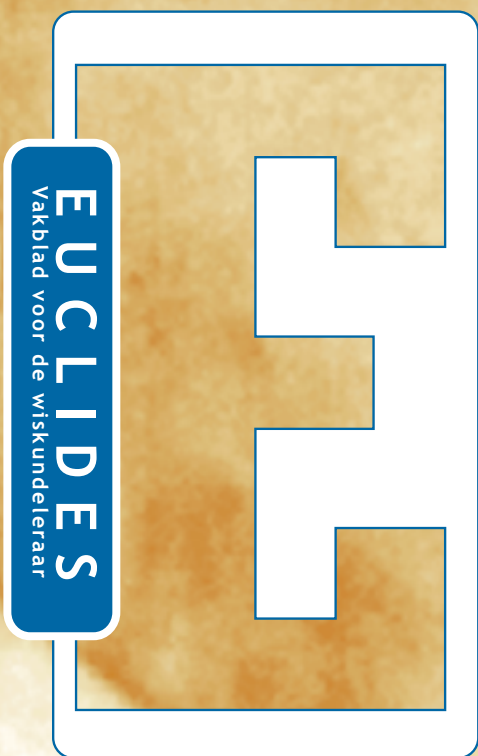


maart 2001 ~ nr 6 ~ jaargang 76

# Dirk Struik, 1894-2000





Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 8 maal per verenigingsjaar.

#### Redactie

Dr. A.G. van Asch  
 Drs. R. Bosch  
 H.H. Daale  
 Drs. J.H. de Geus  
 Drs. C.P. Hoogland hoofdredacteur  
 G. de Kleuver voorzitter  
 D.A.J. Klingens eindredacteur  
 Drs. W.L.J. Knoester-Doeve  
 Ir. W.J.M. Laaper secretaris  
 Mw. Y. Schuringa-Schogt eindredacteur  
 J. Sinnema penningmeester  
 J. van 't Spijker

#### Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen naar:  
 Kees Hoogland  
 Veldzichtstraat 24, 3731 GH De Bilt  
 e-mail: redactie-euclides@nvww.nl

#### Richtlijnen voor artikelen:

- goede afdruk met illustraties/foto's/ formules op juiste plaats of goed in de tekst aangegeven.
- platte tekst op diskette of per e-mail: WP, Word of ASCII.
- illustraties/foto's/formules op aparte vellen: genummerd, zwart/wit, scherp contrast.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

[www.nvww.nl](http://www.nvww.nl)



Voorzitter  
 Drs. M. Kollenveld  
 Leeuwendaallaan 43, 2281 GK Rijswijk  
 tel. 070-3906378  
 e-mail: M.Kollenveld@nvww.nl  
 Secretaris  
 W. Kuipers  
 Waalstraat 8, 8052 AE Hattum  
 tel. 038-4447017  
 e-mail: W.Kuipers@nvww.nl  
 Ledenadministratie  
 Mw. N. van Bommel-Hendriks  
 De Schalm 19, 8251 LB Dronten  
 tel. 0321-312543  
 e-mail: ledenadministratie@nvww.nl

#### Colofon

ontwerp Groninger Ontwerpers  
 productie TiekstraMedia, Groningen  
 druk Giethoorn Ten Brink, Meppel

#### Contributie

Contributie per ver. jaar: f 80,00  
 Studentleden: f 40,00  
 Leden van de VWWL: f 55,00  
 Lidmaatschap zonder Euclides: f 55,00  
 Betaling per acceptgiro. Nieuwe leden geven zich op bij de ledenadministratie. Opzeggingen vóór 1 juli.

#### Abonnementen niet-leden

Abonnementen gelden steeds vanaf het eerstvolgende nummer.  
 Abonnementprijs voor personen: f 85,00 per jaar.  
 Voor instituten en scholen: f 240,00 per jaar.  
 Betaling geschiedt per acceptgiro.  
 Losse nummers op aanvraag leverbaar voor f 30,00. Opzeggingen vóór 1 juli.

#### Advertenties

Informatie, prijsopgave en inzending:  
 L. Bozuwa, Merwekade 90  
 3311 TH Dordecht, tel. 078-639 08 90  
 fax 078-6390891  
 e-mail: lbozuwa@hetnet.nl  
 of F. Mahieu, Dommeldal 12  
 5282 WC Boxtel, tel. 0411-67 34 68

9

MAART 2001 JAARGANG 76

217  
Kees Hoogland  
Van de redactietafel

218  
Gerard Alberts  
Dirk Struik, 1894-2000

224  
Bureau Kennisnet  
Vakcommunities op Kennisnet

226  
Pauline Vos, Klaas Bos  
Nederlands wiskundeonderwijs bij de internationale top

233  
Kees Hoogland  
In memoriam Wolfgang Reuter

234  
Marian Kollenveld  
Van de bestuurstafel

235  
Hans Wisbrun  
Wereldwiskunde Fonds: op zoek naar nieuwe projecten

Examenbesprekingen 2001

236  
C.D. Hendriks  
Werkgroep havo/vwo Tweede fase

238  
Wim Kuipers  
Wiskunde in het vmbo. Hoe bedoelt U?

240  
Paul Drijvers  
Computeralgebra in een digitale leeromgeving wiskunde

245  
Arthur Bakker  
Korrel

Rinnie S. de Vries  
Scheve schaats?

246  
Marga Tuyp, Daan van Hulst, Auke Smid  
Toegiften van de Sint

248  
40 jaar geleden

249  
Verschenen

250  
Dick Klingens  
Dat bijna vergeten algoritme, en wat er wel degelijk vergeten is

252  
Service pagina

## [Van de redactietafel]

Soms gaan er verschillende nummers van Euclides voorbij zonder dat wij commentaar of reacties krijgen op de inhoud.

Wordt het blad wel gelezen, denk je dan soms. Dat blijkt bij navragen altijd wel mee te vallen. Maar nu opeens weer komen er allerlei reacties binnen op diverse artikelen. Veelal constructief van aard, suggesties voor alternatieven, aanvullingen, enz. Een aantal van deze reacties zult u ook vinden in dit nummer.

De redactie juicht dit zeer toe. Lezers en auteurs stellen het op prijs om reacties op hun stukken te krijgen. Wij hopen dat goed voorbeeld goed doet volgen.

### Examenbesprekingen

In en bij dit nummer treft u wederom een overzicht aan van de examenbesprekingen over de verschillende examens.

Het is weer gelukt om in vrijwel alle regio's voor alle examens collega's te vinden die belangeloos aan deze service voor wiskundedocenten willen bijdragen. De examenbesprekingen zijn een belangrijke factor in het ontwikkelen van een examentraditie binnen ons wiskundeonderwijs. Zo'n examentraditie kan er dan weer voor zorg dragen dat op zoveel mogelijk scholen vergelijkbare visies ontstaan over hoe examens te beoordelen en waar de nadruk moet liggen bij de examenvoorbereiding.

### Examens tweede fase

Nu we het toch over examentraditie hebben. Dit jaar zullen voor de tweede keer de landelijke examens havo wiskunde A12, B1 en B12 worden afgenomen. Voor de meeste scholen zal dit echter de eerste keer zijn dat ze daarmee geconfronteerd worden. Vorig jaar heeft, voor zover wij weten, de tweede correctie geen problemen tussen docenten opgeleverd. Ondanks mogelijk verschillende visies op wat opgeschreven dient te worden en op welke manier vragen met de Grafische Rekenmachine beantwoord kunnen worden. Ook dit jaar kunnen de examenbesprekingen richtinggevend zijn voor die discussies. Wij raden u zeer aan om deze discussie te volgen.

### Website NVvW en examentijd

Vorige jaren zijn de webbeheerders van de NVvW-website, Dick Klingens en Gerard Koolstra, heel actief geweest om soms met dagelijkse verversingen iedereen zo goed mogelijk te informeren over van alles wat er rond de examens aan de gang was.

Het is dit jaar zeker weer aan te bevelen om in de examentijd misschien wel dagelijks een kijkje te nemen op deze website. Er zal ook nu weer gepoogd worden alle relevante informatie over de wiskunde-examens te presenteren. Als terugblik is ons streven dat nummer 1 van de komende jaargang van Euclides weer een examenummer wordt. Daarover volgende keer meer.


### Puzzelrubriek

De fanatieke puzzelaars onder u zullen het al gemerkt hebben. De vertrouwde stroom puzzels voor de puzzelrubriek door onze zeer gewaarde puzzelredacteur Jan de Geus kent de laatste tijd door allerlei omstandigheden haperingen. We hebben met Jan afgesproken dat met ingang van de nieuwe jaargang de draad weer wordt opgepakt.

In de komende nummers zullen we een poging doen om uit andere bronnen nog wat aardige puzzels voor u te presenteren, zodat de afkickverschijnselen voor de fanatieke puzzelaars draagbaar blijven.

*Kees Hoogland*



A sepia-toned portrait of an elderly man with glasses, wearing a suit and tie, looking slightly to the right. The image is the background for the text.

[Gerard Alberts]

# Dirk Struik

# 1894-2000

Waarom  
Struiks geschiedenis  
van de wiskunde in het  
Nederlands  
niet beknopt was

---

Dirk Struik was een gretige verteller. Wie hem ooit ontmoet heeft, zal nauwelijks hebben kunnen voorstellen dat zijn *History of Mathematics* 'Concise' was, laat staan beknopt. De Nederlandse bewerking heette ook niet, zoals in al die andere talen, 'Beknopt' maar gewoon 'Geschiedenis van de wiskunde'. Struik kon heus wel bondig zijn, dat was de kwestie niet. De reden was dat er in Nederland reeds een boek met die titel bestond. Struik was verknocht aan de *Beknopte geschiedenis der wiskunde*, door J. Versluys uit 1902. Zijn band met dit boekje brengt ons op het spoor van zijn relatie met de Nederlandse geschiedbeoefening.

---

### Onderwijzer

Op zaterdag 21 oktober 2000 overleed Dirk Struik. Hij is 106 jaar geworden en stierf in alle rust thuis in Belmont (Massachusetts, USA). Hij was geboren op 30 september 1894 in Rotterdam. In driekwart eeuw Amerikaans verblijf onderhield hij zijn contacten met Nederland. Bekend bij een breed publiek bleef hij ook in Nederland vooral door zijn boek *A Concise History of Mathematics* uit 1948, dat in 1965 in het Nederlands en uiteindelijk in totaal in 18 talen verscheen. Dat een boek over de geschiedenis van de wiskunde een bestseller is geworden, zegt genoeg.

Struik was wiskundige, marxist en historicus van de wiskunde. Je mocht misschien een onbuigzame communist verwachten, dat moest haast wel bij iemand die na een eeuw niet zijn overtuiging heeft verlaten; je mocht een strenge geleerde verwachten bij iemand die op zijn honderdste nog volop meedeed in de geschiedenis van de wiskunde, maar zo manifesteerde hij zich niet. Hij trad naar voren als een innemende persoonlijkheid, een gretige verteller en uitlegger.

Met een beetje geluk heeft iedereen wel ooit zo'n leraar of onderwijzer gehad, zo een die ging zitten en vertelde, een die je meenam naar werelden ver weg of werelden van het verleden en je zo wereldwjs maakte. Het is aan dit archetype van leraar dat Struik herinnerde. Hij had de innemendheid van iemand die zelf ook graag aardig gevonden wil worden, zeg maar gerust bemind wilde zijn, en tegelijk de vertrouwdheid van de verteller.

Dirks vader, Hendrik Jan Struik, was hoofdonderwijzer in Rotterdam, vast en zeker zo'n archetypische onderwijzer. Aan hem droeg Dirk *Yankee Science in the Making* op. Hendrik Jan Struik was afkomstig uit de Achterhoek en de familie was niet alleen geografisch maar ook sociaal in beweging. De kinderen gingen naar de HBS en ontplooiden hun talenten weer verder dan hun ouders hadden gekund. Kennis was voor dit milieu het middel om maatschappelijk te klimmen, om door de sociale gelaagdheden van de Nederlandse samenleving heen te breken. Het was voor dit milieu dus zeker geen ongewone

houding om maatschappelijk kritisch te zijn, om links te zijn. Het was bovendien een natuurlijke instelling om grote waarde te hechten aan kennis - de motor immers van de sociale lift.

In linkse kring was het verbreiden van kennis een groot goed. Er is binnen de sociaal-democratische beweging een grote traditie van populariseren van wetenschap, populariseren van natuurwetenschap, maar evengoed van geschiedenis. Marcel Minnaert, leeftijdgenoot, studiegenoot en een tijd lang politiek kompaan van Struik, was een bekend popularisator met zijn *Natuurkunde van het vrije veld*. De bekendste in Nederland was wel Anton Pannekoek. Dat het doorgeven van kennis en in het bijzonder het vertellen over wetenschap een groot goed was, dat heeft Dirk Struik dus gewoon met de paplepel binnengekregen. Zo het al geen aangeboren neiging was, dan toch een neiging die onmiddellijk meekwam met de opvoeding en het milieu.

### Sociaal-democraten en sociaal-democraten

Op de HBS was wiskundeleraar G.W. ten Dam een leidsman door een ruimere blik op de wiskunde te bieden en Dirk in contact te brengen met het socialisme. Hij stimuleerde Struik ook om te gaan studeren, geen sinecure omdat daartoe na de HBS een staatsexamen Grieks en Latijn vereist was. Op school, tijdens de voorbereiding op het staatsexamen en gedurende zijn studie wiskunde in Leiden, was Dirk Struik actief in links-socialistische kring. Leermeesters in politieke zaken waren Van Ravenstein en later Wijnkoop, degenen die in 1909 met Ceton en Mannoury uit de SDAP gezet waren. Zij vormden de sociaal-democratische partij, de SDP, die in 1918 haar naam zou wijzigen in CPH, de Communistische Partij in Holland. Zo kwam Struik meteen in de radicaal linkse hoek van het Nederlandse politieke spectrum terecht en genoot daar verder zijn politieke opvoeding, juist in de tijd - tijdens de Eerste Wereldoorlog - dat de sociaal-democraten en de sociaal-democraten verder uit elkaar



groeiden totdat in 1918 de tegenstelling tussen sociaal-democraten en communisten onoverbrugbaar werd. Opvallend in de memoires van Struik, de gedeelten althans die daarvan gepubliceerd zijn, is dat hij er telkens de nadruk op legt hoe belezen deze mensen waren, hoeveel kennis zij zich hadden eigengemaakt. In Leiden was J.C. Kluyver zijn belangrijkste leermeester in de wiskunde, maar de grootste invloed ging uit van P. Ehrenfest, opvolger van Lorentz en vriend van Einstein. Struik behoorde ook tot de groep van progressieve studenten rond deze inspirerende natuurkundige. In Leiden volgde men de ontwikkelingen leidend tot de formulering van de algemene relativiteitstheorie in 1916 op de voet. Ehrenfest was ook degene die het inzicht in het belang van de differentiaalmeetkunde bijbracht aan zijn studenten. Na zijn studie werd Struik wiskundeleraar in Alkmaar. Hij was daar zeer tevreden in het besef een stapje hoger te zijn geklommen dan zijn vader. Reeds enkele maanden later echter, nog in hetzelfde jaar 1917, nodigde J.A. Schouten hem op voorspraak van Ehrenfest uit om zijn assistent te worden aan de Technische Hoogeschool in Delft. Struik zou één in een lange reeks van leerlingen van Schouten op dit terrein worden. De samenwerking met Schouten culmineerde in de tweedelige uitgave *Einführung in die neuere Methoden der Differentialgeometrie* (1935; 1938), het hoogtepunt van Struiks wiskundige werk. Het werk bij Schouten bracht hem in de internationale wiskundige wereld, onder andere op de Tagung van de Deutsche Mathematiker Vereinigung in 1921 in Jena. Daar ontmoette hij Ruth Ramler. Zij trouwden het jaar erop en zouden drie dochters krijgen. Ruth stierf in 1993 op 99-jarige leeftijd. Rockefellerbeurzen brachten Struik met zijn vrouw naar Rome bij Levi-Civita, 1924, en naar Göttingen bij Courant, 1925. In 1926 vertrokken zij op uitnodiging van Norbert Wiener, die zij in Göttingen hadden leren kennen, naar het MIT in Boston. Hier werd Struik in 1940 hoogleraar.

Zijn politieke overtuiging heeft Struik altijd volgehouden en geuit. De aanklacht tegen hem wegens 'poging tot ondermijning van de staat Massachussets' ten tijde van de naoorlogse Amerikaanse heksenjacht van McCarthy leverde hem wel een tijdelijke schorsing op, maar werd nooit doorgezet. Het werd een cause célèbre van de communistenjacht en Struik werd een veelgevraagd spreker over vrijheid van meningsuiting. Geheel in stilte, daarentegen, was vijftien jaar eerder een Nederlandse uitsluiting verlopen. Toen Dirk Struik in 1934 Amerikaans staatsburger was geworden en zijn sabbatical year in Nederland zou doorbrengen, wilde Schouten hem graag als gasthoogleraar aan Technische Hoogeschool hebben. Er kwam echter een afwijzend oordeel uit Den Haag. Tot Schoutens woede bogen zijn collega's hiervoor en trokken de aanvraag in. Zo kwam het dat Struik in dat jaar niet de differentiaalmeetkunde-boeken met Schouten afmaakte, maar op verzoek van zijn broer Anton - die in de tussentijd als ingenieur in Rusland had gewerkt- leerboeken over het

marxisme schreef. Onder de schuilnaam O. Verborg verschenen bij uitgeverij Pegasus *Het historisch materialisme* en *De wereldbeschouwing van het communisme*.

J.A. Schouten kreeg zijn revanche in 1954. Terwijl Struik in de VS het ergst onder vuur lag vanwege zijn politieke overtuiging, gaf in Nederland op Schoutens voorstel de KNAW een signaal af door hem tot haar correspondent te benoemen.

Dirk Struik is nooit van zijn geloof gevallen, wilde desnoods - op aandringen van een radio-interviewer bij zijn honderdste verjaardag - toegeven dat in de Sovjet Unie het communisme verkeerd ten uitvoer was gebracht, maar stond op zijn recht een marxistische utopie te koesteren. Bovendien was voor hem het marxisme ook gewoon een handzame theorie.

