



september
2001/nr.1
jaargang 77

EINDEXAMENS
EINDEXAMENS
EINDEXAMENS





Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 8 maal per verenigingsjaar.

Redactie

Dr. A.G. van Asch
 Drs. M.G.W. Bos, hoofdredacteur
 Drs. R. Bosch
 H.H. Daale
 Drs. J.H. de Geus
 G. de Kleuver, voorzitter
 D.A.J. Klingens, eindredacteur
 Drs. W.L.J. Knoester-Doeve
 Ir. W.J.M. Laaper, secretaris
 J. Sinnema, penningmeester

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen naar:
 Marja Bos
 Mussenveld 137, 7827 AK Emmen
 e-mail: redactie-euclides@nvvw.nl

Richtlijnen voor artikelen:

- goede afdruk met illustraties/foto's/formules op juiste plaats of goed in de tekst aangegeven.
- platte tekst op diskette of per e-mail: WP, Word of ASCII.
- illustraties/foto's/formules op aparte vellen: genummerd, zwart/wit, scherp contrast.

Nederlandse Vereniging van
 Wiskundeleraren

www.nvwv.nl



Voorzitter
 Drs. M. Kollenveld
 Leeuwendaallaan 43, 2281 GK Rijswijk
 tel. 070-3906378
 e-mail: M.Kollenveld@nvvw.nl
 Secretaris
 W. Kuipers
 Waalstraat 8, 8052 AE Hattem
 tel. 038-4447017
 e-mail: W.Kuipers@nvvw.nl
 Ledenadministratie
 N. van Bommel-Hendriks
 De Schalm 19, 8251 LB Dronten
 tel. 0321-312543
 e-mail: ledenadministratie@nvvw.nl

Colofon

ontwerp Groninger Ontwerpers
 productie TiekstraMedia, Groningen
 druk Giethoorn Ten Brink, Meppel

Contributie

Contributie per ver. jaar: f 80,00
 Studentleden: f 40,00
 Leden van de VVWL: f 55,00
 Lidmaatschap zonder Euclides: f 55,00
 Betaling per acceptgiro. Nieuwe leden geven zich op bij de ledenadministratie. Opzeggingen vóór 1 juli.

Abonnementen niet-leden

Abonnementen gelden steeds vanaf het eerstvolgende nummer.
 Abonnementsprijs voor personen: f 85,00 per jaar.
 Voor instituten en scholen: f 240,00 per jaar.
 Betaling geschiedt per acceptgiro.
 Losse nummers op aanvraag leverbaar voor f 30,00. Opzeggingen vóór 1 juli.

Advertenties

Informatie, prijsopgave en inzending:
 L. Bozuwa, Merwekade 90
 3311 TH Dordrecht, tel. 078-639 08 90
 fax 078-6390891
 e-mail: lbozuwa@hetnet.nl
 of F. Mahieu, Dommeldal 12
 5282 WC Boxtel, tel. 0411-67 34 68



september 2001 JAARGANG 77

2	Wederom wijzigingen Tweede fase [Kees Hoogland]
4	Eindexamens vbo/mavo C/D, eerste tijdvak 2001 [Petra Boon]
8	Eindexamens vwo en havo, eerste tijdvak 2001 [Petra Boon, Kees Lagerwaard, Ger Limpens, Gerard Stroomer]
20	Verslag examenbesprekingen 2001 [Jan de Geus]
26	De eerste examengroep vwo wiskunde B12 [Hans Klein]
31	40 jaar geleden [Martinus van Hoorn]
32	Verenigingsnieuws: Jaarvergadering/studiedag 2001 [Marianne Lambriex-van der Heijden]
36	Servicepagina

Van de redactietafel

[Marja Bos]

De vakantie is weer voorbij, en in dit nieuwe cursusjaar krijgen velen van u ongetwijfeld te maken met 'spannende zaken'. Misschien heeft u een klas 3 in het zojuist gestarte vmbo, of een examenklas in het vwo. Maar ook in de andere onderwijstypen wordt weer veel van u verwacht. Inspannend, maar ook interessant werk, waaraan veel te beleven valt!

Examens

De redactie hoopt u een plezier te kunnen doen met dit jaarlijkse examennummer. Er waren dusdanig veel interessante bijdragen over die examens, dat we de puzzel en het verslag van het hbo-congres hebben doorgeschoven naar het oktobernummer.

Velen van u hebben vorig jaar wellicht benieuwd (of benauwd?) uitgekeken naar de wiskunde-examens havo en vwo nieuwe stijl; ze zijn inmiddels achter de rug en worden in dit nummer van een aantal kanten belicht. Ook de vbo/mavo C/D-examens komen uitgebreid aan bod.

Opvallend waren de diverse commentaren, bijvoorbeeld op de verenigingssite (<http://www.nvvw.nl>), op het taalgebruik in de opgaven. De context en de vraagstelling leidden soms tot 'gezond-verstand'-antwoorden, waar een abstract-wiskundige aanpak bedoeld was. Ook bleek de nieuwe nomenclatuur voor havo en vwo dit jaar nog een struikelblok, voor zowel docenten als examenmakers.

Het niveau van de examens nieuwe stijl moet uiteraard de komende jaren nog uitkristalliseren. Zo werden de havo B1/B12-examens 2001 als (te) eenvoudig ervaren, na een slecht gemaakt examen in 2000. Uw mening kan aan dat uiteindelijke niveau mede richting geven.

Verlichtingsmaatregelen Tweede Fase

Op de valreep van het vorige schooljaar heeft de Tweede Kamer besloten een aantal verlichtingsmaatregelen voor de Tweede Fase door te voeren (zie Uitleg nr. 18a van 25 juli). Zo mag de school voor een aantal onderdelen zelf beslissen of deze nog in het SchoolExamen getoetst zullen worden. Verder is er een wijziging in de weging van de Praktische Opdrachten. De details kunt u lezen in het artikel van Kees Hoogland.

Het onmiddellijk schrappen van die onderdelen lijkt wellicht op korte termijn in het belang van leerling en docent. Toch is dat maar de vraag. Een voorbeeld. Is het werkelijk in het belang van een havo-leerling die naar het hoger technisch onderwijs wil, dat in de wiskundelessen geen aandacht geschonken zou worden aan de sinusfunctie?

Ik heb de indruk dat de Tweede Kamer zich niet voldoende gebogen heeft over inhoud, samenhang en effecten van de verlichtingsmaatregelen. Dat zult u dus zelf nog moeten doen, samen met uw collega's. En voor die belangrijke inhoudelijke afwegingen (met vervolgens het al dan niet wijzigen van het PTA) zult u op uw school even de tijd moeten krijgen.

Kees Hoogland

Na vijf jaar heeft Kees Hoogland zijn werkzaamheden als hoofdredacteur van Euclides neergelegd. In die vijf jaar werden in het voortgezet onderwijs enkele grootschalige veranderingen voorbereid en doorgevoerd, die rechtstreeks invloed hadden op inhoud en vorm van het wiskundeonderwijs: de Tweede fase en het vmbo. Kees heeft in Euclides de wiskundedocent steeds willen ondersteunen door actuele en adequate informatie te leveren, en door artikelen op te nemen over nieuwe ontwikkelingen en voorbeelden uit de dagelijkse praktijk. Helaas vond Kees vijf jaar genoeg, maar gelukkig heeft hij toegezegd bijdragen te blijven leveren.

Als zijn opvolger zal ik mij er voor inzetten dat Euclides een lezenswaardig, ondersteunend en 'leesbaar' vakblad voor de wiskundedocent blijft. Uiteraard is en blijft de redactie geïnteresseerd in uw ervaringen en ideeën. Daarvan kunnen immers ook collega's elders in het land profiteren. Horen we van u?

WEDEROM WIJZIGINGEN TWEEDE FASE.

Alhoewel velen dachten dat de Tweede fase aan het uitkristalliseren was, blijkt er in de zomermaanden naar aanleiding van besprekingen in de Tweede Kamer toch weer een verdergaande verlichting te zijn aangebracht.

[Kees Hoogland]

Uitleg 18 van 25 juli 2001

Eind juli valt een nieuwe Uitleg op de mat. Een dubbeldik nummer, niet ongebruikelijk in de zomermaanden, ondanks het streven van het Ministerie naar minder regelzucht. Bij het kopje Voortgezet Onderwijs staat: Aanpassing verlichtingsmaatregelen profielen havo/vwo. Gauw even kijken of dat consequenties heeft voor wiskunde in de Tweede fase. Ik tref de volgende zaken aan.

Verlenging regeling profielen

De tijdelijke afwijkingen gaan ook gelden voor de leerlingen die in schooljaar 2002-2003 in de vierde klas beginnen aan de Tweede fase.

Dat was te verwachten, wat eenmaal in de ijskast zit, is niet zomaar weer ontdooid.

Onderdelen uitgesloten van examen

Rond de onderdelen die uitgesloten zijn voor het centraal examen, is het volgende te vinden. Hieronder staat de officiële tekst uit Uitleg, zodat daarover geen misverstanden kunnen ontstaan.

Ten aanzien van de onderdelen van het examenprogramma die door de CEVO met toepassing van het in bijlage 2 van de Regeling profielen 2000 bepaalde zijn aangewezen om niet in het centraal examen aan de orde te komen, bepaalt de school of die onderdelen in het schoolexamen aan de orde komen, en zo ja op welke wijze.

Dat is toch wel een behoorlijk ingrijpende maatregel. Ten eerste omdat er bij wiskunde nogal wat van dat soort onderwerpen zijn en ten tweede omdat de scholen een grote vrijheid wordt geboden om naar eigen smaak de zaken in te richten.

Nogmaals op een rijtje om welke domeinen het dan gaat:

havo wiskunde A12: subdomein binomiale verdeling

havo wiskunde B1: domein periodieke functies

havo wiskunde B12: domein periodieke functies
domein periodieke functies 2

vwo wiskunde A1: domein grafen en matrices
domein toetsen van hypothesen

vwo wiskunde A12: domein grafen en matrices

vwo wiskunde B1: domein continue dynamische
modellen

vwo wiskunde B12: domein continue dynamische
modellen

De vrijheid die scholen krijgen om hiermee nu dus te doen wat hun goedgevoelt, kan tot grote verschillen tussen scholen leiden. De marges lopen van aan de ene kant: helemaal overslaan, tot aan de andere kant: alle hoofdstukken uit de boeken doen en toetsen.

Maar je kunt ook zeggen dat het de docenten de mogelijkheid geeft de werkdruk te verminderen en hun aandacht meer te richten op wat zij zelf belangrijk vinden, inhoudelijk of wat betreft de manier van aanpakken.

Ik heb er wel vertrouwen in dat het leggen van een stuk inhoudelijke verantwoordelijkheid bij de docent op den duur tot het beste wiskundeonderwijs leidt. De manier waarop dit nu tot stand gekomen is, is hooguit wat merkwaardig te noemen.

Weging Praktische opdrachten

Hier krijgen de scholen de mogelijkheid om zelf een percentage voor de weging vast te stellen tussen de 20% en de 40% (havo wiskunde A1: tussen de 20% en 30%).

Het had een hoop gedoe gescheeld als enkele jaren geleden voor dit soort vrijheden was gekozen.

Inwerkingtreding

Deze wijzigingen mogen ingevoerd worden met terugwerkende kracht. Het mag dus ook toegepast worden voor de leerlingen die nu in dit schooljaar 2001-2002 in 5 vwo, 6 vwo en 5 havo aan de slag gaan.

Tot slot

Ik merk dat het wederom eventueel moeten wijzigen van de PTA's op dit moment tot veel irritatie leidt bij wiskundedocenten. Gelukkig is het nu de eerste keer een PTA waarbij echt eigen inhoudelijke keuzen gemaakt kunnen worden in plaats van het verwerken van minutieus voorgeschreven en steeds wijzigende regelgeving.

Bronnen

<http://www.gelekatern.nl> (en dan de gele knop GK)

<http://www.nvww.nl> (op de Plattegrond: 2e fase HAVO VWO)

<http://www.tweedefase-loket.nl>

Over de auteur

Kees Hoogland (e-mail: k.hoogland@aps.nl) is projectleider van APS-wiskunde in Utrecht.

EINDEXAMENS VBO/MAVO C/D, EERSTE TIJDVAK 2001.

Direct na de vbo/mavo C/D wiskunde-examens barstte het commentaar los. Samengevat in een e-mail aan het CITO: *'Hallo, het eind-examen Wiskunde voor MAVO was veeeeeeeeels te moeilijk dit jaar!!!'*

Wat betekenen die 13 'e'-s? Betekent het dat het examen 6,5 keer te moeilijk is geweest, of is het getal 13 als ongeluksgetal gebruikt, of ...? De Nederlandse taal is blijkbaar niet zo eenduidig.

[Petra Boon]

Tabel 1: Algemene gegevens naar jaar

vbo/mavo C	1998	1999	2000	2001
gemiddelde score	48	45	54	45
percentage behaalde punten	54	53	60	50
cesuur, respectievelijk N-term	54/55	51/52	N = 1,0	N = 1,4
percentage onvoldoenden	36	38	23	36
gemiddeld cijfer	5,8	5,8	6,4	5,9

vbo/mavo D	1998	1999	2000	2001
gemiddelde score	46	49	58	47
percentage behaalde punten	52	56	65	52
cesuur, respectievelijk N-term	51/52	53/54	N = 1,0	N = 1,4
percentage onvoldoenden	34	33	12	33
gemiddeld cijfer	5,9	6,0	6,8	6,1

Tabel 2: p'-waarden van de opgaven

Opgaven in C	gemiddelde p'-waarde	Opgaven in D	gemiddelde p'-waarde
Sjors & Sjimie on the beach	78	De krant	71
De kamer van Marieke	40	Verfblad	65
Bruggen	35	Bruggen	40
De krant	57	Mobiele hijskraan	49
Verfblad	50	Krimpde truien	57
Theelichten	37	Kunstwerk van betonblokken	34

De p'-waarde van een vraag is de gemiddelde score uitgedrukt in procenten van de maximumscore van die vraag.

Tabel 3: p'-waarde bij de opgave Bruggen

vbo/mavo C						
score vraag	alle kand. 0-90	1e groep 0-33	2e groep 34-41	3e groep 42-48	4e groep 49-56	5e groep 57-90
10	76	58	74	79	82	89
*	11	32	7	17	29	66
*	12	20	3	10	17	47
13	28	10	17	28	35	52

vbo/mavo D						
score vraag	alle kand. 0-90	1e groep 0-34	2e groep 35-43	3e groep 44-50	4e groep 51-58	5e groep 59-90
*	9	50	13	35	51	85
*	10	42	9	22	38	80
11	35	12	25	33	44	62
12	37	8	21	35	54	71



© 2000 Big Balloon b.v.

Sjors en Sjimie willen naar het strand en bekijken het weerbericht. In de zomermaanden wordt tijdens het weerbericht ook de „zonkracht“ aangegeven. Dit is een geheel getal van 1 tot en met 10. Het maximale aantal minuten dat je onbeschermd in de zon mag zitten, wordt de adviestijd genoemd. De adviestijd, in minuten, is met de volgende woordformule uit te rekenen:

$$\text{adviestijd} = \frac{\text{basisgetal}}{\text{zonkracht}}$$

In tabel 1 staan vier verschillende huidtypes met bijbehorend basisgetal.

Tabel 1

Huidtype	Huid	basisgetal
I	Zeer lichte huid die niet bruin wordt	60
II	Lichte huid die moeilijk bruin wordt	100
III	Huid die gemakkelijk bruin wordt	200
IV	Gefinte huid	300

Sjimie heeft huidtype IV en Sjors huidtype I.

- op 1 (1) Berekent hoeveel minuten Sjimie maximaal bij zonkracht 6 onbeschermd in de zon kan zitten. Schrijf je berekening op.
- op 2 (1) Teken op de bijlage bij vraag 2 een stippengrafiek die het verband tussen de zonkracht en de adviestijd voor Sjimie aangeeft. Neem voor de zonkracht 1 tot en met 6.

Sjors en Sjimie gaan op 17 juni naar het strand.

Uit het examen vbo/mavo C

Het commentaar van de docenten op de regionale bijeenkomsten, georganiseerd door de NVvW, is gelukkig meer inhoudelijk zodat ik kan begrijpen wat er goed of fout gegaan is:

- het is een mooi examen;
- een mooie startvraag bij C (zie de opgave ‘Sjors & Sjimie on the beach’); bij D zijn daar de meningen over verdeeld;
- het aantal routinevragen is goed tot te klein en daarbij horend is het aantal originele vragen goed tot te groot;
- de tekst, met name de hoeveelheid, levert nogal wat kritiek op;
- het correctievoorschrift is goed, alhoewel soms nog niet gedetailleerd genoeg;
- de omvang, met name van het D-examen, was te groot;
- het verschil tussen het C- en D-examen is goed.

Commentaar, dat de examenmakers in de komende examens proberen te verwerken. Want het doel van het registreren van dit commentaar is tenslotte niet om de statistieken te spekken (ook al is statistiek één van de domeinen van het examen), maar om er daadwerkelijk iets mee te doen.

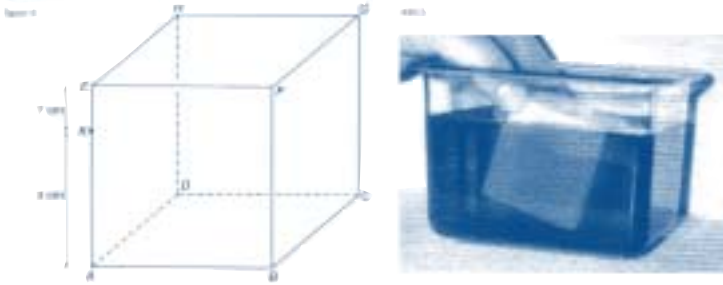
Het verschil met vorig jaar was duidelijk. Doordat het vorig jaar niet zo moeilijk was, zijn misschien veel kandidaten met te hoge verwachtingen aan het examen begonnen (alhoewel dit koffiedik kijken is) en viel het nu tegen. Maar laten we het examen eens wat kritischer bekijken.

We vergelijken het examens eerst met voorafgaande jaren. Zie daarvoor Tabel 1 op pagina 4. Daarin valt het examen van 2001 niet negatief op; alleen zijn we door vorig jaar verwend.

Bij het C-examen was iedereen het er wel over eens dat ‘Sjors & Sjimie on the beach’ een goede startvraag was. Maar bij het D-examen waren de meningen verdeeld. De resultaten spreken voor zich (zie Tabel 2 op pagina 4.).

‘Het D-examen was veel te moeilijk’ was een veel gehoord commentaar. In dat kader viel bij beide examens de opgave ‘Bruggen’ op. Laten we die opgave eens wat beter bekijken aan de hand van enige statistieken. Alle kandidaten uit de steekproef van het

Bij handvaardigheid is één van de opdrachten het vervoeren van één bakkeermes. Ellis gaat deze opdracht maken. Ze heeft kubussen met een ribbe van 8 cm gemaakt en moet deze kubussen grijsbruin rood verven. Zij doet dit door een bakje met rode verf te vullen en de kubussen één voor één daarin te laten zakken. Zij heeft een kubus met haar vingers bij de hoekpunten E en F van. Zij lost de kubus tot de punten K , F en G in de verf zakken. Zie figuur 1 en foto 2.



Op de bijlage bij vraag 18 staat deze kubus nog een keer getekend. Op ribbe EH wordt de verf tot punt L .

18 Teken in de figuur op de bijlage $KPGL$.

Op de bijlage bij vraag 19 staat een voorwaanzicht van het bakje met verf dat eenmaal is getekend.

19 Teken in het voorwaanzicht van de kubus $ABFE$ naar Ellis deze in het verfbad vasthoudt. Stippel de afmetingen van de ribben die in het verfbad zitten.

Ellis heeft de kubus uit het verfbad. Op de bijlage bij vraag 20 is een tekening van deze kubus met eenmaal is getekend.

20 Vraag (of vraag) in de tekening op de bijlage het gedeelte dat rood is geverfd in.

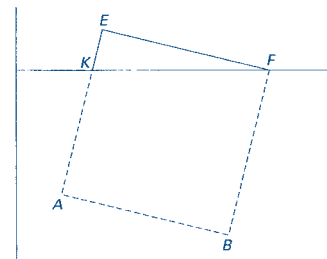
Ellis heeft vier geverfde kubussen in een doosje gedaan. Ze heeft ze alle vier met een kant die volledig rood geverfd is naar boven aangelegd. Ellis beweert nu met zekerheid onderkanten ongeveer zijn.

21 Heeft Ellis gelijk? Verklaar je antwoord.

Maximumscore 4

- 19 De lengte van KF goed tekenen
- De lengte van EF goed tekenen
- De lengte van EK goed tekenen
- De rest goed aftekenen

1
1
1
1



Indien de lijnstukken AB , BF en AK niet gestippeld
Indien A , B , F en E niet bij de hoekpunten geplaatst

-1
-1

Opmerking

Als het voorwaanzicht niet de vorm van een vierkant heeft, maximaal 2 punten toekennen.

Uit het examen vbo/mavo C en D

Figuur 1

Cito worden in vijf groepen verdeeld. Deze groepen zijn qua grootte ongeveer even groot. Tabel 3 (op pagina 4) geeft bij de opgave 'Bruggen' de p'-waarde van alle kandidaten en opgesplitst in deze vijf groepen weer. In de tabel zijn de overlap-vragen met een sterretje aangegeven.

Dit overzicht laat ons zien dat de laatste drie vragen voor bijna alle C-kandidaten te moeilijk was. Maar bij de D-kandidaten zien we dat de vragen zeer onderscheidend zijn. Door de kandidaten uit de 1e groep worden deze vragen erg slecht gemaakt maar zeker niet door de kandidaten uit de laatste groep.

