in een gegeneraliseerde rekenkundige rij), versus veeltermvormen/veeltermen;

- gebroken functies (die na vermenigvuldiging met een passende gehele functie overgaan in een gehele functie), versus gebroken vormen: A/B.

Nog andere kwesties die lijken te kunnen worden opgehelderd door het maken van onderscheid tussen benamingen die een notatie aanduiden, versus benamingen die een wiskundig begrip aanduiden, zijn bijvoorbeeld:
- Het afbakenen van de betekenis van de termen ‘breuk’, ‘deling’, ‘gebroken getal’, ‘quotiënt’, ‘rationaal getal’, ‘verhouding’, ‘kommagetal’.
- De ontmaskering van Meneer-Van-Daalen: De behoefte aan een afspraak over de voorrang bij het ontbreken van haakjes betreft *niet* de voorrang tussen de zeven bewerkingen (dat zijn *functies* van twee variabelen), maar *wel* de voorrang tussen notatie*vormen* voor bewerkingen. Zodoende kan (en zàl in de wereldwijde praktijk ook vrijwel steeds) in $a : bc$ de tekenloos genoteerde vermenigvuldiging voorrang hebben, terwijl in $a : b \cdot c$ en in $a : b \times c$ de met stip of kruis genoteerde vermenigvuldiging géén voorrang heeft.
- De problemen rond rij en reeks, waarover in de volgende paragraaf iets meer.

Problemen rond rij en reeks

Een *rij* (elke functie op domein $\mathbb{N}$) kan rekenkundig, meetkundig, harmonisch, convergent, sommeerbaar zijn. Maar zijn diezelfde condities ook toepasbaar op *‘reeksen’*? Is een meetkundige reeks wat anders dan een meetkundige rij? Een convergente reeks schijnt wèl wat anders te zijn dan een convergente rij.
Tal van auteurs introduceren de term ‘reeks’ (mijns inziens terecht) voor een bepaalde *vorm* waarin een rij (iedere rij) genoteerd kan worden, en wel die met het grote-sigma-teken als symbool voor de afbeelding van een gegeven rij op zijn partieelsommenrij, of ook die met de plustekentjes en drie puntjes op het eind:
$1,\ 1+\frac{1}{2},\ 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4},\ \ldots$
Gewoonlijk wordt daaruit echter *niet* de consequentie getrokken dat je dan niet over ‘convergente reeksen’ kunt spreken. Een notatie*vorm* kan immers nooit convergent, rekenkundig of sommeerbaar zijn!
Voor mij is het daarom steeds een grote puzzel om uit te maken wat er bedoeld wordt wanneer er sprake is van machtreeksen, taylorreeksen, fourierreeksen en dergelijke.

Tot slot

De in het begin genoemde functie $x \to -10^{2\sin x}$ is in mijn visie dus niet exponentieel.
Maar op welke plaats kan een leerling dat vinden? Als in een hoofdstuk uit een schoolboek met de titel Exponentiële Functies niet te vinden is wat dat wel en niet zijn, waar gaat zo’n hoofdstuk dan wèl over? Veelal over de rekenregels voor machtsverheffingsvormen (en eventueel logaritmenemings-vormen), maar laat de titel dan niet wat anders beloven.
De Nomenclatuurcommissie zou hier helderheid in moeten verschaffen, het begrip ‘exponentiële functie’ staat immers genoemd in de examenprogramma’s?

Over inhoud en auteur

Dit artikel is de uitgewerkte inhoud van een workshop die gehouden is tijdens het NVvW-jubileumcongres in Utrecht op 17 november 2000. Het adres van de auteur is Tournoysveld 67, 3443 ER Woerden.

KANGOEROE

Op vrijdag 22 maart 2002 vindt de eerstvolgende Kangoeroe plaats - een wiskundewedstrijd voor middelbare scholieren, die gelijktijdig in meerdere Europese landen wordt gehouden.

[Leon van den Broek]

Kangoeroe in het kort

In 2001 waren er 26 deelnemende Europese landen met in totaal 1,75 miljoen deelnemers. De wedstrijd die uit dertig vijfkeuzevragen bestaat, vindt plaats op school en duurt vijf kwartier. Er zijn drie verschillende versies van de wedstrijd: voor de klassen 1 en 2, voor de klassen 3 en 4 vbo/mavo en voor de klassen 3,4,5 havo/vwo. De wedstrijdformulieren worden centraal op het CITO te Arnhem verwerkt. Daar wordt de score van een leerling vergeleken met die van de andere deelnemers in Nederland uit dezelfde klassenlaag en hetzelfde schooltype. Alleen voor de brugklas wordt geen onderscheid gemaakt in schooltype.
Voor elke deelnemer is er een aandenken. Elke school krijgt bij de uitslag een aantal prijzen naar rato van het aantal deelnemers. Bovendien zijn er prijzen voor de landelijke winnaars.

Verandering

Tot voor kort was de dagelijkse leiding van Kangoeroe in handen van Jan Donkers (TUE). Dat heeft hij met zijn uit- en aanstekend enthousiasme gedaan. Jan heeft de Kangoeroe-wedstrijd in Nederland op poten gezet en jarenlang geïnspireerd geleid. Nu trekt ‘mister Kangoeroe’ zich geleidelijk terug en draagt hij zijn werk over aan mij. Het is voor mij een uitdaging om Jans werk voort te zetten.
Kangoeroe verhuist daarmee naar Nijmegen, naar de subfaculteit Wiskunde van de Katholieke Universiteit. Verrassend is dat niet, want Frans Keune is in Nijmegen als onderwijsdirecteur aan de KUN al langer actief op het gebied van het voortgezet onderwijs.

De opgaven

Kangoeroe is bedoeld voor alle leerlingen: het is beslist geen wedstrijd voor alleen maar bollebozen. Dat wil ook weer niet zeggen dat de opgaven eenvoudig zijn. De eerste opgaven zijn niet zo moeilijk, maar de laatste zijn dat zeker wel. De leerling begint met 30 punten. Een goed antwoord levert 3, 4 of 5 punten op, zodat hij maximaal op 150 punten kan komen. Maar: een fout antwoord kost $\frac{3}{4}$, 1 of $1\frac{1}{4}$ punt. Géén antwoord geven levert niets op, maar kost ook niets. Zodoende is de verwachtingswaarde van het aantal punten bij puur gokken 0.
En 75 minuten is niet zo veel tijd. Zelf denk ik dat het praktisch onmogelijk is om alle opgaven goed te maken. Dat is ook niet de bedoeling. Als iemand de helft goed heeft, is dat al een heel behoorlijke prestatie.
De Kangoeroe-vragen hebben allemaal iets fris, iets verrassends. De leerling heeft ze waarschijnlijk nooit eerder gezien en moet dus zelf een idee vormen over de probleemstelling. Veel leerlingen beleven plezier aan deze hersengymnastiek.
Als voorbeeld staan hiernaast drie opgaven van vorig jaar.

De baten en de kosten

Voor de leerlingen zijn de baten duidelijk: die hebben gewoon plezier aan de wiskundepuzzels. Maar dat is niet het enige. De opgaven hebben ook een 'culturele' waarde: de leerlingen moeten er anders mee omgaan dan met het normale werk op school.
Voor de school is Kangoeroe dan ook een welkome aanvulling op het dagelijkse schoolprogramma.
Eigenlijk vind ik dat een activiteit als Kangoeroe een must is voor elke school. Dit zijn de dingen waar de leerlingen thuis over doorpraten. En ... een school zal uit publicitair oogpunt blij zijn met prijswinnaars.
In het bijzonder scoort de sectie wiskunde met Kangoeroe goed bij de kinderen, ouders en collega's. Ze laat zien dat wiskunde een creatief en uitdagend vak is.
Het kost natuurlijk ook wat: per deelnemer 2,50 euro. Dit bedrag wordt voornamelijk besteed aan de verwerking van de antwoordformulieren en aan prijsjes voor de scholen en voor de landelijke winnaars.
Voor de sectie wiskunde kost het tijd om de wedstrijd op school te organiseren. Vooral bij grote deelname moet dat niet onderschat worden.

Hoe doe je mee aan Kangoeroe?

Scholen doen op allerlei manieren mee. Het enige dat echt nodig is, is wat enthousiasme. Elke school kan die manier kiezen die het beste bij haar past. Ik geef enkele suggesties wat betreft organisatie, beloning en voorbereiding:
- Wijs om te beginnen een docent wiskunde aan als Kangoeroe-contactpersoon.
- Neem Kangoeroe klassikaal af (bijvoorbeeld in de brugklas).
- Organiseer de wedstrijd (gedeeltelijk) in schooltijd, bijvoorbeeld tussen 13.00 en 14.30 uur.
- Laat de school of oudercommissie (een gedeelte) betalen.
- De leerlingen kunnen hun score (omgerekend) als proefwerk mee laten tellen.
- Loof schoolprijzen uit voor de beste leerling per leerlaag, of voor de beste brugklas.
- Verspreid de opgaven van vorig jaar onder de leerlingen. Bespreek eens een Kangoeroe-opgave van een vorig jaar in de klas.
- Wijs leerlingen op de website van Kangoeroe (*www.sci.kun.nl/math/kangoeroe*).
- Geef ruchtbaarheid aan de wedstrijd, bijvoorbeeld via het schoolblad (en prijswinnaars komen natuurlijk in de regionale pers).