## Merton

Was hij vooraanstaand marxist en verdienstelijk wiskundige, baanbrekend was zijn bijdrage aan de geschiedenis van de wiskunde. Zijn historische belangstelling was ingebed in de linkse cultuur van populariseren van wetenschap en vond extra inspiratie in de marxistische dialectiek. Hij zag overigens in het historisch materialisme niet een methodiek van geschiedbeoefening, wel een eye-opener voor de sociale en culturele factoren in de ontwikkeling van de wetenschap. Hij volgde wat dit betreft niet Boris Hessen, wel Robert Merton. Anders dan men wellicht zou verwachten was er geen afgeronde historisch-materialistische visie op wetenschap voorhanden, een visie die ook dit domein van intellect zou laten verschijnen als resultante van de productiekrachten. De doorbraak in die richting maakte Boris Hessen in zijn bijdrage aan het International Congress of the History of Science and Technology in Londen in 1931. Zijn artikel 'Social and Economic Roots of Newton's Principia' in *Science at the Cross Roads*, dat Newtons werk presenteert als uitkomst van economische en sociale factoren, baarde opzien, maar overtuigde weinigen, in ieder geval Struik niet. Dirk Struik bleef wel in die richting zoeken en sloot zich aan bij de oprichters van *Science and Society*, het blad dat in de eerste jaargang, 1936, de ondertitel droeg: *A marxian quarterly*.

Robert Merton had in 1938 met het boek *Science, Technology and Society in Seventeenth Century England* de weg gebaad voor een sociologie, een cultuursociologie van de wetenschap. Deze route vond Struik wel begaanbaar. Voor een goed begrip moeten we in gedachten houden dat zijn sociologie van de wiskunde een onderdeel was van de geschiedenis van de wiskunde. Hij zette zijn visie uiteen in het artikel 'On the Sociology of Mathematics' in *Science and Society* (1942) en werkte deze uit in *Yankee Science in the Making* (1948) en *Het land van Stevin en Huygens* (1956). In deze twee boeken liet hij zien hoe, naar zijn cultuursociologische visie, in een bepaalde culturele omgeving een bepaalde stijl van wetenschapsbeoefening tot bloei kan komen. Het eerste was zijn meest

persoonlijke boek. De opkomst van een praktijk-georiënteerde wetenschap in de vroegmoderne geschiedenis van zijn nieuwe vaderland New England was een nieuw en origineel onderwerp. Hij had er bovendien vijf jaar lang aan gewerkt en tal van nieuwe bronnen voor ontsloten. Het tweede, *Het land van Stevin en Huygens*, was zijn eigen kijk op de Gouden Eeuw van zijn eerste vaderland, onderhoudend en onderwijzend geschreven, de belerende toon nauw onder de oppervlakte gehouden.

### Beknopt

Even tussendoor had hij *A Concise History of Mathematics* (1948) geschreven. Hoe het tot stand kwam, deelde hij aan J.A. Schouten mee (5-4-1947): 'Zooals je weet heb ik me gedurende den oorlog in mijn vrije tijd met de geschiedenis van de wetenschap beziggehouden. Ik had - en heb - ideeën die een zekere oorspronkelijkheid hebben, en ik heb ze nu enigszins te boek gesteld [over wetenschap in New England]. Gedurende de laatste zes maanden heb ik een 200 blz lange geschiedenis van de wiskunde geschreven, in opdracht van 'Dover-publications' [...] ik heb me meer op de ontwikkeling van ideeën dan op het catalogiseeren van namen toegelegd, en ik hoop dat het

boek je bevallen zal. Het begint met de Neanderthal mensch en het eindigt met de Parijzer rede van Hilbert in 1900.'

Struik kneedde de kennis van de geschiedenis van de wiskunde, die hij sinds zijn studie had opgebouwd in korte tijd tot een overtuigend verhaal. Zijn historische belangstelling rond de wiskunde had hem reeds in Rome naar de Vaticaanse archieven gevoerd en in Göttingen een rol gegeven als bezorger, naast O. Neugebauer, van de uitgave van de historische colleges van Felix Klein. Hij kende de klassieke voorstelling van de geschiedenis van de wiskunde en voegde daaraan zijn gevoeligheid toe voor de culturele context. Het was vanwege de, overigens bescheiden, uiting van contextgevoeligheid een modern boek. In het boek is Struik de verteller aan het woord. In die zin was hij een volstrekt traditioneel historicus die een buitengewoon toegankelijke geschiedenis vertelde. Het is ongetwijfeld deze toegankelijkheid die het succes van *A concise history of mathematics* en *Geschiedenis van de wiskunde* (1965) verklaart.

De vraag waarom de Nederlandse vertaling niet 'beknopte geschiedenis van de wiskunde heet', heeft een eenvoudig antwoord. Dat was een eerbetoon aan die eerdere verteller op dit gebied, Jan Versluys met diens *Beknopte Geschiedenis der Wiskunde* (Amsterdam: A. Versluys, 1902). Struik was erg gehecht aan het boekje dat hem een vroege kennismaking met de geschiedenis van het vak had bezorgd. Struiks eigen *Concise History* is veel rijker en veel rijper, maar het is aardig beide werken met oog voor detail naast elkaar te leggen. Dat de globale periodisering overeenstemt, zegt weinig; die was elders ook gangbaar. Belangrijker is Versluys' onbekommerde aandacht voor de geschiedenis van de Nederlandse wiskunde-beoefening in de Renaissance en Zeventiende eeuw. Wat voor Struik zelf het belangrijkste was aan Versluys, was het verhalende, de prettige verteltrant, die het geheel aaneenreeg tot lopend verhaal. Geschiedenis als vertelling, daar hield Struik van en zo wilde hij het zelf ook doen.

### Busken Huet

Struik deed natuurlijk wezenlijk meer dan vertellen en dat kwam sterk tot uiting in die beide meer cultuursociologische boeken, *Yankee Science in the Making* en *Het Land van Stevin en Huygens*. De titel van het Nederlandse boek was een directe pendant van *Het land van Rembrand* (1882-1884) van Conrad Busken Huet en dat was geen toeval. Jan en Annie Romein namen de geëngageerde literator Busken Huet (1826-1886) op in het selecte gezelschap van erflaters en Struik deelde met zijn Leidse studievrienden deze bewondering. Terwijl in het midden van de negentiende eeuw de geschiedbeoefening onder aanvoering van Robert Fruin juist een ontwikkeling naar wetenschappelijkheid, bovenpartijdigheid en objectivering doormaakte, kwam van buiten de academische wereld Busken Huet met een meesterwerk dat juist doordrenkt was van engagement, engagement met de Nederlandse zaak. Busken Huet wilde de grootheid van de Nederlandse cultuur in de zeventiende eeuw niet



afmeten aan de afspiegeling die de Europese beschaving in Nederland, maar juist omgekeerd aan de specifieke bijdrage die Nederland aan de Europese cultuur leverde. Zo waardeerde Busken Huet de rederijercultuur - niet meer dan een afspiegeling van iets waar Italië echt groot in was - veel minder dan Rembrandts schilderkunst of de wetenschap van Huygens, Snellius of Stevin.

Ondanks de tendens van verwetenschappelijking in de geschiedschrijving werd Busken Huet juist om zijn engagement gewaardeerd door latere historici als Kernkamp en in de twintigste eeuw Romein en ook Struik, wier engagement veeleer een socialistisch engagement was. Met Busken Huets waardering voor de wetenschap kon Struik bovendien onmiddellijk uit de voeten, tot in details aan toe. Zo treedt de figuur van Paulus van Middelburg, naar wie Struik onderzoek deed in de Vaticaanse archieven tijdens het verblijf in Rome, reeds op in het *Het land van Rembrand* en opnieuw in *Het land van Stevin en Huygens*. Wezenlijker echter dan de details en het engagement is de inspiratie die Dirk Struik putte uit Busken Huets stijl van geschiedschrijving. Dat er een hoofdpersoon wordt gekozen die het karakter van een historische episode belichaamt, in wie de wezenstreken van een periode zich manifesteren, is meer dan een literaire stijlfiguur. Het betreft hier een bijzondere opvatting van geschiedenis. Busken Huet ontleende zijn aanpak - 'de methode der natuurlijke historie toegepast op de geschiedenis van een volk' - aan de Franse literatuurhistoricus Taine. Struik neemt Busken Huets aanpak zonder expliciet commentaar over. In de wetenschapsgeschiedenis of -sociologie wordt deze aanpak veelal toegeschreven aan de Franse socioloog Emil Durkheim, die werkte in de tijd juist tussen Busken Huet en Struik in, maar naar hem verwijst Struik niet. Impliciet is Busken Huets invloed overduidelijk. Zowel in de titel van de boeken als in de aanduidingen van boekdelen en hoofdstukken zien we dat Struik in *Yankee Science in the Making* en in *Het land van Stevin en Huygens* meermalen het voorbeeld van Busken Huet volgt en een passage ophangt aan een persoon. Het biedt hem een soepele werkwijze om enerzijds dikwijls onderbelichte praktische wiskundigen voor het voetlicht te brengen en anderzijds de invloed van cultuur en economie uit te laten komen.

Het is gissen of Struik Busken Huet in zijn voorhoofd of in zijn achterhoofd had, of de navolging bewust of onbewust was; de invloed is onmiskenbaar. Met deze invloed gaf hij een concrete en zeer leesbare invulling aan zijn schetsmatige artikel 'On the Sociology of Mathematics'. Ook als 'socioloog' had hij Nederlandse wortels.

## Nederland

Dirk Struik bleef in meerdere opzichten verbonden met Nederland. Hij was correspondent van de KNAW, erelid van het WG en erelid GeWiNa. Al dat historische werk heeft hij buiten Nederland geschreven. Hij stond met zijn vernieuwende aanpak in de jaren veertig midden in de internationale ontwikkeling van het vak. De

International Commission on the History of Mathematics en de International Union of the History and Philosophy of Science stelden in 1989 de Kenneth O. May-prijs voor geschiedenis van de wiskunde in. Dirk Struik was de eerste aan wie deze prijs werd toegekend.

Dirk Struik is in dit artikel geportretteerd als popularisator, als verteller en als socioloog binnen de geschiedenis van de wiskunde. In al die hoedanigheden speelden Nederlandse voorbeelden mee.

In 1974 verscheen het boek *For Dirk Struik* met een bibliografie en een levensschets, in augustus 1994 een special van *Historia Mathematica*.

In Memoriams (MIT, MAA, The Times, *Nieuw Archief voor Wiskunde*) op het web zijn te vinden via de GMFW-pagina

<http://www.math.sci.kun.nl/math/werkgroepen/gmfw/index.html>

### Over de schrijver

Gerard Alberts (e-mail: [G.Alberts@cwi.nl](mailto:G.Alberts@cwi.nl)) is werkzaam bij het Centrum voor Wiskunde en Informatica te Amsterdam en bij de Katholieke Universiteit Nijmegen.



# Zebra 7

[Peter Lanser]

Dit deel van de Zebra-reeks gaat over de beroemdste stelling uit de wiskunde: de Laatste Stelling van Fermat. In 1637 schreef de Franse wiskundige Pierre de Fermat in de marge van een Grieks wiskundeboek: 'De vergelijking  $x^n + y^n = z^n$ , met  $x, y, z$  en  $n$  positieve gehele getallen, heeft geen oplossing als  $n > 2$ . Ik heb hiervoor een waarlijk spectaculair bewijs, maar helaas is deze kantlijn te smal om het te bevatten'. Honderden jaren hebben wiskundigen geprobeerd deze stelling te bewijzen. Alle pogingen bleven tevergeefs tot in 1993 Andrew Wiles de (wiskunde)wereld verbijsterde met de mededeling dat hij het probleem had opgelost. Hij had het bewijs gevonden! In dit boekje wordt de geschiedenis van deze stelling behandeld, beginnend bij Pythagoras en eindigend met de oplossing.

ISBN 90 5041 965 0



# Zebra 8

[H. de Swart, A. van Deemen, E. van der Hout, P. Kop]

In deze Zebra kijken we naar manieren om verkiezingen te organiseren. Dat zijn er meer dan je misschien zou denken! Elk kiesmechanisme blijkt behept met vreemde paradoxen. Zo kan het gebeuren dat meer stemmen op een partij er juist toe leidt dat die partij minder zetels krijgt. Ook is het in sommige kiesmechanismen mogelijk dat een meerderheid van de kiezers kandidaat A prefereert boven B, maar dat B toch wordt verkozen.

Verkiezingsystemen in verschillende landen worden onder de loep genomen, en er wordt ingegaan op de vraag of er eigenlijk wel een 'goed' kiesmechanisme bestaat.

ISBN 90 5041 064 2



Prijs voor leden van de NVvW: f 16,50 (inclusief verzendkosten)

Bestellingen via girorekening 5660167 t.n.v. Epsilon Uitgaven, Utrecht.

Prijs voor leden van de NVvW op bijeenkomsten: f 12,50.

Prijs voor niet-leden: f 16,75 (in de betere boekhandel).

Voor abonnementen zie de Service pagina in dit nummer van Euclides.



Epsilon Uitgaven

in samenwerking met de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

---

Altijd al lesmateriaal uit willen wisselen met

---

uw vakcollega uit Wolvega?

---

Of willen discussiëren over het eindexamen

---

met een collega uit Terneuzen?

---

Dat kan nu in de digitale vakgroepen op

---

Kennisnet. De digitale vakgroepen voor

---

docenten zijn op Kennisnet te vinden onder de

---

naam Vakcommunities: de plek om discussies

---

te voeren, nieuwtjes te lezen, lesmateriaal uit te

---

wisselen en internetsites te beoordelen. Alles op

---

het eigen vakgebied.

---

- [introdunctie](#)
- [meer informatie](#)
- [aanmeldingsformulier](#)
- [wiskunde websites](#)
- [classificeren webpagina's](#)
- [nieuwsbrief](#)
- [agenda \(bij NVvW\)](#)
- [overzichten van \(les\)materialen](#)
- [praktische opdrachten](#)
- [naar het vaklokaal](#)



# Vakcommunities op Kennisnet

[Bureau Kennisnet]



## Contact

Docenten zijn in hun contacten met collega's dikwijls beperkt tot de eigen school. Vaak hebben zij ook behoefte aan overleg met vakcollega's van andere scholen. De communities maken het mogelijk op eenvoudige wijze contact met vakgenoten te leggen en informatie uit te wisselen. Het kan zeer verfrissend zijn om te horen hoe collega's op andere scholen bepaalde zaken aanpakken. Met behulp van de vakcommunity kunt u discussiëren met uw collega's. Misschien is het zelfs mogelijk elkaar te helpen met lesmateriaal of proefwerken. Zowel mensen uit het basisonderwijs, voortgezet, middelbaar onderwijs als mensen uit vakverenigingen of van beleidsbepalende instanties kunnen lid worden van deze communities.

## Database

Naast de functie van ontmoetingsplaats hebben de vakcommunities ook een ander doel. Er wordt in deze communities een grote verzameling internetbronnen aangelegd die direct bij de vakken [1] gebruikt kan worden. Met behulp van het programma Vakwijzer kunnen docenten sites beoordelen en in de centrale database opnemen. Iets wat tot dusver door bijna iedere docent alleen gedaan wordt, levert nu in communityverband die kwaliteit op die u nodig heeft. Dat kan u een heleboel tijd schelen! De links zijn voorzien van een korte beschrijving waarin aangegeven is hoe de bron in de les gebruikt kan worden.

## Aanmelden

U wordt lid door in de vakcommunity het aanmeldingsformulier in te vullen. Als lid ontvangt u automatisch de maandelijks nieuwsbrief [2]. Er zijn vakcommunities voor het primair en voortgezet onderwijs. De communities voor het primair onderwijs zijn opgezet naar groep, die voor het voortgezet onderwijs naar vak.

Meer informatie voor voortgezet onderwijs:

<http://www.kennisnet.nl/school/vakcomVO/>

Meer informatie voor primair onderwijs:

<http://www.kennisnet.nl/school/vakcomPO/>

Elke community kent een zogenoemde community manager (CM).

## Aanbod

Een selectie uit het 'aanbod' voor het voortgezet onderwijs:

### vak

CM (e-mail) en URL

---

### wiskunde

(a.i.) Martin van Reeuwijk ([M.vanReeuwijk@fi.uu.nl](mailto:M.vanReeuwijk@fi.uu.nl))

<http://www.digischool.nl/wi/community>

---

### natuurkunde

Marc Castenmiller ([Sa007@concepts.nl](mailto:Sa007@concepts.nl))

<http://www.digischool.nl/na/community>

---

### scheikunde

Marc Castenmiller ([Sa007@concepts.nl](mailto:Sa007@concepts.nl))

<http://www.digischool.nl/sk/community>

---

### biologie

Steeff Steeneken ([bionet@hetnet.nl](mailto:bionet@hetnet.nl))

<http://www.digischool.nl/bi/vakkring>

---

### informatiekunde

Jürgen Enser ([jenser@home.nl](mailto:jenser@home.nl))

<http://www.digischool.nl/in/community>

---

### anw

Emil Blomberg ([emilblom@dds.nl](mailto:emilblom@dds.nl))

<http://www.digischool.nl/anw/community>

---

### filosofie

Thaddé Goossens ([Pmt.goossens@hccnet.nl](mailto:Pmt.goossens@hccnet.nl))

<http://www.digischool.nl/lb/community>

---

### techniek vmbo

Paul Smeets ([p.smeets@fontys.nl](mailto:p.smeets@fontys.nl))



### Noten

[1] De database voor het vak wiskunde, WisClas, is te vinden op: <http://www.fi.uu.nl/wisclas/>

[2] De nieuwsbrief voor wiskunde, WiskundE-brief, onder redactie van Jos Andriessen ([j.andriessen@hccnet.nl](mailto:j.andriessen@hccnet.nl)) en Gerard Koolstra ([g.koolstra@chello.nl](mailto:g.koolstra@chello.nl)), is ook te vinden op: <http://huizen.dds.nl/~we-brief/>

### Bijschrift van de redactie

Dit artikel is door de redactie enigszins ingekort, maar ook van extra, vakspecifieke, informatie voorzien.



