

Orgaan van de
Nederlandse Vereniging
van Wiskundeleraren

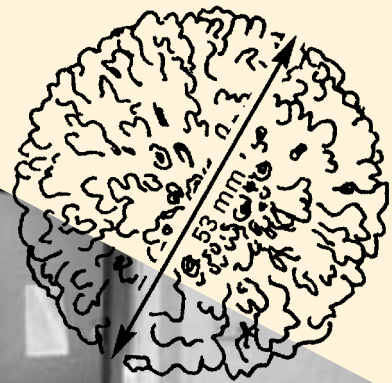
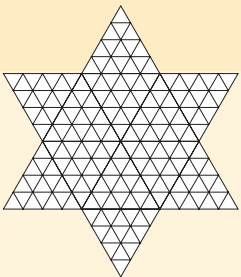
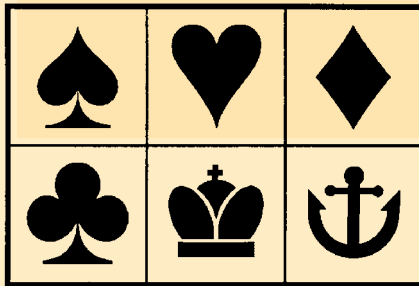
EUCLIDES

Vakblad voor de wiskundeleraar

jaargang 74

1998-1999 september

1



Examens 1998:

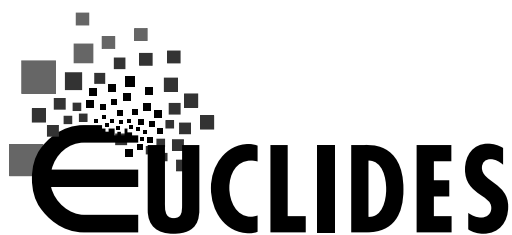
resultaten

en commentaren

Tweede aankondiging

jaarvergadering/

studiedag 1998



Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 8 maal per verenigingsjaar.

Redactie

Dr. A.G. van Asch
Drs. R. Bosch
Drs. W.L.J. Doeve
Drs. J.H. de Geus
Drs. C.P. Hoogland *hoofdredacteur*
Ir. W.J.M. Laaper *secretaris*
W. Schaafsma
Ir. V.E. Schmidt *voorz./penningm.*
Mw. Y. Schuringa-Schoegt *eindred.*
J. van 't Spijker
A. van der Wal

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen naar:
Kees Hoogland
Gen. Cronjéstraat 79 rood
2021 JC Haarlem
e-mail: cph@xs4all.nl

Richtlijnen voor artikelen:

- goede afdruk met illustraties/foto's/formules op juiste plaats of goed in de tekst aangegeven.
- platte tekst op diskette: WP, Word of ASCII.
- illustraties/foto's/formules op aparte vellen: genummerd, zwart/wit, scherp contrast.
Nadere richtlijnen worden op verzoek toegezonden.

Richtlijnen voor mededelingen:

- zie kalender achterin.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter

dr. J. van Lint
Spiekerbrink 25, 8034 RA Zwolle
tel. 038-4539985

Secretaris

W. Kuipers
Waalstraat 8, 8052 AE Hattem
tel. 038-4447017

e-mail:

113015.261@compuserve.com

Ledenadministratie

Mw. N. van Bommel-Hendriks
De Schalm 19, 8251 LB Dronten
tel. 0321-312543

e-mail: NVvW@euronet.nl

Contributie per ver. jaar: f 80,00

Studentleden: f 40,00

Leden van de VVWL: f 55,00

Lidmaatschap zonder Euclides: f 55,00

Betaling geschiedt per acceptgiro.

Nieuwe leden geven zich op bij de ledenadministratie. Opzeggingen vóór 1 juli.

Abonnementen niet-leden

Abonnementen gelden steeds vanaf het eerstvolgende nummer.

Abonnementsprijs voor personen: f 85,00 per jaar. Voor instituten en scholen: f 240,00 per jaar.

Betaling geschiedt per acceptgiro.

Losse nummers op aanvraag leverbaar voor f 30,00. Opzeggingen vóór 1 juli.

Advertenties

Informatie, prijsopgave en inzending:
C. Hoogsteder, Prins Maurits Hof 4
7061 WR Terborg, tel. 0315-324337
of:

L. Bozuwa, Merwekade 90
3311 TH Dordecht, tel. 078-6390890
fax 078-6390891.

Adresgegevens auteurs

G. Bakker

G. van Lent

C. Lagerwaard

H.N. Schuring

Cito

Postbus 1034

6801 MG Arnhem

L. v.d. Brom

Ruimtevaartlaan 45

1562 BB Krommenie

J.H. de Geus

Valkenboslaan 262-A

2563 EB Den Haag

J.P.M. de Geus

De Nutteler 18

7231 NR Warnsveld

W. de Goede

Rusthoven 4

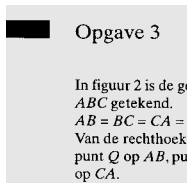
9301 TD Roden

M. Woldinga

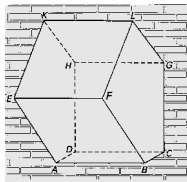
Branding 28

1186 DH Amstelveen

Inhoud



9



25



28

- 2 Kees Hoogland
Van de redactietafel
- 3 Gert Bakker
**Wiskunde-examens 1998
vbo/mavo-C/D, eerste tijdvak**
- 6 Rob Bosch
**Getallen met een naam:
Fermatgetallen**
- 9 C. Lagerwaard, G. van Lent,
H.N. Schuring
**Eindexamens vwo en havo,
eerste tijdvak 1998**
- 16 J.P.M. de Geus
Verslag examenbesprekingen
- 19 Jaarvergadering 1998
Tweede uitnodiging
NVvW
- 20 Studiedag 1998
Op zoek naar wiskunde
NVvW
- 24 Oproep Wereldwiskunde
Fonds
NVvW
- 25 Lourens van den Brom
De afvalbak
- 26 Monica Woldinga
**Haken en ogen aan
'Crown and Anchor'**
- 28 Kees Hoogland
**'Die gasten hebben
het weer geflikt'**
INTERVIEW
- 30 Wout de Goede
**Data snooping in de
examens vwo wiskunde A?**
- 31 40 jaar geleden
- 32 Aankondiging
(+ rectificatie datum)
Wiskunde A-lympiade
- 32 Oproep
nieuwe redacteuren
- 34 Recreatie
- 36 Kalender

Het schooljaar 1998/1999 is van start gegaan. Een bijzonder schooljaar want circa 20% van de scholen start dit jaar met de vernieuwde Tweede Fase voor havo en vwo. De redactie hoopt u, met medewerking van de startende scholen, op de hoogte te houden van de eerste ervaringen.

De rest van de scholen met een havo- of vwo-bovenbouw zullen komend jaar de knopen gaan doorhakken bij de vele keuzes die gemaakt moeten worden bij deze vernieuwing.

Eén belangrijk aspect is uit de vele experimenten met zelfstandig leren naar voren gekomen. Het heeft geen enkele zin om opeens tegen leerlingen te roepen dat ze zelfstandig zijn en ze vervolgens in het diepe te gooien. De komende jaren zullen veel meer in het teken staan van het aan de leerlingen leren hoe ze op verstandige wijze in toenemende mate eigen verantwoordelijkheden kunnen nemen. Een verstandige lijn van eerste klas tot examenklas lijkt daarbij in ieder geval onontbeerlijk.

vbo/mavo C/D

Dit nummer staat vrijwel geheel in het teken van de afgelopen examens. Het tweede landelijke examen vbo/mavo C/D stond op de rol. Dat zou moeilijker zijn dan vorig jaar, was overal aangekondigd. En dat bleek ook uit de resultaten. Het gemiddelde cijfer was 5,8 met 36% onvoldoendes voor C en 5,9 gemiddeld en 34% onvoldoendes voor D. Enigszins ironisch zou je kunnen zeggen dat het nieuwe examenprogramma wiskunde vbo/mavo zich daarmee naadloos heeft aangepast aan wat voor wiskunde gebruikelijk lijkt te zijn.

Bij examens met lagere percentages onvoldoendes (bijvoorbeeld havo A) roepen veel docenten direct dat het niets meer voorstelt. Zit 30% tot 40% onvoldoendes zo hecht verankerd in ons beeld van wiskunde-onderwijs?

havo wiskunde B

Inmiddels heeft de eerste lichterleerlingen die het nieuwe onderbouw-programma heeft doorlopen, ook een B-examen gemaakt, namelijk havo wiskunde B. Daar bestond op voorhand toch veel zorg over. Het keuzepercentage is nauwelijks gedaald (van 29% naar 27%) en de resultaten ook niet schrikbarend (van 6,2 naar 5,8). Leerlingen en docenten hebben duidelijk erg hard gewerkt en toch nog redelijk hetzelfde niveau gehaald.

vwo wiskunde A

Opmerkingen over het examen staan er genoeg in dit nummer. Wat ik er uit wil lichten is dat nog maar 4% van de leerlingen op het vwo geen wiskunde in het pakket had. Dat maakt de uitvoerige discussies die er geweest zijn over wiskunde C en de arme alfa's die misschien wel wiskunde moeten gaan doen in de Tweede Fase, achteraf misschien wat overdreven.

Heeft u een volledige sectie?

Even iets heel anders. In toenemende mate bereiken ons berichten over onvervulbare vacatures wiskunde. Dat is natuurlijk onverteerbaar. Straks moeten misschien wel overuren gedraaid worden om onze leerlingen überhaupt een docent voor te zetten. Meld onvervulbare vacatures bij bestuur of redactie. Dan kan er mogelijk flink actie worden ondernomen.

Ten slotte

De redactie blijft u lastig vallen met vragen. Onveranderd blijven wij op zoek naar docenten die interessante projectjes doen met name in de onderbouw en in de bovenbouw vbo/mavo. Meld het aan de redactie. Hulp bij het weergeven in een leuk artikeltje kan altijd geboden worden.

Kees Hoogland

Wiskunde-examens

1998 vbo/mavo-C/D

eerste tijdvak

Gert Bakker

Inleiding

Bij de ontwikkeling van de nieuwe examenprogramma's waren er van 1991 tot en met 1996 experimentele examens. In 1997 was er het eerste landelijk examen voor vbo/mavo-C/D. De examens van 1997 bestonden in het algemeen uit vrij eenvoudige vragen. Daar was door de CEVO bewust voor gekozen in verband met de invoering. De examens van 1998 zouden qua moeilijkheidsgraad meer overeenkomen met de experimentele examens van 1996 (Examenmededelingen in Uitleg). In dit artikel wordt eerst ingegaan op de reacties op de examens en op de scoreresultaten, in relatie tot vorige jaren. Daarna wordt ingegaan op enkele contexten en afzonderlijke vragen. Reacties van leraren, onder andere op regionale besprekingen georganiseerd door de NVvW, zijn hierbij leidend.

Reacties op de examens

Uit de verslagen van de besprekingen komt naar voren dat men in grote lijnen tevreden was over de inhoud van de examens, dat het verschil tussen het C- en D-examen goed werd gevonden en dat de leerlingen in het algemeen voldoende tijd hadden. Soms vond men in het D-examen de hoeveelheid werk aan de ruime kant. De spreiding bij het C-examen vond men in het algemeen goed; de spreiding bij het D-examen werd wat onevenwichtig gevonden. Een aantal leraren vond in het D-examen het domein Algebra onderbedeeld en het domein Rekenen/meten/schatten wat overbedeeld. Bij het D-examen vond men enkele vragen moeilijk. In het C-examen waren vragen óf moeilijk, óf het waren weggevertjes.

Men was tevreden over opnemen van 'Van Amsterdam naar Arnhem' als eerste context.

Er werden wel kanttekeningen gemaakt bij de formulering van enkele vragen of bij een paar uitwerkingen in

het correctievoorschrift. Soms was een vraag bijvoorbeeld nogal open geformuleerd, terwijl het correctievoorschrift een sterk gedetailleerde uitwerking gaf. De context Uitklapcaravan in het D-examen werd erg moeilijk gevonden. Er werd een groot beroep gedaan op het voorstellingsvermogen. Ook werd het begrip 'loopruijnte' vaak niet goed begrepen. Over deze context belden veel kandidaten naar het LAKS.

Sommige leraren vonden het C-examen meer het niveau van de eindtoets basisonderwijs hebben, anderen vonden het te moeilijk. Leraren van vbo-scholen kunnen het C-examen bijvoorbeeld ook te moeilijk vinden in vergelijking met het B-examen.

Bij de examens voor grootschrift is er een fout gemaakt met betrekking tot de graaf bij de context 'Visvangst in het IJsselmeer'. (De CEVO heeft de scholen bericht dat bij vraag 11 van het grootschrift D-examen iedere kandidaat de maximumscore toegekend krijgt.)

Scoreresultaten

In de tabellen 1 en 2 staan, ter vergelijking, gegevens over de experimentele examens van 1996 en de reguliere examens van 1997 en 1998. We zien dat de beide examens van 1998 moeilijker waren dan die van 1997. Het D-examen van 1998 geeft de indruk ook moeilijker te zijn dan dat van 1996.

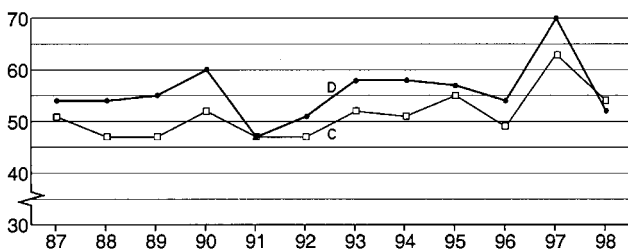
vbo/mavo C	1996(exp)	1997	1998
gemiddelde score (+10)	60	66	58
percentage behaalde punten	55	63	54
cesuur	54/55	54/55	54/55
percentage onvoldoendes	31	18	36
gemiddeld cijfer	6,0	6,6	5,8

tabel 1

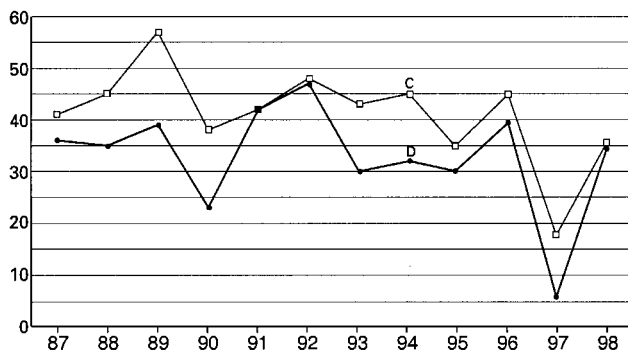
vbo/mavo D	1996(exp)	1997	1998
gemiddelde score (+10)	65	73	56
percentage behaalde punten	62	70	52
cesuur	54/55	54/55	51/52
percentage onvoldoendes	16	6	34
gemiddeld cijfer	6,5	7,3	5,9

tabel 2

De grafieken 1, 2 en 3 betreffen de reguliere (landelijke) examens vanaf 1987. Ze geven achtereenvolgens een beeld van het percentage behaalde punten, het percentage onvoldoendes en het gemiddeld cijfer. In 1991 was er de overgang van 30% open vragen naar 50% open vragen; vanaf 1997 werden de vragen voor 100% open.

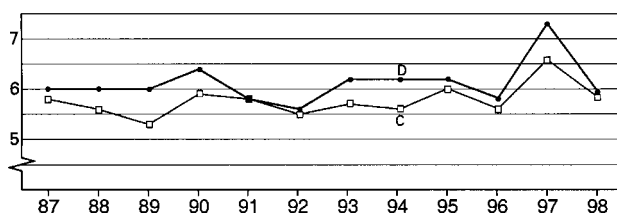


grafiek 1 % behaalde punten



grafiek 2 % onvoldoendes

grafiek 3 gemiddeld cijfer



grafiek 3 gemiddeld cijfer

Het C-examen bestond uit 27 vragen verdeeld over zes contexten en het D-examen telde 26 vragen, verdeeld over zeven contexten. In beide examens kwamen

gemakkelijke vragen voor. Ook werd een flink aantal vragen door de kandidaten moeilijk gevonden. Vooral bij het C-examen viel het op dat vragen kennelijk of makkelijk of moeilijk waren, zoals leraren ook meldden. Weinig vragen zaten in de middenklasse. Tabel 3 geeft een indruk van de spreiding van de verschillende vragen over de moeilijkheidsgraad.

% behaalde punten	vraagnummers C	vraagnummers D
0-19	9, 27	8, 23
20-39	8, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 26	12, 15, 16, 17, 20, 22, 25
40-59	5	3, 7, 19, 24
60-79	3, 4, 6, 10, 14, 15, 16, 18, 21	1, 2, 4, 5, 14, 18, 21, 26
80-100	1, 2, 7, 11, 12, 13, 17	6, 10, 11, 13

tabel 3

Bij de examens van 1997 gaf een aantal leraren, behalve het probleem dat die examens erg gemakkelijk waren, als probleem aan dat het verschil tussen het C- en D-examen te gering was.

Bij de examens van 1998 vond men het verschil veel beter. Er waren maar vier vragen, samen goed voor 10 scorepunten, echt helemaal identiek. Op grond daarvan kan het verschil niet goed berekend worden. Verder is er, zoals gebruikelijk, in de examens een aantal 'tweelingvragen' opgenomen. Dat zijn verwante vragen bij eenzelfde context. De resultaten op de identieke vragen en de tweelingvragen geven een sterke indruk van een flink verschil tussen het C- en D-examen.

Het valt niet mee om de moeilijkheidsgraad van de experimentele examens van 1996 te vergelijken met die van 1998. In 1996 ging het om een aantal voorloop-scholen en in 1998 om een landelijk examen, dus mogelijk verschillende examenpopulaties.

Wanneer enkel gekeken wordt naar tabel 1 voor vbo/mavo-C dan zien we dat de resultaten van 1996 en 1998 maar weinig verschillen. Tabel 2 voor vbo/mavo-D geeft een ander beeld: in 1996 werd 62% van de punten behaald en in 1998 was dat 52%. In 1996 had 16% onvoldoende en in 1998 zou dat 44% zijn. Deze verschillende beelden hangen natuurlijk samen met een wisselend verschil in moeilijkheidsgraad tussen C- en D-examens.

In 1997 hadden sommige leraren spijt dat ze niet meer kandidaten het D- in plaats van het C-examen hadden laten doen. Dat geluid werd niet gehoord in 1998. Of er als reactie op de makkelijke examens van 1997 meer zwakkere leerlingen in 1998 voor D kozen valt niet met zekerheid te zeggen.

Alles overwegende, de reacties van leraren, leerlingen én de scorerresultaten, heeft de CEVO de cesuur voor het C-examen vastgesteld op 54/55 en het mogelijk iets te moeilijke D-examen gecompenseerd met drie scorepunten. Hiermee kwam voor C het percentage onvolledig op 36 en voor D op 34.

Bespreking van contexten en vragen

Jaarlijks wordt gezorgd voor een evenwichtige verdeling van de contexten over de vier domeinen. Zie de syllabus voor de percentages scorepunten per domein. Vanwege de toegestane marges kan deze verdeling enigszins fluctueren.