Ontwikkelingen

Kangoeroe is in beweging. De Nederlandse deelname (35.000 leerlingen in 2001) is goed, maar het kan nog veel beter. Een grotere deelname betekent meer middelen. Graag willen we ook sponsors, de overheid en de media interesseren.
En we willen uitbreiden. Er zou een Kangoeroe-wedstrijd voor de hoogste groepen van de basisschool moeten komen. En ook het Vlaamse deel van België zou met de Nederlandse Kangoeroe moeten kunnen meedoen.

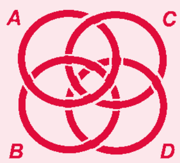
Wilt u meer weten?

In januari 2002 ontvangt elke middelbare school een brief over de aanstaande Kangoeroe-wedstrijd (met folders, posters en een aanmeldingsformulier). De wedstrijd vindt plaats op vrijdag 22 maart 2002.
Op de Kangoeroe-website vindt u onder andere het reglement, een verslag van de Kangoeroe-wedstrijd 2001 en de opgaven met antwoorden en uitwerkingen. Daar vindt u ook een aanmeldingsformulier.

Over de auteur

Leon van den Broek heeft de dagelijkse leiding van Kangoeroe. Hij is als leraar wiskunde aan de RSG Pantarijn te Wageningen gedetacheerd aan de KUN. Ook is hij actief als auteur van de Wageningse Methode en van artikelen in Euclides en Pythagoras.
Adresgegevens:
Stichting Wiskunde Kangoeroe
Subfaculteit Wiskunde, Katholieke Universiteit Nijmegen
Toernooiveld 1 6525 ED Nijmegen; e-mail: kangoeroe@sci.kun.nl
tel.: 024 3653232 (dinsdags en vrijdags)

Opgave (in alledrie de versies)
Welke ring moet je doorknippen om alle ringen los te kunnen krijgen?
A) A B) B C) C D) D E) ze zijn al los



Opgave (alleen in versie 2 en 3)
Zelfs van een dorstige kameel bestaat 84% van zijn gewicht uit water. Nadat hij zijn dorst gelest heeft, weegt hij 800 kg. Dit bestaat voor 85% uit water. Hoeveel woog hij voordat hij begon te drinken?
A) 672 kg B) 680 kg C) 715 kg D) 720 kg E) 750 kg

Opgave (in alledrie de versies)
Ik heb dozen in drie formaten: groot, standaard en klein. Ik zet 11 grote dozen op tafel. Sommige ervan laat ik leeg, in elk van de andere doe ik 8 standaarddozen. Sommige van die standaarddozen laat ik leeg, in elk van de andere doe ik 8 kleine dozen. Alle kleine dozen zijn leeg. Van alle dozen op tafel zijn er nu 102 leeg. Hoeveel dozen heb ik in totaal gebruikt?
A) 64 B) 102 C) 115 D) 118 E) kun je niet weten

PERSPECTIEVEN VOOR DE WISKUNDE IN HET HBO, VERSLAG VAN DE TWEEDE CONFERENTIE

In januari 1999 is voor het eerst een conferentie gehouden voor wiskundedocenten in het hbo. De belangstelling voor deze conferentie was groot.

[Henk Staal]

Aanleiding

De aanleiding voor het initiatief om een conferentie te beleggen was dat wiskundedocenten steeds meer rekening moeten gaan houden met de volgende ontwikkelingen:

- de invoering van andere onderwijsvormen zoals projectonderwijs en probleemgestuurd onderwijs;
- de invoering van de tweede fase voortgezet onderwijs en de veranderingen in de doorstroming mbo-hbo;
- de opkomst van computer algebra en de grafische rekenmachine;
- de opkomst van elektronische leeromgevingen zoals Blackboard en WebCT;
- de verschuiving van leerdoelen naar competenties.

Op de conferentie bleek dat allerlei knelpunten die samenhangen met deze ontwikkelingen onmogelijk lokaal door individuele docenten opgelost kunnen worden. Daarom werd na die conferentie onder auspiciën van de Nederlandse Vereniging voor Wiskundeleraren de werkgroep hbo-wiskunde opgericht. Deze werkgroep heeft de beleidsnota 'Wiskunde in het vernieuwde HBO' opgeleverd, die op dit moment in verschillende geledingen in het hbo besproken en uitgewerkt wordt. Er zijn plannen voor de oprichting van een expertisecentrum WISNET-HBO. Er wordt nog gezocht naar financiering. Intussen is ook al op verschillende opleidingen geëxperimenteerd met aanbevelingen uit de beleidsnota. Redenen genoeg om een tweede conferentie te organiseren. Die werd gehouden op 18 mei 2001 in Utrecht. De bedoeling was om nu verder te komen dan het signaleren van knelpunten. Dat is heel goed gelukt. In diverse workshops konden deelnemers kennismaken met mogelijkheden om ook in het wiskundeonderwijs aan te haken bij de hierboven geschetste ontwikkelingen. In de meeste workshops was de inbreng van de workshopleider gebaseerd op praktijkervaringen die inmiddels zijn opgedaan. De organisatoren zijn er ook in geslaagd om alle sectoren van het hbo waar wiskunde of statistiek tot de leerstof behoort, in de workshops aan de orde te laten komen.

Aansluiting

Rond dit thema waren er twee workshops, die zich richtten op het Hoger Technisch Onderwijs. Onder leiding van Roel van Asselt, directeur van het Landelijk Informatiecentrum VO-HBO, werd het beleid van dit informatiecentrum toegelicht. Uitgangspunt is dat de technische opleidingen zowel met het profiel Natuur en Gezondheid als het profiel Natuur en Techniek uit de voeten kunnen en dat in samenhang daarmee verschillende typen ingenieurs worden opgeleid. Dat vereist aanpassing van de technische opleidingen. Besproken werd verder hoe dit op diverse opleidingen vorm begint te krijgen en hoe dit beleid regionaal vervolgd kan worden.

FOTOGRAFIE JAN GRASMEIJER

Jacob Hop, werkzaam in het MBO, besprak in zijn workshop de veranderingen in het doorstroom-programma als gevolg van het TWIN-project. Tevens kwam als voorbeeld aan de orde de overeenkomst die ROC's en Hogescholen in de regio Noord-Oost hebben gesloten over de doorstroming.
Marian Kollenveld (voorzitter NVvW) gaf bij de opening van de conferentie een beeld van de ontwikkelingen in de Tweede fase van het voortgezet onderwijs.

Projectonderwijs en competenties

Wiskundige competentie wordt wel beschreven als het vermogen om bij problemen met wiskundige aspecten een adequate keuze te doen voor de inzet en toepassing van wiskundige kennis en hulpmiddelen. Maar hoe leer je dat? Organiseer je aparte wiskunde-cursussen of komt wiskunde aan bod op het moment dat dat voor het uitvoeren van een project of de behandeling van een thema belangrijk is? In de workshops 'Competenties in de wiskunde' van Bert Zwaneveld en 'Projectonderwijs en wiskunde' van Peter van der Velde werd op dit probleem ingegaan. De geïntegreerde aanpak heeft niet de voorkeur van de deelnemers. De belangrijkste argumenten hiervoor waren:
- de samenhang tussen wiskundige begrippen, methoden en onderdelen gaat helemaal verloren (die is overigens in de aparte aanpak ook al niet erg groot);
- het wiskundige werk in de geïntegreerde aanpak is bij studenten de sluitpost van hun activiteiten;
- voor de geïntegreerde aanpak is enige ervaring in het werken met wiskundige modellen een vereiste; hiermee wordt bedoeld: zelf een (eenvoudig) model opstellen, c.q. bewerken, dan wel er ook echt mee aan de slag gaan; dergelijke (basale) voorkennis ontbreekt.

Bert Zwaneveld is zelf tot de conclusie gekomen dat een aanpak waarbij wiskunde weliswaar apart wordt gegeven, maar waarbij expliciet aandacht wordt besteed aan het (leren) toepassen van wiskunde, het beste werkt.

