

Orgaan van de
Nederlandse Vereniging
van Wiskundeleraren

EUCLIDES

Vakblad voor de wiskundeleraar

jaargang 71

1995-1996 nov./dec.

3

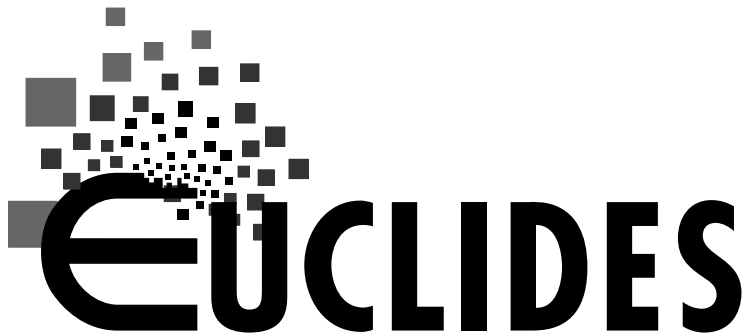


**Reacties op de
voorstellen van de
vakontwikkelgroep**

**Adriaan Kluit,
eerste Nederlandse
hoogleraar statistiek**

Meetkunde in 3d





EUCLIDES

Redactie

Dr. A.G. van Asch
Drs. R. Bosch
Drs. J.H. de Geus
Drs. M.C. van Hoorn *hoofred.*
J. Koekkoek
Ir. W.J.M. Laaper *secretaris*
N.T. Lakeman
W. Schaafsma
Ir. V.E. Schmidt *penningmeester*
Mw. Y. Schuringa-Schogt *eindred.*
Mw. drs. A. Verweij
A. van der Wal
Drs. G. Zwaneveld *voorzitter*

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 8 maal per cursusjaar.

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij drs. M.C. van Hoorn, Noordersingel 12, 9901 BP Appingedam. Voor meer informatie: zie 'Richtlijnen voor auteurs' op bladzijde 94. De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 2 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter

dr. J. van Lint, Spiekerbrink 25, 8034 RA Zwolle, tel. 038-4539985.

Secretaris

R.J. Bloem, Kornoelje 37, 3831 WJ Leusden.

Ledenadministratie

Mw. N. van Bommel-Hendriks, De Schalm 19, 8251 LB Dronten, tel. 0321-312543.

Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v.

Wiskundeleraren te Amsterdam.

De contributie bedraagt f65,00 per verenigingsjaar; voor studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de VVWL f47,50; contributie zonder Euclides f40,00.

Opgave van nieuwe leden aan de ledenadministratie.

Opzeggingen vóór 1 juli.

Abonnementen niet-leden

Abonnementsprijs voor niet-leden f71,00. Een collectief abonnement (6 exemplaren of meer) kost per abonnement f48,00. Opgave bij de ledenadministratie (adres: zie boven).

Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgiro hebben ontvangen.

Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar.

Annuleringen dienen vóór 1 juli te worden doorgegeven aan de ledenadministratie.

Losse nummers f12,50.

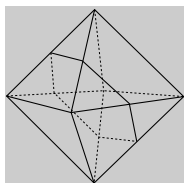
Advertenties

Advertenties sturen naar:

C. Hoogsteder, Prins Maurits Hof 4, 7061 WR Terborg; tel. 0315-324337 of naar:

L. Bozuwa, Merwekade 90, 3311 TH Dordrecht; tel. 078-6145522.

Inhoud



M van Hoorn Veranderingen in het havo/vwo en in het mavo/vbo	74
Anne van Streun Reactie op het voorstel voor examenprogramma's wiskunde in de profielen voor havo en vwo	75
Korrel	78
In memoriam Piet ten Kortenaar	80
Ida H. Stamhuis 'De met cijfers bedekte negentiende eeuw' deel 1: Adriaan Kluit, eerste Nederlandse hoogleraar in de statistiek	80
C.J. van de Giessen Bezwaren tegen de invoering van de grafische rekenmachine	85
Middenpagina's met o.a. Reactie NVvW-bestuur op voorstellen Vakontwikkelgroep	87
M. van Hoorn Verslag van een hearing	95
Werkbladen	96
Hub Boreas Meetkunde in 3d	98
Wim den Ouden Wiskunde-havo-B-examens	100
Agnes Verweij Computer Algebra in het Wiskunde Curriculum	101
40 jaar geleden	103
Martinus van Hoorn 'Elke leraar moet plezier hebben in zijn vak' Interview	104
Recreatie	106
Sjoerd Schaafsma Het vijfhoeksgetal 70	108
Aankondiging Wintersymposium	108

Veranderingen in het havo/vwo en in het mavo/vbo

M. van Hoorn

Veranderingen in het havo/vwo

In dit nummer staan bijdragen over de wiskundeprogramma's in de voorgestelde profielen voor de bovenbouw van het havo en vwo. De commissie - Ginjaar-Maas is tot een indeling in vier profielen gekomen: Natuur & Techniek, Natuur & Gezondheid, Economie & Maatschappij, Cultuur & Maatschappij. Binnen elk van deze profielen en in het zgn. gemeenschappelijke deel voor het vwo is door de Vakontwikkelgroep Wiskunde een wiskundeprogramma beschreven. Het artikel van Anne van Streun is een kritische beschouwing van de voorgestelde programma's.

Bert Zwaneveld schrijft in de *Korrel* over het samenvallen van de invoering van een nieuw wiskundeprogramma met een algemene herstructurering. Dat is volgens hem geen garantie voor succes. De voorbeelden van het tegendeel zijn er.

Verder vindt u in dit nummer een kort verslag van een hearing van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren over de inhoud van de nieuwe programma's. Het meest opvallend is eigenlijk de geringe deelname aan deze hearing.

Op 7 september heeft de Vakontwikkelgroep Wiskunde zelf ook een hearing ('veldraadpleging') gehouden. Van 40 à 50 scholen was een leraar uitgenodigd, die zijn/haar mening kon geven. Van wat er op de veldraadpleging gezegd is, is niets naar buiten gebracht. Voor alle vakken vonden de veldraadplegingen op dezelfde wijze plaats.

Saillant detail was, dat de uitnodigingen voor de veldraadplegingen werden verzonden door de SLO. In NVOX, het blad voor de leraren natuurkunde, scheikunde en biologie, werd al eens gesproken over de SLO-werkgroep in plaats van de Vakontwikkelgroep. Zo manifesteert zich een belangenverstrengeling.

Er gaan nu op heel bescheiden schaal experimenten lopen. Aan het Liemers College te Zevenaar en het Cals College te Nieuwegein wordt gekeken naar onderdelen van de statistiek en kansrekening, en naar discrete dynamische modellen. Het werken met de grafische rekenmachine wordt ook onderzocht.

Het zgn. Studiehuis acht men blijkbaar geen punt van discussie. Er zijn immers, heet het, al scholen die op zo'n manier werken. Dat is waar, althans: er zijn scholen die zich profileren als scholen waar de leerlingen zelfstandig wer-

ken. Niemand schrijft over het uitleggen van de kettingregel op die scholen. Ik veronderstel dat die gewoon netjes klassikaal wordt uitgelegd, maar dat weet ik niet zeker.

Veranderingen in het mavo/vbo

Niet alleen de bovenbouw van het havo/vwo mag een herstructurering tegemoet zien, ook het mavo/vbo wordt op de schop genomen. Hier is de commissie - Van Veen mee bezig. Inmiddels is een rapport verschenen, waarop de Staatssecretaris een beleidsreactie heeft geschreven. Het gaat nog niet zozeer over de programma's die in de voor mavo en vbo voorgestelde *leerwegen* moeten worden gegeven.

We zouden over de plannen voor het mavo/vbo uitvoerig kunnen schrijven. Een verklarend woordenboek is er wel bij nodig. Is *leerweg* een nieuw eufemisme voor *niveau*? Die vraag schijnt niet te mogen worden gesteld. Iedereen weet dat het werken op verschillende niveaus onvermijdelijk is. Maar mensen buiten het onderwijs willen daar het liefst niets van weten.

Intussen is wel doorgedrongen dat de afsluiting van de basisvorming problemen geeft. De niveaukwestie speelt sterk mee. Vast staat dat men deze afsluiting koste wat het kost wil handhaven. Dus zal het voor sommige groepen leerlingen zo zijn, dat hun examen vbo overeen komt met de afsluiting van de basisvorming. Dat dan de doelstelling van de basisvorming geweld wordt aangedaan, zij zo?

Er staat ook iets anders vast, als de plannen doorgaan: voor categorale mavo's, voor scholengemeenschappen met mavo maar zonder

vbo, en voor vbo-scholen en vbo-afdelingen met weinig soorten vbo is geen plaats meer. De plannen van de commissie Van Veen zijn onder meer een nieuwe impuls tot fusies. De herstructurering van het mavo/vbo is dus vooral een politieke zaak, en niet een onderwijskundige.

Niet een onderwijskundige? In theorie lijkt het toch zeer aantrekkelijk dat mavo/vbo en vervolgonderwijs - mbo - beter op elkaar worden afgestemd? Dat is natuurlijk zo. Maar het tot in details omschrijven van 'kwalificaties' leidt er ook toe, dat leerlingen eerder moeten kiezen, of dat gemaakte keuzes zgn. fout zullen blijken. Als je meer details regelt, neemt de kans op afwijkingen toe.

De bureaucratie wil natuurlijk wel graag alles regelen. De bureaucratie kan het menselijk gedrag, van mavo/vbo-leerlingen in dit geval, niet regelen.

Wiskundeleraren, net zo goed als andere leraren, zullen eerst moeten afwachten welke programma-wijzigingen nodig zijn om de plannen voor het mavo/vbo door te voeren.

Uw redactie probeert deze ontwikkelingen te volgen.

Tijd voor een gedegen en goed onderbouwde

beschouwing over de voorgestelde plannen is

eigenlijk niemand gegund. Het hierna volgende is

een beknopte weergave van een commentaar.

Reactie op het voorstel voor

examenprogramma's

wiskunde in de profielen voor

havo en vwo

Anne van Streun

Algemeen

Om het najagen van hobby's en particuliere belangen te vermijden, is het noodzakelijk eerst enkele criteria vast te stellen, waaraan een nieuw examenprogramma moet worden getoetst. Voor de vuist weg kom ik op zes invalshoeken, waarvan drie betrekking hebben op de keuze van de leerstof of de leerdoelen, en drie op aspecten van implementatie of haalbaarheid.

Leerstof en leerdoelen kunnen worden gemotiveerd op grond van:

- doelen van het algemeen vormend onderwijs, het havo en vwo;
- doelen van het aansluitend vervolgonderwijs, het hbo en wo;
- doelen voortkomend uit de wetenschappelijke discipline, in ons geval de wiskunde.

Implementatie zoals bedoeld, of kortweg de haalbaarheid, hangt af van:

- de omvang van de leerstof;
- de beheersing door de docenten van de voorgestelde leerstof;
- organisatorische mogelijkheden in de school.

Om de omvang te kunnen vergelijken met de huidige situatie houd ik de officiële norm aan:

100 uur studielast komt overeen met 78 lesuren van 50 minuten.

(zie het SVO-onderzoek en bijvoorbeeld het NGL-blad van 26 augustus 1995). Tot nu toe gaan we uit van een effectief schooljaar van 30 à 35 weken, en in de examenklas 20 à 25 weken. Zeg: 50 weken voor de beide laatste klassen van havo en vwo. Die 78 lesuren rond ik maar af naar 75 lesuren van 50 minuten, zodat ik het aantal lesuren **nu** uit de voorgestelde studielast **straks** kan vinden door het laatste getal met 0,75 te vermenigvuldigen.

Het havo-profiel Cultuur & Maatschappij

Het zal duidelijk zijn dat in dit profiel de wiskunde primair bestemd is om de algemene vorming wiskunde voor alle havisten af te ronden. Er zijn geen duidelijke eisen van vervolgopleidingen en deze leerlingen gaan niet verder met wiskunde. De keuze voor hoofdstukken uit de gebieden Tabellen, Grafieken & Formules, en Statistiek & Kansrekening uit het huidige vak wiskunde A ligt dus voor de hand.

Een omvang van de studielast van 160 uur **straks** komt overeen met 120 lesuren **nu**, dat wil zeggen 2 tot 3 lesuren in 4 en 5 havo. Wiskunde A kan nu ruim in 4 lesuren per week in 4 en 5 havo worden afgerond. De gekozen deelverzameling uit wiskunde A voor dit profiel lijkt redelijk te doen. De docenten zijn er mee vertrouwd en het sluit goed aan op de nieuwe onderbouw. Organisatorisch is er het probleem dat op inhoudelijke gronden alle leerlingen uit twee profielen eerst dit deel moeten doen, waarna de leerlingen uit het profiel Economie & Maatschappij verder gaan met de wiskunde die hierop voortbouwt. Zonder dat een school werkt met modules, zie ik dat niet zo soepel worden uitgevoerd.

Het havo-profiel Economie & Maatschappij

De uitbreiding van 120 uur (90 lesuren nu) in dit profiel, met meer Statistiek & Kansrekening, en vooral met differentiaalrekening die wordt toegepast op economische probleemsituaties, is een duidelijke versterking van de aansluiting uit dit profiel naar het vervolg-onderwijs, vergeleken met de huidige situatie voor het vak wiskunde A. Een winstpunt, gelet op de criteria voor de leerstofkeuze. Ook het structureel gebruiken van de grafische rekenmachine en de inzet van de

computer zijn pluspunten. De omvang van dit extra deel kan snel uit de hand lopen, zodat een duidelijker begrenzing noodzakelijk is. De leerstof is voldoende bij de docenten bekend en de moeilijkheid bij stapelen op C&M is al gesignaleerd.

Het havo-profiel Natuur & Gezondheid

De wiskunde in de profielen N&G en N&T wordt niet alleen bepaald door de vervolgopleidingen, maar ook door de grote overlap. Kijken we naar de vervolgopleidingen van N&G dan zijn onderwerpen als Toegepaste Analyse (met inzet van de grafische rekenmachine) en Kansrekening & Statistiek relevant. Alleen de ruimtemeetkunde zal vanuit een afronding van de algemene vorming moeten worden gemotiveerd en gezien de inhoud is dat ook niet erg onlogisch. Wiskunde B havo is in de huidige omvang in ongeveer 5 lesuren per week in 4 en 5 havo te doen. Dat komt overeen met een studielast van ruim 320 uur. Enige verlichting van het huidige programma wiskunde B leidt dus tot een acceptabele omvang. Hoewel de ruimtemeetkunde inderdaad is ingeperkt, komt daar een nieuw blok Statistiek & Kansrekening bij. Weer is er dringend behoefte aan een duidelijker begrenzing van de opgesomde onderwerpen. Organisatorisch is de combinatie van twee profielen van belang. Het blijft een feit dat voor het hbo dat aansluit op N&G, de wiskunde uit E&M een gelijkwaardige toegang biedt. Een leerling die N&G doet en wil aanvullen met E&M heeft er mijns inziens geen andere wiskunde bij te nemen. De omgekeerde weg, naast E&M het profiel N&G doen, mag m.i. ook voor de wiskunde geen grote problemen opleveren! Leerboeken die modulair zijn opgebouwd, kunnen die flexibiliteit prima ondersteunen. Scholen zullen de

uitgevers daarvoor dankbaar zijn ... Op deze manier georganiseerd kunnen leerlingen (onder andere: meisjes) die de keuze tussen E&M en N&G nog even willen uitstellen, langer ervaring opdoen met wiskunde B.

Het havo-profiel Natuur & Techniek

Kijken we naar de vervolgopleidingen, met name naar het hoger technisch en hoger agrarisch onderwijs, dan is het duidelijk dat de Toegepaste Analyse (natuurkundige en technische contexten) in combinatie met het gebruik van de grafische rekenmachine en passende computer-software, hoogst relevant is. Kijken we nu naar het voorgestelde programma, dan zien we een discrepantie met dit criterium van het hoger technisch en agrarisch onderwijs. De ruimtemeetkunde wordt niet door het hbo gevraagd en in het technische hbo is statistiek en kansrekening nooit een belangrijk vak in het eerste studiejaar geweest, en zal het dat ook niet worden. Daarnaast is de beschrijving van Ruimtemeetkunde 2 zo kaal, dat relevante technische en constructieve contexten en problemen kennelijk niet worden bedoeld. Alleen het onderwerp *Onderlinge ligging van punten, lijnen en vlakken* kan wellicht worden gemotiveerd uit de structuur van de wiskunde, tenminste als het de bedoeling is om het redeneren op basis van een verzameling stellingen als leerdoel te kiezen.

Wegens de vereiste overlap met N&G (op mesoniveau en macroniveau begrijpelijk) bevat de wiskunde voor N&T dus 40 uur Tellen en Kans en 80 uur Ruimtemeetkunde 2, welke beide niet erg relevant zijn voor het vervolgonderwijs. Er blijft 320 uur Toegepaste Analyse e.d. over en dat is nog steeds meer dan de ruimte die dit onderdeel krijgt in het huidige vak wiskunde B. Toch een goede uitkomst voor het ver-

volgonderwijs en voor de leraren en leerlingen die wiskunde B in het havo overladen vonden. Hopelijk beheersen de ontwikkelaars zich en bedenken zij er geen nieuwe leuke topics bij ... Een duidelijker begrenzing is noodzakelijk.

Conclusies ten aanzien van de havo-profielen

Er zijn verscheidene pluspunten, zoals de scheiding tussen algemeen vormend onderwijs en het voorbereiden op het economische hbo, de toegepaste analyse in E&M, de integrale invoering van de grafische rekenmachine, het computergebruik en een mogelijk rustiger programma in N&G en N&T. Dat laatste kan alleen worden bereikt als het programma duidelijker wordt begrensd. Een lastig schoolorganisatorisch punt is de (gedeeltelijke) stapeling van twee profielen.

Gemeenschappelijk Deel vwo

Op dit moment bestaat het gemeenschappelijk deel wiskunde in het vwo uit het programma in 4 vwo. De meeste scholen werken daar met 3 lessen per week; omgerekend in studielast is dat 140 uur. Dat programma bestaat voor driekwart uit functies, veranderingen in functies en de eerste beginselen van de differentiaalrekening toegepast op veeltermfuncties, exponentiële en logaritmische functies, periodieke functies en gebroken functies. Per schoolboek varieert het accent op de typen functies enigszins. Daarnaast doen de scholen meestal een hoofdstuk statistiek en een hoofdstuk ruimtemeetkunde. Het huidige programma in 4 vwo legt een basis voor zowel wiskunde A als wiskunde B. Het aantal voorgestelde uren studielast in het gemeenschappelijke deel gaat naar 280, een verdubbeling volgens de al eerder genoemde normen. De voorgestelde invulling van zo'n 6 lessen per week is onthutsend. Het

lijkt erop dat de plannenmakers eerst de programma's voor de profieldelen hebben bedacht en daarna het gemeenschappelijke deel hebben gevuld met onderwerpen die over waren. Van een goede longitudinale planning lijkt geen sprake!