In tabel 4 staat vermeld welke contexten in welk examen voorkwamen. Dit jaar waren vier contexten gemeenschappelijk.

contexten	domein vooral	in welk examen?
Van Amsterdam naar Arnhem	Algebra	varianten in C en D
Kijk op het podium	Meetkunde	varianten in C en D
Visvangst in het IJsselmeer	Info.verw./stat.	varianten in C en D
Schaatsen in Heerenveen	Info.verw./stat. en Rek.	alleen in C
Sportende jongeren	Info.verw./stat. en Rek.	alleen in D
Regelmatige twaalfvlakken	Algebra en Meetkunde	varianten in C en D
Uitklapcaravan	Meetkunde	alleen in D
Parasols voor Saoedi-Arabië	Meetkunde	alleen in C
Toetsresultaten	Info.verw./stat.	alleen in D

tabel 4

Zoals eerder gemeld had een aantal leraren liever wat meer vragen over de eindtermen uit het domein Algebra gezien en iets minder over het domein Meetkunde. Bij navraag bleek bijvoorbeeld dat de context ‘Regelmatige twaalfvlakken’ weleens in z’n geheel werd opgevat als meetkunde, terwijl het voor het grootste deel om algebra gaat. De context gaat, na twee vragen over de uitslag, over op drie vragen over de formule voor de inhoud. Meetkunde is hier gekozen als inleiding tot de algebra, in de hoop dat leerlingen zich een concrete voorstelling zouden kunnen maken over de vragen. Even terzijde: deze opgave is vraag voor vraag vrijwel

een duplicaat van ‘Regelmatige twintigvlakken’ uit het tweede tijdvak van 1996¹).

Van Amsterdam naar Arnhem

De D-versie van de context ‘Van Amsterdam naar Arnhem’ is afgedrukt in dit artikel. De vragen over deze context zijn goed gemaakt. In de C-versie, met iets eenvoudiger grafieken, is als opstapvraag opgenomen: ‘Hoe lang deed Jos over zijn reis?’

De tweede vraag voor C en de eerste vraag voor D is ‘Van hoe laat tot hoe laat had Jos de grootste snelheid?’

Bij D kwam het voor dat deze vraag werd gelezen met de klemtoon op Jos, dus als: ‘Van hoe laat tot hoe laat reed Jos sneller dan Michel?’ Bij C was dit minder het geval vanwege de opstapvraag. Achteraf gezien is er

begrip voor deze wijze van lezen. De vraag wordt hierdoor zeker niet makkelijker. In dit specifieke geval is het te rechtvaardigen dat de betreffende leerlingen bij goede beantwoording ook twee punten behalen. Leerlingen noteerden soms als antwoord ‘van 10:45 tot 11:10’. Ook deze notatie is verdedigbaar.

Vraag 2 vraagt naar een beschrijving van het verloop van de reis. Het correctievoorschrift geeft aan hoe er beoordeeld moet worden. Een toevoeging aan de vraag in de trant van ‘Geef bij elk deel van de grafiek een beschrijving’ strookt niet zo met de aard van de wiskunde. Het kwam voor dat leerlingen de reis beschre-

Fermatgetallen

Als een getal van de vorm $2^m + 1$ priem is, dan is $m = 2^n$ voor zekere $n > 0$. Immers, als $m \neq 2^n$ dan heeft m een oneven deler, zeg $2k + 1$, en dus is $m = (2k + 1)l$, hetgeen aanleiding geeft tot de volgende ontbinding:

$$2^m + 1 = 2^{l(2k+1)} + 1 \\ = (2^l + 1)(2^{2kl} - 2^{2k(l-1)} + \dots + 2^{2l} - 2^l + 1)$$

Kortom 2^{m+1} is alleen maar priem als m een macht van 2 is.

Een *Fermatgetal*, genoemd naar Pierre de Fermat (1601-1665), is een natuurlijk getal van de vorm

$$F_n = 2^{2^n} + 1$$

Als F_n priem is dan noemen we het getal een Fermatpriem.

Fermat ontdekte dat de getallen

$$F_0 = 3, F_1 = 5, F_2 = 17, F_3 = 257, F_4 = 65537$$

alle priem zijn, en sprak het vermoeden uit dat F_n priem is voor alle n .

In 1732 vond Euler echter dat $F_5 = 2^{2^5} + 1 = 4294967297$ deelbaar is door 641. Het Fermatgetal F_4 is tot nu toe het grootste Fermatpriem. Onbekend is nog of er meer Fermatpriemen zijn.

Op F_0 en F_1 na eindigen alle Fermatgetallen op het cijfer 7. Met een inductiebewijsje is dit eenvoudig aan te tonen.

$2^{2^2} = 16$ eindigt op het cijfer 6. Stel dat 2^{2^n} op het

cijfer 6 eindigt dan is $2^{2^{(n+1)}} = (2^{2^n})^2 \equiv 6^2 \equiv 6 \pmod{10}$. Hieruit volgt dat voor alle $n \geq 2$ geldt:

$$2^{2^n} + 1 \equiv 7 \pmod{10}$$

Bij de constructie van regelmatige veelhoeken met passer en liniaal spelen de Fermatgetallen een belangrijke rol. Een gelijkzijdige driehoek en een vierkant zijn eenvoudig te construeren. Door de middelpuntshoeken te halveren is het mogelijk de volgende regelmatige veelhoeken te construeren

$$n = 3, 6, 12, \dots$$

$$n = 4, 8, 16, \dots$$

Uitgaande van de bij de Grieken al bekende constructie van de regelmatige 5-hoek, kunnen ook de volgende regelmatige veelhoeken geconstrueerd worden.

$$n = 5, 10, 15, \dots$$

Een hoek van $360^\circ/15 = 24^\circ$ kan geconstrueerd worden door twee hoeken van 72° te nemen en een hoek van 120° daarvan af te trekken. Bijgevolg kan ook een regelmatige 15-hoek worden geconstrueerd.

$$n = 15, 30, 60, \dots$$

Dit was de stand van zaken tot 1801, toen C.F. Gauss in zijn boek *Disquisitiones Arithmeticae* niet alleen een regelmatige 17-hoek construeerde maar tevens aangaf voor welke n een regelmatige n -hoek kan worden geconstrueerd. Uitgaande van een regelmatige n -hoek kan door halvering van de middelpuntshoeken een regelmatige $2n$ -hoek worden geconstrueerd. Door steeds een hoekpunt over te slaan kan uit een regelmatige $2n$ -hoek een regelmatige n -hoek worden gevonden. Het is dus voldoende om de mogelijkheden voor oneven n aan te geven. Voor die n vond Gauss:

Een regelmatige n -hoek (n oneven) kan met passer en liniaal geconstrueerd worden dan en slechts dan als n een Fermatpriem is of het product is van verschillende Fermatpriemen.

Het lijstje van Fermatpriemen laat zien dat een regelmatige 3-hoek en 5-hoek kan worden geconstrueerd maar een regelmatige 7-hoek niet. Een regelmatige 9-hoek kan ook niet worden geconstrueerd omdat $9 = 3 \times 3$ niet het product van verschillende Fermatpriemen is. Een regelmatige 15-hoek daarentegen weer wel want $15 = 3 \times 5$ is het product van verschillende Fermatpriemen.

Rob Bosch

Literatuur

Rosen **Elementary Number theory**

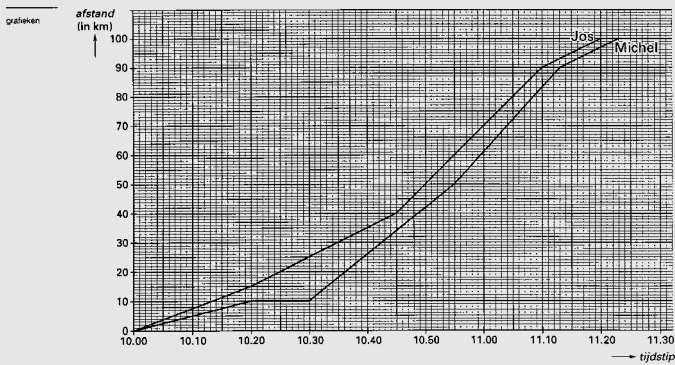
Addison-Wesley 1985

Ribenboim **The Little Book of Big Primes**

Springer 1992

Van Amsterdam naar Arnhem

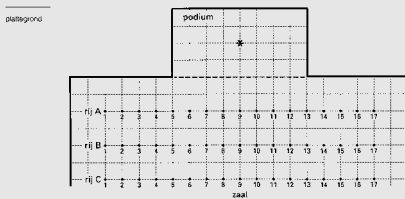
Jos en Michel gingen elk met de auto van het centrum van Amsterdam naar het centrum van Arnhem. Ze vertrokken om 10.00 uur. De grafieken van hun reizen zijn hieronder getekend. Ze staan vergroot op de bijlage bij de vragen 1, 2, 3, 4 en 5.



- 2p 1 Van hoe laat tot hoe laat had Jos de grootste snelheid?
- 3p 2 Beschrijf met behulp van de grafiek hoe de reis van Michel kan zijn verlopen.
- 3p 3 Bereken de gemiddelde snelheid (in km/uur) van Michel over zijn hele reistijd. Schrijf de berekening op.
- Jos en Michel vertrokken om 10.00 uur. Ze reden over dezelfde weg.
- 3p 4 Lees uit de grafiek af op welke tijdstippen Jos precies 10 km verder was dan Michel.
- Coen maakte de reis van Amsterdam naar Arnhem met de trein.
Tussen de stations reed de trein met een gemiddelde snelheid van 120 km per uur.
Coen vertrok om 10.05 uur uit Amsterdam.
Het eerste station was Utrecht, na 40 km. Het tweede station was Ede-Wageningen, na 80 km. Beide keren stopte de trein 5 minuten.
Het derde station was Arnhem, na 97 km.
- 6p 5 Teken de grafiek die bij de treinreis van Coen hoort in hetzelfde assenstelsel op de bijlage.

Kijk op het podium

In een huishuis wordt wel eens toneel gespeeld. Op de volgende plattegrond zie je het podium en een deel van de zaal. De zaal is 20 meter breed. Het podium is 8 bij 4 m. Ieder vierkantje is 1 bij 1 m. De dikke lijnen zijn muren. De dikke stippen zijn de voorkant van het podium. Afstand en kijkhoek zijn belangrijk om het podium goed te overzien.



Elke stip op de plattegrond stelt een stoel voor.
De stoel in rij A met nummer 8 noemt men stoel A8.

Op de bijlage bij vraag 6 staat dezelfde plattegrond.

Cor zit in stoel C2 en Bert zit in stoel B1.

- 3p 6 Geef op de bijlage op de plattegrond aan welk deel van het podium Cor *wel*, maar Bert *niet* kan zien.

Op de bijlage bij de vragen 7 en 8 staat weer dezelfde plattegrond. Je kunt die gebruiken bij de vragen 7 en 8.

Stoel A9 staat precies 4 meter vanaf het midden (*) van het podium.

Volgens Andrea staat stoel B4 precies 2x zo ver van het midden af.

- 3p 7 Laat met een berekening zien of Andrea gelijk of ongelijk heeft.

Vanuit stoel A9 is de kijkhoek naar het podium 127°.

Volgens Ina is de kijkhoek vanuit stoel C7 2x zo klein.

- 6p 8 Laat met een berekening zien of Ina gelijk of ongelijk heeft.

Op de bijlage bij vraag 9 is de plattegrond groot afgedrukt. Het belangrijkste deel van het podium is grijs. Je wilt dat alle bezoekers volledig zien wat zich op dat grijze deel afspeelt.

Zet kruisjes door de stoelen die dan uit de zaal moeten. Uit de tekening moet blijken waarom dat zo is.

- 3p 9

ven in termen van een fietstocht of treinreis.

Het aangeven van 83 minuten als 1,23 uur bij vraag 3 is uiteraard fout.

In vraag 4 gaat het om het aflezen van de verticale afstanden tussen beide grafieken. Op de bijlage staan de grafieken vergroot. Daar komt 1 mm overeen met 1 km zodat met meten de antwoorden gevonden kunnen worden. De D-kandidaten behaalden op deze vraag 61% van de punten; de C-kandidaten behaalden op de overeenkomstige vereenvoudigde vraag 73%. De inleiding tot vraag 5 geeft zes vaste punten in de grafiek. Die punten moeten uiteraard goed zijn aangegeven. De stijgende delen van de grafiek hoeven hier niet precies recht te zijn. De trein moet namelijk ook even op snelheid en tot stilstand komen. Maar de grafiek moet niet zo worden dat de trein snelheden van bijvoorbeeld 150 km/uur haalt. Als onderscheid tussen C en D ligt Arnhem in het C-examen niet op 97 km, maar op 100 km afstand van Amsterdam.

Kijk op het podium

Ook is de D-versie van 'Kijk op het podium' afgedrukt. De vragen 6 en 9 zijn identiek voor C en D. De vragen 7 en 8 zijn voor C vereenvoudigd. Het gaat om een typische kijkmeetkunde-context.

Vraag 6 is een reproductieve vraag waarbij, met lijnaal, kijklijnen worden getekend. Dit komt op hoger niveau terug bij de productieve vraag 9. Vooral met het oog op zitplaats C1 is precisie bij het tekenen geboden.

In vraag 7 wordt om een berekening van een afstand gevraagd. In plaats van de stelling van Pythagoras te gebruiken, maakten veel kandidaten er helaas een opmeet-vraag van. Het was geenszins de bedoeling dat vermenigvuldigen met 2 als berekening werd opgevat. Misschien zou een onhandige schaal van de tekening deze werkwijze hebben afgeremd? De syllabus gaat in op de betekenis van allerlei vraagformuleringen. Als de leerling vrij mag zijn in de te kiezen werkwijze zou de formulering bijvoorbeeld zijn: 'Heeft Andrea gelijk of ongelijk? Licht je antwoord toe.' De C-kandidaten haalden op vraag 7 31% van de punten en de D-kandidaten op hun moeilijker versie 53%.

In vraag 8 gaat het om het berekenen van kijkhoeken. In plaats van de tangens te gebruiken, gingen ook hier veel leerlingen meten. In het correctievoorschrift is de notatie INVTAN gebruikt. Dit gaf wrevel. Het werd door nogal wat leraren geïnterpreteerd als een goedkeuring van rekenmachine-notaties bij examens. Voor alle duidelijkheid: zo was het niet bedoeld. Het was beter geweest als de constructeurs van het examen voor de gebruikelijke notatie hadden gekozen.

Opmerkingen van leraren

Hierna wordt ten slotte ingegaan op nog enkele opmerkingen van leraren.

In de examens kwam de term 'hectare' voor. Het bleek dat niet iedereen op de hoogte was dat deze heel gangbare term in examens verwacht kan worden. Ook kwam, opnieuw, de uitdrukking 'De zon staat... graden hoog.' voor. De verbazing van enkelen daarover is niet terecht. De syllabus geeft veel informatie over het in de examens te verwachten taalgebruik.

Ook over afrondingen en de vereiste mate van nauwkeurigheid, waarover een aantal opmerkingen werd gemaakt, geeft de syllabus meer duidelijkheid. In de context 'Sportende jongeren' bijvoorbeeld, komt een berekening uit op 46298,8 jongeren die aan dammen doen. Uitgaande van de syllabus lijkt een discussie of als antwoord '46298, 46299 of 46300 jongeren' gegeven moet worden overbodig.

Bij de context 'Regelmatige twaalfvlakken' was een verpakkingendoos het uitgangspunt. Voor de context 'Visvangst in het IJsselmeer' gingen de constructiegroepen uit van een artikel in Vrij Nederland. Voor de context 'Uitklapcaravan' gingen ze uit van een artikel in het Utrechts Nieuwsblad over dit nieuwe type caravan. Op deze wijze wordt bij het opstellen van een examen zo veel mogelijk uitgegaan van concrete situaties.

De context 'Toetsresultaten' uit het D-examen ging over het interpreteren en tekenen van boxplots. In de syllabus staat beschreven wat in het examenprogramma onder een boxplot wordt verstaan. Leermethoden wijken hiervan soms af. Helaas bevatte het correctievoorschrift bij deze context een fout. Er moest één punt afgetrokken worden voor het antwoord '75% of meer heeft een voldoende'. Bij een bepaalde verdeling van scores blijkt dat antwoord echter toch goed te zijn. De CEVO heeft daarom de scholen bericht dat bij deze vraag een deelscore van 1 opgehoogd kan worden tot 2.

Ten slotte

Bij het opstellen van de examens voor 1999 zijn de examens van 1996 (experimenteel) en 1998 de leidraad voor de moeilijkheidsgraad. Het verschil C-D krijgt de nodige aandacht. Inhoudelijk wordt voortgegaan op de ingeslagen weg.

De ontvangen verslagen, opmerkingen en suggesties zijn steeds waardevol voor de examenconstructeurs. Hartelijk dank hiervoor!

1 Zie de publicatie Het examen wiskunde 1997, een handreiking voor docenten van vbo en mavo, in 1996 verzonden aan alle scholen.

Gefeliciteerd

De redactie feliciteert **Lodewijk van Schalkwijk** die op dinsdag 16 juni jongstleden aan de KU Nijmegen promoveerde op het proefschrift *Onderzoekend Wiskunde Leren*.

Daarin wordt verslag gedaan van zijn onderzoek naar hoe leerlingen kunnen leren bewijzen binnen het voortgezet onderwijs. Lodewijk is naast vakdidacticus aan de KU Nijmegen ook nog 'gewoon' docent aan het Elzendaalcollege in Boxmeer. Dit blijkt onder andere uit één van de stellingen bij zijn proefschrift:

'Sprongsgewijze, van boven opgelegde onderwijsvernieuwingen worden ongemotiveerd en passief uitgevoerd door het gros van de leraren. Dergelijke vernieuwingen verzanden na verloop van tijd. In plaats daarvan moet er meer aandacht worden besteed aan het bevorderen van geleidelijke ontwikkeling vanuit de scholen zelf, bijvoorbeeld door:

- te bevorderen dat docenten de onderwijsproblematiek formuleren die zij in de praktijk ervaren, daar samen oplossingen voor zoeken, deze oplossingen in hun eigen lessen toepassen en zorgvuldig evalueren;
- binnen het curriculum onderwijs mogelijk te maken waarvoor docenten van het VWO en het WO, alsook docenten van het HAVO en het HBO samen nieuwe leerstof ontwikkelen en kunnen aanbieden, zonder de druk van een knellend examenprogramma;
- ervaren docenten in de gelegenheid te stellen binnen hun aanstelling promotieonderzoek te verrichten, gericht op verbetering van het onderwijs.

Eindexamens vwo en havo, eerste tijdvak 1998

C. Lagerwaard, G. van Lent,
H.N. Schuring

Inleiding

In dit artikel wordt een overzicht gegeven van de resultaten van de examens wiskunde A en B havo en vwo 1998. Eerst worden een aantal gegevens gepresenteerd die zijn gebaseerd op de door het Cito verzamelde steekproefgegevens. Vervolgens wordt elk van de vier examens kort besproken.