---

Op 5 december 2000 werden de eerste resultaten bekend gemaakt van TIMSS-99, een internationaal vergelijkend onderzoek naar het onderwijs in de exacte vakken. Bij dit onderzoek werd in 38 landen, verspreid over alle continenten, een schriftelijke toets voorgelegd aan tweedeklassers in het voortgezet onderwijs. De toets bestond overal uit exact dezelfde opgaven, vertaald naar de landstaal. Daarnaast vulden de leerlingen, hun leraren en schoolleiders ook enquêtes in. Hieruit blijkt bijvoorbeeld dat Nederland opvalt met een laag percentage vrouwelijke docenten, en met een opvallend vrij rekenmachinegebruik. Ook zijn onze leerlingen thuis relatief goed voorzien van onderwijs-hulpmiddelen.

De meeste aandacht gaat echter uit naar de toetsresultaten. Nederlandse leerlingen blijken heel goed te scoren in de internationale vergelijking. Alleen leerlingen in vijf Aziatische landen zijn gemiddeld beter. De verschillen tussen meisjes en jongens zijn erg gering.

---

TIMSS is de afkorting van Third International Mathematics and Science Study. Dit is een internationaal project waarin landen hun onderwijs in de exacte vakken met elkaar vergelijken. TIMSS wordt georganiseerd door een internationale organisatie voor onderwijsonderzoek, de IEA (International Association for the Evaluation of Educational Assessment) en de coördinatie ervan is in handen van het Amerikaanse onderzoeksinstituut Boston College.

TIMSS startte in 1995 en wordt in een vierjaarlijkse cyclus afgenomen. De resultaten van TIMSS-99 zijn recent vrijgekomen. De voorbereidingen voor de volgende ronde van 2003 zijn alweer in gang gezet. Aldus krijgen we dan TIMSS-95, TIMSS-99 en TIMSS-2003 op een rij. Kern van het project is, dat in alle deelnemende landen een zelfde toets en dezelfde enquêtes worden afgenomen bij vergelijkbare groepen leerlingen en hun leraren en

schooldirecteuren. In TIMSS-99 deden 38 landen mee en ging het om die klassen met het grootste aantal 14-jarigen, in Nederland is dat de tweede klas van het voortgezet onderwijs.

#### **De resultaten op de toets**

TIMSS gaat over exacte vakken, maar in dit artikel zullen we alleen kijken naar wiskunde. In figuur 1 is de TIMSS-99 rangschikking voor wiskunde aangegeven voor een selectie van 20 van de 38 deelnemende landen [1]. Nederland prijkt heel hoog, samen met Vlaanderen direct onder de vijf toplanden uit Azië (behalve Singapore en Japan zijn dit: Hong Kong, Taiwan en Korea). In de figuur is bij elk land tussen haakjes de rang aangegeven met een getal; Nederland is zevende in de lijst van 38 landen. Dit is zonder meer een goede prestatie!

# Nederlands wiskundeonderwijs bij de internationale top

[Pauline Vos, Klaas Bos]

Om figuur 1 niet te lang te maken hebben we een selectie uit de 38 landen genomen. Wie ook wil zien hoe die overige 18 landen zoals Letland, Moldavië, Maleisië of Thailand het hebben gedaan, kan kijken op de website van TIMSS (<http://timss.bc.edu/>).

In de figuur zijn ook de resultaten van TIMSS-95 voor wiskunde opgenomen. Zoals te zien is, zijn er in vier jaar tijd slechts kleine verschuivingen opgetreden. Landen die in 1995 hoog stonden, doen dat in 1999 opnieuw. Vier landen in de tabel (Turkije, Indonesië, Chili en Marokko)

waren er niet bij in TIMSS-95, en hebben dus slechts één staaf in de grafiek.

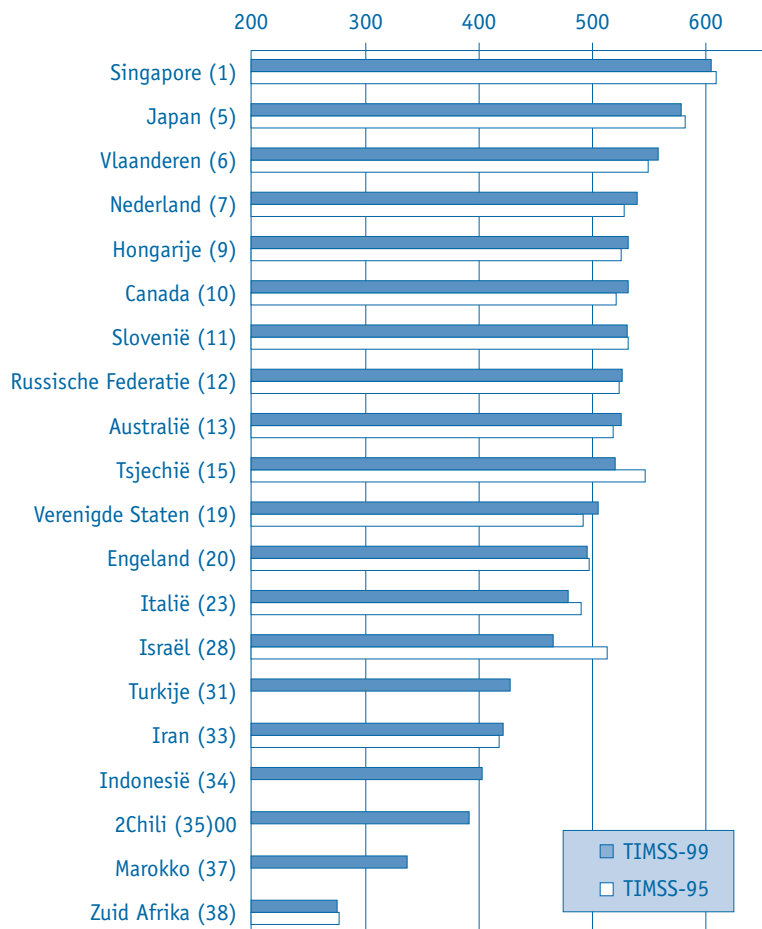
De positie van 1995 is een redelijke voorspeller voor de positie van 1999, zoals ook blijkt uit de positie van Nederland in TIMSS-95, die toen uitkwam op de 9e plaats. In vier jaar tijd verandert er in de meeste landen niet veel in het onderwijs, en dus ook niet veel in de TIMSS-resultaten. Voor Nederland waren er echter wel wat wijzigingen tussen 1995 en 1999. In 1995 gebruikte ruim de helft van de scholen in de TIMSS-95-steekproef een methode voor de basisvorming, en in 1999 was dat het geval voor alle scholen. In vier jaar tijd veranderde het leerplan dus op menige school. Deze volledige uitvoering van het nieuwe leerplan heeft echter geen zichtbare weerslag op de TIMSS-resultaten gehad. Een duidelijke verklaring hiervoor hebben we nog niet. Een mogelijkheid is dat in TIMSS relatief veel reken/wiskundevaardigheden van de basisschool worden getoetst en voor dat niveau is het leerplan tussen 1995 en 1999 niet ingrijpend gewijzigd.

Het is jammer dat twee grote Europese landen Duitsland en Frankrijk niet aan TIMSS-99 hebben meegedaan. Hun resultaten in TIMSS-95 waren respectievelijk 13e en 23ste van de 41 landen. Deze voor hen teleurstellende posities hadden veel repercussies. In Duitsland werden bijvoorbeeld alle wiskundeleraren op nascholing gestuurd (en daar waren ze niet blij mee). Welke resultaten dit opleverde, zullen we binnenkort vernemen via een ander internationaal vergelijkend onderzoek naar het wiskundeonderwijs, PISA genaamd, dat wordt georganiseerd door de OESO. Aan dit onderzoek doen 23 Europese landen mee, inclusief IJsland en Luxemburg, plus nog 9 landen in andere continenten (Japan, VS, Canada, Australië, enz.).

De eerste rapporten van Pisa, dat in het voorjaar van 2000 werd afgenomen, worden in september 2001 verwacht.

In TIMSS worden de scores van elk land weergegeven met een schaalgetal waarvan het internationale

1



gemiddelde 488 is. Deze scoregetallen zijn *relatief*: ze zeggen alleen iets over hoe ver landen uit elkaar liggen.

In De Volkskrant van 14 december 2000 stelde Prof. Dr. Jan de Lange van het Freudenthal Instituut dat Nederland eigenlijk heel slecht scoorde in TIMSS-99. Hij vond een aantal opgaven uit de toets heel simpel en was teleurgesteld dat de Nederlandse leerlingen daar middelmatig op scoorden. Zijn uitspraak gaat over de prestaties in *absolute* zin en wij zijn het met hem eens, dat de Nederlandse leerlingen zeker beter moeten kunnen presteren op een deel van de opgaven. In TIMSS wordt echter alleen naar verschillen tussen landen gekeken, dus in *relatieve* zin, en blijkt de score van de Nederlandse leerlingen hoog in vergelijking tot die van leerlingen uit de meeste andere landen.

Een gemiddelde landenscore zoals die in TIMSS wordt berekend, is niet precies. Aangezien er in elk land met een steekproef van de totale groep tweedeklassers werd gewerkt, moet er rekening gehouden worden met mogelijke deviaties en foutenmarges. In Nederland is een steekproef van bijna 2900 leerlingen getrokken en dit is zonder meer 'groot'. Maar als de steekproef bijvoorbeeld op een andere dag getrokken was, dan zouden er kleine verschillen in de resultaten kunnen optreden. In de andere landen was de steekproef groter, en daardoor zijn bij hen de marges van de score

kleiner. Met deze marges rekening houdend, heeft de gemiddelde wiskundescore van 540 punten van Nederland een marge van  $\pm 14$  punten (preciezer geformuleerd: de score van Nederland in TIMSS-99 ligt met 95% zekerheid tussen 526 en 554). Daardoor is de Nederlandse score van 540 statistisch niet verschillend van Vlaanderen (6e op de ranglijst, met  $558 \pm 7$  punten) of van Tsjechië (15e, met  $520 \pm 8$  punten), maar wel hoger dan die van de Verenigde Staten (19e, met  $502 \pm 4$  punten).

De wiskundescore van 540 voor Nederland kan verder worden uitgesplitst, bijvoorbeeld naar schooltype. De vbo/mavo-leerlingen kwamen samen tot een gemiddelde score van 495 en de havo/vwo-leerlingen tot een score van 595. Hiermee blijkt dat onze vbo/mavo-leerlingen gezamenlijk gemiddeld hoger scoren, dan het internationale gemiddelde van 488. Ook kunnen we splitsen naar sekse. De jongens scoorden gemiddeld 542 punten op deze schaal en de meiden 538. Dit verschil is te klein om significant genoemd te worden. Ook in andere landen komen dergelijke kleine verschillen voor. Slechts in enkele landen (bijvoorbeeld Israël, Tsjechië, en Iran) komen grotere (significante) verschillen tussen de jongens en de meiden voor, ten nadele van de laatsten. Het omgekeerde komt ook voor. In Vlaanderen bijvoorbeeld scoren de meiden héél licht beter (560 tegen 556).

## 2

Land	% leerlingen met een wiskundelerares
Japan	27
Nederland	28
Iran	30
Marokko	39
Zuid Afrika	39
Turkije	41
Australië	42
Indonesië	44
Chili	45
Engeland	48
Canada	53
Verenigde Staten	60
Vlaanderen	66
Tsjechië	73
Singapore	75
Italië	76
Israël	78
Hongarije	80
Slovenië	89
Russische Federatie	93

## 3

Land	% leerlingen met een leraar van 40 jaar of ouder
Zuid-Afrika	16
Indonesië	28
Singapore	38
Japan	40
Iran	41
Canada	51
Slovenië	51
Australië	52
Israël	53
Engeland	57
Russische Federatie	60
Turkije	61
Marokko	62
Verenigde Staten	64
Tsjechië	65
Vlaanderen	65
Nederland	67
Hongarije	72
Chili	80
Italië	92



We kunnen de wiskundescore van 540 voor alle Nederlandse leerlingen in TIMSS-99 naast de score in TIMSS-95 leggen, toen de Nederlandse leerlingen uitkwamen op een gemiddelde score van 529. Er is dus sprake van een lichte stijging, met elf punten. Vooral de meiden hebben bijgedragen aan deze stijging, in TIMSS-95 scoorden zij 522 tegen de jongens 534. De meiden stegen dus in vier jaar tijd 16 punten en de jongens 8 punten. In alle gevallen is de stijging echter niet statistisch significant. Pas als er in TIMSS-2003 wederom dergelijke kleine stijgingen worden waargenomen, dan kunnen we spreken van een echte trend.

### Deelnemende scholen

Op deze plaats willen wij de deelnemende klassen en hun leraren in Nederland nog eens hartelijk bedanken voor hun enthousiaste medewerking aan dit groot-schalig onderzoek. Deelname aan de toets bracht voor hen veel administratie met zich mee (een blokkur in het rooster reserveren, lijsten met geboortedata van de leerlingen invullen, enz.). Daar stond een kleine financiële tegemoetkoming tegenover. Toen de toets nagekeken was, ontving elke school een rapport waarin af te lezen was hoe goed elke leerling gescoord had in vergelijking tot andere Nederlandse leerlingen van hetzelfde schooltype.

Inmiddels zitten de betreffende leerlingen alweer in de vierde klas. Het verwerken, controleren en bewerken van alle wereldwijde gegevens bij een grootschalig onderzoek is een langdurig proces, dat van alle deelnemers geduld vergt. Gelukkig blijken de inspanningen nu tot een eervol resultaat te hebben geleid.

De 126 scholen die in Nederland aan TIMSS-99 hebben deelgenomen zijn verspreid over het hele land (van Terschelling tot Kerkrade), zowel in grootstedelijke gebieden als op het platteland. Het schooltype van de klassen varieerde van ivbo tot vwo en bij controle bleek, dat de verdeling in de steekproef goed overeenstemde met de landelijke verdeling.

Op elke school werd één tweede klas *at random* geselecteerd om mee te doen. De leerlingen van deze klas vormden daarmee een representatieve steekproef van de tweedeklas-leerlingen in Nederland op dat moment. De leraren werd ook gevraagd een vragenlijst in te vullen; 113 van de 126 wiskundeleraren gaven hieraan gevolg. Deze leraren zijn geen representatieve steekproef van *alle* wiskundeleraren, maar wel van de leraren die aan een getoetste tweede klas lesgeven. Ze zijn bijvoorbeeld in meerderheid tweedegraads bevoegd.

Het enthousiasme van de scholen kunnen we met één voorbeeld illustreren: van één school hoorden we dat

4

Land	% leerlingen
Nederland	85
Israël	78
Australië	63
Canada	40
Verenigde Staten	34
Singapore	31
Zuid-Afrika	28
Chili	17
Marokko	17
Engeland	14
Japan	13
Vlaanderen	13
Russische Federatie	12
Italië	10
Hongarije	9
Tsjechië	7
Indonesië	6
Iran	5
Slovenië	3
Turkije	2

5

Land	% leerlingen	TIMSS-99 wiskundescore deelgroep	Scoreverschil met rest groep in zelfde land
Nederland	94	543	34
Australië	82	533	41
Vlaanderen	82	567	47
Engeland	79	507	46
Canada	78	537	27
Israël	78	486	77
Singapore	75	615	42
Verenigde Staten	74	518	55
Slovenië	61	547	41
Italië	59	492	31
Japan	52	592	26
Hongarije	48	562	58
Tsjechië	43	541	37
Chili	21	442	61
Russ. Federatie	19	537	13
Turkije	8	471	45
Zuid-Afrika	8	415	150
Indonesië	6	468	68
Marokko	6	357	18
Iran	5	457	35

de leerlingen op de dag van de toets zich speciaal in rood-wit-blauwe en oranje kleding hadden gehuld, omdat zij Nederland vertegenwoordigden. Hun inzet tijdens de toets was er geheel naar.

### Enkele kenmerken van de wiskundeleraren

In de vragenlijsten werd onder andere gevraagd naar de sekse van de leraar. In tabel 1 (zie figuur 2) staan de 20 eerder genoemde landen met het percentage leerlingen met een vrouwelijke wiskundedocent [2]. Hierbij zijn dus niet de leraren geteld, maar hun leerlingen. Een leraar met een klein klasje, telt dus relatief minder mee.

Het blijkt dat Nederland, samen met Japan, een echt wiskundeleraren-land is. In bijvoorbeeld de Verenigde Staten en Vlaanderen staan in meerderheid leraressen voor de klas. In de landen van het voormalig Oostblok is het wiskundeleraarschap in een tweede klas een typische vrouwenbaan.

Ook werd de wiskundeleraren naar hun leeftijd gevraagd. In tabel 2 (zie figuur 3) is daarvan een landenrijtje gemaakt met voor elk van de 20 landen het percentage leerlingen met een wiskundeleraar die 40 jaar of ouder is [3]. In deze tabel staat Nederland redelijk laag, met ongeveer tweederde van de leerlingen die een 40+-wiskundeleraar hebben. In andere landen blijkt dit percentage veel lager te liggen. In sommige landen is de onderbouw wellicht meer een

aangelegenheid van de 'jongere' leraren en komen zij pas na een aantal jaren voor de hogere klassen. Vooral opvallend in deze tabel zijn de uitschieters Zuid Afrika en Indonesië, waar respectievelijk slechts 16% en 28% van de leerlingen een wiskundedocent van 40 jaar of ouder hebben.

## Nederland is een echt wiskundeleraars-land

Combineren we de gegevens uit de tabellen 1 en 2, dan zien we dat Nederland relatief veel mannelijke wiskundedocenten van 40 jaar of ouder heeft, terwijl bijvoorbeeld landen als Italië, Tsjechië, Hongarije en Vlaanderen ook veel wiskundedocenten van 40 jaar en ouder hebben, maar dan van de andere sekse. Een land waar vooral jongere en vrouwelijke wiskundedocenten in een tweede klas staan is Singapore, het land dat als allerhoogste in de TIMSS-95 en TIMSS-99 wiskundetoets eindigde. Maar uit de tabellen blijkt ook wel dat er niet direct een verband verondersteld kan worden tussen enerzijds de sekse en de leeftijd van de leraren en anderzijds de TIMSS-score van een land.

### Internationale verschillen

Internationaal vergeleken is er een grote verscheidenheid in hoe het wiskundeonderwijs er uit ziet. Het blijkt bijvoorbeeld uit de vraag aan de leraren of ze in de betreffende klas toestaan dat de leerlingen een rekenmachine gebruiken (zie tabel 3 (zie figuur 4); [4]). In arme landen is deze vraag natuurlijk niet echt aan de orde. In deze landen hebben de meeste leerlingen individueel weinig middelen en ook veel scholen beschikken niet over een partij zakrekenmachientjes voor gebruik in de klas.