Beide examens bevatten ongeveer 25% tot 30% van dit soort onderscheidende vragen, met een totale score van 27 punten bij C en 25 punten bij D. Deze vragen bepalen of de kandidaat een hoog of een laag cijfer haalt. Ondanks de moeilijkheid van deze vragen zijn er in de steekproef van het Cito bij beide examens tien gevallen. Het examen was dus niet zo moeilijk dat dat niet mogelijk was.

Met het correctievoorschrift (cv) proberen de examenmakers zo goed mogelijk aan te geven hoe er genormeerd moet worden als een kandidaat een fout maakt of de vraag niet helemaal beantwoordt. Bij vraag 19 bij C en vraag 6 bij D zijn we daar niet in geslaagd. We hadden niet voorzien dat een kandidaat het vierkant qua vorm goed zou tekenen maar niet op de juiste plaats (zie figuur 1). De conclusie: nog beter naar de mogelijke fouten kijken.

Bij het kopen van een Perzisch kleding heb ik eens gehoord dat er in zo'n kleding expres een fout geweven wordt omdat alleen Allah volmaakt is. Of dit alleen een verkooppraatje was weet ik niet, maar wij hebben in dit examen niet expres een foutje geweven.

In de opgave 'Verfbad' zat naast het probleem met het cv een onregelmatigheid. De uitslag van de kubus op de bijlage van het D-examen liet de binnenkant van de kubus zien. Daar zat dus geen verf. Toch was de p'-waarde van deze vraag 70 respectievelijk 74.

Bruggen

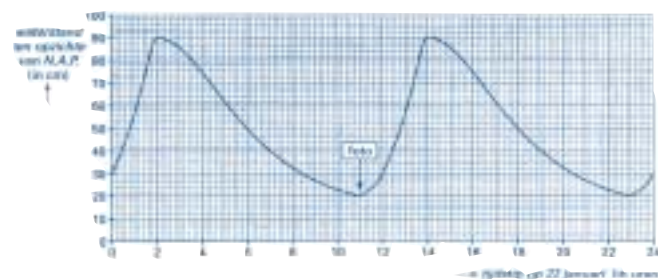
Bij een brug over de rivier De Noord staat een paar in het water. Zie foto 2. Stierop kunnen schippers aflezen hoe groot de doorvaarthoogte op dat moment is.



De doorvaarthoogte is de maximale hoogte die schepen boven het water mogen hebben zodat zij nog onder de brug door kunnen varen. Zie figuur 4. De foto is op vrijdag 22 januari bij laagwater (vrij) genomen. In de doorvaarthoogte was toen 10,5 m.



Hieronder zie je in een grafiek hoe hoog het water op vrijdag 22 januari bij de brug staat. Deze waterstand wordt aangegeven in centimeters ten opzichte van een vast punt, het N.A.P. (normaal). In de grafiek staat aangegeven op welk moment de foto genomen is.



10. 9 Uit de grafiek blijkt dat het drie uur na het normen van de foto laagwater (vrijd) is. Wat is bij hoogwater de maximale doorvaarthoogte voor schepen op de rivier De Noord? Licht je antwoord toe.
10. 10 Schipper Leunis heeft een schip dat in totaal 10,2 m boven het water uitsteekt. Wat is de maximale waterstand in centimeters nauwkeurig, ten opzichte van N.A.P., zodat zijn schip nog onder de brug door kan? Licht je antwoord toe.

Uit het examen vbo/mavo C (en D)

Dit jaar is ook onderzocht of een vraag open gelaten is. Dit zou iets kunnen zeggen over eventueel tijdsgebrek. Ondanks dat bij beide examens de laatste vraag een grote groep 0 punten scoorde kwam dat niet voort uit het open laten van de vraag.

Het verschil qua moeilijkheidsgraad tussen de C- en D-kandidaten wordt uitgerekend door de scores op de overlapvragen met elkaar te vergelijken. Als een D-kandidaat het C-examen zou maken, zou hij/zij een cijfer moeten halen dat 1,0 hoger ligt dan het cijfer van een C-kandidaat. Dat is het streven en daar zijn we dit jaar goed in geslaagd. Het verschil is namelijk 1,1. Dus het D-examen was in verhouding iets makkelijker dan het C-examen.

Iedereen kan nu voor zichzelf uitmaken of het eerste commentaar, 'Het is een mooi examen', waar is. De examenmakers hebben in ieder geval geprobeerd een goed examen te maken. Toch blijkt dat de makers ook maar mensen zijn en fouten maken. Gelukkig kan dat

achteraf recht getrokken worden. In ieder geval bedankt voor alle commentaar. De examenmakers hebben het goed in hun oren geknoopt.

Bronnen

De examens zijn via de website van het Cito te downloaden; het C-examen via

<http://download.citogroep.nl/pub/vo/ex2001/1017-13.pdf>

en het D-examen via

<http://download.citogroep.nl/pub/vo/ex2001/1018-13.pdf>

De bestanden zijn ook bereikbaar via de website van de NVvW (<http://www.nvww.nl/cse-2001.html>).

Om de bestanden te kunnen lezen is het programma Acrobat Reader noodzakelijk.

Over de auteur

Petra Boon (e-mail: petra.boon@citogroep.nl) is wiskundemedewerker en examenmaker van de Citogroep te Arnhem (website: <http://www.citogroep.nl>).

EINDEXAMENS VWO EN HAVO, EERSTE TIJDVAK 2001.

In dit artikel vindt u diverse gegevens betreffende de verschillende examens, eerste tijdvak, wiskunde havo en vwo van mei 2001. Alle examens zijn te downloaden via de website van de NVvW (<http://www.nvww.nl/cse-2001.html>).

[Petra Boon, Kees Lagerwaard, Ger Limpens, Gerard Stroomer]

Inleiding

Als er in dit artikel sprake is van resultaten van deze examens, dan dient men te bedenken dat dit steeds betrekking heeft op resultaten die voortvloeien uit de steekproefgegevens die het Cito jaarlijks verzamelt. Slechts doordat een grote meerderheid van de betrokken docenten de gegevens van de kandidaten van hun school op tijd aan het Cito verstrekt, is het geven van overzichten als het nu volgende mogelijk. Daarvoor onze dank.

Aan de hand van de toets- en itemanalyse op grond van de steekproefgegevens en met behulp van meningen van docenten die centrale of regionale besprekingen, georganiseerd onder auspiciën van de NVvW, bijgewoond hebben, zijn door de CEVO op dinsdag 12 juni 2001 de diverse N-termen vastgesteld. In de [hiernaast staande tabellen](#) zijn allerlei gegevens rond de vaststelling van de N-termen vermeld. U treft daarin behalve algemene gegevens van de diverse examens, zoals aantallen deelnemende kandidaten, gemiddelde score en percentage onvoldoenden, ook per examen een overzicht van de p'-waarde van iedere afzonderlijke vraag. Deze p'-waarde is de gemiddelde score van een vraag uitgedrukt in procenten van de maximumscore van die vraag.

In de hierna volgende deelbijdragen gewijd aan de verschillende examens wordt ook regelmatig direct of indirect naar de gegevens in deze tabellen verwezen. Bovendien is het op basis van de algemene gegevens mogelijk, snel een vergelijking te maken tussen verschillende examens die betrekking hebben op min of meer vergelijkbare populaties. Bij vwo kan dit interessante aspecten opleveren omdat dit jaar het eerste jaar was dat de vroegstartende vwo-scholen met hun Tweede-fase-leerlingen aan de eindmeet belandden. Ruim 120 scholen hoorden bij de vroegstarters. De rest van de vwo-scholen deed dit jaar

voor het laatst, uiteraard los van de nog te komen bezemexamens, eindexamen in de vakken wiskunde A en B, hier genoemd A-oud respectievelijk B-oud. In de bijdragen over de verschillende wiskunde-examens wordt af en toe verwezen naar reacties van docenten, gebaseerd op centrale dan wel regionale besprekingen van deze examens. Een uitgebreid verslag van deze besprekingen vindt u elders in deze Euclides ([zie pagina 20](#)) in een artikel van Jan de Geus.

HAVO WISKUNDE A [Kees Lagerwaard]

Havo A12

Dit was het eerste landelijke examen volgens het nieuwe programma.

Uit de steekproef bleken 2111 kandidaten een gemiddelde score van ruim 53 punten te hebben behaald. Nadat de CEVO de normeringsterm N vaststelde op 1, was hun gemiddeld cijfer 6,3. Ongeveer 23% van de kandidaten scoorde een onvoldoende. Dat is een aardig resultaat, waarbij aangetekend moet worden dat alle leerlingen voor vraag 8 alle 6 punten kregen. Zonder dit genereuze gebaar zou het gemiddelde net boven de 6 hebben gelegen en zouden er ongeveer 30% onvoldoenden zijn geweest. En dat terwijl dit naar de mening van veel docenten toch wel een vrij voorzichtig examen was.

De opgave *Misdrijven* was de start van dit examen. De eerste vragen waren echte binnenkomers waarop de kandidaten heel goed scoorden en die de ergste examenspanning moesten wegnemen. Overigens viel de score op vraag 3 nogal tegen ($p' = 26$) en was vraag 5 de moeilijkste vraag van het examen met een score van 24%. Vreemd dat exponentiële groei waarbij de gegevens overzichtelijk werden gepresenteerd, zoveel problemen opleverde.

Tabel 1: Algemene gegevens havo-examens

	havo-A1,2	havo-B1	havo-B1,2
aantal kandidaten	14182	4931	5034
gemiddelde score	53	45	50
standaarddeviatie	12	12	11
betrouwbaarheid	67	71	69
schaallengte	90	79	80
N-term	1,0	1,0	0,9
percentage onvoldoenden	23	32	20
gemiddeld cijfer	6,3	6,1	6,5

Tabel 2: Algemene gegevens VWO-examens

	vwo-A	vwo-A1	vwo-A1,2	vwo-B	vwo-B1	vwo-B1,2
aant. kand.	20583	1250	2052	10687	1594	1475
gem. score	58	49	50	52	42	46
standaarddev.	15	12	14	15	14	14
betr.baarheid	79	74	77	77	75	78
schaallengte	90	80	90	90	91	91
N-term	1,0	1,0	1,4	1,0	1,8	1,7
perc. onvold.	18	19	25	31	38	29
gem. cijfer	6,8	6,6	6,4	6,2	5,9	6,2

Tabel 3: p'-waarden van de afzonderlijke vragen havo en vwo

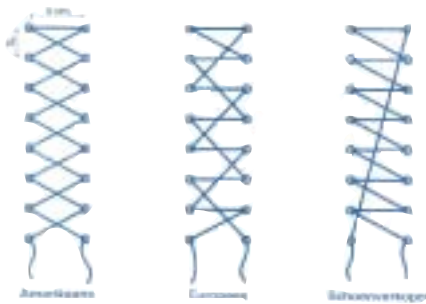
Vraag	havo-A1,2	havo-B1	havo-B1,2	Vraag	vwo-A	vwo-A1	vwo-A1,2	vwo-B	vwo-B1	vwo-B1,2
1	93	64	81	1	83	56	67	86	57	92
2	81	73	94	2	66	46	52	85	34	82
3	26	44	65	3	87	31	37	64	40	87
4	77	58	74	4	79	52	80	47	69	14
5	24	74	84	5	69	75	15	76	34	59
6	93	92	63	6	44	75	57	41	92	18
7	80	27	80	7	82	83	47	32	40	90
8	100	66	37	8	47	59	86	82	74	81
9	97	59	51	9	69	80	71	31	6	33
10	31	50	85	10	74	66	84	45	48	58
11	37	28	74	11	44	65	75	78	7	24
12	75	75	83	12	71	51	38	45	87	47
13	67	38	79	13	87	82	63	20	69	59
14	58	89	60	14	80	82	82	-	66	57
15	56	41	39	15	56	77	66	-	29	48
16	33	49	38	16	44	74	33	-	37	29
17	67	41	33	17	63	24	35	-	12	26
18	42	83	17	18	91	56	65	-	-	32
19	44	69	-	19	73	55	71	-	-	-
20	27	-	-	20	24	-	39	-	-	-
				21	58	-	-	-	-	-

De p'-waarden van een vraag is de gemiddelde score, uitgedrukt in procenten van de maximumscore van die vraag.

Opgave 4 Schoenenveters



De meeste schoenen worden met veters dichtgemaakt. De schoen heeft drie twee rijen gaatjes waar een veter doorkomt, gehaald moet worden. Als je daarna een knoop legt in de overblijvende staakjes, zit de schoen dicht. In deze opgave bekijken we drie manieren om schoenveters te rijgen: Amsterdamse (zie fig. 1), Londen (zie fig. 2) en Schuiverklopper (zie fig. 3). Zie figuur 5.



Voor schoenen met drie paar gaatjes is er een bijnaam van de hand: twee van de drie manieren zijn rijgen geven hetzelfde resultaat.

Maak voor elk van de drie manieren van rijgen een schets, zoals in figuur 1, en laat daarmee zien welke twee manieren hetzelfde resultaat geven.

Hij kijkt uit de drie genoemde manieren van rijgen heeft een formule voor de benodigde veterslang. Daarbij laten we het deel van de veter waar de knoop is komen buiten beschouwing, omdat dat deel voor elke manier van rijgen even lang is. Voor de totale lengte L geldt dan de volgende formules.

Amsterdamse: $L = 4 + 2(n - 1) \cdot \sqrt{d^2 + 16}$
 Londen: $L = 4(n - 1) + 3 \cdot \sqrt{d^2 + 16} + (n - 2) \cdot \sqrt{4d^2 + 16}$
 Schuiverklopper: $L = 4(n - 1) + (n - 1) \cdot \sqrt{d^2 + 16} + (n - 1) \cdot \sqrt{d^2 + 16}$

Jus d'orange

Een restaurant van een wereldwijd bedrijf van grote partij produceert appels voor de bereiding van verse jus d'orange.

De sinaasappels worden aangevoerd in volle dozen van 50 stuks.

De ervaring leert dat ongeveer 60% van de bezochte sinaasappel beschimmeld is (na of bij de vingers 1, 2 en 3) zodat dat de aanspraak beschimmelde sinaasappel 0,6 is.

Voor een grote partij jus d'orange zijn drie sinaasappels nodig. Een medewerker pakt welk drie sinaasappels.

- 1. 1 = bereken de kans dat er precies één beschimmelde sinaasappel rijgt, a) 0,1 c) 0,2 d) 0,3 e) 0,4

De kans op een dozijn sinaasappels zonder beschimmel is ongeveer 0,6% (na 100%).

- 2. 1 = Laat een bedrijf van een beschimmeld fruit, die dit is.

Bij een beschimmeld fruit wordt vijf tot drie sinaasappels gebruikt. Een dozijn is 'in orde' als er geen enkele beschimmelde sinaasappel is er.

- 3. 1 = Als vier of vijf van de dozen niet in orde zijn, wordt de partij afgevoerd. Bereken de kans dat de partij wordt afgevoerd. Geef je antwoord in drie decimale nauwkeurig.

Een sinaasappel heeft na het pellen, gemiddeld 10 of sap op. De maximale tijd per sinaasappel is maximaal verdukt met een standaardafwijking van 1,5 s.

- 4. 1 = Bereken hoeveel procent van de sinaasappels in een volle doos uit tweeëntwintig sap zijn die minder dan 1 s of van het gemiddelde afwijkt. Rond je antwoord af op een geheel getal.



Uit het examen havo A12

Verwarming begon met twee goed gemaakte vragen. Bij vraag 8 zijn de examenmakers het slachtoffer geworden van hun pogingen de formulering van stam en vraag 20 helder en leesbaar mogelijk te maken. Het streven was de kandidaat te helpen door expliciet aan te geven dat de afgeleide alleen geldig was tot 200 m³. Dat was in feite overbodig, aangezien in de tekst erboven stond wat het geldigheidsgebied van de functie zelf was. Voorts werd in de vraag gekozen voor het eenvoudiger woord 'grotere' in plaats van 'toenemende'.

Maar daardoor kon er volgens sommige docenten verwarring ontstaan. Kennelijk mag je, volgens hen, van leerlingen niet verwachten dat ze een formule alleen maar onderzoeken op het gebied waar die formule geldig is. De CEVO besloot mogelijk nadeel voor kandidaten uit te sluiten door iedereen 6 punten voor deze vraag te geven.

De kleurenblinde en de glasbak had een zeer eenvoudige start/inleefvraag. De volgende kansvragen waren een stuk moeilijker.

Het idee van de opgave is uit het leven gegrepen. Een aanzienlijk aantal mensen is kleurenblind en kan groene en bruine flessen niet van elkaar onderscheiden. De opgave voert de kandidaat door deze problematiek. De eerste vraag betreft een werkwijze waar de kleurenblinde zijn gekleurde flessen maar willekeurig in de gaten voor groen en bruin gooit. Dan krijgt hij extra informatie: er zijn 4 keer zo veel groene als bruine

Uit het examen havo B1

flessen. Hij ontwikkelt een slimmere werkwijze: hij mag aannemen dat die verhouding ook voor zijn lege flessen geldt en gooit de flessen conform die verhouding in de gaten. Die nieuwe werkwijze is inderdaad slimmer zoals zal blijken uit het antwoord op vraag 10. Nu gaat het verhaal in de opgave nog een stapje verder: er bestaan nog betere werkwijzen. In vraag 11 wordt gevraagd er een te geven. Daarbij moet worden aangetoond dat die werkwijze ook echt beter is.

Uit de resultaten blijkt dat de laatste vraag van deze opgave wat beter werd gemaakt (p' = 37) dan de voorlaatste (p' = 31) en dat geeft te denken. De wiskundige activiteit in de laatste vraag is vergelijkbaar met die van vraag 9, maar in vraag 10 moet eerst een aanpak bedacht worden. Het is onwaarschijnlijk dat leerlingen die de voorlaatste vraag niet konden maken, met de laatste succesvoller zijn. De conclusie lijkt gewettigd dat een aantal correctoren punten heeft toegekend voor oplossingen in de trant van 'Hij vraagt vooraf zijn buurvrouw stickertjes op de flessen te plakken met de woorden bruin of groen'. Dergelijke oplossingen komen uiteraard niet in het antwoordmodel voor en zijn ook niet te verdedigen met een beroep op algemene regel 3.3. Die beoordelingsregel spreekt van 'aantoonbare vakinhoudelijke argumenten' en die zijn er voor zo'n antwoord niet. Om de tekst boven deze vraag dicht te timmeren om dergelijke 'spitsvondige' oplossingen te

Lawaaitrauma

Als je langdurig harde geluiden hoort, kunnen klachten ontstaan, zoals stress of gehoorbeschadiging. Men spreekt dan van een lawaaitrauma.

In Noorwegen bleek het aantal militairen met een lawaaitrauma tussen 1 januari 1982 en 1 januari 1988 te zijn verdubbeld.

Op 1 januari 1982 hadden 4500 van hen een aantoonbaar lawaaitrauma.

Neem aan dat het aantal militairen met zo'n trauma in de periode 1982–1988 exponentieel toenam.

- sp 17 □ Bereken het aantal militairen dat op 1 januari, 1985 een lawaaitrauma had. Rond je antwoord af op honderdtallen.

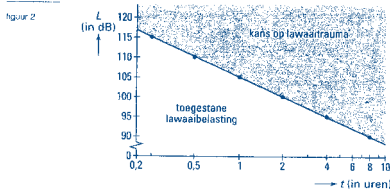
In de Verenigde Staten heeft men rond 1990 vastgesteld dat geluidssterktes van meer dan 90 dB (decibel) waaraan iemand langer dan 8 uur per dag (een werkdag) wordt blootgesteld, een lawaaitrauma kunnen opleveren.

Ter bescherming van de werknemers is daarom de volgende norm ingevoerd:

- bij een voortdurende geluidssterkte van 90 dB bedraagt de maximale werkdag 8 uur;
- bij elke toename van de geluidssterkte met 5 dB moet de maximale werkdag gehalveerd worden.

In het assenstelsel van figuur 2 is een lijn getekend. Deze lijn geeft het verband weer tussen de geluidssterkte en de maximaal toegestane werkdag, zoals die gebruikt wordt voor industrielawaai in de VS.

L is de geluidssterkte in dB en t is de maximaal toegestane werkdag in uren.



De Europese norm is sinds enkele jaren strenger dan de norm van de VS:

- bij een voortdurende geluidssterkte van 80 dB bedraagt de maximale werkdag 8 uur;
- bij elke toename van de geluidssterkte met 3 dB moet de maximale werkdag gehalveerd worden.

Stuwmodel

In een Dries-Huis-zelfwinkler staat een stuwmodel van een verduidelijkende stuw. Het model is een kubus met zijden van lengte 1. De diagonaal van de kubus is $\sqrt{3}$. De kubus staat met het algemene vlak PQR op een rechthoekig blok, een verduidelijkende stuw. De lijn EF is een diagonaal van het blok.



De vlakke driehoek PQR is een vlak van de kubus. De lijnen GP , DP en EP zijn de lijnen die de kubus met het blok verbinden.

- 12 □ Bereken de oppervlakte van het vlak van de driehoek PQR dat gevormd kan worden om vloerbeschadiging te laten zien.

In de figuur op de bijlage bij vraag 13 is een tekening gemaakt van het hoekpunt van een afgekantelde kubus.

- 13 □ Maak dit hoekpunt van een afgekantelde kubus. Zet de hoeken A , B , C , P , Q en R erbij. Teken met stippenlijnen de lijnen die je van hoekpunt A naar P , Q en R trekt.

In de figuur op de bijlage bij vraag 14 is een tekening van de afgekantelde kubus getekend waarin BC en DA evenwijdig zijn aan het vlak van de kubus. Door de hoekpunten A , B , C en D is een vlak $ABCD$ getrokken dat een vlak van de kubus is. Het vlak $ABCD$ is een vlak van de kubus. Het vlak $ABCD$ is een vlak van de kubus.