Een beproefd voorbeeld van integratie van wiskunde bij een ander vak werd gedemonstreerd door Peter Menger van de TH Rijswijk. Op de TH Rijswijk is Maple het standaard algebraprogramma. Bij het vak mechanica van de opleiding Technische Natuurkunde wordt dit uitgebuit. De wiskunde krijgt bij mechanica een minder dominante rol. De aandacht verschuift naar het opstellen van vergelijkingen en het controleren van de uitkomsten. Het grote voordeel van het werken met Maple bij het vak mechanica is dat het zich uitstekend leent om de Systematische Probleemaanpak (SPA) van begin tot eind grondig toe te passen, omdat tijdrovend rekenwerk en gemanipuleer met formules door Maple wordt overgenomen. De aandacht is meer gericht op de hoofdzaken die spelen rond een natuurkundig probleem, zoals (1) het analyseren van de probleem-

stelling die moet uitmonden in een stelsel van vergelijkingen; (2) het controleren van de uitkomsten (daar is tijd voor vrij gekomen); (3) het numeriek doorrekenen van meerdere situaties inclusief het genereren van grafieken en (4) tenslotte kunnen meer complexe en daardoor interessantere probleemstellingen doorgerekend worden.
Studenten vinden het aantrekkelijk om met een programma als Maple te werken. Het kost echter moeite om de systematische aanpak die SPA, zeker in combinatie met Maple, afdwingt, zich eigen te maken. Tegelijk met de invoering van deze vernieuwingen is een website gemaakt die de lessen ondersteunt. De website wordt voornamelijk gebruikt voor de communicatie tussen docent en studenten. De website is ontwikkeld vóór de introductie van de elektronische leeromgeving Blackboard. In het volgende cursusjaar zal het vak mechanica geïntegreerd zijn in het vak Natuur en Techniek. Hierbij zal gebruik gemaakt worden van Blackboard.
De mogelijkheden van Blackboard en WebCT werden verder uitgediept in de workshop ‘Virtual classrooms’ van Alfons Kokhuis.

Bij een geïntegreerde aanpak hoort ook een andere manier van toetsen. Fred Bosman behandelde dit thema in de workshop ‘Competentiegericht toetsen’. In deze workshop speelden de ervaringen die in het voortgezet onderwijs en in het MBO inmiddels zijn opgedaan met het examendossier een belangrijke rol.

Klaas-Jan Wieringa liet zien hoe bij de opleiding Bedrijfswiskunde van de Noordelijke Hogeschool Leeuwarden competenties zijn uitgewerkt. Ze spelen een rol bij de hele opleiding. In het eerste jaar komt dat al tot uiting bij oriëntatie op algemene vaardigheden, case-study en beroepsoriëntatie. Aan de hand van praktische voorbeelden werd de ontwikkeling van competenties en de manier van toetsen gedemonstreerd
(zie *http://www.ond.nhl/~wieringk/wieringk.html*).

Statistiek en economisch hoger onderwijs

Bij het moderniseren van het statistiekonderwijs speelt de computer een belangrijke rol. Theo van Pelt liet zien welke voordelen het inzetten van Excel heeft. Studenten hoeven zich niet te verdiepen in een speciaal statistiekpakket en veel studenten zijn al vertrouwd met Excel. Excel is bovendien een pakket dat in het bedrijfsleven veel gebruikt wordt. Theo van Pelt is bezig een boek te schrijven dat onder de titel ‘Statistiek voor technici met behulp van Excel’ zal verschijnen bij Academic Service.
In de workshop van Jaap Klouwen en Henny Vosbergen speelde Excel ook een belangrijk rol, maar nu voor het hoger economisch onderwijs voor het onderwerp ‘Kostprijs door middel van regressie’. De studenten kunnen de gehele onderwijseenheid rond dit onderwerp volgen via het internet met behulp van WebCT (zie *http://heswebct.hesasd.nl*).
Thomas Cool is de auteur van ‘The Economics Pack, applications of Mathematica’. Samen met Annette Lok demonstreerde hij de mogelijkheden van Mathematica bij het onderwerp differentievergelijkingen voor economen. Annette Lok heeft ervaring opgedaan met de eerstejaars studenten economie aan de Universiteit van Amsterdam. In een aparte workshop ging Thomas Cool in op een nieuwe benadering van risicoanalyse in de economie (zie hiervoor ook *http://www.dataweb.nl/~cool*; klik door naar ‘Proper definitions for uncertainty and risk’).
In de workshop ‘Statistiek met ActivStats’ ging Dirk Tempelaar in op de verschillende kenmerken van de elektronische leeromgeving ActivStats. ActivStats is gebaseerd op moderne didactische inzichten: de actief lerende student, aandacht voor concepten in plaats van eenzijdige aandacht voor technieken. Er wordt gebruik gemaakt van realistische voorbeelden en opgaven, liefst met echte data, die door de studenten zelf verzameld kunnen worden. In ActivStats zijn een tekstboek, een simulatie- en illustratietool, videofragmenten uit de bekende ‘Against all Odds’ serie, interactieve oefenvraagstukken, huiswerkopdrachten, projecten, en een rekenprogramma ondergebracht in één elektronische leeromgeving. Tijdens de workshop zijn de verschillende componenten en hun onderlinge relatie toegelicht. En is gediscussieerd over de bruikbaarheid ervan in een Nederlandse context. Bij dat laatste kan de kanttekening geplaatst worden, dat ActivStats zelf waarschijnlijk weinig taalbarrières bevat voor Nederlandse studenten, maar dat de aansluiting bij een Nederlandstalig tekstboek wellicht problematischer kan zijn.

Toepassen van wiskunde en computeralgebra

Er zijn twee nieuwe wiskundemethoden verschenen (bij Academic Service) die als kenmerk hebben het werken met wiskundige modellen bij het toepassen van wiskunde en geïntegreerd gebruik van computeralgebra.
‘Wiskunde door middel van Derive’ van Peter van der Velden is een grondige herziening van een eerdere uitgave onder dezelfde titel. In zijn workshop liet Peter zien hoe Derive didactisch benut kan worden bij het leren van wiskundige concepten en hoe met behulp van Derive gewerkt kan worden met voorbeelden uit de praktijk.
Een andere workshop was gewijd aan ‘Toegepaste wiskunde voor hoger onderwijs met behulp van Maple’ van Henk Staal, Anneke Grünefeld en Peer van de Sanden. Een proefversie van deze methode is onder andere gebruikt door Henk Caminada bij de opleiding elektrotechniek van Hogeschool Alkmaar. Een belangrijk onderdeel van deze methode is een CD met interactieve Maple worksheets. Henk Caminada deed verslag van zijn ervaringen.
Als aanvulling op Maple en Derive kan Matlab een belangrijke rol spelen. Paul Wolkenfelt liet met een voorbeeld zien wat de betekenis kan zijn van Matlab bij het hele proces van modelvorming, analyse, numeriek oplossen en beoordelen van de resultaten.

De grafische rekenmachine

De grafische rekenmachine wordt tegenwoordig gebruikt (tot op het eindexamen) in de tweede fase voortgezet onderwijs en in het MTO. In het MTO heeft Henk van der Kooij in het TWIN-project veel didactische ervaring opgedaan met de grafische rekenmachine en Alex Lobrecht gebruikt de TI89 bij de opleiding Telematica van de Hogeschool van Utrecht. De TI89 is een grafische rekenmachine die ook de mogelijkheid van computeralgebra heeft. In een workshop werd bediscussieerd wat de consequenties zijn van het gebruik van deze machines. Toekomstige hbo-studenten beschikken over minder algebraïsche vaardigheden maar meer vaardigheid in probleem-aanpak. Hoe sluit je daar op aan in het hbo?

er wordt in het hbo veel ontwikkeld

Hans Daale liet de mogelijke gevolgen zien van de invoering van bachelor-master structuur. In deze workshop is aandacht besteed aan een aantal mogelijk belangrijke ontwikkelingen binnen het hoger onderwijs, dus zowel het hbo als het wo. Daarbij wordt voorzien dat de leerlingenstromen wel eens anders zullen gaan lopen, mede als gevolg van zaken als de veranderende doorstroom van mbo naar hbo, de invoering van de bachelor- en master-structuur en de profilering in het havo en vwo.

Dat heeft natuurlijk gevolgen voor alle aansluit-momenten en de eventuele eisen die door vervolg-opleidingen in het hbo en wo worden gesteld aan de instromende leerling uit het havo, vwo en mbo. Aangezien wiskunde wel altijd op een of andere manier is ingebed in het doorstroomprogramma c.q. als een belangrijk gegeven voor de slaagkans in een vervolgstudie wordt gezien, is het goed om deze nieuwe leerlingenstromen te onderkennen. Het is niet zo dat nu al exact is aan te geven welke ontwikkelingen het meest dominant zijn en hoe hogescholen en universiteiten daarop zullen reageren. Iedereen die zich binnen die instituten bezighouden met strategie en beleid, breekt zich het hoofd over wat de beste tactiek kan zijn, laat staan dat de docenten op de werkvloer weten en beseffen hoe het onderwijs over een aantal jaren zal zijn ingericht...