De resultaten van de examens

Onderstaand overzicht van de scores op de diverse examens is gebaseerd op de gegevens van vijf kandidaten per school. Deze gegevens zijn door de docenten aan het Cito verstrekt.

Enige algemene gegevens van de examens

	Havo-A	Havo-B	Vwo-A	Vwo-B
aantal kandidaten	31706	14086	24503	15118
gemiddelde score	65	58	56	64
standaarddeviatie	13	15	16	15
betrouwbaarheid	72	74	82	78
cesuur	54/55	54/55	50/51	54/55
perc. onvoldoendes	21	39	38	28
gem. cijfer	6,5	5,8	6,0	6,4

tabel 1

Keuzegedrag van de leerlingen

havo

Zoals in het diagram hiernaast te zien is, heeft 14% van alle havo-kandidaten examen gedaan zonder wiskunde. Dat percentage is vergeleken met vorig jaar iets vermindert. Het percentage havo-kandidaten dat examen

p'-waarde van de afzonderlijke vragen van de examens

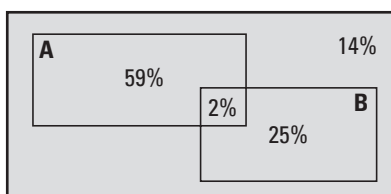
Vraag	Havo-A	Havo-B	Vwo-A	Vwo-B
1	95	87	72	92
2	90	65	53	72
3	75	25	70	77
4	70	68	46	42
5	62	49	61	77
6	23	31	27	33
7	81	24	37	33
8	63	77	67	66
9	54	45	40	37
10	79	68	84	85
11	42	46	62	62
12	69	77	32	29
13	<i>Nota bene:</i>	36	66	28
14	<i>De p'-waarde van</i>	75	43	35
15	<i>een vraag is de</i>	52	30	90
16	<i>gemiddelde score,</i>	55	—	53
17	<i>uitgedrukt in</i>	45	—	61
18	<i>procenten van de</i>	74	—	31
19	<i>maximum score</i>	50	—	—
20	<i>van die vraag.</i>	31	—	—

tabel 2

deed in wiskunde A was iets groter dan vorig jaar. Deze langzame stijging is al jarenlang zichtbaar. Wat betreft de deelname aan wiskunde B lijkt de jarenlange lichte afname zich voort te zetten. Het percentage dubbelkiezers is in het havo zeer gering.

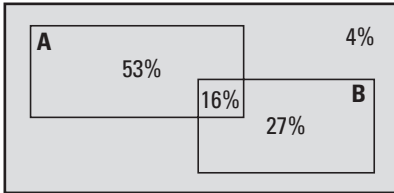
havo

$n = 52000$



vwo

$n = 36\,000$



vwo

Voor vwo-leerlingen is wiskunde nog aantrekkelijker. Slechts 4% van de vwo-kandidaten deed examen zonder wiskunde. Dat is opnieuw iets minder dan vorig jaar. De deelname aan wiskunde A is dit jaar gestegen tot 69%, terwijl het aandeel van wiskunde B vrijwel stabiel is vergeleken met voorgaande jaren. Het percentage leerlingen met wiskunde A+B is de laatste drie jaar vrijwel gelijk gebleven en is nu gestegen tot 16%.

Havo wiskunde A

Het examen wiskunde A havo is dit jaar succesvol verlopen. De gemiddelde score van 65 punten was lager dan die van het (te) gemakkelijke examen van 1997. Het percentage leerlingen dat minder dan 55 punten scoorde was 21. Bij de regionale besprekingen kreeg dit examen een positief onthaal. Ook het aantal klachten van leerlingen was gering. *Oud Papier* werd uitstekend gemaakt en was dus een voorbeeldige openingsopgave. De p' -waarden van de vier vragen liepen af van 95 naar 70. Met *opgave 2* hadden de leerlingen wat meer problemen. Het opstellen van de afstandenmatrix in vraag 5 ging nog redelijk, maar de interpretatievraag 6 over die afstanden bleek de moeilijkste vraag van het examen ($p' = 23$).

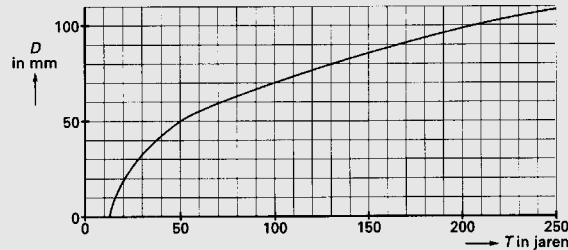
In de opgave *Korstmossen* (een gedeelte van deze opgave staat op de volgende pagina afgebeeld) spelen zowel grafieken als formules een rol. De grafiek is het uitgangspunt en er is een formule gegeven die de grafiek min of meer beschrijft. Dat het niet precies

past, wordt al in de stam aangegeven en door vraag 10 extra benadrukt. In deze vraag moet voor $T = 100$ de procentuele afwijking worden vastgesteld. Die afwijking speelt ook bij de antwoorden van de vragen 12 en 13 een rol. In het antwoordmodel van 13 is eerst een beschrijving van de aanpak met grafieken gegeven. Daar werden dan ook geen waarden van a en b gegeven, omdat die afhankelijk zijn van de gekozen waarden van T . Bij een aanpak met behulp van de formules liggen de juiste antwoorden wel vast en worden ze ook in het antwoordmodel vermeld.

In het *Korstmossen* artikel dat uitgangspunt was voor

De mosgroei treedt min of meer cirkelvormig op en er is een duidelijk verband tussen de diameter van het korstmos en de leeftijd. Hoe groter de diameter van het korstmos, hoe ouder het korstmos is en dus hoe langer het geleden is dat die plaats nog bedekt was door de gletsjer. Op grond van een aantal metingen is de grafiek van figuur 4 getekend. Deze grafiek staat ook op de bijlage. De grafiek geeft het verband weer tussen het aantal jaren T dat een plaats ijsvrij is en de diameter D van het korstmos op die plaats.

figuur 4



Een formule die dit verband bij benadering beschrijft, is:

$$D = 6,9\sqrt{T - 12}$$

waarbij T = het aantal jaren dat de bodem vrij van ijs is
en D = de diameter van het korstmos in mm.

- 4p 10 De grafiek van figuur 4 en de formule geven voor $T = 100$ verschillende diameters. Bereken hoeveel procent de diameter uit de formule afwijkt ten opzichte van de diameter uit de grafiek.

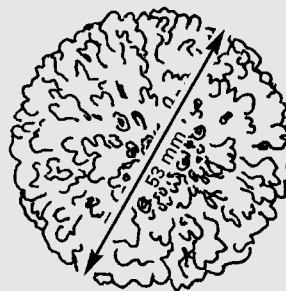
De formule $D = 6,9\sqrt{T - 12}$ is eigenlijk onhandig, want in de praktijk meet men diameter D en wil men T weten. We gebruiken daarom liever de formule:

$$T = \left(\frac{D}{6,9}\right)^2 + 12$$

- 4p 11 Laat zien hoe vanuit de formule $D = 6,9\sqrt{T - 12}$ deze formule kan worden gevonden.

Hieronder zie je een afbeelding van een korstmos op ware grootte.

afbeelding



- 5p 12 Hoe lang zal het nog duren voor de diameter van dit korstmos verdubbeld is? Licht je werkwijze toe.

deze opgave, werd een puntenwolk van waarnemingen zo goed mogelijk benaderd door een grafiek die de relatie tussen tijd en diameter beschrijft. Daarbij werd vervolgens een tamelijk eenvoudig functievoorschrift gezocht. Het gaf ons goede mogelijkheden om het werken met grafieken en formules in een viertal vragen vrij gevarieerd te toetsen: eerst een standaardvraag over beide representatievormen, dan een vraag over het omwerken van een formule, vervolgens een vraag waar eerst een oplossingsplan moet worden bedacht dat met een formule of een grafiek kan worden uitgevoerd. Tenslotte is er bij de vierde vraag de keuzemogelijkheid om dit probleem met het schakelen van grafieken of van formules op te lossen.

De kansrekenopgave *Sesamstraat* was vrij pittig. De startvraag ging goed ($p^3 = 75$), de drie vervolgvragen waren vrij lastig met een score rond de 50%. Docenten vonden de context óf kinderachtig óf wel leuk. In diverse kranten kwamen leerlingen aan het woord die deze context zeer waardeerden.

De laatste opgave *Vrouwen worden steeds langer* begon met twee min of meer routinevragen over de normale verdeling. De laatste vraag was qua aanpak een stuk moeilijker. De foto van de twee vrouwen is niet in deze opgave geplaatst om nog eens te benadrukken dat ‘wiskunde een vak voor mannen is’, zoals Prof. V. Icke in NRC Handelsblad meende te moeten opmerken. De

verklaring is een stuk eenvoudiger: de bron voor deze opgave was een artikel in Elsevier. Bij dit artikel stond deze illustratie inclusief jaartal, kledingmaat en lengte. Wij hebben gemeend met deze illustratie recht te doen aan de authenticiteit van de opgave.

Havo wiskunde B

Ook dit jaar zijn er geen verrassende resultaten. Veel docenten waren tevreden over dit examen, maar bij correctie van de leerlingenwerken viel het resultaat wel tegen. Sommigen vroegen zich af of de basisvorming hier de oorzaak van was.

Ook vroeg men zich af of een examen met weinig rekenwerk wel een goede voorbereiding voor het hbo geeft. Er zijn klachten geuit dat dit examen te eenzijdig is, hoewel het ook niet nodig is om ieder jaar alles te vragen. 27% van alle havo-kandidaten heeft aan dit examen deelgenomen. 2% hiervan heeft ook examen afgelegd in wiskunde A.

In de steekproef van 2264 leerlingen is de gemiddelde score 58,3. Van deze leerlingen scoorde 38,8% minder dan 55 punten. Het percentage onvoldoendes is hoger dan het vorige jaar. De CEVO heeft besloten geen cesuurverschuiving toe te passen.

De samenstellers van dit examen hebben vorig jaar een schatting gemaakt van de moeilijkheid van dit examen. Ze hebben een gemiddelde score van 61 punten voorspeld.

Opgave 1 over een lineaire en een gebroken functie was met de vragen 1 en 2 een goede binnenkomer, maar vraag 3, over het bereik van de productfunctie, heeft een lage p^3 -waarde (25), terwijl 64% van de leerlingen hier geen raad mee wist. *Opgave 2* over temperatuurverloop is redelijk gemaakt met p^3 -waarden van 68 en 49.

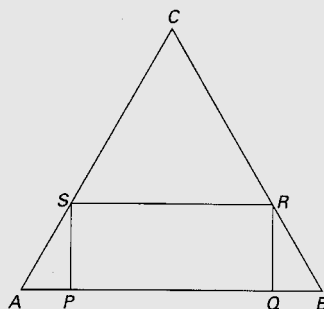
Opgave 3 was de moeilijkste opgave van het hele examen. Vraag 6, het opstapje voor vraag 7, ging al niet goed ($p^3 = 31$ en 69% weet er geen raad mee). Veel havo-leerlingen weten nog niet dat men bij een bewijs niet kan volstaan met voorbeelden.

Vraag 7 was de moeilijkste vraag van het hele examen, met een p^3 -waarde van 24, terwijl 70% van de kandidaten hier geen raad mee wist.

Opgave 3

In figuur 2 is de gelijkzijdige driehoek ABC getekend.
 $AB = BC = CA = 6$.
 Van de rechthoek $PQRS$ liggen punt P en punt Q op AB , punt R op BC en punt S op CA .
 Punt P doorloopt vanaf A de linkerhelft van het lijnstuk AB .
 Daarbij bewegen Q , R en S zo over de zijden van $\triangle ABC$ dat $PQRS$ steeds een rechthoek is.
 Drie van de rechthoeken $PQRS$ die dan kunnen ontstaan zijn getekend in figuur 3.

figuur 2



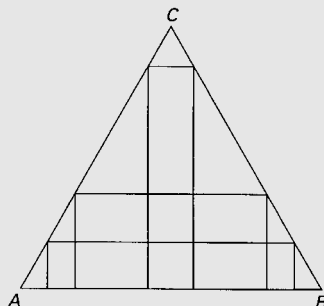
- 4p 6 □ Stel $PQ = x$.
 Toon aan dat de oppervlakte van rechthoek $PQRS$ gelijk is aan $\frac{1}{2}x\sqrt{3}(6-x)$.

Iemand beweert:

„De oppervlakte van rechthoek $PQRS$ is maximaal als $PQRS$ een vierkant is.”

- 5p 7 □ Onderzoek of deze bewering waar is.

figuur 3



Opgave 4 Racecircuit is als een mooie toepassing gekenschetst. Vraag 10, het onderzoek naar welke toeschouwer de raceauto voortdurend van links naar rechts ziet rijden, is goed gemaakt met een p' van 68, terwijl vraag 9, het vinden van de plaats waar de bocht overgaat in een recht stuk veel slechter gemaakt is met een p' van 45.

Opgave 5 Licht en schaduw werd een mooie toepassing van de ruimtemeetkunde genoemd. De vragen 12 en 13, een hoekberekening en een tekening van de lichtvlek, zijn goed gemaakt. De uitsmijter van dit examen was een lengteberekening van een lijnstuk. 63% van de kandidaten wist hier geen raad mee.

Als opmerking bij examenbesprekingen werd ook genoteerd dat veel docenten het erg op prijs zouden stellen indien in het correctievoorschrift aangegeven wordt hoe te handelen na een verkeerde start, bijvoorbeeld met een 'Indien' zin.

Vwo wiskunde A, algemeen beeld

Het vwo wiskunde A-examen kreeg de meest kritische ontvangst van de verschillende wiskunde-examens. Het examen werd door veel leerlingen en docenten als nogal omvangrijk en moeilijk ervaren. Blijkens de enquête vonden veel docenten het examen moeilijker dan het examen van 1997.

De resultaten uit de steekproef wijzen echter uit dat het examen van een vergelijkbare moeilijkheid is. Dit geldt voor zowel het gemiddelde resultaat als ook het percentage onvoldoendes en de moeilijkheid van de afzonderlijke vragen.

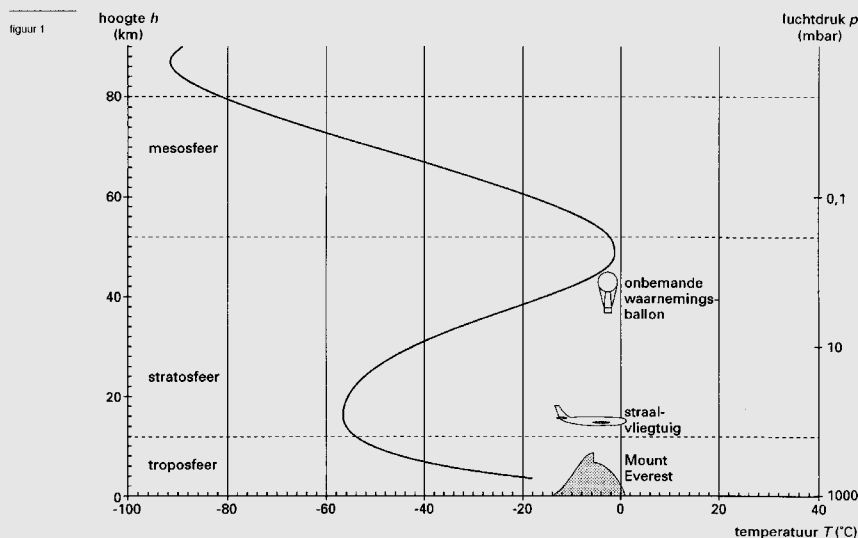
Daarmee is echter ook aangegeven dat dit examen aan de moeilijke kant was (in 1997 vond ook een cesuurverschuiving plaats). Dat was niet de vooropgezette bedoeling van de examenmakers. Het gaat er om een examen te maken dat een goed meetinstrument is, een goede spreiding heeft

over de leerstof en leerlingen de mogelijkheid geeft te demonstreren wat ze kunnen.

Uit de analyse van de steekproef blijkt dat het examen een hoge betrouwbaarheid heeft (dus nauwkeurig meet). Er zijn geen onmaakbare vragen bij, maar wel is aan de p' -lijst te zien dat er nogal wat vragen in de categorie moeilijk zijn terechtgekomen en wat weinig in de categorie gemakkelijk. Dat illustreert het verschil tussen de verwachtingen van de examenmakers vooraf en de werkelijkheid. Ook de docenten gaven aan in de enquête dat naar hun mening het aantal 'originale' vragen te groot is en het aantal 'routine'-vragen te gering. Hoewel men niet enthousiast was over opgave 1 als

Opgave 1 De atmosfeer

De luchtdruk en de temperatuur in de atmosfeer hangen af van de hoogte. In figuur 1 zijn de hoogte h (in kilometers) en de bijbehorende luchtdruk p (in millibar) langs de verticale assen uitgezet. Langs de horizontale as staat de temperatuur T (in $^{\circ}\text{C}$). Figuur 1 staat ook op de bijlage.



In figuur 1 is te zien dat de temperatuur eerst afneemt naarmate je verder van het aardoppervlak afkomt, vervolgens toeneemt en vanaf een hoogte van ongeveer 50 km weer afneemt.

- Rond een hoogte van 40 km neemt de temperatuur toe als de hoogte toeneemt.
- s_p 1 Hoe groot is deze toename in $^{\circ}\text{C}$ per km? Licht je antwoord toe met behulp van de figuur op de bijlage.

Naarmate je hoger boven het aardoppervlak komt, wordt de luchtdruk lager. Tussen h en p geldt bij benadering het volgende verband:

$$p = 1000 \cdot 0,86^h$$

- s_p 2 Leid dit verband af door in figuur 1 de schaalverdelingen van h en p te vergelijken.

Bergwandelaars gebruiken vaak een hoogtemeter. De werking daarvan berust op het verband tussen hoogte en luchtdruk. Daarbij kan niet zonder meer bovenstaande formule gehanteerd worden, want bij mooi weer is de luchtdruk overal enkele procenten hoger en bij slecht weer overal enkele procenten lager dan de formule aangeeft. Daarom wordt aan het begin van een bergtocht de hoogtemeter geïjkt door op een punt waarvan de hoogte bekend is, de meter op deze hoogte in te stellen. Zolang het weer niet verandert, geeft de meter overal de juiste hoogte aan. Een bergwandelaarster ijkt haar hoogtemeter op een punt op 2000 meter hoogte. Na een lange wandeling blijkt uit de kaart dat zij op een hoger gelegen punt is geëindigd. De wandelaarster ziet tot haar verbazing dat de hoogtemeter nog steeds een hoogte van 2000 meter aangeeft.

- s_p 3 Wijst dit op een verbetering van het weer? Licht je antwoord toe.

Neem aan dat terwijl deze wandelaarster aan het klimmen was, de luchtdruk overal 6% is toegenomen.

- s_p 4 Bereken hoeveel meter de wandelaarster dan is gestegen.

startopgave bleek dit toch de opgave waar leerlingen de meeste punten haalden. Ook dit jaar zorgden de kansvragen weer voor de meeste problemen.