Wat echter opvalt is dat ook in de meeste rijkere landen door leraren op het niveau van de tweede klas niet toegestaan wordt dat een zakrekenmachientje onbeperkt gebruikt wordt. In deze landen wordt het gebruik aan banden gelegd en mag het alleen in bijzondere situaties uit de tas (of uit de kast) gehaald worden. Nederland is dus op dit gebied uitzonderlijk. Dat bij ons het leerplan in de basisvorming expliciet het oefenen met het rekenmachientje vermeldt, is in veel landen dan ook met opgetrokken wenkbrauwen opgemerkt. Het dagelijkse vrije rekenmachinegebruik heeft de Nederlandse leerlingen op geen enkele manier gehinderd een goede toetsprestatie neer te zetten. Om in alle landen gelijke toetsomstandigheden te hebben, mochten zij tijdens de internationale toets geen greep naar hun vertrouwde zakrekenmachine doen.

Land	PATM
Marokko	73
Zuid-Afrika	62
Iran	54
Indonesië	51
Chili	45
Singapore	45
Israël	44
Engeland	41
Turkije	41
Russische Federatie	36
Canada	35
Italië	35
Verenigde Staten	35
Australië	30
Vlaanderen	25
Hongarije	19
Slovenië	19
Tsjechië	19
Nederland	17
Japan	9

## Oorzaken van goed wiskundeonderwijs

Een internationaal vergelijkende studie als TIMSS roept de logische vraag op: *hoe komt het dat sommige landen hoger scoren dan andere?* In alle landen probeert men toch zo goed mogelijk les te geven en goede onderwijsomstandigheden te creëren? Duidelijk is dat goed wiskundeonderwijs gebaseerd is op een combinatie van factoren. Eén van de doelen van TIMSS is dan ook, om deze factoren te identificeren, en om te onderzoeken in welke mate deze factoren het onderwijs beïnvloeden. Vooralsnog roept TIMSS echter veel interessante vragen op en worden er nog weinig beantwoord, maar er worden wel een aantal contouren zichtbaar.

De prestatiecultuur van een land draagt in hoge mate bij tot de ranking in de uitkomsten van de TIMSS-test. Dat bijvoorbeeld de rijkere Aziatische landen hoog scoren is waarschijnlijk een gevolg van de grote druk die er in deze landen op leerlingen ligt, om hard te werken en serieus te leren. Veel leerlingen gaan er na schooltijd en ook tijdens de vakanties naar speciale bijlesklassen. Het is dan een vanzelfsprekend gevolg, dat dit bijdraagt aan de ontwikkeling van wiskundige kennis en vaardigheden.

Dat armere landen laag scoren is een sociaal-economisch gevolg. Niemand zal willen aannemen dat de leerlingen in deze landen minder potenties zouden hebben. Maar door de omstandigheden zijn er voor deze leerlingen minder mogelijkheden om wiskunde te leren. Leerlingen in deze landen hebben ook meer psychosociale problemen. Zoals elke leraar weet, zijn kinderen met zorgen vaak te veel afgeleid om goed te kunnen leren. Als er bovendien geen boeken, passers, of andere hulpmiddelen zijn, dan heeft dat gevolgen voor de prestatie.

# leerlingen vinden wiskunde weinig aantrekkelijk

In TIMSS is aan de leerlingen gevraagd of ze thuis konden beschikken over een woordenboek, een tafel die ze voor zichzelf kunnen gebruiken en een computer. Dit zijn *indicatoren* voor de mate waarin leerlingen thuis voorzieningen hebben die hen kunnen ondersteunen bij het leren. Het blijkt dat Nederland hierin de ranglijst aanvoert, met 94% van de leerlingen die aangeven over deze hulpmiddelen te kunnen beschikken. Hierbij moet aangetekend worden, dat de vraag naar een woordenboek in een klein taalgebied als Nederland bij 100% van de leerlingen een bevestigend antwoord opleverde. Maar ook het kunnen beschikken over een computer is wijdverspreid, al gaf een enkele leerling in de kantlijn aan: 'ja, ik kan in het weekend de computer op het werk van m'n vader gebruiken'.

Het ligt voor de hand dat de armere landen onder aan de lijst staan omdat daar slechts een kleine groep leerlingen thuis over de drie hulpmiddelen kan beschikken. In tabel 4 (zie figuur 5) zijn de percentages van de leerlingen in de 20 landen weergegeven, met daarin ook de wiskundescore van de betreffende leerlingen [5]. Om te zien of deze leerlingen beter scoren is het verschil in score weergegeven met de overige leerlingen van hun land (dus de groep leerlingen die niet thuis over alle drie hulpmiddelen kunnen beschikken).

Zoals te verwachten was, is de score van de leerlingen met de hulpmiddelen thuis tientallen punten hoger dan van de andere groep leerlingen. In Zuid Afrika ligt het zelfs 150 punten hoger, maar ook in landen als Israël, Verenigde Staten, Hongarije, Chili en Indonesië is er een groot verschil. Daarnaast is opvallend dat de score van de kleine groep leerlingen met de drie hulpmiddelen thuis in bijvoorbeeld Zuid Afrika en Marokko nog erg achterblijft bij de internationaal gemiddelde score van 488. Blijkbaar blijft ook het niveau van de groep 'geprivilegieerde' leerlingen in armere landen achter.

## Onbevangen

Wat cultureel bepaald is, is de manier waarop wiskunde in de klas wordt aangeboden. In sommige landen wordt autoritair bij elke som een vast stramien aangereikt van hoe de oplossing van een som gevonden dient te worden (mechanistische of algoritmische oplossingsmethoden). In Nederland streven we ernaar, de wiskunde met contexten zo aan te bieden, dat het voor de leerling zinvol is, niet alleen voor later maar ook tijdens het leerproces. In TIMSS is (nog) geen goede manier gevonden om deze verschillen goed te onderzoeken. In een ander artikel [6] schrijven we over de mate waarin de internationale toets aansluit bij de realistische wiskunde van het Nederlandse leerplan. Samengevat komt het op het volgende neer: Nederlandse leerlingen krijgen op een andere manier wiskunde aangeboden dan leerlingen in veel andere landen, en de internationale toets sluit slechts gedeeltelijk (voor ongeveer 70%) op de leerstof uit de klas aan. Onze leerlingen zijn echter behoorlijk onbevangen en geven correcte antwoorden op opgaven die ze nog nooit eerder gezien hebben. Als ze een opgave zien, dan denken ze niet 'die ken ik niet, dus die kan ik niet', maar ze denken eerder 'laat ik het eens proberen'. Het is heel goed mogelijk, dat deze onbevangen houding een factor is die heeft bijgedragen aan de hoge positie van Nederland.

Wat enigszins zorgen baart, is dat leerlingen in Nederland opvallen door hun weinig positieve attitude tegenover het schoolvak wiskunde. In de enquête werd hun mening gevraagd over stellingen als 'ik vind wiskunde leuk' en 'ik wil graag later een beroep waarbij wiskunde nodig is'. Op een vierpuntsschaal moesten de leerlingen een antwoord aankruisen van 'geheel mee eens' tot 'geheel oneens'. Op grond hiervan werd per leerling een PATM-score (positive attitude



towards mathematics) bepaald en per land het percentage leerlingen met een hoge PATM-score. In tabel 5 (zie figuur 6) is dit weergegeven [7]. In Marokko schijnen de leerlingen zeer positief te hebben geantwoord op de vragen uit de enquête, driekwart van hen gaf aan zeer positief tegenover wiskunde te staan. Nederland staat in de tabel bijna helemaal onderaan. Alleen de Japanse leerlingen staan nog negatiever tegenover wiskunde.

Bij deze houding-aspecten hebben we ook gekeken naar de verschillen tussen TIMSS-95 en TIMSS-99, evenals de verschillen tussen jongens en meiden. De gemiddelde antwoordpatronen van de Nederlandse leerlingen blijken in vier jaar tijd echter nauwelijks veranderd te zijn. In beide metingen geldt dat jongens wiskunde vinden belangrijker en aantrekkelijker dan meiden. Jongens hebben ook meer vertrouwen in hun wiskundevaardigheden dan meiden en ze vinden wiskunde minder moeilijk. Maar over het geheel genomen vinden beide groepen zowel in 1995 als in 1999, wiskunde weinig aantrekkelijk. Dit is opvallend omdat er in de afgelopen jaren in de basisvorming naar gestreefd wordt, dat wiskunde voor de leerlingen zinvol moet zijn, niet alleen met het oog op de toekomst, maar ook op het moment dat het geleerd wordt. Gezien de onveranderde, weinig positieve houding van de leerlingen kan de vraag worden gesteld in hoeverre de uitgangspunten van de basisvorming in de praktijk worden gebracht.

Dat de Nederlandse leerlingen laag op de PATM-tabel staan, heeft hen niet weerhouden om in de internationale vergelijking hoog op de TIMSS-toets te scoren. Dit geeft tegelijkertijd ook aan, dat er nog ruimte is voor verbetering.

De Nederlandse leerlingen zouden wellicht nóg hoger kunnen staan, als zij wiskunde een aantrekkelijker vak zouden vinden.

#### Noten

[1]

*Figuur 1: Gemiddelde wiskundescore van 20 landen in TIMSS-99 en TIMSS-95. Tussen haakjes bij de landen staat de ranking in TIMSS-99 uit de lijst met 38 landen*

*Uit: Mullis, Martin, et.al. (2000): TIMSS 1999 International Mathematics Report.*

[2]

*Tabel 1: Percentage leerlingen met een wiskundelerares, oplopend geordend.*

*Uit: Mullis, Martin, et.al. (2000): TIMSS 1999 International Mathematics Report.*

[3]

*Tabel 2: Percentage leerlingen met een wiskundedocent van 40 jaar of ouder, oplopend geordend.*

*Uit: Mullis, Martin, et.al. (2000): TIMSS 1999 International Mathematics Report.*

[4]

*Tabel 3: Percentage tweedeklas-leerlingen van wie de leraar een onbeperkt gebruik van de rekenmachine toestaat.*

*Uit: Mullis, Martin, et.al. (2000): TIMSS 1999 International Mathematics Report.*

[5]

*Tabel 4: Percentage tweede klas-leerlingen met thuis beschikking over drie hulpmiddelen (woordenboek, werktafel, computer) en wiskundescore van deze groep leerlingen in vergelijking tot de overige leerlingen.*

*Uit: Mullis, Martin, et.al. (2000): TIMSS 1999 International Mathematics Report.*

[6]

*Pauline Vos & Klaas Bos, Nederlandse leerlingen scoren opvallend goed op internationale toets. Te verschijnen in Nieuwe Wiskrant, voorjaar 2001 (20-3).*

[7]

*Tabel 5: Percentage leerlingen in elk land met een hoge PATM-score, aflopend geordend.*

*Uit: Mullis, Martin, et.al. (2000): TIMSS 1999 International Mathematics Report.*

#### Literatuur

##### *TIMSS in Nederland*

*K.Tj. Bos en F.P. Vos: Nederland in TIMSS-99, exacte vakken in leerjaar 2 van het voortgezet onderwijs. Enschede, OCTO rapport, 2000.*

*Te bestellen bij OCTO, 053-4892022.*

##### *TIMSS internationaal*

*Mullis, I.V.A., Martin, M.O., Gonzalez, E.J., Gregory, K.D., Garden, R.A., O'Connor, K.M., Chrostowski, S.J., Smith, T.A. (2000): TIMSS 1999 International Mathematics Report, Findings from IEA's Repeat of the Third International Mathematics and Science Study at the Eighth Grade. Boston, MA: Boston College.*

*Martin, M.O., Mullis, I.V.A., Gonzalez, E.J., Gregory, K.D., Smith, T.A., Chrostowski, S.J., Garden, R.A., O'Connor, K.M. (2000): TIMSS 1999 International Science Report, Findings from IEA's Repeat of the Third International Mathematics and Science Study at the Eighth Grade. Boston, MA: Boston College.*

*Beide internationale TIMSS rapporten zijn te downloaden van via de TIMSS-website (<http://timss.bc.edu/>).*

*Meer informatie over TIMSS-1999 bij het OCTO, Universiteit Twente via*

*Klaas Bos (tel. 053-4893955; e-mail: [boskt@edte.utwente.nl](mailto:boskt@edte.utwente.nl)) en Pauline Vos (tel. 053-4895667; e-mail: [vosp@edte.utwente.nl](mailto:vosp@edte.utwente.nl)).*

#### *Over de schrijvers*

*Beiden werken aan de Universiteit Twente. Klaas Bos is projectleider van TIMSS Nederland, Pauline Vos is medewerkster aan dit project.*

## Wolfgang Reuter, boegbeeld in het Nederlandse wiskundeonderwijs

[Kees Hoogland]



Maandag 12 februari 2001 krijg ik het bericht dat geheel onverwacht Wolfgang Reuter aan een hartaanval is overleden.

Mijn gedachten gaan terug naar het laatste gesprek dat ik met Wolfgang enkele dagen eerder heb gehad: hij had het plan om de conferentie over ICT-toepassingen in het wiskundeonderwijs komende zomer in Klagenfurt te bezoeken. Dat leek me een goed idee; het sloot goed aan bij de laatste ideeën die Wolfgang aan het ontwikkelen was rond vernieuwend en mooi wiskundeonderwijs.

Dat is gelijk de rode draad in de carrière van Wolfgang in het Nederlandse wiskundeonderwijs: vernieuwend en mooi.

Ik kwam de naam van Wolfgang eigenlijk voor het eerst tegen in de bundels opgaven die de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren uitgaf en nog steeds uitgeeft. In 1985 kwam er een nieuw wiskundeprogramma voor het vwo: wiskunde A en B. In de bundels die daar voor uitkwamen, staat Wolfgang als een van de auteurs genoemd.

Mooie opgaven. Ik kan niet meer achterhalen welke bijdrage Wolfgang daar precies aan geleverd heeft, maar ik vermoed, dat hij zeker een essentiële bijdrage heeft geleverd aan de prachtige meetkundeopgaven. In sommige opgaven is een stijl herkenbaar die we ook weer terugzien in zijn bijdragen aan latere projecten.

We hebben het dan over 1984. Wolfgang was toen leraar op de befaamde SG Lelystad, een school waar heel veel wat onderwijstalent terecht kwam en vandaan kwam. Daar moest hij in eerste instantie nog maar aantonen dat zijn bevoegdheid in Duitsland waarde had in Nederland. Voor het gemak werd hij eerst gekwalificeerd als derdegraads docent. Heel snel daarna was duidelijk dat Wolfgang een volwaardig eerste graads docent was en, naar snel bleek, veel meer dan dat.

Vanaf 1990 trad hij toe tot het auteursteam van Moderne wiskunde, uiteraard met als specialisme: het schrijven van meetkundehoofdstukken. Zijn kwaliteiten waren echter veel breder. Vrij snel daarna was hij ook eindredacteur en lid van de conceptgroep.

Daarna ging Wolfgang van SG Lelystad naar de Schoter SG in Haarlem. Vanaf dat moment bleek de vraag naar zijn talenten alleen nog maar toe te nemen.

Heel bijzonder waren zijn werkzaamheden in het Profi-project van het Freudenthal Instituut. Pakketjes leerstof maken voor een echt nieuw wiskundeonderwijs, trajectenboeken schrijven

voor toekomstige auteursteams. Misschien wel het meest typerend voor Wolfgang is de conferentie in Driebergen aan het eind van het Profi-project. Er was door een grote groep mensen nagedacht over de invulling van een vwo wiskunde B1- en B12-programma voor het Studiehuis. De vraag rees of zo'n programma in de dagelijkse lespraktijk wel kon.

Wolfgang maakte een notitie met een combinatie van de echte onderwijspraktijk en het nieuwe programma. Daarin gaf hij kristalhelder aan wat kon in de klas in de normale lessen en wat niet. En daar gaat het natuurlijk om bij onderwijsvernieuwing.

Op zijn school, de Schoter SG te Haarlem, was Wolfgang één van de dragende figuren van de Tweede Fase.

De afgelopen jaren was Wolfgang, naast wiskundedocent ook medewerker van APS-wiskunde. Wolfgang hield zich bezig met de meest uiteenlopende zaken: van cursussen over de vlakke meetkunde en Cabri tot geavanceerde digitale leeromgevingen als Studyworks en TI-Interactive. Maar ook werkte hij mee aan taalbeleid bij de exacte vakken voor de aansluiting tussen de onderbouw en bovenbouw van havo en vwo.

Samenvattend: Wolfgang was een bevlogen wiskundedocent, auteur, eindredacteur, conceptdenker, didacticus, ontwikkelaar en nascholer, kortom een boegbeeld in het Nederlandse wiskundeonderwijs. Maar bovenal een bevlogen en zeer beminlijk mens. Wij zullen hem zeer missen.

*Over de schrijver*

*Kees Hoogland (cph@xs4all.nl) is hoofdredacteur van Euclides en is als projectleider wiskunde werkzaam bij het APS.*



Nederlandse  
Vereniging van  
Wiskundeleraren

# Verenigingsnieuws

## Van de bestuurstafel

[Marian Kollenveld]

### Even bijpraten

Omdat niet iedereen altijd a priori overtuigd is door onze argumenten, gaat er veel tijd zitten in het met enige vasthoudendheid opkomen voor zaken waar wij belang bij hebben. Dat is zelden zichtbaar voor u, we melden meestal slechts de resultaten, maar het vergt wel een groot deel van de tijd van het bestuur. Daarom nu voor een keer-tje een tussenstand.

### Zij-instromers

Omdat wij als geen ander weten dat je voor het geven van goed eigentijds wiskundeonderwijs wel wat in je mars moet hebben, benadrukken we via onze vertegenwoordiger in de Stichting Beroepskwaliteit Leraren het belang van een goede vakinhoudelijke kennis en van vakdidactische kwaliteiten van zij-instromers. Daarnaast zijn we betrokken bij het maken van voorstellen om te komen tot een concrete formulering van die vakinhoudelijke en vakdidactische eisen. Een tekort aan leraren mag niet leiden tot een loslaten van kwaliteitseisen, hoe verleidelijk ook op de korte termijn. Op de lange termijn help je daarmee ons vak om zeep.