Uitgevers

Bij het realiseren van geïntegreerd gebruik van computer en grafische rekenmachine spelen uitgevers een belangrijke rol. Er is veel gratis materiaal op internet, maar dat past meestal niet zonder meer in een opleiding en de kwaliteit laat vaak te wensen over. Voor uitgevers is het lastig om elektronisch materiaal van goede kwaliteit te verspreiden en de ontwikkel-kosten terug te verdienen. Ruud Veen, directeur van uitgeverij Lemma, ging in zijn workshop in op deze problematiek.

Visie

Het gebruik van ICT-middelen bij productieprocessen en dienstverlening vraagt van haar gebruikers een wiskundige geschoolheid die anders is dan de traditionele. Wiskundige algoritmes en technieken worden door de apparaten en systemen vlekkeloos uitgevoerd, de gebruiker komt er niet meer mee in aanraking. Maar om die apparaten en systemen doelmatig te kunnen inzetten is een zeker inzicht in de werking ervan onmisbaar. Dit wordt ook wel omschreven als Mathematical Literacy. Henk van der Kooij zette uiteen welke verschuiving dit zou kunnen inhouden voor het wiskundeonderwijs.

Toekomst

De verrassing van deze conferentie was dat gebleken is dat er in het hbo veel ontwikkeld wordt op het gebied van het wiskundeonderwijs. De verworvenheden van experimenten die in de workshops aan de orde kwamen kunnen een belangrijke betekenis hebben voor andere opleidingen. Het project WISNET-HBO beoogt de samenwerking en uitwisseling tussen wiskunde docenten na deze conferentie te continueren. Het is de bedoeling te komen tot een kennisgemeenschap die de vernieuwing van het wiskundeonderwijs in het hbo ondersteund en faciliteert. André Heck schetste de beoogde opzet in een workshop. Metha Kamminga, de enthousiaste en energieke projectleider van WISNET-HBO, ging bij de afsluiting van de conferentie ook in op de financiële aspecten van het project.

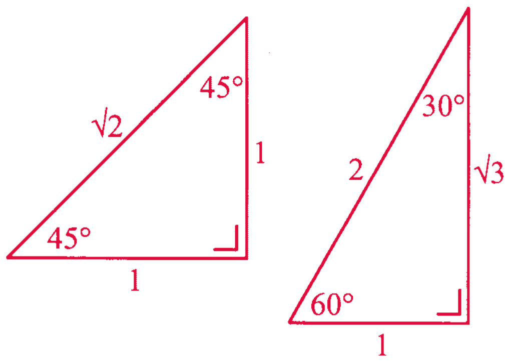
Het laatste nieuws is echter dat de projectaanvraag afgewezen is en dat er voorlopig nog niet gestart wordt met WISNET-HBO. Gezocht wordt nog naar andere subsidiebronnen.

Over de auteur

Henk Staal (e-mail: h.j.p.staal@efa.nl) werkt bij de Educatieve Faculteit Amsterdam en bij het Algemeen Pedagogisch Studiecentrum. Hij begeleidt zowel in het voortgezet onderwijs als in het hoger beroepsonderwijs projecten die beogen ervaring op te doen met het gebruik van digitale hulpmiddelen bij het wiskundeonderwijs. Hij is medeauteur van de zojuist bij Academic Service verschenen methode 'Toegepaste wiskunde voor hoger onderwijs met behulp van Maple'.

TEKENDRIEHOEKEN

[Frans Vriesendorp]



FIGUUR 1

In figuur 1 staan de twee bekende tekendriehoeken waarvan de zijden zich verhouden als $1 : 1 : \sqrt{2}$ en $1 : \sqrt{3} : 2$.
Er is een andere 'tekendriehoek' met minder bekende verhoudingen. Deze driehoek heeft hoeken van 15° en 75°.
Van de 'tekendriehoek' met hoeken van 15° en 75° zijn in figuur 2 drie mogelijkheden getekend, ieder apart, en daaronder samengevoegd in één figuur.
Tot voor kort kende ik voor de bijbehorende verhoudingen alleen een bewijs met gonioformules. Bijvoorbeeld:

$$\sin(45° + 30°) = \sin 45° \cos 30° + \cos 45° \sin 30° =$$

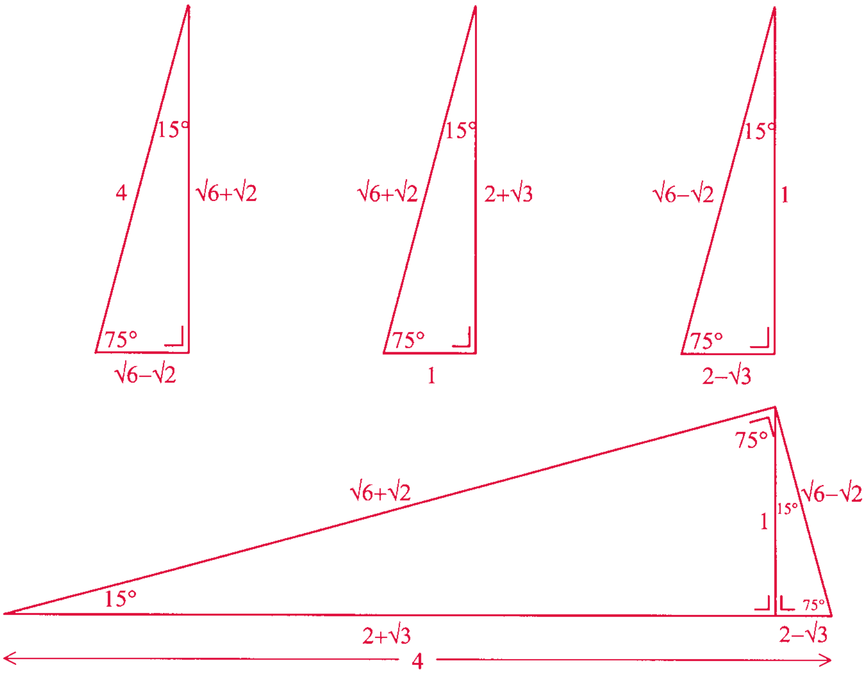
$$\tfrac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \tfrac{1}{2}\sqrt{3} + \tfrac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \tfrac{1}{2} = \tfrac{1}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

Maar onlangs bleek mij dat er ook een meetkundige afleiding bestaat.
In figuur 3 zijn zes figuren getekend waarin alleen de schuine zijde met lengte 4 is gegeven.

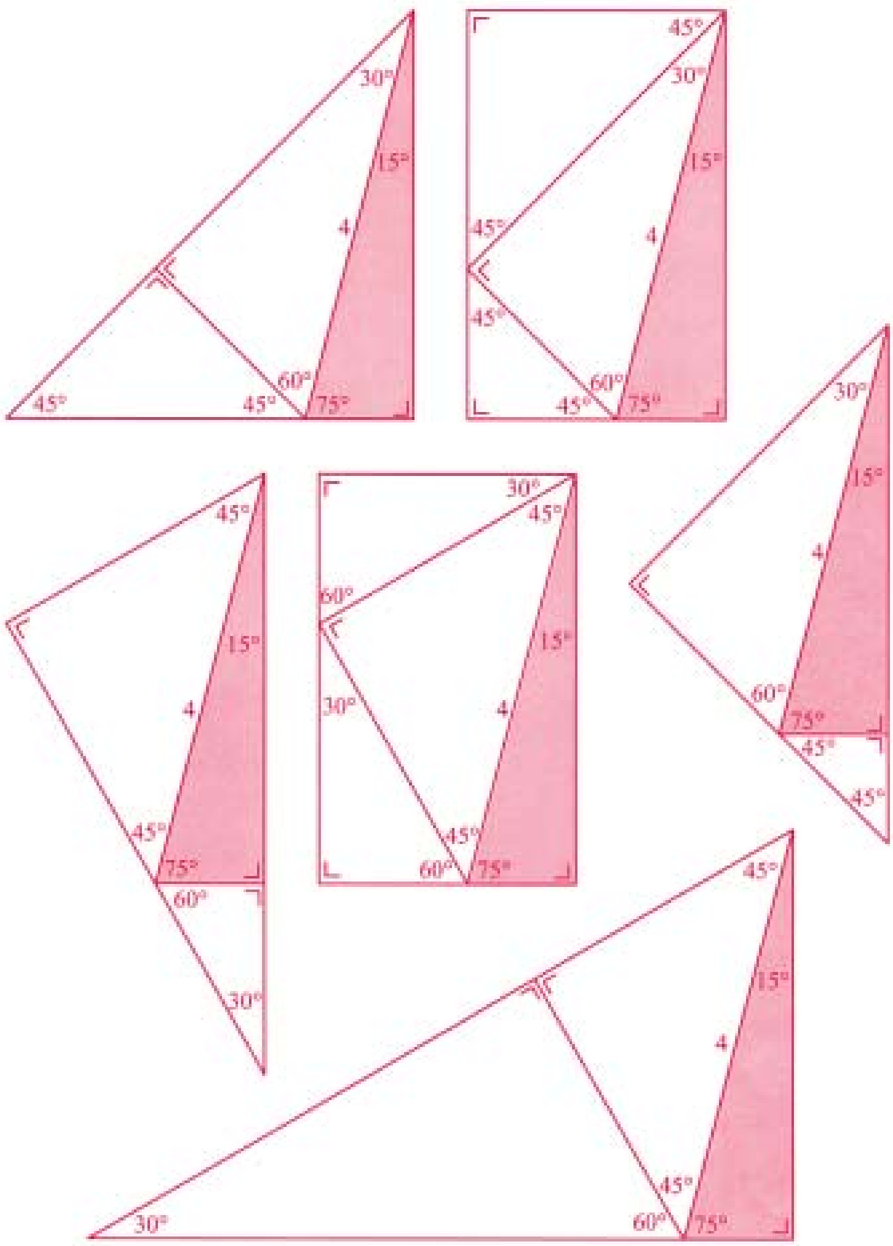
Kies één van deze zes figuren en bereken, met de verhoudingen $1 : 1 : \sqrt{2}$ en $1 : \sqrt{3} : 2$, de lengten van alle overige lijnstukken en daarmee de lengten $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ en $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ van de beide rechthoekszijden van de rechthoekige driehoek met hoeken van 15º en 75º.
Ik heb geen keus willen maken uit deze zes mogelijkheden omdat ze alle zes zo'n bijzonder aardige oefening zijn in het rekenen met verhoudingen en het rekenen met wortels.