- 14 □ De afstand van het punt A tot het vlak BCD is gelijk aan $\frac{1}{\sqrt{3}}$ maal de zijlengte van de kubus. Bereken de afstand van het punt A tot het vlak BCD .

Uit de examens havo B1 en B12

voorkomen, leek de examenmakers ongewenst. Teksten in examenopgaven moeten niet langer dan noodzakelijk zijn en de 'flow' van de opgave leek duidelijk genoeg aan te sturen op een serieuze aanpak van de vragen.

In de ogen van de examenmakers was dit een mooie open vraag die een beroep doet op inzicht in waarschijnlijkheidsrekening. Het zou dan ook heel jammer zijn als dergelijke vragen niet meer in een wiskunde-examen kunnen worden opgenomen omdat niet alle correctoren bereid zijn een score toe te kennen conform het scoringsvoorschrift.

De opgave *Schoenveters* werd behoorlijk goed gemaakt. Hoewel sommige docenten de vragen 'veel van hetzelfde' vonden, zijn de vragen 14, 15 en 16 de meest discriminerende van het examen. Samen met vraag 17 droegen deze vragen het meest bij aan de betrouwbaarheid van de toets. Vraag 16 is een onderzoeksvraag waar de GR heel nuttig is. De score was met 33% niet erg hoog.

In *Casino* werd op de statistiekvragen redelijk gescoord. De kans in vraag 20 werd slechts door 11% helemaal correct berekend. Maar liefst 45% van de kandidaten behaalde hiervoor geen enkel scorepunt.

Volgens onze gegevens komt 6% van de A12-kandidaten uit het profiel C&M. Zij hebben hun A1 opgewaardeerd tot A12 en scoren iets lager (gemiddeld 6,0) dan de 'echte' A12-leerlingen.

Uit het examen havo B12

HAVO WISKUNDE B [Gerard Stroomer]

Na de lage scores op met name het examen wiskunde B1 van 2000 is gestreefd naar een iets toegankelijker examen voor 2001. In de septembermededelingen kondigde de CEVO aan:

Het examen wiskunde B1 van 2000, eerste tijdvak, bevatte enkele vragen die te moeilijk of aan de moeilijke kant waren, vanwege abstractie of formulering. Dit gold in het bijzonder voor vragen over het domein Kansrekening en statistiek. In 2001 zullen de vragen voor wiskunde B1 gemiddeld genomen wat concreter en directer geformuleerd zijn. Met betrekking tot de vaardigheden bij het gebruik van de grafische rekenmachine zijn de examens van 2000 evenwel goede voorbeeldexamens.

Het eerste landelijke examen wiskunde B1 bleek voorzichtig genoeg: bij $N = 1,0$ is het gemiddelde cijfer 6,1 bij 32% onvoldoendes.

Het examen wiskunde B12 vond menigeen te voorzichtig: de GR kon te vaak ingezet worden en naar algebraïsche vaardigheden is te weinig gevraagd. Bij $N = 0,9$ (eigenlijk 0,8, maar wegens een tekstfout in de stam van de laatste vraag is de N -term opgehoogd) was het gemiddelde cijfer 6,5 bij 20% onvoldoendes.

Periodiek verband

Gegeven is de functie $f(x) = e^{1 + \sin(x)}$.

De sinusoiden met vergelijking $y = a + b \cdot \sin(x)$ heeft dezelfde toppen als de grafiek van f .

15 B Bereken a en b in twee decimalen nauwkeurig.

16 B Bereken met behulp van differentiëren de exacte waarde van $f'(0)$.

Ook is gegeven de functie $g(x) = e^{1 + \sin(2x)}$.

De grafieken van f en g snijden elkaar op het interval $[0, 2\pi]$ in vijf punten: A, B, C, D en E .

De punten A, C en E liggen op gelijke hoogte; het punt B ligt hoger en het punt D ligt lager dan de punten A, C en E .

Lijn k is de raaklijn in het punt B aan de grafiek van g .

17 B Stel een vergelijking op van k . Rond de getallen in je antwoord af op twee decimalen.

Voor elk positief getal p is gegeven de functie $h(x) = e^{1 + \sin(px)}$.

Bij verschillende waarden van p horen verschillende grafieken van h .

Aan deze grafieken is te zien dat de periode van g afhangt van de gekozen waarde van p .

Bij $p = 1$ hoort de grafiek van f en bij $p = 2$ hoort de grafiek van g .

Het aantal snijpunten van de grafiek van f met die van h op het interval $[0, 2\pi]$ hangt af van de waarde die voor p gekozen wordt.

18 B Onderzoek voor welke positieve waarden van p de grafiek van f en de grafiek van h twee snijpunten op het interval $[0, 2\pi]$ hebben.

Opgave 1 Contradansen

Een Engelse contradans is een muziekstuk dat uit twee delen bestaat. Ieder deel bestaat uit acht maten.

In het boekje „Musik mit Würfeln“ staat een systeem beschreven om, zonder enige muzikale kennis, zelf zulke contradansen te maken met behulp van twee dobbelstenen. In dit boekje staan 176 verschillende maten uitgeschreven. Deze maten zijn genummerd van 1 tot en met 176. Ter illustratie zijn in figuur 1 de eerste zes maten afgebeeld.



De getallen 1 tot en met 176 zijn verdeeld over twee even grote tabellen. De tabel die nodig is voor het eerste deel van de contradans is afgebeeld in tabel 1.

De eerste acht maten:

	A	B	C	D	E	F	G	H
2	70	14	164	122	25	153	18	167
3	10	64	100	12	149	30	161	11
4	33	1	160	163	77	156	168	172
5	36	114	8	35	111	39	137	44
6	105	150	57	71	117	52	132	130
7	165	152	112	15	147	27	73	102
8	7	81	131	37	21	125	49	115
9	142	106	40	69	43	140	23	89
10	99	68	86	139	120	92	143	83
11	85	45	90	158	82	123	78	58
12	145	97	6	121	56	67	63	16

De andere tabel, die nodig is voor het tweede deel van de contradans, zullen we hier niet gebruiken.

Door nu 8 keer met twee zuivere dobbelstenen te gooien, kun je in tabel 1 aflezen uit welke maten het eerste deel van de contradans zal bestaan. Gooi je bijvoorbeeld bij de eerste worp samen 10 ogen, dan lees je in kolom A af dat maat 99 de eerste maat is. Gooi je daarna bijvoorbeeld samen 5 ogen, dan lees je in kolom B af dat maat 114 de tweede maat is. Zo ga je door totdat je uit elk van de kolommen A tot en met H één maat hebt gekozen. De aldus verkregen acht maten vormen het eerste deel van de contradans.

Iemand beweert dat er op deze wijze meer dan 200 miljoen verschillende eerste delen van contradansen gemaakt kunnen worden.

1 B Onderzoek of deze bewering waar is.

Het is mogelijk dat na drie keer gooien met de beide dobbelstenen de maten 36 – 114 – 8 de eerste drie maten vormen van het eerste deel van een contradans. Bereken de kans op deze volgorde.

2 B

Iemand beweert dat de kans dat maat H een nummer heeft dat groter is dan 100 gelijk is aan $\frac{5}{11}$. Immers, in de kolom onder H staan 11 getallen, waarvan er 5 groter zijn dan 100.

Met een berekening kunnen we aantonen dat deze bewering niet waar is.

3 B

Bereken hoe groot deze kans wél is.

Uit het examen havo B12

Grafische rekenmachine

Omdat er meestal veel manieren zijn om een probleem met de GR op te lossen, en er bovendien verschillende typen GR gebruikt mogen worden, is het correctievoorschrift beknopt gehouden. Daarmee lijkt het correctievoorschrift ongewild te suggereren dat het met de toelichting bij gebruik van de GR niet zo nauw komt. Er is behoefte aan duidelijker afspraken over wat een kandidaat moet opschrijven bij gebruik van de GR.

Havo B1

Het examen wiskunde B1 opende met *Jus d'orange*. De vragen over kansrekening, binomiale en normale verdeling waren blijkaar in overeenstemming met wat in de CEVO-brief was aangekondigd. De kandidaten in de steekproef behaalden gemiddeld 58% van de totale score.

In de opgave *Weerstand* moeten de kandidaten een ongelijkheid oplossen (met GR), differentiëren en informatie analyseren en verwerken. Vraag 7, de vraag over differentiëren, bleek met een gemiddelde score van 27% de moeilijkste vraag van het examen. De andere vragen waren zo gemakkelijk dat de gemiddelde score voor de gehele opgave op 63% uitkwam.

Cosinus is een kale opgave. Vraag 11 bleek een moeilijke vraag. Helaas moest een erratum worden verzonden omdat er bij deze vraag meer dan één geschikte waarde voor a en b is. De gemiddelde score

Uit de examens vwo A1 en A12

kwam bij deze opgave op slechts 44%.

Lootjes trekken gaat vooral over tellen en kansen. De vragen 12 en 14 scoorden hoog; de gemiddelde score voor deze opgave was 56%.

Het examen besloot met *Lawaaitrauma*, een opgave over exponentiële en logaritmische functies. Met een gemiddelde score van 61% een niet te moeilijke laatste opgave.

Overlap B1 en B12

In het examen wiskunde B12 kwamen ook de opgaven *Weerstand* en *Lawaaitrauma* voor. De B12-kandidaten scoorden hierop gemiddeld 22 van de 30 punten tegen gemiddeld 19 punten voor de B1-kandidaten. Moet deze hogere score vooral toegeschreven worden aan het feit dat deze leerlingen meer wiskunde gehad hebben of hebben B12-leerlingen gemiddeld meer aanleg dan B1-leerlingen?

Havo B12

De opgave *Kegel en cilinder* bevat elementen uit meetkunde en analyse. In de eerste drie vragen behaalden de kandidaten veel punten met de formules voor omtrek en oppervlakte van een cirkel (formulekaart!), de stelling van Pythagoras en het rekenen met verhoudingen. De laatste vraag, een optimaliseringsprobleem, bleek lastiger. Voor de gehele opgave was de gemiddelde score 65%.

Opgave 2 Wijnvoorraad

Een wijnboer heeft op 1 januari 2001 een wijngaard gekocht die goed is voor een jaarproductie van 400 hl wijn (1 hl = 1 hectoliter = 100 liter). De wijnboer wil kwaliteitswijn produceren die lang houdbaar is. Na de oogst wordt de nieuwe wijn twee jaar lang in eikenhouten vaten bewaard om te rijpen. Na die twee jaar wordt de wijn gebotteld (in flessen gedaan). In de flessen rijpt de wijn nog verder, waardoor de verkoopwaarde van de wijn toeneemt. Als de wijnboer elk jaar direct al zijn gebottelde wijn verkoopt, dan kan hij niet van deze waardevermeerdering profiteren. Maar als hij al zijn gebottelde wijn opslaat in zijn wijnkelders, dan raken deze snel vol en heeft de wijnboer voorlopig geen inkomsten. De wijnboer besluit om jaarlijks een vast percentage van zijn totale voorraad gebottelde wijn te verkopen. Hij verkoopt de wijn altijd aan het eind van het jaar nadat de gebottelde wijn aan de voorraad is toegevoegd.

Als de wijnboer er bijvoorbeeld voor kiest om elk jaar 25% van zijn totale voorraad gebottelde wijn te verkopen, dan ontwikkelt die voorraad zich de eerste jaren als in tabel 2.

tabel 2 Voorraad bij verkoop van 25% van de gebottelde wijn per jaar

	1 januari 2001	1 januari 2002	1 januari 2003	1 januari 2004	1 januari 2005	1 januari 2006
Nieuwe wijn (hl)	0	400	400	400	400	400
Eenjarige wijn (hl)	0	0	400	400	400	400
Gebottelde wijn (hl)	0	0	0	300	525	693,75

- 3p 4 Bereken de totale voorraad gebottelde wijn op 1 januari 2007 als de wijnboer jaarlijks 25% van al zijn flessen wijn verkoopt. Geef je antwoord in liters nauwkeurig.

Ook voor de rest van de opgave bekijken we de voorraad van de wijnboer alleen maar op 1 januari van ieder jaar. Bij een ander percentage ontwikkelt de totale voorraad gebottelde wijn zich natuurlijk anders. Het vaste percentage van de gebottelde wijn dat de wijnboer jaarlijks verkoopt, noemen we p . De tijd in jaren noemen we t . Hierbij nemen we $t = 0$ op 1 januari 2001. De totale voorraad gebottelde wijn (in hl) op tijdstip t noemen we G_t . Gedurende de eerste paar jaren is G_t gelijk aan 0: $G_0 = 0$, $G_1 = 0$ en $G_2 = 0$. En verder geldt de volgende formule:

$$G_t = \left(1 - \frac{p}{100}\right)G_{t-1} + 400 - 4p \text{ voor } t \geq 3$$

De totale voorraad gebottelde wijn groeit in de loop van de tijd naar een evenwichtswaarde. Deze evenwichtswaarde hangt af van de gekozen waarde van p . Voor het verband tussen p en de evenwichtswaarde (in hl) geldt de volgende formule:

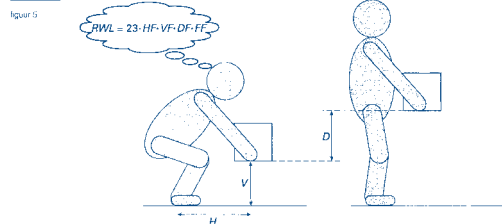
$$\text{evenwichtswaarde} = \frac{40000}{p} - 400$$

Deze formule voor de evenwichtswaarde is uit bovenstaande formule voor G_t af te leiden.

- 5p 5 Leid bovenstaande formule voor de evenwichtswaarde af.

Opgave 4 Tillen

Veel rugklachten worden veroorzaakt door het (verkeerd) tillen van zware voorwerpen. Het Amerikaanse National Institute for Occupational Safety and Health (NIOSH) heeft een methode ontwikkeld om voor iedere tilsituatie het aanbevolen maximale tilgewicht RWL (Recommended Weight Limit) te bepalen. In figuur 5 is zo'n tilsituatie afgebeeld.



In deze figuur is H de horizontale afstand in cm van de handen tot de enkels bij het begin van het tillen, V de verticale afstand in cm van het voorwerp tot de vloer bij het begin van het tillen en D de verticale afstand in cm waarover het voorwerp moet worden getild. Verder hangt de tilsituatie af van de *tilfrequentie* F . Dit is het aantal keren per minuut dat een voorwerp wordt getild.

De RWL (in kg) wordt berekend door 23 kg te vermenigvuldigen met een aantal reductiefactoren die afhangen van de afstanden H , V en D en van de tilfrequentie F . In een formule:

$$RWL = 23 \cdot HF \cdot VF \cdot DF \cdot FF$$

Hierin zijn HF , VF , DF en FF de reductiefactoren.

De reductiefactor VF hangt af van de afstand V volgens de onderstaande formule:

$$VF = \begin{cases} 1 + 0,003 \cdot (V - 75) & \text{voor } 0 \leq V \leq 75 \\ 1 - 0,003 \cdot (V - 75) & \text{voor } 75 \leq V \leq 200 \end{cases}$$

- 3p 17 Welke waarde van V geeft de grootste waarde van VF ? Licht je antwoord toe.

Uit het examen vwo A12

De opgave *Showmodel* is ook een meetkunde-opgave. Een oppervlakte berekenen, een bovenaanzicht maken en de totale hoogte berekenen leverden niet veel problemen op. Met name de laatste vraag was veel eenvoudiger gesteld dan de overeenkomstige opgave uit het oude stijl examen, hetgeen blijkt uit reacties van docenten niet terecht was. De gemiddelde score kwam uit op 75%.

De opgave *Periodiek verband* was een lastige opgave. Bij vraag 18 behaalden de kandidaten gemiddeld slechts 17% van de 5 punten, voor de gehele opgave was de gemiddelde score 31%.

Vergelijking B12 (nieuw) en B (oud)

De opgaven *Weerstand*, *Lawaaitrauma* en *Showmodel* kwamen in beide examens voor. In het examen oude stijl was de derde vraag van *Weerstand* anders, ontbrak de tweede vraag van *Lawaaitrauma* en ontbrak de laatste zin van de stam van de laatste vraag van *Showmodel*. Als de opgaven *Weerstand* en *Showmodel* in het examen wiskunde B12 hetzelfde gekozen waren als in het examen wiskunde oude stijl, dan zou dit examen waarschijnlijk niet als te voorzichtig beoordeeld zijn. Omdat de bezemkandidaten op de overlap vrijwel hetzelfde scoorden, is de N -term voor dit examen zo vastgesteld dat het gemiddelde over het gehele examen ook hetzelfde is: $N = 1,3$ geeft gemiddelde 6,5 en 20% onvoldoendes.

Uit het examen vwo A-oud

VWO WISKUNDE A

[Ger Limpens]

De diverse examens vwo-A (A12, A1, A-oud en A-experimenteel) vonden plaats aan het einde van de examenperiode 2001. Of dat een reden is, dat er ontzettend weinig over deze examens gepubliceerd is, zullen we wel nooit weten. Maar feit is dat er opvallend weinig over gemeld is in de media. Het tijdstip van afname is in ieder geval de reden dat de verschillende regionale besprekingen vrij weinig respons hebben opgeleverd. De regionale besprekingen vonden op dinsdag 5 juni plaats en de reacties die daarop zijn binnengekomen maakten duidelijk dat de vergaderingen niet al te druk bezocht werden. Uiteraard is ook het feit dat het verslag van de centrale bespreking in Utrecht reeds in het weekend dat voorafging aan de regionale besprekingen via de site van de NVvW publiek gemaakt werd niet een echte lokker voor het bijwonen van deze besprekingen.

Vwo A12

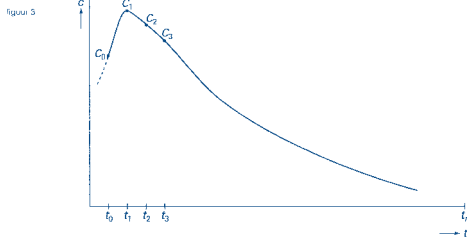
Dit examen is ongetwijfeld door velen met spanning afgewacht. Achteraf kunnen we stellen dat het toch nog behoorlijk veel overeenkomsten vertoonde met het vwo-A-examen voor de 'oude populatie'. Niet verwonderlijk als we ons realiseren dat deze examens, zoals al vaker gemeld, een overlap van circa 50%

Deze opgave gaat over een voorbeeld uit de farmacokinetiek, de wetenschap die onder andere het verloop bestudeert van de concentratie van een geneesmiddel in het bloed.

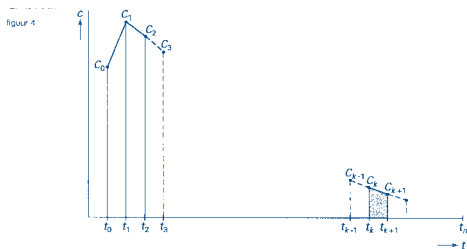
In een praktijktest wordt op geregelde tijden met tussenpozen Δt de concentratie van een geneesmiddel bij een persoon gemeten.

Op de tijdstippen $t_0, t_1, t_2, \dots, t_n$ is de gemeten concentratie $c_0, c_1, c_2, \dots, c_n$. In figuur 3 zijn de punten $C_k (t_k, c_k)$ weergegeven. Deze punten liggen op de kromme die het verloop weergeeft van de concentratie van dit geneesmiddel.

Een maat voor de werkzaamheid van een geneesmiddel is de oppervlakte onder deze kromme. In de farmacokinetiek noemt men dit de AUC (Area Under Curve).



In figuur 4 is aangegeven hoe de oppervlakte onder de kromme benaderd kan worden. Twee opeenvolgende meetpunten bepalen een trapezium. Het trapezium tussen t_k en t_{k+1} is grijs aangegeven. De som van de oppervlakten van alle trapezia is een benadering van de AUC.



De vraag rijst natuurlijk "Hoe nauwkeurig is deze methode?". Dit gaan we in deze opgave voor een speciaal geval onderzoeken.

8 \square Toon aan dat de oppervlakte van het grijsgemaakte trapezium gelijk is aan $\frac{1}{2}(c_k + c_{k+1}) \cdot \Delta t$

9 \square Bewijs dat de AUC tussen t_0 en t_n benaderd wordt door $\left(\frac{1}{2}(c_0 + c_n) + \sum_{p=1}^{n-1} c_p \right) \cdot \Delta t$

Om de nauwkeurigheid van deze manier van benaderen aan de hand van een voorbeeld te testen, nemen we aan dat het dalende gedeelte van de kromme gegeven wordt door $c = 32e^{-\frac{1}{2}t + \frac{1}{4}}$ met c in mg/liter en t in uren, $1 \leq t \leq 5$.

10 \square Bewijs met behulp van integraalrekening dat de AUC voor $1 \leq t \leq 5$ gelijk is aan $64 - \frac{64}{e^2}$

Neem aan dat de concentratie om het half uur gemeten wordt en dat de meetpunten inderdaad op de grafiek van c liggen.

11 \square Bereken hoeveel procent de benadering van de AUC voor $1 \leq t \leq 5$, bepaald met behulp van de formule van vraag 9, afwijkt van de werkelijke oppervlakte. Geef het antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

De hoeveelheid werkzame stof per tablet van het geneesmiddel mag niet te hoog zijn omdat er dan schadelijke bijwerkingen optreden. Maar ze mag ook niet te laag zijn omdat het middel dan onvoldoende effect heeft. De hoeveelheid werkzame stof in een tablet is normaal verdeeld met een gemiddelde van 100 mg en een standaardafwijking van 3 mg. Het medicijn is effectief en niet schadelijk als de hoeveelheid werkzame stof per tablet tussen de 90 mg en 110 mg ligt.