De binnenkomende leerlingen uit 3 vwo hebben al ruim ervaring opgedaan met allerlei typen verbanden, en zijn er klaar voor om nu op een meer analytische manier, ondersteund door de grafische rekenmachine, die soorten functies nader te onderzoeken. Daarvoor is geen 120 uur Functies en Grafieken met Algebra (!?) nodig, dat is bijna al de nu beschikbare tijd in 4 vwo. Met de helft kan worden volstaan, als de grafische rekenmachine vanaf het begin goed wordt gebruikt. De 40 uur Meetkunde is veel te veel voor twee profielen. Een afronding van 40 uur algemene vorming zoals in 4 havo N&G, of zoals in Ruimtelijke Objecten is ruim voldoende. Nu ook Statistiek & Kansrekening een plaats heeft gekregen in alle profieldelen is 80 uur daarvoor gerechtvaardigd, even los van de voorgestelde inhoud. Mijn voorstel voor het programma van het essentiële Gemeenschappelijke Deel is:

40 uur Ruimtemeetkunde

Afronding algemene vorming.

40 uur Functies en Grafieken (waaronder vergelijkingen oplossen)

Met de grafische rekenmachine en zonder te differentiëren.

40 uur Veranderingen

Van discreet naar continu met behulp van de grafische rekenmachine.

80 uur Differentiëren

Begripsvorming met behulp van de grafische rekenmachine.

Toepassing op het onderzoek van kenmerken van allerlei functies.

80 uur Combinatoriek en kansrekening

Geen combinatorische puzzeltjes, maar vooral kansverdelingen.

Op deze manier bereidt het gemeenschappelijk deel substantieel voor op alle profielen en is er toch voldoende

variatie, terwijl de haalbaarheid voor alle leerlingen gegarandeerd is op grond van de huidige ervaring met 4 vwo.

(Uiteraard zullen onze natuurkunde-collega's des duivels zijn als die elite wiskundigen het differentiëren zover naar achteren schuiven, terwijl zij het vanouds in het begin van 4 vwo nodig hebben. Weer geen overleg geweest?)

De vwo-profielen C&M en E&M

Een duidelijke verzwarening van het huidige programma wiskunde A, waar nu een aantal van zo'n 200 lessen of een studielast van 280 uur voor beschikbaar is. Met de geplande 320 uur is er enige ruimte voor de extra statistiek (o.a. toetsing van het gemiddelde), de uitbreiding van functies van twee variabelen en de discrete dynamische modellen. Het differentiëren in 80 uur is gans onmogelijk serieus te nemen, maar met de nieuwe invulling van het gemeenschappelijke deel moet het kunnen, als de grafische rekenmachine ook intensief wordt benut. De vervolgstudies zullen er blij mee zijn, het lijkt haalbaar als de nieuwe onderwerpen inderdaad strikt binnen de aangegeven omvang blijven (N.B. ontwikkelaars!) en docenten kunnen er snel vertrouwd mee raken.

De vwo-profielen N&G en N&T

De discussie over de relatie tussen beide profielen N&G en N&T zal ik niet weer aangaan, zie mijn artikelen in Euclides (jaargang 69, nummer 8, bladzijden 231 t/m 237) en de Nieuwe Wiskrant (jaargang 13, nummer 4, bladzijden 17 t/m 24). Voor de aansluiting van de wiskunde naar de vervolgoopleidingen in de medische en biologische sfeer is de wiskunde uit E&M uitstekend geschikt! Kijken we naar de vervolgoopleidingen van Natuur & Techniek, dan gaat het over de Technische Univer-

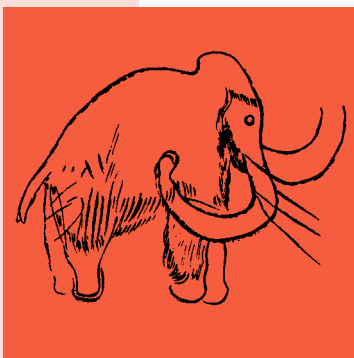
Korrel

30 jaar later: dezelfde fout?

De vakontwikkelgroep wiskunde heeft de benodigde programma's ontwikkeld en met het veld besproken. Hoe het verder zal gaan is nog niet duidelijk, waarschijnlijk gaan ze in 1998 van start. Tegelijkertijd gaat ook een nieuwe opzet voor de bovenbouw vwo-havo van start: het 'Studiehuis'. Dertig jaar geleden was iets dergelijks aan de hand. In 1968 werd met de Mammoetwet het hele voortgezet onderwijs overhoop gehaald en – toevallig of niet – tegelijk ook het wiskundeonderwijs. Was die samenloop wel zo gelukkig? Achteraf geloof ik er niets van. Leraren en leraressen moesten – om maar één aspect te noemen – hun aandacht op beide fronten richten. Door die versnippering heeft de vernieuwing van het wiskundeonderwijs minder opgeleverd dan er van te voren van verwacht werd.

In de sindsdien verstreken 30 jaar is het wiskundeonderwijs alweer behoorlijk veranderd: de onderbouw met de basisvorming en W12-16 (ook zo'n ongelukkige samenloop?) en de bovenbouw met Hewet en Hawex. En voor de bovenbouw zit daar dus weer een dubbele verandering aan te komen: de schoolstructuur en de inhoud van het wiskundeonderwijs. Vervallen we weer in dezelfde fout van de dubbele verandering? Het lijkt er wel op. Ik ben van nature geen onheilsprofeet, maar toch vrees ik nu dat de leerlingen in de bovenbouw met een van de programma's wiskunde in hun pakket het kind van de rekening zullen worden.

Bert Zwaneveld



siteiten en over de β -studies van de algemene universiteiten. In hun eerste studiejaar doen zij een zwaar beroep op de analyse en alle natuurkundige en technische toepassingen van die analyse. In de huidige situatie worden zij door het vwo beëindigd met de analyse in wiskunde B, zo'n 150 lessen of een studielast van 200 uur (de ruimtemeetkunde wordt nergens op prijs gesteld ...). De analyse in het voorstel beslaat 240 uur en daarop nog een combinatie van 60 uur met meetkunde. Ook hier geldt weer dat het domein Differentiaalrekening (40 uur) alleen een reële kans op uitvoering heeft, als mijn voorstel voor het Gemeenschappelijke Deel wordt gehonoreerd. De grote afnemers van onze leerlingen uit dit profiel voor de analyse zullen tevreden moeten zijn over de theoretische omvang van dat onderwerp. De overlap tussen beide profielen bevat nog het statistiekonderwerp Wachtijden en Wachtrijen, waar voorzover mij bekend nergens ter wereld op dit vwo-niveau les over wordt gegeven. Het is zeker geen onderwerp dat in het begin van een medische of natuurwetenschappelijke studie aan de orde komt. De pretentie is dat er een verbinding met de analyse kan worden gelegd. Lukt dat niet dan blijft er een beperkte verzameling probleempjes over (liften en loketten van postkantoren) en moet het niet in het programma worden opgenomen. Het andere onderwerp is Grafentheorie, waarvan het mij niet duidelijk is aan welk criterium die leerstof moet voldoen. Niet algemeen vormend, niet gevraagd door vervolgstudies, geen duidelijk samenhangend wiskundig systeem, niet geschikt voor het leren modelleren en evenmin een fraai voorbeeld van te generaliseren typen bewijzen en redeneringen. In feite is de opsomming alleen maar een verzameling van bekende problemen die deels ad hoc en deels niet wiskundig kunnen

worden opgelost (zie bijvoorbeeld de oude syllabus van het Mathematisch Centrum of collegedictaten van hbo en wo). Het ligt toch veel meer voor de hand om gewoon de Normale Verdeling uit N&G ook voor N&T voor te schrijven, en het eerste deel van 40 uur van de Voortgezette Analyse ook in N&T op te nemen. Dan is N&G gewoon een onderdeel van N&T en zijn veel organisatorische problemen opgelost. Die extra 40 uur gemeenschappelijke analyse lijkt mij onvoldoende reden om de scheiding tussen N&G en N&T te handhaven. Ook met het oog op de keuzeproblematiek wegen de voordelen zwaarder.

We komen nu bij het criterium van de wetenschappelijke discipline, de wiskunde. Vanuit de universitaire wiskundewereld is de dringende wens naar voren gekomen om ruim werk te maken van het wiskundig redeneren, van het bewijzen op basis van duidelijke premissen, van bewijsmethoden. Daarnaast wordt grote waarde gehecht aan een programma dat meer leerlingen zal verleiden om wiskunde te gaan studeren; een meer specifieke lobby van statistici en econometristen is er al in geslaagd om Statistiek & Kansrekening in de B-wiskunde opgenomen te krijgen. De Vlakke Meetkunde is vanouds een domein geweest, waarin het redeneren en bewijzen werd aangeleerd. Met de komst van mooie computerprogramma's is daar nu het exploreren van eigenschappen met voorbeelden en non-voorbeelden bijgekomen. In potentie kan dit onderwerp een mooi stuk B-onderwijs opleveren, waar veel docenten zich goed in kunnen vinden. Mits het duidelijk wordt dat het hier inderdaad gaat om het zelf opbouwen van een deductief systeem, het redeneren op basis van al eerder vastgestelde stellingen, het zelf axiomatiseren van een gebied, zoals Freudenthal het ooit noemde. Het

is de vraag of er niet naast de vlakke meetkunde een ander domein moet worden geselecteerd, waarin dezelfde doelen worden nagestreefd. Getaltheorie bevat veel mooie en verrassende resultaten en allerlei typen redeneringen. Het vervangen van Grafentheorie door Getaltheorie is zeker aan te bevelen, als het voorstel om N&G op te nemen in N&T niet haalbaar blijkt.

Conclusies ten aanzien van de vwo-profielen

Het Gemeenschappelijk Deel moet worden geherprogrammeerd als een rustige uitbreiding van het bestaande gemeenschappelijke deel in 4 vwo. In dat geval zijn de profieldelen voor het onderwerp analyse beter haalbaar. De wiskunde in E&M en C&M zal beter voldoen aan de wensen van de vervolgstudies dan het huidige wiskunde A. Het programma voor N&G en N&T bevat onderdelen, die moeilijk zijn te motiveren. Grafentheorie is een zwakgebod voor deze profielen. N&G helemaal opnemen in N&T heeft veel voordelen en weinig nadelen. Als dat niet gebeurt, dan Grafentheorie vervangen door redeneren en bewijzen met getallen en/of rijen.

Opsommingen van leerstof

Na zoveel leerstofvernieuwingen in het wiskunde-onderwijs sinds 1968 te hebben meegemaakt wil ik wel eens een echte onderwijsvernieuwing zien. Dat houdt onder andere in dat het programma niet vrijwel uitsluitend wordt beschreven in termen van leerstof, maar vooral in termen van de know-how van wiskunde, in termen van probleem oplossen, exploreren, redeneren, bewijzen, onderzoeken, modelleren, abstraheren, enzovoort. Sommige leerstof is dan gereedschap om het ene type doel (bijvoorbeeld modelleren) na te streven, andere

leerstof leent zich beter voor het leren generaliseren of abstraheren. Het ontwerp komt helaas niet verder dan een obligate opsomming van algemene vaardigheden, zonder enige didactische doordenking van de leerstof op haar intrinsieke kwaliteiten.

Het ontwerp is tevens weer een typisch voorbeeld van geïsoleerd hokjesdenken; ons wiskundewereldje heeft niets met de rest te maken. Er blijkt niets van het concept van zelfstandig leren, niets van enig overleg met de andere vakken in hetzelfde profiel, niets van overleg met scholen over de organisatorische gevolgen van sommige voorstellen.

Los zand versus lange leerlijnen

Hoe gaat het nu verder? Krijgen we weer een periode van pakketjes maken en dan ineens een programma, terwijl de schoolboeken al geschreven zijn? Duurt het weer jaren voordat een commissie als voor wiskunde B vwo is ingesteld geweest een zekere uitlijning van het programma voorstelt? Moeten de ontwikkelaars (per definitie liefhebbers) weer een totaalprogramma in elkaar knutselen uit hun eigen pakketjes? Het goede alternatief ligt er al. Benoem een gezaghebbende groep die de interne consistentie van de programma's bewaakt, een trajectenboek schrijft (zie W12-16) en het uiteindelijke programma voorzien van zo'n trajectenboek met lange leerlijnen formuleert. Laat de vakontwikkelgroep of iets dergelijks functioneren als klankbord. Voor een goede implementatie is het uit den boze dat de begrenzing van de onderwerpen niet snel wordt vastgelegd door zo'n groep, of nog erger wordt overgelaten aan de ontwikkelaars, die uiteraard een enthousiaste voorkeur hebben voor wat zij zelf hebben uitgedokterd.

In memoriam

Piet ten Kortenaar

Op 30 september vond de eerste redactievergadering in het schooljaar 1995-1996 plaats. Een week later overleed geheel onverwacht Piet ten Kortenaar. Hij was pas dit jaar toegetreden tot de redactie. Hij zou de eindredactie versterken, d.w.z. artikelen geschikt maken voor productie. Dit is werk achter de schermen dat niettemin uiterst belangrijk is, en waarbij de eindredacteur tot dusverre nog te weinig ondersteuning had. Piet ten Kortenaar was nog nauwelijks begonnen met een eerste ronde van dit ondersteunende werk, toen hij plotseling overleed. Hij had redactionele ervaring in een geheel andere discipline, en wilde graag, nu hij met de VUT was gegaan, zijn ervaring ten dienste stellen aan Euclides. Het heeft niet zo mogen zijn. Wij hadden ons verheugd op de samenwerking met hem. Nu kunnen we alleen maar zijn nabestaanden, om te beginnen zijn vrouw en kinderen, sterkte wensen na het verlies.

De redactie

‘De met cijfers bedekte negentiende eeuw’

deel 1: Adriaan Kluit, eerste Nederlandse hoogleraar in de statistiek

Ida H. Stamhuis*

Inleiding

In 1826 verscheen voor het eerst het Woordenboek voor Kunsten en Wetenschappen. Hierin werd o.a. een omschrijving gegeven van het begrip *statistiek*. Er stond: “Statenkunde, statenbeschrijving, uit staatkundige oogpunten beschouwd.” en even verderop: “Zij is een leerrijke oefenschool voor den staatsman; alleen moet zij in geen bloot tabellenwerk en getalregisters ontaarden.”

Is dat nu statistiek? Het gaat in de statistiek toch om het verstandig verwerken van getallen en met ‘verstandig’ bedoelen we dan toch eigenlijk: met behulp van wiskundige methoden, waarbij de waarschijnlijkheidsrekening een centrale rol speelt? Dat heeft toch *niets* met een *statenbeschrijving* en *alles* met *tabellenwerk* te maken?

Toegegeven, de statistiek aan het begin van de negentiende eeuw stond ver af van wat tegenwoordig op de middelbare school aan statistiek wordt onderwezen. Toch moet

deze statistiek als een startpunt in de ontwikkeling van de tegenwoordige statistiek worden beschouwd. In een viertal artikelen, die de komende periode in Euclides zullen verschijnen, kijken we op vier momenten naar ontwikkelingen in de ‘statistiek’, zoals die zich in de negentiende eeuw hebben voorgedaan. We stellen ons daarbij een aantal vragen. Wat was toen statistiek? Wat was het doel? Wat is de overeenkomst met de tegenwoordige statistiek? En daarbij concentreren we ons in alle vier gevallen op een persoon. Dit artikel is gewijd aan de Leidse hoogleraar Adriaan Kluit (1735-1807), die toen hij al lang hoogleraar in de geschiedenis was, de eerste hoogleraar in de statistiek in Nederland werd. Het tweede stuk zal gaan over de invloedrijke Belgische wiskundige Adolphe Quetelet (1796-1874), die op basis van statistische beschouwingen het middelmatige tot het superieure meende te kunnen verheffen. Daarna vestigen we de aandacht op Florence Nightingale

(1820-1910), bekend als verpleegster van Engelse soldaten, maar daarnaast een hartstochtelijk statisticus. Het vierde en laatste artikel zal Francis Galton (1822-1911) tot onderwerp hebben. Deze Engelse gentleman probeerde de gekste dingen in getallen weer te geven en heeft een eerste aanzet tot de mathematisering van de statistiek gegeven.

Uit Duitsland afkomstig

In 1807 kwam er in Nederland een uit het Duits vertaald boek uit, dat ging over een nieuw vakgebied. Het was in Duitsland al in de zeventiende eeuw aan de universiteiten ontstaan en in de achttiende eeuw was er de naam statistiek aan verbonden.

De 18e-eeuwse Göttingse hoogleeraar G. Achenwall werd later wel de 'vader van de statistiek' genoemd. Deze Achenwall was van mening dat in de statistiek staten systematisch behoren te worden beschreven. Hij behandelde van elke staat onder meer de geschiedenis, het klimaat, de bevolking, de wetgeving, de stand van de wetenschap, de industrie, de handel en de militaire macht. Statistiek bestond dus uit feiten over een staat en was daarvan een verstandige beschrijving.

Het succes van dit nieuwe vak hing samen met het ontstaan van een moderner staatsbestuur, waaronder een groei van de bureaucratie en een formalisering van het bestuur. De behoefte groeide aan een opleiding, waarin toekomstige politici en ambtenaren relevante kennis kregen onderwezen. Daaraan moest de statistiek een bijdrage leveren.

Mogelijk werd het nieuwe vakgebied 'statistiek' genoemd, omdat er in de zeventiende eeuw in Italië een traditie had bestaan, genaamd 'Ragione di Stato', ofwel 'het vakge-



bied van de staat'. Een man die zich met staatszaken bezighield heette een 'statera'. Het kan ook zijn dat het woord is afgeleid van het Latijnse woord 'status', dat toestand betekent, maar ook staat kan aanduiden.

De titel van het genoemde uit het Duits vertaalde boek is "Theorie der Statistiek of Staatskunde". Daaruit kan worden geconcludeerd dat voor de vertaler, een zekere Tydeman, statistiek en staatskunde hetzelfde vakgebied aanduiden.