Over de auteur

Frans M. Vriesendorp (e-mail: dina.frvr@planet.nl) is wiskundedocent aan het Anna van Rijn College te Nieuwegein.



15°
4
√6+√2
75°
√6−√2
15°
√6+√2
2+√3
75°
1
15°
√6−√2
1
75°
2−√3
75°
√6+√2
15°
√6−√2
1
15°
75°
2+√3
2−√3
4



30°
15°
4
45°
45°
60°
75°
45°
30°
15°
45°
4
45°
60°
45°
75°
30°
15°
4
60°
75°
45°
45°
45°
15°
4
45°
75°
60°
30°
30°
45°
60°
15°
30°
4
45°
60°
75°
45°
15°
4
45°
30°
60°
75°

Minstens zeven treffers [Rob Bosch]

Binnen een ring, verdeeld in 14 sectoren die afwisselend wit en zwart gekleurd zijn, past een schijf die ook in 14 sectoren is verdeeld (zie figuur 1). Ik nodig de lezer uit het volgende spel te spelen. U kleurt de sectoren van de schijf ook wit en zwart, helemaal naar eigen inzicht (er hoeven niet evenveel sectoren wit als zwart te zijn), en ik pas vervolgens de schijf zó binnen de ring, dat er zoveel mogelijk *treffers* optreden: sectoren waarin ring en schijf dezelfde kleur hebben. Ik heb gewonnen als ik minstens 7 treffers scoor; u wint als me dat niet lukt.

Even een kleine verkenning: als u alle sectoren wit zou kleuren, zijn er altijd precies 7 treffers, hoe ik de schijf ook binnen de ring pas, dus dan win ik. Hetzelfde geldt wanneer u alle sectoren zwart kleurt. Kleurt u ze afwisselend wit en zwart, dan kan ik zelfs 14 treffers scoren. In figuur 2 zien we een kleuring van de schijf met vijf treffers (links), maar door diezelfde schijf één slag linksom te draaien (rechts) kan ik negen treffers bereiken, en zo alsnog de winst binnenhalen.
Het valt blijkbaar niet mee de schijf zo te kleuren, dat ik niet winnen kan. Hier moet u even met lezen ophouden, en zelf proberen een kleuring van de schijf te vinden waarbij ik gegarandeerd verlies.

U heeft inmiddels verder gelezen, al dan niet na een aantal vruchteloze pogingen. Want vruchteloos zijn ze ongetwijfeld geweest: zo'n kleuring bestaat namelijk niet, en het bewijs daarvan is een mooie toepassing van het laadjesprincipe. We doen het maar gelijk iets algemener, niet met 14, maar met $2n$ sectoren (in ons voorbeeld was n dus 7).
Gegeven zijn een ring en een schijf die binnen de ring past. Allebei zijn ze verdeeld in 2n sectoren. Van de ring zijn n sectoren wit, en n sectoren zwart gekleurd. (De sectoren van de ring hoeven zelfs niet afwisselend wit en zwart gekleurd te zijn, als er maar evenveel witte als zwarte sectoren zijn).
Bewering: *Bij elke zwart-witkleuring kan men de schijf zó binnen de ring plaatsen dat er minstens n treffers optreden.*
Bewijs: Laat een willekeurige kleuring van de schijf gegeven zijn. We kunnen de schijf op precies $2n$ manieren binnen de ring passen. Bij elk van die posities tellen we het aantal treffers. Stel dat die aantallen gelijk zijn aan $a_1, a_2, \ldots, a_{2n}$. Bewering:

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_{2n} = 2n^2$$

Als we dit kunnen bewijzen, zijn we klaar, want dan staat hier een som van $2n$ termen met uitkomst $2n^2 = 2n \times n$. Niet alle termen kunnen kleiner zijn dan n, want dan zou de uitkomst kleiner zijn dan $2n^2$, en dus is minstens één van de a_i groter dan of gelijk aan n.
Hoe bewijzen we de laatste bewering? Door het totale aantal treffers op een andere manier te tellen. Stel dat de schijf z zwarte en w witte sectoren heeft, met $z + w = 2n$. Neem nu een van de zwarte sectoren van de ring in het oog. Als we de schijf op alle $2n$ mogelijke manieren binnen de ring passen, treedt er bij deze ene zwarte ringsector precies z maal een treffer op, want de schijf heeft z zwarte sectoren. Dit geldt voor elke zwarte sector van de ring, en evenzo levert elke witte sector van de ring w treffers op. In totaal treden er dus bij alle $2n$ posities van de schijf $nz + nw = n(z + w) = n \times 2n = 2n^2$ treffers op, zoals we aan wilden tonen.
Tot slot nog een studieopgave voor de lezer: is er een soortgelijk resultaat af te leiden voor het geval dat het aantal sectoren *oneven* is? En wat valt er over het algemene geval te zeggen, waarbij de ring in j witte en k zwarte sectoren verdeeld is?

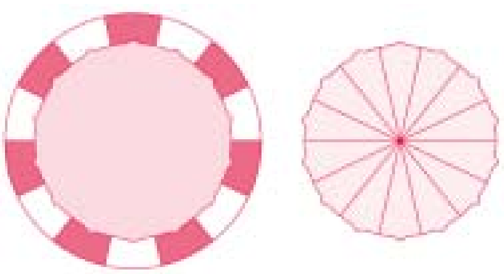
Literatuur

Daniel Cohen, Basic Techniques of Combinatorial Theory, Wiley, New York (1978)

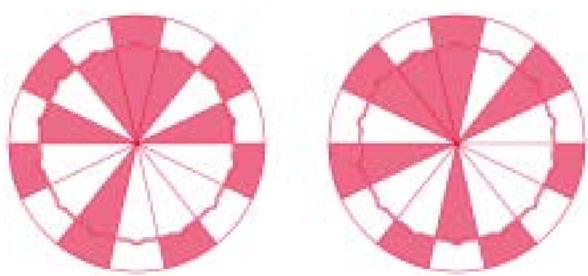
Over de auteur

Rob Bosch (e-mail: r.bosch2@mindef.nl) is na zijn doctoraal wiskunde 13 jaar werkzaam geweest als wiskundeleraar in het middelbaar onderwijs. Sinds 1987 is hij als docent verbonden aan de Koninklijke Militaire Academie te Breda. Zijn belangstelling gaat o.a. uit naar de sociale keuzetheorie op welk gebied hij aan de Katholieke Universiteit Brabant onderzoek verricht.

FIGUUR 1 Ring en schijf



FIGUUR 2 Links vijf treffers, maar na draaiing van de schijf (rechts) zijn het er negen



Aankondiging / Tweede Conferentie 'ICT in het wiskundeonderwijs'

In april 2001 organiseerden het Freudenthal Instituut en APS-wiskunde een conferentie over het gebruik van informatie- en communicatietechnologie (ICT) in het wiskundeonderwijs. Hiervoor was veel belangstelling en de evaluatie van de deelnemers was zeer positief. Daarom zal op donderdag 25 april 2002 als vervolg de tweede conferentie 'ICT in het wiskundeonderwijs' plaatsvinden.