12 \square Bereken in vier decimalen nauwkeurig de kans dat een tablet effectief en niet schadelijk is.

Uit het examen vwo B1 (en uit B12)

moesten hebben. Uiteraard zaten er echter onderwerpen in waarmee dit examen zich onderscheidde van het examen-oude-stijl. Met name opgave 2 *Wijnvoorraad* en opgave 5 *Kosten bij plastics* hoorden duidelijk specifiek in het Tweede-fase-programma thuis. *Wijnvoorraad* vanwege het feit dat hierin het onderdeel discrete dynamische modellen aan de orde gesteld werd en *Kosten bij plastics* omdat daar het verband met het profiel Economie & Maatschappij duidelijk naar voren kwam. Behalve in de programmatische veranderingen die terug te vinden waren in dit examen was men ook geïnteresseerd in vaardigheidsaspecten en met name in het gebruik van de Grafische Rekenmachine. Vraag 7 bijvoorbeeld van *Wijnvoorraad* gaf daar een aardige illustratie van. Aan de andere kant moet toch ook vastgesteld worden dat veel vragen die dit examen bevatte ook zonder het gebruik van de specifieke mogelijkheden van de GR gemaakt zouden kunnen worden. Het zou wellicht een aardige onderzoeksvraag zijn om vast te stellen hoe vaak de Tweede-fase-leerling naar de GR grijpt zonder dat dat in de ogen van zijn docent nu echt nodig is. Kijkend naar de p'-waarden valt toch wel op dat vraag 5 (de vraag van het afleiden van de formule van de evenwichtswaarde bij de opgave *Wijnvoorraad*) met p' = 15 slecht is gemaakt. Een nadere beschouwing leverde op dat maar liefst 73% van de leerlingen 0 punten gescoord heeft bij deze vraag. Op voorhand zou men toch veronderstellen dat

de activiteit 'Ik laat in de evenwichtsituatie de indices t en $t - 1$ weg en los de vergelijking die dan ontstaat op' vaker in de klas geoefend zou moeten zijn. De werkelijkheid bleek weerbarstiger: algebraïsch manipuleren is kennelijk, hoe simpel het kunstje ook is in de ogen van de docent, een breinbreker voor veel leerlingen.

De gemiddelde score van 49,8 was, zeker vergeleken met A-oud (en ook met A1 trouwens), laag te noemen. Als examen op zich zou deze score weliswaar heel goed te verdedigen zijn maar nu, gezien het feit dat de examens A-oud en A12 een grote overlap vertoonden, leek het zaak nader onderzoek te plegen. Op grond van de toets- en itemanalyse viel te constateren dat de A-oud-leerlingen op het overlappende gedeelte inderdaad substantieel beter scoorden dan de A12-leerlingen. Waar dat aan ligt, is natuurlijk niet met zekerheid te zeggen. Maar ongetwijfeld zal de oorzaak gezocht moeten worden in zaken als: de huidige A12-leerlingen zijn leerlingen van vroegstartende scholen die alle het Tweede-fase-wiel hebben moeten uitvinden; de Tweede fase heeft nu eenmaal als gevolg dat een min of meer gelijke hoeveelheid stof in minder lestijd gedaan moet worden; de Tweede-fase-leerlingen hebben een breder pakket aan vakken en moeten hun tijd en aandacht over meer disciplines verdelen. En tot slot: de A12-populatie mag eigenlijk niet met de A-oud-populatie-in-het-algemeen vergeleken worden daar de A-oud-

Hieronder staat een samenvatting van een krantenartikel afkomstig uit NRC-Handelsblad van 23 oktober 1997.

DEN HAAG, 23 okt.

De Consumentenbond ver-richtte een smaaktest met een panel van 23 geofende proe-vers. De proevers dronken het kraanwater van negen waterlei-dingsbedrijven en negen ge-bottelde koolzuurvrije waters. Opmerkelijk was dat het lek-kerste flessenwater werd ver-slagen door zes kraanwaters. Tegelijkertijd met dit onder-zoek werd een onderzoek onder

Water met koolzuur

cafés gehouden. Wie in een café een glas mineraalwater bestelt, krijgt vaak een glas leidingwater vermengd met koolzuur. Dat concludeert de Consumentenbond in zijn gids van november. Onderzoekers kregen bij 11 van de 31 bezochte

horecagelegenheden hetzelfde water geserveerd als uit de kraan van het toilet van de uit-spanning. Achter de bar werd het water door een pompje van koolzuur voorzien. In een reactie op de conclu-sies zegt directeur J.H. Peters van het Bedrijfschap Horaca dat de gesuggereerde omvang van het verschijnsel "schrome-lijk overdreven" is.

In het artikel wordt het opmerkelijk genoemd dat het lekkerste flessenwater werd verslagen door zes kraanwaters. Stel dat de 18 geproefde waters in een willekeurige volgorde worden geplaatst. Je kunt je nu afvragen hoe groot de kans is dat op de zevende plaats voor het eerst een flessenwater voorkomt.

5p 3 □

In een reactie op het onderzoek bewert de heer Peters dat de omvang van het verschijnsel schromelijk overdreven is.

Een café dat kraanwater-met-koolzuur serveert als mineraalwater noemen we een 'knoeier'. Misschien heeft Peters wel gelijk en schetst het artikel een te somber beeld. Veronderstel dat in werkelijkheid 20% van de cafés tot de 'knoeiers' behoort.

4p 4 □

Bereken in vier decimalen de kans dat in een aselechte steekproef van 31 cafés minstens 11 'knoeiers' voorkomen.

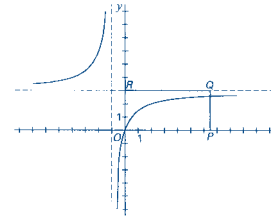
Het werkelijke percentage 'knoeiers' is onbekend. De kans dat je in een café kraanwater-met-koolzuur krijgt wanneer je om mineraalwater vraagt noemen we p .

5p 5 □

Onderzoek bij welke waarden van p de kans op minstens 11 'knoeiers' in een steekproef van 31 cafés kleiner is dan 5%. Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

Gegeven is de functie $f(x) = 3 - \frac{3}{x+1}$. Zie figuur 6.

figuur 6



In figuur 6 is rechthoek $OPQR$ getekend met $R(0, 3)$ en $P(b, 0)$ met $b > 0$. De grafiek van f verdeelt de rechthoek in twee delen met gelijke oppervlakte. Bereken b in twee decimalen nauwkeurig.

8p 14 □

Voor de rij v_0, v_1, v_2, \dots geldt $v_n = f(v_{n-1})$ met $v_0 \geq 0$ en $n \geq 1$.

Op de bijlage bij vraag 15 is een gedeelte van de grafiek van f getekend. Onderzoek voor welke waarden van v_0 de rij convergeert. Licht je antwoord toe, bijvoorbeeld met behulp van een webgrafiek.

6p 15 □

Voor bepaalde startwaarden $v_0 < 0$ breekt de rij v_0, v_1, v_2, \dots met $v_n = f(v_{n-1})$ en $n \geq 1$ af, omdat de termen niet meer gedefinieerd zijn.

5p 16 □

Geef twee van dergelijke startwaarden. Licht je antwoord toe.

Uit het examen vwo B1 (en B12)

populatie nu eenmaal ook een substantieel aantal leerlingen met wiskunde B in het pakket bevat. Bij A12 is dat niet het geval. Uit de analyse citerend: het totaal aantal leerlingen A12 in de steekproef was 925; hiervan waren er 73 uit C&M, 810 uit E&M, 7 uit N&G en 8 uit N&T. Van een beperkt aantal leerlingen ontbraken deze gegevens. De conclusie dat het overgrote deel van de A12-leerlingen afkomstig is uit E&M lijkt op grond hiervan gerechtvaardigd. Dat was ook de reden dat er bij de vaststelling van de N-term bij A12 gekozen is voor $N = 1,4$. Bij deze waarde van N blijkt namelijk het gemiddelde van A12 op 6,4 uit te komen en het percentage onvoldoendes op 25. Het gemiddelde en het percentage onvoldoendes bij A-oud-zonder-wiskunde-B, uiteraard bij $N = 1,0$, is 6,4 respectievelijk 23,3.

Vwo A1

Dit examen baarde wellicht op voorhand de meeste zorgen. Achteraf bleek een en ander alleszins mee te vallen, althans kijkend naar de gegevens afkomstig van de versnelde correctie. Een gemiddelde van 6,6 (49 punten) en 19% onvoldoendes bij $N = 1,0$ zijn zonder meer acceptabel te noemen. Ook het veld, voorzover er reacties waren, gaf geen daadwerkelijk negatieve respons. Wel moet opgemerkt worden dat nogal wat respondenten opmerkten dat ze de keuze van de openingsopgave *Contradansen* zowel voor A1 als voor A12 niet de beste vonden. Er bleken, met name bij

Uit het examen vwo B12

A1, nogal wat leerlingen te zijn die vermoedelijk meer venijn vermoedden in de begintekst van deze opgave dan door de makers beoogd. Niet zozeer de gevraagde activiteiten als wel de verpakking hiervan leek hier dus als knelpunt ervaren te worden. Ook in het A1-examen was er natuurlijk aandacht voor de 'nieuwere' aspecten van het programma. Ook hier manifesteerde dit zich onder andere in de opgave *Wijnvoorraad*, een opgave die weliswaar dezelfde naam draagt als de betreffende opgave in het A12-examen maar een toch beduidend eenvoudiger verzameling vragen bevatte. Het model dat hierin aan de orde gesteld werd, was gebaseerd op een meetkundige rij, per slot van rekening het enige dat er van de discrete wiskunde nog terug te vinden is in het programma voor het centrale examen wiskunde A1. Vraag 17 van deze opgave, waarbij zoals opgemerkt in de tekst van de opgave gebruik gemaakt moest worden van de somformule voor meetkundige rijen, scoorde laag, daarmee in de pas lopend met de constatering die we ook bij het A12-examen deden: algebraïsche activiteiten zijn voor dit type leerlingen kennelijk behoorlijk lastig.

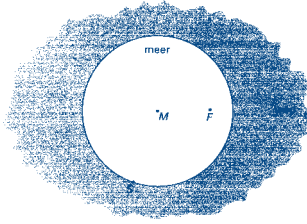
Vwo A-oud

Dit examen scoorde een gemiddelde van 57,9 punten. Met $N = 1$ kwam het gemiddelde cijfer daarmee op 6,8. Het percentage onvoldoendes bleek 18% te zijn. Al met al vormden deze resultaten geen reden tot

Boottocht

In een cirkelvormig meer liggen twee eilandjes, M en F . We beschouwen de eilandjes als punten. M ligt precies in het midden van het meer. Zie figuur 1.

figuur 1



S is een punt aan de rand van het meer. Een bootje start in S en vaart in een rechte lijn naar M .

- 50 1 Teken in de figuur op de bijlage bij vraag 1 het punt P op de route van het bootje waar het bootje even ver van punt S verwijderd is als van F . Licht je werkwijze toe.

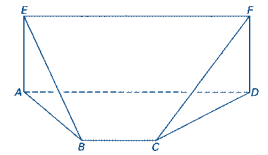
Een ander bootje start in een punt aan de rand van het meer en vaart ook in een rechte lijn naar M . Halverwege is de afstand van het bootje tot het land even groot als de afstand van het bootje tot beide eilandjes.

- 60 2 Teken in de figuur op de bijlage bij vraag 2 de punten aan de rand van het meer van waaruit het bootje vertrokken kan zijn. Licht je werkwijze toe.

Opgave 3

Van het lichaam dat in figuur 2 en op de bijlage is afgebeeld, is gegeven: vlak $ADFE$ staat loodrecht op vlak $ABCD$, vierhoek $ADFE$ is een rechthoek, $AD \parallel BC$ en $AD = 9$, $AB = CD = 5$, $BC = 3$ en $AE = 3$.

figuur 2



- 60 8 Bereken de inhoud van het lichaam.

Punt P ligt op de ribbe EF .

- 70 9 Bereken PF in het geval dat $PB + PD$ minimaal is.

Het vlak $ABCD$ draait om AD naar boven, totdat het lijnstuk BC in het vlak $ADFE$ ligt.

Hierbij beschrijft het lijnstuk BC een kwart cilinder.

- 70 10 Bereken de maximale afstand van een punt op deze kwart cilinder tot het vlak $EBCF$.

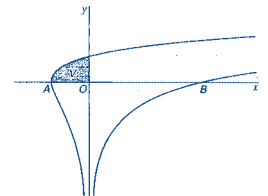
Opgave 4

De kromme K is gegeven door

$$x(t) = t^2 - 2t \quad \text{en} \quad y(t) = \ln|t|$$

In figuur 3 is K getekend.

figuur 3



- 60 11 K snijdt de x -as in de punten A en B . Bereken de hoeken die K maakt met de x -as in de punten A en B . Geef de antwoorden in graden nauwkeurig.

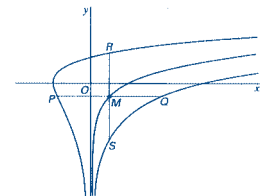
V is het vlakdeel ingesloten door K en de coördinaatassen.

V is in figuur 3 aangegeven.

V wordt gewenteld om de y -as.

- 80 12 Bereken de inhoud van het omwentelingslichaam dat zo ontstaat.

figuur 4



Het punt $M(a, \ln a)$ ligt op de kromme $y = \ln \sqrt{x}$.

De lijn door M evenwijdig aan de x -as snijdt K in de punten P en Q .

De lijn door M evenwijdig aan de y -as snijdt K in de punten R en S . Zie figuur 4.

- 60 13 Bewijs dat M zowel het midden is van lijnstuk PQ als het midden van lijnstuk RS .

Uit het examen vwo B12

ontevredenheid. Ook uit de, weliswaar spaarzaam bezochte, regionale bijeenkomsten kwamen geen structureel negatieve geluiden. In meerderheid was men redelijk tevreden over zaken als spreiding, aantallen routine- en originele opgaven, leesbaarheid en omvang. Wel constateerde een kleine meerderheid dat het niveau van dit examen onder het niveau van eerdere examens lag maar of dat, in het licht van het feit dat dit examen voor velen het afscheid van het oude programma betekende, daadwerkelijk betreurd werd, is niet vanzelfsprekend.

In dit examen trof men als 'specifieke' opgave aan de opgave *Verleiding*, een context gebaseerd op een onderzoek naar paringsgedrag bij de *Corynopoma riisei*, een Zuid-Amerikaans visje. Met name de laatste vraag van deze opgave, vraag 11, werd door docenten als een crime ervaren. Vermoedelijk niet eens zozeer vanwege de aan de orde gestelde activiteit, maar veeleer vanwege het begrijpelijke probleem van de correctie. Aantonen van een constante verdeling na 25 overgangen zoals gedicteerd door de matrix A^{25} leverde bij diverse leerlingen ingewikkelde en moeilijk te beoordelen verhalen op. Het correctiemodel probeerde daarop te anticiperen door, behalve een abstract rekenmodel, ook een verhalende uitleg te vermelden. Jammer genoeg werd dit niet door iedereen als voldoende ervaren.

Als laatste opgave was daar de opgave *Tillen*. Deze

Uit het examen vwo B-oud

context en enkele van deze vragen kwam ook in het A1-examen voor. De laatste drie vragen van deze opgave waren uniek voor het A-oud-examen. Ook hier viel achteraf weer een probleem rond de algebraïsche vaardigheden te constateren. Vraag 19, waarbij gevraagd werd de geldigheid van een gegeven lineaire formule aan te tonen, leverde voor veel leerlingen grote moeilijkheden op. Probleem zou hier wellicht kunnen zitten in het feit dat leerlingen, om een begin met de oplossing te maken, de eerste stap waarbij ingezien moest worden dat de som van twee verticale afstanden V en D gelijk moest zijn aan 190, niet konden maken. 69% van de leerlingen scoorde namelijk 0 punten voor deze vraag.

Vergelijking A-oud en A12

In Tabel 4 (zie pagina 17) zijn enkele gegevens betreffende de overlap tussen A12 en A-oud bij elkaar gezet. Het is interessant om te constateren dat leerlingen uit de A12-populatie de eerste twee vragen van de opgave *Kwaliteitscontrole* net iets beter maken dan leerlingen uit de A-oud-populatie, zeker als we ons realiseren dat beide groepen (zie eerder in dit artikel) niet echt vergelijkbaar zijn vanwege de B-leerlingen die wel in A-oud en nauwelijks in A12 zitten. Vermoedelijk is deze lichte verbetering bij de onderhavige activiteiten te danken aan het gebruik van de GR daar het hier ging om relatief eenvoudige normale-verdelingsaspecten die

Tabel 4: p'-scores vwo A en A12 (overlap)

A-oud			A12		
Opgave	vraagnr.	p'-score	Opgave	vraagnr.	p'-score
<i>Kwaliteitscontrole</i>	1	83	<i>Kwaliteitscontrole</i>	8	86
	2	66		9	71
	3	87		10	84
	4	79		11	75
	6	44		12	38
<i>Koeling</i>	12	71	<i>Koeling</i>	13	63
	14	80		15	66
	15	56		16	33
	16	44		17	35

Tabel 4

met de GR sneller afgehandeld kunnen worden dan met een tabel. Een vraag als de derde gemeenschappelijke vraag (vraag 15 in A-oud respectievelijk 16 in A12) bij de opgave *Koeling* daarentegen deed het in de A12-situatie beduidend slechter dan bij de A-oud-leerlingen. Hier was inderdaad geen voordeel te behalen met de GR en moest veelal gebruik gemaakt worden van algebraïsche routine nadat een bouwschema van een formule doorgrond was. Kennelijk voor de Tweede-fase-leerling een heel wat moeilijker opdracht dan voor de leerling uit het pre-Tweede-fase-tijdperk.

VWO A-experimenteel

Tot slot nog enkele woorden over het experimentele vwo-examen wiskunde A (A-exp). In het kader van de voorbereiding op het in de Tweede fase ingevoerde domein Discrete Dynamische Modellen (DDM) is op een tweetal scholen enkele jaren geëxperimenteerd met dit onderwerp. Deze scholen hoorden niet bij de vroegstartende scholen, zodat de leerlingen van deze scholen dit jaar hun experiment wiskunde A afsloten met een experimenteel examen. In totaal deden 105 leerlingen in 2001 mee aan dit examen. Het was een amalgaam van A-oud en A12. Om precies te zijn: de opgaven *Kwaliteitscontrole*, *Koeling* en *Tillen* zaten zowel in A-oud als in A-exp. En de opgave *Wijnvoorraad* die bedoeld was om het DDM-aspect te toetsen kwam grotendeels uit A12. De opgave in A-exp

telde echter een vraag meer, als gevolg van het feit dat het A-exp-examen anders net iets te weinig punten zou tellen. Uit nadere analyse valt op te maken dat de A-exp-leerlingen het totale examen net iets beter gemaakt hebben dan de A-oud-leerlingen: score 59 voor A-exp versus score 58 voor A-oud. Bij de overlap van A-oud en A-exp is een vergelijkbaar verschil te constateren: p'-waarde 68 (A-exp) versus 66 (A-oud). En ook het percentage onvoldoendes, uitgaande van $N = 1$, komt sterk overeen met dat van A-oud, namelijk 16. Al met al voldoende argument om te constateren dat de aan het experiment deelnemende leerlingen gemiddeld gesproken er niet slechter van af kwamen dan hun 'reguliere' A-oud-collega's.

VWO WISKUNDE B

[Petra Boon]

Vwo B1 en B12

Op woensdag 16 mei om half twee kwam er een einde aan de onzekerheid bij de vwo B1- en B12-kandidaten en hun docenten. Dit was het allereerste examen van deze 'nieuwe wiskunde'. De docenten hadden de eindtermen bestudeerd en hun kandidaten naar hun beste vermogen voorbereid. Onwennig met de grafische rekenmachine en de eisen over de notatie hierbij en soms twijfelend over de betekenis van de aanduidingen

Tabel 5: p'-waarden vwo B1 naar vraag en groep

vraag \ score	alle kand. 0-91	1e groep 0-29	2e groep 30-37	3e groep 38-44	4e groep 45-53	5e groep 54-91	max. score
1	57	26	42	60	70	88	9
2	34	11	24	32	43	59	8
*12	3	40	26	33	34	48	5
*13	4	69	48	60	73	77	4
5	34	13	21	35	37	64	5
6	92	80	92	94	95	98	6
7	40	14	32	32	52	71	7
*3	8	74	49	69	78	83	3
*4	9	6	3	5	5	7	4
*5	10	48	17	32	43	64	5
*6	11	7	2	4	5	8	7
12	87	74	83	91	94	94	5
*7	13	69	31	63	73	86	5
*8	14	66	32	59	69	82	4
*9	15	29	8	13	23	36	5
*10	16	37	10	24	34	42	3
*11	17	12	2	5	7	9	6

gemiddelde score 42

Tabel 5

in de nomenclatuur bij deze wiskunde.

Ondertussen heeft het merendeel van de docenten kennis kunnen nemen van het nieuwe examen. Laten we het werk eens wat beter bekijken.

Alle kandidaten uit de steekproef van het CITO worden in vijf groepen verdeeld. Deze groepen zijn wat betreft de aantallen ongeveer even groot. [Tabel 5](#) en [Tabel 6](#) (op pagina 18/19) geven bij de verschillende vragen de p'-waarde weer van alle kandidaten en opgesplitst in deze vijf groepen. In de tabellen zijn de overlapvragen met een sterretje aangegeven en tevens is aangegeven met welke vragen in de andere tabel deze corresponderen.

Bij B1 (met een gemiddelde score van 42) werd via $N = 1,8$ het gemiddelde cijfer 5,9 en het percentage onvoldoendes 38%.

Bij B12 (gemiddelde score 46) werd via $N = 1,7$ het gemiddelde cijfer 6,2 en het percentage onvoldoendes 29%.