Het correctievoorschrift bood volgens de docenten goede informatie hoe de vragen nagekeken moesten worden.

De gemiddelde score van de 2363 kandidaten uit de steekproef was 56 punten. 47% van deze groep leerlingen scoorde 54 punten of minder. De CEVO stelde na een analyse van de steekproefgegevens de cesuur vast op 50/51.

Hierdoor zakte het percentage onvoldoendes tot 38.

Het verschil in prestatie tussen leerlingen met en zonder wiskunde B was weer aanzienlijk, maar niet buitenproportioneel. De resultaten vertoonden het gebruikelijke beeld: *onafhankelijk* van de leerstof scoren leerlingen met wiskunde B op alle vragen gemiddeld hoger. Daarnaast geldt meestal: hoe moeilijker de vraag hoe groter het verschil.

Vwo wiskunde A, de opgaven

Na een algemene karakterisering wordt per opgave steeds een deel extra belicht. Zo komen een aantal belangrijke aspecten van wiskunde A en de toetsing ervan aan de orde.

Opgave 1 De atmosfeer

Deze opgave bestaat uit een viertal vragen waarbij leerlingen het verband tussen luchtdruk, hoogte en temperatuur van verschillende kanten moeten onderzoeken.

Zowel bij vraag 3 als vraag 4 zijn redeneeraspecten van groot belang.

Vraag 3 vraagt expliciet om een verklaring voor een op het eerste gezicht merkwaardige situatie. Hoewel docenten dachten dat veel leerlingen in de problemen zouden komen, bleek uit de p -waarde van 70 dat een groot aantal leerlingen in staat was een goede redenering op te zetten. 62% van de leerlingen beantwoordde de vraag zelfs helemaal correct. Daar staat tegenover dat 22% er totaal geen raad mee wist.

Bij vraag 4 komt iets anders om de hoek kijken. In het antwoordmodel is uitgegaan van de situatie aan het eindpunt. Daar is de nieuwe luchtdruk berekend ($739,6/1,06$) en vervolgens de hoogte en het hoogteverschil. Je kunt ook uitgaan van de veranderde luchtdruk op het beginpunt en dan het hoogteverschil berekenen dat optreedt. Het antwoord is natuurlijk hetzelfde, maar nu gebruik je onderweg $739,6 \cdot 1,06$. Uit antwoorden van de leerlingen zou duidelijk moeten zijn waarom ze voor de deling dan wel het product gekozen hebben. Hier gaat het dus om de *volledigheid* van het antwoord waarbij de aanvullende redenering noodzakelijk is.

Opgave 2 Telepathie in de klas

De volgende tekst is ontleend aan 'Het Schoolblad' van 9 oktober 1993.

tekst

Eind jaren '50 vonden in Nederland enkele parapsychologische onderzoeken plaats naar telepathisch contact tussen leerkrachten en leerlingen, die zelfs nu nog verbazen door hun grootscheepse opzet.

Een rijksinspecteur voor het lager onderwijs in Amsterdam, J.G. van Busschbach, heeft zich destijds vastgebeten in de vraag: is er in de relatie tussen opvoeder en pupil een buitenzintuiglijke factor in het spel? De inspecteur deed onder meer in Amsterdam en Dordrecht proeven met leerlingen uit de eerste, tweede, vijfde en zesde klas van de lagere school.

Dat ging als volgt. Een leerkracht zit achterin de klas, niet zichtbaar voor de kinderen, met drie omgekeerde kaarten voor zich. Op de kaarten staan bijvoorbeeld een cirkel, een vierkant en een driehoek. De leerkracht draait bij elke beurt een willekeurige kaart om en bekijkt deze goed. De leerlingen moeten de figuur raden die op de kaart staat en deze aanstrepen op een papier.

Van Busschbach ging niet over een nacht ijs. Hij liet veertig leerkrachten en 1434 leerlingen dit spel uitvoeren. Dit leverde in totaal 51 624 gissingen op. Hiervan waren er 17 761 juist. Dat is meer dan de kansberekening aangeeft, er is geen sprake van toeval, maar van een significant verschil.

Bij het onderzoek werd telkens een *serie* van 12 gissingen na elkaar uitgevoerd. Elke leerling deed mee aan 3 series.

Neem aan dat het juist raden van een kaart volledig op toeval berust.

- 6p 5 Bereken de kans dat een leerling bij elk van de drie series meer dan 4 keer juist raadt.

Bij het in de tekst genoemde resultaat vergeleek Van Busschbach alleen de figuur die een leerling aanstreepte met de figuur die de leerkracht op dat moment voor zich had. In het onderzoek lette Van Busschbach ook op:

- *postcognitie*, dat wil zeggen dat hij de figuur die een leerling aanstreepte, vergeleek met de figuur die de leerkracht één beurt of twee beurten eerder in die serie voor zich had;
- *precognitie*, dat wil zeggen dat hij de figuur die een leerling aanstreepte, vergeleek met de figuur die de leerkracht één beurt of twee beurten later in die serie voor zich had.

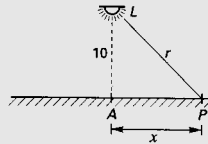
- 6p 6 Bereken het *totaal* aantal keer dat Van Busschbach in dit onderzoek twee figuren met elkaar vergeleek.

Opgave 2 Telepathie in de klas

Deze opgave werd als omvangrijk en moeilijk gekenschetst. De hoeveelheid aangeboden informatie was mede omvangrijk, omdat er voor gekozen was de voor een vraag benodigde informatie zo dicht mogelijk bij de vraag te zetten. In de Tweede Fase zal er een accentverschuiving plaatsvinden. Dan is het ook mogelijk dat alle informatie in een keer wordt aangeboden en de leerlingen zelf de benodigde informatie moeten selecteren. Het is een verdere verdieping van de informatievaardigheden zoals die nu ook al in het programma voorkomen. Van vwo A-leerlingen mag verwacht worden dat ze dit soort informatie zonder al te veel moeite kunnen analyseren. Voor nogal wat mensen was vraag 6 verrassend en lastig. Het bleek achteraf de moeilijkste vraag van het examen. Aangezien telproblemen vaak onderdeel zijn van een kansvraagstuk, menen de examenmakers dat

Voor het berekenen van de verlichtingssterkte bij één lamp gebruikt men het volgende model. Uitgangspunt is een lamp die op 10 meter hoogte boven het wegdek hangt, en waarvan het licht zich in alle richtingen naar beneden kan verspreiden. Zie figuur 3.

figuur 3



De afstand van de lamp tot een punt P op het wegdek noemen we r (in meters). De verlichtingssterkte in punt P noemen we S (in lux). Voor S geldt:

$$S = \frac{100\,000}{r^3}$$

Punt A bevindt zich recht onder de lamp, x is de afstand in meters tussen punt A en punt P .

- 5p 11 Bereken x als de verlichtingssterkte in P de helft is van die in A . Rond het antwoord af op gehele decimeters.

Men kan S ook als functie van x opvatten. De afgeleide functie $\frac{dS}{dx}$ is een maat voor de verandering van de verlichtingssterkte (in lux/meter) als men zich over het wegdek van het punt A verwijderd. Er geldt:

$$\frac{dS}{dx} = \frac{-300\,000 \cdot x}{(100 + x^2)^2 \cdot \sqrt{100 + x^2}}$$

- 5p 12 Toon dit aan.

Opgave 4 Gordijnstof

Een weverij maakt drie soorten gordijnstof: Rosa, Lelie en Narcis. De gordijnstoffen worden geweven uit katoendraad in de kleuren rood, geel en groen. Voor elk soort gordijnstof worden de kleuren in een andere verhouding gebruikt. De weverij levert de gordijnstoffen op rollen met een vaste breedte.

Het bedrijf krijgt een opdracht voor het maken van 4000 meter gordijnstof, waarbij van elke soort ten minste 500 meter gemaakt moet worden. Men staat nu voor de vraag: 'hoe verdeel je deze 4000 meter gordijnstof het beste over de soorten Rosa, Lelie en Narcis?' Bij het beantwoorden van deze vraag moet men rekening houden met de aanwezige voorraad katoendraad en met de winst die op elke soort gordijnstof gemaakt kan worden.

In tabel 2 staan de gegevens over de voorraad, de winst en de kleurenverhouding van de stoffen.

tabel 2

	rood	geel	groen	
voorraad katoendraad	2160 kg	930 kg	1800 kg	
	nodig per meter gordijnstof			winst per meter gordijnstof
Rosa	0,6 kg		0,4 kg	8 gulden
Lelie	0,6 kg	0,3 kg		2 gulden
Narcis		0,3 kg	0,6 kg	9 gulden

Neem aan dat het bedrijf de opdracht uitvoert door x meter Rosa te maken, y meter Lelie en de rest Narcis.

Bovenstaande informatie leidt tot de volgende beperkende voorwaarden voor x en y :

$$\begin{aligned} x &\geq 900; \\ y &\geq 500; \\ x + y &\leq 3500; \\ x + 3y &\geq 3000. \end{aligned}$$

- 5p 14 Toon dit aan.

Opgave 3 Wegverlichting

Na een soepele beginvraag over het lezen van gegevens uit een tabel, vervolgde de opgave met de meer wiskunde-technische aspecten van het wiskunde A-programma: differentiëren en het oplossen van vergelijkingen. Hier hebben B-leerlingen voordeel van hun extra wiskundetraining en de resultaten lopen dan ook volgens verwachting sterk uiteen.

Bij deze vragen is er van uitgegaan dat de stelling van Pythagoras voor een vwo-leerling met wiskunde A tot het basisgereedschap behoort. Toch bleek het voor sommige leerlingen heel erg moeilijk de stelling (correct) in te zetten als hulpmiddel. Vraag 12 vraagt aan de leerling om een afgeleide functie te controleren. Bij vragen waar het antwoord gegeven is, treedt altijd de complicatie op dat leerlingen naar dat antwoord toe moeten werken. Een rekenfout leidt dan soms tot verwarring en/of tijdverlies. De aard van wiskunde A is om alle vragen zo open mogelijk te stellen, zodat het 'problem solving' karakter van het vak tot zijn recht kan komen. In een examen is dat maar beperkt mogelijk. In een onderzoekstraject komen verschillende activiteiten voor. Het streven bij een examen is dat leerlingen bij elke activiteit de kans krijgen om te laten zien wat ze kennen/kunnen. In de Tweede Fase met de grotere nadruk op vaardigheden en de oefening daarvan mag enige verschuiving naar meer open geformuleerde vragen in het examen tegemoet worden gezien.

een telprobleem ook als een los vraagstuk gesteld kan worden. Om de vraag te kunnen beantwoorden moest de leerling de informatie erg nauwkeurig doorlezen. De ietwat ongebruikelijke vraag gecombineerd met de complexe informatie bleek voor veel leerlingen te hoog gegrepen. 48% scoorde hier 0 punten.

Opgave 4 Gordijnstof

Het betreft hier een lineair programmeringsprobleem in twee stappen. Eerst wordt gekeken naar een twee variabelen model dat vervolgens uitgebreid wordt naar drie variabelen.

Vraag 14 is slechter gemaakt dan verwacht (p' van 35).

De hoeveelheid Narcis moest uitgedrukt worden in x en y . Ondanks de aanwijzingen in de stam - het totaal van 4000 meter gordijnstof wordt twee keer genoemd en er wordt gesproken over 'de rest Narcis' - bleek dit voor leerlingen lastig te zijn. Volgens sommigen zou de overstap later naar het model met drie variabelen enige ruis hebben veroorzaakt. In het antwoordmodel is andermaal aangegeven dat een zorgvuldige en volledige redenering van belang is in wiskunde A. Alle informatie uit tabel 2 moest betrokken worden bij het controleren van de beperkende voorwaarden. Immers ook hier geldt: de logische vraagstelling zou een open vraagformulering zijn geweest, waarbij leerlingen eerst alle voorwaarden zouden opschrijven die voortvloeien uit de tabel. Slechts om stapeling met de vragen 15 en 16 te verkleinen zijn de voorwaarden in de tekst gegeven. Vraag 18 sloot het examen af. Dat 55% van de leerlingen hier geen enkel punt scoorde is een sterke aanwijzing dat voor velen van hen de drie uur die voor het examen stond te kort moet zijn geweest.

Vwo wiskunde B

Dit examen is over het algemeen als een goed examen beoordeeld, redelijk over de stof gespreid en met een voldoende moeilijkheidsgraad. De omvang van het examen is beperkt. 43% van alle vwo-kandidaten heeft, evenals vorig jaar, het wiskunde B-examen afgelegd. De eerste vragen van elke opgave waren voor veel leerlingen goede binnenkomers. Het examen bestond uit 4 opgaven met in totaal 12 vragen. De gemiddelde score van de 2428 leerlingen uit de steekproef was 64 punten, wat gelijk is aan de gemiddelde score van vorig jaar. De CEVO heeft besloten de cesuur niet te verlagen. Hierdoor is het percentage onvoldoendes 28. Vorig jaar hebben de samenstellers van dit examen geschat dat de gemiddelde score 62 zal worden.

Opgave 1 over twee wortelfuncties begon met een berekening van de snijpunten en een hoekberekening in die

snijpunten. Beide vragen zijn goed gemaakt, evenals de oppervlakteberekening in vraag 3.

In vraag 4 moesten de leerlingen een minimale lengte van een lijnstuk berekenen. De p' -waarde van deze vraag is 42, terwijl 51% van de kandidaten hier geen raad mee wist.

Opgave 2

De kromme K is gegeven door:

$$\begin{cases} x = \frac{4 \ln t}{t} \\ y = t^2 \end{cases}$$

- 10p 5 Teken K , bereken daarbij:
- het snijpunt van K met de y -as;
 - de coördinaten van het punt van K waarin de raaklijn verticaal is;
 - de asymptoten van K .

Het vlakdeel V wordt begrensd door K , de y -as en de lijn $y = e^3$.

- 6p 6 Bereken de inhoud van het omwentelingslichaam, dat wordt verkregen door V te wentelen om de y -as.

De lijn l door O raakt de kromme K .

- 7p 7 Bereken de richtingscoëfficiënt van l .

Opgave 2, over een kromme waarbij de x -coördinaat gegeven is als een gebroken logaritmische functie in t , en y als een kwadratische functie. De vragen 6 en 7 over de inhoud van een omwentelingslichaam en een richtingscoëfficiënt van een lijn zijn niet best gemaakt met een p' -waarde van 33.

Opgave 3 was dit jaar de goniometrie-opgave over twee tangens-functies met gegeven grafieken. Vraag 8 is goed gemaakt, terwijl vraag 9, de berekening van de toppen, een mager resultaat laat zien.

Opgave 4 is dit keer de meetkunde-opgave, waarin een afvalbak ten tonele gevoerd werd.

In vraag 10 moest de inhoud berekend worden, in vraag 11 de draaiingshoek van het deksel. Deze beide vragen zijn goed beantwoord, terwijl vraag 12, de berekening hoever een massieve bol in de bak past, niet beantwoord is door 48% van de leerlingen.

Sommige docenten vonden deze opgave beneden het vwo-niveau, terwijl anderen liever een zuiver meetkunde-vraagstuk zagen, zonder de ruis van een context.

Verslag examen- bespreking

J.P.M de Geus, Warnsveld

Examenbesprekingen

De door de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren georganiseerde regionale besprekingen voor het examen wiskunde stelden ook dit jaar velen in staat om met collega's van andere scholen over de diverse CSE's na te kunnen praten. Meer dan 210 docenten namen aan de besprekingen van havo A deel, ruim 200 waren aanwezig bij vwo A, de bijeenkomsten van havo B en vwo B werden elk door ruim 140 docenten bezocht. Gewoontegetrouw werden aan het begin van elke bijeenkomst enkele vragen over het examen gesteld. De resultaten vindt u in bijgevoegde tabel. Van bijna alle besprekingen zijn verslagen gemaakt die aan de CEVO zijn gezonden met het verzoek de gemaakte opmerkingen te gebruiken bij het opstellen van de examens voor de volgende jaren. Verder zijn de verslagen doorgezonden om een verslag van de regionale besprekingen te maken.

Havo wiskunde A

Uit de 9 verslagen is eensgezinde waardering voor het niveau van dit werk te lezen. Men hoopt op een keer ten goede. Amsterdam en Den Haag hebben zorg over de leesbaarheid van de vraagstukken. Met name hun allochtone leerlingen hebben moeite daarmee. Ook eensgezind was men in de roep om dui-

delijkheid rondom de begrippen afronden en eenheden. Diverse verslagen verwijzen naar het nieuwe mavo/vbo-protocol. De Vereniging zou dit onderwerp op de agenda moeten plaatsen en samen met de CEVO helderheid scheppen. Kritiek is er op de redactie van de vragen 3 en 4. Daar hebben heel wat leerlingen de landelijke getallen op die ene gemeente losgelaten. Het 'plaatje' in opgave 2 leidde tot diverse misverstanden: in vraag 7 en 8 gaan vooral wat zwakkere kandidaten rekenen met behulp van grafische technieken als interpoleren. Het had dan ook na vraag 8 moeten staan, vond een aantal. En, groter en nauwkeuriger, op een bijlage, oordeelden sommigen. Over vraag 6 was men niet erg te spreken. Doordat veel kandidaten slordig formuleren is de correctie lastig en subjectief. In opgave 3 was men niet te spreken over de grote discrepantie tussen grafiek en formule. Het leidde tot grote verschillen in vraag 13. Bovendien oordeelde men dat het cv van vraag 10 onjuist is: tussentijds afronden is geen mos in de wiskunde! (Daarom 8% in plaats van 7%.) De vragen 14 en 16 vond men te open. Niet alleen voor de leerling bij het beantwoorden, ook voor de docent bij het corrigeren. Het cv vond men vooral bij vraag 17 te beknopt. Hoeveel punten moet je daar aftrekken bij het weglaten van de frequenties? Men had graag, en dat geldt eigenlijk voor veel meer vragen, wat meer opmerkingen

over veel gemaakte fouten. Die zijn vaak heel voorspelbaar, en kunnen dus in een cv worden opgenomen. Bij opgave 5 tenslotte hadden sommigen kritiek op de foto: dit was geen functioneel bloot; het ging immers om kleding?