Op deze conferentie staat het directe gebruik van ICT in de wiskundeles centraal. In parallelsessies zullen voorbeelden worden getoond van diverse mogelijkheden van ICT-gebruik. Ook kunnen ervaringen worden uitgewisseld over de vele initiatieven die op dit gebied al op verschillende scholen plaatsvinden. Hierdoor kunt u zich een beeld vormen van de kracht en van de gevaren van de inzet van technologie in uw wiskundelessen.
In computerlokalen kunt u zelf aan de slag met software en andere ICT-toepassingen die tijdens parallelsessies worden getoond en genoemd.

Meer informatie over deze conferentie kunt u in de loop van het schooljaar 2001-2002 vernemen via *Euclides*, de *Nieuwe Wiskrant*, WiskundE-brief en de januari-mailing van APS-wiskunde.

Datum en locatie
Donderdag 25 april 2002 op het APS in Utrecht, van 9.30 tot 16.15 uur.

Doelgroep en kosten
Maximaal 150 docenten wiskunde voortgezet onderwijs, met interesse in en/of affiniteit met ICT.
De prijs van de conferentie is € 260,- per persoon inclusief materiaal en lunch.

Meer informatie
Voor informatie en inschrijving: Yolanda Velo, APS-wiskunde, tel 030-2856722.
In de loop van het najaar wordt een website ter voorbereiding van de conferentie geopend.

Notulen van de Algemene vergadering van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op zaterdag 18 november 2000 in het Educatorium van de Universiteit van Utrecht

[Wim Kuipers]

Congres
De jaarvergadering vindt dit jaar plaats als onderdeel van het lustrumcongres.
De Vereniging bestaat 75 jaar en dat feit is de moeite waard om op een bepaalde wijze bij stil te staan. In een congres van twee dagen geven we in een uitgebreide en feestelijke vergadering aandacht aan een aantal aspecten van het wiskundeonderwijs.
Het congres heeft als thema: Wiskunde over de grenzen. Het gaat dan over wiskunde over de landsgrenzen, over de vakgrenzen en over de tijdsgrenzen. Binnen diverse workshops worden deze aspecten nader uitgewerkt.
Prof. dr. Jan de Lange geeft ons in zijn lezing inzicht in het wiskundeonderwijs over de grenzen door de plaats van het wiskundeonderwijs in ons land te traceren binnen het TIMMS-onderzoek. In parallellezingen laat dr. Ed de Moor hoogte- en diepte-punten zien van het meetkunde-onderwijs in Nederland in de twintigste eeuw en geeft prof. dr. Jelke Bethlehem een uitgebreide toelichting op de resultaten van ‘de Nationale Doorsnee’.
Op de eerste dag van het congres heet de voorzitter minister F. Hermans welkom.
De minister gaat na zijn toespraak nog enige ogenblikken met de zaal in discussie waarbij de werk-belasting van docenten en leerlingen niet onbesproken blijft.
De voorzitster overhandigt de minister het eerste exemplaar van het jubileumboek.
Het bestuur nam het initiatief tot de uitgave van dit boek om een schets te geven van de ontwikkelingen van het wiskundeonderwijs over de afgelopen honderd jaar.
De doe- en activiteitenmarkt voorziet elk jaar in een behoefte. Tijdens dit congres was het mogelijk om zelf inventief bezig te zijn met allerlei soort materialen.
De traditionele studie dag heeft in het congres een uitgebreide vertolking gekregen.
Twee dagen van ontmoeting en uitwisseling van ervaring.
Bij het naar huis gaan krijgt een ieder nog een presentje in de vorm van een poster, inclusief toelichting, met de afbeelding van de Boom van Pythagoras, welwillend ter beschikking gesteld door dr. A.E. Bosman.

Jaarvergadering
Op zaterdag 18 november houdt de voorzitster haar feestrede (zie Euclides jaargang 76, nr. 4).
De jaarvergadering krijgt temidden van de vele activiteiten bescheiden aandacht.

Verslagen
De notulen van de jaarvergadering 1999 worden onveranderd vastgesteld. Niemand maakt gebruik van de gelegenheid om toelichting te vragen.

De penningmeester geeft vooraf een toelichting op de financiële stukken. Geen van de aanwezigen heeft een vraag. De kascommissie, bestaande uit de heren W. van den Berg en C. Garst, heeft de boeken gecontroleerd en kan hier positief over rapporteren. De voorzitter vraagt de vergadering om de penningmeester te dechargeren. De vergadering onderstreept dit door applaus.

Bestuursverkiezing
De bestuursleden S. Garst, M. Kollenveld en W. Kuipers worden herbenoemd.

Jaar-vergadering geslaagd in opzet en uitvoering

Door het aftreden van mevrouw A. Aukema-Schepel, die zich niet herkiesbaar stelt, benoemt de vergadering in haar plaats mevrouw L. de Schutter, docent aan het Mendelcollege te Haarlem.
De voorzitster spreekt Agneta Aukema toe en zegt haar veel dank voor de jarenlange bestuurs-deelname. Wie kent Agneta niet, gedreven en met een hart voor het wiskundeonderwijs, en wie heeft niet met haar te maken gehad. Een bestuur zonder Agneta kan men zich nauwelijks voorstellen.

Rondvraag en sluiting
Van de rondvraag maakt niemand gebruik zodat de voorzitster de vergadering kan afsluiten.

Samenvattend: Congres en jaar-vergadering blijven bij velen in de herinnering als geslaagd in opzet en uitvoering.

Verslag van het verenigingsjaar 1 augustus 2000 - 31 juli 2001

[Wim Kuipers]

Bestuur

Het bestuur was dit jaar als volgt samengesteld:
mevr. drs. M.P. Kollenveld (voorzitter), W. Kuipers (secretaris), drs. S. Garst (penningmeester).

Overige leden:
J. Hop, mevr. drs. M. Kamminga, drs. P.G.M. Kop, mevr. drs. M.A. Lambriex, S.H. Schaafsma, mevr. L. de Schutter, mevr. drs. H.B. Verhage.

Algemeen

In dit verslagjaar heeft het bestuur aandacht kunnen besteden aan het 75-jarig bestaan van de Vereniging. Een feestelijk congres bracht veel leden voor twee dagen bij elkaar om samen na te denken over een aantal aspecten van het wiskundeonderwijs (zie verder de paragraaf Jaarvergadering).
Ook in dit verenigingsjaar werden de ontwikkelingen in de eerste en tweede fase nauwlettend gevolgd. Studielast, werkdruk en de zorg voor de inhoud van het onderwijs kregen voortdurend een plaats op de bestuursagenda en vroegen om overleg met overheidsinstanties en onderwijsinstellingen.
Informatie over allerlei activiteiten waren (en zijn) regelmatig te lezen op de website.

Jaarvergadering

De jaarvergadering is dit jaar een onderdeel van het lustrumcongres, een feestelijke studiedag gehouden in het Educatorium van de Universiteit van Utrecht, dit in afwijking van ons vertrouwde adres in Bilthoven.
Een groot aantal docenten heeft elkaar twee dagen ontmoet en met elkaar nagedacht over diverse thema's rond het centrale thema: Wiskunde over de grenzen.
Ook dit jaar sluiten de onderwerpen aan bij de praktijk van het lesgeven waarbij de doe-markt de gelegenheid biedt om te experimenteren met materiaal.
De minister van onderwijs neemt de feestrede voor zijn rekening.
Docenten krijgen in elk geval te horen dat scholen de ruimte krijgen om een eigen invulling te geven aan de inhoud en organisatie van het onderwijs. In een korte discussie met de minister hebben enkele docenten nogmaals duidelijk gemaakt dat de studielast en werkdruk sterk is toegenomen in de tweede fase.
De voorzitster biedt de minister het jubileumboek 'Honderd jaar wiskundeonderwijs' aan. De uitgave van het boek is een initiatief van het bestuur. Met het boek wil het bestuur een breed lezerspubliek bereiken: leraren, ouders van leerlingen, oud-leerlingen, onderwijskundigen en didactici. Het bestuur is erg dankbaar dat velen zich hebben ingespannen om mee te werken aan de samenstelling van dit boek.
Samenvattend: de congrescommissie, bestaande uit bestuursleden en collega's van de hogescholen, is er in geslaagd om een feestelijk congres te organiseren. Tevreden reacties op het initiatief hebben het bestuur goed gedaan.

Nationale Doorsnee

Het bestuur nam het initiatief tot het opzetten van het lustrumproject De Nationale Doorsnee. De uitvoering werd in handen gelegd van een projectgroep, in samenwerking met APS-wiskunde, Centraal Bureau voor de Statistiek, Freudenthal instituut en de Stichting WeTen, maar zeker in het bijzonder in de persoon van de projectleider Philip van Schaik.
Het project beoogde een groot aantal leerlingen uit de brugklas en het tweede leerjaar te betrekken bij statistiek. Met als centrale vraag: 'Wie is de gemiddelde leerling van Nederland.'
Om het onderzoek dicht bij de leerling te brengen is er voor gekozen om een onderzoek te doen naar zichzelf en naar leeftijdgenoten. Veel leerlingen hebben meegedaan en ervaren dat wiskunde ergens mee te maken heeft.
De opgeleverde en beschikbare data geven docenten de gelegenheid om hun lessen statistiek inhoud te geven. Daarnaast maakt een lespakket, samengesteld door het APS en het CBS, gebruik in de klas direct mogelijk.
Tijdens het congres heeft prof. dr. Jelke Bethlehem een uitgebreide toelichting gegeven op de verkregen informatie.
Het bestuur is de ondersteunende organisaties dankbaar dat ze op deze wijze de wiskunde onder de aandacht van velen heeft gebracht. Goed voor het beeld van de wiskunde.