Wat valt ons onder andere op als we naar de tabellen kijken?

- De openingsopgave *Oppervlakte* bij B1 was misschien niet zo goed gekozen, maar bij B12 was *Boottocht* een goede openingsvraag.
- Bij B1 vallen de vragen 9 en 11 op. Dit zijn de vragen 4 en 6 bij B12. Deze vragen had niemand verwacht. 'Maar een gewaarschuwd mens telt voor twee'.
- Er is een aantal vragen dat een groot verschil

weergeeft tussen de 1e groep en de 5e groep. Vragen die voor de kandidaten uit de eerste groep duidelijk te moeilijk zijn, maar door de kandidaten uit de laatste groep zeer goed te maken zijn.

Verder leverde het gebruik van de grafische rekenmachine de nodige problemen op. Bijvoorbeeld: het tabellenboekje is passé als de binomiale verdeling benaderd moet worden. Sommige vergelijkingen kunnen alleen opgelost worden met de grafische rekenmachine. Hoe kijk je als tweede corrector het werk van een kandidaat na die een ander type grafische rekenmachine gebruikt? Problemen die zich in de toekomst vanzelf oplossen. Men moet nog aan al die nieuwe dingen wennen, net zo als men aan de nomenclatuur moet wennen.

Vwo B-oud

Voor veel docenten werd het afgelopen schooljaar een tijdperk afgesloten. Het jaar 2001 was het laatste jaar waarin het vwo B-examen landelijk werd afgenomen. Daarna is er nog een aantal bezemexamens maar vanaf nu moeten de docenten opnieuw proberen te achterhalen wat ze in een examen kunnen verwachten. Veel docenten vinden de 'nieuwe' wiskunde B1 en B12 echter erg leuk om les in te geven. Ze vinden het een uitdaging om te ontdekken of ze de eindtermen op dezelfde manier interpreteren als de examenmakers. Nu rijst natuurlijk de vraag of het examen van 2001

Tabel 6: p'-waarden vwo B12 naar vraag en groep

score vraag	alle kand. 0-91	1e groep 0-33	2e groep 33-42	3e groep 43-49	4e groep 50-57	5e groep 58-91	max. score
1	92	78	90	96	97	98	5
2	82	68	77	83	89	93	6
*8	3	87	69	85	89	94	3
*9	4	14	4	6	9	13	4
*10	5	59	23	42	63	71	5
*11	6	18	4	9	16	21	7
*13	7	90	68	90	95	97	5
*14	8	81	54	80	86	90	4
*15	9	33	7	18	30	38	5
*16	10	58	23	44	59	73	3
*17	11	24	5	12	19	30	6
*3	12	47	22	42	45	59	5
*4	13	59	31	48	62	72	4
	14	57	22	45	61	71	8
	15	48	19	37	49	61	6
	16	29	6	14	27	37	5
	17	26	8	14	22	32	5
	18	32	19	30	27	38	5

gemiddelde score 46

Tabel 7: p'-waarden vwo B-oud (enkele vragen)

score vraag	alle kand. 0-90	1e groep 0-39	2e groep 40-47	3e groep 48-55	4e groep 56-64	5e groep 65-90
3	64	34	53	65	78	92
4	47	19	29	45	61	83
6	41	11	28	36	52	80
10	45	20	34	41	56	76
12	45	17	32	42	56	80

Tabel 6 en 7

een mooie afsluiting was. Laten we hiervoor de gegevens bekijken en dan kan iedereen zijn eigen oordeel vormen; immers 'zoveel mensen, zoveel smaken'.

Het eerste waar iedereen altijd naar kijkt bij een examen is het gemiddelde. Het gemiddelde cijfer bij dit examen was 6,2 en dat gaf geen reden tot alarm. Het percentage onvoldoendes was 31% en ook dat gaf geen reden om meteen in actie te komen.

Toch hadden de docenten gemengde gevoelens en vonden ze het niveau vrij hoog. Slechts 20% van de kandidaten scoorde een 7,5 of hoger, maar daar stond tegenover dat slechts 12,4% een 3,4 of lager scoorde. De opmerking dat de 'betere kandidaat' moeilijk een hoog cijfer kon scoren was dus terecht. De 'zwakke kandidaat' was echter in staat zijn cijfer omhoog te halen. Wat heeft de voorkeur?

De meetkundeopgave werd dit jaar geprezen, alhoewel de formulering van vraag 9 de kandidaat niet op het spoor van de (makkelijke) meetkundige oplossing zette. De p'-waarden van de vragen 8, 9 en 10 waren achtereenvolgens 82, 31 en 45.

Vraag 13 is echt de uitsmijter geworden. Met een p'-waarde van 20 was deze vraag duidelijk een moeilijke vraag. Zelfs voor de 'betere kandidaat' een grote hindernis om te nemen.

Wat is er verder nog te melden?

Alle kandidaten uit de steekproef van het CITO kunnen

ook hier in vijf groepen worden verdeeld (zie Tabel 7). Deze groepen zijn ongeveer even groot. Bij vijf vragen zien we een groot verschil tussen de p'-waarden van de eerste groep en de laatste groep. Dit zijn de onderscheidende vragen en ze zijn samen 34 van de 90 punten waard.

Nu is het aan iedereen zelf om te bepalen of dit een geslaagd examen was om het tijdperk VWO wiskunde B mee af te sluiten.

Over de auteurs

Petra Boon, Kees Lagerwaard, Ger Limpens en Gerard Stroomer zijn wiskundemedewerkers en examenmakers van de Citogroep te Arnhem (website: <http://www.citogroep.nl>).

Hun e-mailadressen zijn opvolgend: petra.boon@citogroep.nl, kees.lagerwaard@citogroep.nl, ger.limpens@citogroep.nl, gerard.stroomer@citogroep.nl

VERSLAG EXAMENBESPREKINGEN 2001.

Dit jaar was het organiseren van de, al dan niet regionale, besprekingen voor de vbo/mavo-, havo- en vwo-examens wiskunde door de NVvW een hele klus. Zo waren er voor de laatste keer de reguliere vwo-vergaderingen en voor het eerst regionale havo-A12 en havo-B1/B12 bijeenkomsten. Daarnaast werden de vwo-pioniers in de tweede fase bediend met een tweetal meetings.

[Jan de Geus]

Omdat examens oude stijl en tweede fase dit jaar op vrijwel alle scholen een pas de deux vormden - enkele voorloperscholen hadden wellicht nog een bezemgroepje vwo-ers - is er heel veel gevegd van menig (wiskunde)docent. Daarbij nog bedenkend dat de tijd tussen het laatste examen (vwo-A) en de uitslagdatum behoorlijk krap was, mag men rustig spreken van een jachtige periode.

Duidelijk merkbaar is de groeiende rol van internet; de aanvullingen op de diverse correctievoorschriften werden zeer gretig gedownload.

Ongebroken echter is de belangstelling voor dit type samenzijn, waarbij opgemerkt moet worden dat het moeilijk vergelijken is met voorgaande jaren: enerzijds viel het vwo dit jaar in twee delen uiteen, anderzijds is het niet duidelijk in hoeverre op de havo wiskunde B1 en B12 gezamenlijk dan wel gescheiden gedoceerd werden.

Wellicht een novum voor deze jaarlijkse rubriek is een verslagje van de vbo/mavo C/D vergaderingen. De vbo/mavo-leerlingen vormen een meerderheid, hun stem (via de docenten) mag worden gehoord!

De vbo/mavo-vergaderingen werden door 70 collega's bezocht, havo A12 trok 154 deelnemers, bij havo B1/B12 waren resp. 98 en 103 aanwezigen, vwo A trok 74 belangstellenden die er hun veelal vrije pinksterdrie voor overhadden, en op vwo B kwamen 43 docenten af. Van de beide centrale bijeenkomsten in Utrecht over de vwo nieuwe stijl examens die goed bezocht werden, staat het verslag op de website van de vereniging.

In de tabel staan de resultaten van de verschillende enquêtes. Opvallend was het grote aantal onthoudingen bij met name de vragen over de nieuwe havo-examens. Daarvoor zijn een aantal redenen te bedenken: menig examen kende geen vergelijkbare voorganger, een vergelijking tussen A12- en het A-examen oude stijl durfde 14% desgevraagd niet te maken. Maar liefst 25% bleef het antwoord schuldig op de vraag of er al dan niet voldoende niveauverschil was tussen het havo-B1 en havo-B12 examen. En vreemd genoeg werd deze vraag alleen maar aan de B1-groep voorgelegd! (Uit die groep klonk trouwens de opmerking dat een vergelijking met A12 wellicht meer op zijn plaats was.) Wellicht is er ook een groep 'jonge' docenten die de Tweede fase kar mocht gaan trekken en voor wie deze examens de eerste vuurproef was. In de [tabel \(zie pagina 21\)](#) zijn onthoudingspercentages van 5% en hoger met een asterisk (*) aangegeven.

Ook nu weer zijn er bij de meeste besprekingen verslagen gemaakt. Deze zijn aan de CEVO gezonden met het verzoek de daarin gemaakte opmerkingen onder andere te doen gebruiken bij het opstellen van toekomstige examens. Bij het vaststellen van de cesuur kan de CEVO gemaakte opmerkingen laten meewegen. Dat de CEVO alert is, bleek met betrekking tot vraag 11 uit het havo-A12 examen. Details verderop in dit artikel. Daarna zijn de verslagen naar ondergetekende doorgezonden. Het nu volgende is een naar ik hoop representatieve samenvatting.

Vraag	vbo/ mavo C	vbo/ mavo D	havo A12	havo B1	havo B12	vwo A	vwo B
In vergelijking met de vorige jaren is het niveau van het CSE 2001 (havo A12 vergeleken met A oude stijl):							
lager	0	0	31	13	40	53	12
gelijk	43	0	54	84	55	45	38
hoger	87	100	1*	1	1	1	48
De spreiding over de stof is:							
slecht	40	68	24	21	8	21	2
voldoende	49	32	60	71	71	78	77
goed	11	0	8*	5	16*	1	21
Het aantal routinevragen is:							
te klein	39	66	12	2	0	0	0
goed	59	34	70	90	62	99	100
te groot	2	0	13	6	34	1	0
Het aantal originele vragen is:							
te klein	0	0	1	2	7	0	7
goed	78	67	83	94	89	93	84
te groot	22	33	6*	1	0	7	7
Het correctievoorschrift is:							
te gedetailleerd	0	1	1	1	0	4	0
goed	85	59	75	95	90	79	98
te weinig gedetailleerd	15	40	19*	1	2*	16	2
De keuze van het startvraagstuk is:							
slecht	0	49	1	1	1	4	0
matig	4	12	8	7	3	16	14
goed	96	39	87	89	91*	80	86
Het aantal vragen waarbij de GR gebruikt wordt, is:							
te klein	nvt	nvt	37	0	0	nvt	nvt
goed			56	80	63		
te groot			1*	17	33		
De hanteerbaarheid van het CV voor vragen waarbij de GR is gebruikt, is:							
slecht	nvt	nvt	43	10	21	nvt	nvt
voldoende			40	77	43		
goed			10	7*	30*		
De leesbaarheid van de vraagstukken is in het algemeen:							
slecht	44	49	12	2	0	21	0
voldoende	53	50	61	27	47	68	56
goed	3	1	16*	70	53	11	44
De omvang van het CSE 2001 was:							
te gering	0	0	1	1	4	0	2
goed	77	8	89	94	93	69	70
te groot	23	92	6	1	2	31	28
Het verschil met het MAVO-C resp. MAVO-D examen is:							
te klein	0	0	nvt	nvt	nvt	nvt	nvt
goed	93	76					
te groot	7	24					
Het niveau-verschil tussen het B1-examen en het B12-examen is:							
te gering	nvt	nvt	nvt	16	nvt	nvt	nvt
goed				56			
te groot				3*			

* betekent: het onthoudingspercentage is 5% of hoger

Vbo/mavo wiskunde C en D

Slechts 9 van de 24 vragen waren gelijk, verdeeld over een drietal opgaven: 'De krant', 'Bruggen' en 'Verfbad'. Daarnaast hadden beide examens ook nog eens drie 'eigen' opgaven. Reden genoeg om ze apart te bespreken!

De mening over het C-examen was redelijk positief, maar een heel belangrijke kanttekening die in verschillende verslagen aan de orde kwam betrof het taalgebruik. Veel mavo-leerlingen zijn schriftelijk niet zo taalvaardig, maar hun antwoorden worden, gedwongen door het CV, wel afgerekend op de letterlijke inhoud, niet op de daarin verwoorde boodschap. Dat geeft docenten soms een machteloos gevoel. Maar een van de docenten zei wel: 'Beter dan andere jaren, want deze was maakbaar.'

Opgave 1 over zonkracht gaf weinig problemen. Bij de tweede opgave echter ontstond verwarring. De realistische context botste namelijk met de wiskundige aanpak die werd vereist. Wie een plank van 60 cm breed doormidden zaagt, krijgt niet de gevraagde boekenplanken van 30 cm breed, maar kleinere, want de zaagsnede is niet nul! Wie dat niet noemde maar de planken van 30 cm breed koos, kreeg aftrek. De toevoeging: 'Je mag het zaagverlies verwaarlozen' had heel wat puntjes gescheeld. Te meer omdat men met de keuze van de lengtes van de planken in de tabel wél rekening leek te hebben gehouden met dat verschijnsel. Vrijwel alle commentaren noemen deze onvolkomenheid in de vraagstelling.

Men had kritiek op de opgave over bruggen. Het Zwolse verslag spreekt zelfs van misleiding, er lopen in de opgave namelijk meerdere hoogteschalen door elkaar heen.

Op de bijlage van de vergrote versie (voor dyslectici, voor slechtzienden) van het examen ontbrak de mm-verdeling in de figuur bij vraag 13. Wiskundig correct, maar zo is het betere de vijand van het goede! En dan toch verwachten dat de kandidaat een antwoord als 00.48 vindt? Men vond dat in de vergadering in Zeist oneerlijk.

De krantenopgave gaf weinig problemen, alleen de hoeveelheid tekst in de stam werd als 'veel' bestempeld. Het verfbad werd hier en daar een bloedbad, zo leek het. Vraag 19 had volgens velen een CV (correctievoorschrift) dat docenten in verwarring bracht. De CEVO gaf toestemming (!) het CV 'letterlijk' te volgen ('Wanneer niet?', vraag ik me dan af). Het bleek een kubus in een glas water: de positie van de kubus t.o.v. de bak was niet relevant. F ligt volgens een zin in de stam op het scheidingsvlak, maar daar hoefde niet op te worden gelet.

Ook kritiek op de uitslag van de geverfde kubus: binnen- en buitenkant werden nogal eens door elkaar gehaald. De theelichtenopgave tot slot bevatte een triviantvraag: hoeveel Nederlanders zijn er? Wie dat niet wist zat in de problemen: 15 miljoen vond het CV passabel, maar minder?

In het D-examen werd nota bene in vraag 4 het gegeven genoemd dat er 16 miljoen Nederlanders waren. Nou ja!

De eerste drie opgaven van het D-examen zaten grotendeels ook in het C-examen. Ze waren goed te doen voor de kandidaten, alleen zat er een taalkundig addertje in vraag 8: pas in de vraag stond dat er meer dan één goed antwoord was, maar dat er maar één hoefde te worden gegeven. Evenmin was de manier van antwoorden helder: arceren, kleuren of grenslijnen aangeven?

De opgave over de mobiele hijskraan deed bij vraag 16 de verslaglegger in Zeist opmerken: 'Nul of vijf punten, kan eigenlijk niet. Geen ruimte voor deelscores.' Een aantal leerlingen kwam in serieuze tijdnood, getuige de opmerkingen uit Zwolle. De vragen uit 'De krimpande trui' en het 'Kunstwerk van betonblokken' werden dan ook door menigeen afgeraffeld. Jammer.

**'het verfbad
werd hier en
daar een
bloedbad'**

In die truienopgave trouwens nog een leuke blooper: het antwoord op de vraag bij welke temperatuur een lapje is gewassen dat gekrompen is van 60 cm naar 55 cm moet volgens het CV zijn: 61° C. Welke wasmachine kan hierop worden afgesteld? De meeste hebben instellingen van 30°, 60° en 95°! Dus een kandidaat die 61° berekent en dan opschrijft: 60° C kan niet alleen goed rekenen, maar is ook geslaagd voor zijn cursus praktische intelligentie! Helaas, - 1 punt als die 61 niet was opgeschreven. En nu het toch over truien gaat, breiwerk bij het rekenen wordt volgens sommigen wel erg zwaar gestraft, namelijk elke keer opnieuw een of meer punten er af. Iemand merkte op dat men op de havo veel milder straft bij dergelijke zonden.

De betonblokken van opgave 6 tenslotte stierven bij velen in schoonheid. De laatste twee onderdelen van het examen leverden maar liefst 10 punten op (vaak dus niet) en veel kandidaten bleven dan ook door tijdgebrek halverwege deze niet al te moeilijke opgave steken.

Tot slot een vrolijk geluid uit Den Bosch: degene die daar de vergadering (voor het eerst) leidde was niet op problemen gestuit en had er een goed gevoel bij. Volgend jaar weer, Lucie?

Havo wiskunde A12

Den Bosch: 'Een opluchtend examen.' Goes: 'Resultaten vielen tegen.' Den Haag: 'Een leuk, aantrekkelijk examen, maar later blijken er vele problemen.' Het

eerste landelijke examen A12 mócht niet te moeilijk zijn, maar door de verminderde urenaantallen waren veel kandidaten navenant minder getraind, zo was de breed gekoesterde mening.

In opgave 1, 'Misdrifven', was het antwoord op vraag 2 soms lastig te beoordelen, aldus het commentaar uit Groningen. De een gaat rekenen, de ander begint een driedelige roman. In opgave 2, die over 'Verwarming' handelde, zat een rare vraag, vond vrijwel iedereen. Vraag 8. 'Een gekunstelde manier om toch nog differentiëren in 't examen te stoppen', lees ik in het verslag uit Arnhem. Bovendien is het voor de kandidaten niet duidelijk uit de vraagstelling ('Toon aan met behulp van de afgeleide...') of ze daadwerkelijk dC/dI moeten opschrijven en analyseren, dan wel zich kunnen wenden tot hun GR en met behulp van enkele welgekozen functies die dat apparaat nu eenmaal heeft, het gevraagde aantonen. Het woordje 'grotere' zaaide ronduit verwarring: groter dan wat? Dan 200 m^3 ? Dat mocht toch niet? Bedoeld was door de makers natuurlijk: 'toenemende', maar dat stond er niet. Resultaat, na flink wat geschermd ook met Domeinen (de nummers 74 en 76) en zo: iedereen krijgt de volle mep. Waren er weer anderen kwaad! (In Zwolle vond men

'een opluchtend examen'

het een 'uiterst laffe politieke beslissing'.)

Ja, en dan de opgave 'De kleurenblinde en de glasbak.' Een titel voor een detectiveroman! Vraag 11 over slimmer verdelen van drie kleuren flessen over de drie gaten van de glasbak leidde tot oeverloze kletspraat bij vele kandidaten. Antwoorden met buurvrouwen, stickertjes, een willekeurige voorbijganger, ze moesten ('helaas', vond men in Arnhem, 'terecht', oordeelde men in Amsterdam) allemaal fout gerekend worden. Maar de 2 punten voor het aantonen dat zo'n werkwijze zelfs tot 100% trefkans kan leiden? Die toch maar geven? Het CEVO greep in middels een oekaze: alleen wiskundig-getinte redeneringen kwamen voor punten in aanmerking. Het verslag uit Den Haag stelt daarentegen dat het woord 'betere' juist suggereert dat er naar een niet-wiskundige oplossing wordt gehengeld. En men vindt daarom dat zo'n soort vraag nooit 5 punten mag opleveren.

Opgave 4, over schoenveters, werd met name bekritiseerd met betrekking tot de vreemde afrondingen: het CV is niet consequent, nu eens rondt het af op helen, dan weer gebeurt dat in een analoge situatie niet (in Den Haag merkte men dat op). In vraag

13 noemt het CV het antwoord 2,8 cm, maar dat zou 2,9 cm moeten zijn, want tussentijds afronden mag toch niet?

Opgave 5 tenslotte, over het casino, bracht kandidaten in verwarring door het noemen van een percentage bezoekers op zaterdag van 22%. Want dat getal is een volstrekt overbodig gegeven. In Amsterdam en Den Haag viel men daar over. Verder verbaasde men zich er bij vraag 17 over dat f 152,47 (berekend) mocht worden afgerond naar f 153 (gegeven). In het CV stond trouwens f 152,50 genoemd, wie van de drie? Tot slot nog een opmerking van een dyslectische docent uit Marknesse: 'Een examen kan gescreend worden op taalconstructies die voor dyslectische leerlingen bijna niet te begrijpen zijn. Dat gebeurt niet.'

Havo wiskunde B1 en B12

Wellicht omdat op veel scholen B1 en B12 gemeenschappelijk worden onderwezen (vreemd is dat eigenlijk, B1 is immers geen deelvak van B12; wellicht zouden de vakken B1 en B2 moeten heten. JG) lopen de beide vakken ook in de verslaglegging door elkaar. Zo ook de nu volgende samenvatting.

In het Haagse vond men dit examen een redelijke start, in Den Bosch eveneens, maar daar zei men er bij, dat het in de toekomst allemaal wel wat pittiger mocht worden. Goes sprak van 'vriendelijk', Groningen vond met name B12 te eenvoudig. 'De invoering van het nieuwe examen', zo staat in het commentaar uit Arnhem, 'moet immers een succes zijn.' In alle verslagen klinkt grote bezorgdheid over de manier waarop door de kandidaten wordt omgesprongen met de GR. Dat het CV hier ook onvoldoende houvast geeft, is een breed gedragen gevoel. Diverse verslagen pleiten voor nadere instructies, 'en niet alleen via Euclides', klinkt het wat dreigend uit Den Bosch.