Kluits statistiek

De reeds genoemde Tydeman had in de collegebanken gezeten bij de eerste Nederlandse hoogleraar in de statistiek. Dat was *Adriaan Kluit*, Leids hoogleraar, aanvankelijk in de oudheidkunde en de geschiedenis. Hij ging in 1802 op eigen initiatief statistiekcolleges aanbieden. Waarom? Aan de oudheidkunde en de geschiedenis zou hij toch wel zijn handen vol hebben en was statistiek niet iets heel anders? Het antwoord is tweërlei. Hij had niet veel te doen, want hij was uit zijn ambt ontzet, aangezien hij een aanhanger van Oranje was en in 1795 deze groep de macht aan de patriotten had moeten overdragen. Kluit gebruikte de vrijgekomen tijd om zich in de statistiek te verdiepen. Hij had voor deze vernieuwende activiteit ook een inhoudelijk argument. Hij was van mening dat statistiek en geschiedenis veel met elkaar te maken hadden: statistiek noemde hij ook wel 'stilstaande geschiedenis' en geschiedenis 'doorgaande statistiek'. Hij noemde het nieuwe vak trouwens zowel statistiek als staathuishoudkunde. Staathuishoudkunde is een ander woord voor economie. Betekent dit dan dat Kluits statistiek later economie is gaan heten? Nee, dat kan je zo niet zeggen: de statistiek van rond 1800 is een voorloper van de latere statistiek, maar ook van economie en van sociologie. De breedheid van het vak kan afgelezen worden aan de vele namen, die het aanvankelijk had: statistiek, stilstaande geschiedenis, staatskunde en staathuishoudkunde. Die breedheid weerspiegelt zich ook in de opvattingen van Kluit over de inhoud van dit vak. Volgens de Leidse hoogleraar bevatte de statistiek de kennis die nodig zou zijn om de "waare kragten", ofwel de macht en de welvaart van een land, te leren kennen. Daartoe moest men de inwendige staatsgesteldheid

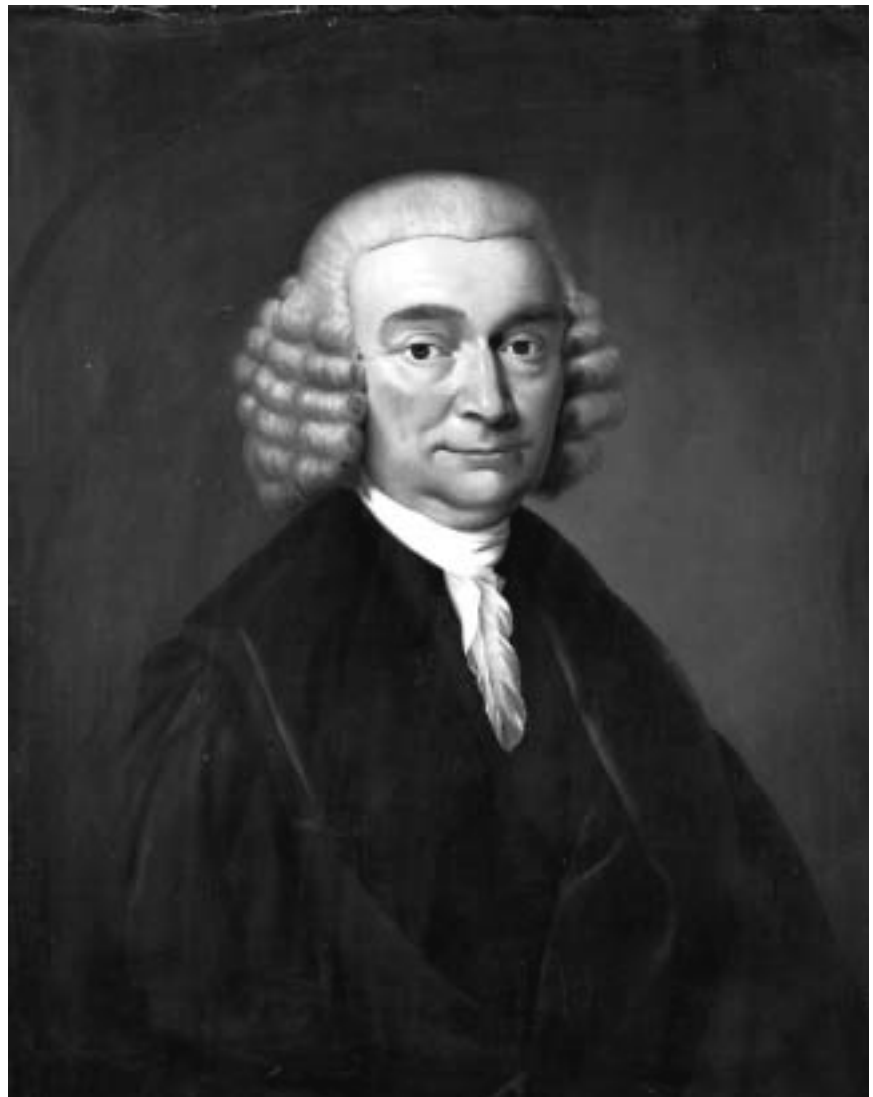


Foto: Iconographisch Bureau, 's-Gravenhage

of het huishoudelijke van een staat bestuderen. Kende men deze dan had men een indruk waartoe een bepaald volk in staat was, zowel op zichzelf als in vergelijking met buitenlandse mogelijkheden. De mogelijke vergelijking met andere landen speelde dus een belangrijke rol.

Feiten en ideologie

Kluit onderscheidde twee aspecten aan de huishouding van een staat, namelijk het 'natuurlijke' en het 'zedelijke'. Onder de natuurlijke gesteldheid van een land verstond hij ongeveer hetzelfde als wij: haar ligging, grenzen en naburen, grootte en klimaat. Voorts vroeg hij zich af welke nuttige gevolgen de

natuurlijke gesteldheid had. Het 'zedelijke' was voor hem een veel ruimer begrip dan voor ons: hij behandelde bij dat aspect allereerst de bewoners van het land, onder andere in staatkundig opzicht, maar ook hun aantal en hun karakter. Ook hun middelen van bestaan en hun welstand rekende hij tot het 'zedelijke'. Deze konden worden behandeld aan de hand van een bespreking van visserij, akkerbouw, veeteelt, handwerk, koophandel en geldzaken. Als tweede onderdeel van het 'zedelijke' beschouwde Kluit de regering, zowel in het verleden als in het heden. Een belangrijke vraag was in hoeverre de regering de rust, de veiligheid, de vrijheid en de welvaart van haar volk had kunnen verzekeren, en in

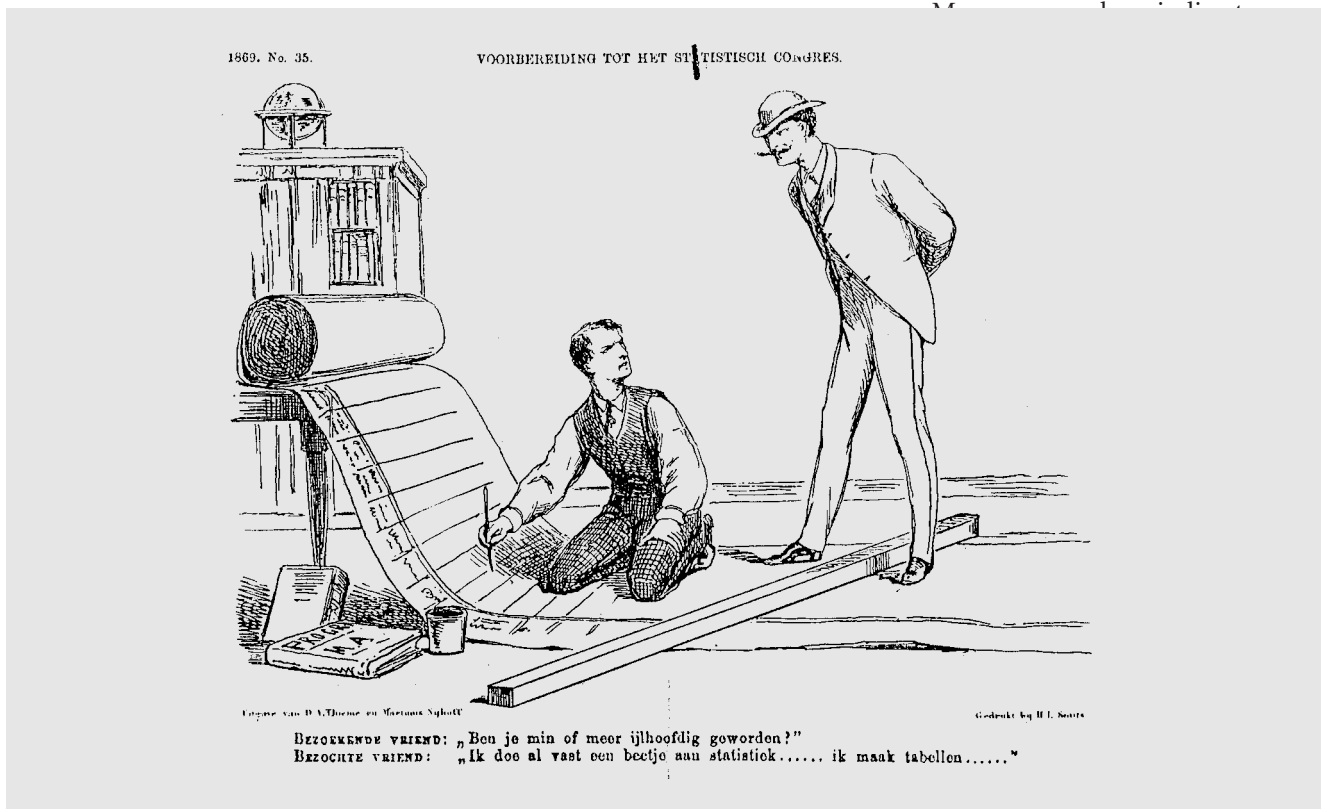
hoeverre ze had gezorgd voor het behoud en de vermeerdering van het aantal inwoners en de vergroting van de nationale vlijt. Ook behandelde hij de defensie. In Kluits college kwamen vele onderwerpen aan bod. Hij trachtte Nederland zo volledig mogelijk in kaart te brengen. Aan de koophandel van de Oost-Indische Compagnie, bijvoorbeeld, wijdde hij 90 bladzijden en aan de inkomsten en uitgaven van de staat zo'n 150. Zowel economische, antropologische, sociologische als geografische onderwerpen kwamen bij Kluits bespreking van een staat aan bod. Het doel was na te gaan in hoeverre ze betekenis hadden voor de macht en de welvaart van een land. Traditioneel was de aandacht bijna altijd beperkt geweest tot juridische en

van bepaalde maatregelen, zodat duidelijk werd welke maatregelen het meest noodzakelijk waren. In dat licht waren demografische, landbouwkundige en economische gegevens van groter belang dan de staatkundige inrichting van een land.

Hoewel Kluit zich meestal tot feitelijke beschrijvingen beperkte, lukte dat niet altijd. Soms kwamen er ook ideologisch geladen uitspraken om de hoek kijken. Enkele kenmerken van de Nederlandse samenleving vond hij er op achteruitgaan, zoals: "De gewoonte dat de Moeders haar kinderen zelfs voeden en behandelen, die hier doorgaans zeer lang aanhield, is thans zoo algemeen niet meer." Maar tot zijn tevredenheid kon hij daarnaast opmerken dat er "nergens zoo wei-

Het getal in de statistiek

Voor Kluit was het getal niet zo belangrijk, maar hij was er ook niet op tegen. Als het voor een bepaald onderwerp van pas kwam, maakte hij er graag gebruik van. Zijn beschouwingen over het bepalen van het bevolkingsaantal zijn het meest kwantitatief. Hij was bijzonder in bevolkingsaantallen geïnteresseerd. In die tijd waren velen van mening dat het bevolkingsaantal een maat was voor de welvaart en de macht van het betreffende gebied. Echter bevolkingsregisters werden niet bijgehouden en volkstellingen werden pas in de loop van de negentiende eeuw systematisch georganiseerd. In Nederland zou de eerste volkstelling in 1829 worden gehouden. De omvang van de bevolking was dus onbekend.



Uit deze spotprent uit 1869 blijkt dat (tabellen)statistiek nog geen algemeen verschijnsel was.

staatkundige aspecten. De statistiek was een belangrijke vernieuwing in vergelijking met het verleden, want zij wilde zich op de feiten richten die inzicht gaven in de uitwerking

nig onechte kinderen zijn dan hier; de Echteband heiliger is dan elders en de liefde tusschen ouders en kinderen nergens grooter.”

en bewaard en bovendien enkele dictaten van studenten die zijn colleges hebben gevolgd. En omdat het indertijd gebruik was, dat de student bijna letterlijk opschreef wat de docent te berde bracht, vor-

men deze dictaten een betrouwbare informatiebron.

Kluit werd na 1802 spoedig in zijn oude rechten hersteld. In 1806 had zijn statistiekonderwijs zoveel erkenning verworven dat het officieel aan zijn leeropdracht werd toegevoegd. Lang heeft Kluit trouwens niet van deze erkenning kunnen genieten. Op 12 januari 1807 werd Leiden getroffen door een grote ramp: in het centrum van Leiden ontplofte een met kruit geladen schip. Kluits huis was één van de vele die toen instortten en hijzelf behoorde tot de dodelijke slachtoffers.

In Nederland en Duitsland heeft het lang geduurd voordat het vak 'statistiek' met getallen werd geïdentificeerd. In Duitsland was er rond 1800 fel verzet tegen een dreigende kwantificering gerezen. Er waren daar personen geweest die hadden geprobeerd statistische beschrijvingen van verschillende staten in een tabelvorm te gieten om zo beter te kunnen vergelijken. En dit bevorderde het proces van kwantificering. Daar was flink tegen geprotesteerd door de traditionele statistici. Zij hadden die personen snerend 'Tabellenknechte' genoemd. Immers "Für Nationalgeist, Freiheitsliebe, das Genie und den Character großer und kleiner Männer an der Spitze gibt es keine Kolumnen."

Literatuur

Over statistiek in de negentiende eeuw

- G. Gigerenzer et al, *The empire of chance. How probability changed science and everyday life* (Cambridge, Cambridge University Press, 1989).
- I. Hacking, *The taming of chance* (Cambridge: Cambridge University Press, 1990).
- T. M. Porter, *The rise of statistical thinking, 1820-1900* (Princeton, Princeton University Press, 1986).

I. H. Stamhuis, 'Cijfers en aequaties' en 'kennis der staatskrachten'. *Statistiek in Nederland in de negentiende eeuw* (Amsterdam: Rodopi, 1989), 295 blz., f 60,-.

I. H. Stamhuis en A. de Knecht-van Eekelen (red.), 'De met cijfers bedekte negentiende eeuw'. *Toepassing van statistiek en waarschijnlijkheidsrekening in Nederland en Vlaanderen tussen 1840 en 1920*. Themanummer van Gewina, tijdschrift voor de geschiedenis der geneeskunde, natuurwetenschappen, wiskunde en techniek (Rotterdam: Erasmus Publishing, 1992), 78 blz., f 24, 50.

S.M. Stigler, *The history of statistics. The measurement of uncertainty before 1900* (Cambridge: Cambridge University Press, 1986).

Over Kluit

G.A. Boutelje, *Bijdrage tot de kennis van A. Kluit's opvattingen over onze oudere vaderlandsche geschiedenis* (Groningen / Den Haag, 1920).

I. H. Stamhuis, 'Cijfers en aequaties' en 'kennis der staatskrachten'. *Statistiek in Nederland in de negentiende eeuw* (Amsterdam: Rodopi, 1989), blz. 137-148.

* De auteur is werkzaam aan de Vrije Universiteit te Amsterdam.

Samenvatting

Wat verstond men aan het begin van de negentiende eeuw in Nederland onder statistiek? Een systematische beschrijving van de huishouding van een staat. Wat was het doel? Het bevorderen van het begrip van een toekomstig politicus in de opbouw van een staat; het verbeteren van diens inzicht in de mogelijke effecten van bepaalde maatregelen. Wat is de overeenkomst met de tegenwoordige statistiek? Met de mathematische statistiek is de gelijkenis niet groot, maar een belangrijk doel van het tegenwoordige Centraal Bureau voor de Statistiek is het produceren van een beschrijving van de economie van Nederland, ten dienste van de politiek. En dat kan als rechtstreeks vervolg worden beschouwd van de statistiek die Kluit onderwees.

Bezwaren tegen de invoering van de grafische rekenmachine

C.J. van de Giessen

De Vakontwikkelgroep Wiskunde (VOG) gaat er in haar voorstellen van uit, dat voor het vak wiskunde in de tweede fase de grafische rekenmachine een verplicht apparaat wordt.

Bij alle domeinen komt onder de kop *Informatietechnologie* in het (voorlopige) rapport van de VOG steeds zowel het gebruik van de grafische rekenmachine als het gebruik van de PC voor. De grafische rekenmachine zou dan gebruikt moeten worden bij het centraal schriftelijk examen en de computer bij het schoolonderzoek. Dit hinken op twee gedachten is uiterst merkwaardig en verwarrend, temeer daar alleen bij de ontwikkelde wiskunde-programma's deze zonderlinge tweeslachtigheid zich voordoet. Bij andere vakken wordt, uiteraard, ook over informatietechnologie gesproken, maar niet over de grafische rekenmachine. Over dit fenomeen is, bij mijn weten, niets gehoord bij discussies en adviezen naar aanleiding van het rapport, hetgeen wellicht te maken heeft met het feit dat het apparaat weliswaar in bezit is van een behoorlijk aantal docenten maar door hen, zoals bij mezelf, niet functioneel in gebruik. Brede navraag bij collegae ondersteunt die mening.

Onbekendheid ten aanzien van de grafische rekenmachine is wellicht de reden dat er geen reacties op het voorstel van de VOG gehoord worden. Maar ik ben van mening dat dat wel degelijk nodig is, want in mijn ogen is hier een slechte ontwikkeling aan de gang.

Twee "concurrerende" gereedschappen op zich is al zo onzinnig. Volledig onduidelijk zal dan zijn welke wiskunde met de computer zal moeten en welke met de grafische calculator. Wat zal er straks in de wiskundeboeken staan? Het lijkt me dat verstandige boekenschrijvers de grafische rekenmachine, en trouwens ook de computer, niet in hun methode integreren. Binnen de kortste keren is een boek hopeloos verouderd. Kijk maar eens naar boeken waar foto's van computers in staan of waar andere informatietechnologie is afgebeeld, bij verschijnen zijn ze al bijna achterhaald. Het ware beter nu eindelijk eens serieus een beleid op het terrein van de computertechnologie in te zetten, een beleid met visie. Er bestaat goede en ook didactisch verantwoorde programmatuur op het gebied van grafieken, statistiek en modellen, en vergeet vooral niet de computeralgebra. In de voortgezette opleidingen, hbo en universiteit,

wordt daar volop gebruik van gemaakt, sterker nog, het komt daar al in de plaats van (toegepast) wiskundeonderwijs. En dan zou het "voorbereidend" onderwijs daar al bij voorbaat mijlen op achter lopen? Wat mag dan wel de reden zijn om de grafische rekenmachine in te voeren en om het ding er door te drukken en verplicht te stellen voor het examen? Het enige wat ik verneem is, dat het ding goedkoop is en dat het om een tussenfase gaat. Maar ik ben bang dat dit goedkoop heel duurkoop zal blijken te zijn. En wie dragen dan de lasten? Juist!

De argumenten tegen de grafische rekenmachine heb ik op een rij gezet en ze voor de overzichtelijkheid ingedeeld in een viertal rubrieken: wiskundige argumenten, didactische argumenten, programma-argumenten en schoolargumenten.

Wiskundige argumenten tegen de grafische rekenmachine

- Alles wat met de grafische rekenmachine kan, kan met een PC beter.
- Notaties wijken op veel fronten af van wat gebruikelijk is.
- De grafische rekenmachine gebruikt twee min-tekens, een toestandsymbool en een bewerkingsymbool.
- Formules staan op één regel, of lopen over naar de volgende regel. Een helder overzicht zoals bij een gebroken functie nodig is, is niet mogelijk.
- Per type machine zijn er interpretatieverschillen en invoerverschillen, bij de één is $\sin 2x$ een sinusoïde, bij de ander een rechte lijn.
- Bij eenzelfde machine is $\sin 2x$ een sinusoïde en $\sin 2(x-1)$ een rechte lijn.
- Het scherm toont geen asindeling, wel streepjes maar geen waarden.