Havo wiskunde B

'Een leuk examen voor docenten, maar door leerlingen beneden verwachting gemaakt'. Dat is de algemene tendens die uit de verslagen naar voren komt. 'Het zijn de eersten van de basisvorming die dit examen maken, de meetkunde wordt wat beter beheerst, maar de analyse, droevig', oordeelt een docent. Velen hebben grote zorg over het nieuwe N&T-profiel: zoveel onvoldoendes... Men wenst docenten op de technische vervolgopleidingen sterkte. Breed is de behoefte aan meer duidelijkheid over het (mogen) geven van punten na (reken)fouten. Iemand merkte op dat twee tegengesteld redenerende collega's wel 10 scorepunten verschil kunnen krijgen. Dat kan en mag natuurlijk niet. In het correctievoorschrift moet vaker komen: Indien die-en-die fout is gemaakt, maximaal ... punten voor de rest. Het bevreemdde menigeen dat in de eerste oplossingsaanpak in vraag 3 de productfunctie 2 punten meer opleverde dan in de tweede. De meerwaarde blijkt namelijk pas uit de vervolgstappen. Ook het rechthoekig assenstelsel uit vraag 1 gaf veel problemen: velen denken dan aan een figuur met in de hoek iets rechts. In de onderbouw heet zoiets een assenkruis. Overigens vond men het een goede startopgave. In opgave 2 (vraag 4 en 5) staan feitelijk 4 vragen; dit leidt tot relatief veel puntenverlies. Men beoordeelt bovendien de waardering voor de afgeleide dT/dt als mager. 'Voor het

V R A A G	Vwo-A	Vwo-B	Havo-A	Havo-B
<i>In vergelijking tot vorige jaren is het niveau van het CSE 1998:</i>				
lager	< 1%	10%	3%	21%
gelijk	9%	80%	57%	69%
hoger	91%	10%	40%	10%
<hr/>				
<i>De spreiding over de stof is:</i>				
slecht	31%	4%	6%	36%
voldoende	62%	82%	72%	63%
goed	7%	14%	22%	1%
<hr/>				
<i>Het aantal routinevragen is:</i>				
te klein	86%	1%	1%	6%
goed	13%	88%	97%	89%
te groot	1%	11%	2%	5%
<hr/>				
<i>Het aantal originele vragen is:</i>				
te klein	0%	16%	< 1%	4%
goed	22%	82%	99%	91%
te groot	78%	2%	< 1%	5%
<hr/>				
<i>Het correctievoorschrift is:</i>				
te gedetailleerd	< 1%	1%	1%	8%
goed	96%	96%	78%	69%
te weinig gedetailleerd	4%	3%	21%	23%
<hr/>				
<i>De keuze van het startvraagstuk is:</i>				
slecht	92%	0%	0%	< 1%
matig	7%	1%	3%	4%
goed	1%	99%	97%	96%
<hr/>				
<i>De leesbaarheid van de vraagstukken is in het algemeen:</i>				
slecht	54%	0%	15%	3%
voldoende	43%	11%	61%	55%
goed	3%	89%	24%	42%
<hr/>				
<i>De omvang van het CSE 1998 was:</i>				
te gering	0%	0%	1%	6%
goed	29%	90%	90%	90%
te groot	71%	10%	9%	4%

tijdstip 8 uur' in het correctievoorschrift van vraag 4 wordt als knelend ervaren. Wie meet krijgt nooit precieze antwoorden.

Bij opgave 3, slecht gemaakt trouwens, blijkt dat voor veel leerlingen de zinsnede 'Toon aan' te machtig is. Ze blijven steken in voorbeelden, terwijl ze hopelijk weten dat daar (meestal) geen punten voor worden toegekend.

Opgave 4 gaf hoofdbreken rondom het thema afronden. Zowel

voor de kandidaten als voor degenen die hun werk corrigeerden. Bij opgave 5 tenslotte werd kritiek geleverd op de stapeling van vragen. Er was alom onenigheid over de waardering voor een foutieve beantwoording van vraag 12 - het berekenen van een hoek tussen een lijn en een vlak - met behulp van een zij aanzicht. Op de centrale bespreking was 0 punten afgesproken. Gemiddeld achtte men dit 2,2 punten waard...

Geen wonder dat de verslaggever uit het Brabantse aan het eind van zijn verslag de volgende opmerking plaatste: '...Met de vernieuwingen voor de deur lijkt het me dringend nodig om, ter wille van de uniformiteit in beoordeling, te reageren naar 'het veld', waarbij de CEVO aan de hand van concreet leerling-werk aangeeft hoe te handelen.(...) Het huidige examen zal een overvloed aan voorbeeldmateriaal kunnen verschaffen.'

Vwo wiskunde A

‘Dit had de kandidaten niet mogen worden voorgeschoteld’, zo sabelt Den Haag dit CSE neer.

Ook in de andere plaatsen klonk vooral teleurstelling door over dit examen: ‘Geen goed A-examen’, ‘Slecht werk’, ‘Luistert de CEVO niet?’

Alle plagen van Egypte leken in dit CSE samengebald.

In alle verslagen worden de echte A-leerlingen als slachtoffers betiteld en velen hadden liever vraag 4 als startvraagstuk gezien. Tevens werd opgemerkt dat dit examen voor veel kandidaten aan de lange kant was.

In opgave 1, bijna unaniem als ‘slecht gekozen startvraagstuk’ beoordeeld, raken veel kandidaten bij vraag 2 het spoor bijster. Het afleiden van een verband is velen niet gegeven. Opgemerkt werd ook dat de mbar al een tijdje is afgeschaft en vervangen door de pascal, P. De logaritmische schaal is wel heel erg summier aangegeven.

Opgave 2 was tekstueel een monstrem. Mede daardoor vonden veel docenten deze vaak lastig na te kijken. Ook B-leerlingen maakten deze opgave slecht. De beantwoording van vraag 6 is beneden alle peil. Velen slaan er maar een slag naar.

Het toepassen van de stelling van Pythagoras is in opgave 3 voor velen een (te) zware klus. Zeker als er met een variabele moet worden gewerkt. Ook de herleiding van de afgeleide is vaak te hoog gegrepen geweest en sommigen vragen zich af of deze manier van vragen wel recht doet aan de echte A-leerlingen. In het cv van vraag 13 wenst een aantal docenten de zinsnede ‘en de conclusie’ als niet-gelezen te beschouwen.

Van opgave 4 vinden heel wat collega’s dat die als startopgave had gekund binnen dit examen. Alleen jammer dat de door veel leerlin-

gen eerstgevonden voorwaarde ($x + y \leq 3600$) niet relevant blijkt te zijn in vraag 14, merkt iemand op.

Over het correctievoorschrift was men in het algemeen redelijk tevreden, er was goed mee te werken.

Vwo wiskunde B

‘Een saai, voorspelbaar examen, dat de leerlingen wel aankunnen.’ Dat is de teneur van de verslagen. Over de meetkundeopgave liepen de meningen uiteen. Van: ‘origineel’ tot: ‘dit is geen ruimtemeetkunde’, oordeelde men. De puntenverdeling van het correctievoorschrift vonden velen onevenwichtig: veel punten voor simpel werk (vraag 1) of voor trivialiteiten (vraag 10) maar eveneens veel punten die sporadisch konden worden toegekend (vraag 7, 9 en 12). Opvallend was, dat men op diverse plaatsen al na één uur was uitgediscussieerd, een niet vaak voorkomend verschijnsel!

Men had kritiek op vraag 1 in combinatie met de normering. Immers, punt O wordt niet gevraagd. Waarom dan toch $x = 0$ in de norm? Vraag dan naar de gemeenschappelijke punten van de beide grafieken! Of las een ‘indien’ in het correctievoorschrift in. Het correctievoorschrift bij vraag 4 vindt een aantal docenten onduidelijk: in hoeverre moet een kandidaat aantonen dat er inderdaad sprake is van een minimum?

Opgave 2 gaf weinig problemen. Allereerst vonden sommigen de asymptoten in vraag 5 wat mager beloofd. In vraag 6 miste men node een normering die gebaseerd was op een integratie in t . Veel leerboeken behandelen ook die methode.

Bij opgave 3 was men het er in alle verslagen over eens dat de vragen te kort door de bocht gingen. Zo vonden velen dat de afgeleide van f

gegeven had moeten worden, dit had een extra vraag kunnen opleveren: Toon aan dat ... Dan zouden niet alleen heel wat kandidaten beter op deze opgave hebben gescoord, maar zouden er bij de docenten heel wat minder dilemma’s zijn geweest als: hoeveel punten geef je voor een (op zich juist) vervolg bij een verkeerde afgeleide? Op de regiovergadering in Arnhem suggereerden sommigen: laat het correctievoorschrift richtlijnen daarvoor geven. Datzelfde probleem speelde ook met betrekking tot het vergeten van $AB = -4$ in vraag 8. Hoeveel is de correcte oplossing van $AB = 4$ waard? Opgave 4 gaf de meeste discussie. Vrij algemeen was de indruk dat een suggestie van een fysisch probleem kan leiden tot (ongewenste?) fysisch getinte oplossingen. Zo zijn er kandidaten die bij vraag 12 opschrijven dat de bal klem komt te zitten. Met name begaafde leerlingen komen bij dit type vragen in de problemen. En ook hun docenten, die dat werk moeten beoordelen. Men klaagde ook over de vertekening in de figuur, waarin punt L verder van de muur lijkt af te liggen dan punt B . En ten slotte vond men het vreemd dat het antwoord 6,7 op grond van de in de norm gehanteerde breuk $20/3$ voor aftrek in aanmerking komt.

Bedankt

Jarenlang heeft Jan Maassen deze jaarlijkse verslaglegging mede vormgegeven. Bedankt Jan! Jaar in jaar uit komen honderden docenten achter hun stapels correctie vandaan naar de regiobesprekingen. Hun mening is belangrijk en waardevol. Bedankt!

Jaarvergadering 1998 Tweede uitnodiging

Tweede uitnodiging voor de jaarvergadering/studiedag 1998 van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op zaterdag **14 november 1998** in het gebouw van

Het Nieuwe Lyceum
Jan Steenlaan 38
3723 BV Bilthoven
tel: 030-2283060

Aanvang 10.00 uur

Parkeren: gebouw voorbijrijden, dan rechts aanhouden, parkeren in woonwijk.

AGENDA

9.30 - 10.00 uur

Aankomst, koffie/thee

10.00 - 10.50 uur

Huishoudelijk gedeelte

- a** Opening door de voorzitter
dhr. dr. J. van Lint.
- b** Jaarrede door de voorzitter.
- c** Notulen van de jaarvergadering 1997 (zie Euclides 73-8).
- d** Jaarverslagen (zie Euclides).
- e** Décharge van de penningmeester, vaststelling contributie 1999-2000 en benoeming van een nieuwe kascommissie. Het bestuur stelt kandidaat: dhr. H.G.M. Gerats en dhr. W. van den Berg.*)
- f** Bestuursverkiezing in verband met het aftreden van dhr. dr. J. van Lint

en dhr. R. Jongeling en het periodiek aftreden van mw. A.F.S. Aukema-Schepel en dhr. F.J. Mahieu. Mw. Aukema-Schepel stelt zich herkiesbaar en het bestuur stelt haar opnieuw kandidaat. Voor de voorziening in de drie overige ontstane vacatures stelt het bestuur kandidaat: mw. M. Lambriex-Van der Heijden, dhr. J. Hop.*)

Voor dhr. R. Jongeling zal het bestuur nog een voordracht doen. Door omstandigheden werd zijn vertrek pas later bekend.

g Bestuursoverdracht

*) Het stellen van kandidaten is nu niet meer mogelijk (zie Euclides 73-8).

10.50 - 10.55 uur

Themagedeelte (studiedag)

'Op zoek naar wiskunde'

(zie de volgende bladzijden voor een gedetailleerde beschrijving van de onderdelen van de studiedag)

10.50 - 11.00 uur

Inleiding op de studiedag

11.00 - 11.45 uur

Plenaire lezing:
Schoolgebouwen en vernieuwingen

11.45 - 12.00 uur

Koffie/Thee/Markt

12.00 - 13.00 uur

Werkgroepen ronde I

13.00 - 13.45 uur

Lunch/Markt

13.45 - 14.45 uur

Werkgroepen ronde II

14.45 - 15.10 uur

Koffie/Thee/Markt

15.10 - 15.45 uur

Plenaire lezing:

Lambrecht Spijkerboer

Onderzoeksopdrachten in de wiskunde

15.45 - 16.15 uur

Huishoudelijk gedeelte

h Huishoudelijk reglement

(zie Euclides 74-2, het volgende nummer dus)

i Rondvraag

Leden die een vraag in de rondvraag willen stellen wordt verzocht deze tijdens de eerste pauze schriftelijk in te dienen bij de voorzitter.

j Sluiting door de voorzitter.

Certificaat

De NVvW heeft de mogelijkheid om nascholingscertificaten uit te reiken. Wilt u een certificaat ontvangen, vermeld dan bij uw aanmelding ook uw voorletters en uw geboortedatum. U kunt uw certificaat na afloop van de studiedag (vanaf 15.45 uur) in ontvangst nemen, op vertoon van een geldig identiteitsbewijs. U hebt alleen recht op een certificaat als u de gehele studiedag hebt meegemaakt. Certificaten worden niet nagestuurd.

Kosten

De studiedag is gratis voor leden en voor degenen die nu lid worden. Nieuwe leden betalen tot 1 augustus 1999 als contributie f 80,-, studenten f 40,-. Zij ontvangen een welkomst-

pakket, bestaande uit onder andere het 'Vademecum voor de Wiskundeleraar', de brochure 'Vaardigheden', de nummers van 'Euclides' van de lopende jaargang en de jubileumbouwplaten. Niet-leden betalen een bijdrage in de kosten van f 45,-, studenten f 20,-. Wie een lunch bestelt, betaalt daarvoor f 17,50.

Aanmelding

Aanmelding dient te geschieden vóór 4 november 1998. Leden die geen lunch bestellen sturen een briefkaart aan

F.J. Osseweijer
Lindelaan 79
3319 XJ Dordrecht.

Alle anderen maken een bedrag over op giro 4470718 ten name van NVvW te Dordrecht.

Het voor u geldende bedrag kunt u aflezen uit de volgende tabel.

	zonder lunch	met lunch
lid	briefkrt	f 17,50
wordt lid	f 80,-	f 97,50
niet-lid	f 45,-	f 62,50
student (wordt lid)	f 40,-	f 57,50
student (niet-lid)	f 20,-	f 37,50

U wordt tevens verzocht om op de briefkaart of bij uw betaling duidelijk aan te geven aan welke twee werkgroepen u wenst deel te nemen door de nummers van deze werkgroepen als volgt te noteren: A10-A21. Tezamen met een eventuele aanvraag van een certificaat noteert u in deze volgorde: werkgroepen/voorletters/geboortedatum: A9-A16/PJ/11-01-1956.

Dit is de enige mededeling die u bij uw betaling hoeft te plaatsen. Het bedrag geeft namelijk al aan in welke hoedanigheid u aanwezig bent. Uw aanmelding wordt niet bevestigd. Aan het begin van de dag ontvangt u een sticker met uw gegevens. Ter plaatse aanmelden is mogelijk, maar u betaalt dan f10,- extra en u kunt niet deelnemen aan de lunch.

Informatie

Contactpersoon voor de jaarvergadering/studiedag is Freek Mahieu, tel. 0411-673468 en in noodgeval Agneta Aukema, tel. 0320-226518

Studiedag 1998

Op zoek naar wiskunde

Binnen al de veranderingen staat in ieder geval centraal de actieve, zelfstandige en onderzoekende rol van de leerlingen. Het themagedeelte van de jaarvergadering 1998 gaat vooral over dit laatste aspect: het onderzoeken. Het leren gebruiken van kant en klare recepten gaat volgens alle plannen een minder belangrijke rol spelen in het wiskundeonderwijs. Er komt meer aandacht voor meer open probleemstellingen waarin de leerlingen zelf moeten onderzoeken welke wiskundige aanpak gebruikt kan worden en wat dat oplevert.

Er zal tijdens de studiedag vooral ook aandacht besteed worden aan de doorlopende lijn van het onderzoekend bezig zijn in het wiskundeonderwijs. Wat mag en kun je reëel gezien verwachten van de basisvorming aan onderzoeksvaardigheden? Er zijn immers een aantal vaardigheden nodig om tot goede resultaten in het vervolgonderwijs te komen?!

De nieuwe schoolboeken geven wat dat betreft al veel mogelijkheden; ze bevatten steeds meer praktische opdrachten en onderzoekopdrachten. Daarbij worden stappenplannen aangeboden voor de uitvoering van deze opdrachten. De computer en ook de grafische of symbolische rekenmachine speelt hierbij een essentiële rol als hulpmiddel voor de leerlingen bij de

verkenning en uitvoering van de onderzoekopdrachten.

Wezenlijk hierbij is dat ook bij de examens steeds meer eisen gesteld worden aan de zogenaamde praktische opdrachten. (Binnen het schoolexamen in het havo/vwo is de weging van het aandeel praktische opdrachten 40%.) Hoe meer erover verschijnt des te meer vragen er ontstaan: beoordeling, begeleiding, organisatie, bad practice, good practice, ...

Op de studiedag wordt ingegaan op allerlei belangrijke aspecten van (onderzoeks)opdrachten en de vele vragen over het gebruik op school.

Plenaire lezingen

Voor de eerste plenaire lezing 's morgens hebben we dhr. Stroo of dhr. Lenstra uitgenodigd. Zij zijn als architecten betrokken bij de bouw en verbouwing van vele schoolgebouwen.

Als ontwerper van schoolgebouwen zal worden ingegaan op de veranderingen in het pakket van eisen die scholen stellen aan hun gebouw, in het licht van de onderwijskundige ontwikkelingen. Dit wordt toegespitst op de mogelijkheden die dit oplevert voor het onderwijs, in het bijzonder het wiskundeonderwijs en mogelijkheden voor onderzoekopdrachten.

's Middags is er een tweede lezing, die verzorgd wordt door Lambrecht Spij-

kerboer. Hij gaat de groep op een actieve en creatieve manier iets laten proeven van onderzoekopdrachten in de wiskunde.

Werkgroepen

A1 Op zoek naar de Wiskunde in - of voor? - de Natuurkunde

Ton Hengeveld, Murmellius Gymnasium, Alkmaar en Harrie Broekman, IVLOS en CD- β , Universiteit Utrecht
Als leerling, maar ook als leraar, dienen wij vooral in het B-profiel op zoek te gaan naar de wiskunde die in de natuurkunde wordt gebruikt. Daarbij vragen wij ons af of die wiskunde ook in de wiskundelessen aan bod komt.

Deze vraag - komt de wiskunde die nodig is in de natuurkunde, ook daadwerkelijk in de wiskundelessen aan bod? - zullen wij in de werkgroep centraal stellen aan de hand van nieuwe, concrete natuurkunde- en wiskunde-schoolboeken. Gezien de integratie binnen de exacte profielen is dit immers een voor de hand liggend startpunt voor inhoudelijke samenwerking tussen de secties wiskunde en natuurkunde. Eén van de aanleidingen voor het samenwerken is het profielwerkstuk, maar dit dient voorbereid te worden. En zijn daar mogelijkheden voor in de - naar het zich laat aanzien - volle programma's?

A2 Een experiment met praktische opdrachten in 4 vwo

Arie van Steensel, Wartburgcollege, Rotterdam en Agnes Verweij, TU Delft
In het voorjaar van 1998 hebben de leerlingen van twee 4 vwo-klassen van het Wartburgcollege in groepjes zelfstandig aan een praktische opdracht voor wiskunde gewerkt. Zij konden per klas kiezen uit (dezelfde serie van) zes opdrachten, waarvan er twee aan de methode Getal en Ruimte ontleend zijn. De andere vier opdrachten zijn ontworpen door TU-docenten die met docen-

ten van het Wartburgcollege en andere scholen uit de regio Delft samenwerken ter voorbereiding op de vernieuwde tweede fase van havo en vwo.