Ook werd het door velen betreurd dat er in het B12-werk zo weinig algebra zat. 'Minder goochelen met de GR' ried een Groninger aan. En een ander uit diezelfde streek verzuchtte: 'Moet dát nou naar de HTS?' Met dat laatste leek men het in Amsterdam eens, want daar maakte men zich zorgen over het vervolgonderwijs in het algemeen.

Het examen B1 bestond uit 19 vragen, B12 uit 18. Slechts 7 vragen (2 opgaven) waren gemeenschappelijk. Kansrekening wordt niet getoetst bij CE-B12, ruimtemeetkunde niet bij CE-B1.

De kansrekening bij B1 (twee opgaven) moet welhaast ideaal zijn geweest. Bij vraag 13 vraagt iemand zich af welke hulp tabel 1 kan bieden, als de vraag ervoor niet is opgelost. En een enkeling merkt op dat het CV bij vraag 12 wel wat veel ruimte laat voor het onderverdelen van de punten.

De ruimtemeetkunde van B12 ging over een kegel en een kubus. Vraag 6 suggereerde een intikkertje: 'Laat zien dat geldt $CM = 4$.' Maar dat viel tegen. Nog al wat kandidaten bleken met de GR en/of metingen aan de kegel zo ongeveer op 4 uit te komen, en dat dan als

afdoende te beschouwen. Diverse verslagen betreuen dit type rekenarij. Zij zouden graag wat meer zien dat de opstellers woorden als exact c.q. algebraïsch zouden hanteren. De kubusopgave werd door velen als (te) gemakkelijk bestempeld, al vermeldde het verslag uit Goes dat de bijlage bij vraag 14 verwarrend en overbodig was. Men vermoedde daar dat de bijlage nog van een vorige versie van deze opgave stamde. Een aardige opmerking kwam uit de Zwolse vergadering: het bleek dat een beperkt aantal kandidaten de in centraal perspectief getekende kubus, zijnde de weergave van de foto ernaast, had opgevat als een tekening in wiskundig perspectief. Met de meetkundige gevolgen van dien!

De (gemeenschappelijke) opgave 'Weerstand' werd door bijklussende fysici als verwarrend gekenschetst, maar gaf weinig problemen. De andere, over gehoorbeschadiging, was eveneens goed te doen, vond men. Opvallend vond ik de notatie $\log(t)$ en $\sin(x)$. In de cosinusopgave van B1 was kritiek op de strengheid in het CV bij vraag 9. 'Overschrijding' met 0,01 werd bestraft met 1 punt aftrek.

De opgave over de functie $f(x) = e^{1 + \sin x}$ tenslotte viel bij sommigen in het water. Die maakten er $f(x) = e + \sin(x)$ van, doordat ze op de GR de nodige haakjes weglieten. Hopelijk is dat laatste niet het gevolg van het eerder genoemde hypercorrecte $\sin(x)$. Velen uitten de wens dat leerlingen de ingetypte functies letterlijk op papier gaan zetten. Dat voorkomt eindeloos gepuzzel bij het corrigeren.

Dus $Y_1 = e^{(1 + \sin(X))}$. Vervelend alleen is dat het incorrecte $Y_1 = e^{(1 + \sin(X))}$ dezelfde grafiek oplevert. De drukfout in de stam van vraag 18, die velen niet eens echt was opgevallen, leidde bij nadere beschouwing tot verbazing: hoe kan iedereen daar overheen lezen? Gelukkig deden veel kandidaten dat ook, maar het is een vlekje op een gemiddeld ruim voldoende oogstend examen.

Het puntentotaal dat kon worden gescoord, ontlokte enkelen de opmerking dat een rekenfout daardoor relatief zwaarder wordt afgestraft. Daar stond tegenover dat het minder voorkwam, dat triviale onderdelen om maar aan 90 punten te komen bovenmatig werden beloond, waardoor in het verleden nog wel eens op schlemielige wijze punten verloren gingen. 'Elk nadeel heeft z'n voordeel,' zou Cruijff hebben kunnen zeggen.

Vwo wiskunde A oude stijl

Een afscheid, maar toch niet. Ook hier bleek, zoals was te voorzien, een redelijk grote overlap met het nieuwe A1 en A12 te bestaan. Omdat de GR zijn sporen trekt was het CV soms dubbel uitgevoerd. Het was verleidelijk oud naast nieuw te leggen en te kijken waar de punten al dan niet gemakkelijker te vergeven dan wel te verdienen waren. Dat leidde hier en daar tot hele discussies. De hier en daar lage opkomst werd enigszins verzacht door de wetenschap dat een dertigtal docenten de A1(2) bijeenkomst in Utrecht bezocht. Dit nog afgezien van het zeer late tijdstip: 5 dagen na het examen en 2 dagen voor de geplande verzending naar de tweede corrector.

Een in alle verslagen voorkomende opmerking was, dat het examen weinig 6-vwo-stof bevatte. 'We hebben voor niets veel tijd gestopt in het aanleren van de kettingregel, het lineair programmeren en de periodieke functies', klaagt een Rotterdammer. ('Die heeft er duidelijk niets van begrepen', denk ik dan. JG) In Den Haag merkte iemand op: 'Een eerlijk examen, want de goede leerling scoort goed en een zwakke leerling zwak. Ook de leesbaarheid was blijkens 'Een collega met louter allochtone leerlingen had goede tot zeer goede resultaten' dik in orde. Voorts was er veel lof voor de snelle publicatie van de resultaten van de centrale bijeenkomst in Utrecht op de site.

Enige kritiek was er bij opgave 1 op de zeer kleine kansen die op twee plaatsen opdoken. Ze hadden geen enkele invloed op het eindantwoord, een enkeling had

'elk nadeel heeft z'n voordeel'

alles wel drie keer nagerekend omdat hij zijn berekeningen wantrouwde. In het CV van vraag 4 leken vijf zakken resp. 0, 0, 0, 30 en 30 kg te wegen. 'Dat zijn toch geen gewichten?' zei een Hagenaar. Nee, inderdaad, maar dat stond ook niet in het CV! Maar degene die zei dat waar het CV bij vraag 4 het heeft over 'binnen', maar bedoelt: 'niet buiten', diegene heeft gelijk.

De lay-out van opgave 2 bracht een aantal kandidaten in de war. Onder andere in Amersfoort en Arnhem waren geluiden te horen dat de linkerzijde van de figuur slechts als legenda was bedoeld. Tja, als je net die zelfde ochtend aardrijkskunde hebt gehad! Die vergissing kostte helaas nogal wat punten en doordat het tweede deel van de opgave behoorlijk pittig bleek, werd de opgave als geheel voor sommigen een bittere teleurstelling. Het nakijken van vraag 11 was voor velen een beproeving: veel kandidaten sloegen er maar een slag naar; soms bloeide er tussen al dat woestijnzand toch nog één klein plantje: punt! Daar bleef het dan ook vaak bij.

In opgave 3 werd kip gekoeld. Omdat dit vraagstuk 'uit de krant' kwam, waren de beide figuren niet 'uit het boekje'. Dat leidde hier en daar tot vreemde berekeningen, met name bij vraag 15. Figuur 3 veroorzaakte in Groningen hallucinaties: wie de tekst goed leest ziet een exacte verdubbeling van 50 miljoen op dag 14 (bederfgrens, staat letterlijk in de tekst) naar 100 miljoen op dag 15. Die tekst is dan ook niet exact: '14' is als je gaat rekenen 14,10. Hier is sprake van (onbewuste) misleiding.

Misleiden, dat deed figuur 4 ook, met z'n rare

oorsprong. Maar wie goed keek, \sqrt{m} las en niet alleen maar m , kwam er wel uit.

Menigeen vertilde zich aan opgave 4. Nu was de tekst ook wel erg cryptisch, vonden velen. Het verslag uit Amsterdam is daarin heel kritisch, maar daar let men altijd heel goed op leesbaarheid. Sommige kandidaten raakten zo in de war dat ze FF als F^2 lazen. Dat gaf problemen. Die F kwam 5 keer in de formule voor! In vraag 19 werd, vond een enkeling, wat al te nadrukkelijk gevraagd naar het maximum. Dat is toch logisch? En het antwoord vermocht velen niet te bekoren: de tabel is niet die van een lineair proces, dus interpoleren is tricky. Wie tussentijds niet afrondt, krijgt 4,35 en daar de vraag is naar het maximum is het CV-antwoord $F \leq 4,25$ onjuist. Gelukkig zegt het CV: 4 is ook goed, hoor!

Al met al een vrij geruisloos en over het algemeen goedgemaakt examen. Degene die vorig jaar zei: 'Er mag best wat meer biologie en economie in,' moet heel tevreden zijn en die Rotterdamer die zo klaagde over het niveau, moet nog maar eens naar het tweede tijdvak kijken. Daarin komt hij ruimschoots aan zijn trekken!

Vwo wiskunde B oude stijl

'Vreugde bij jezelf dooft uit bij het nakijken.' Met deze poëtische ontboezeming scoorde een deelnemer aan de bespreking in Zwolle. 'Hoog niveau' (Amersfoort) en 'Goed te maken' (Den Haag) waren twee andere waardeoordelen. Over het algemeen vond men het een examen met een voor leerlingen vrij hoog niveau. Geroutineerde docenten versus slordig rekenende leerlingen, een ongelijke strijd. De impopulaire modulus zat er ook nog eens minimaal twee keer in. 'Niet wat veel?', vraagt men zich in Amsterdam af. Daar vindt men ook dat de goede leerling er bekaaid af komt, want men constateerde lagere scores dan verwacht mocht worden, terwijl de zwakke leerling zijn niveau weet te handhaven. En daar sluiten de andere verslagen zich bij aan.

In opgave 1 een 'ouderwets' functieonderzoek; hier wreekt zich, volgens enkelen, het gebrek aan rekenroutine, en (gemakshalve? JG) krijgt de Bavo de schuld. En in het CV asymptoten met toelichting vindt een docent in Den Haag een cultuuromslag. 'Wat is eigenlijk een toelichting die die naam verdient?', vraagt vervolgens iemand in Zwolle zich af.

Opgave 2 was blijkbaar zo standaard dat daar vrijwel geen opmerkingen over zijn gemaakt. Of het moet die ene docent in Den Haag zijn geweest die de grenzen van de integraal graag met 1 punt gehonoreerd zag. De traditionele ruimtemeetkunde-opgave werd geprezen in Den Haag en verfoeid in Amersfoort. Met name de in feite uiterst simpele vraag 9 werd door vele kandidaten, die wellicht in de war waren gebracht door het woordeke 'minimaal', analytisch aangepakt met de in veel gevallen desastreuze gevolgen van dien. Ook vraag 10 vergde veel van het voorstellingsvermogen van de leerlingen, en er waren nogal wat opgevers. Een puntje van kritiek trof de tekening: in Amsterdam vond iemand de gekozen projectierichting niet handig; het

onderverdelen van de figuur liep, volgens hem, juist daardoor bij enkele leerlingen vast.

De laatste opgave kende een mild puntenregime en terecht, zei een Hagenaar. Vraag 13 was met 6 punten beslist ondergewaardeerd, maar dat, vond hij, getuigde van wijsheid. In Amersfoort merkte men op, dat de beantwoording van vraag 12 voor Getal en Ruimte gebruikers gemakkelijker is dan voor Moderne Wiskunde lezertjes. Die van Getal en Ruimte immers hebben het genoeg gesmaakt in t te hebben leren integreren, en die van Moderne Wiskunde moeten alles in x en y uitdrukken.

Tot besluit

Rode draad in de havo-examenverslagen is de vraag naar meer duidelijkheid in de normering van GR-onderdelen. Diverse suggesties werden gedaan, enkele ervan heb ik genoemd. De nauwkeurigheid waarmee de examenvragen en het CV worden gelezen is, als altijd, opvallend hoog. Elke strohalm die een bepaald antwoord lijkt te rechtvaardigen, wordt omarmd en gekoesterd. Het is een bewijs voor de grote betrokkenheid van alle deelnemers aan de regiovergaderingen. Hierdoor lijkt het wellicht dat allerlei examens mank gaan aan taal- en andere onvolkomenheden. Niets is minder waar. Werd een gemiddeld schoolonderzoek onderworpen aan eenzelfde vorm van toetsing, er zou geen spaan van heel blijven.

Opnieuw dank aan al die anoniem in ACD's opererende docenten die ook dit jaar weer een representatief stel examens gestalte hebben weten te geven.

Het doorlezen en proberen samen te vatten van dit keer ruim 30 verslagen heb ik ook nu weer met plezier gedaan. Ik bedank alle commentatoren hartelijk voor hun waardevolle bijdragen. Er zaten ook nu weer juweeltjes van opmerkingen tussen. Het nut van regiobijeenkomsten werd ook dit jaar in diverse verslagen aangestipt. Los van een steeds beter functionerend internet, dank daarvoor aan beide webmasters van de NVvW, blijft men het persoonlijke contact waarderen.

Over de auteur

Jan M. de Geus (1949; e-mail: jandegeus@wxs.nl), niet te verwarren met puzzelredactielid Jan H. de Geus, is leraar wiskunde en informatica (examenvak) aan het Baudartius College te Zutphen. Dit is het derde jaar dat hij het examenverslag schrijft.

DE EERSTE EINDEXAMENGROEP VWO WISKUNDE B12.

Het eerste eindexamen vwo wiskunde B12 zit erop. Hoe is het geheel nu verlopen? Een terugblik op de weg ernaar toe.

Wat hebben we geleerd?

[Hans Klein]

In 1998 zijn we op het Zernike College (in Groningen) vol goede moed aan de Tweede fase begonnen. We hebben een planning van de stof over de drie leerjaren gemaakt. Zelf heb ik op dat moment mijn twijfels of het in atheneum-6 zal lukken met het geringe aantal contacturen dat mij over twee jaar in dat leerjaar ter beschikking zal staan. Gelukkig zal later het aantal contacturen in atheneum-6 nog wat uitgebreid worden. Enig telwerk leert dat we in de komende twee driekwart jaar ongeveer 50 hoofdstukken zullen moeten doorwerken. We beginnen met 17 hoofdstukken in atheneum-4. Gaande de herfst wordt duidelijk dat een aantal onderwerpen zal worden geschrapt. Achteraf bezien blijken er 47 hoofdstukken over te blijven. Dit is het begin van een serie aanpassingen die vanuit 'Den Haag' worden bekend gemaakt. In de eerste maanden van de cursus 1998-1999 blijkt ook bij ons op school dat het allemaal wat veel gevraagd is voor de leerlingen. Het wordt ook duidelijk dat het onmogelijk is alle opdrachten uit het boek te maken in de tijd die hiervoor ter beschikking staat. Wij passen ons aan. Ook de leerlingen beginnen zich aan te passen; op eigen initiatief wordt nog wel eens wat meer geschrapt dan wij op het oog hadden. Dit 'eigen initiatief' zal later blijken het handelsmerk van deze lichte leerlingen te worden. Een klassikale afronding van de stof is er daardoor niet altijd van gekomen: het lukte gewoon niet altijd een geschikt moment te vinden waarbij 'iedereen' er aan toe was.

De lessen

Als boek is gebruikt 'Moderne Wiskunde'.

Omdat in den lande een discussie gaande is over het aantal benodigde contacturen voor wiskunde, volgt hieronder wat informatie.

Het jaar is op het Zernike College ingedeeld in vier periodes. Elke periode wordt afgesloten met een toetsweek. Lessen worden gegeven in klokuren. Het aantal lessen per week per periode staat in onderstaande tabel.

aantal klokuren		periode			
		1	2	3	4
Atheneum 4; samen met de B1- en A12-leerlingen		3	3	3	3
Atheneum 5	WB1	2	2	2	1 ²⁾
	WB2	1	0 ¹⁾	1	1
Atheneum 6	WB1	2	2	2	
	WB12	3	3	3	

1) wordt 1 2) wordt 2

Naast de vaklessen volgen de leerlingen ook een programma met keuze-uren: ze kunnen kiezen bij welk(e) vak(ken) ze een keuzeles volgen.

De lessen in atheneum-4 zijn gegeven in groepen met A12-, B1- en B12-leerlingen.

De lessen B1 zijn in atheneum-5 gegeven aan gemengde B1/B12-groepen. Daarnaast was er een B2-uur. De B1- en B12-leerlingen krijgen in atheneum-6 gescheiden les.

Het aantal contacturen hield niet over en vereiste van de leerlingen een behoorlijke hoeveelheid zelfstudie. Helaas heeft het hier wel eens aan ontbroken: het blijft

moelijk, leerlingen duidelijk te maken dat vakken met een groot aantal slus ook een grotere inspanning vereisen dan vakken met een gering aantal slus. De B2-uren in atheneum-5 werden geheel aan de meetkunde besteed. Het komende jaar zal de contacttijd in atheneum-5 iets uitgebreid worden (zie hiervoor de tabel). Daarnaast is met ingang van het cursusjaar 2000/2001 al in atheneum-4 op bescheiden schaal een begin gemaakt met de meetkunde van B2. Hiervoor is in de 4e periode een extra klokuur beschikbaar gemaakt, bovenop het aantal dat in de tabel staat. Door de uitbreiding in atheneum-5 en de voorzichtige start in atheneum-4 zal het in de toekomst mogelijk zijn in atheneum-5 naast de meetkunde ook tijd te besteden aan de Voortgezette Analyse.

De onderwerpen

Gelukkig kon tijdig (in atheneum-5 dus) een begin gemaakt worden met de meetkunde. De belangrijke stellingen zijn klassikaal geïntroduceerd en de methode biedt genoeg materiaal om de vaardigheid in bewijzen te oefenen. De leerlingen bleken de meetkunde leuk te vinden. Wel moeilijk natuurlijk, maar minder dan ik had gedacht. Velen hebben hun cijfers voor de SE-toetsen behoorlijk kunnen ophalen met deze stof.

De 'gewone analyse' vormde voor de leerlingen best een probleem, meer eigenlijk dan de meetkunde. De algebraïsche vaardigheden lieten veel te wensen over. Ook hier hebben we van geleerd en in atheneum-4 en -5 wordt daar nu extra aandacht aan besteed.

De Voortgezette Analyse was minder een succes: het onderwerp sloeg bij de leerlingen maar matig aan en moest ook wel in een hoog tempo gebeuren, omdat we pas in atheneum-6 met dit onderwerp konden beginnen. Zoals al gemeld: dat gaan we veranderen. Wat betreft de Kansrekening: in de methode zijn de hoofdstukken over de normale verdeling en hypothesetoetsen geschreven als een aftreksel van de wiskunde-A stof. Het lijkt me zinnig eens na te denken over een didactiek voor deze onderwerpen die meer op de B-leerling is gericht.

Praktische opdrachten en Zebra

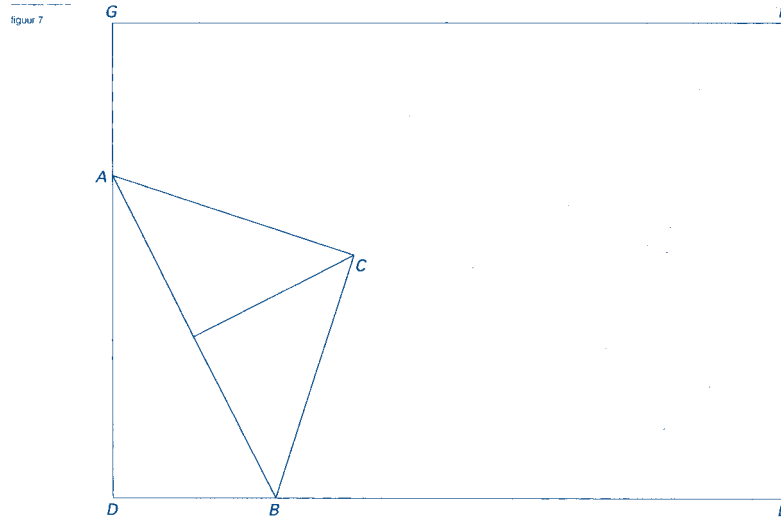
Naast de 'hoofdstukken uit het boek' is natuurlijk ook plaats ingeruimd voor praktische opdrachten en het keuzeonderwerp. We zijn in atheneum-4 begonnen met drie geplande praktische opdrachten. De eerste was Productfuncties. Leerlingen gingen enthousiast aan de gang, haalden grafiekentekenprogramma's van internet; alleen: al snel bleken ze ver over de hun toebedachte tijd heen te gaan. De tweede praktische opdracht werd dus de afronding van de eerste. De derde praktische opdracht ging over Papierformaten. Duidelijk was te merken dat wij en de leerlingen van de eerste opdracht geleerd hebben: het verliep soepeler, mede dank zij een betere structurering van de opdracht, en het bereikte niveau was hoger.

In atheneum-5 hadden we twee praktische opdrachten op de rol staan en in atheneum-6 nog een. Bij de volgende 'aanpassing' bleek ook hier in gesnoeid te

Bewegende, gelijkbenige, rechthoekige driehoek

Een gelijkbenige rechthoekige driehoek wordt in de linkeronderhoek van een vel papier gelegd. De eindpunten van de schuine zijde van de driehoek zijn A en B en het derde hoekpunt is C . Punt A ligt op de linkerkant van het papier en punt B op de onderzijde van het papier. De hoekpunten van het papier noemen we D , E , F en G . Zie figuur 7.

Figuur 7 is op de bijlage afgedrukt.



We laten de driehoek over het papier bewegen waarbij A op de linkerkant en B op de onderzijde van het papier blijft. In de beginsituatie valt B samen met D . B beweegt over de onderzijde van het papier tot A samenvalt met D . Tijdens de beweging beschrijft C een baan over het papier.