- Er kan alleen numeriek worden gerekend, dit in tegenstelling tot computeralgebra, waarmee exact kan worden gerekend.

Didactische argumenten tegen de grafische rekenmachine

- Alles wat met de grafische rekenmachine kan, kan met een PC beter.
- Ook alle andere wiskundige argumenten zijn als didactisch argument op te vatten.
- De grafische rekenmachine heeft een hopeloze interface, waar door het duwen op knopjes en knopcombinaties zaken moeten worden ingesteld en ingevoerd. Het overzicht over de bediening is voor een freak wellicht interessant, maar voor een modale leraar of leerling een ramp, die bovendien kostbaar en frustrerend tijdverlies aan knoppologie oplevert. Van een tragsgewijze sturing met een menu zoals met een didactisch verantwoord computerprogramma, is geen sprake. De grafische rekenmachine is een blackbox met beperkte mogelijkheden die niet motiverend maar afleidend werkt.
- Het scherm is niet om aan te zien, opgebouwd uit blokjes. Een rechte lijn is een rafelding en verticale lijnen maken soms horizontale sprongen. Raken van grafieken in een punt duurt intervallen lang. Die belabberde uitvoer kan leerlingen zelfs op verkeerde gedachten brengen.
- Door de bedientechnische problemen word je afgeleid van de wiskundige problemen, en daar moet het toch om gaan.
- Basisvaardigheden zijn snel weer verdwenen. Zeggen dat die moeten worden onderhouden legt de fout bij de leerling. Maar het moet toch zo zijn dat het apparaat gebruikersvriendelijk is, en niet de leerling apparaatvriendelijk?

Programma-argumenten tegen de grafische rekenmachine

- Volgens het plan van de VOG moeten leerlingen zowel werken met de grafische rekenmachine als met de PC, twee hulpmiddelen voor hetzelfde doel. De onduidelijkheid in de klas steekt al bij voorbaat de kop op. Bij de PC kan de leerling kiezen welk programma het meest geschikt is om in te zetten, ook bij aanverwante vakken kan dat gebeuren. De grafische rekenmachine wordt alleen bij wiskunde voorgeschreven. Welke docent zal in een tijd waar zelfstandig leren wordt gepropageerd het aan een leerling, die de beschikking over meerdere hulpmiddelen heeft, kunnen verkopen dat het beter is het meest inferieure hulpmiddel van de twee te gebruiken? Omdat dat straks op het examen ook moet? De leerling(e) zal in de toekomst liever zijn of haar laptop meenemen. En het profiel-examen is tenslotte toekomst, want het eerste examen zou een havo-examen in 2000, gevolgd door een vwo-examen in 2001 kunnen zijn, met sterke nadruk op *zou*.
- De grafische rekenmachine staat alleen bij wiskunde. Dwarscontacten met andere vakken zijn niet gelegd, daar was geen tijd voor. Dat is niet de schuld van de VOG, maar de schuchtere dwarsverbanden bestaan wel, toch zo'n mooi doel bij de basisvorming, maar worden nu gefrustreerd doordat een centraal vak als wiskunde uitgerekend op een stuk gereedschap een eigen koers gaat varen.
- In de kerndoelen voor de basisvorming is het gebruik van de computer opgenomen, in de bovenbouw wordt ineens op een heel andere manier gewerkt. Is het consistent beleid om de grafische rekenmachine in het exa-

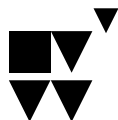
men en de PC in het schoolonderzoek onder te brengen?

- In alle voortgezette opleidingen, zowel hbo als universiteit, wordt met een breed scala aan softwarepakketten gewerkt op de computer, waarvoor vaak studentenlicenties aanwezig zijn. Dit is een ontwikkeling die ook in het voortgezet onderwijs op gang komt. Veel leerlingen hebben thuis een computer staan, en willen daar met hetzelfde pakket werken als waarmee ze op school werken. En wie mag het allemaal gaan uitzoeken en verkopen aan leerlingen en ouders? Jawel, de docent in het veld, die weer eens wordt opgezadeld met een niet doordacht fenomeen, dat meer op hobby dan op vakontwikkeling lijkt.

School-argumenten tegen de grafische rekenmachine

- In de onderbouw is de rekenmachine gemeengoed, straks moet de leerling alleen voor het vak wiskunde een grafische rekenmachine aanschaffen, die na het verlaten van de school niet meer functioneel en niet meer nodig is.
- Welke grafische rekenmachine moet de school kiezen, de machine die de docenten tegen een zacht prijsje krijgen, of de machine bij een bepaalde methode? En als een machine niet meer verkrijgbaar is? De net weer iets andere opvolger?

Weg met de grafische rekenmachine!



Reactie van het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (NVvW) op het Eerste Concept Examenprogramma's HAVO en VWO wiskunde van de vakontwikkelgroep Wiskunde.

Algemene opmerkingen

1. Inleiding

Het bestuur van de NVvW wil hierbij gaarne reageren op de voorstellen van de vakontwikkelgroep wiskunde in de tweede fase.

Er is door de vakontwikkelgroep in zeer korte tijd een grote hoeveelheid werk verricht en het produkt is in veel opzichten indrukwekkend. Door de uitgebreide beschrijvingen rijst een goed beeld op van de visie achter de nieuwe programma's.

Toen de vakontwikkelgroep voor wiskunde aangesteld werd leek ons de taak die hen opgedragen werd een onmogelijke. Negen programma's opstellen die aan allerlei eisen moeten voldoen is in de korte tijd die hen gegeven werd niet op een verantwoorde wijze te doen. Dat de vakontwikkelgroep toch in staat is geweest een voorstel te doen waar redelijk goed over te discussiëren valt is een buitengewoon groot compliment waard. Uit die discussies blijkt overigens heel duidelijk dat een nadere afbakening dringend gewenst is: uit de gebezigde terminologie en de opsomming van leerdoelen wordt niet eenduidig helder op welke wijze en met welke diepgang de onderwerpen dienen te worden bestudeerd.

De vakontwikkelgroep heeft onvoldoende tijd gekregen om haar voorstellen te vergelijken en door te spreken met de vakontwikkelgroepen van verwante vakken. Hierdoor is geen gebruik gemaakt van de unieke

mogelijkheid om de vakken binnen één profiel op elkaar af te stemmen. Het bestuur van de NVvW betreurt dit en adviseert met klem de afstemming van de vakken binnen één profiel alsnog te realiseren.

Het is voor ons onduidelijk of de voorstellen van de verschillende vakontwikkelgroepen situaties scheppen die schoolorganisatorisch onmogelijk zijn of waarbij de wiskunde b.v. chronologisch niet in de pas loopt met vakken die wiskunde gebruiken.

Het eerste concept van de vakontwikkelgroep is door het bestuur van de NVvW toegestuurd aan enige honderden leden van wie bekend was dat zij zich betrokken voelen bij de gang van zaken rond de invoering van de Tweede Fase. Een groot aantal van hen heeft schriftelijk commentaar gegeven, vaak zeer uitgebreid. Deze leden zijn door het bestuur uitgenodigd voor een verenigingsconferentie over het eerste concept. Het schriftelijk commentaar en de uitspraken op deze conferentie vormen in belangrijke mate de basis van deze reactie.

De wiskundedocenten uit het voortgezet onderwijs hebben maar korte tijd gekregen om de voorstellen op hun merites te beoordelen. Aangezien er nieuwe onderwerpen bij zijn en veel verschuivingen ten opzichte van de huidige situatie vereist het beoordelen van de programma's verwerkingstijd en overlegtijd. Deze is hen niet gegeven. Daarom gaat onze reactie vooral over de grote lijnen die

Verenigingsnieuws 87

Reactie bestuur op voorstellen van vakontwikkelgroep wiskunde

Mededeling 93

Richtlijnen voor auteurs 94

Adressen van auteurs 94

Kalender 94

wel zichtbaar zijn en niet over de precieze details van de beschreven leerdoelen.

Voor een dermate belangrijke operatie als de invoering van de tweede fase met een totaal nieuwe structuur en grote wijzigingen in de examenprogramma's lijkt het ons zeer ongewenst dat overhaast beslissingen worden genomen.

Overgangsregeling

Het bestuur van de NVvW acht het noodzakelijk dat bij de invoering van de nieuwe examens er een regeling komt voor de gezakte eindexamenkandidaten van de 'oude' groep.

Het mag niet zo zijn dat de docenten weer gevraagd zal worden gratis of voor een te geringe vergoeding de gezakte kandidaten bij te werken. Ook een eventuele bezemklas of een bezemexamen zal ons inziens door de overheid moeten worden bekostigd.

Aansluiting

Een van de doelen van de vernieuwde Tweede Fase v.o. is het verbeteren van de aansluiting met het HBO en WO. Wij juichen het dichten van de kloof van harte toe omdat een goede samenwerking in ons aller belang is en cruciaal voor het slagen van de vernieuwing. We hopen dat de goede intenties van nu in de praktijk van straks harde realiteit zullen worden en dat de vervolgoopleidingen voldoende op de hoogte zullen zijn van de kennis en vaardigheden die de leerlingen op HAVO en VWO dan hebben verworven.

Uitvoerbaarheid

Hoewel wij in detail op de verschillende voorstellen nog ons commentaar zullen bijvoegen wil het bestuur bij deze reeds de algemene indruk van grote overladenheid op vele onderdelen van het voorgestelde programma benadrukken.

Het programma is buitengewoon ambitieus, hetgeen voor de toe-

komst bijzonder plezierig kan zijn als het de docenten zal lukken de kennis en de vele vaardigheden aan te brengen. Hierbij moet de kanttekening worden geplaatst dat het mogelijk moet zijn het programma op grond van opgedane ervaringen niet pas na 30 jaar maar al na 5 jaar bij te stellen.

Experimenten (op een grote groep scholen) zullen moeten uitwijzen of dit op alle scholen mogelijk is. Wij zijn echter van mening dat experimenten ook moeten kunnen uitwijzen dat een deel van de plannen zal moeten worden geschrapt.

Wij hebben twijfels of de verplichting die aan de vakontwikkelgroep is opgelegd om bij het VWO het programma van het profiel N&G een deel te laten zijn van dat van N&T verstandig is geweest. Beide groepen zouden nu wel eens minder goed aan hun trekken kunnen komen.

In verband met de vele nieuwe onderwerpen en de noodzakelijke nieuwe didactiek zal er op grote schaal nascholing moeten worden aangeboden. Deze nascholing mag niet tot overbelasting van de wiskundedocenten leiden en zal dus binnen de normjaartaak moeten vallen.

2. Nascholing

Het bestuur van de NVvW is van mening dat het invoeren van de profielen in de tweede fase pas gerealiseerd kan worden nadat een goed (na)scholingsprogramma is opgesteld en uitgevoerd. De (na)scholingsprogramma's zullen ten minste ruime aandacht moeten schenken aan de vakinhoud, begeleiding bij het zelfstandig wiskunde leren, omgang met een studielastbenadering bij het vak wiskunde en de didactiek van het gebruik van technische hulpmiddelen zoals de grafische rekenmachine en de computer. Wij zijn van mening dat dergelijke scholingsprogramma's slechts uitgevoerd kunnen worden door institu-

ten die ruime ervaring hebben opgebouwd in het onderzoek naar genoemde onderwerpen en tevens ervaring hebben in het aanbieden van nascholing aan docenten.

Het bestuur van de NVvW beschouwt deze omvangrijke nascholing voor de wiskundedocent als een opdracht die binnen zijn/haar normjaartaak valt, en verzoekt de Stuurgroep zodanige financiële en organisatorische voorwaarden te scheppen dat bedoelde nascholing op geschetste wijze te realiseren is.

Het bestuur van de NVvW verneemt graag op een zo kort mogelijke termijn welke plannen de Stuurgroep op dit terrein heeft en binnen welke periode de Stuurgroep deze plannen wil realiseren.

3. Experimenten

Na lang aandringen van onder andere het bestuur van de NVvW is bewerkstelligd dat op twee scholen geëxperimenteerd wordt met de voorgestelde nieuwe onderdelen van het wiskundeprogramma voor 5 en 6 VWO. Enerzijds is op deze twee scholen nog geen sprake van een studiehuis, anderzijds is er in elk experiment sprake van een 'gekoesterde omgeving' voor zowel leerlingen als docenten. Dit temeer daar deze twee scholen niet aselekt gekozen zijn, maar al eerder deelnamen aan het experiment met de grafische rekenmachine, waarvoor zij vanaf 1996 een aangepast centraal examen mogen afnemen. Daarom kunnen deze beperkte experimenten slechts leiden tot indicaties aangaande de vorm en haalbare diepgang van bepaalde onderdelen en kunnen hieraan nog geen conclusies worden verbonden over de haalbaarheid van het *hele* programma op *alle* scholen.

Het bestuur van de NVvW wijst er met klem op dat de experimenten

ook moeten kunnen uitwijzen dat bepaalde onderdelen die in het voorloopige examenprogramma zijn opgenomen, als niet haalbaar van de lijst afgevoerd dienen te worden.

Het is daarom essentieel dat de in september 1995 begonnen experimenten op deze twee scholen vervolgd worden door experimenten op een groot aantal scholen, zoals dat ook bij HEWET en W12-16 gebeurde.

Vanwege coördinatie met andere vakken zoals economie en natuurkunde binnen hetzelfde profiel zou het zeer wenselijk zijn dat tegelijkertijd met deze vakken geëxperimenteerd wordt.

Het bestuur van de NVvW acht het noodzakelijk dat de Stuurgroep Tweede Fase erop toeziet dat de bevindingen van de experimenterscholen al diverse malen tijdens de voortgang van de experimenten aan alle havo/vwo-bovenbouwsecties medegedeeld worden.

4. Meisjes en jongens

De vakontwikkelgroep wiskunde kreeg de opdracht een vak te ontwikkelen dat ook aantrekkelijk is voor meisjes.

In het concept wordt weliswaar vermeld dat de vakontwikkelgroep daarnaar gestreefd heeft, maar nergens staat expliciet vermeld op welke wijze dat streven gestalte heeft gekregen. Dat is jammer, want er zijn in het geheel veel zaken aan te wijzen die volgens de huidige theorieën gunstig zouden kunnen zijn voor meisjes. Te denken valt onder meer aan de grotere nadruk op begrijpen, de toepassingsgerichtheid en een bredere invulling van de Bèta-profielen, waardoor de functie en de relevantie van het vak duidelijker wordt. Ook binnen de algemene en wiskundige vaardigheden worden een aantal zaken genoemd die aansluiten bij wat positief voor meisjes geacht wordt. Omdat deze vaardigheden

verder niet in de leerdoelen zijn verwerkt is het niet duidelijk waar en hoe deze te realiseren zijn.

Impliciete goede bedoelingen zijn vaak onvoldoende om te garanderen dat expliciete doelen gerealiseerd worden. Cruciaal is daarbij de concrete uitwerking en de manier waarop de programma's in de praktijk worden gebracht. Met name bij de technologische hulpmiddelen zijn de ervaringen uit het verleden over de aantrekkelijkheid voor meisjes niet positief. De ervaringen die op dit punt in experimenten kunnen worden opgedaan zijn daarom van groot belang.

Het is zeer de vraag of het voorstel van de vakontwikkelgroep om het omvangrijke gemeenschappelijk deel in zijn geheel in de vierde klas te plaatsen een positieve invloed zal hebben op de keuze van meisjes voor een B-profiel. Een smaakmaker kan ook in een overdosis worden toegevoerd.

De al eerder genoemde overladenheid van het programma kan er ook toe leiden dat begripsvorming en zorgvuldigheid in de werkwijze minder aandacht krijgen en er bij het lesgeven door tijdsdruk wordt teruggevallen op snelle trucjes. Dat zou uit meer dan alleen emancipatorisch oogpunt een ernstige verarming zijn.

Het bestuur van de NVvW acht het noodzakelijk dat expliciet duidelijk(er) wordt gemaakt op welke wijze, naar onderwerp, aanpak en didactische keuzes in het voorgestelde programma de aantrekkelijkheid voor meisjes is te realiseren, waarbij tevens wordt aangegeven waar de genoemde algemene en wiskundige vaardigheden een plaats vinden binnen het programma.

Verder is het bestuur van mening dat bij de experimenten de aantrekkelijkheid voor meisjes een belangrijk aandachtspunt moet zijn.

5. Zebra-blokken

Het bestuur van de NVvW is van mening dat wiskunde één van die vakken is waarbij de interactie tussen leerling, leerlingengroep en leraar van het grootste belang is om zaken op een HOGER NIVEAU te begrijpen. Hiervoor is het noodzakelijk dat een hoog percentage van de studielast wiskunde in contacturen terecht komt.

Het bestuur heeft daarom veel waardering voor de opzet van de zelfstandig te bestuderen keuze-onderwerpen op het VWO. Behalve het bovenstaande en de argumenten die de Vakontwikkelgroep noemt, is voor ons verder van belang dat de beschreven samenwerking tussen het wetenschappelijk onderwijs en het voorbereidend wetenschappelijk onderwijs mogelijk leidt tot een structurele samenwerking voor de wiskunde over langere tijd. De laatste decennia is ons inziens hieraan onvoldoende aandacht besteed. Wij menen dat als een Universiteit kans ziet een aantal uitgebalanceerde Zebra-boekjes te vervaardigen, dat een aanmerkelijk hogere intrinsieke reclamewaarde heeft dan een flitsende voorlichtingsdag. Reclamewaarde, niet alleen voor het vak wiskunde, maar ook voor de betreffende Universiteit!

Het aantal door de Stuurgroep toegewezen uren studielast voor wiskunde in de havo-profielen is naar onze mening ook in de nieuwe opzet (dd. voorjaar 1995) te gering. De vakontwikkelgroep moet dezelfde mening hebben gehad, want zij heeft klaarblijkelijk ook geen kans gezien om voor die opleiding Zebra-blokken in het schema op te nemen.

Helaas moeten wij daarom constateren dat:

a een samenwerking op vakinhouden over een reeks van jaren tussen het voortgezet onderwijs en het hoger beroeps onderwijs niet tot de mogelijkheden behoort;

b de door ons allen zo belangrijk

geachte onderzoeksvaardigheden en studievaardigheden bij het vak wiskunde in de havo-profielen nauwelijks aandacht zullen krijgen.

Het bestuur van de NVvW vraagt gelet op het bovenstaande opnieuw met klem om een verhoging van de studielast wiskunde in elk van de havo-profielen (zie ook onze brieven van najaar 1994), zodat ook bij alle havo-profielbeschrijvingen Zebra-blokken kunnen worden toegevoegd.

Bij een verhoging met 40 uur studielast per profiel komen de leerlingen in de havo profielen E&M, N&G en N&T dan precies weer uit op de aantallen uren studielast die oorspronkelijk voor hen waren gereserveerd in de nota 'De Tweede Fase vernieuwt' van oktober 1994, waarmee de oude situatie hersteld is.