Havo/vwo

De havo/vwo werkgroep bestaat uit docenten die het bestuur dienen met producten van bezinning op onderwerpen die actueel zijn en waarvoor het bestuur zich verantwoordelijk weet om initiatieven te nemen tot verbetering en ontwikkeling van het onderwijs. De werkgroep bezint zich op de plaats van de grafische rekenmachine en de computeralgebra. Fundamentele veranderingen die een goede doordenking vragen.
Het bestuur heeft zorgen over de werkdruk die is toegenomen. Over de beschikbare contacttijd heeft het bestuur een brief opgesteld welke door veel collega's onder de aandacht van hun directie is gebracht. In de ene school kan een leerling veel meer tijd aan de wiskunde besteden dan in een andere school. Leerlingen lopen het risico om onvoorbereid op het examen te komen. Samen met andere vakorganisaties heeft het bestuur het initiatief genomen om dit onderwerp

door middel van brieven en gesprekken onder de aandacht te brengen van de staatssecretaris, de leden van de Vaste Kamercommissie, de inspectie en de schoolleiders.

Vmbo

Binnen het vmbo staat er een groot aantal veranderingen aan te komen. De vmbo-werkgroep heeft de evaluatie van de inspectie met betrekking tot de basisvorming geëvalueerd. Het bestuur wijst op de mogelijkheid dat wellicht teveel leerlingen het risico lopen om wiskunde te vroeg te laten vallen. Een te snelle afsluiting zou later voor een eventuele vervolgopleiding gevolgen kunnen hebben.
Het bestuur is van mening dat verantwoordelijke instanties zich dienen in te spannen om materialen te ontwikkelen die het mogelijk maken om vorm en inhoud te geven aan een sectorale inkleuring van het wiskundeonderwijs. Van docenten mag men niet verwachten dat ze naast hun werk van alle dag nog in de gelegenheid zijn om materiaal te ontwikkelen.
Het bestuur heeft haar zorg over de haalbaarheid van het programma door de zwakke leerlingen.
Het leerwegondersteunend onderwijs moet naar de mening van het bestuur op ondersteuning kunnen rekenen.
Het bestuur heeft middels een brief gereageerd op het project VMBO-aanloop. Dit is een project van het ministerie waarbij aan een aantal onderwijsinstellingen en uitgevers is gevraagd om materiaal te vervaardigen met behulp waarvan leerlingen van het lwoo de reguliere examens kunnen maken.
Het bestuur meent dat het project op geen enkele wijze heeft aangegeven wat de kenmerken zijn van lwoo-leerlingen en welke wiskunde voor hen relevant is.
In gesprekken met het APS is aan de orde geweest de plaats van de nascholing waar het gaat om de vaardigheden die docenten nodig hebben om de leerlingen voor te bereiden op de aansluiting met het mbo.

Mbo/hbo

De ontwikkelingen binnen het middelbaar en hoger beroepsonderwijs heeft ook voor de positie van het wiskundeonderwijs gevolgen.
Voor wat het middelbaar beroepsonderwijs betreft is in het bijzonder de aansluiting vanuit het vmbo van belang. Per regio worden steeds meer afspraken gemaakt.
De werkgroep HBO heeft een notitie uitgebracht waarin aanbevelingen worden gedaan met betrekking tot het gebruik van de computeralgebra. De beleidsnotitie ‘Wiskunde in het vernieuwde HBO’ is te vinden op de website van de Vereniging. Een expertisecentrum zal ondersteuning gaan bieden.
De werkgroep zal zich verder bezinnen op de positie van het vak wiskunde.
Om de docenten te laten delen in opgedane ervaringen en om verder gezamenlijke lijnen uit te zetten, heeft de werkgroep een congres georganiseerd. In een aantal thema’s werden de veranderingen zichtbaar gemaakt: de rol van ICT, de rol van de grafische rekenmachine en de computeralgebra, de didactiek, de aansluiting op de vooropleidingen.

Regionale bijeenkomsten

Ook dit jaar organiseerde het bestuur een aantal regionale bijeenkomsten te Zwolle, Eindhoven en Leiden. De plenaire lezing tijdens de bijeenkomsten werd verzorgd door prof. dr. Anne van Streun. Het bestuur had de spreker gevraagd om met de deelnemers te kijken naar de stand van zaken in het wiskunde onderwijs in Nederland. In de voordracht werden de verdiensten van het wiskunde onderwijs geïnventariseerd en werd gekeken naar de toekomst, waarbij vooral de rol en de functie van de leraar alsmede de invloed van ICT ruime aandacht kreeg.
In workshops werden een aantal actuele onderwerpen ingeleid en besproken.
Het bestuur merkt op dat het aantal deelnemers elk jaar iets terugloopt. Dit is reden om na te gaan of de regiobijeenkomsten nog een functie hebben of dat wellicht gedacht moet worden aan een andere opzet. Het komende verenigingsjaar zal het bestuur op dit punt met een antwoord komen.

Zebra

De Zebra-reeks mocht weer worden uitgebreid met een paar deeltjes. Het is steeds de wens van het bestuur om deze deeltjes een plek te geven binnen de lespraktijk.
Het bestuur onderzoekt de mogelijkheid of er voor de bovenbouw van het vmbo ook mogelijkheden zijn tot een vergelijkbare uitgave.

Euclides

Het bestuur spreekt haar waardering uit voor de inzet van de redactie om met het vakblad ondersteuning te geven aan docenten.
Het blijft de wens van het bestuur dat docenten hun ervaringen prijsgeven en met behulp van ons orgaan een bijdrage leveren aan het uitwisselen van ervaringen.
Kees Hoogland heeft als hoofdredacteur een aantal jaren voortreffelijk leiding gegeven. Hij gaf te kennen met het werk te willen stoppen. Het bestuur is er in geslaagd om in de persoon van Marja Bos een opvolger te vinden.

Wereldwiskunde Fonds

Tot op heden konden een aantal projecten worden gesteund in Zambia, Zimbabwe, Mozambique, Bhutan, Ghana, Soedan en Kenia.
Het bestuur wijst op het belang van

dit initiatief om ten behoeve van de wiskunde in ontwikkelingslanden geld in te zamelen.

Examenbesprekingen

Ook dit jaar konden weer een aantal examenbesprekingen georganiseerd worden.
De ruime belangstelling rechtvaardigt voortzetting van deze dienstverlening in de toekomst.

Zij-instromers

Het bestuur is vertegenwoordigd in de Stichting Beroepskwaliteit Leraren. Hierin benadrukken we het belang van een goede vakinhoudelijke kennis en van didactische kwaliteiten die nodig zijn voor het geven van goed, eigentijds wiskundeonderwijs.

Tot slot

Het bestuur heeft dit jaar met veel instanties contact gehad en gesproken over de toekomst van het wiskundeonderwijs in Nederland. In samenspraak met de leden wil het bestuur graag vorm geven aan haar verantwoordelijkheid om initiërend bezig te zijn als het gaat om een goede ontwikkeling van het wiskundeonderwijs, waarbij de belangen van docenten en leerlingen voorop staan.
Ook in het komende jaar hoopt het bestuur haar dienende functie waar te maken.

Vooraf

Onze vaste puzzelmedewerker en redacteur Jan de Geus is door omstandigheden helaas nog niet in staat de Recreatierubriek te hervatten. Dat betekent dat de 'ladder' in ieder geval tot het decembernummer ongebruikt in het berghok moet blijven staan.
Gelukkig vonden we collega Herman Ligtenberg uit Veenendaal opnieuw bereid een tweetal puzzels te leveren. De oplossingen zullen in een volgend nummer van Euclides gepubliceerd worden. Ze tellen niet mee voor de ladder.

Puzzel 5

Steven en Thomas hebben elk dezelfde taak als strafwerk opgekregen: tien lastige wiskunde-sommen. 'Als jij me nu eens helpt', zegt Steven tegen zijn vriend, 'dan ben ik 20 minuten eerder klaar.' Thomas lacht, en zegt: 'Maar als jij *mij* zou helpen, dan ben *ik* drie kwartier eerder klaar.'
Hoeveel tijd zal elk van de knapen nodig hebben om het opgegeven werk te maken?
Het is trouwens aardig om deze vraag ook eens meetkundig te benaderen.