- 5p 17 □ Bewijs dat C tijdens deze beweging over de bissectrice van $\angle D$ beweegt. Je kunt hierbij gebruik maken van de figuur op de bijlage bij vraag 17.
- 5p 18 □ Het punt M is het midden van AB . Bij de beweging beschrijft ook M een baan. Laat zien dat deze baan een kwartcirkel is en geef het middelpunt van deze cirkel. Je kunt hierbij gebruik maken van de figuur op de bijlage bij vraag 18.

Uit het examen vwo B12

moeten worden. De tweede praktische opdracht werd gekoppeld aan het keuzeonderwerp en de praktische opdracht in atheneum-6 kwam te vervallen. De praktische opdracht in atheneum-5 ging over modelleren met Excel (de Zeekom). Al snel bleek de voorkennis van Excel te mager en dit werd gaande de rit bijgestuurd. Dat kon omdat een groenlichtgesprek halverwege de PO was gepland. De ervaringen met deze praktische opdracht leidden tot een meer gestuurde praktische opdracht die in de volgende lichting succesvol is verlopen. Ook deze gaat over modelleren met Excel, nu is het onderwerp groei. Voor geïnteresseerden: deze praktische opdracht is beschikbaar op het adres <http://www.wxs.nl/~hklein/groei/index.htm>. Terug naar de lichting die dit jaar examen heeft gedaan. In de loop van het jaar dat zij in atheneum-5 zaten, kwamen de eerste boekjes in de Zebra-reeks voor het keuzeonderwerp uit. Vanwege de toen nog beperkte keus en de plaatsing van het keuzeonderwerp in atheneum-5 hebben we ervoor gekozen alle leerlingen hetzelfde keuzeonderwerp te laten doen. Onze keus is gevallen op het boekje *Perspectief: een mooi maar lastig boekje*. Vooral de B1-leerlingen protesteren: 'Meneer, dit is toch te moeilijk voor ons?'. We reageren met: 'Je moet ook eens leren niet alleen maar sommetjes te maken. Haal er maar uit

wat er voor jou in zit.' De praktische opdracht hierover levert werk op van heel verschillend niveau. Een aantal leerlingen met CKV-3 in de vrije ruimte ziet hier zijn kans schoon zich uit te leven, een aantal anderen gaat met Cabri aan de slag om de constructies in Cabri te doen, sommigen gaan posters van analyses van perspectieftekeningen maken, maar ontdekken dat hun passer daar te klein voor is en bedenken hier oplossingen voor. Degenen die zich echt hebben ingezet, komen met mooie resultaten. Een jaar later komt een van mijn leerlingen nog met een krantenknipsel over dit onderwerp bij me langs. Er is dus zeker een snaar geraakt.

De GR en de nomenclatuur

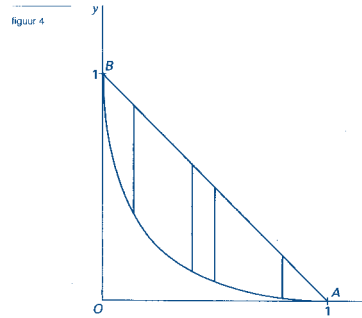
Bij de start in 1998 zijn we gelijk begonnen de grafische rekenmachine geïntegreerd met de verwerking van de leerstof in te zetten. We spraken met de leerlingen af: 'Bereken' betekent exact, en bij 'Benader' gebruik je je rekenmachine. Na enige tijd verscheen het nomenclatuurrapport, en hierin staat dat anders: 'Bereken' zonder meer betekent dat de GR gebruikt mag worden; als een exacte berekening vereist is, dan moet dat middels toevoegingen als 'm.b.v. integraalrekening'. Omdat de boeken zijn geschreven voordat het nomenclatuurrapport uitkwam, is dit rapport niet in de

Machten van sinus en cosinus

Gegeven is de functie $f(x) = (1 - \sqrt{x})^2$ met $0 \leq x \leq 1$.

Verder is gegeven het lijnstuk AB met $A(1, 0)$ en $B(0, 1)$. Zie figuur 4.

Tussen de grafiek van f en het lijnstuk AB worden verticale verbindingslijnstukken getekend. In figuur 4 zijn enkele verbindingslijnstukken getekend.



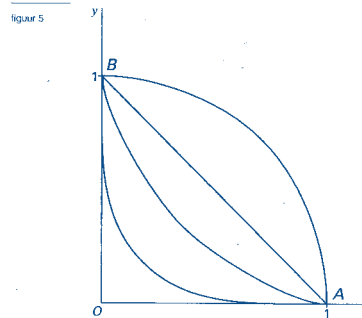
- 5p 7 Toon aan dat de lengte van een verticaal verbindingslijnstuk gegeven wordt door de formule $L = -2x + 2\sqrt{x}$.

- 4p 8 Bereken exact de maximale lengte van zo'n verbindingslijnstuk.

Voor elk positief geheel getal n bekijken we de baan K_n van een punt dat beweegt volgens

$$\begin{cases} x(t) = \cos^n t \\ y(t) = \sin^n t \end{cases} \quad \text{met } 0 \leq t \leq \frac{1}{2}\pi.$$

In figuur 5 zijn vier banen getekend.



- Gegeven een punt P van K_6 .
- 5p 9 Toon aan dat de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan K_6 in punt P gelijk is aan $-\tan^4 t$.

- In een punt P van K_6 heeft de raaklijn aan K_6 richtingscoëfficiënt -9 .
- 3p 10 Bereken de coördinaten van P .

Voor een bepaalde waarde van n liggen de punten van K_n op de grafiek van f en voor een bepaalde waarde van n liggen de punten van K_n op het lijnstuk AB .

- 6p 11 Onderzoek welke twee waarden van n dit zijn en toon met behulp van formules de juistheid van je bewering aan.

Uit het examen vwo B12

methode verwerkt. We beginnen voor de toetsen formuleringen te bedenken om dit 'anders' vorm te geven.

Voorlopig zal het hanteren van de juiste nomenclatuur nog wel een probleem opleveren. Een fraai staaltje van dit probleem zien we dit jaar ook op het examen: daar staat 'Laat zien' terwijl 'Bewijs' wordt bedoeld (getuige het correctiemodel). Het correctievoorschrift wordt dan ook aangepast.

Het schoolexamen

Omdat de groep leerlingen die dit jaar examen deed in 1998 is gestart met de Tweede fase, bestond de mogelijkheid de praktische opdrachten voor 40% mee te tellen in het schoolexamen. Daar hebben we als school gebruik van gemaakt. In atheneum-5 zijn vier schoolexametoetsen voor het B1-gedeelte afgenomen en drie schoolexametoetsen voor het B2-gedeelte. De SE-toetsen in atheneum-5 bepalen voor 25% het toetsgedeelte van het schoolexamen. In atheneum-6 zijn nog drie SE-toetsen afgenomen.

Het centraal examen

Voor wie het examen niet ter beschikking heeft, het is te downloaden bij het Cito:

<http://download.citogroep.nl/pub/vo/ex2001/1015-29.pdf>

Men moet dan wel de beschikking hebben over Acrobat Reader.

- De eerste opgave, *Boottocht*, is een vrij eenvoudige tekenopdracht. In mijn lessen heb ik vrij veel aandacht besteed aan constructies met passer en liniaal. Veel leerlingen hebben deze opdracht dan ook netjes met deze hulpmiddelen uitgevoerd. De drie methoden uit het correctiemodel komen allemaal voor.
- De tweede opgave (*Oppervlaktebenadering*, onder *Geneesmiddelenonderzoek* ook bij B1) is een opgave over de trapeziumregel. Deze is verpakt in een verhaal over farmacie. Door de nogal ingewikkelde formulering en gekozen 'enheden' brengen mijn leerlingen met name van onderdeel 4 en 6 niet veel terecht. Deze opgave komt ook voor op het Wiskunde B1 examen. Er is geen enkele poging gedaan deze opdracht voor het B1-examen concreter te formuleren dan voor het B12-examen. Een gemiste kans! Misschien dat een dergelijke context zich trouwens meer leent voor een praktische opdracht dan voor een centraal examen. De gesuggereerde vraag: 'Hoe nauwkeurig is deze methode' kan dan ook meer tot zijn recht komen. Wie neemt de handschoen op?
- De derde opgave, *Machten van sinus en cosinus*, is een vrij traditionele opgave; gelukkig wordt hierop goed gescoord.

- De vierde opgave, *Water met koolzuur*, is een kansrekeningsom over de kansrekening uit de vierde klas. Vooral voor het eerste onderdeel (een opgave over trekken zonder terugleggen) moesten de leerlingen nogal in hun geheugen graven en niet altijd met succes.
- De vijfde opgave had de naam *Een functie en een rij*. Het eerste onderdeel ging over een oppervlakteberekening met een parameter. Om de parameterwaarde te bepalen moest een vergelijking worden opgelost die alleen met de GR op te lossen is. Helaas ging een aantal leerlingen toch proberen deze vergelijking exact op te lossen. Op dit onderdeel werd desondanks redelijk gescoord omdat de normering relatief veel punten beschikbaar had voor de start van het onderdeel. De andere twee onderdelen gingen over een recursieve rij. Zoals gemeld: dat lag de leerlingen minder.
- De zesde en laatste opgave was een bewijsom in de *vlakke meetkunde* (zie pag. 28). Hoewel op het schoolexamen de leerlingen redelijk scoorden bij de meetkunde was te merken dat het hier de laatste opgave betrof: de resultaten vielen dan ook tegen. Jammer dat deze opgave niet eerder in het examen stond. Ik zal mijn leerlingen de volgende jaren er op wijzen dat ze dit soort opgaven niet tot het laatst bewaren.

Wat valt mij nu op aan dit examen

Nogal wat stof die in de zesde klas is behandeld, komt niet aan de orde: normale verdeling, hypothesetoetsen, inhoudsberekeningen.

De trend naar langere opgaven lijkt toch weer ingezet. Er is een groot verschil in moeilijkheidsgraad tussen de verschillende onderdelen waarbij op de gehanteerde volgorde wel wat af te dingen valt.

Het examen bevat veel tekst. Soms meer dan naar mijn mening gewenst is. Natuurlijk is het goed dat op het B-examen ook sprake is van realistische wiskunde maar die moet dan ook functioneel zijn. Bij de opgave over de boottocht kun je nauwelijks van een realistische context spreken. Bij de opgave *Oppervlaktebenadering* zou het juist verstandig zijn geweest beter van de context gebruik te maken en af te zien van de ingewikkelde manier van noteren.

Deze tendens naar grote hoeveelheden tekst baart me wel zorgen. Tenslotte worden de N-profielen gekozen door leerlingen die niet altijd even taalvaardig zijn. Dat hoeven niet alleen maar wereldvreemde bèta-figures te zijn, daar zijn ook leerlingen bij voor wie Nederlands niet de eerste taal is. Deze leerlingen stammen vaak uit culturen waar exacte vakken hoog worden gewaardeerd. Voor deze leerlingen is de grotere taligheid wel een extra handicap.

De resultaten

Na de bijstelling via een normeringsterm van 1,7 komen de resultaten van de SE-toetsen (gemiddeld 6,27) goed overeen met de behaalde CE-cijfers (gemiddeld 6,15). De cijfers voor de praktische opdrachten lagen wat hoger (gemiddeld 7,2).

Conclusie

Het wiskunde B12 programma is een mooi examenprogramma, maar omvangrijk en divers. Naast een grote hoeveelheid stof dient ook aandacht te worden besteed aan zeer veel verschillende vaardigheden: informatieverwerking en informatieanalyse, vaardigheid in 'bewijzen', pure algebraïsche vaardigheden, de vaardigheid om snel te kunnen besluiten hoe, of en waar de GR kan worden ingezet, etc. Door de tijdsdruk is dat er allemaal minder van gekomen dan ik had gehoopt. Desondanks vallen de eerste resultaten niet tegen. Persoonlijk zou ik liever meer tijd hebben om te besteden aan deze vaardigheden en aan praktische opdrachten, en wat minder stof. Duidelijk is geworden dat het belangrijk is met alle onderwerpen tijdig een begin te maken.

Duidelijk is ook geworden dat het van belang is praktische opdrachten goed te structureren en desnoods een stuk voorkennis bij te leveren. Dit komt het bereikte niveau bij de praktische opdrachten zeker ten goede. Voor wat betreft de eerste examens ben ik minder gelukkig (volgorde, hoeveelheid tekst).

De eerste groep heeft het spits moeten afbijten: relatief beperkte hoeveelheid contacttijd, regelmatig aanpassingen van de programma's van de vakken, beperkte hoeveelheid oefenstof die speciaal op de nieuwe examens is gericht. Door een verruimde slaagzakregeling voor deze groep en een normeringsterm van 1,7 zijn er toch alleszins bevredigende resultaten. De ervaringen die we met deze groep hebben opgedaan hebben geleid tot plannen om met de specifieke B2-stof eerder te beginnen. We mogen ons gelukkig prijzen dat bij ons op school hiervoor ruimte is gevonden. Op deze wijze hoop ik ook meer dan nu het geval is geweest toe te kunnen komen aan waar het allemaal om is begonnen: leerlingen naast een hoeveelheid kennis een breed scala van vaardigheden aanleren. Omdat de leerlingen nu eenmaal niet alleen maar wiskunde 'in hun pakket' hebben en geacht worden een stuk zelfverantwoordelijk te leren, zal het een grote uitdaging zijn dit in de lessen vorm te geven.

Over de auteur

Hans Klein (e-mail: hklein@wxs.nl) is docent wiskunde aan het Zernike College te Groningen/Haren. Hij heeft speciale belangstelling voor ICT. Hij is ook intensief betrokken bij de vormgeving van de Tweede fase op het Zernike College.

Het adres van zijn website is

<http://home.wxs.nl/~hklein/math.htm>

Bovendien, en dit was waarschijnlijk nog een krachtiger argument, was men sterk onder de indruk gekomen van een lezing van Prof. Minnaert van 7 febr. 1948 met als onderwerp: „Desiderata voor het M.O. in de wiskunde”. Hierbij propageerde hij een sterke vereenvoudiging van de leerstof en het buiten boord zetten van veel van de bijkomstigheden. Hij trok een parallel met de natuurwetenschappen, waar slechts enkele van de vele stellingen en wetten het belangrijkste zijn. De vraag kon echter gesteld worden: welke dan, in de wiskunde? Hij liet daarna de algebra, de goniometrie, de meetkunde en de analytische meetkunde de revue passeren en ging na, wat uit deze vakken in de praktijk werd gebruikt. Ik meen niemand te kort te doen, als ik deze inleiding noem als het begin van de gedachte die langzamerhand vorm begon te krijgen om te komen tot een nieuw programma. Dat in deze discussie ook Prof. Freudenthal en Mevr. Ehrenfest zich sterk mengden, was natuurlijk te verwachten, terwijl ook schriftelijke suggesties van Prof. Mannoury een rol speelde. De werkgroep ontwikkelde ineens een sterke activiteit op verschillende fronten en tijdens deze bloei kwam het eerste moment van bezinning tijdens het eerste conferentie-weekend van 13 en 14 november 1948.

De samenkomst die hierop volgde (11-12-'48) en waar de zojuist gepromoveerde Dr. Mooy over enkele van zijn didactische onderzoeken sprak, bracht het besluit om een viertal commissies in te stellen die zich zouden bezighouden met het vaststellen van een nieuw programma voor H.B.S.-b en Gymnasium- β . (Algebra en Diff. en Integraalrekening) Stereo- en Planimetrie, Goniometrie en Analyt. Meetk. Dit ontwikkelingsmoment in het bestaan van de werkgroep is m.i. van zeer groot belang geweest en heeft grote invloed uitgeoefend op de verdere gang van zaken. Een gedetailleerd verslag over de besprekingen die hierop volgden, hoop ik hier achterwege te mogen laten, één en ander werd besloten in een uitvoerig rapport dat als brochure no. 3 in 1952 het leven zag.

Gedeelte uit de inleiding van drs. H.J. Jacobs Jr. op de feestelijke bijeenkomst op 15 april 1961 ter gelegenheid van het 25-jarig bestaan van de Wiskunde Werkgroep van de WVO, geplaatst in Euclides 37 (1961-1962).

Zie voor een historisch overzicht van de Wiskunde Werkgroep het hoofdstuk Didactische Pioniers, geschreven door Ed de Moor, in het boek Honderd jaar wiskundeonderwijs, pag. 193-206 (2000).

De rubriek '40 jaar geleden' wordt verzorgd door Martinus van Hoorn (e-mail: mc.vanhoorn@wxs.nl), voormalig hoofdredacteur van Euclides (1987-1996).



Verenigingsnieuws Jaarvergadering/ studiedag 2001.

[Marianne Lambriex-van der Heijden]

Tweede uitnodiging voor de jaarvergadering/studiedag 2001 van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op zaterdag 17 november 2001 in het gebouw van: Hogeschool Domstad
Koningsbergerstraat 9
3531 AU Utrecht
tel. 030-2943072

Aanvang 10:00 uur
Sluiting 16:15 uur

Een routebeschrijving is te downloaden vanaf <http://www.domstad.nl> (klik vervolgens op 'Locatie').

Agenda

9:30–10:00u

Aankomst, koffie/thee

10:00–10:50u

Huishoudelijk gedeelte

1. Opening door de voorzitter,

mw. M. Kollenveld

2. Jaarrede

3. Notulen jaarvergadering 2000

4. Jaarverslag 2000–2001

(notulen en jaarverslag verschijnen in Euclides 77-2)

5. Decharge van de penningmeester,

vaststelling van de contributie

2000–2001, benoeming nieuwe kascommissie. Het bestuur stelt voor te benoemen: F.J. Appelman en W.C. Schaafsma.

6. Bestuursverkiezing.

Mw. M. Lambriex-van der Heijden en dhr. J. Hop zijn periodiek aftredend.

Ze stellen zich herkiesbaar Het bestuur stelt deze leden opnieuw kandidaat.

10:50–15:45u

Themagedeelte (studiedag): 'Wiskunde buiten je boekje'

(zie hierna voor een korte beschrijving van de onderdelen van de studiedag).

10:50–11:00u

Inleiding op de studiedag

11:00–11:45u

Plenaire lezing: is (nu nog) niet ingevuld; wordt in de volgende Euclides bekend gemaakt.

11:45–11:55u

WereldWiskunde Fonds vindt het WWW opnieuw uit! (onder voorbehoud).

Wiskunde buiten het boekje? Maar wat doet u vervolgens met al die overvloedige boeken? En waar haalt u dan weer de boeken vandaan om ideeën op te doen voor uw lessen? Het WereldWiskunde Fonds lanceert vandaag zijn boekenveiling op internet, het WereldWiskundeWeb.

11:45–12:00u

Markt, koffie/Thee

12:00–13:00u

Werkgroepen ronde I

13:00–13:45u

Markt, lunch

13:45–14:45u

Werkgroepen ronde II

14:45–15:10u

Markt, koffie/thee

15:10–15:45u

Plenaire lezing: Jan Essers -

Aansluitingsproject VWO-WO

15:45–16:15u

Vervolg huishoudelijk gedeelte - Rondvraag. Leden die een vraag in de rondvraag willen stellen, wordt verzocht deze tijdens de eerste pauze schriftelijk in te dienen bij de voorzitter.

Sluiting door de voorzitter

Certificaat

De NVvW heeft de mogelijkheid om nascholingscertificaten uit te reiken. Wilt u een certificaat ontvangen, vermeld dan bij uw aanmelding ook uw voorletters en uw geboortedatum. U kunt uw certificaat na afloop van de studiedag (vanaf 15:45 uur) in

ontvangst nemen op vertoon van een geldig identiteitsbewijs. U hebt alleen recht op een certificaat als u de gehele studiedag heeft meegemaakt. Certificaten worden niet nagestuurd.

Kosten

De studiedag is gratis voor leden en voor degenen die nu lid worden. Nieuwe leden betalen tot 1 augustus 2002 als contributie f 80,-; studenten f 40,-. Zij ontvangen een welkomstpakket, bestaande uit onder andere het 'Vademecum voor de Wiskundeleraar', de brochure 'Vaardigheden' en de nummers van Euclides van de lopende jaargang. Niet-leden betalen een bijdrage in de kosten van f 80,- en worden dan tevens voor 1 jaar lid. Studenten die nog geen lid willen worden, betalen f 20,-.

Wie een lunch bestelt, betaalt daarvoor f 20,-.

Aanmelding

Aanmelding dient te geschieden vóór 3 november 2001 en kan op twee manieren. De eerste manier is als vanouds met een girobetaalkaart/briefkaart en de tweede is via de website (<http://www.nvvw.nl>).

Leden die geen lunch bestellen, kunnen zich opgeven via de website of een briefkaart sturen aan:
F.J.Osseweijer
Lindelaan 79
3319 XJ Dordrecht
tel: 078-6160576

Alle anderen maken het voor hen geldende bedrag over op giro 4470718 ten name van NVvW te Dordrecht. Het voor u geldende bedrag kunt u aflezen uit de volgende tabel.

	Zonder lunch	Met lunch
Lid	Briefkaart	<i>f</i> 20,-
Niet lid (wordt lid)	<i>f</i> 80,-	<i>f</i> 100,-
Student (wordt lid)	<i>f</i> 40,-	<i>f</i> 60,-
Student (niet lid)	<i>f</i> 25,-	<i>f</i> 45,-

U wordt tevens verzocht om op de briefkaart of bij uw betaling duidelijk aan te geven aan welke twee werkgroepen u wenst deel te nemen. Wij verzoeken echter drie werkgroepen te kiezen waarin de volgorde uw prioriteit 1, 2 en 3 aangeeft. U noteert de nummers van deze werkgroepen dan (bijvoorbeeld) als volgt: T1-M3-V5. Tezamen met een eventuele aanvraag voor een certificaat noteert u in deze volgorde: T1-M3-V5/PT/11-01-1956 (keuze werkgroepen/initialen/geboortedatum).