Juist voor havoleerlingen is het zicht krijgen op wat hen te wachten staat binnen het zo pluriforme hbo van groot belang. De brugfunctie van de Zebra-blokken tussen het havo en het hbo kan belangrijk zijn voor de leerlingen bij zowel de ontwikkeling van hun zelfbeeld als de ondersteuning van het besef dat het einde van hun leertraject niet het havo-diploma is. Vooral het laatste kan een geweldige bijdrage leveren aan hun intrinsieke motivatie.

In het bijzonder willen we in dit verband nog aandacht vragen voor die leerlingen die naar een pabo gaan en op een later moment verantwoording dragen voor het reken/wiskundeonderwijs op de basisschool.

Bij de ontwikkeling van Zebra-materiaal voor de toekomstige pabo-studenten is een natuurlijke functie weggelegd voor onze zustervereniging de NVORWO (Nederlandse Vereniging voor Ontwikkeling van het Reken- en Wiskunde Onderwijs).

6. Vaardigheden

De wijze waarop Vaardigheden in het eerste concept van de Vakontwikkelgroep zijn opgenomen, stelt ons teleur. Allereerst is het opmerkelijk dat voor alle profielen dezelfde tekst gebruikt wordt. Het moet toch mogelijk zijn om duidelijker PER PROFIEL de vaardigheden te specificeren. In het bijzonder denken wij hier aan de leerdoelen uit het subdomein Wiskundige Vaardigheden.

Het plaatsen van het Domein Vaardigheden voorafgaand aan de leerstofbeschrijving per profiel zonder dat daar verder aan gerefereerd wordt, lijkt op 'zondag's beloven, maar er in de week niets aan doen'.

Het bestuur van de NVvW acht het noodzakelijk dat de wijze waarop de Vaardigheden in de examenprogramma's beschreven worden, voldoet aan de volgende twee eisen:

- de beschrijving is toegespitst op het profiel;
- bij de beschrijving van de domeinen wordt vermeld welke wiskundige vaardigheden in het bijzonder aan de orde moeten komen (een en ander zou ook met een matrixpresentatie aangegeven kunnen worden).

Daarmee wordt tevens duidelijk dat niet ALLE vaardigheden op ELK moment voor IEDERE leerling aan de orde zijn.

Beschouwingen per profiel

1. De profielen HAVO:C&M en HAVO:E&M

Het lijkt een verstandige keuze van de vakontwikkelgroep om de wiskunde van C&M, gezien de geringe studielast, af te sluiten aan het eind van 4 havo. Omdat dit argument in het totale programma voor meer vakken geldt, moet de discussie over de wenselijkheid om dergelijke vakken af te sluiten door middel van een schoolexamen dan wel een cen-

traal examen breder worden gevoerd, de argumenten pro en contra zijn vakoverstijgend.

Het bestuur van de NVvW dringt er bij de Stuurgroep op aan dat er een overkoepelende regeling tot stand komt betreffende het gedifferentieerd afsluiten van vakken in een profiel.

De wiskunde in het profiel C&M is een zinvolle afronding van de onderbouwstof voor leerlingen voor wie deze wiskunde eindonderwijs is. Voor leerlingen die vanuit dit profiel doorstromen naar de PABO is het van groot belang dat zij over een goede rekenvaardigheid beschikken. Hiervoor geeft het programma een te geringe basis en is aanvulling noodzakelijk, bijvoorbeeld in de vorm van een Zebra-blok speciaal voor deze categorie.

In brede kring is men ervan overtuigd dat de normale verdeling behoort tot de algemene ontwikkeling. Wij betreuren het dan ook dat dit onderwerp in het profiel E&M niet meer voorkomt, zodat de leerling slechts met één verdeling kennismakt.

Het bestuur van de NVvW acht de keuze voor uitsluitend de binomiale verdeling te beperkt en beveelt daarom aan de normale verdeling in eenvoudige vorm ook aan de leerlingen in het profiel E&M aan te bieden.

2. De profielen HAVO:N&G en HAVO:N&T

Het huidige havo-B programma is erg overladen, ook voor scholen die de leerlingen 5+5 lessen geven in de bovenbouw. Nu in de profielen de beschikbare tijd minder wordt, dient bij de reductie van de omvang van het programma ook deze oorspronkelijke overladenheid in acht genomen te worden.

Vooraf bij het profiel N&G moet, gelet op de doelgroep, een zo groot

mogelijke voorzichtigheid in acht genomen worden.

Deze groep leerlingen mist bovendien zowel bij Ruimte meetkunde als bij Toegepaste Analyse het voordeel van de verdieping die de N&T-populatie wel gegund is in de latere blokken.

Het bestuur van de NVvW acht het noodzakelijk dat bovenstaande overwegingen in een verdere afbakening van de diverse leerdoelen betrokken worden. Met name bij het Domein Toegepaste Analyse 1, waar bijzonder veel nieuwe zaken aan de orde komen, moet de leerling voldoende tijd gegund worden om greep te krijgen op de materie. Het bestuur stelt voor om het leerdoel TA1-26 (buigpunten) weg te laten en het leerdoel TA1-29 (produktregel) over te plaatsen naar TA2.

Met het oog op een goede aansluiting op het hoger beroepsonderwijs in de technische richtingen achten wij het belangrijk dat in het profiel N&T alle regels voor het differentiëren aan de orde komen. Dat betekent dat wij vinden dat in Toegepaste Analyse 2 ook de kettingregel aan de orde gesteld moet worden. Het vergroot niet alleen de formulebeheersing, die zo van belang is bij de communicatie met apparaten, maar levert ook een betere toegang tot het modelleren van praktische situaties.

Om voldoende ruimte voor de behandeling en de toepassing van de kettingregel te krijgen, stellen wij voor het leerdoel RM2-12 (alternatieve manier) weg te laten.

Als ons verzoek tot herstel van de oorspronkelijke studielast voor de havo-profielen gehonoreerd wordt, vinden wij het een uitstekend idee om het leerdoel RM2-12 op te nemen in de Zebra-ruimte voor het profiel N&T (en wellicht ook voor N&G); dan is immers de keuze van een bepaalde alternatieve manier ook in verband te brengen met de beoogde vervolgopleiding.

In de huidige constellatie achten wij het aantal studielasten dat het leerdoel RM2-12 vraagt te hoog in relatie tot de wenselijkheid van andere zaken en het totale aantal beschikbare uren.

Het bestuur van de NVvW acht het noodzakelijk dat het Domein Toegepaste Analyse 2 uitgebreid wordt met het leerdoel: 'De leerling kan de afgeleide van samengestelde functies berekenen met de kettingregel.' en dat het leerdoel RM2-12 met het oog op die uitbreiding en de beperkte beschikbare studielast weggelaten wordt.

3. Het gemeenschappelijk deel in 4vwo

Over 4vwo is binnen onze vereniging veel gesproken.

Vanuit overwegingen van schoolorganisatorische aard is de keuze van de Vakontwikkelgroep te begrijpen om in navolging van de Stuurgroep het gemeenschappelijk deel in zijn geheel in 4vwo te plaatsen. Zowel de afsluiting van het gemeenschappelijk deel (=eind 4vwo) als de start van de profielen (=begin 5vwo) krijgt dan een duidelijke plaats.

De problematiek van 4vwo wordt daardoor erg complex. Onder meer belangrijk zijn:

- in de per definitie heterogene vierde klas, waar alpha-, bèta- en gamma-leerlingen nog samen optrekken en zich op veel terreinen, ook buiten de wiskunde, aan het oriënteren zijn is een ruime verwerkings- en bezinkingstijd nodig.
- alle leerlingen moet de kans gegeven worden om goed zicht te krijgen op wat hen te wachten staat in de verschillende profielen.
- de profielen moeten in 4vwo hun fundering krijgen.

Het bestuur van de NVvW acht het noodzakelijk in verband met bovengenoemde a. dat de totale leerstof beperkt wordt, doch in ver-

band met b. en c. niet zinvol om een onderwerp in zijn geheel te laten vervallen omdat dat tekort zou doen aan een brede oriëntatie op de profielen. Wel moeten een groot aantal leerdoelen worden weggelaten, het bestuur denkt hierbij doorgaans aan de laatste leerdoelen per domein.

Het bestuur acht het tevens noodzakelijk dat een herschikking van de leerstof van 4vwo plaatsvindt, in die zin dat een leerling 4vwo kan afsluiten met een keuze uit 2 onderdelen met elk een omvang van 20 uur studielast. Als suggestie geeft het bestuur:

- het subdomein Berekeningen uit het Domein Meetkunde (= N&.. gericht) of
- enkele leerdoelen van de Domeinen Algebra, Functies en Grafieken samen te voegen tot het keuze-onderdeel **Lineair Programmeren 1** (= ..&M gericht)

De in de keuze-onderdelen voorkomende leerdoelen dienen dan vanzelfsprekend uit de beschrijving van de Domeinen waarin ze nu staan, verwijderd te worden. Dit geeft in eerste instantie een ruimte van 40 uur, waarvan 20 uur weer wordt ingenomen door het keuze-onderwerp. De vrijgekomen 20 uur studielast kan dan gebruikt worden om de spanning tussen beschikbaar aantal uur studielast en aantal te bestuderen zaken wat op te heffen zonder dat wezenlijk getornd wordt aan het in b en c genoemde.

De omvang van 20 uur voor het keuze-onderdeel laat toe dat leerlingen, die op een later tijdstip van profiel veranderen (bv. van N&.. naar E&M), nog in staat zijn het keuze-onderdeel in te halen.

Uit de beschrijving van de leerstof van 4vwo is niet duidelijk met welke diepgang het een en ander aan de orde moet komen. Bovendien is de vraag of aan iedere leerling alles met dezelfde diepgang moet worden aangeboden.

Het bestuur van de NVvW acht het noodzakelijk dat de leerstof van het gemeenschappelijk deel uitgebreider wordt beschreven met daarbij een specificatie van die onderdelen die met dezelfde diepgang aan iedere leerling moeten worden aangeboden.

4. De profielen VWO:C&M en VWO:E&M

In dit profiel vinden we veel van de vertrouwde wiskunde-A stof terug, aangevuld met frisse nieuwe onderwerpen, die het profiel een economisch gerichte inkleuring geven. Het vermoedelijk geringe aantal leerlingen dat dit vak kiest als keuzevak binnen het C&M profiel kan in het dubbele Zebra-blok zelf voor een zinvolle aanvulling kiezen.

Bij het bezien van de vertrouwde stof valt op dat de zorgvuldige en behoedzame opbouw van het discrete veranderingsgedrag van een functie in het gemeenschappelijke deel wel in zeer schril contrast staat met de snelheid waarmee volgens de plannen in deze profielen in een zeer beperkte tijd de differentiaalrekening tot en met de kettingregel behandeld wordt. Dit belangrijke onderwerp verdient een royale benadering. De begripsvorming zowel als het bereiken van een zeker niveau van technische vaardigheid in het differentiëren eisen aanmerkelijk meer tijd dan de (A-) leerling hier toebedeeld wordt.

Het bij kansrekening en statistiek zo belangrijk geachte ontwikkelen van een kritische houding ten opzichte van verbanden, schijnverbanden en ondeugdelijke redeneringen is een proces van langere adem dan de leerling hier gegeven wordt.

Ook voor de overige onderwerpen lijkt de tijd krap bemeten, zodat hier de indruk van een wat overladen programma ontstaat.

Het bestuur van de NVvW acht het noodzakelijk dat in dit profiel

ruimte gemaakt wordt voor een verantwoorde behandeling van de stof en stelt daarom voor het domein Functies van twee variabelen te beperken tot datgene wat in het huidige vwo wiskunde A programma staat en de daardoor vrijkomende studielast toe te wijzen aan het domein Differentiëren.

De in het concept genoemde zinvolle verdieping van het begrip van functies van 2 variabelen kan een uitstekende plaats vinden in een Zebra-blok.

5. De profielen VWO:N&G en VWO:N&T

Hoewel het een en ander moeilijk blijft te beoordelen vanwege de globale beschrijvingen, de nog uit te voeren experimenten en het feit dat diverse onderwerpen nog niet eerder zijn aangeboden aan leerlingen van de betreffende leeftijdsgroep, wil het bestuur van de NVvW vooraf haar waardering uitspreken voor de visie die uit de voorstellen blijkt. Er is ons inziens goed ingespeeld op de 'chips revolutie' waar we nu middenin zitten en de verantwoording die het onderwijsveld heeft om de haar toevertrouwde leerlingen naar een wereld te begeleiden die in belangrijke mate bepaald zal zijn door nieuwe technologie.

Ten aanzien van onze mening over de experimenten, inclusief evaluatie en transfer naar het veld, verwijzen we naar de aparte paragraaf die we daar aan hebben gewijd.

Wij moeten helaas constateren dat de programma's te ambitieus en te overladen zijn. Met name is dat het geval voor het profiel N&G, een profiel dat in de nieuwe situatie o.a. verplicht is voor een vervolgstudie Medicijnen. Verder zijn wij van mening dat:

- de rijkdom aan wiskundige concepten verplicht tot het geven van meer verwerkingstijd, daar we aan half begrepen zaken geen waarde hechten;
- het aanleren van complexe vaardigheden als probleemoplossen

en bewijzen/redeneren mislukt als leerling en leraar onder tijdsdruk staan;

- de communicatie met apparaten meer formulebehendigheid vereist dan in de voorstellen zoals wij die lezen genoemd wordt.

Het bestuur van de NVvW acht het noodzakelijk dat het domein Hoofdstukken uit de Grafentheorie vervalt en dat de daardoor vrijgekomen studielast van 40 uur toegewezen wordt aan domeinen die in het gemeenschappelijke deel van N&G en N&T worden aangeboden; in het bijzonder denken wij aan het domein Differentiaalrekening en het domein Continue Dynamische modellen.

Delen van de Grafentheorie kunnen op uitstekende wijze bestuurd worden in de Zebra-ruimte.

Slotopmerkingen

Vanzelfsprekend claimen wij het recht om bij latere ontwikkelingen ons verder uit te spreken over de inhoud van alle domeinen. Mogelijk is er dan ook beter zicht op de mate waarin technologische middelen ingevoerd kunnen worden.

Het bestuur van de NVvW wil er tenslotte op wijzen dat een implementatie alleen kans van slagen heeft als de uitvoerders in het veld tijdig en volledig op de hoogte zijn van inhoud, aard en omvang van de nieuwe examenprogramma's. Het bestuur van de NVvW verklaart zich bereid om alles wat binnen haar mogelijkheden ligt te doen bij deze gigantische operatie.

We wensen alle betrokkenen veel wijsheid toe bij het verbeteren van de nieuwe examenprogramma's in de Tweede Fase.

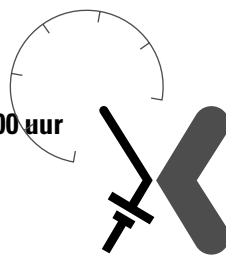
R.J. Bloem

Secretaris van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, 23 sept. 1995.

Vrouwen kozen exact 2

Onderwijs Symposium op 20 januari 1996 van 13.00-17.00 uur

op de Vrije Universiteit te Amsterdam



Op zaterdag 20 januari 1996 zal voor de tweede keer een symposium worden gehouden, dat is gewijd aan de geschiedenis van vrouwen in de exacte vakken en dat is bedoeld voor docenten in het voortgezet onderwijs (zowel in de exacte vakken als in de geschiedenis) en andere belangstellenden.

Vanwege het succes van de eerste bijeenkomst gewijd aan 'Vrouwen kozen exact' op 19 november 1994 zal deze middag op dezelfde wijze worden opgezet, maar een geheel nieuwe inhoud hebben.

Marianne Offereins, auteur van de meeste 'Vrouwenminiaturen', die regelmatig in 'NVOX' verschijnen, zal een lezing aan de Nobelprijswinnaressen moeder en dochter Curie wijden. *Drs. Marta Kirejczyk* heeft ontdekt dat rond 1900 een vrouwelijke bèta-student geen zeldzaamheid was. Dit fenomeen zal ze toelichten. Ook zal ze enkele markante bèta-vrouwen uit die tijd behandelen.

Dr. Brita Rang zal spreken over natuurwetenschappelijke boeken, speciaal geschreven voor vrouwen, zoals een astronomieboek uit de zeventiende eeuw.

De vierde lezing, door *Drs. Christien Brouwer*, zal een voorbeeld behandelen van een door mannen opgestelde theorie over meeldraden en stampers uit de plantkunde van de 16e en 17e eeuw. Grote bloemmodellen zullen hierbij te bezichtigen zijn.

In een op het symposium uit te reiken programmaboekje zullen samenvattingen van de lezingen worden opgenomen, evenals een literatuurlijst en mogelijke suggesties voor gebruik van materiaal in de klas.

Er zal een tafel met te kopen boeken

over het thema van het symposium zijn ingericht. Ook is hier de nieuwe affiche¹ 'Met een beetje statistiek kom je veel verder', gewijd aan Florence Nightingale en Tine Tammes te verkrijgen.

De kosten, inclusief programma-boekje en thee, zullen f 25,- (f 30,- voor niet-donateurs van Vrouwen en Exacte Vakken) bedragen. Dit bedrag graag overmaken vóór 22 december 1995 op giro 2382285 van Centrum Vrouwen en Exacte Vakken, onder vermelding van 'Vrouwen kozen exact 2'.

Plaats: de middag wordt gehouden op de Vrije Universiteit in de bibliotheek van de Sectie Medische Geschiedenis, kamer d 318, Van der Boechorststr. 7, 1081 BT Amsterdam. Telefoon: 020-4448218, fax: 020-4448256.

Verdere inlichtingen: secretariaat Centrum Vrouwen en Exacte Vakken tel.: 030-2856746, fax: 030-2899540 op woensdag en vrijdag bij I.H. Stamhuis, tel.: 020-4447983; of bij M. Bruinvels, tel.: 030-2283417.

De bijeenkomst wordt georganiseerd door het Centrum Vrouwen en Exacte Vakken te Utrecht, de Sectie Medische Geschiedenis en de Sectie Geschiedenis van de Wiskunde, Informatica en Natuurwetenschappen, beide van de Vrije Universiteit te Amsterdam.

Noot

1 Deze nieuwe affiche op A1-formaat kunt u (in het klein) zien op de één na laatste pagina van dit tijdschrift; hij is te bestellen bij het Centrum Vrouwen en Exacte Vakken, Postbus 85475, te Utrecht; tel. 030-2856746. Kosten f 15,- excl. verzendkosten.

Mededeling

Lezingenserie

De Hogeschool van Utrecht organiseert jaarlijks in het kader van de eerste graads lerarenopleiding wiskunde een lezingenserie. Alle belangstellenden zijn hierbij van harte welkom.