### Tweede fase havo/vwo

De Grafische Rekenmachine bij economie. Diverse activiteiten als brieven naar de CEVO en Kamervragen hebben er nog niet toe geleid dat het besluit om de grafische rekenmachine plotseling niet meer toe te staan bij economie en biologie is teruggedraaid. Vandaar dat we nu contact hebben gezocht met de VECON, de vereniging van economieleraren, om langs de weg van het informeren van economiedocenten het pad verder te effenen.

Er komt een artikel in hun blad en een workshop op hun congres.

### Contacttijd

Enige tijd geleden hebben we, samen met andere vakverenigingen binnen de BETA-federatie, een brief gestuurd naar de staatssecretaris en het ministerie met onze zorg over de grote verschillen in contacturen op de diverse scholen, en de gevolgen daarvan voor de te verwachten verschillen in het niveau van de leerlingen op het eindexamen.

De reactie was zacht gezegd teleurstellend, en kwam neer op: de scholen zijn autonoom, er wordt al veel geld gestopt in de tweede fase, dus moet u het maar op schoolniveau zelf uitzoeken, verwacht niets van ons.

De volgende stap was een brief naar de onderwijsspecialisten in de Tweede Kamer. Daarop is nog geen reactie binnen. Ook hebben we de inspectie op de hoogte gesteld; daar wordt onze zorg wel gedeeld, omdat men uit eigen ervaring dezelfde feiten constateert.

Voor de kranten die we benaderden was het onderwerp niet interessant genoeg, maar die horen we wel als het examen dramatisch uitvalt...

De volgende logische stap is contact zoeken met de vereniging van schoolleiders, maar daar heeft men de autonomie ook heel hoog in het vaandel.

Kortom, de lange mars door de instituties levert nog niet zoveel op. En dat betekent dat we moeten proberen onze eigen kracht te mobiliseren en versterken. Vandaar dat we besloten hebben een hopelijk stevige voorbeeldbrief op te stellen die u aan uw directie kunt overhandigen. Als u een e-mail of briefje stuurt naar de secretaris (zie Colofon) dan krijgt u een aan uw directie gerichte brief op het briefpapier van de vereniging.

### Formulekaart

Omdat de in Uitleg gepubliceerde kaart niet goed bruikbaar was in

### Wolfgang

Het bestuur heeft geschokt kennis genomen van het plotselinge, veel en veel te vroege overlijden van Wolfgang Reuter.

Wolfgang was een man met veel talenten die hij royaal ter beschikking stelde, ook aan de Vereniging. Als vrijwilligersorganisatie heb je heel veel aan mensen zoals Wolfgang, die veel kunnen, en (te?) zelden nee zeggen. Zo werkte hij onder meer mee aan de opgavenbundels voor havo en vwo van de NVvW en was hij altijd bereid om een werkgroep te doen tijdens een studiedag.

En ook dit jaar, bij de regionale bijeenkomsten, staat hij aangekondigd met een werkgroep over Cabri en meetkunde in het vwo N&T profiel. Een onderwerp waarmee hij zich ook in de ontwerpfase in het profielproject had bezig gehouden.

Die werkgroep vervalt uiteraard, en we zullen bij de opening van de bijeenkomst aandacht besteden aan zijn overlijden.

Wolfgang's overlijden, in de bloei van zijn leven, is een groot verlies voor het wiskundeonderwijs in Nederland, voor de Vereniging, maar natuurlijk een eindeloos veel groter verlies voor zijn directe omgeving. Onze gedachten gaan naar hen uit. We wensen hun veel sterkte.

de klas, en de kaarten die door de uitgevers bij de methoden worden geleverd, niet gebruikt mogen worden bij het examen, heeft de vereniging het initiatief genomen tot Wisforta, een algemeen bruikbare kaart bij elk tweede fase programma. Het gebruik van die kaart op het examen is *wel* door de cevo toegestaan is. De royalty's zijn voor de vereniging, dus met elk exemplaar dat u aanschaft, steunt u ook uw vereniging, en dat heeft weer een gunstig effect op de contributie.

### Volgende keer

Nieuws uit de werkgroepen en vooral heel veel oproepen om u, ja u!!!, ook actief bij het werk van de vereniging te betrekken.

We hebben nodig:

- een hoofdredacteur,
- redactieleden,
- bestuursleden,
- commissieleden en
- mensen die mee willen helpen bij de organisatie van onze activiteiten.

Daar zit vast iets voor u bij.

# Wereldwiskunde Fonds: op zoek naar nieuwe projecten

[Hans Wisbrun]



et Wereldwiskunde Fonds (WwF) is een werkgroep binnen de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het doel van deze werkgroep is:

- ondersteuning te bieden aan het wiskundeonderwijs in derde-wereldlanden door middel van financiële bijdragen aan nader te bepalen projecten;
- wiskundedocenten *hier* te laten zien dat er *daar* ook collega's zijn die zich met soortgelijke,

maar ook met heel andere vragen en problemen bezig houden dan zij zelf.

Tot op heden werden projecten ondersteund in Zambia, Zimbabwe, Mozambique, Bhutan, op de Malediven, in Ghana (zie Euclides 76-2, p.75-77), Soedan en Kenia.

Er kunnen weer nieuwe aanvragen voor ondersteuning ingediend worden. Uit de ingediende aanvragen kiest de werkgroep twee projecten (dit jaar een extra in verband met een donatie van het Freudenthal Instituut).

Criteria voor het toekennen van subsidies zijn:

- alleen projecten in dervedewereld-landen;

- zichtbare ondersteuning;
- voorkeur voor projecten in het voortgezet onderwijs;
- projecten die een vervolgproject kunnen krijgen hebben een pre;
- betrouwbaarheid en goede communicatie spelen een grote rol bij toekenning.

Bent u betrokken bij zo'n project of kent u iemand die dat is, dan kunt u een aanvraag indienen bij de secretaris van het WwF: Gerben van Lent (e-mail: [jonglent@worldonline.nl](mailto:jonglent@worldonline.nl) ; tel.: 010 - 4524556).

U kunt de aanvraag het beste eerst even met hem doorspreken.

**Aanvragen moeten voor 15 mei a.s. binnen zijn.**



## Examenbesprekingen 2001

Zoals gebruikelijk organiseert de NVvW ook dit jaar weer een aantal examenbesprekingen. De data waarop deze besprekingen gehouden worden, zijn:

De bijeenkomsten, met uitzondering van die voor vwo 2e-fase, zijn regionaal georganiseerd en ook toegankelijk voor niet-leden van de NVvW.

De locaties staan op de NVvW-website en op de Bijlage bij dit nummer van Euclides.

(\*)

*De bespreking van vwo (2e fase) is centraal georganiseerd in de Jaarbeurs te Utrecht.*

*Het aantal deelnemers aan deze vwo-besprekingen is beperkt tot 40 leden van de NVvW.*

*Na 1 april zal aanmelding, alleen via de NVvW-website, mogelijk zijn.*

### Examenbesprekingen

vbo/mavo C/D	woensdag 23 mei	15.00-18.00 uur	
havo A12	dinsdag 29 mei	16.00-18.00 uur	
havo B1/B12	vrijdag 1 juni	15.30-18.00 uur	
vwo A	dinsdag 5 juni	16.00-18.00 uur	
vwo A1/A12	vrijdag 1 juni	19.00-21.00 uur	(*)
vwo B	vrijdag 18 mei	16.00-18.00 uur	
vwo B1/B12	donderdag 17 mei	19.00-21.00 uur	(*)



---

Tegelijk met de landelijke invoering van de Tweede fase in 1999 heeft de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren een werkgroep havo-vwo Tweede fase in het leven geroepen. In deze werkgroep zitten docenten van ongeveer 15 scholen. Er wordt zo'n vier keer per jaar gesproken over allerlei zaken die te maken hebben met wiskunde in de Tweede fase. De groep geeft het bestuur gevraagd en ongevraagd advies; dit betekent dat sommige onderwerpen door ons zelf worden aangedragen, maar dat ook onderwerpen vanuit het bestuur worden ingebracht. Hieronder een kort verslag van een aantal zaken waarmee wij ons in de afgelopen tijd hebben beziggehouden.

---

[C.D. Hendriks]

# Werkgroep havo/vwo Tweede fase

## Grafische rekenmachine

De grafische rekenmachine gooit heel wat overhoop in ons onderwijs. Wat moet een leerling nog weten over het oplossen van vergelijkingen? Wat over differentiëren? Wat over ...? Vult u maar in. In onze gesprekken daarover gaat de één al veel verder dan de ander. We leren veel van elkaar. Een enkele zaak springt eruit.

Het zal duidelijk moeten zijn wanneer de leerling de grafische rekenmachine mag gebruiken en wanneer niet. Het Nomenclatuurrapport van de Vereniging [1] biedt deze duidelijkheid. Toch wordt daarmee nog lang niet alles duidelijk, want als je de ene keer het maximum mag berekenen met de GR en de andere keer moet dit met behulp van differentiëren, dan blijft de vraag: 'Wat moeten wij de leerling over differentiëren leren? Is theoretische kennis om begrip te hebben over wat er eigenlijk aan de hand is, nog nodig?' Op deze vragen hebben we niet een pasklaar antwoord. De ervaringen die we de komende jaren opbouwen, zullen heel belangrijk zijn.

Een tweede vraag: 'Wat moet een leerling als berekening opschrijven als de GR wordt gebruikt?'

Hierover zijn we het snel eens: de leerling moet zoveel

opschrijven dat de docent de berekening op zijn/haar manier kan nadoen. Verder zal een leerling kritischer dan vroeger met de antwoorden moeten omgaan. Soms kun je je afvragen of de oplossing wel juist is, of je moet je bedenken dat er meerdere oplossingen zijn die je nog niet op je scherm ziet (bijvoorbeeld nulpunten). Met verbazing wordt opgemerkt dat de leerlingen de GR mogen gebruiken bij wiskunde, natuur- en scheikunde, maar niet bij economie en biologie. Het lijkt ons een slechte zaak dat leerlingen hierdoor gedwongen worden om twee verschillende rekenmachines te gebruiken. Wij zijn van mening dat zo snel mogelijk de GR ook bij deze vakken moet worden gebruikt. Wij hebben het bestuur dan ook verzocht een brief te sturen naar deze vakgroepen en naar de CEVO. Het bestuur heeft inmiddels actie ondernomen.

In een latere bijeenkomst blijkt, dat op een aantal scholen de GR niet verplicht is gesteld voor de groepen havo-C&M. Het motief: 'Deze leerlingen hebben nog slechts een jaar wiskunde en gaan daarin ook niet zo erg diep. Voor hen is de aanschaf duur en overbodig'. Andere scholen hebben ook voor deze groep de GR verplicht gesteld en stellen dat leerlingen die 'weinig

kunnen' juist verder komen met hulp van een machine. Dit jaar willen we over dit onderwerp doorpraten en wellicht komt daaruit een gemotiveerd advies naar de Vereniging.

### Cijfergeving examens

De cijfergeving op de centrale examens. Totnogtoe werden in de wiskunde 90 punten verdeeld, kreeg de leerling 10 punten cadeau, werd de cesuur vastgesteld (als alles oké was op 54/55) en konden de cijfers worden vastgesteld. In de toekomst zal dit anders gaan. Geen 10 punten cadeau en het aantal punten dat een leerling kan scoren, kan het ene jaar anders zijn dan het andere. Zo zal de maximale eindscore wel eens op 80 of 83 kunnen uitkomen. Van het CEVO krijgen we dan omrekeningstabellen waarbij aan elke score een cijfer wordt gekoppeld. Het bestuur vroeg ons wat wij ervan vonden. Na een discussie bleek dat wij ons best in zo'n systeem konden vinden.

### Zebrablokken

De Zebrablokken hebben duidelijk nog geen prioriteit bij de docenten. Dit jaar krijgen alle scholen te maken met de eerste havo-examens bij de profielen E&M, N&G en N&T en dat vergt veel van onze aandacht. De Zebrablokken zijn alleen bedoeld voor het vwo. Toch moet er ongeveer 40 uur mee worden gevuld en alhoewel dit in klas 6 kan, ligt het voor de hand om het Zebrablok (deels) in klas 5 in te vullen. De Vereniging is bezig met het uitgeven van steeds meer boekjes in de Zebrareeks en ook Wolters-Noordhoff geeft een aantal boekjes uit. Er zijn dus al heel wat mogelijkheden waaruit gekozen kan worden. Toch zijn we er daar niet mee. Hoe passen we de Zebrablokken in? Is het een verkapte praktische opdracht? Moet het onderwerp met een cijfer worden beoordeeld? Heb je als docent wel genoeg kennis over die veelheid van onderwerpen en hoe erg is het als je het niet weet?

Voor ons is duidelijk, dat de afgelopen jaren terecht veel tijd is besteed aan voorlichting en scholing rond de praktische opdrachten. We hebben nu de Vereniging geadviseerd om in de komende tijd via publicaties en workshops aandacht te besteden aan de invulling van de Zebrablokken.

### Evaluatie en bijstelling

In 2003 wordt het huidige wiskunde programma geëvalueerd en bijgesteld. In het kader daarvan hadden we een gesprek met Pieter van der Zwaard (SLO), die de opdracht heeft de evaluatie uit te voeren. Hij was bereid met ons alle knelpunten die wij op dit moment ervaren, door te nemen. Een groot aantal punten komt aan bod. Hieronder laat ik de belangrijkste volgen.

- De aansluiting met de basisvorming is verre van goed.
- Het programma is al te vol en er moet ook tijd worden ingeruimd voor de praktische opdrachten.
- Alle leerlingen volgen wiskunde, dus ook de allerzwaksten die vroeger zonder wiskunde hun diploma haalden.

- De stof moet na behandeling direct begrepen worden; er is geen tijd voor herhaling en feedback.
- De modulevorm waarin de meeste methodes nu de stof aanbieden, maakt ook dat niet wordt teruggekomen op eerder verworven kennis.
- Je hebt te weinig tijd om de leerlingen goed te begeleiden.
- Als docent weet je nauwelijks wat je moet doen: handhaaf je het noodzakelijke tempo, dan haken de leerlingen af; pas je tempo aan, dan krijg je de stof niet af.
- Het programma voor wiskunde is niet echt geschikt voor zelfstudie (vooral wiskunde B); veel klassikale uitleg en begeleiding blijft nodig.
- De onzekerheid over wat wel en niet mag met de GR.
- In de Tweede fase wordt elk vak op gelijke manier behandeld; hierdoor ontbreekt het aan de nodige variatie in werkvormen.
- Een havo leerling kan (nog) niet zelfstandig werken.

Sommige van bovenstaande problemen zullen zich na enkele jaren vanzelf oplossen, maar een aantal problemen zijn ongetwijfeld structureel van aard. Het gesprek wordt zowel door Pieter als de werkgroep als zinvol ervaren en we besluiten om een zelfde gesprek in 2001 te herhalen. We hopen dat we als werkgroep op deze manier een bijdrage kunnen leveren aan het in kaart brengen van de problemen en de wensen voor aanpassingen vanuit het veld.

### Nog te bespreken punten

Op de laatste vergadering hebben we een inventarisatie gemaakt van te bespreken punten. Hier komen de volgende onderwerpen uit naar voren.

Ervaringen met het havo-programma wiskunde B1 en B12.

Ervaringen met B1- en B12-leerlingen in één klas. Praktische opdrachten.

De rol van de wiskunde in profielwerkstukken.

Van vmbo naar Tweede fase.

Geen of juist wel GR bij wiskunde A1 op de havo.

Instromers van buiten na bijvoorbeeld een verhuizing (niet typisch wiskunde).

U ziet, er staat nogal wat op ons lijstje. Misschien wilt u meepraten over één van deze onderwerpen. Of misschien heeft u een heel ander probleem dat u onze aandacht wilt brengen. Bedenk dan dat wij een werkgroep zijn vanuit en voor de Vereniging en laat ons weten wat u bezighoudt.

Uw reacties kunt u kwijt op de Reactiepagina van de website van de Vereniging: <http://www.nvww.nl>

Noot

[1]

Het Nomenclatuurrapport Wiskunde Tweede fase is te vinden op de website van de NVvW:

<http://www.nvww.nl>

Zie ook de Service pagina voor bestelling van het rapport.

# Wiskunde in het vmbo.

---

Het is natuurlijk flauw om voor de zoveelste keer te zeggen dat de uitgevers in Nederland bepalen wat we aan wiskunde te bieden hebben aan onze leerlingen. Geen kwaad woord over onze boeken maar in het kader van de huidige ontwikkelingen toch een uiting van zorg. En wat gaat er gebeuren als uitgevers kennisnet vullen met sites aan lesmateriaal. Aan welke criteria is al dat software-materiaal getoetst? Niet technisch maar waar bestaat behoefte aan. Die zorg klemt te meer als we denken aan onze vmbo-leerlingen.

---

Voor veel docenten is het boek niet alleen de aanbieding van de leerstof maar tegelijk ook de didactiek. Gelukkig worden een hele hoop zaken in de scholing aangevuld. Veel docenten leren tijdens de scholing van onder andere APS-wiskunde hoe ze met het boek hun weg moeten gaan in het kader van de vernieuwing. Maar toch.

Naar mijn mening is er iets mis met het wiskunde-onderwijs in het vmbo. Natuurlijk kan elke goede docent met elke methode werken en gelukkig zijn er veel docenten die met de leerlingen veel plezier beleven aan de wiskunde, omdat ze de kracht van hun inventiviteit weten te benutten. Gelukkig merk je, dat veel leraren hun leerlingen leren om zelf actief met de leerstof bezig te zijn. Zelf kennis verwerven, problemen oplossen en nog meer. Docenten die hun eigen onderwijs gaan ontwerpen. Maar daar gaat het me in dit artikel niet om. Het gaat me nu om iets anders.