Controleer of de naam van de rekeninghouder de naam is waaronder u als lid bent ingeschreven. Zo niet, vermeld dan de naam van de deelnemer.

Betaalt u via girotel, vergeet dan niet al uw gegevens te vermelden: naam, adres en woonplaats.

De plaatsing in werkgroepen geschiedt in volgorde van binnenkomst van aanmelding.

Aan het begin van de dag ontvangt u een sticker met uw gegevens.

Ter plaatse aanmelden is mogelijk, maar dan betaalt u als niet-lid *f*15,- extra en de plaatsing in de werkgroepen is afhankelijk van de beschikbare ruimte.

Informatie

Contactpersoon voor de jaarvergadering/studiedag is Marianne Lambriex, tel. 0497-517781 (m.lambriex@nvvw.nl); in noodgevallen Swier Garst, tel. 0187-642177 (s.garst@nvvw.nl).

Verenigingsnieuws

Themagedeelte studiedag. 'Wiskunde buiten je boekje'.

Na het geslaagde jubileumcongres met als thema 'Wiskunde over de ... -grenzen' waarbij we over de lands-, tijd- en vakgrenzen hebben gekeken, willen we nu buiten de grenzen van ons boek gaan: ons boekje te buiten gaan.

Als je buitenlandse collega's, die zich verdiept hebben in ons wiskunde onderwijs, vraagt wat ze het meeste opvalt, krijg je stevast een antwoord waarin zij hun verbazing schetsen over onze boekafhankelijkheid. En dan geven ze voorbeelden als:

- de les kan niet beginnen als de boeken niet op tafel liggen;
- als een leerling zijn boek vergeten is, volgt er een strafmaatregel;
- docenten kunnen geen lesgeven als er nog geen boeken zijn;

- het boek wordt strikt gevolgd
- het boek is de bindende factor tussen leerling en docent.

En als we eerlijk zijn is dit wel een treffende constatering. Vandaar dus het motto van de studiedag: 'Wiskunde buiten je boekje'.

Er zal tijdens de studiedag vooral aandacht besteed worden aan praktijkvoorbeelden die laten zien hoe andere werkvormen dan de boekafhankelijke, boekenhouden kunnen vervangen. Ook onderzoeken we de boekvervangende hulpmiddelen, daarbij valt te denken aan computerprogramma's, Java-applets en internetlessen. En vervolgens is er een heel scala van

aanvullingen op het boek, zoals de Zebraboekjes. Speciale aandacht krijgt een groep leerlingen (b.v. I-leerlingen) waarvoor boeken nog niet geschreven zijn of waarvoor boeken vaak te veel zijn. Bovengenoemde aspecten vallen alle binnen het curriculum, maar echt je boekje te buiten gaan, betekent ook buiten je curriculum durven te gaan. Ook hiervan willen we u lespraktijken laten zien. Verder komen er ook werkgroepen die handelen over het beoogde resultaat van onze boekenwijsheid, een goed doorlopen examen(dossier). Tevens komen de nieuwste ontwikkelingen binnen het wiskundeonderwijs aan de orde.

Werkgroepen

T1 - Inversie met Cabri, Dick Klingens
Omdat het nu makkelijk kan. Cabri biedt de mogelijkheid het beeld van een punt bij inversie t.o.v. van een cirkel te bepalen. We doen enkele grepen uit de vlakke meetkunde (oa. raakproblemen en het schoenmakersmes) en bekijken oplossingen met Cabri. Daarnaast kan, als de tijd het toelaat, worden ingegaan op andere mogelijkheden die Cabri biedt.

T2 - Wiskunde in beweging, Ton Lecluse

Er komen steeds meer bewegende besturingsdialogen op het scherm. Je kunt dan een aspect van de tekening dynamisch wijzigen via het dialoog, terwijl op de achtergrond de tekening mee beweegt. Ideaal voor analyse van hellingen, perspectief, lineair programmeren, vervorming (nieuw!) enz. In deze workshop worden deze besturingsdialogen toegelicht.

T3 - Algebraïjn, ontwikkelingen m.b.t. computeralgebra, Sieb Kemme
Op initiatief van het bestuur is een werkgroep opgericht die zich bezint op de algebraïjn zoals deze nu in het curriculum verwerkt is en op wat de consequenties zijn als de symbolische rekenmachine toegestaan wordt.

T4 - Zebraboekjes in het gebruik, Ton Konings

Zebraboekjes bevatten leerstof die vaak buiten het curriculum valt. Een van de schrijvers vertelt over het ontstaan van zo'n boekje en geeft tips hoe dit te gebruiken in de les.

T5 - Inzet van de GR en andere vaardigheden bij examens, Kees Lagerwaard en Ger Limpens
Hoewel we in eindexamens bij voorkeur dingen vragen die niet precies zo in het boek staan, mag je dat niet meteen 'buiten het boekje' noemen. Maar thema's als de vele, vaak onvoorzien, gebruiksmogelijk-

heden van de grafische rekenmachine bij examens en het thema 'vaardigheden' in wiskunde-examens zijn wellicht passende onderwerpen om informatie over te geven.

T6 - Wiskunde in 4 vwo in een digitale leeromgeving, Ton Erich (ADLO)

In augustus 2000 is het ict-ontwikkelproject 'Algebraonderzoek in een digitale leeromgeving' van start gegaan. Het doel van het project is om na te gaan in hoeverre digitale wiskundeomgevingen zinvol gebruikt kunnen worden bij het leren van algebra. Onder een digitale leeromgeving wiskunde verstaan we een pakket dat onder meer computeralgebra, tekstverwerker en internet browser in zich verenigt, waardoor de omgeving geschikt is om lesmateriaal in aan te bieden of om werkstukken in te maken. Op het Almende College gebruikt men hiervoor het pakket Scientific Notebook en op het Oosterlicht College TI-Interactive.

In deze workshop heeft u na een korte inleiding de mogelijkheid om kennis te maken met Scientific Notebook (via een demonstratie) en met TI-Interactive middels het practicum dat ook de leerlingen hebben gebruikt. Als u al enigszins met het pakket vertrouwd bent, kunt u werken aan een algebraopdracht over nulpunten van veeltermfuncties. Ook van Scientific Notebook zal een algebraopdracht te zien zijn. Vervolgens zullen de ervaringen in de klas met deze pakketten met u worden gedeeld en is er ruimte voor een plenaire gedachtenwisseling.

T7 - Cavalieri: De software die doorgaat waar andere ophouden, Jan Roelants (VVKSO)

Cavalieri is een veelzijdig breed inzetbaar 3D CAD/CAL programma dat speciaal naar het onderwijs toe is geschreven. De gedachtengang van de docent en de leerling staan centraal.

In de workshop zal de veelzijdigheid en de vakoverschrijdende inzetbaarheid van Cavalieri gedemonstreerd worden aan tal van concrete voorbeelden uit de wiskunde en de fysica.

T8 - Mathematikwettbewerb Nordrhein Westfalen e.V., Birgit Maier
Wiskunde over de grenzen, in het bijzonder de landsgrenzen. U herinnert zich het thema van het lustrumcongres 2000. Dit jaar voor het eerst een workshop waarin we vorm willen geven aan de gedachte om kennis uit te wisselen met collega's over de grenzen. Birgit Maier uit Duisburg zal vertellen over de opzet van het wiskunde onderwijs in Duitsland en in het bijzonder laten zien welke activiteiten in Nordrhein-Westfalen ontplooid worden.

V1 - Handomdraai-taken in de wiskundeklas, Pauline Vos
Hands-on tasks in the mathematics classroom: een presentatie van HOTWis, korte praktische, toetsbare taken voor de onderbouw. De meeste taken zijn in de klas getoetst, dus de resultaten van de leerlingen voor de verschillende taken kunnen getoond worden. Ook in internationaal vergelijkend verband, want de taken zijn ook in 19 andere landen getoetst.

V2 - VMBO aanloop-wiskunde in beeld, Wim Kuipers
Wat moeten we ons voorstellen als het gaat om ondersteuning in leerwegondersteunend onderwijs. Het ministerie heeft geld beschikbaar gesteld voor het ontwikkelen van materiaal. Enkele onderwijsinstellingen en uitgevers zijn bezig om de ondersteuning in de vorm van materiaal zichtbaar te maken. Tijdens de workshop willen we hier graag wat van laten zien om vervolgens met elkaar door te praten over de bruikbaarheid. Tevens willen we delen in elkaars ervaringen met lwo-leerlingen en hun specifieke aanpak.

V3 - Hoogbegaafden, Wim Kuipers
Begaafde leerlingen in de eerste fase: wat bieden we ze aan? Veel collega's zoeken op hun eigen manier naar de oplossing van dit probleem en vervaardigen eigen materiaal. Ook het SLO wil binnen een project materiaal ontwikkelen, voorbeelden waaraan we kunnen zien hoe tegemoet gekomen kan worden aan de behoefte van begaafde/hoogbegaafde leerlingen. Tijdens de workshop willen we voorbeelden bekijken en nagaan op welke wijze ze naast het boek gebruikt kunnen worden. Uiteraard wordt er ruimte geboden om ervaringen uit te wisselen.

V4 - Wiskunde om vast te houden, Sjoerd Schaafsma

Echt buiten het boekje maar binnen het curriculum valt het materiaal dat veel in het Angelsaksische onderwijs wordt gebruikt. Wiskunde leren door wiskunde in je handen te houden is in Nederland nog onbekend.

V5 - Zelfstandig werken in het I-onderwijs, I. Berwald

I. Berwald gaat regelmatig buiten haar boekje en vorig jaar heeft ze zelfs een klas lesgegeven die helemaal geen boek had. Over deze ervaring gaat o.a. deze workshop maar ook over de zelfstandigheid en verantwoordelijkheid van de leerling.

V6 - Bekijk het! Mieke Abels (Fi)

In de praktijk van het VMBO blijkt dat veel leerlingen een slecht ontwikkeld ruimtelijk voorstellingsvermogen hebben. Vooral voor leerlingen in de sector techniek kan dit erg lastig zijn. Is daar iets aan te doen? In het kader van twee projecten in het VMBO in de sector techniek zijn applicaties (applets) ontwikkeld waarmee wij een antwoord proberen te krijgen op deze vraag. Tijdens deze workshop zal een overzicht gegeven worden van onze ervaringen tot nu toe en zullen de deelnemers de gelegenheid krijgen om tijdens een computerpracticum deze applets te bekijken.

V7 - VMBO, een eigen examendossier wiskunde, Anders Vink (APS)

In deze workshop komen verschillende voorbeelden aan de orde van hoe wiskundesecties omgaan met het schoolexamen, het PTA en het examendossier. Nadruk ligt op het maken van eigen keuzen van secties en docenten, op flexibel omgaan met het boek en op samenwerking met andere secties. Tenslotte komt het fenomeen 'portfolio voor wiskunde' aan de orde.

V8 - Laptop in de brugklas, Jos Tolboom

Tegen welke problemen loop je aan als je een hele brugklas uitrust met een laptop? En welke voordelen geeft het?

M1 - Flexact, Nanja de Rie

Samen met mijn collega's wis- en natuurkunde komt er in onze lessen al een aantal jaren geen boek meer aan te pas. Wij gebruiken Flexact, een educatief software pakket dat uit een aantal onderdelen bestaat en de eindtermen MBO techniek volledig dekt. Met behulp van Flexact kunnen leerlingen zich vaardigheden eigen maken die erg ver weg gezonken waren, als ze deze al hadden, een en ander onder begeleiding, in een groep, eventueel ook individueel.

M2 - E-learning, Metha Kamminga

E-learning heeft de toekomst. In deze workshop wordt in die toekomst gekeken en veel aandacht gegeven aan het daarbij behorende leerproces, de onderlinge communicatie en de mogelijkheden voor feedback en leren in eigen tijd.

M3 - Het boek in een ondergeschikte rol, Gerard Koolstra

Bij wiskunde buiten het boekje denk ik niet zozeer aan een onderwerp buiten het curriculum, maar een aanpassing waarbij 'het boek' een ondergeschikte rol speelt (ten gunste

van ict) Een en ander wordt toegelicht, ook in het kader van (resultaten) van wisweb en/of de digitale school.

M4 - Wat ontbreekt ten onrechte in onze schoolboeken, Hessel Pot

Over zaken die ik niet in de schoolboeken vind, maar die er mijns inziens wel in zouden móéten staan. Waar staat helder het verschil tussen een breuk en een verhouding? En tussen een rij en een reeks? Kan de logaritmeneming niet eenvoudiger geïntroduceerd worden dan m.b.v. de buiten de leerstof vallende machtsverheffing-met-irrationale-exponent? Waarom zijn de irrationale getallen moeilijker dan de rationale? Waar ligt het wezenlijke belang van het eulergetal e (als dat er is)? Is 'een hoek in radialen' een getal of een hoek?

M5 - Graven naar wiskundige kennis met behulp van kennisgrafien, Bert Zwaneveld

In deze werkgroep zullen we aan de hand van concrete opdrachten onderzoeken of kennisgrafien een hulpmiddel kunnen zijn bij het leren structureren van wiskundige kennis. Het uiteindelijke doel is die kennis beter inzetbaar te maken bij het aanpakken en oplossen van wiskundige problemen.

Kalender

In deze kalender kunnen alle voor wiskunde-docenten toegankelijke en interessante bijeenkomsten worden opgenomen.

Wil eenieder die relevante data heeft, deze zo spoedig mogelijk doorgeven aan de hoofd-redacteur. Hieronder treft u de voorlopige verschijningsdata aan van Euclides in het komende schooljaar. Achter de verschijningsdata is de deadline voor het inzenden van mededelingen vermeld. Doorgeven kan ook via e-mail: redactie-euclides@nvvw.nl

nr	verschijnt	deadline
2	25 oktober 2001	11 september 2001
3	06 december 2001	23 oktober 2001
4	18 januari 2002	27 november 2001
5	28 februari 2002	15 januari 2002
6	11 april 2002	26 februari 2002
7	23 mei 2002	08 april 2002
8	24 juni 2002	10 mei 2002

woensdag 19 september
Nascholingscursus Kansrekening
Organisatie Vrije Universiteit, Amsterdam

vrijdag 28 september
KUN-wiskundetoernooi,
met een optreden van professor Arthur Benjamin.
Organisatie Katholieke Universiteit, Nijmegen

zaterdag 17 november
Jaarvergadering/studiedag NVvW
Hogeschool Domstad, Utrecht
Zie p. 32 in dit nummer.

vrijdag 23 november
Voorronde Wiskunde A-lympiade / Wiskunde B-dag
Organisatie Freudenthal Instituut

donderdag 11 oktober
Docentendag
Organisatie Katholieke Universiteit, Nijmegen

Voor internet-adressen zie de website van de NVvW:
<http://www.nvw.nl/Agenda2.html>

Publicaties van de
Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

* Zebra-boekjes

1. Kattenajds en Statistiek
2. Perspectief, hoe moet je dat zien?
3. Schatten, hoe doe je dat?
4. De Gulden Snede
5. Poisson, de Pruisen en de Lotto
6. Pi
7. De laatste stelling van Fermat
8. Verkiezingen, een web van paradoxen
9. De Veelzijdigheid van Bollen
10. Fractals

Prijzen van de Zebra-boekjes:

Schoolabonnement: 6 exemplaren van 5 delen voor f 400,-

Individueel abonnement voor leden: f 75,-

Losse boekjes voor leden: f 16,50

Deze bedragen zijn inclusief verzendkosten.

Bestellen kan door het juiste bedrag over te maken op Postbanknummer 5660167 t.n.v. Epsilon Uitgaven te Utrecht onder vermelding van Zebra (1 t/m 5) of Zebra (6 t/m 10).

Zelf ophalen kan in de losse verkoop; ledenprijs op bijeenkomsten f 12,50; in de betere boekhandel f 17,75.

* Nomenclatuurrapport Tweede fase havo/vwo

Dit rapport en oude nummers van Euclides (voor zover voorradig) kunnen besteld worden bij de ledenadministratie (zie Colofon).

* Wisforta - wiskunde, formules en tabellen

Formule- en tabellenboekje met formulekaarten havo en vwo, de tabellen van de binomiale en de normale verdeling, en toevalsgetallen. ISBN 90 01 65956 X; prijs f 15,00; te bestellen in de boekhandel.

* Honderd jaar Wiskundeonderwijs, lustrumboek van de NVvW

Het boek is met een bestelformulier te bestellen op de website van de NVvW (<http://www.nvw.nl/lustrumboek2.html>). Leden: f 50,-; niet-leden: f 62,50 (incl. verzendkosten). Zie eventueel ook de advertentie in Euclides 76-7 (na p. 288).





Katholieke *Universiteit* Nijmegen

DOCENTENDAG

Op donderdag 11 oktober 2001 organiseert de subfaculteit wiskunde van de KUN een dag voor wiskunde-docenten. Centraal staan het contact tussen docenten en universiteiten en activiteiten ter ontwikkeling van extra wiskunde-onderwijs voor geïnteresseerde leerlingen.

Er zullen drie presentaties zijn van zo'n 45 minuten. Andere projecten presenteren zich in een soort van marktopstelling. Deelnemers ontvangen een certificaat.

△▽△▽△▽△▽△▽△▽△▽△▽△▽△▽△▽△▽△▽△▽△

Plaats: β-faculteit KU Nijmegen

Datum: 11 oktober 2001

Tijd: 10.00 – 17.00

Kosten: f 25,-

Uitgebreide informatie en mogelijkheid tot inschrijving:

<http://www.sci.kun.nl/math/docentendag.html>

Mascha Honsbeek, (024) 365 2997, honsbeek@sci.kun.nl

Zojuist verschenen ...

[Igor Hoveijn, Jan Scholtmeijer]

Zebra 10

Hoe lang is de kust van Noorwegen? Hoe beter je meet, hoe langer hij wordt! Dit vreemde effect wordt verklaard door het feit dat de kustlijn eigenlijk een fractal is. Fractals zijn meetkundige objecten, net als cirkels en lijnen, maar dan extreem grillig. In de natuur komen fractals overal voor, bijvoorbeeld in de structuur van een varenblad of van een bliksemschicht. Wiskundig gezien zijn fractals fascinerende figuren. Niet alleen omdat ze vaak prachtige plaatjes opleveren, maar ook omdat ze onze meetkundige intuïtie op z'n kop kunnen zetten. In dit boekje worden de soms vreemde eigenschappen van fractals bekeken. Zo zul je onder meer ontdekken dat een fractal "structuur op elke schaal" heeft, en een dimensie van 1,5 kan hebben!

ISBN 90 5041 068 5

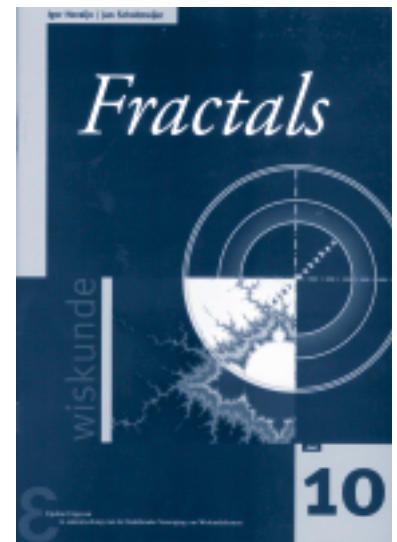
Prijs voor leden van de NVvW: f16,50 (inclusief verzendkosten).

Bestellingen via girorekening 5660167 t.n.v. Epsilon Uitgaven, Utrecht.

Prijs voor leden van de NVvW op bijeenkomsten: f12,50.

Prijs voor niet-leden: f17,75 (in de betere boekhandel).

Voor abonnementen zie de Servicepagina in dit nummer van Euclides.



Epsilon Uitgaven

in samenwerking met de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Nieuw

Bij de serie Keuzeonderwerpen wiskunde vwo

Elk boek bestaat uit drie delen. Het eerste deel (Opdrachten) is geschikt voor alle profielen. Het tweede deel (Onderzoek) en het derde deel (Presentatie) bevatten pittiger opgaven. De meeste vragen liggen binnen het bereik van alle profielen. Uit deze vragen maakt de leerling een keuze. Met elk boek zijn 40 studielasturen gemoeid.



GPS en wiskunde

Jan van den Brink

Satellietnavigatie is het navigatiemiddel van dit moment. Het Global Positioning System (GPS) werkt met satellieten die nauwkeurig je positie kunnen opgeven in het schermje van je gps, een GPS-ontvanger. Waar je ook op de wereld bent, te land, ter zee of in de lucht. Met behulp van wiskunde (Meetkunde) wordt uitgelegd hoe het systeem werkt.

ISBN 90 01 83301 2
f 24,50 € 11,12



Op een goudschaal

Afwegingen over de gulden snede
Jelske Kuijper

In dit boek wordt terug gegaan naar de tijd, ongeveer 300 jaar v. Chr., toen Euclides in zijn *Elementen* de verhouding meetkundig vastlegde. Met deze theorie als uitgangspunt weeg je de verhoudingen in de beeldende kunst en in de natuur op een goudschaal. Kennis over de vlakke meetkunde is voldoende om het boek door te werken.

ISBN 90 01 83304 7
f 24,50 € 11,12

Voor meer informatie over de serie Keuzeonderwerpen, bel onze voorlichter
Sandra Kooijstra, tel (050) 522 63 11.

U kunt de boeken ook bij haar bestellen. De boeken zijn alleen voor rekening leverbaar.

Wolters-Noordhoff

Postbus 58
9700 MB Groningen
Telefoon (050) 522 63 11
Fax (050) 522 62 55

E-mail: voorlichting.vo.exact@wolters.nl

Ook verkrijgbaar via de boekhandel

Wolters
Noordhoff