In de workshop wordt verteld hoe het experiment met de praktische opdrachten was georganiseerd en hoe de ervaringen van leraar en leerlingen zijn geweest. Het cijfer dat een leerling kreeg, was voor het grootste deel gebaseerd op het per groepje gemaakte verslag.

De deelnemers aan de workshop worden uitgenodigd mee te denken over de beoordeling van de diverse verslagen, waarvan kopieën ter inzage gegeven worden.

A3 Wiskunde zoeken in de Historie

Harm Jan Smid, TU Delft en Danny Beckers, KU Nijmegen

Het cijfer van het schoolexamen wordt voor 40% bepaald door het resultaat van de 'praktische opdrachten', onderzoeksachtige opdrachten van elk zo'n 10 tot 20 uur studielast. Zo'n opdracht zou heel goed een historisch karakter kunnen dragen. Zo zou een leerling een niet al te moeilijk stukje Nederlandse (of Engelse?) historische wiskundetext kunnen uitknobbelen, zo'n tekst kunnen plaatsen in zijn wiskundige en historische context en daarover een verslag kunnen schrijven en/of een presentatie kunnen houden. Internet biedt veel mogelijkheden om aan de benodigde informatie en teksten te komen. Toch kunnen we ons voorstellen dat nog veel leraren er tegenop zien om aan zoiets te beginnen. Wij zouden daarom een groepje van geïnteresseerde docenten willen vormen die met onze hulp zoiets wel zouden willen proberen. Wellicht kan dat leiden tot een pakket suggesties voor praktische opdrachten waarmee dan ook anderen weer aan de slag kunnen.

In onze workshop willen we als voorbeeld van zo'n historische tekst wat doen rond 'De Thiende', het boekje over decimale getallen van Simon Stevin, en proberen of we de nodige con-

tacten kunnen leggen om tot zo'n eerste groepje van geïnteresseerde docenten te komen.

A4 Leerlingen moeten meer (over) wiskunde praten

Lodewijk van Schalkwijk, UNILO/KU Nijmegen en Elzendaalcollege, Boxmeer

Nu er, in het kader van het studiehuis, veel nadruk ligt op zelfstandig werken en leren, is het van groot belang de tijd in de klas goed te besteden. Daarbij lijken werkvormen waarin de leerlingen zelf onder woorden brengen wat ze hebben geleerd, of met welke wiskunde ze bezig zijn geweest, een goede uitbreiding van het repertoire. In deze workshop kunt u kennismaken met een werkvorm waarmee is geëxperimenteerd in een cursus aan de KU Nijmegen voor leerlingen van 5 vwo; deze is gebruikt voor leerlingonderzoek waarin bewijzen een hoofdrol speelt. De werkvorm integreert klassenactiviteiten (brainstorm, symposium), experimenteren met de computer en werken in kleine groepjes, uitmondend in een verslag.

A5 Wiskunde in de realistische werkelijkheid

Jenneke Krüger, Thomas à Kempis College, Zwolle en Nellie Verhoef, Christelijke Hogeschool Windesheim, Zwolle

Wat is dat nu, een praktische opdracht bij het vak wiskunde?

Hoe verloopt dat in de praktijk? Wat heb je er allemaal (niet) voor nodig? Hoe ziet het resultaat eruit en hoe beoordeel je dat? U kunt in de workshop horen en zien hoe leerlingen een praktisch probleem hebben opgelost en hoe ze dat uiteindelijk hebben afgewerkt. De docent vertelt over dit experiment: de voorbereiding, de uitvoering en uiteindelijk de evaluatie met beoordelingscriteria en haar ervaringen daarbij. Wat het probleem nu eigenlijk is, houden we geheim, u komt maar kijken!

We verklappen wel, dat het heel erg praktisch is. In de workshop gaat u ZELF ERVAREN hoe dat voelt, want u ontkomt er niet aan, u moet zelf aan het werk en dan wel SAMEN.

De praktische problemen die aan bod komen zijn geschikt voor alle leeftijdsgroepen: ieder kan aan de slag op 'eigen' wijze en op 'eigen' niveau (of een ietsje pietsje er boven?).

A6 Proberen en Uitwisselen

Nico Alink, Jacobus College, Enschede

Proberenderwijs bezig zijn met een aantal kleine kwalitatieve problemen/onderzoekjes, samen met leerlingen uit 4V en 4H is nieuw.

We lopen dan ook - net als iedereen - tegen verschillende vragen op:

- * welke problemen zijn geschikt?
- * waar haal ik problemen/ onderzoeksvragen vandaan?
- * hoe gaan wij (de leerlingen en ik) er mee om?
- * kost het niet te veel tijd?
- * etc. etc. etc.

Voor enkele – uitgeprobeerde – problemen hebben we al een aantal antwoorden op deze vragen, maar we moeten nog veel leren. Uitwisselen van ervaringen staat in deze workshop dan ook voorop.

A7 Een praktisch probleem: vogels vliegen ... de wiskunde binnen!

Swier Garst, RSG Goeree Overflakkee

Vogels vliegen van oost naar west of soms niet. Een model van (trek)vogels leidt via overgangsmatrices tot een wiskundig gebied, waar mogelijkheden liggen voor het gebruik van de GR, computeralgebra, en simulatieprogramma's. Voor zowel de docent als de leerling moet hier nog veel te determineren zijn.

A8 Praktische Opdrachten: PrOp-vol kansen, mits...

Marja Bos, Katholiek Drents College, Emmen en R.U.G.

De invoering van praktische opdrachten biedt leerlingen van de bovenbouw

havo/vwo rijke mogelijkheden om wiskundige onderzoeksvaardigheden op te doen. Bovendien wordt ook het communicatieve aspect niet vergeten, waardoor de 'typische a-communicatieve technet' (bestaat die dan?) zijn of haar wiskundige boodschap leert te presenteren voor een breder publiek.

Maar dat lukt niet allemaal vanzelf:

- Hoe en wanneer ontwikkelt een leerling die vaardigheden? (Hopelijk niet pas tijdens de toetsing!)
- Zullen leerlingen tot voldoende wiskundige diepgang komen?
- Hoe zit het met de broodnodige begeleiding bij praktische opdrachten op scholen waar de contacttijd sterk verminderd is?

A9 GWA in Polen, bestaat dat?

Harrie Broekman, IVLOS en CD-bèta, Universiteit Utrecht

---- Onder voorbehoud ----

Al jaren zijn er tijdens onze studiedag posters te zien van de Poolse Vereniging van Leraren Rekenen/Wiskunde. Deze posters suggereren een andere manier van bezig zijn met wiskunde; meer gericht op de vraag 'hé, hoe zit dat?' of de vraag 'klopt dat wel?' Van daaruit kan men onderzoeken, aan praktische opdrachten werken, enz. Dat wordt ook in Polen op veel plaatsen geprobeerd, al dan niet met hulp van EU-projecten. Het moeilijkst voor leerlingen en voor leraren is het maken van een vraagstelling, een probleem ontwerpen en/of herformuleren. Dat is niet zo gek als het onderwijs in hoofdzaak bestaan heeft uit het zeer grondig intraineren van standaardprocedures. Met het zelf formuleren van vragen kan dan ook niet vroeg genoeg begonnen worden in alle schooltypen ... in alle landen?!

A10 Onderzoek in het BPS project

Participanten van het BPS project

In de bovenbouw van havo en vwo zijn er naast vragen over de nieuwe inhoud van de vier profielen ook vragen

over de samenhang tussen de typische bèta-vakken.

In het project 'Bèta-Profielen in het Studiehuis' wordt door bèta-leraren van twee scholen samen met medewerkers van het Centrum voor Didactiek van de Bèta-vakken gewerkt aan een bèta-didactiek.

Eén van de aandachtspunten in het schooljaar '97/'98 betrof het doen van onderzoek. Dit zowel bij ieder van de bèta-vakken afzonderlijk (op elkaar afgestemd?!) als gezamenlijk in wat moet uitgroeien tot profielwerkstukken. Tijdens deze workshop zullen we de deelnemers laten (mee)genieten van onze ervaringen. De problemen uit de schoolpraktijk zullen daarbij zeker voldoende aan bod komen.

A11 Praktische opdrachten zijn leuker als je denkt!

Jaap Noordzij, Meergronden, Almere en Kees Hoogland, APS, Utrecht

Allereerst zal er een overzicht gegeven worden van de stand van zaken op het gebied van praktische opdrachten: boeken, ideeën, bronnen, didactiek. Daarna zal aan de hand van een praktijkvoorbeeld aandacht worden besteed aan de belangrijkste aspecten van het uitvoeren van een praktische opdracht in de klas: welke eisen er gesteld worden aan een PO, planning, bewaking, samenwerking tussen leerlingen en beoordeling.

A12 Onderzoeksopdrachten bij havo wiskunde B

Kees Garst, CSG Arcus, Lelystad

Leerlingen in klas 4 en 5 havo, wiskunde B, hebben gewerkt volgens een methode, waarbij onderzoeksopdrachten niet het eindpunt, maar juist het startpunt vormden voor het leren van wiskunde uit het boek. Aan de hand van een voorbeeld uit de praktijk wordt de werkwijze, die gebaseerd is op 'investigations' uit het Engelse wiskundeonderwijs, geïllustreerd. Hierin komt naar voren hoe via onderzoeksopdrachten expliciet aandacht gege-

ven kan worden aan het leerproces van leerlingen bij het leren van wiskunde, en hoe daarbij de rol van de docent als begeleider van dat leerproces vorm krijgt.

A13 Stage-opdrachten in mavo 3

Irene Dalm, Develsteincollege, H.I.Ambacht

Voor de nodige beroepsoriëntatie en het te kiezen vakkenpakket lopen leerlingen van mavo 3 een week lang stage bij verschillende bedrijven. Zij krijgen een stencil met wiskunde-opdrachten mee, die specifiek gemaakt zijn voor de handelingen die zij moeten verrichten op hun stageplaats. De opdrachten variëren van het uitrekenen van de prijs van een vliegreis op een reisbureau tot het maken van een cocktailprik voor honden bij een dierenarts.

A14 Keuzeonderwerp 'en profiel'

Jan van Maanen, RU Groningen

In deze werkgroep zullen we ons oriënteren op het keuzeonderwerp in de Tweede Fase van het vwo. Welke thema's lenen zich ervoor, moet elk profiel zijn eigen keuzeonderwerp hebben, hoe ontwikkel je materiaal en logistiek? Deze vragen komen aan de orde. Als een rode draad door het geheel loopt de gedachte dat het bij een keuzeonderwerp mogelijk is om aan te sluiten bij de belangstelling en deskundigheid van leerlingen en docent, en dat de wiskunde dan vanzelf komt. Die zal misschien niet altijd in de 'hoofdboeken' staan, en dat is juist het spannende eraan. Bedenk vooraf minstens één thema dat zich voor deze benadering leent.

A15 Wiskunde zoeken met de symbolische rekenmachine

Paul Drijvers, Freudenthal instituut

In oktober 1998 zullen de leerlingen van een vwo-5 klas gedurende enkele weken de beschikking hebben over een symbolische rekenmachine. U weet wel, zo'n grafische rekenmachine

met algebra 'aan boord'. Als onderdeel van dit experiment zullen de leerlingen werken aan een tweetal onderzoeksopdrachten, waarbij de symbolische rekenmachine goed van pas zal komen. In deze werkgroep kunt u zelf met de TI-92 aan deze opdrachten werken. Verder wordt 'fris van de lever' verslag gedaan van de ervaringen van het experiment in de klas.

A16 Praktische opdrachten en Internet

Willem van Ravenstein, Notre Dame, Ubbergen

In deze werkgroep komen de volgende zaken aan de orde: Internet als hulpmiddel voor de docent bij het bedenken van praktische opdrachten, hoe leerlingen Internet kunnen gebruiken bij het uitvoeren van een praktische opdracht en hoe leerlingen hun werk op Internet kunnen presenteren. In de werkgroep krijgt u een presentatie van afgeronde en lopende projecten. U gaat op zoek naar bruikbaar materiaal op Internet. Daarbij is aandacht voor mogelijke problemen en andere ongewenste effecten. U krijgt uitgereikt een voorbeeld van een Internetpagina met interessante en nuttige verwijzingen en een overzicht van relevante publicaties. In deze werkgroep worden zowel voor de bovenbouw als voor de onderbouw mogelijkheden voor toepassing besproken.

A17 Examendossier vmbo??

Jos ter Pelle en Egbert Stegeman, SLO

In de werkgroep worden deelnemers geïnformeerd over de actuele stand van zaken rond de examinering in het leerwegenstelsel voor vbo/mavo. Aan de hand van praktische voorbeelden wordt met deelnemers inhoudelijk verkend hoe iets als een examendossier zou kunnen/moeten worden ingevuld.

A18 Wiskunde in leerwegondersteunend onderwijs

Gerrit van den Heuvel en Pieter van der Zwaard, SLO

In de werkgroep worden deelnemers geïnformeerd over de veranderende inhoud en werkwijzen in het leerwegondersteunend onderwijs. Aan de hand van bekende en nieuw ontwikkelde voorbeelden wordt met deelnemers verkend hoe het leerwegondersteunend wiskundeonderwijs er straks inhoudelijk uit zou kunnen/moeten zien.

A19 Met de studeerwijzer op zoek

Peter Hoogendijk, Griffland College, Soest

De onderzoekende rol van de leerling vereist een actieve en zelfstandige houding. Het afgelopen studiejaar is havo 4 op het Griffland College bij wiskunde B voor het eerst geconfronteerd met studeerwijzers die meer inhielden dan leerstofplanning alleen. De leerlingen gingen steeds meer eigen keuzes maken ten aanzien van planning en aanpak. Zowel leerlingen als begeleiders ontdekten leuke en minder leuke facetten aan het leren met die actieve en zelfstandige houding. Hoe je zo'n studeerwijzer ontwikkelt en (nog belangrijker) op welke manier je ermee om zou kunnen gaan, wordt besproken in deze werkgroep.

A20 Praktische opdrachten voor wiskunde. Hoe bedenkt je het?

Cor Hofstra, OSG Piter Jelles (locatie Aldlân), Leeuwarden

Het cluster exacte vakken van vóórheden de Delta te Leeuwarden heeft gedurende twee jaren geëxperimenteerd met het examendossier. Voor wiskunde was het uitvoeren van geschikte praktische opdrachten de meest in het oog springende verandering voor de leerlingen. Leerlingen konden kiezen uit opdrachten die door de leraren waren bedacht, of opdrachten die ze zichzelf stelden. In de workshop zal verslag gedaan worden van het experiment en dan wel vooral van het

proces van het bedenken van praktische opdrachten tot aan het formuleren daarvan. Ook de organisatie van de opdrachten en de beoordeling komt aan de orde. In de workshop zal een poging worden ondernomen eigen ideeën te vertalen naar een goed geformuleerde opdracht.

A21 TWIN: Onderzoekopdrachten

Chris Temme, NOVA College, Beverwijk

Het vak wiskunde heeft op het mto voornamelijk een ondersteunende rol voor de praktijkvakken. Daarom is transfer van geleerde vaardigheden naar de praktijk een belangrijk aandachtspunt. Bovendien wordt steeds meer het belang benadrukt van een probleemoplossende attitude bij de leerlingen en wordt van de leerling verwacht dat hij/zij zich ontwikkelt tot iemand die zelf verantwoordelijk is voor zijn/haar leren. Wij denken dat geschikte onderzoekopdrachten in positieve zin kunnen bijdragen aan de realisering van bovenvermelde aspecten.

In deze workshop zult u kennis kunnen nemen van enkele onderzoekopdrachten die voor het TWIN-project zijn geschreven. U gaat er zelf mee aan de slag.

A22 Wiskunde vanuit de praktijkvakken

TWIN-team

In het TWIN-project wordt goed bekeken welke wiskunde belangrijk is ter ondersteuning van de praktijkvakken in het mto. Dat is pure noodzaak, want als er geen aanwijsbare ondersteunende functie is, dan verdwijnt wiskunde als zelfstandig vak. Gaande het project hebben we ervaren dat deze gedwongen aandacht voor andere vakken (waaronder natuurkunde) het leren van wiskundige concepten ten goede komt. In deze werkgroep willen we dat laten zien aan de hand van de sinusöide, die vanuit de werktuigbouw en de elektrotechniek wordt 'herontdekt' en daar-

door (ook wiskundig) beter begrepen. Speciale aandacht voor verbanden tussen grootheden (met bijbehorende eenheden) in plaats van een waarde-vrije y als functie van een al even waarde-vrije x .

Wij denken ook een belangrijke boodschap te hebben voor de wiskundecenten die zich binnenkort, samen(werkend?) met collega's van andere vakken, in het profiel N&T van havo of vwo gaan begeven.

A23 Doorstroming mto - hto

TWIN-team en vertegenwoordiger van hto-wiskunde

Al jaren lang stroomt zo'n 20% van de mto-leerlingen door naar het hto. Aan beide kanten van de scheidslijn wil men dat graag in stand houden en de succeskans optimaliseren. Vanuit het TWIN-project is een goed overleg op gang gebracht tussen mto en hto over hoe een goed doorstroom-programma daaraan kan bijdragen. Belangrijkste wens vanuit het hto ten aanzien van de instromer is de vaardigheid om een probleem uit het technische vakgebied aan te pakken met geëigende wiskundige methodieken. Een examendossier van werkstukken waaruit deze vaardigheden blijken wordt belangrijker geacht dan het hebben deelgenomen aan een examen waarin alleen technische vaardigheden worden getoetst. Wilt u nader kennis maken met dit idee van een dossier, meedenken over mogelijke onderwerpen voor werkstukken? Kom dan naar deze werkgroep. Ook aan te raden voor degenen die willen nadenken over vakoverstijgende profielwerkstukken N&T voor havo en vwo.

A24 Vakkenintegratie in vmbo?

TWIN-team

Ruim voor de invoering van de leerwegen in het vmbo lijkt de overheid al erg veel belangstelling te hebben voor een samenhangend onderwijsprogramma, waarbij de verschillende vakken in een leerweg goed samenwerken. Op dit

moment (begin juli) zijn er sterke aanwijzingen dat op korte termijn experimenten worden gestart om een en ander gestalte te geven. Voor de leerweg Techniek wordt daarbij het TWIN-project van het mto als voorbeeldig aangemerkt: wiskunde en natuurkunde, gekoppeld aan ICT-gebruik en als ondersteuning voor de techniekvakken. Er wordt dan ook al gesproken van een soort TWIN-junior project voor het vmbo.

In deze werkgroep wordt alvast een flink voorschot genomen op deze ontwikkeling binnen het vmbo. Dat gebeurt onder andere aan de hand van het Techniek-gedeelte uit de SLO-publicatie 'Een rijk verrijgingsdeel Wiskunde'. Een must voor vbo/mavo-docenten die tijdig willen nadenken over een (logische) volgende stap in de veranderingen van het wiskundeonderwijs.