## Examenprogramma

Reeds op het moment dat de nieuwe examenprogramma's geschreven moesten worden met het zicht op de leerwegen, zijn er kansen blijven liggen. Kansen om sectoraal een inkleuring te geven van de programma's. Ter wille van de harmonisering moest de wiskunde zich voegen naar een vooraf vastgesteld format. Toen hadden we kunnen bedenken, dat het hier

ging om leerlingen die andere kenmerken hebben dan hun soortgenoten binnen het havo/vwo. Voor de sectoren Techniek en Landbouw - waar wiskunde verplicht is - zou een relevant program beter geweest zijn. Er wordt tegenin gebracht dat het de school vrij staat om bij de invulling in het derde en vierde leerjaar een eigen route te gaan. De praktische opdrachten, sectorwerkstukken en verdere toetsing kunnen we samenstellen zoals we zelf willen. Dat is voor een deel waar. Maar we blijven zitten met een te algemeen geformuleerd programma. Een gemiste kans.

## Basisvorming

Aan het examen gaat nog heel wat vooraf. Met welke wiskunde houden we onze leerlingen bezig in de eerste drie leerjaren. We moeten toch onze kerndoelen afwerken.

Wie van ons heeft niet de ervaring dat grote delen van de leerstof niet motiveren omdat ze nergens mee te maken hebben. We houden een groot deel van deze leerlingen bezig met leerstof die op geen enkele manier relevant is voor hun situatie. Leerlingen waarvan we in het brugjaar reeds weten dat ze het niet verder zullen brengen dan de basisberoepsgerichte leerweg. En toch volgen ze de ijzeren gang van de methode. In sommige gevallen een methode waarvan de inhoud is ontstaan vanuit het theezakjesmodel. Er zijn docenten die al

# Hoe bedoelt U?

[Wim Kuipers]

nerveus worden bij de gedachte dat je stukken uit het boek zomaar kunt inwisselen voor eigen creatieve gedachten. Je kunt de leerling toch niet de dupe laten worden van jouw drang tot vernieuwing of experimenten.

Een jongen, slecht in rekenen/wiskunde kiest de leerweg kaderberoepsgerichte leerweg, sector welzijn. De school stelt voor de derde klas wiskunde verplicht. De knaap volgt tot vervelens toe de structuur en de inhoud van het boek en neemt een stuk onbruikbare bagage mee.

Nu kun je zeggen dat in de praktijk dit probleem valt op te lossen door het aanbieden van eigen gemaakte

redzaamheid te bevorderen. Maar het een en ander vraagt wel een aanpassing van de kerndoelen. Ik heb begrepen dat de staatssecretaris de Onderwijsraad opdracht gegeven heeft om te kijken naar een bescheidener pakket met daar bovenop extra's voor leerlingen die meer aan kunnen. Dit alles in plaats van het niet aanbieden van kerndoelen welke voor bepaalde leerlingen niet haalbaar zijn. Het zit naar mijn mening niet in het meer of minder maar aan de aard van de leerstof behorend bij een bepaald type leerling met een bepaald toekomstperspectief.

## Wat te doen?

1. Vanuit de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren de staatssecretaris verzoeken om de Onderwijsraad kritisch te laten kijken naar het curriculum van vmbo en lwoo. Want dat is voor deze leerlingen echt nodig. Er wordt weer veel geld uitgegeven voor onderzoek naar dit en dat. Maar laat vooral geld beschikbaar komen om uitgeverij of wie dan ook in staat te stellen docenten te dienen met bruikbare leerstof. Niet van docenten op alle plekken in Nederland vragen om zelf maar leerstof te bedenken en te ontwikkelen.
2. Als er docenten zijn die passend materiaal hebben ontwikkeld, laten ze dit dan beschikbaar stellen van anderen. Een aanmeldpunt hiervoor zou kunnen zijn de website van de Vereniging en publicatie in Euclides.
3. Schoolleiders stellen docenten in staat om scholing te ontvangen zodat ze ontwerpers zijn van hun eigen onderwijs met behulp van goed materiaal.
4. Onderzoek doen naar de mogelijkheid om op termijn de examenprogramma's aan te passen aan de vraag van de sectoren in verband met aansluiting, doorstroming en maatschappelijke relevantie.

## Ten slotte

Wellicht zal er iemand zijn die bovenstaande als te somber ervaart en zich er niet in herkent. Niet herkent, omdat op haar/zijn school al een hele hoop gebeurt van hetgeen waar ik naar toe wil. Graag reactie, dan komen we samen verder. Die reacties kunnen gezonden via mijn e-mailadres: [W.Kuipers@nvvw.nl](mailto:W.Kuipers@nvvw.nl)  
Mijn postadres vindt u in het Colofon van dit blad.

**soms is de inhoud ontstaan vanuit het theezakjesmodel**

opdrachten, additioneel werk, aangeboden met weglating van delen van het boek. De praktijk is echter dat zo'n leerling dan naast het boek een vracht aan stencils moet incasseren. En dat is het laatste wat ik wil. Of dat de motivatie zal bevorderen! Zijn vriendje op het havo met een full-colour boek en hij met een handvol stencils omdat er geen relevant en passend boek op de plank ligt.

Ik heb er met een uitgever over gesproken om eens na te denken over een andere opzet van de boeken voor het vmbo. Maar de directe moeite zit in de kosten en de verdienste.

Maar goed, dat zal ook wel de oplossing niet zijn. Maar feit blijft dat je leerlingen zult motiveren met leerstof wat voor hen herkenbaar is en ergens mee te maken heeft. En dan moeten we kiezen voor een andere opzet. Ik vraag in dit verband aandacht voor het leerweg-ondersteunend onderwijs. Wat is nu precies de bedoeling van de ondersteuning. Nog een keer uitleggen met veel geduld, nog een andere werkvorm hanteren, onderdelen weglaten uit het boek. Er valt wellicht nog meer te bedenken. Maar waarom naast de goede didactiek geen leerboek met relevante leerstof. Leerstof waar de leerlingen iets in herkenning van hun omgeving. Al zou het alleen maar zijn om de sociale



---

In het begin van de jaren negentig groeide de belangstelling voor het gebruik van computeralgebra in het voortgezet onderwijs. Zo verscheen er een boekje met practica voor het programma Derive (zie [1]). Ook voerde een groep actieve docenten korte klassenexperimenten uit met Derive, waarvoor ze werkbladen ontwikkelden (zie [2]). Toen vervolgens de grafische rekenmachine zich aandeede als praktische mogelijkheid om ICT in de wiskundeles te integreren, ebde de initiatieven rond computeralgebra enigszins weg. Voeg daarbij de invoering van de Tweede Fase met een vernieuwd wiskundecurriculum en het is begrijpelijk dat computeralgebra de laatste jaren wat buiten beeld raakte.

---

# Computer- algebra



# Computeralgebra in een digitale leeromgeving wiskunde

[Paul Drijvers]

Weliswaar stelde de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (NVvW) een adviescommissie Computeralgebra en Symbolische Rekenmachine in, maar het rapport van deze commissie (uit 1998, maar nog steeds te vinden op de website van de NVvW) kreeg geen vervolg, onder andere omdat het Ministerie van OC&W schoolexperimenten met computeralgebra op dat moment niet wilde financieren. De laatste tijd zijn er echter signalen dat computeralgebra opnieuw een actueel onderwerp wordt, zeker nu het wordt ingebed in een digitale leeromgeving. Een demonstratie van dergelijke software op de Nationale Wiskundedagen trok bijvoorbeeld begin februari 2001 veel belangstellenden. Op dit moment wordt een drietal projecten uitgevoerd die zich richten op computeralgebra in het voortgezet onderwijs. Daarnaast is de NVvW voornemens om aan dit onderwerp opnieuw aandacht te besteden.

In dit artikel breng ik deze ontwikkelingen globaal in kaart door de verschillende lopende projecten kort te beschrijven. In chronologische volgorde passeren de revue:

- het APS-project Digitale Leeromgeving Wiskunde,
- het FI-project Algebra Leren in een Computeralgebra Omgeving,
- het project Algebraonderzoek in een Digitale Leeromgeving van het Oosterlicht College.

Een oproep aan belangstellenden om mee te denken of te experimenteren vormt het slot.

## Computeralgebra in een digitale leeromgeving wiskunde

Maar nu eerst, wellicht ten overvloede, een begripsbepaling. Wat is computeralgebra? Het bijzondere van een computeralgebraprogramma is het vermogen om exacte algebraïsche bewerkingen uit te voeren, zoals het oplossen van vergelijkingen, het analytisch differentiëren en integreren, het vereenvoudigen van algebraïsche expressies en het manipuleren van formules. Daarnaast zijn in de meeste computeralgebraprogramma's de mogelijkheden van zeg maar de grafische rekenmachine beschikbaar: grafieken tekenen, tabellen maken enzovoorts. Bekende computeralgebraprogramma's zijn van oudsher Maple, Mathematica en

Derive. Daarnaast zijn er tegenwoordig ook symbolische rekenmachines, zoals de TI-89 en de Casio fx2.0, waarin de kern van Derive respectievelijk Maple is geïntegreerd.

Eveneens vrij recent is de ontwikkeling van software waarin computeralgebra is ingebed in een veelzijdige omgeving. We spreken van een *digitale leeromgeving wiskunde* als het pakket de volgende functies in zich verenigt:

- een wiskundige tekstverwerker met formule-editor;
- een grafiekenprogramma;
- een spreadsheetprogramma;
- een computeralgebraprogramma;
- een browser die toegang geeft tot Internet en email;
- aansluitingsmogelijkheden voor grafische rekenmachines, dataloggers en sensoren.

De tekstverwerkingsfunctie maakt deze pakketten interessant omdat het mogelijk is om zelf lesmateriaal binnen zo'n programma te ontwikkelen. Ook kunnen leerlingen werkstukken of praktische opdrachten helemaal binnen de digitale leeromgeving maken zonder dat ze heen-en-weer hoeven te springen tussen afzonderlijke programma's zoals een tekstverwerker, een grafiekenprogramma, een spreadsheet en een computeralgebrapakket.

Via Internet heeft men toegang tot lesmateriaal dat in het pakket kan worden ingelezen, tot actuele gegevens die zich lenen voor verwerking binnen het pakket en tot een rubriek voor het uitwisselen van onderwijservaringen en het stellen van technische of inhoudelijke vragen. De docent kan het beschikbare lesmateriaal eenvoudig aanpassen aan de specifieke situatie waarvoor hij het wil gebruiken.

Voorbeelden van zulke digitale leeromgevingen voor wiskunde zijn Maple, Mathematica, Scientific Notebook, TI-Interactive en Studyworks, al voldoen ze niet allemaal aan alle gestelde criteria. Vanwege de gebruikersvriendelijkheid worden in de hieronder beschreven projecten Scientific Notebook, TI-Interactive en Studyworks gebruikt.

## Het project 'Digitale Leeromgeving Wiskunde'

Het eerste project van de drie is, na een aanloopfase, in 1999 van start gegaan en wordt uitgevoerd door

5-5. Evenwichtstoestand en amplitude

Hierstaat staat de grafiek van een periodiek verbaad. De periode is 5 seconden. De blauwe lijn hoort bij de evenwichtstoestand. Deze evenwichtstoestand ligt precies tussen het hoogste en het laagste punt in. De grafiek kronkelt zich als het ware om deze lijn. In deze grafiek is de evenwichtstoestand dus 3,5 meter.

Het afstand tussen het hoogste punt en de evenwichtstoestand heet de amplitude. In deze grafiek is de amplitude dus  $6 - 3,5 = 2,5$  meter.

5. Hierstaat staat een grafiek bij een ander periodiek verbaad.

- Zoek uit wat de evenwichtstoestand van deze grafiek is.
- Controleer je antwoord door het getal boven de grafiek voor de evenwichtstoestand in te vullen. Kijk of de blauwe steppelijns precies tussen het hoogste en laagste punt terecht is gekomen.
- Bereken de amplitude van deze grafiek.

evenwichtstoestand = 1.5

amplitude =

# 1

APS-wiskunde. Het doel van dit project is om ervaring op te doen met het gebruik van digitaal lesmateriaal en computeralgebra in de klas. APS-wiskunde heeft daartoe enthousiaste docenten van een achttal scholen om zich heen verzameld die lessenseries uitvoeren met het pakket Studyworks. Het lesmateriaal daarvoor wordt voornamelijk vanuit APS-wiskunde ontwikkeld. Figuur 1 geeft een indruk van hoe dat digitale lesmateriaal er uitziet. De schoolexperimenten van dit project vinden op verschillende niveaus plaats, variërend van klas 2 van ivbo tot klas 5 van vwo.

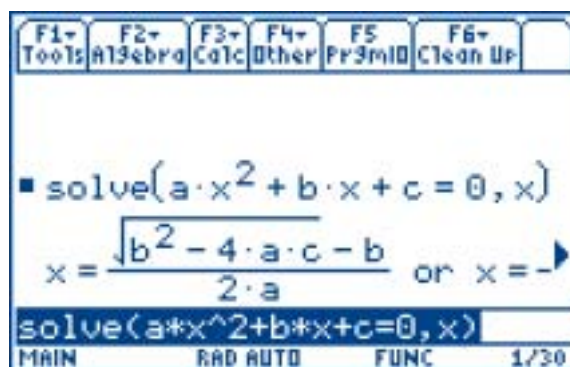
In het vorige nummer van Euclides heeft Henk Staal de eerste ervaringen van dit project beschreven (zie [3]). In dat artikel worden als positieve punten genoemd dat het digitale werk van leerlingen eenvoudig is te verspreiden en dat de leerlingen volgens sommige van de deelnemende docenten de essentie van het wiskundige onderwerp goed doorzien. Daar staat tegenover dat ook twijfels geuit worden over de diepgang die bereikt wordt door het doorwerken van het digitale materiaal. Verder wordt gesteld dat het moeilijk is om digitaal lesmateriaal zo vorm te geven dat de structuur ervan de leerling voldoende overzicht biedt.

## Het project 'Algebra leren in een computeralgebra omgeving'

Dit vierjarige project, dat wordt gesubsidieerd door NWO-PROO, is gestart in 1999 en wordt uitgevoerd door het Freudenthal Instituut. De centrale onderzoeksvraag is of het gebruik van computeralgebra het inzicht kan bevorderen in algebraïsche bewerkingen en concepten. Omdat 'algebraïsche concepten' nogal breed is, spitst het project zich toe op het inzicht in het gebruik van parameters.

Leerlingen van 3-vwo en 4-vwo werken in dit project gedurende een periode van enkele weken aan lesmateriaal over parameters waarin computeralgebra is geïntegreerd. De computeralgebramachine die ze daarbij gebruiken is de TI-89 (zie figuur 2). De doorslag bij de keuze voor dit handzame apparaatje vormen de praktische voordelen: de leerlingen hoeven zo niet steeds naar een computerlokaal te gaan. Daar staat tegenover dat de TI-89 geen digitale leeromgeving voor wiskunde is zoals hierboven omschreven. Het accent ligt hier dus sterk op algebra met computeralgebra en niet op de digitale leeromgeving.

De klassenexperimenten vinden plaats op één school, de Werkplaats Kindergemeenschap in Bilthoven. De eerste resultaten van deze experimenten tonen aan dat



## 2

het leren werken met een computeralgebrapakket een subtiel samenspel vereist tussen machine-technische vaardigheden enerzijds en algebraïsche inzichten anderzijds. Het oplossen van een vergelijking waarin een parameter voorkomt, vraagt bijvoorbeeld de technische vaardigheid om het solve-commando aan te roepen, maar ook het algebraïsche inzicht dat er naar verschillende variabelen kan worden opgelost, en dat dat dus moet worden aangegeven.

Deze bevindingen worden uitgebreider beschreven in [4], terwijl op de website van het Freudenthal Instituut (<http://www.fi.uu.nl>) een projectbeschrijving van dit onderzoek te vinden is.

### Het project 'Algebraonderzoek in een digitale leeromgeving'

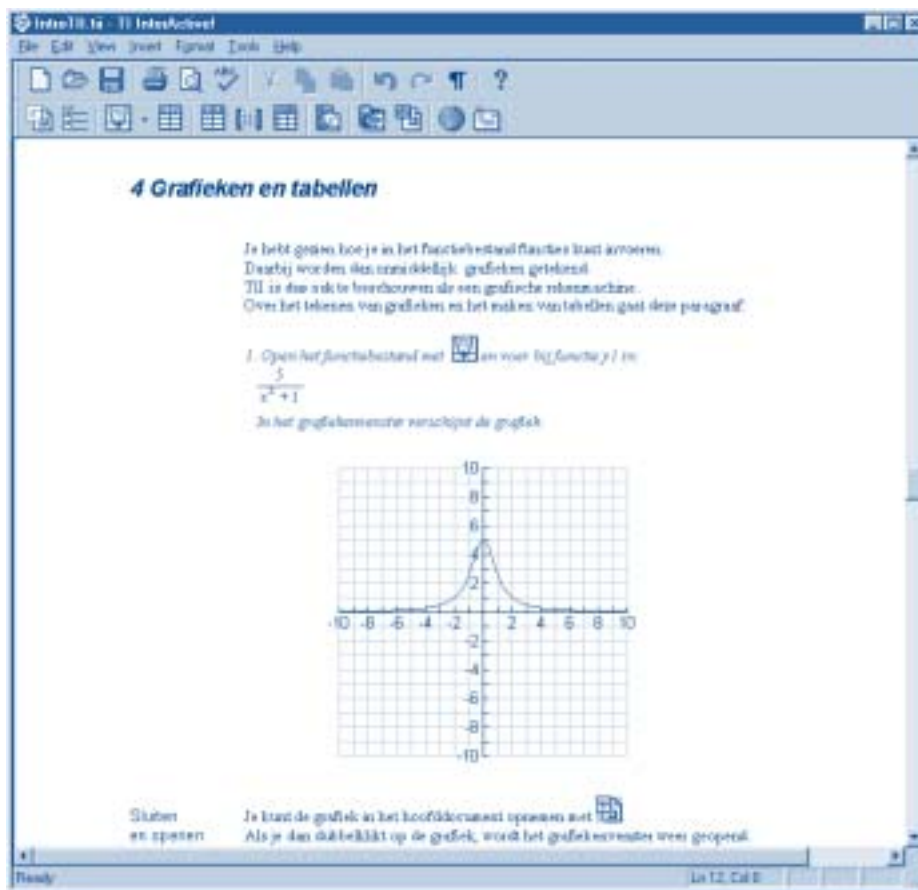
Het derde project is een tweejarig ICT-ontwikkelproject dat sinds augustus 2000 wordt uitgevoerd door het Oosterlicht College in Nieuwegein, het Almende College in Silvolde en het Freudenthal Instituut. Het belangrijkste doel hiervan is om na te gaan in hoeverre binnen digitale leeromgevingen lesmateriaal kan worden ontwikkeld dat leerlingen helpt bij het overbruggen van de algebra-kloof die bestaat tussen onderbouw en Tweede Fase. Daarmee deelt het met het

eerste project de aandacht voor digitale leeromgevingen en het daarin te ontwikkelen lesmateriaal; gemeenschappelijk met het tweede project is de concentratie op algebra.