De serie is gestart op woensdag 15 november 1995 met een lezing door **drs. Harrie Broekman** (*Universiteit Utrecht*) met als titel:

Onderzoekend leren

De volgende lezingen zijn:

Woensdag 21 februari 1996
prof. dr. Dirk Siersma
(*Universiteit Utrecht*)
Conflicten in de meetkunde

Woensdag 17 april 1996
Cees Garst M.A.
(*S.G. Arcus, Lelystad*)
Investigations en Zelfstandig leren

Plaats

Het Auditorium van de Faculteit Educatieve Opleidingen
Archimedeslaan 16
3584 BA Utrecht

Tijd

van 20.00 tot 21.30 uur

Informatie

Peter Lorist
telefoon 030-2547224
Secretariaat
telefoon 030-2547230

Richtlijnen voor auteurs

Aanleveren

Kopij dient bij voorkeur te worden aangeleverd op een diskette (3,5 of 5,25 inch) in WP5.1 (MS-DOS) of ASCII-bestand. Gedrukte of geschreven kopij kan vertraging opleveren. De tekst mag geen lay-out bevatten. De tekst moet zo kaal mogelijk worden aangeleverd, zonder woordafbrekingen e.d.; geef alinea's wel met harde returns aan.

Lever bij de diskette altijd een drietal afdrukken van de tekst aan, waarop bijvoorbeeld staat aangegeven waar u de illustraties had gedacht.

Tekst

Maak een korte, bondige titel; vermeld de naam van de auteur zonder eventuele titels. Paragrafen worden aangeduid met korte tussenkoppen (maximaal 23 aanslagen); per kopie vervallen er 4 regels basistekst.

De basistekst komt in een 3-koloms stramien. Een volle pagina telt $3 \times 54 = 162$ regels van 35 aanslagen per regel.

Wiskundige artikelen komen in een 2-koloms stramien. Een volle pagina telt hier $2 \times 54 = 108$ regels van 58 aanslagen per regel.

Illustraties

Voorzie uw tekst van toepasselijke illustraties. *Tekeningen, grafieken*: scherpe figuren met zwarte pen of inkt gemaakt, of geprint op een goede printer.

Tabellen: scherp origineel op apart vel aanleveren.

Foto's: liefst zwart/wit met scherp contrast. Voorzie illustraties van een verklarend bijschrift (op apart vel; bij meer illustraties zowel de illustraties als de bijschriften nummeren). Indien een illustratie op een bepaalde plaats in de tekst moet worden opgenomen dient dit duidelijk te worden aangegeven.

Verschijningsdata van Euclides

Omstreeks de 1e van de maanden september, december en mei; omstreeks de 15e van de maanden oktober, januari, februari, maart en juni.

Kopij voor het volgend nummer moet uiterlijk 10 weken voor verschijning geaccepteerd zijn door de redactie; voor de acht middenpagina's (in artikelen voor deze bladzijden mogen geen illustraties, tabellen of formules voorkomen!) geldt een termijn van 7 weken.

Kalender

13 december 1995

Utrecht

Bestuursvergadering NVvW

6 januari 1996

Amersfoort

Wintersymposium

Zie bladzijde 108

17 januari 1996

Utrecht

Bestuursvergadering NVvW

5 maart 1996

Rotterdam

Regiobijeenkomst NVvW

7 maart 1996

Zwolle

Regiobijeenkomst NVvW

12 maart 1996

Amsterdam

Regiobijeenkomst NVvW

14 maart 1996

Eindhoven

Regiobijeenkomst NVvW

Adressen van auteurs

H.W.P.M. Boreas

Paus Joannesstraat 37
6235 CJ Ulestraten

C.J. van de Giessen

Isala College
Laan van Schuylenburch 8
7064 AL Silvolde

M.C. van Hoorn

Noordersingel 12
9901 BP Appingedam

W. den Ouden

Marnix College
Gildestraat 1
6711 DM Ede

S.H. Schaafsma

Betuwepad 25
5691 LM Son

I.H. Stamhuis

VAV, fac. N&S, VU
De Boelelaan 1081
1081 HV Amsterdam

A. van Streun

RUG, vakgroep wiskunde
Postbus 800
9700 AV Groningen

A. Verweij

Noord Rundersteeg 10
2312 VN Leiden

G. Zwaneveld

Bieslanderweg 18
6213 AJ Maastricht

Verlag van een hearing

M. van Hoorn

Op 16 september vond te Utrecht een hoorzitting plaats. Het onderwerp was: de wiskundeprogramma's in de nieuwe profielen voor de bovenbouw van het havo/vwo. De Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren had degenen uitgenodigd die hadden gereageerd op de hen toegezonden concept-programma's. De concept-programma's waren toegezonden aan allen die in het voorafgaande jaar hadden ingetekend op een regionale bijeenkomst. Dat waren ongeveer 250 mensen. Hiervan hebben ± 50 mensen gereageerd. Deze 50 werden uitgenodigd voor de veldraadpleging, en van hen waren er zo'n 20 aanwezig. De discussie verliep plezierig. Op enkele onderwerpen kon grondig worden ingegaan. De vergadering werd met vaste hand – goede zaak! – geleid door Marian Kollenveld, die zelf lid was van de Vakontwikkelgroep Wiskunde. Ook Jan Breeman, het andere bestuurslid dat lid was van de Vakontwikkelgroep, was aanwezig. Ik geef hieronder enkele bevindingen weer. Een andere verslaggever kunnen andere dingen zijn opgevallen. Elders in dit nummer staat de reactie die het bestuur heeft geschreven.

Vwo

In vwo-4 zitten naar verhouding veel van de uren wiskunde. Wordt wiskunde daardoor meer en meer

een selectievak? Voor de hand ligt, dat een programma dat door alle leerlingen gevolgd wordt, niet te zwaar mag zijn. Dus moet de 'schade' die hierdoor in vwo-4 ontstaat, in de klassen 5 en 6 worden ingehaald. En in die klassen zijn nou juist minder uren wiskunde voorzien. Het wordt al met al moeilijker om voor de goede leerlingen een verantwoorde doorgaande lijn op te zetten.

Nu is dit op te lossen door in vwo-3 flink te selecteren. Dat ligt echter niet in het verschiep. Aan het eind van de derde klas wordt de bevordering vastgesteld door een vergadering van 10 à 15 docenten, de wiskundeleraar is daar één van. Bovendien wordt selecteren in de derde klas ook in principe te vroeg geacht.

Uitvoerig werd over diverse programma-onderdelen gesproken. Leerlingen die geen zwaar wiskunde-programma kiezen, kunnen mooi geschiedenis van de wiskunde nemen, wordt door sommigen opgemerkt.

Ik verbaas me daar over. Geschiedenis van de wiskunde is toch pas interessant als het over essentiële zaken gaat? Meetbaarheid van lijnstukken, rekenen zonder logaritmen, infinitesimaalrekening, wat moet een alfa- of gamma-leerling daar mee?

De doelstellingen van het onderwijs in de verschillende profielen kwamen uitgebreid aan bod. Waar zit nog iets van biologische contexten?

Wel in Natuur & Gezondheid, niet in Natuur & Techniek? In het profiel Natuur & Techniek, waar iedere leerling natuurkunde heeft, moet de link met dat vak nadrukkelijker worden aangebracht.

Over de keuzen die meisjes maken is in dit verband ook weer gesproken. Hopelijk ontardt dit niet in gemakkelijke onderwerpen die voor meisjes aantrekkelijker heten te zijn. Uiteindelijk wordt er immers geen enkel belang gediend met zulke overwegingen.

Havo

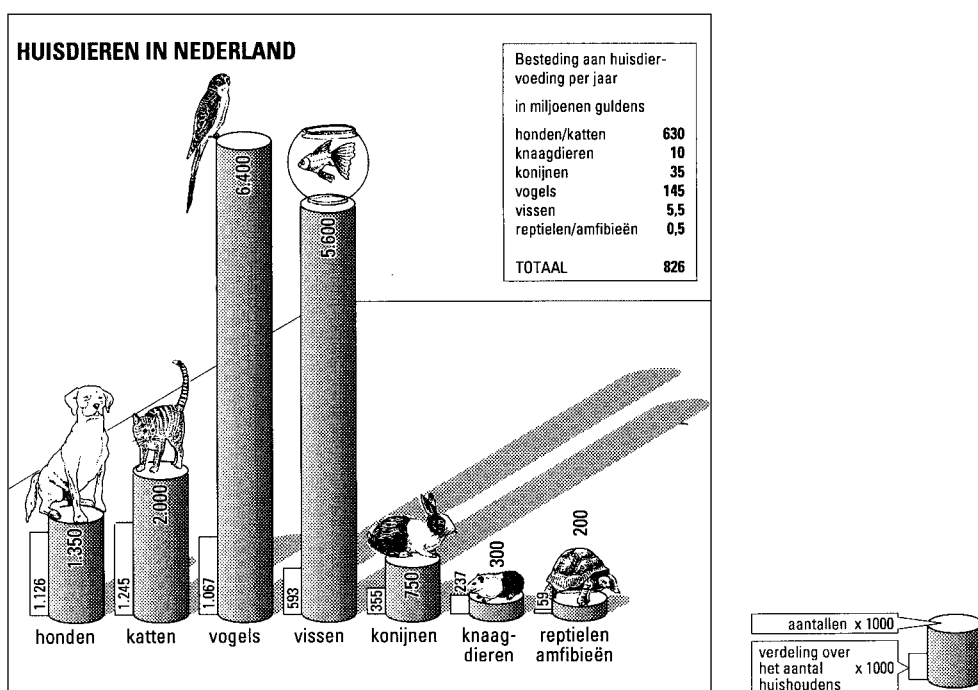
Geconstateerd werd dat het aloude stokpaardje van mevrouw Ginjaar-Maas, te weten wiskunde verplicht, in het havo nu toch binnen sluipt. In alle havo-profielen zit wiskunde. Betekent dit dat er meer afhakers zullen zijn? Of is de voorbereiding in de basisvorming zo uitstekend, dat er daardoor minder afhakers zullen zijn?

Bij de bespreking van de wiskunde in het profiel Natuur & Techniek kwam de differentiaalrekening uitvoerig aan de orde. Niet het zgn. numeriek differentiëren, dat heeft ten principale een dubieuze status. Wat is differentiëren zonder de kettingregel te hebben? Deze regel is eigenlijk belangrijker dan een produkt- of quotiëntregel. De laatste twee mag je eventueel weglaten, de kettingregel niet. Een functie als $\sin 3x$ met transformaties differentiëren gaat bijzonder onhandig. Aan de orde kwam ook de mogelijkheid de leerlingen werkstukken te laten maken, vooral van ruimte-metkundige aard. Zeg maar: aan de orde kwam het zelfstandig werken in het Studiehuis. De vergadering wees dit unaniem af. Men vond de onderwerpen te hobbyïstisch, en niemand heeft een wiskundewerklokaal met een eigen wiskunde-TOA.

Werkblad

1 Huisdieren in Nederland

Uit het volgende diagram is veel af te lezen over huisdieren.



2p 7 In hoeveel huishoudens heeft men honden als huisdier?

De volgende vraag gaat over huishoudens met vissen.

4p 8 Bereken hoeveel vissen er gemiddeld in zo'n huishouden zijn. Schrijf je berekening op.

Er zijn huishoudens met vogels en er zijn huishoudens met konijnen.

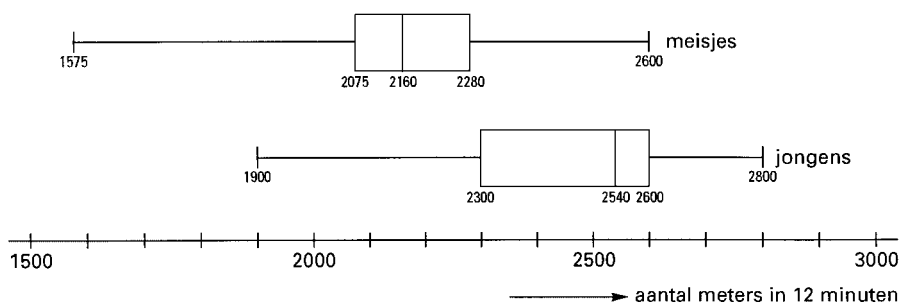
5p 9 Welke van deze huishoudens geven naar verhouding meer uit aan huisdiervoeding? Licht je antwoord toe.

Uit: Examen mavo/vbo-C, 1995, 1^e tijdvak.

Werkblad

2 Coopertest

Een Coopertest is een conditietest waarbij men kijkt hoeveel meter je in 12 minuten kunt lopen. Aan een Coopertest doen 120 meisjes en 120 jongens mee. De resultaten van deze test zie je in de volgende boxplots.



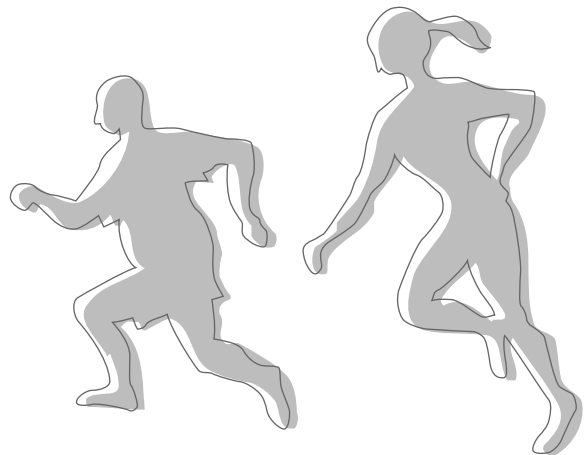
- 2p 6 Hoe groot is het aantal meisjes dat in 12 minuten meer dan 2075 meter liep?

Er waren vier meisjes langzamer dan de langzaamste jongen.

- 4p 7 Bereken hoeveel procent van alle deelnemers tussen de 1900 en 2600 meter in 12 minuten liep. Schrijf je berekening op.

Vergelijk de resultaten van de 60 snelste meisjes met die van de 60 langzaamste jongens.

- 4p 8 Is het mogelijk om met deze boxplots na te gaan wie gemiddeld het snelst zijn, deze 60 meisjes of deze 60 jongens? Licht je antwoord toe.



Meetkunde in 3d

Hub Boreas

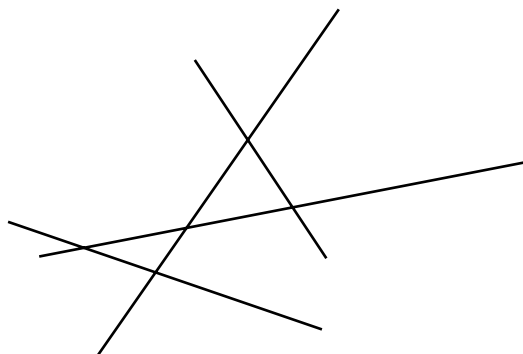
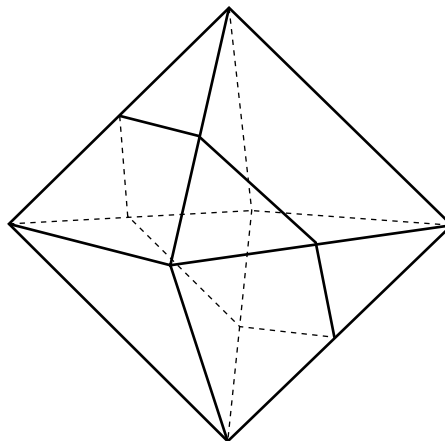
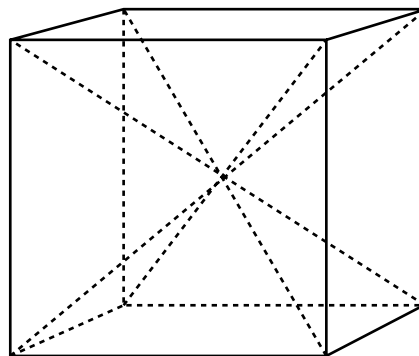
Nederland is al enige tijd in de ban van een 3d-rage: 3d-beelden op kaarten, in boeken, zelfs legpuzzels ontkomen niet aan het nieuwe tijdverdrijf.

Dus ben ik zelf ook aan de slag gegaan en heb een oud computerprogramma opgerakeld, waarmee ik een aantal jaren geleden dieptebeelden heb ontworpen. Met behulp van dit programma heb ik vier 3d-figuren getekend: een kubus met de vier lichaamsdiagonalen, een octaëder doorsneden door een vlak, zomaar vier lijnen en zomaar vier punten. Zie figuur 1.

De illusie van diepte ontstaat door naar de tekeningen te staren, terwijl u het papier op 25 à 30 cm afstand houdt. Bij het staren ontstaan dubbelbeelden en dat is ook de bedoeling. De dubbelbeelden vloeien in elkaar over en als ze elkaar volledig bedekken ontstaat vanzelf de diepte. U kunt dan gemakkelijk de hele figuur aftasten, zonder dat de ogen vermoeid worden.

Mocht u er niet in slagen om na een aantal vertwijfelde pogingen diepte aan te brengen in de figuren, dan kunt u het beste het volgende proberen. Kijk naar uw rechter wijsvinger die u op ongeveer 30 cm afstand voor uw ogen houdt, waarbij u recht vooruit kijkt. Kijk vervolgens naar de verte. U ziet nu ongetwijfeld twee beelden van uw wijsvinger. Deze verdubbeling vormt de basis van het 3d-kijken. Houd nu uw linker wijsvinger op ongeveer 8 cm naast uw rechter wijsvinger. Nu ziet u vier beelden van uw beide vingers. Beweeg de vingers naar elkaar toe en als ze op ongeveer 4 cm afstand van elkaar zijn, vallen de middelste beelden samen.

Als het lukt kunt u dezelfde techniek toepassen bij het kijken naar 3d-tekeningen. Blijft u wel naar het middelste beeld *staren*, want als u gaat *kijken* verdwijnt de diepte als sneeuw voor de zon. Ondanks het feit dat u staart, zult u toch een scherp beeld voor ogen hebben!



Figuur 1

Verklaring

Om de diepte mogelijk te maken worden de figuren op een tafereel in perspectief getekend. Zie figuur 2.

Laat het punt $Q(x, y, z)$ in figuur 2 een hoekpunt van de figuur voorstellen, het punt $P_1(a, b, c)$ het projectiecentrum (bijvoorbeeld het rechteroog) en het Ozy -vlak het tafereel.

De projectie $Q_1(x', y', z')$ wordt gegeven door

$$(x', y', z') = (x + k(-a + x), y + k(-b + y), z + k(-c + z)),$$

waarbij k bepaald is door

$$x' = 0 \Rightarrow k = x / (a - x).$$

Dus uiteindelijk:

$$Q_1 = (0, y + x(-b + y) / (a - x), z + x(-c + z) / (a - x)).$$

Projecteer Q nogmaals vanuit een in de tekening links van P_1 gelegen punt P_2 (het linkeroog) en neem

$$P_2 = (a, b - \Delta b, c) \text{ met } \Delta b \text{ positief.}$$

Voor de projectie Q_2 geldt:

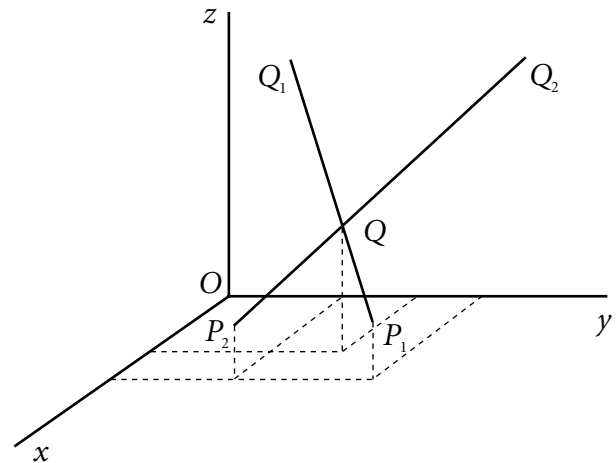
$$Q_2 = (0, y + x(-b + \Delta b + y) / (a - x), z + x(-c + z) / (a - x)).$$

In principe zijn twee projecties voldoende voor een 3d-tekening, maar meerdere projecties geven een beter resultaat. Hier is gekozen voor drie projecties, met als derde projectiecentrum het punt $(a, b - 2\Delta b, c)$. De afstand Δb tussen de projectiecentra wordt proefondervindelijk vastgesteld. Voor de hier gebruikte voorbeelden is gekozen voor respectievelijk de punten $(75, 20, 10)$, $(75, 16, 10)$ en $(75, 12, 10)$.