Wereldwiskunde Fonds

WwF

Zoals voorgaande jaren kunt u voor het Wereldwiskunde Fonds oude boeken meenemen naar de jaarvergadering. U levert ze in bij de standhouder van het WwF tegelijk met het aangeven van de vraagprijs en het percentage dat u wilt afstaan aan het WwF: 40%, 70% of 100%.

Aan het eind van de dag of eerder neemt u de niet verkochte boeken en uw geldbedrag mee naar huis.

Haalt u de boeken niet op dan vervallen ze aan het WwF.

De penningmeester maakt het geld over op uw bank/giro.

Wel even uw naam en verdere gegevens bekend maken bij de aflevering van de boeken.

Derhalve: kijk uw boekenkast na voordat u vertrekt naar de jaarvergadering en u steunt het WwF.

De afvalbak

Lourens van den Brom

De afvalbak met deksel $EFLK$ is met het vlak $DCGH$ aan een muur bevestigd. Alle zijvlakken zijn rechthoeken, behalve de congruente zijvlakken $BCGLF$ en $ADHKE$.

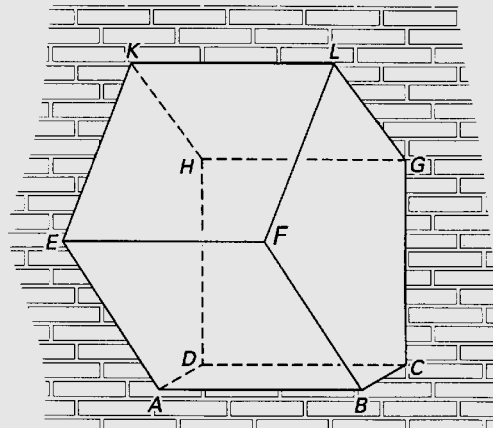
In figuur 3 is de afvalbak getekend.

$AB = 8$.

$BC = 4$, $CG = 8$, $GL = 6$ en $LF = 8$.

$\angle FLG = \angle FGC = \angle BCG = 90^\circ$.

figuur 3



Zo begon opgave 4 van het centraal schriftelijk examen wiskunde B voor vwo dat op 15 mei 1998 gehouden werd.

De ruimtelijke figuur was zoals gebruikelijk in de stereometrie in scheve projectie weergegeven. Bij die methode moet de verhouding van evenwijdige lijnstukken behouden blijven.

Uit de gegevens blijkt eenvoudig dat de afstand van F tot G gelijk 10 is en dat FG evenwijdig is aan BC . Nu is gegeven $BC = 4$. Dus de afstand van F tot G moet in de afbeelding $2\frac{1}{2} \times BC$ zijn. In de afbeelding is BC tussen 6 en 7 mm, dan moet de afstand van F tot G 16 á 17 mm zijn. Dat is echter 22 mm, zodat FG correspondeert met ongeveer 14. En zeker niet met de gegevens, waaruit blijkt dat $FG = 10$ is.

Uit een eenvoudige berekening volgt dat de afstand van L tot de achterwand 3,6 is. Omdat $BC = 4$ is moet de loodlijn uit L op BC (in de tekening wordt deze evenwijdig aan GC getrokken) BC inwendig snijden. Hetgeen in de afbeelding niet het geval is.

Uitgaande van het weergegeven grondvlak komen we tot de conclusie dat de afstand van L tot de achterwand correspondeert met ongeveer 7. Verder gaat die loodlijn uit L op BC in de afbeelding door het midden van FG , dat brengt met zich mee dat $\triangle FGL$ gelijkbenig is. De hoogtelijn uit L in $\triangle FGL$ correspondeert met ongeveer 5 en FG met 14, dan is $\angle FLG$ ongeveer 110° en dat komt niet overeen met het gegeven dat die hoek 90° is. Men mag toch verwachten dat in examenopgaven de stereometrische figuren overeenkomstig de geldende

praktijk consequent afgebeeld worden.

Nu zal men vragen: 'Welke idioot gaat nu zo'n afbeelding nameten?' Wel, toen ik de figuur met de gegevens voor het eerst onder ogen kreeg bekwam mij reeds het gevoel dat er iets niet in orde was. Later zag ik het werk van een examenkandidaat die meende dat hij de lichaamsdiagonaal BK moest berekenen. Toen drong het tot mij door dat de loodlijn uit L op BC in strijd met de gegevens BC in de figuur uitwendig snijdt. Men zal mij kunnen tegenwerpen dat men aan de figuur geen bewijskracht mag ontleenen. Maar wordt er nog weleens wat bewezen?

Haken en ogen aan ‘Crown and Anchor’

Monica Woldinga

Opgave 2 van het tweede tijdvak havo wiskunde A ging over een oud Engels bordspel ‘Crown and Anchor’. Onderaan de pagina begint de opgave.

Het is duidelijk dat de kans op géén Anker per worp van drie gelijk is aan $125/216$, en dus de kans op minstens één Anker gelijk is aan $91/216$.

Het gaat mij nu om het derde onderdeel van deze opgave. Mijn eerste gedachte was natuurlijk dat C de enige juiste reactie kan zijn, en ik vroeg mij af waarom er dan nog een kans moet worden berekend. Maar vooruit, dan toch maar die kans berekenen. Vrij snel kreeg ik het gevoel gegevens te missen over het totaal aantal gespeelde spellen ooit. Verder leek mij die kans in tweede instantie eigenlijk helemaal niet zo heel klein als werd gesuggereerd. Dan maar eens kijken in het antwoordmodel (gelukkig krijg je dat als docent er bij).

Hier las ik:

voor P (de genoemde serie van 22)
 $= (91/216)^{21} = 1,2 \cdot 10^{-8}$

of

$P = (91/216)^{21} \cdot (125/216) =$
 $7,1 \cdot 10^{-9}$

Ook $(91/216)^{22}$ behoefde niet te worden fout gerekend.

Wat heeft de CEVO hier gedacht: we kiezen een avond in een pub in Southampton. We wachten tot er een keer minstens één Anker valt. Dat is nummer één. Nu moeten er direct 21 volgen. Zo kom je op de eerst genoemde kans.

Van deze redenering klopt natuurlijk niet veel. In de tekst staat:
... dat er ooit in een pub in Southampton ...

Dit suggereert dat dit verhaal in heel Engeland de ronde doet, en we ons niet moeten beperken tot een bepaald moment. Laten we even aannemen dat men in een

pub op een avond 1023 spellen speelt (dat kan binnen een uur). Dan kan die serie van 22, met een mislukking er voor en er na, op 1000 verschillende plaatsen staan. Heel ruw bekeken, maar zo rekent de CEVO ook, is de kans op zo’n rijtje van precies 22 dus ongeveer 1000 maal zo groot als de gegeven kansen uit het antwoordmodel. Laten we de kleinste nemen: $1000 \cdot 5,5 \cdot 10^{-9} = 5,5 \cdot 10^{-6}$. Dit is dus ongeveer de kans dat er op een speelvond een rij van 22 valt. We nemen nu aan dat dit aloude spel gedurende 5 jaar wordt gespeeld, in 1000 pubs in Engeland, en wel 1 maal per week. Dat zijn dus zo’n 250000 spelavonden. De kans dat een rij van 22 zich helemaal nooit heeft voorgedaan is dan $(1 - 5,5 \cdot 10^{-6})^{250000} \approx 0,25$

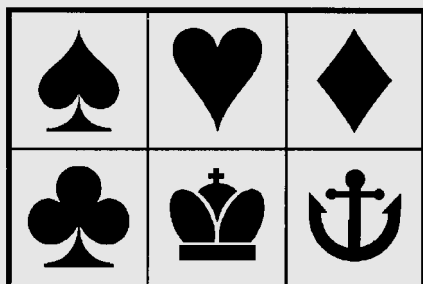
De kans dat een serie van 22 zich wel minstens eenmaal heeft voorgedaan is dus zo’n 75%. Maken we het aantal jaren of het aantal pubs wat groter, dan zitten we al gauw op 99,99% kans op zo’n rijtje. De kans is dus helemaal niet ‘wel heel klein’ of ‘wel erg klein’, maar gewoon zeer groot. Ook aan deze berekening rammelt natuurlijk van alles, zo heb ik geen rekening gehouden met meer 22-rijtjes op een speelvond, maar ik heb slechts willen aangeven dat de CEVO hier toch wel een rare vraag heeft gesteld. Ik heb hen per fax hiervan op de hoogte gesteld. Helaas voor onze leerlingen is er desondanks niet besloten deze vraag te schrappen.

Opgave 2 Crown and Anchor

Crown and Anchor is een oud Engels bordspel. Vroeger werd het veel gespeeld in pubs en op kermissen onder leiding van de zogenaamde *playmaster*. Het is een simpel gokspelletje.

Het speelbord bestaat uit zes vakken. In ieder vak staat een teken, achtereenvolgens Schoppen, Harten, Ruiten, Klaver, Kroon en Anker. Zie figuur 1. Er horen ook nog drie kubusvormige dobbelstenen bij met deze zes tekens op de zijkanten.

figuur 1



Iedereen die wil, zet geld in op één van de vakken. De drie dobbelstenen worden gegooid. Winnaars zijn diegenen die ingezet hebben op een van de tekens die de dobbelstenen aangeven. Ze krijgen van de playmaster hun inzet terug plus zoveel maal die inzet als het teken boven kwam.

Er wordt bijvoorbeeld Kroon, Kroon, Klaver gegooid. In dat geval krijgen de kroongokkers in totaal driemaal hun inzet, de klavergokkers tweemaal hun inzet en de overigen zijn hun inzet kwijt.

We bekijken nu het spel van iemand die één shilling zet op Anker.

Hieronder staat tabel 1. Deze is gedeeltelijk ingevuld met kansen op het aantal malen Anker in één spel.

tabel 1

aantal maal Anker	0	1	2	3
kans	$\frac{125}{216}$	$\frac{75}{216}$		

- 5p 5 Neem tabel 1 over en vul hem verder in. Licht je antwoord met berekeningen toe.

We noemen een spel *eerlijk* als de te verwachten opbrengst gelijk is aan de inzet. Loterijen en spelletjes als Crown and Anchor zijn natuurlijk nooit eerlijk. De organisator, in dit geval de playmaster, moet er aan verdienen.

- 5p 6 Bereken met behulp van de tabel de winstverwachting van een speler die één keer één shilling inzet op Anker.

Zoals bij alle gokspelletjes doen ook over Crown and Anchor de wildste verhalen de ronde. Zo beweert men dat er ooit in een pub in Southampton een serie van 22 worpen (van steeds 3 dobbelstenen) achtereen plaatsvond waarbij elke keer minstens één Anker zat.

Hier volgen drie reacties op dit verhaal:

- A Dit is onmogelijk. Het verhaal is verzonnen.
- B De kans op die gebeurtenis is wel heel klein. Als het verhaal waar is, moeten de dobbelstenen onzuiver zijn geweest.
- C De kans op die gebeurtenis is wel erg klein, maar het verhaal kan best waar zijn.

- 5p 7 Met welke van deze reacties ben jij het eens? Licht je antwoord toe, onder andere met een berekening van de bijbehorende kans.

‘Die gasten hebben het weer geflikt’

Jan de Geus (46) is boekredacteur van ‘Cubism For Fun’, het tijdschrift van de Nederlandse Kubus Club en puzzelredacteur van ‘Natuur & Techniek’ en van ‘Euclides’. Hij is tevens al 21 jaar docent wiskunde, waarvan de laatste 11 jaar op het Christelijk College ‘De Populier’ in Den Haag.

De reden voor dit interview is het havo examen wiskunde B van dit jaar. Het is het eerste wiskunde B-examen in de bovenbouw havo/vwo voor leerlingen die in 1993 met het vernieuwde leerplan W12-16 zijn gestart. Ruim anderhalf jaar geleden was er grote zorg over de aansluiting van deze leerlingen met de bovenbouw havo en vwo.

We spreken Jan eerst vóór het examen.

Kun je iets vertellen over hoe je de afgelopen twee jaar hebt ervaren met deze leerlingen bij havo wiskunde B?

In H4B ben ik begonnen met vijf leerlingen uit mavo 4, zes uit havo 3 en twee doubleurs. Die leerlingen uit 4 mavo hadden (gelukkig) nog de oude wiskunde gehad; dit jaar was de situatie voor die leerlingen in H4B overi-

gens veel problematischer. Die zes leerlingen uit havo 3 hadden, zoals je al aangaf, de basisvorming gehad. Daardoor was de algebrakennis bij hen minimaal aanwezig. We gebruiken de methode NETWERK en de schrijvers van deze methode hebben eigenlijk deze problemen in de H4B- en H5B-delen goed opgelost.

schieters naar boven en staat Bart gemiddeld 4.1. Hierdoor is het gemiddelde voor het schoolonderzoek 6.3, tegenover 6.5 vorig jaar.

Wat verwacht je van deze leerlingen bij het examen?

Ik ben erg geschrokken van de moeite die ze hadden om die oefenexamens te maken. Ik merk er nu weinig van



Hoe staan de leerlingen ervoor nu ze binnenkort examen gaan doen? *Gelukkig heb ik al jaren 5 uur in H5B, zodat ik in dat laatste jaar nog vrij veel kan doen. Begin maart was ik, net als andere jaren, klaar met de stof en konden we in de Onderwijspers-bundels beginnen met examens te oefenen. Doordat er slechts 10 leerlingen zijn overgebleven kon ik natuurlijk vrij intensief met ze werken. Helaas had ik dit jaar geen uit-*

dat ze in de basisvorming geoefend hebben met contextrijke wiskunde. 't Is net zo moeilijk als voorgaande jaren. Doordat ik vrij traditioneel, klassikaal, les geef, zaten ze bij de eerste examens behoorlijk te 'spieken' bij de uitwerkingen. Afgelopen weken was dat gelukkig een stuk minder.



Twee weken later spreken we Jan weer. De examens zijn inmiddels achter de rug.

Zijn de resultaten je mee- of tegengevallen?

Het is ongelooflijk, die gasten hebben het weer geflikt. Vorig jaar had ik 7.4 gemiddeld op het CSE, waarbij twee uitschieters naar boven. Nu scoren ze gemiddeld 6.9, waarbij eigenlijk alle leerlingen hun doel bereikten, bijvoorbeeld een 6 gemiddeld zien te halen. Zelfs Bart haalt een 5.2, zodat hij nog een 5 gemiddeld staat. Met 2 achten, 5 zevens, 2 zessen en 1 vijf ben ik met deze tien jongens dik tevreden.

Zie je een verschuiving van onderwerpen/opgaven waarin ze misschien slechter/beter waren dan de afgelopen jaren?

Op het eind van havo 5 is het resultaat, denk ik, hetzelfde. Wel moet ik, als docent, rekening houden met verschuivingen: bijvoorbeeld algebraïsche onderwerpen nog eens extra uitleggen. Een aardig voorval was de eigenschap van zwaartelijnen in een driehoek. In havo 4 bleef ik volhouden dat ze moesten weten dat de verhouding 2:1 was. Zij zeiden: 'Dat hebben we nog nooit gehad'. Achteraf klopte dat.

Zelf gebruik ik nogal eens de sinusregel, maar dat is, geloof ik, al geen examenstof meer. Dat vind ik nog steeds moeilijk: redelijk nauwkeurig de examenstof afbakenen.

Wat verwacht je van de Tweede Fase?

Wil je het echt weten? Een zeer, zeer somber beeld. Dit jaar ben ik begonnen met 18 leerlingen in H4B. Daarvan gaan straks 4 meisjes en 2 jongens naar H5B! Dat komt vooral door de '24 uren economie'. Als mentor heb ik daar al heel veel gesprekken over gevoerd. Ze hebben geld nodig en dus gaan ze tot 's avonds laat bij Konmar en AH werken. School komt op de tweede plaats.

Deze leerlingen moeten zelfstandig gaan werken en profielwerkstukken maken? Ik ben zeer benieuwd.

Wat zouden jouw aanbevelingen zijn voor de wiskundelessen in de onderbouwklassen van havo en vwo?

Zorg dat je dit schooljaar met de nieuwe leerboeken start. De algebraïjn is gelukkig in het brugklasboek teruggekeerd. Hierdoor zijn een aantal onderwerpen uit de tweede klas weer terug in de eerste.

Zet ze achter de computer. Van elke les achter de computer kan ik, qua motivatie, nog uren profiteren.

Laat ze met POLYDRON werken: ook de zwakkeren vinden wiskunde dan iets leuker.

Maar ... laat de wiskunde toch vooral WISKUNDE blijven en laat het vak niet overgaan in gevorderd rekenen.

Kees Hoogland

*

Met dank aan
Jan Bakker,
TOA aan De Populier,
voor de foto's.



Data snooping in de examens vwo wiskunde A?

Wout de Goede

Data snooping

Suzan gooit met een dobbelsteen. Zij noteert de resultaten in volgorde en verkrijgt op deze manier een flinke rij data.

Vraag 1. Mag Suzan een willekeurig rijtje van 13 opeenvolgende resultaten in de data beschouwen als een aselechte steekproef en gebruiken om de zuiverheid van de dobbelsteen te toetsen?

Vraag 2. Suzan constateert bij het bestuderen van de data dat er ergens bij 13 worpen achter elkaar alleen maar 1, 2 en 3 is gevallen. Mag zij met dit buitengewoon significante resultaat de zuiverheid van de dobbelsteen toetsen?

Het antwoord op de eerste vraag is natuurlijk 'Ja', hoewel je je af kunt vragen of dat wel zo zinvol is. De tweede vraag moet met 'Nee' worden beantwoord, Suzan dreigt hier een elementaire methodologische fout te maken: data snooping. De uitdrukking spreekt voor zichzelf.

vwo Wiskunde A 1998-I

Nu het examen vwo Wiskunde A 1998 tijdvak I.

Opgave 2 Telepathie in de klas

De volgende tekst is ontleend aan 'Het Schoolblad' van 9 oktober 1993.

Eind jaren '50 vonden in Nederland enkele parapsychologische onderzoeken plaats naar telepathisch contact tussen leerkrachten en leerlingen, die zelfs nu nog verbazen door hun grootscheepse opzet.

Een rijksinspecteur voor het lager onderwijs in Amsterdam, J.G. van Busschbach, heeft zich destijds vastgebeten in de vraag: is er in de relatie tussen opvoeder en pupil een buitenzintuiglijke factor in het spel? De inspecteur deed onder meer in Amsterdam en Dordrecht proeven met leerlingen uit de eerste, tweede, vijfde en zesde klas van de lagere school.

Dat ging als volgt. Een leerkracht zit achterin de klas, niet zichtbaar voor de kinderen, met drie omgekeerde kaarten voor zich. Op de kaarten staan bijvoorbeeld een cirkel, een vierkant en een driehoek. De leerkracht draait bij elke

beurt een willekeurige kaart om en bekijkt deze goed. De leerlingen moeten de figuur raden die op de kaart staat en deze aanstrepen op een papier.