Op de twee genoemde scholen krijgen de leerlingen van de vierde klas van het vwo de tweede helft van het schooljaar één lesuur wiskunde per week extra. Die tijd wordt besteed aan een kennismaking met het computerprogramma. Op één van scholen is dat Scientific Notebook en op de andere TI-Interactive (zie figuur 3). Na de kennismaking gaan de leerlingen aan de slag met opdrachten die dicht bij de reguliere leerstof staan maar die met name ingaan op algebraïsche vaardigheden. Om de aansluiting met de 'gewone' les niet te verliezen, is altijd een PC met beamer in het klaslokaal aanwezig, waardoor het verband tussen pen-en-papier en digitale leeromgeving steeds kan worden gelegd.

De resultaten van dit project zijn nog niet beschikbaar. Wel vermeldenswaard zijn de argumenten voor de genoemde pakketkeuze. Van Studyworks wordt met name de algebra te beperkt gevonden. Scientific Notebook en TI-Interactive bieden in dat opzicht meer. Scientific Notebook lijkt bovendien een natuurlijke interface te hebben, terwijl de bediening van TI-





### 3

Interactive goed aansluit bij het werken met de grafische rekenmachine.

#### Oproep om mee te denken of mee te werken

Hoe nu verder? Het lijkt mij van groot belang dat docenten meedenken over de waarde die computeralgebra in een digitale leeromgeving kan hebben voor hun onderwijs. Een goede basis daarvoor vormen ervaringen in de klas met deze nieuwe pakketten. Heeft u belangstelling om deel te nemen aan experimenten met computeralgebra in de klas, wendt u dan tot mij via email ([p.drijvers@fi.uu.nl](mailto:p.drijvers@fi.uu.nl)). Binnen de NVvW realiseert men zich dat computeralgebra een onderwerp is dat een rol zal spelen bij de discussie over de herziening van het examenprogramma van de tweede fase van havo en vwo. De onlangs ingestelde werkgroep algebra havo/vwo zal zich ook over de kwestie van computeralgebra buigen. Het zou naar mijn idee mooi zijn wanneer dit zou leiden tot het voorbereiden van experimenten met computeralgebra die dicht staan bij de alledaagse realiteit van het bestaande programma en het huidige schoolboek. In hoeverre een dergelijk experiment ook voortgezet zou kunnen worden tot en met een eindexamen met computeralgebra, is iets dat nader onderzoek verdient.

Daarnaast zou het in mijn ogen wenselijk zijn als er een 'computeralgebra platform vo' zou komen, net zoals er binnen de actieve werkgroep HBO een deelgroep over computeralgebra bestaat (zie weer <http://www.nvvw.nl>). Indien u als lid van de NVvW uw mening over dit onderwerp kenbaar wilt maken, kunt u zich in verbinding stellen met Peter Kop (email: [p.kop@nvvw.nl](mailto:p.kop@nvvw.nl)) die zich vanuit het bestuur van de NVvW hiermee bezighoudt.

#### Noten / literatuur

- [1] P. Drijvers, *Wiskunde leren met Derive*, Wolters-Noordhoff (1992)
- [2] W. Förster, 'Computeralgebra in het voortgezet onderwijs' in *Euclides* 71(4) (1995)
- [3] H. Staal, 'Computeralgebra en digitaal lesmateriaal' in *Euclides* 76(5), p. 204-209 (2001)
- [4] P. Drijvers, O. van Herwaarden, 'Instrumentatie van ICT-gereedschap: algebra met computeralgebra' in *Nieuwe Wiskrant* 20(1)

#### Over de schrijver

Paul Drijvers ([p.drijvers@fi.uu.nl](mailto:p.drijvers@fi.uu.nl)) is verbonden aan het Freudenthal Instituut te Utrecht.

## Uit de oude doos?

[Arthur Bakker]

## Hans Freudenthal geciteerd.

*De citaten spreken voor zich [1].*

*Merk op dat ze komen uit een artikel dat gepubliceerd is in 1957!*

‘Het is een feit, dat onze jeugd weigert onderwijzer en leraar te worden. Ik geloof dat zij gelijk hebben – het is een historisch principe dat de jonge generatie gelijk heeft. Wanneer we iets te weten willen komen omtrent ons systeem van opvoeding en onderwijs, dan is niemand deskundiger dan hij die dit systeem net van nabij heeft leren kennen. Ik geef veel om zijn oordeel, en dit oordeel, zoals het uit de beroepskeuze blijkt, is apert negatief.

Wanneer een jongmens moet kiezen tussen de beroepen van koetsier en van chauffeur, zal hij wellicht het moderne boven het ouderwetse vak prefereren. In onze maatschappij, waar elke nieuwe techniek met bekwame spoed in de praktijk gebracht wordt, is opvoeding en onderwijs een ouderwets beroep. Ik ben er van overtuigd dat kinderen dit aanvoelen en dat jonge mensen om deze redenen zich tot andere beroepen voelen aangetrokken. Willen we meer leraren en onderwijzers hebben – en die behoefte is er – dan is de weg, die we moeten inslaan: opvoeding en onderwijs verheffen tot het peil van andere technieken in onze maatschappij.’

‘Ik beweer niet dat onze paedagogen tegen vernieuwingen gekant zijn. Er wordt veel verbeterd, op veel gebieden zijn er goede leerboeken en er worden steeds efficiëntere onderwijsmethoden uitgewerkt. Maar soms kan een goede methode, een goed leerboek gevaarlijker zijn dan een slechte: dan namelijk wanneer zij de praktische paedagoog beletten, zijn eigen weg te zoeken. Gelukkig ziet men tegenwoordig talrijken, die op verkenning uit zijn, en zelfs niet weinigen, die het leerboek vaarwel hebben gezegd, met eigen materiaal werken en het in de paedagogische praktijk beproeven.’

‘Men spreekt tegenwoordig vaak van experimenteel onderwijs en experimentele scholen. Als deze woorden moeten betekenen, dat de leraar of onderwijzer experimenteert, dan is zulk onderwijs even ouderwets als elk ander. Het kind moet mogen experimenteren. Het is een oud gezegde dat men uit zijn fouten leert – in ’t Engels zegt men: by trial and error.’

*Noot*

[1]

*Hans Freudenthal (1957): Traditie en opvoeding. Rekenschap 4 (3), p.95-103.*

## Scheve schaats?

[Rinnie S. de Vries]

*Onderstaande is een reactie op het artikel ‘Schaatsen’ van de hand van Johan Verhoog, dat geplaatst is in Euclides 76-4 (p. 156-159).*

Als natuurkunde-collega dacht ik hierin iets te vinden voor mijn leerlingen maar het artikel bevat mijns inziens wat onzorgvuldigheden die je er voor leerlingen uit moet halen omdat het zo al lastig genoeg is.

Op bladzijde 157 worden vrolijk snelheden en krachten opgeteld (appels plus peren!):

‘ $V_1$  stelt de snelheid voor van het zwaartepunt.

$V_2$  is de kracht die aan  $V_1$  wordt toegevoegd door de zijwaartse afzet.’

Als je daar consequent spreekt over snelheid in plaats van kracht, is dat opgelost.

Op bladzijde 159 (linker kolom, onderaan) wordt de conclusie getrokken dat het aantal slagen per bocht vastligt.

Vermoedelijk heeft de schrijver weer het foute concept – dat  $V_2$  al een kracht is – in het hoofd gehad (dan zou de conclusie namelijk correct zijn), maar

$$V_2 f = \frac{V_2}{T} = a = \frac{F}{m}$$

En omdat  $m$  constant is, is  $V_2 \cdot f$  dus een maat voor de (maximale) kracht. Maak je de  $f$  wat groter, dan moet kennelijk  $V_2$  wat kleiner worden. Omdat

$$n = \pi \cdot \frac{V_1}{V_2}$$

ligt het aantal slagen per bocht dus *niet* vast.

Als het aantal slagen per bocht toch door de  $V_1$  en  $R$  zou worden bepaald, dan moet de theorie iets complexer zijn.

*Over de schrijver: Rinnie de Vries is docent natuurkunde aan de O.S.G. Willem Blaeu te Alkmaar.*

# Toegiften van de Sint

De redactie is gelukkig met het feit dat de artikelen in Euclides aanleiding geven tot nadenken en tot reageren.

Van enkele lezers ontvingen we een reactie op het artikel van Hans Blom in Euclides 76-5 (februari 2001, p. 212-213), De Sint en de letter e.

We laten die reacties hieronder graag volgen.

## [1] Aantallen gunstige rangschikkingen: een aardigheidje bij 'Sint en de letter e'

[Marga Tuijpp]

Met plezier las ik het artikel van Hans Blom. Ik bleef steken bij het bepalen van het aantal gunstige rangschikkingen. Uiteraard klopt de regelmaat die Hans vindt, maar ik vraag mij dan gelijk af hoe ik makkelijk het aantal gunstige rangschikkingen voor een groep van zeg 250 mensen kan vinden, zonder daarvoor eerst het aantal gunstige rangschikkingen te moeten weten van een groep van 249 mensen en die van 248, enz. Het leek mij wel leuk dit met u te delen.

Het aantal leerlingen noem ik  $n$ , en het aantal gunstige rangschikkingen  $g(n)$ . Ik stel vast dat bij  $n = 1$  geldt  $g(n) = 0$ . Met het denkwerk van Hans Blom volgt dan gelijk:

$$g(2) = 2g(1) + (-1)^2 = 2 \cdot 0 + 1 = 1$$
$$g(3) = 2g(2) + (-1)^3 = 3 \cdot 1 - 1 = 2$$

Ik wil graag alles uitdrukken in  $g(1)$  dus krijg ik:

$$g(3) = 3 \cdot (2g(1) + (-1)^2) + (-1)^3$$
$$g(4) = 4 \cdot (3 \cdot (2g(1) + (-1)^2) + (-1)^3) + (-1)^4$$

Nu is  $g(1) = 0$ , het is flauw die steeds mee te nemen,

dus:

$$g(4) = 4 \cdot (3 \cdot (-1)^2 + (-1)^3) + (-1)^4$$
$$g(5) = 5 \cdot (4 \cdot (3 \cdot (-1)^2 + (-1)^3) + (-1)^4) + (-1)^5$$
$$\Leftrightarrow$$
$$g(5) = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (-1)^2 + 5 \cdot 4 \cdot (-1)^3 + 5 \cdot (-1)^4 + (-1)^5$$
$$\Leftrightarrow$$
$$g(5) = \frac{5!}{2!} \cdot (-1)^2 + \frac{5!}{3!} \cdot (-1)^3 + \frac{5!}{4!} \cdot (-1)^4 + \frac{5!}{5!} \cdot (-1)^5$$

Er zou dus voor willekeurige  $n > 1$  moeten gelden:

$$g(n) = \sum_{p=2}^n (-1)^p \frac{n!}{p!}$$

zodat

$$g(2) = (-1)^2 \frac{2!}{2!} = 1$$
$$g(3) = (-1)^2 \frac{3!}{2!} + (-1)^3 \frac{3!}{3!} = 3 - 1 = 2$$

Om te verifiëren of dit voor alle  $n$  zo gaat, controleer ik met volledige inductie.

Voor  $n = 2$  en  $n = 3$  klopt de formule.

Stel  $g(n) = \sum_{p=2}^n (-1)^p \frac{n!}{p!}$  is juist voor alle getallen  $1, 2, \dots, n$ .

$$g(n+1) \underset{\text{Hans Blom}}{=} (n+1) \cdot g(n) + (-1)^{n+1}$$

$\Leftrightarrow$

$$g(n+1) = (n+1) \left( \sum_{p=2}^n (-1)^p \frac{n!}{p!} \right) + (-1)^{n+1}$$

$\Leftrightarrow$

$$g(n+1) = \sum_{p=2}^n (-1)^p \frac{n!(n+1)}{p!} + (-1)^{n+1} \frac{(n+1)!}{(n+1)!}$$

$\Leftrightarrow$

$$g(n+1) = \sum_{p=2}^{n+1} (-1)^p \frac{(n+1)!}{p!}$$

Hieruit komt dan mooi de reeks van Hans Blom tevoorschijn, omdat je het aantal gunstige rangschikkingen steeds deelt door  $n!$

*Over de schrijver*

Marga Tuyp (e-mail: mtuyp@home.nl) is docent wiskunde aan het Bisschoppelijk College Broekhin in Roermond.

## [2] Nog eens kijken naar de e

[Daan van Hulst]

Hoe groot is de kans dat bij één keer trekken voor een Sinterklaasviering niemand zichzelf trekt? De inleidende zinnen van de heer Blom waren uitnodigend genoeg om het ook eens 'zelf te proberen'.

Omdat ik niet zo visionair was dat ik de regelmaat van 'keer vier plus één' en 'keer vijf min één'... enz. zag, moest ik wel 'met de botte bijl' aan de slag. Dat leidde gelukkig tot hetzelfde resultaat!

Hier volgt dan mijn oplossing, waar je natuurlijk ook wel iets voor moet 'zien'.

Laten we het maar houden op een schoolklas. Bij  $x$  leerlingen is de kans dat het bij de eerste trekking

'goed gaat' uiteraard  $\frac{x-1}{x}$ .

Wij leraren doen immers niet mee.

Het nu volgende beschouw ik als 'iets wat je moet zien'.

Van de overgebleven  $x-1$  leerlingen mag nu – ten behoeve van de redenering – die leerling een lootje trekken die een cadeautje lijkt te gaan krijgen van de eerste leerling. Lijkt, want de kans dat de hele trekking over moet, blijkt levensgroot aanwezig! Deze keuze heeft uiteraard geen invloed op het eindresultaat, want de volgorde van lootjes trekken maakt niet uit voor de kans dat het allemaal goed gaat.

Nu zijn er twee mogelijkheden. Deze tweede leerling trekt toevallig juist de eerste leerling, zodat ze elkaar een cadeautje gaan geven (misschien), òf het wordt een andere leerling, een derde dus.

Met bijbehorende kansen ter grootte van

$$\frac{1}{x-1} \text{ en } \frac{x-2}{x-1}.$$

In het bijzondere geval dat de eerste twee leerlingen elkaar getrokken hebben, blijven er  $x-2$  leerlingen over. En voor dit kleinere aantal begint het redeneerproces opnieuw.

Noem je de kans dat het bij  $x$  leerlingen goed gaat  $P_x$ , dan kun je dus schrijven:

$$P_x = \frac{x-1}{x} \left( \frac{1}{x} P_{x-2} + \frac{x-2}{x} \left( \frac{1}{x} P_{x-3} + \frac{x-3}{x} \left( \frac{1}{x} P_{x-4} + \frac{x-4}{x} (\dots) \right) \right) \right)$$

dus:

$$P_x = \frac{1}{x} P_{x-2} + \frac{x-2}{x} \left( \frac{1}{x} P_{x-3} + \frac{x-3}{x} (\dots) \right)$$

en dit weer recursief en lekker kort als:

$$P_x = \frac{1}{x} P_{x-2} + \frac{x-1}{x} P_{x-1}$$

Natuurlijk kom je zo – met  $P_1 = 0$  en  $P_2 = \frac{1}{2}$  – ook op  $P_3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$  (of:  $\frac{1}{2} - \frac{1}{6}$ ) en  $P_4 = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{24}$ , enzovoorts. Na het gepuzzel en geschuif dat eigen is aan volledige inductie, volgt toch nog vrij eenvoudig

$$P_x = \sum_{k=2}^x \frac{(-1)^k}{x!}$$

met de inderdaad verrassende consequentie, dat je al bij een klasje van 10 kinderen op vrijwel  $\frac{1}{e}$  zit.

Met andere woorden, we moeten niet verbaasd zijn als we drie of zelfs meer keren moeten trekken!

Toegegeven, de computer is een geweldig hulpmiddel voor een benadering als die van de heer Blom. Maar het blijft ook een uitdaging om af en toe met pen en papier zoets op te lossen. Overigens was het vraagstuk bij mij al eens eerder gerezen, maar andere dingen gingen steeds vóór.

Al met al dank ik collega Blom voor zijn stimulerende artikel.

*Over de schrijver*

Daan van Hulst is docent aan het Vossiusgymnasium te Amsterdam.

## [3] Nalezen

[Auke Smid]

In een boek van William Feller, *An Introduction to Probability and its Applications*, uitgegeven door John Wiley and Sons (deel 1, £ 32.50, ISBN 0471257087; deel 2, £ 71.50, ISBN 0471257095), wordt hetzelfde probleem behandeld op de bladzijden 98–113 (van deel 1). De liefhebber kan het dus ook nog eens in een andere taal, en ook in een andere context, nalezen.

*Over de schrijver*

Auke Smid (e-mail: aukesmid@hetnet.nl) is werkzaam aan het Wessel Gansvoort College in Groningen.



**1246.** Gegeven de kubus  $ABCD-EFGH$  met ribbe  $a$ . Het midden van  $BC$  is  $K$ , dat van  $HG$  is  $L$ .

- a.** Construeer de rechte  $l$ , die  $EB$  en  $FC$  loodrecht kruist en  $AK$  en  $EL$  snijdt.
- b.** De vlakken  $EFGH$  en  $ADHE$  snijden  $l$  in  $P$  opv.  $Q$ .  
Druk de lengte van  $PQ$  uit in  $a$ .

(Gymn. 1960)

**1248.**  $(M, R)$  is de omschreven cirkel van de scherphoekige driehoek  $ABC$ ;  $N$  is het midden van  $AB$ . De lijn door  $M$  evenwijdig met  $AB$  snijdt  $AC$  in  $D$  en  $BC$  in  $E$ . De hoogtelijn uit  $C$  snijdt  $AB$  in  $F$  en  $DE$  in  $G$ .