Laten we twee projecties van de octaëder doorrekenen. Als hoekpunten zijn gekozen: $(4, 0, 0)$, $(0, 4, 0)$, $(-4, 0, 0)$, $(0, -4, 0)$, $(0, 0, 4)$ en $(0, 0, -4)$. Dat betekent dat bij de projectie vier hoekpunten met hun beeld samenvallen. De beide andere projecties zijn de punten $(0; 1,13; 0,56)$ en $(0; -1,13; -0,56)$ met $(75, 20, 10)$ als projectiecentrum en $(0; 0,90; 0,56)$ en $(0; -0,90; -0,56)$ met $(75, 16, 10)$ als projectiecentrum. Neem de proef op de som, teken deze punten (en uiteraard ook de ribben) en u hebt een prachtige 3d-tekening gemaakt. Als de beide tekeningen elkaar niet bedekken bij het diepte-

kijken, dan verkleint u de tekeningen met bijvoorbeeld een factor 2 of u laat de tekeningen elkaar overlappen. De projectie vanuit het rechter centrum tekent u rechts van de projectie vanuit het linker centrum.

U hebt opgemerkt dat in de tekening het punt Q_1 links ligt van het punt Q_2 . U kunt dus ook de projectie vanuit het rechteroog aan de linkerkant tekenen van de projectie vanuit het linkeroog. Maar in dat geval gebruikt u bij het 3d-kijken een andere techniek. U kijkt dan scheel(!) naar de tekening. Ook nu ontstaan dubbelbeelden die een dieptebeeld opleveren als ze elkaar bedekken. Als het dieptebeeld er eenmaal is, kunt u uw ogen ontspannen, zonder dat de diepte verloren gaat. Maar op den duur is dit toch vermoeiend, daarom kunt u beter de techniek van het staren gebruiken, waarbij de projectie vanuit het rechter projectiecentrum ook rechts getekend wordt.



Figuur 2

Wiskunde-havo-B-examens

Aan Euclides, vakblad voor wiskundeleraren.

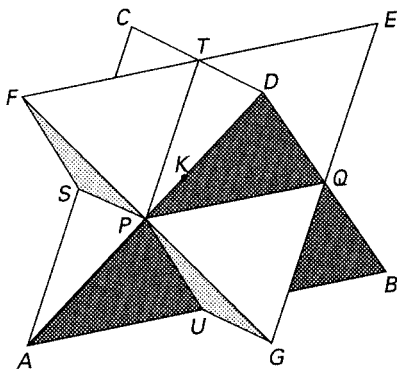
Ede, 30-08-1995

WISKUNDE-HAVO-B-EXAMENS.

Het is de laatste week van de vakantie. Je probeert alvast weer wat aan het schoolleven te winnen. In dat kader blader ik het NGL-blad van 26 augustus 1995 door. Mijn oog valt op een artikeltje met als kop:

Examen Wiskunde B makkelijker.

Ik citeer: 'De Cevo heeft hiertoe besloten vanwege de vele kritiek op de wiskunde B-examens voor havo en vwo dit jaar. Die werden als te moeilijk ervaren.'



Dus omdat het examen op het havo en op het vwo te moeilijk was, worden er twee onderwerpen op het vwo geschrapt. En waar blijft het havo dan? Diezelfde vraag had ik me ook al gesteld toen ik in de krant las dat een groep wiskundeleraren, bijeen op een regionale examenbespreking in Rotterdam, een nieuw wiskunde-examen eiste. Een nieuw vwo-examen dus. En het havo dan?

Toch maar eens teruggebladerd in de oude jaargangen van Euclides, het is immers nog vakantie. Het wiskunde-havo-B-examen is officieel gestart in 1992.

1992: alle leerlingen krijgen er 7 punten bij;
1993: alle leerlingen krijgen er 3 punten bij;
1994: geen verandering van de cesuur;
1995: alle leerlingen krijgen er 8 punten bij (bij het herexamen plus 12).

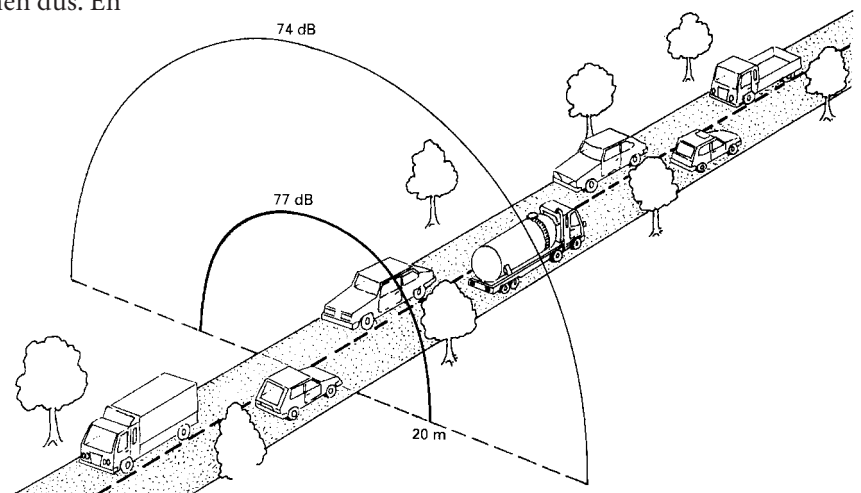
Dat lijstje ziet er toch niet echt glanzend uit, daar zou toch eens over gesproken moeten worden. Is de hoeveelheid stof op het havo te groot? Dan moeten er ook op het havo onderwerpen geschrapt worden. Of zijn de examens op het havo steeds te moeilijk? Dan moeten we duidelijk maken dat we dit soort examens niet meer willen. Of moet wiskunde B op het havo een elitair vak worden? Dan zullen we de decanen moeten vertellen dat dit vak bestemd is voor een zeer select gezelschap.

Het stilzwijgen over de wiskunde-havo-B-examens moet wel doorbroken worden. Terwille van de leerlingen: die kunnen op deze manier alleen tonen wat ze niet weten, maar niet wat ze wel kunnen. En terwille van de docenten: ik heb geen zin om dit jaar weer zo'n puinhoop te corrigeren.

Daarom graag reactie.

Wim den Ouden
(mede namens Loed Kraag en Bert van Oostveen)
Marnix College, Ede.

Afschrift naar:
Cevo
NGL-blad



Wat is het doel van ons wiskundeonderwijs?

Hoe kan computeralgebra in dit onderwijs geïntegreerd worden?

Kan computeralgebra bijdragen aan inzicht in wiskunde?

Wat gebeurt er met computeralgebra in de bedrijven?

Deze vier vragen stonden centraal in de workshop 'Computer Algebra in het Wiskunde

Curriculum' die van 6 tot 8 maart op de

Universiteit Twente gehouden werd. Vijftig

medewerkers van acht universiteiten, tien

hogescholen en het expertisecentrum CAN

(Computer Algebra Nederland') waren bijeen

gekomen om ideeën en ervaringen uit te

wisselen en elkaar hun materiaal te tonen.

Computer Algebra in het Wiskunde Curriculum

Agnes Verweij

Het doel van ons wiskunde- onderwijs

Enkele sprekers stelden dat de doelen van het wiskundeonderwijs bij invoering van computeralgebra

zullen veranderen. Bij klassieke onderwerpen zullen andere accenten gelegd worden en er zullen nieuwe onderwerpen aangesneden moeten worden. Met het in gang zetten van deze veranderingen

kunnen we niet al te lang wachten, want – of wij dat nu leuk vinden of niet – de opmars van computeralgebra is niet te stuiten.

Hierdoor dreigt voor sommige studierichtingen in het hoger onderwijs de profetie van professor Freudenthal over de toekomst van het wiskundeonderwijs nu al bewaarheid te worden. Freudenthal voorspelde dat er in het jaar 2000 meer aan wiskunde wordt gedaan dan ooit tevoren 'al zal het niet als afzonderlijk vak onderwezen worden' (Wiskunde-onderwijs anno 2000, Euclides jaargang 52 nr 8, april 1977). En inderdaad, toekomstige gebruikers van wiskunde die alleen standaardtechnieken nodig hebben, kunnen ervan uitgaan dat zij voor het uitvoeren van deze technieken over een computeralgebrasysteem zullen beschikken. Zij hebben daarom nu al geen analyse- en lineaire algebra-onderwijs meer nodig, maar hebben genoeg aan enig onderricht in het indrukken van de juiste knoppen. De spreker die dit laatste standpunt verdedigde, sprak de verwachting uit dat voor dit type studenten het niveau van het wiskundeonderwijs ook te hoog zal gaan worden. Immers, zodra het 'met de hand' uitvoeren van allerlei standaardberekeningen geschrapt wordt, komt de nadruk veel meer op wiskundig inzicht. Dit inzicht is nodig om in complexere situaties met computeralgebra te kunnen werken.

Computeralgebra in de bedrijven

Als over de doelen van wiskundeonderwijs met computeralgebra nagedacht wordt, is het van belang het antwoord te kennen op de vierde themavraag: wat wordt er in het bedrijfsleven met dit hulpmiddel gedaan? Zo kunnen we een idee krijgen van wat de bedrijven op dit punt van hun nieuwe medewerkers verwachten.

Het verslag van een case-study bij het Ingenieursbureau van de NS, de presentatie van een medewerker van Océ Nederland BV die betrokken is bij de ontwikkeling van kopieermachines, en de voordracht van een onderzoekster van Shell Amsterdam leverden samen vijftien verschillende doelen op. De meest opmerkelijke vond ik:

- met behulp van computeralgebra numerieke methoden kunnen toe- passen,
- kunnen omgaan met wiskundige functies waarover men niet onder- wezen is, maar die wel in het com- puteralgebrapakket voorhanden zijn,
- visualisering als onderdeel van de oplossingsmethode gebruiken,
- schriftelijk verslag leggen van de resultaten,
- de problemen en hun (verschillen- de) oplossingen aan niet-wiskun- digen kunnen presenteren met behulp van de visualiseringsmoge- lijkheden (waaronder animatie) van een computeralgebrasysteem.

Probleemoplossen met computeralgebra

In de meeste voordrachten werd ver- slag gedaan van de manier waarop men op dit moment bezig is – al of niet na een uitvoerige discussie over doelen – computeralgebra in som- mige onderdelen van het onderwijs van universiteit en hogeschool te integreren. Een van de sprekers zei dat het daarbij op zijn instelling vooral gaat om: *‘het verkrijgen van inzicht in het soort van berekeningen dat met dergelijke programma’s kan worden uitgevoerd, zodat studenten zelfstandig kunnen beslissen bij welke problemen het inzetten van zo’n pro- gramma zinvol is. Een beter begrip van de wiskunde kan daarbij een nastrevenswaardig bijproduct zijn.’* Ook een aantal andere sprekers noemde als hoofddoel dat studenten op een goede manier met computer-

algebra om leren gaan bij het oplos- sen van problemen. Uit de betref- fende presentaties bleek dat daar- naast altijd wel aan een of meer van de hierboven genoemde doelen aan- dacht besteed wordt.

Zo wordt het toepassen van nume- rieke methoden met behulp van computeralgebra geoefend in het practicum met Maple voor eerste- jaars studenten elektrotechniek van de Technische Universiteit Delft. Het omgaan met wiskundige func- ties die nog niet of slechts gedeelte- lijk behandeld zijn, maar die men bij het werken met Maple wel tegen- komt (de Zeta-functie bijvoorbeeld), is een van de aspecten die aan bod komen bij het praktijkgerichte wis- kundeonderwijs voor eerstejaars stu- denten werktuigbouwkunde van de Noordelijke Hogeschool Leeuwar- den.

En schriftelijk rapporteren is een belangrijk aandachtspunt bij het probleemoplossen met Maple of Derive voor de verschillende facul- teiten van de Universteit Twente.

Meer inzicht in wiskunde

Een cursus waarbij studenten com- puteralgebra gebruiken om stukjes wiskunde (beter) onder de knie te krijgen, is bijvoorbeeld het Maple- practicum voor informatica-studen- ten van de Universiteit Twente. Ver- betering van inzicht in wiskunde wordt ook nagestreefd bij de instruc- ties met Maple voor studenten elek- trotechniek van de Technische Uni- versiteit Delft en bij de oefeningen voor wiskunde- en informaticastu- denten van de Katholieke Universi- teit Nijmegen. Bij deze cursussen is gebleken dat het niet verstandig is studenten al vroeg in een leerproces oefenenopgaven met computeralge- bra te laten maken. Zij kunnen beter eerst eenvoudige oefeningen ‘met de hand’ maken en pas later Maple gaan gebruiken voor het reken- en teken- werk bij ingewikkelder opgaven. Stu-

denten laten werken aan opgaven waarin theorie verduidelijkt wordt, bleek over het algemeen ook niet erg succesvol te zijn, behalve als de docent intensieve begeleiding gaf. Zowel in Delft als in Nijmegen is men daarom van plan zogenaamde worksheets te gaan ontwikkelen waarin voorbeelden bij verschillende stukjes wiskunde, eventueel verluch- tigd met animatie, zijn voorgepro- grammeerd. De student, of eerst de docent die college geeft, kan door de return-toets te gebruiken de bedoe- lde voorbeelden op het scherm krij- gen. Het aardige van zo’n worksheet is dat het daar niet bij hoeft te blij- ven. De gebruiker kan zelf verande- ringen aanbrengen in de gegevens en de sheet nogmaals doorlopen om zo te zien hoe de veranderingen door- werken in de resultaten.

Op de Hogeschool Utrecht is al ervaring opgedaan met het ontwer- pen en gebruiken van worksheets in Derive waarmee de theorie wat meer gaat ‘leven’. Twee voorbeel- den, bestemd voor tweedejaars hts- studenten elektrotechniek, werden getoond: één over de centrale limietstelling uit de kansrekening, en één over de Fourierbenadering van een stapfunctie.

Bij de Katholieke Leergangen in Til- burg worden worksheets niet alleen door docenten, maar ook door vier- dejaars studenten gemaakt, in Map- le. De bedoeling hiervan is dat deze studenten, die bezig zijn met het laatste jaar van de opleiding tot le- raar wiskunde, leren bepaalde wis- kundige principes door middel van animatie te verduidelijken. Zo wordt hier gewerkt aan het eerder genoem- de doel: kunnen presenteren met behulp van de visualiseringsmoge- lijkheden van een computeralgebra- pakket, zij het dat de onderwerpen (wiskundige theorie) en de doel- groep (middelbare scholieren en eer- stejaars studenten) anders zijn dan de sprekers uit het bedrijfsleven bedoelden. Er werden enkele fraaie worksheets getoond: over het ver-

band tussen de eenheidscirkel en de sinusfunctie, het begrip afgeleide functie, het ontstaan van omwentelingslichamen, en de integraal als limiet van een rij Riemannsommen.

Eerst het curriculum veranderen?

Een aantal sprekers, met name zij die computeralgebra ook voor het verbeteren van wiskundig inzicht proberen te gebruiken, hebben dit gereedschap op een moment gewoon maar ingevoerd bij een bestaande cursus zonder op voorhand al te veel aan het curriculum te veranderen. Dat dit niet altijd tot bevredigende resultaten leidde, kwam voor hen niet onverwacht. Maar alleen op deze manier konden zij hun wiskundecollega's over de streep trekken en met het gebruik van computeralgebra gaan experimenteren. Nu gebleken is dat de tentamenresultaten in elk geval niet verslechteren, kunnen ze doorgaan. Veranderingen in de doelen, en dus ook in de inhoud van het curriculum en de tentaminering, moeten dan later stapje voor stapje volgen. Het is dus nog de vraag of we in het jaar 2000 al zo ver zijn dat alle wiskunde-curricula van de universiteiten en hogescholen optimaal op de beschikbaarheid van computeralgebra zijn afgestemd.

Noot

- 1** Het expertisecentrum CAN is in 1989 opgericht met het doel het gebruik van computeralgebra te stimuleren. Middelen om dit doel te bereiken zijn onder andere de distributie van computeralgebra-software waaronder Derive, Maple en Mathematica, en de uitgave van de (gratis) CAN-nieuwsbrief. Een uitgebreid verslag van de workshop in Twente is opgenomen in Nieuwsbrief 14, april 1995. Het adres van CAN is: Kruislaan 419, 1098 VA Amsterdam, tel. 020-5608400.

40 jaar geleden

ENIGE OPMERKINGEN OVER HET RAPPORT VAN DE LEERPLAN-COMMISSIE 1954

door P. Wijdenes

Wat niet meer gevraagd wordt op het eindexamen, daar wordt niets of terloops een schijntje aan gedaan. In de bovenbouw functies en grafieken. Zie blz. 173¹ onder 1; onder 2 en 3 wat men *niet* zal doen; het hele programma, dat men wel zal doen, beslaat 2 regels en nog 2 woorden! (Blz. 173, regel 16 en 17.) 't Munt uit door 'soberheid', maar is onvoldoende om enig houvast te krijgen.

Ook voor de onderbouw: het is gewoonte enige bladzijden op te nemen in de vlakke meetkunde om daarna (bij het merendeel) er verder geen gebruik van te maken.

Wat de 'toegepaste driehoeksmeting' betreft, die aan het eind genoemd wordt, wel, dan krijgen we weer terug, wat wijlen Prof. Tienstra in het tijdschrift *Christiaan Huygens* Jg. XV, blz. 245 opmerkte: 'Gun mij, waarde lezer, het genoeg hier de hardnekkige pogingen te mogen signaleren van de schrijvers van schoolboeken om leerlingen te suggereren, dat de landmeetkundige bedrijvigheid zich concentreert rondom bezigheden als het meten van de hoogte van een toren of bestaat in de bevrediging van een steeds weer optredende, zij het goedmoedige, nieuwsgierigheid naar de afstand van twee punten aan de overzijde van een rivier gelegen, waarbij dan de landmeter een zekere onnozelheid in de schoenen wordt geschoven voor wat betreft zijn volslagen machteloosheid om aan de overkant te komen. Dit is trigonometrie in de stijl van 'Morgenster, Daedwerkelijke Meetkunst' uit de tijd van het astrolabium en de meetketting.'