Van Busschbach ging niet over een nacht ijs. Hij liet veertig leerkrachten en 1434 leerlingen dit spel uitvoeren. Dit leverde in totaal 51 624 gissingen op. Hier van waren er 17 761 juist. Dat is meer dan de kansberekening aangeeft, er is sprake van een significant verschil.

9 Onderzoek of de uitspraak aan het eind van de tekst juist is bij een significantieniveau van 1%.

Opgevat als een toetsingsprobleem lijkt mij dit nu duidelijk tweezijdig. Uit de context kan ik niet opmaken welke kant ik moet toetsen en in de conclusie is sprake van een 'significant verschil' en niet van 'significant te veel'. Maar volgens het correctiemodel moet er rechts-eenzijdig worden getoetst en sterker nog, in de WiskundeE-brief nr. 58 (Examenspecial 3) lees ik bij de afspraken regionale normbespreking Goes vwo WA:
vraag 9: Hypothese moet goed vermeld worden; anders 1 punt aftrek (zie corr. model)
verkeerde p: 1 punt aftrek
2-zijdig getoetst: 1 punt aftrek
linkszijdig getoetst: 3 punten aftrek.

Het kan toch niet de bedoeling zijn leerlingen het data snooping expliciet aan te leren?

vwo Wiskunde A, 1998-II

In het examen vwo Wiskunde A 1998, tijdvak 2, staat de volgende opgave:

In een Engels tv-programma over Tsjernobyl werd gemeld: in de periode van 1 april 1986 tot 1 april 1990 overleden ten minste 700 mensen van de 45 000 mensen die op het moment van de ramp werkzaam waren in de omgeving van het reactorterrein. Een statisticus gaf als reactie: 'Als dit aantal van 700 waar is, dan is dit zeer hoog. In elke bevolkingsgroep van 600 000 gezonde mensen die deelnemen aan het arbeidsproces zouden er normaal gesproken in een periode van 4 jaar zo'n 7000 zijn overleden. Zelfs met een significantieniveau van 0,1% is het aantal van 700 hoog te noemen.'

3 Onderzoek of de statisticus gelijk heeft.

Ook hier geldt dat het correctievoorschrift een rechtsezijdig toetsingsprobleem voorschrijft en ook hier ben ik van mening dat de context daar niet toe dwingt. Maar als je eerst aan de data snuffelt ...

Tot slot

Er is een tijd geweest dat Dr. B. van Putten van de Landbouw Universiteit Wageningen de examens screende op methodologische misers in de statistiekopdrachten. Toen ik Bram de laatste keer sprak vertelde hij me dat hij daarmee was gestopt. Maar is hij ook opgevolgd door een andere deskundige?

40 jaar geleden

De academische opleiding van de wiskundeleraar

door Prof. Dr. J.C.H. Gerretsen

Met uitzondering van de beschrijvende meetkunde wordt op onze scholen geen wiskunde geleerd, die verband houdt met de ontwikkeling van de wetenschap na 1800. En juist de 19e eeuw is in de geschiedenis van de wiskunde een periode zonder weerga. Vele nieuwe gebieden werden ontsloten, eeuwenoude problemen werden tot oplossing gebracht, de literatuur zwol tot in het onmetelijke aan. Onze eeuw heeft veel bijgedragen tot het fundamentele onderzoek en de consolidering van hetgeen de vorige eeuw heeft overgeleverd. Thans is men er in geslaagd aan de wiskunde een vorm en een volmaaktheid te geven, die door geen enkele andere wetenschap ook maar bij benadering is bereikt. Dit alles is aan de school volledig voorbijgegaan. De situatie vertoont een opvallende tegenstelling met die, waarin zich thans het onderwijs in de natuurwetenschappen bevindt. Men overdrijft niet met de bewering, dat de school de ontwikkeling van deze vakken op de voet volgt, dat de leerstof op school -zij het met een zekere vertraging- een getrouw beeld geeft van de feitelijke stand van zaken. Immers, de leerlingen worden onderwezen in atoomtheorie, beginselen van de kernfysica, het periodiek systeem der elementen, valentietheorie, theorie der chemische evenwichten, erfelijkheidsleer, cytologie, enz. En dit alles op een wetenschappelijk verantwoorde wijze, doordat men de leerlingen doet zien, hoe men tot resultaten komt, welke fundamentele principes richtinggevend zijn. Bij de wiskunde is de toestand een geheel andere. Een abiturient, die getrouw aan het programma is onderwezen, heeft niet het flauwste benul van hetgeen momenteel in de wiskundige wetenschap gaande is. Het is bijkans onmogelijk hem uit te leggen, welke problemen heden ten dage de mathematici bezig houden, in welke gebieden vooruitgang is geboekt, en waarom de wiskunde een steeds belangrijker plaats in onze samenleving gaat innemen.

Uit: Euclides 34 (1958-1959), blz. 5

Wiskunde A-lympiade

Het Freudenthal instituut organiseert dit jaar voor de tiende keer de wiskunde A-lympiade. Vorig jaar hebben ruim 3500 leerlingen deelgenomen.

De voorronde van de A-lympiade vindt plaats op vrijdag 20 november van 9.00 - 16.00 op de scholen.

Informatie en aanmeldingsformulieren zijn begin september naar alle scholen gezonden.

Inlichtingen: Mw. A. van der Heiden, tel. 030-2611611, fax 030-2660430

email: alympiade@fi.uu.nl

Rectificatie

In het vorige nummer van Euclides heeft eerder een andere datum gestaan voor deze voorronde.

De redactie biedt voor mogelijke verkeerde planningen haar verontschuldiging aan.

De juiste datum is dus:

Voorronde op de scholen
20 NOVEMBER 1998

1/4 pagina advertentie
Hogeschool Amsterdam

OPROEP *nieuwe redacteurs*

Wegens het periodiek aftreden van een aantal redacteurs, zoekt Euclides met ingang van 1 april 1999 nieuwe redacteurs.

De belangrijkste taak van redacteurs is artikelen te (doen) schrijven over die sector binnen het wiskundeonderwijs, waarmee zij affiniteit hebben.

Tevens worden zij ingeschakeld bij het commentariëren van ingezonden artikelen.

Aan redacteurs voor de sector vbo/mavo is dringend behoefte.

U kunt informatie inwinnen of zich aanmelden bij de voorzitter:

Victor Schmidt
Verlengde Grachtstraat 43
9717 GE Groningen

Informatie inwinnen kan ook telefonisch op **050-3134866** ('s avonds)

De redactie vergadert minimaal drie keer per jaar. Nieuwe redacteurs worden benoemd door het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraars op voordracht van de redactie.

Bij de update van de ledenadministratie heeft een aantal leden aangegeven dat zij mogelijk belangstelling hebben voor activiteiten voor Euclides. Zij zullen door de redactie in de loop van het schooljaar persoonlijk benaderd worden en hoeven niet te reageren op deze oproep.

1/2 pagina advertentie
APS

1/2 pagina advertentie
APS

Oplossingen, nieuwe opgaven en correspondentie over deze rubriek aan

Jan de Geus
Valkenboslaan 262-A,
2563 EB Den Haag

Recreatieve

In de loop van een jaar verschijnen er vele (wiskundige) puzzelboeken. Vaak is het een herhaling van bestaand materiaal of het zijn te kinderlijke opgaven. Maar soms verschijnt er een juweeltje met veel oorspronkelijk materiaal.

Ik heb het over ‘Dissections: Plane & Fancy’ van Greg N. Frederickson (1997, Cambridge University Press, ISBN 0-521-57197-9).

Meetkundige verdeelpuzzels zijn altijd al onderwerp geweest van recreatieve wiskunde. Velen kennen de scharnierpuzzel van Dudeney: draai je de vier stukken de ene kant op, dan ontstaat er een gelijkzijdige driehoek. Draai je de andere kant op, dan ontstaat er een vierkant! Eindelijk weet ik nu de bron: de puzzelrubriek in de ‘Weekly Dispatch’ van 6 april 1902.

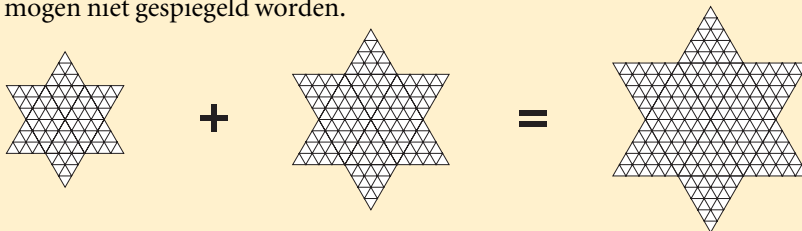
Zo kan ik nog wel uren doorgaan: sla een willekeurig hoofdstuk op en geniet van de soms zeer slimme verdelingen, en als het een bekende opgave is: in de uitgebreide bibliografie vinden we de bron.

Allerlei methoden worden erg duidelijk uitgelegd, zowel in het platte vlak als in de ruimte. In de lessen techniek kunnen de leerlingen de volgende kubussen verzagen: $1 \times 1 \times 1$, $6 \times 6 \times 6$ en $8 \times 8 \times 8$. In slechts 8 stukken kunt u er een $9 \times 9 \times 9$ kubus van maken!

Uniek voor dit puzzelboek zijn de kaders, waarin de levensbeschrijving staat van de bedenker van de besproken verdeling. Zo komt dit boek ook werkelijk tot leven.

Als liefhebber van Pythagoras dit keer een ‘alternatief bewijs’ voor $3^2 + 4^2 = 5^2$.

Verdeel een hexagram met zijde 3 en een hexagram met zijde 4 in zo weinig mogelijk stukken om daarmee een hexagram met zijde 5 te maken. De stukken mogen niet gespiegeld worden.



Na inzending binnen één maand kunt u maximaal 5 punten verdienen. Deze zijn bestemd voor de doorlopende ladderwedstrijd. Met ingang van deze jaargang ontvangt de winnaar een boekenbon van VIJFTIG gulden.

Oplossing 684

Sommetjes maken met gebruikmaking van optellen, aftrekken, vermenigvuldigen of delen bleek bij veel lezers in de smaak te vallen. Met vier opeenvolgende getallen moest een vaste uitkomst worden gemaakt. Nam men als uitkomst 17, dan waren er 13 opeenvolgende sommetjes te maken.

$$\begin{array}{lll}
 17 = 3 \times (2 + 4) - 1 & = 3 \times (1 + 4) + 2 & \\
 17 = 3 \times 5 + 4 - 2 & = 2 \times 5 + 3 + 4 & = 3 \times (2 + 5) - 4 \\
 17 = 3 \times 5 + 6 - 4 & = 3 \times 6 + 4 - 5 & = 4 \times 5 + 3 - 6 \\
 17 = 4 \times 7 - 5 - 6 & = 5 \times (6 - 4) + 7 & \\
 17 = 5 \times (8 - 6) + 7 & & \\
 17 = (7 - 6) \times 8 + 9 & = (7 - 6) \times (8 + 9) & = (9 - 6) \times 8 - 7 \\
 17 = (9 - 8) \times 7 + 10 & = (9 - 8) \times (7 + 10) & = (7 + 10)/(9 - 8) \\
 17 = (11 - 10) \times 8 + 9 & = (11 - 10) \times (8 + 9) & = (11 - 8) \times 9 - 10 \\
 17 = 12 + 10/(11 - 9) & & \\
 17 = 12 + 10/(13 - 11) & & \\
 17 = 13 + 12/(14 - 11) & & \\
 17 = 15 \times (14 - 12) - 13 & = 15 + (12 + 14)/13 & \\
 17 = 15 \times (16 - 14) - 13 & &
 \end{array}$$

Van de computeraars *Harm Bakker* (45 punten), *Marum* en *Ad Boons* (53 punten), Tilburg ontving ik eensluitende tabellen met maximale lengte.

uitkomst	max. viertal	uitkomst	max. viertal
5	(7,8,9,10)	21	(5,6,7,8)
6	(5,6,7,8)	22	(6,7,8,9)
7	(6,7,8,9)	23	(4,5,6,7)
8	(4,5,6,7)	24	(7,8,9,10)
9	(5,6,7,8)	25	(8,9,10,11)
10	(6,7,8,9)	26	(5,6,7,8)
11	(7,8,9,10)	27	(5,6,7,8)
12	(8,9,10,11)	28	(9,10,11,12)
13	(9,10,11,12)	29	-
14	(10,11,12,13)	30	(3,4,5,6)
15	(7,8,9,10)	31	-
16	(12,13,14,15)	32	(1,2,3,4)
17	(13,14,15,16)	33	-
18	(9,10,11,12)	34	-
19	(9,10,11,12)	35	-
20	(12,13,14,15)	36	(8,9,10,11)

Na loting is met 64 punten winnaar geworden van een boekenbon van f 50,-:

Lourens van den Brom
 Ruimtevaartlaan 45
 1562 BB Krommenie

Heel hartelijk gefeliciteerd!

R
e
c
r
e
a
t
i
e

KALENDER

In deze kalender kunnen alle voor wiskundedocenten toegankelijke en interessante bijeenkomsten worden opgenomen. Hieronder treft u de verschijningsdata aan van Euclides in het komende schooljaar. Achter de verschijningsdatum is de deadline voor het inzenden van mededelingen vermeld. Voor of op die datum dienen uw mededelingen bij de hoofdredacteur te zijn. Dit kan ook via e-mail: cph@xs4all.nl

nr.	versch.	deadline
2	15-10-98	03-09-98
3	26-11-98	15-10-98
4	07-01-99	19-11-98
5	18-02-99	07-01-99
6	01-04-99	18-02-99
7	17-05-99	01-04-99
8	24-06-99	13-05-99

Data nieuwe schooljaar
Wil eenieder die relevante data heeft voor het nieuwe schooljaar deze zo spoedig mogelijk doorgeven aan de hoofdredacteur: cph@xs4all.nl

VeEX, Conferentie techniek in het huishouden
do. 24 september 1998
ROC, Amerikalaan 109, Utrecht,
VeEX: tel. 030-2856746
Zie aankondiging 73-8, blz. 280

Wetenschap en Techniek-Week
za. 3 oktober - zo. 11 oktober 1998
Zie informatiekrant op de scholen.

APS-conferentie
wo 7 oktober 1998, Utrecht
Wiskunde: Op weg in de Tweede Fase
APS: 030 - 2856722

APS-conferentie
wo. 14 oktober 1998, Utrecht
Wiskunde: trends op weg naar het vmbo
APS: 030 - 2856722

Panama-conferentie
wo. 4, do. 5 en vr. 6 november 1998
Reken-/Wiskundeonderwijs
Freudenthal instituut:
030 - 2611 611

Jaarvergadering en studiedag NVvW
za. 14 november 1998
Tweede aankondiging zie blz. 19

Wiskunde A-lympiade
vr. 20 november 1998
!!!!!!!
(i.t.t. eerdere berichten)
Freudenthal instituut:
030 - 2611 611
Aankondiging blz. 32

Nationale Wiskunde Dagen
vr. 5 en za. 6 februari 1999
Freudenthal instituut:
030 2611 611
Aankondiging volgt later

Examendata
vbo/mavo C/D
di. 18 mei 1999
havo wiskunde A
ma. 17 mei 1999
havo wiskunde B
wo. 26 mei 1999
vwo wiskunde A
do. 27 mei 1999
vwo wiskunde B
do. 20 mei 1999

Internetsites voor wiskundedocenten:

NVvW-website
Op de komende jaarvergadering zal de officiële NVvW-website ten doop worden gehouden, boordevol interessante informatie voor wiskundedocenten.

Het is de bedoeling dat daarin ook de nascholingsmogelijkheden voor

wiskundedocenten worden opgenomen. Instellingen die nascholing uitvoeren kunnen hun data en omschrijvingen digitaal aanleveren bij Gerard Koolstra:
GerardK@xs4all.nl

NVvW e-mail
De NVvW beschikt al enige tijd over een e-mail adres: NVvW@euronet.nl

Wiskunde-brief
Docenten kunnen zich nog steeds aanmelden voor het e-mail-netwerk: Wiskunde-brief. Per e-mail wordt u dan op de hoogte gehouden van nieuws, reacties commentaren, etc. Aanmelden bij: Andriess@concepts.nl of GerardK@xs4all.nl

Nog wat sites:

Nationale Wiskunde Dagen 1999
www.fi.uu.nl/nwd

Centrum Vrouwen en Exacte Vakken
ns1.svm.nl/VeEX/

Wiskunde Olympiade
nationaal:
olympiads.win.tue.nl/nwo
internationaal:
www.oma.org.ar/imo97/index-en.html

Pythagoras
www.wins.uva.nl/misc/pythagoras

Suggesties voor interessante sites zenden aan: Kees Hoogland
e-mail: cph@xs4all.nl

Advertentie
Hewlett-Packard

Wolters-Noordhoff biedt u de keuze

Moderne wiskunde 7e editie

Netwerk 2e editie

Beschikbaar voor het schooljaar 1998/1999

Tweede Fase havo en vwo

	Moderne wiskunde 7e ed.	Netwerk 2e ed.	Domein
Reeds verschenen:			
havo	A1 en B1 deel 1*	A1 en B1 deel 1*	Veranderingen, Tellen en Kansen
	A1 deel 2*	A1 deel 2*	Verbanden, Statistiek
	B1 deel 2*	B1 deel 2*	Toegepaste analyse 1, Ruimte meetkunde 1
vwo	A1 en B1 deel 1*	A1 en B1 deel 1*	Functies en grafieken, Discrete analyse
Zojuist verschenen:			
vwo	A1 en B1 deel 2	A1 en B1 deel 2	Combinatoriek en kansrekening
	A2 deel 1/B1 deel 3	A2 deel 1/B1 deel 3	Meetkunde
Binnenkort verschijnt:			
havo	A2 okt. 98	A2 okt. 98	Toegepaste analyse, Binomiale verdeling
	B1 deel 3 dec. 98	B1 deel 3 jan. 99	Kansrekening en statistiek
	B2 deel 2 okt. 98	B2 deel 1 okt. 98	Ruimte meetkunde 2
	B2 deel 1 jan. 99	B2 deel 2 feb. 99	Toegepaste analyse 2

Basisvorming

Moderne wiskunde 7e ed.	Netwerk 2e ed.
Reeds verschenen:	
1a havo vwo*	1 havo vwo*
1b havo vwo*	
1a mavo havo (vwo)*	1 mavo havo (vwo)*
1b mavo havo (vwo)*	
1a vbo mavo*	1 vbo mavo*
1b vbo mavo*	
Zojuist verschenen:	
1a vbo	1 vbo
1b vbo	

*) U vindt deze delen in de beoordelingspakketten. Heeft u nog geen pakket aangevraagd? Neem dan contact op met onze voorlichter Elka van der Steeg. Bent u gebruiker van Moderne wiskunde 7e editie of Netwerk 2e editie? Dan kunt u gebruikersexemplaren aanvragen van de zojuist verschenen en binnenkort te verschijnen delen van uw methode: Elka van der Steeg, tel (050) 522 63 11, fax (050) 522 62 55, email: voorlichting.vo.exact@wolters.nl.

Wolters-Noordhoff
Postbus 58
9700 MB Groningen
Telefoon (050) 522 63 11

**Wolters
Noordhoff**