- a.** Bewijs dat  $MN = R \cos \gamma$  is en  $CG = R \cos (\alpha - \beta)$  is.
- b.** Bewijs dat  $DE = R \frac{\sin (\alpha + \beta) \cos (\alpha - \beta)}{\sin \alpha \sin \beta}$  is.
- c.** Bereken  $\alpha$  en  $\beta$  als nog gegeven is:  $\gamma = 60^\circ$  en  $DE : AB = 6 : 11$ .

(Gymn. 1960)

**1253.** Gegeven de regelmatige piramide T-ABCD;

$$TA = AB = 12.$$

Het midden van  $TA$  is  $F$  en dat van  $AC$  is  $E$ .

Op  $TC$  ligt  $G$  zo, dat  $CG = 4$  is.

$TE$  en  $BF$  kruisen elkaar onder een hoek  $\varphi$ .

- a.** Bereken  $\cos \varphi$ .
- b.** Bereken de afstand van  $TE$  en  $BF$ .
- c.** Bereken de inhoud van het viervlak  $BTGF$ .

(Gymn. 1960)

**1254.** Gegeven de balk  $ABCD-EFGH$ .

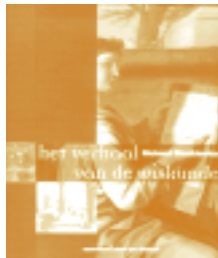
Het snijpunt van de diagonalen van het grondvlak  $ABCD$  is  $S$ ;  
 $AB = a\sqrt{3}$ ;  $AD = AE = a$ .

- a.** Bewijs, dat  $A, D, H, E$  en  $S$  op één bol liggen.  
Construeer het middelpunt van deze bol en druk de straal van de bol uit in  $a$ .
- b.** Bewijs, dat het vlak  $SFG$  de bol raakt.

(Gymn. 1960)

## Het verhaal van de wiskunde

Richard Mankiewicz  
 Uitgever Uniepers, Abcoude (i.s.m. Natuur & Techniek, Amsterdam)  
 ISBN 90 6825 259 3; prijs: f 59,90



Hoe heeft de wiskunde zich in de loop der eeuwen ontwikkeld? Wat zijn de redenen voor deze ontwikkeling? In dit boek vertelt Richard Mankiewicz de geschiedenis van deze essentiële en

intellectuele tak van wetenschap, waar culturen en beschavingen zich al eeuwen geleden aan hebben gewijd.

Hij laat zien dat wiskunde - in welke vorm dan ook - zich in vrijwel elke menselijke activiteit heeft binnengedrongen. Of het nu gaat over prehistorische mensen, land- en zeekaarten, de fascinatie voor het heelal of de veranderende perspectieven in de kunst en de wetenschap. Het verhaal van de wiskunde is een mengeling van historie, biografie en populair-wetenschappelijke informatie en vertelt van een overmoed, intrigerende en hartveroverende wereld.

Een boek dat niet misstaat in de boekenkast van een wiskundeleraar.

## Het paradoxale niets, een geschiedenis van het getal nul

Robert Kaplan (vertaald door Aat van Uijen)  
 Bert Bakker, Amsterdam  
 ISBN 90 351 21409 6



Het getal nul is een van de merkwaardigste fenomenen in de wiskunde. Het is leeg, en toch voegt het iets toe. Het is niets, en toch is het onmisbaar bij het maken van talloze berekeningen. Zonder nul zou de wiskunde niet bestaan; zonder wiskunde zou

ons begrip van de wereld aanzienlijk beperkt zijn. Kaplan presenteert deze geschiedenis briljant en met veel humor. Zijn verhaal zit vol met anekdotes en onverwachte zijspelingen, en de vele verwijzingen naar kunst, literatuur en filosofie maken dit boek méér dan alleen de geschiedenis van een wiskundig probleem. Robert Kaplan was als wiskundige verbonden

aan Harvard University en heeft een grote staat van dienst als popularisator van wiskunde.

## Merkwaardige & interessante puzzels

David Wells (vertaald door Bettelou Los)  
 Uitgeverij Ooievaar, Amsterdam  
 ISBN 90 5713 519 1; prijs: f 15,95



Van de oude Egyptenaren tot de Babyloniërs, van China to India, van de Arabische wereld uit de tiende eeuw tot het twintigste-eeuwse Engeland: het opgeven en oplossen van raadsels is altijd, overal en bij iedereen een geliefde vorm van

ontspanning geweest. David Wells heeft in dit boek een rijke schat aan logische en wiskundige puzzels bijeengebracht; soms moeilijk, soms gemakkelijk, maar altijd verrassend.

## TI83 en TI83+, kennismaken en toepassen

Paul Drijvers, Michiel Doorman  
 Wolters-Noordhoff, Groningen en Freudenthal Instituut, Utrecht  
 ISBN 90 01 832 881



Het boekje is een herziene versie van een in 1997 verschenen uitgave. Het doel is hetzelfde gebleven: in het eerste deel de beginnende gebruiker op weg te helpen met de TI-83(plus). In het tweede deel worden machinevaardigheden

toegepast bij wiskundige problemen. Naast enkele kleine correcties behelst de revisie een uitbreiding met twee korte hoofdstukken, hoofdstuk 11 over de koppeling van de GR aan de PC en hoofdstuk 12 over de specifieke kanten van de TI-83+.

---

In Euclides 76-5 (februari 2001, p. 188-190) beschreef Agnes

---

Verweij het niet meer tot de bal- of studielast van het

---

voortgezet onderwijs behorende algoritme voor de

---

vierkantsworteltrekking.

---

De methode werd toegelicht c.q. uitgelegd via een voorbeeld

---

dat fotografisch was overgenomen uit het boekje 'Wiskunde

---

voor de M.M.S.!

---

De auteur, de hoofdredacteur en de eindredacteur - gezien hun

---

vooropleiding (zeg leeftijd) bekend met dat algoritme - hebben

---

niet de moeite genomen het voorbeeld nog eens door te

---

rekenen, mogelijk ook gezien de faam van de schrijvers van de

---

methode (Van Hiele, Van Hiele-Geldof, Krooshof en

---

De Miranda).

---

Een aantal van onze lezers heeft dat wel gedaan.

---

En via telefoon, e-mail en brieven werden wij op onze

---

nalatigheid gewezen.

---

Excuses en een correctie zijn dan ook zeker op zijn plaats. Bij

---

deze dus.

---

**Dat bijna vergeten  
algoritme, [Dick Klingens]  
en wat er wel degelijk  
vergeten is**

In het boekje, en ook in ons tijdschrift, had iets moeten staan als:

Niet alle getallen zijn kwadraten. Daarom zijn niet alle 'worteltrekkingen' opgaand. Het getal 21876 heeft 5 cijfers. We verdelen het van achteren af in groepjes van twee cijfers. Dus zo: 2 18 76.

$$\begin{array}{r} \sqrt{21876} \approx 147,9 \\ \cdot \times \cdot = 1 \\ \hline 2 \cdot \times \cdot = 118 \\ \hline 28 \cdot \times \cdot = 96 \\ \hline 2276 \\ 2009 \\ \hline 26700 \\ 26541 \\ \hline 159 \end{array}$$

Op de punten (.) komt eenzelfde cijfer.

$$1 \times 1 = 1.$$

Het dubbele van 1 is 2.

Nu moet  $2 \cdot \times \cdot \leq 118$ . Kies dus 4.

De eerste twee cijfers van de uitkomst vormen het getal 14. Dubbele ervan is

28. Nu moet  $28 \cdot \times \cdot \leq 2276$ . Kies 7.

Achter de komma gaat het analoog.

$294 \cdot \times \cdot \leq 26700$ . Kies 9.

In plaats van de oorspronkelijk gebruikte  $\Delta$  zet ik maar de punt, want zo heb ik het zelf geleerd.

Overigens, het van achteraf verdelen in groepjes van twee cijfers, is ook in de door Agnes gegeven oplossing van 'haar' probleem toegepast, zij het dan op de termen van het polynoom.

De juistheid van het algoritme leggen we nu ook maar uit, voor het gemak aan een voorbeeld.

We gaan uit van 729 waarvan de worteltrekking 'opgaand' is.

Stel de wortel van dit getal bestaat uit de cijfers  $a$  (tientallen) en  $b$  (eenheden). De waarde is dus  $10a + b$ . Kwadratering geeft dan

$$729 = (10a + b)^2 = 100a^2 + 20ab + b^2$$

We gaan eerst op zoek naar  $a$ . We moeten dus de honderdtallen afzonderen uit het getal 729. Vandaar dat van rechts af opdelen in tweetallen.

We zoeken het grootste natuurlijke getal  $a$  met  $a^2 \leq 7$ .

Dus  $a = 2$ . Voor het bepalen van het getal  $b$  moeten we nu 729 verminderen met 400. We krijgen:

$$329 = 20ab + b^2 = (10 \times 2a + b) \times b$$

En hierin ligt dus de reden van het vermenigvuldigen van het 'partiële antwoord' met 2.

$$329 = (10 \times 4 + b) \times b = (40 + b) \times b$$

Via proberen vinden we dan  $b = 7$ , zodat  $\sqrt{729} = 27$ .

*Over de schrijver*

*Dick Klingens (dklingens@pandd.demon.nl) is eindredacteur van Euclides en werkzaam op het Krimpenerwaard College te Krimpen aan den IJssel.*

## Kalender

In deze kalender kunnen alle voor wiskunde-docenten toegankelijke en interessante bijeenkomsten worden opgenomen. Wil eenieder die relevante data heeft, deze zo spoedig mogelijk door geven aan de hoofd-redacteur. Hieronder treft u de verschijningsdata aan van Euclides in het lopende schooljaar. Achter de verschijningsdata is de deadline voor het inzenden van mededelingen vermeld. Doorgeven kan ook via e-mail: [redactie-euclides@nvvw.nl](mailto:redactie-euclides@nvvw.nl)

nr verschijnt	deadline
7 16 mei 2001	29 maart 2001
8 27 juni 2001	10 mei 2001

woensdag 4 april 2001  
Regionale studiebijeenkomst NVvW  
Fontys Hogeschool, Eindhoven  
Zie p. 199-202 in Euclides 76-5.

dinsdag 10 april 2001  
Regionale studiebijeenkomst NVvW  
Greijdanuscollege, Zwolle  
Zie p. 199-202 in Euclides 76-5.

do. 19 en vr. 20 april 2001  
37e Nederlands Mathematisch Congres  
Vrije Universiteit, Amsterdam

zaterdag 21 april 2001  
Reünie wiskundigen KU Nijmegen

donderdag 26 april 2001  
Nationale conferentie ICT in het wiskunde-  
onderwijs  
Organisatie APS en Freudenthal Instituut  
Zie p. 203 in Euclides 76-5.

woensdag 16 mei 2001  
Examens vwo B (os), vwo B1 en vwo B12 (ns)  
maandag 21 mei 2001  
Examens mavo/vbo C/D  
woensdag 23 mei 2001  
Examens havo A (os), havo A12 (ns)  
woensdag 30 mei 2001  
Examens havo B (os), havo B1 en havo B12 (ns)  
donderdag 31 mei 2001  
Examens vwo A (os), vwo A1 en vwo A12 (ns)  
(os = oude stijl; ns = nieuwe stijl)  
Voor Examenbesprekingen zie p. 235 in dit  
nummer.

vrijdag 18 mei 2001  
HBO-congres  
Hogeschool Domstad, Utrecht  
Organisatie Werkgroep HBO van de NVvW

zaterdag 26 mei 2001  
Symposium Historische Kring Reken- en  
Wiskundeonderwijs (HKRWO)  
Hogeschool Domstad, Utrecht  
Zie p. 177 in Euclides 76-4.

woensdag 30 mei 2001  
WWW-lympiade 2001 Op de scholen

woensdag 20 juni 2001  
Examens 2e tijdvak

vr. 24 en za. 25 augustus (Eindhoven)  
vr. 31 aug. en za. 1 sep. (Amsterdam)  
Vakantiecursus 2001: Experimentele wiskunde  
Organisatie CWI, Amsterdam

## Regionale ICT-Onderwijsdagen

11 april 2001 Den Bosch, Brabanthallen  
18 april 2001 Zwolle, IJsselhallen  
25 april 2001 Utrecht, Jaarbeurs

Voor internet-adressen zie de website van de  
NVvW: <http://www.nvww.nl/Agenda2.html>

Publicaties van de  
Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren  
\* *Zebra-boekjes*

1. Kattenajds en Statistiek
2. Perspectief, hoe moet je dat zien?
3. Schatten, hoe doe je dat?
4. De Gulden Snede
5. Poisson, de Pruisen en de Lotto
6. Pi
7. De laatste stelling van Fermat
8. Verkiezingen, een web van paradoxen

Prijzen van de Zebra-boekjes:  
Schoolabonnement: 6 exemplaren van 5 delen  
voor f 400,-  
Individueel abonnement voor leden: f 75,-  
Losse boekjes voor leden: f 16,50  
Deze bedragen zijn inclusief verzendkosten.  
Bestellen kan door het juiste bedrag over te  
maken op Postbanknummer 5660167 t.n.v.  
Epsilon Uitgaven te Utrecht onder vermelding  
van Zebra (1 t/m 5) of Zebra (6 t/m 10). Zelf  
ophalen kan in de losse verkoop; ledenprijs op  
bijeenkomsten f 12,50; in de betere boekhandel  
f 16,75.

\* *Nomenclatuurrapport Tweedefase havo/vwo*  
Dit rapport en oude nummers van Euclides  
(voor zover voorradig) kunnen besteld worden  
bij de ledenadministratie, zie colofon.

\* *Wisforta - wiskunde, formules en tabellen*  
Formule- en tabellenboekje met formulekaarten  
havo en vwo, de tabellen van de binomiale en  
de normale verdeling, en toevalsgetallen.  
ISBN 900165956X; prijs f 15,00; te bestellen in  
de boekhandel.

\* *Honderd jaar Wiskundeonderwijs*, lustrumboek  
van de NVvW.  
Te bestellen via de website van de NVvW.





# 37ste

## Nederlands Mathematisch Congres

onder auspiciën  
van het Wiskundig Genootschap

### 19 en 20 april 2001 VU Amsterdam

**Hoofdsprekers:** Eric Verheul (PricewaterhouseCoopers)  
Lex Schrijver (CWI/UvA)  
Joost Hulshof (VUA)  
Aad van der Vaart (VUA)

Op vrijdag 20 april zijn er twee minisymposia die ook voor leraren interessant zijn:

**10.30 - 12.30 uur:** Geschiedenis en maatschappelijke functie van de wiskunde  
**organisatie:** Teun Koetsier (VUA)  
**thema:** "Naar aanleiding van het overlijden van Dirk Struik"

**sprekers:** Marjolein Kool (Hogeschool Domstad)  
Peter Stevenhagen (RUL)  
Henk Bos (UU)

**13.30 - 15.30 uur:** Wiskunde in de tweede fase vwo/havo  
**organisatie:** Anne van Streun (RUG)  
**orientatie:**

*Waar staan we nu met ons wiskundeonderwijs in de tweede fase havo-vwo? (Plusen en minnen.) Op welke examendoelen moeten we ons richten? (De nieuwe centrale examens.) Welke mogelijkheden heeft de wiskundeleraar om zichzelf verder te ontwikkelen? (Leraar in onderzoek.) Hoe kunnen we inspireren en geïnspireerd worden? (De rol van de wiskundeleraar.)*

**sprekers:** Kees Hoogland (APS-wiskunde)  
Jan van Maanen (RUG, CEVO) en Gerard Stroomer (CITO)  
Lex Zandee (NWO)  
Anne van Streun (RUG)

Voor meer informatie en aanmelding, zie: <http://www.cwi.nl/conferences/NMC2001> of bel: (020) 5924009

Sponsors: ABN-AMRO - CAN - Costus Computing - CWI - MRI - PricewaterhouseCoopers - Shell - Stelfjes - STW - VUA

# Nieuw

## Verschenen in de reeks Wiskunde en ICT

### VU-Grafiek voor Windows, kennismaken en toepassen

- een praktische en inspirerende handleiding voor direct gebruik in de klas
- volledig afgestemd op het computerprogramma VU-Grafiek voor Windows
- bevat voldoende materiaal voor alle niveaus

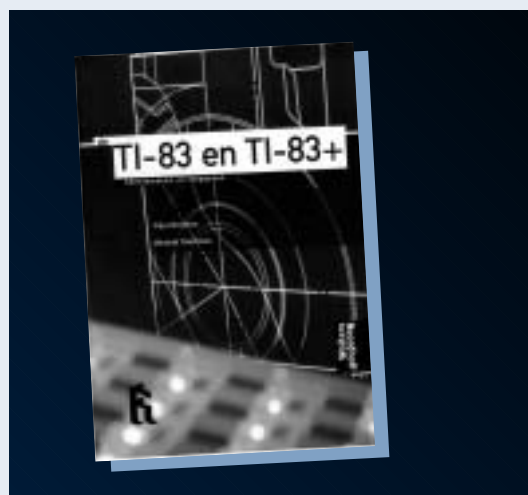


#### VU-Grafiek voor Windows, kennismaken en toepassen

C.J. van de Giessen, A. van der Horst  
ISBN 9001 833 039  
48 pagina's f 9,90 € 4,49

### De TI-83 en TI-83+, kennismaken en toepassen

- aangepast bij de nieuwe en toegestane grafische rekenmachine TI-83+
- met los bijgevoegde hulpkaart
- het deel Kennismaken is een snelle inleiding in het gebruik van de grafische rekenmachine voor leerjaar 4 van havo en vwo
- het gedeelte Toepassen bevat mogelijkheden voor praktische opdrachten



#### De TI-83 en TI-83+, kennismaken en toepassen

Paul Drijvers, Michiel Doorman  
ISBN 9001 832 881  
54 pagina's f 9,90 € 4,49

*Voor meer informatie over de reeks Wiskunde en ICT, bel onze voorlichter*

*Sandra Kooijstra, tel (050) 522 63 11.*

*U kunt de boeken ook bij haar bestellen.*

*De boeken zijn alleen voor rekening leverbaar.*

*Ook verkrijgbaar via de boekhandel*

**Wolters-Noordhoff**  
Postbus 58  
9700 MB Groningen  
Telefoon (050) 522 63 11  
Fax (050) 522 62 55

E-mail: voorlichting.vo.exact@wolters.nl

**Wolters  
Noordhoff**