Puzzel 6

Ik was – het is al heel wat jaren geleden – op bezoek bij een man, die vertelde: 'Mijn leeftijd is precies viermaal de som van de cijfers van mijn geboortejaar.' Zijn jongere buurman, die ook aanwezig was, dacht even na en zei toen verrast: 'Dat is ook het geval met *mijn* leeftijd en *mijn* geboortejaar!'
Hoeveel jaar was het leeftijdsverschil van deze mannen?

Meer

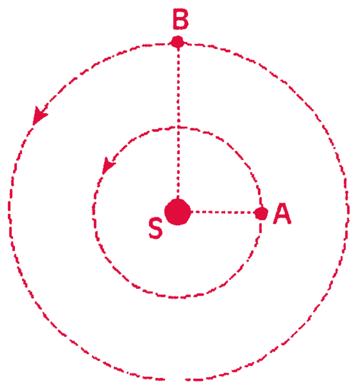
Bovenstaande puzzels en de puzzels die zijn gepubliceerd in Euclides 76-7 en 76-8 (mei en juni 2001), zijn te vinden in een door Herman Ligtenberg geschreven boekje met de titel *De spin en de vlieg*. Het is verschenen bij Uitgeverij Elmar te Rijswijk-ZH (isbn 90 389 0928 4, *ƒ* 16,50) en is verkrijgbaar in de boekhandel.

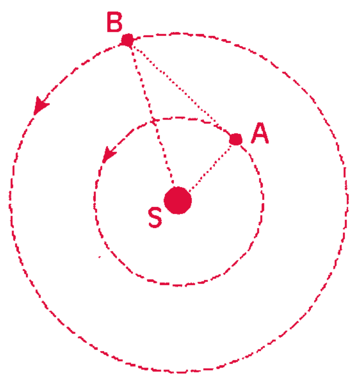
Oplossingen

Hieronder volgen de oplossingen van de puzzels uit Euclides 76-8 (p. 322).

Puzzel 3

De ‘grap’ is dat menigeen geneigd is te denken dat de rechte hoek weer bij het punt S moet zitten, maar dat was *niet* als voorwaarde gesteld.
Al vrij spoedig vormt zich een rechte hoek bij het punt A, zoals de figuur laat zien. Omdat $SB = 2SA$, zal hoek ASB gelijk zijn aan 60°.
De omlooptijd van planeet B is $2^{1\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2}$ jaar.
Na 1 jaar heeft A één omloop voltooid, B nog maar $\frac{1}{4}\sqrt{2}$. Het verschil is dus $(1 - \frac{1}{4}\sqrt{2})$ omlopen per jaar. Aan het begin is hoek ASB gelijk aan 90°. Deze hoek moet 60° worden.





Dus planeet A moet 30° (= $\frac{1}{12}$ deel van een omloop) van zijn ‘achterstand’ op B goedmaken.
De gevraagde tijd is dus:

$$\frac{1}{12} : (1 - \tfrac{1}{4}\sqrt{2}) = 4 + \sqrt{2} \text{ jaar.}$$

Dit is afgerond 0,129 jaar = 47 dagen.

Puzzel 4

Een Pythagoreïsche driehoek (x, y, z) wordt gevormd als $x = 2pq$, $y = p^2 - q^2$, $z = p^2 + q^2$.
Noemen we de straal van de ingeschreven cirkel r, dan is de oppervlakte van de driehoek gelijk aan
$O = \frac{1}{2}r(x + y + z) = pr(p + q)$.
Ook is $O = \frac{1}{2}xy = pq(p^2 - q^2)$.
Uit beide uitdrukkingen volgt dan $q(p - q) = 7$ (voor de bedoelde driehoek was gegeven dat $r = 7$).

Een oplossing is: $p = 8$ en $q = 1$. Dan zijn de zijden van de driehoek 16, 63, 65.
Een tweede oplossing: $p = 8$ en $q = 7$. Dan zijn de zijden 112, 16, 113.
Uit de beide uitdrukkingen voor O vinden we
$r = q(p - q)$
waarin p en q gehele getallen zijn. r is dus ook een geheel getal.
Voor $(x, y, z) = (4, 3, 5)$ hebben we $p = 2$, $q = 1$.
Zodat $r = 1$.

INHOUD VAN DE 76e JAARGANG (2000/2001)

Bijdragen

Interviews

Korrels

Van de redactie

Verenigingsnieuws

Aankondigingen

Boekbesprekingen

Servicepagina

Mededelingen

Recreatie

40 jaar geleden

Verschenen

Kalender

In deze kalender kunnen alle voor wiskunde-docenten toegankelijke en interessante bijeenkomsten worden opgenomen.
Wil eenieder die relevante data heeft, deze zo spoedig mogelijk doorgeven aan de hoofd-redacteur. Hieronder treft u de voorlopige verschijningsdata aan van Euclides in het komende schooljaar. Achter de verschijnings-data is de deadline voor het inzenden van mededelingen vermeld. Doorgeven kan ook via e-mail: redactie-euclides@nvvw.nl

nr	verschijnt	deadline
3	06 december 2001	23 oktober 2001
4	18 januari 2002	27 november 2001
5	28 februari 2002	15 januari 2002
6	11 april 2002	26 februari 2002
7	23 mei 2002	08 april 2002
8	24 juni 2002	10 mei 2002

woensdag 31 oktober
Conferentie Tweede fase havo/vwo, Utrecht
Organisatie APS

woensdag 31 okt. – vrijdag 2 nov.
20e Panama-najaarsconferentie, Noordwijkerhout
Organisatie Freudenthal Instituut

zaterdag 10 november
Ars et Mathesis-dag, Baarn
Organisatie Stichting Ars et Mathesis

zaterdag 17 november
Jaarvergadering/studiedag NVvW
Hogeschool Domstad, Utrecht
Zie p. 32 in Euclides 77-1.

vrijdag 23 november
Voorronde Wiskunde A-lympiade / Wiskunde B-dag
Organisatie Freudenthal Instituut

donderdag 6 december
Conferentie Wiskunde in het mbo, Utrecht
Organisatie APS

zaterdag 19 (of 26) januari 2002
Mathematische Modelleercompetitie, Maastricht
Organisatie Universiteit Maastricht

vrijdag 1 en zaterdag 2 februari 2002
Nationale Wiskunde Dagen, Noordwijkerhout
Organisatie Freudenthal Instituut

vrijdag 22 maart en zaterdag 23 maart 2002
Finale Wiskunde A-lympiade, Garderen
Organisatie Freudenthal Instituut

vrijdag 22 maart 2002
Kangoeroe-wedstrijd
Organisatie KUN, zie pagina 54.

donderdag 25 april 2002
Conferentie ICT in het wiskundeonderwijs, Utrecht
Organisatie APS en Freudenthal Instituut, zie pagina 63.

Voor internet-adressen zie de website van de NVvW: *http://www.nvvw.nl/Agenda2.html*

Publicaties van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

* *Zebra-boekjes*

1. Kattenaids en Statistiek
2. Perspectief, hoe moet je dat zien?
3. Schatten, hoe doe je dat?
4. De Gulden Snede
5. Poisson, de Pruisen en de Lotto
6. Pi
7. De laatste stelling van Fermat
8. Verkiezingen, een web van paradoxen
9. De Veelzijdigheid van Bollen
10. Fractals

Prijzen van de Zebra-boekjes:
Schoolabonnement: 6 exemplaren van 5 delen voor *f* 400,-
Individueel abonnement voor leden: *f* 75,-
Losse boekjes voor leden: *f* 16,50
Deze bedragen zijn inclusief verzendkosten.
Bestellen kan door het juiste bedrag over te maken op Postbanknummer 5660167 t.n.v. Epsilon Uitgaven te Utrecht onder vermelding van Zebra (1 t/m 5) of Zebra (6 t/m 10).
Zelf ophalen kan in de losse verkoop; ledenprijs op bijeenkomsten *f* 12,50; in de betere boekhandel *f* 17,75.

* *Nomenclatuurrapport Tweede fase havo/vwo*
Dit rapport en oude nummers van Euclides (voor zover voorradig) kunnen besteld worden bij de ledenadministratie (zie Colofon).

* *Wisforta* - wiskunde, formules en tabellen
Formule- en tabellenboekje met formulekaarten havo en vwo, de tabellen van de binomiale en de normale verdeling, en toevalsgetallen.
ISBN 90 01 65956 X; prijs *f* 15,00; te bestellen in de boekhandel.

* *Honderd jaar Wiskundeonderwijs*, lustrumboek van de NVvW
Het boek is met een bestelformulier te bestellen op de website van de NVvW (http://www.nvvw.nl/lustrumboek2.html).
Leden: *f* 50,-; niet-leden: *f* 62,50 (incl. verzendkosten).
Zie eventueel ook de advertentie in Euclides 76-7 (na p. 288).