¹ Zie Euclides 30e jg. 1954/55, nr. IV, blz. 149-176.

Uit: Euclides 31 (1955-1956).

‘Elke leraar moet plezier hebben in zijn vak’

Martinus van Hoorn

Daniel Zogg, 46 jaar, is sinds 1974 leraar aan de Kantonsschule Wiedikon te Zürich, kanton Zürich, in Zwitserland. De naam van het kanton moet er bij, zoals hieronder wel zal blijken. Wij troffen elkaar tijdens de Vakantiecursus van het Wiskundig Genootschap te Eindhoven, aan het eind van de zomervakantie. Daniel Zogg, wiens echtgenote Nederlandse is, komt regelmatig in Nederland en spreekt onze taal voortreffelijk.

Kun je iets vertellen over het onderwijs in Zwitserland? Is het per kanton verschillend?

Ja. Zwitserland heeft 26 kantons met 26 verschillende systemen, en die ken ik lang niet allemaal. Minimaal duurt de schooltijd 12 jaar tot het eindexamen, in sommige kantons is het 13 jaar, in het kanton Zürich is het 12½ jaar (6 jaar lagere school, dan 6½ jaar middelbare school, of 2 tot 3 jaar ‘Sekundarschule’ gevolgd door 4½ jaar middelbare school). In het kanton Aargau heb je 5 jaar lagere school, 4 jaar ‘Bezirksschule’ en 4 jaar ‘Kantonsschule’, evenals in Bern en Basel. In Italiaanstalig en Franstalig Zwitserland is het weer anders.

Sinds een paar jaar beginnen alle scholen in Zwitserland in de herfst.



Vroeger kon ook het begin van het schooljaar per kanton verschillen. Door verhuizen kon een leerling een jaar winnen of verliezen.

Wat voor klassen heb je, hoeveel lesuren geef je, en hoe lang duurt een lesuur? En: hoeveel leerlingen zitten er in één groep, en wat voor vervolgopleiding kiezen ze? Een wiskundeleraar in het kanton

Zürich heeft 23 lesuren van 45 minuten, een tekenleraar heeft 26 lesuren en een leraar talen 22. Dit zijn gemiddeldes, het kan per semester variëren. Omdat ik - sinds 15 jaar - twee keer per jaar het lesrooster maak, heb ik nog 19 lesuren. In de klassen zitten 12 tot 30 leerlingen, gemiddeld ongeveer 20. Twee of drie van mijn klassen zullen eindexamen ‘Typus’ A of B doen, d.w.z. met Latijn en Engels of Italiaans, of Grieks; Frans hoort er sowieso bij. Eén klas zal een eindexamen doen dat alleen maar door de universiteit van Zürich wordt erkend, voor alle studierichtingen behalve medicijnen. Misschien twee derde van de leerlin-

gen gaat naar de universiteit, de rest doet een opleiding in de paramedische sector, een lerarenopleiding, of gaat naar het bedrijfsleven.

Welke onderwerpen behandel je? We behandelen ongeveer hetzelfde als in Nederland. In het begin meer meetkunde, bijvoorbeeld de vlinderstelling (d.i. de stelling van Ptolemaeus). Op onze school ligt de nadruk op de

klassieke talen, dus doen we geen matrices, en geen differentiaalvergelijkingen. Wel natuurlijk trigonometrie en goniometrie, en differentiëren tot en met de kettingregel.

Hoe vinden leerplanwijzigingen plaats, en hoe gaat het bij de examens?

Zwitserland, en zeker Duitstalig Zwitserland, is behoudend, er verandert niet gauw iets; het kanton stelt de grenzen vast waar een sectie binnen moet blijven. Meestal zijn dat minimumeisen.

De examenopgaven stel ik zelf op.

we daar wel gebruik van. Soms worden Duitse boeken gebruikt. Er zijn ook Zwitserse boeken, maar omdat die voor alle types eindexamens geschikt moeten zijn, staat er veel te veel in, net als in de boeken uit Duitsland. Ik ben enorm jaloers op de leraren in Nederland, waar heel mooie boeken zijn.

Is er een vereniging van Zwitserse wiskundeleraren? Zijn er tijdschriften?

Ja, er is zo'n vereniging, en in de meeste kantons zijn nog aparte verenigingen.

boeken zijn primair voor de leerlingen geschreven en niet voor de leraar. De leraar is minder met het opbouwen van wiskunde bezig dan ik in mijn lessen.

Leerlingen in Nederland hebben soms zware dagen, met wel 7 of 8 lessen achter elkaar. In Zwitserland is dan een uur pauze verplicht.

Geschrokken ben ik ook van het aantal verplichte lessen op de middelbare scholen.

In het geheel is het me op de Nederlandse scholen heel goed bevallen, maar ja, ik houd van wiskunde.

Graag wil ik de collega's die me bij



Ze worden door de schoolleiding gecontroleerd. De leraar corrigeert het examen, en stelt aan de gecommitteerde de cijfers voor. De gecommitteerde is bij de mondelinge examens aanwezig en bepaalt de cijfers mee.

Gebruik je leerboeken?

Die zijn er meestal niet. Sommige kantons hebben hun eigen uitgeverijen, in de eerste twee leerjaren maken

Er is geen Euclides of Nieuwe Wiskrant, er is ook geen Pythagoras, er verschijnt drie keer per jaar een bulletin voor leraren wiskunde en natuurkunde.

Je hebt Nederlandse scholen bezocht. Wat viel je het meest op? *De leerlingen zijn meer zelf bezig, wat ook kan met een goed leerboek, de leraar doet minder voor. De leer-*

mijn bezoeken hielpen en die ik lastig mocht vallen, daarvoor hartelijk bedanken.

Wat vind je het belangrijkste voor een wiskundeleraar?

Elke leraar moet plezier hebben in zijn vak!

In 1973 kocht ik het boek 'A Handbook of Integer Sequences' van N.J.A. Sloane. De schrijver had 2372 rijen verzameld. Al 'lezende' kom je dan op vele nieuwe ideeën. Ook het napluizen van de referenties kan heel leerzaam zijn. Afgelopen zomer ontving ik een nieuwe editie: N.J.A. Sloane and Simon Plouffe, 'The Encyclopedia of Integer Sequences' (1995, Academic Press, ISBN 0-12-558630-2). Nu hebben Neil en Simon 5487 rijen verzameld. Deze encyclopedie geeft de naam, de wiskundige beschrijving en literatuurbronnen aan voor elke rij. Het is een genot om door dit boek te bladeren en een aantal rijen te bestuderen. Om het volgende probleem op te lossen heeft u het boek beslist niet nodig. Het geeft echter wel de bedoeling van het boek aan: probeer eerst met kleine getallen het probleem op te lossen, waardoor er een rij ontstaat. Deze encyclopedie geeft dan (misschien) het vervolg aan!

Ons probleem:

Aan een ronde tafel zit een even aantal personen. Ieder steekt een arm uit en geeft een ander een hand. De armenparen kruisen geen andere armenparen. Op hoeveel manieren kunnen zij dit doen? Als voorbeeld de zes personen A, B, C, D, E en F, die (op volgorde) aan tafel zitten. De 5 manieren, waarop zij (op de beschreven wijze en met grote armlengte!) elkaar een hand kunnen geven, zijn:

1. AB, CD, EF
2. AB, CF, DE
3. AD, BC, EF
4. AF, BC, DE
5. AF, BE, CD

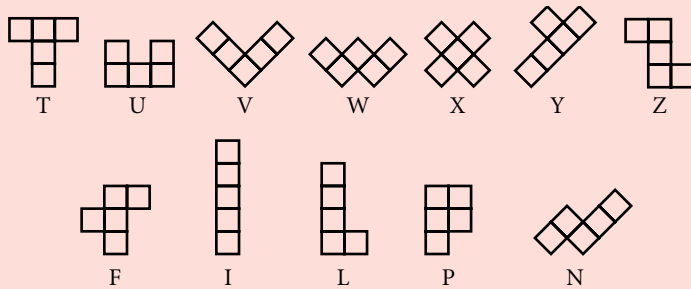
De opgave luidt: Op hoeveel manieren kan dit bij TIEN personen en op hoeveel manieren bij N personen (N even)? Oplossingen (ook gedeeltelijke!) leveren maximaal vijf punten op voor de doorlopende ladderwedstrijd, waaraan u op elk moment kunt beginnen. Ook als u al een aantal jaren niet inzond, dan nog blijven uw punten staan en kunt u, bijvoorbeeld nu, verder gaan.

Oplossingen, nieuwe opgaven en correspondentie over deze rubriek aan

Jan de Geus Valkenboslaan 262-A,
2563 EB Den Haag.

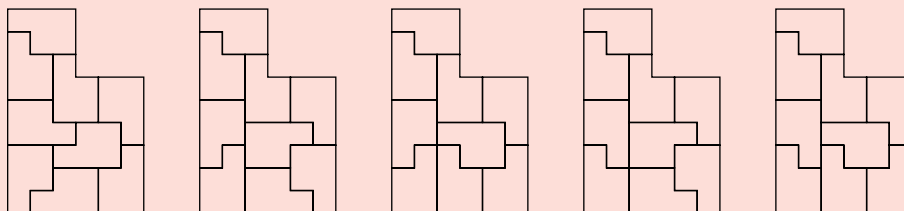
Oplossing 663

'Als we de pentomino's vergroten met factor $k = 3$, welke van de 12 pentomino's is dan te bedekken met 9 keer dezelfde pentomino?' was de vraag van Recreatie 663. Voor de duidelijkheid geven we de pentomino's aan met een letter:



Als voorbeeld gaf ik een vergrote I, die met 9 I's bedekt kan worden. De andere oplossing is een vergrote P, die met 9 P's bedekt kan worden.

De lezers *Jacques Haubrich* (46 punten), Eindhoven; *Gustaaf Lahousse* (38 punten), Grimbergen en *Leo H. van den Raadt* (28 punten), Heemstede vonden nog 5 varianten voor deze bedekking:



Zoals ik in de opgave al schreef heeft *Maarten Bos*, Groningen dit vraagstuk volledig opgelost voor $k = 2$, 3 en 4. Hij vond het volgende resultaat:

k	Met k^2 exemplaren van deze pentomino	is deze vergrote pentomino te bedekken
2	I	I
-	L	I, Z
-	P	F, I, L, P, T, U, X, Y, Z
-	V	X
-	Z	X
3	I	I
-	P	P
4	I	I
-	L	F, I, L, N, P, T, U, X, Z
-	P	alle twaalf!

Speciale vermelding verdient *Saskia Vermeer* van het Segbroek College, Den Haag, die deze opgave aan haar 3-vwo-klas vertelde. *Chantal Arnoldus* vond inderdaad de gezochte oplossing. Hulde Chantal!

Met 64 punten is deze maand winnaar :

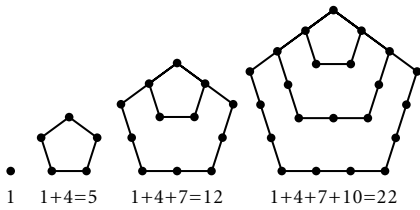
Hans Verdonk
C. Reinierszkade 103
2593 HM Den Haag

Heel hartelijk gefeliciteerd met de boekenbon van vijftientig gulden.

70

Het vijfhoeksgetal 70

De Pythagoreeërs gebruikten veelhoeken om getallen weer te geven. Zo bestaan er driehoeksgetalen: 1; 3; 6, vierhoeksgetalen: 1; 4; 9, vijfhoeksgetalen: 1; 5; 12, enz. Het vijfhoeksgetal 70 is op vele manieren te vinden. De naam zegt het eigenlijk al, via vijfhoeken, waarbij de hoekpunten geteld moeten worden. Zie onderstaande figuur.



Het is echter ook op vele manieren via veelhoeksgetalen te vinden. De eerste manier is via driehoeksgetalen. Tel je bijv. de driehoeksgetalen 15 en 55 op dan ontstaat het getal 70 en dat is een vijfhoeksgetal en wel het zevende.

Een tweede manier is via drie- en vierhoeksgetalen. Het driehoeksgetal 21 en het vierhoeksgetal 49 geven samen ook weer 70.

Een derde manier is om vijfhoeksgetalen op te tellen. Zo geven de vijfhoeksgetalen 1; 12; 22; 35 samen ook weer 70. Deze manier gaat op voor ieder vijfhoeksgetal want zo'n getal is altijd te schrijven als de som van één, twee, drie, vier of maximaal vijf vijfhoeksgetalen.

Sjoerd Schaafsma

Literatuur:

W. & L. Reimer

Historical connections in mathematics I
uitg. AIMS Educational Foundation
L. Mottershead

Investigations in mathematics
uitg. Basil Blackwell

Aankondiging Wintersymposium 1996

Het Wintersymposium van het Wiskundig Genootschap zal in 1996 plaatsvinden op 6 januari en wordt gehouden in het Johan van Oldenbarnevelt Gymnasium, Thorbeckeplein 1, Amersfoort. Het symposium is in de eerste plaats bedoeld voor leraren, maar natuurlijk is iedere belangstellende van harte welkom.

Het symposium is dit keer gewijd aan **coderingstheorie** en **cryptologie**. Aan de orde komen o.a. veilige elektronische betaalmiddelen, foutenverbeterende codes en er wordt ingegaan op de problemen die ontstaan bij het gebruik van cryptosystemen bij de bescherming van de nationale veiligheid en het opsporingsapparaat.

Programma:

9.30-10.00 uur:

Ontvangst met koffie

10.00-11.00 uur:

Coderingstheorie: een voorbeeld van toepasbare zuivere wiskunde

Drs. M. van der Vlugt

11.00-11.15 uur:

Pauze, met koffie

11.15-12.15 uur:

Cryptologie: het onmogelijke mogelijk

Prof.dr.ir. H.C.A. van Tilborg

12.15-13.30 uur:

Pauze, waarin men kan deelnemen aan een gezamenlijke lunch

13.30-14.30 uur:

Digitaal geld

N.T. Ferguson

De deelname is gratis.

Wie wil meedoen aan de gezamenlijke lunch wordt verzocht voor 31 december 1995 f7,50 over te maken op gironummer 3391318 van R. Bosch, Heiakker 16 in Prinsenbeek. Wie in aanmerking wil komen voor

een certificaat vermeldt bij betaling: Certificaat. Indien u niet wilt deelnemen aan de lunch maar wel een certificaat wenst, stuurt u een briefje naar voornoemd adres.

Voor inlichtingen kunt u bellen naar 076-5273184 (overdag) of 076-5419757 ('s avonds).

Conferentie schoolboeken voor de tussenfase



Havo- en vwo-leerlingen die in het schooljaar '96/'97 in de vierde klas komen zijn opgeleid volgens het nieuwe leerplan wiskunde en de basisvorming. Zij moeten echter nog wel opgeleid worden voor de huidige examens wiskunde A en B. Op deze conferentie zullen uitgever en auteurs laten zien hoe zij met hun methoden deze aansluiting gaan vormgeven. Zij zullen hun plannen, hun nieuwe boeken of hun nieuwe materiaal laten zien en toelichten. De volgende methoden hebben inmiddels toegezegd: Getal en Ruimte, Moderne Wiskunde, Netwerk en Wiskunde Lijn. **Plaats en tijd:** Eindhoven, 30 januari 1996
Rotterdam, 1 februari 1996
Utrecht, 6 februari 1996
Zwolle, 8 februari 1996
steeds van 14.00 tot 17.00 uur.

Kosten:

Voor deze conferentie wordt een bijdrage van f 30,- gevraagd.

Aanmelden:

Aanmelding kan uitsluitend schriftelijk gebeuren bij het informatiepunt wiskunde van het APS onder vermelding van uw naam, school, schooladres en de methode die u gebruikt. Adres: APS-wiskunde, Postbus 85475, 3508 AL Utrecht. Voor nadere informatie of het vragen van een aanmeldingsformulier: tel. 030 - 2856722.

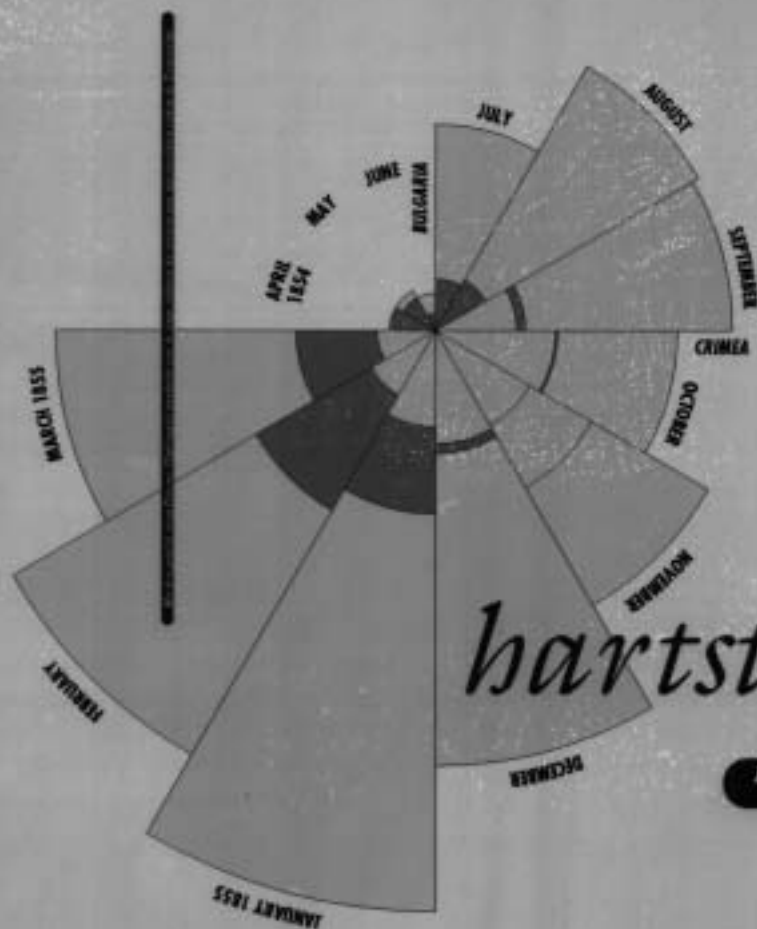


liefde

voor de erfelijkheidsleer

1871-1947 **TINE TAMMES**

		66	37	38	81	66	77	78	81	88	91
		37	36	61	68	71	76	81	86	91	86
	Day	27	22	17	12	7	2	2	7	12	17
	Day										
0.47	0.27	1	2	1							
0.27	0.61	3	3	5	4	2	1				
0.61	0.77		1	6	14	6					
0.77	0.81			6	12	12	12	9	1		
0.81	0.81			3	5	4	9	16	10	1	
0.81	1.01			2	4	4	7	10	17	5	
1.01	1.11			1	4	7	13	4	7	1	
1.11	1.21					3	6	8	8	5	4
1.21	1.31					1	3	3	3	3	
1.31	1.41							1	5	2	2
1.41	1.51										
1.51	1.61										2
1.61	1.71										



hartstochtelijk

statisticus

1820-1910 **FLORENCE NIGHTINGALE**

