

Orgaan van de  
Nederlandse Vereniging  
van Wiskundeleraren

# EUCLIDES

jaargang 71

1995-1996 september

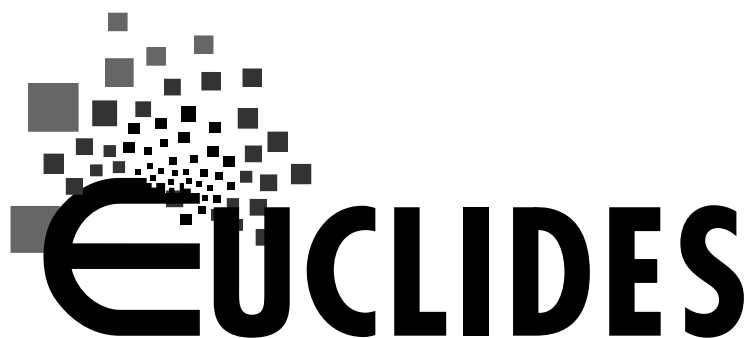
**1**



**Examen wiskunde B vwo:  
reacties**

**Wiskunde in de  
Derde Wereld**

**Vlakke meetkunde  
op de PC**



### **Redactie**

Dr. A.G. van Asch  
Drs. R. Bosch  
Drs. J.H. de Geus  
Drs. M.C. van Hoorn *hoofdred.*  
J. Koekkoek  
Ir. P. ten Kortenaar  
Ir. W.J.M. Laaper *secretaris*  
N.T. Lakeman  
W. Schaafsma  
Ir. V.E. Schmidt *penningmeester*  
Mw. Y. Schuringa-Schogt *eindred.*  
Mw. drs. A. Verweij  
A. van der Wal  
Drs. G. Zwaneveld *voorzitter*

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 8 maal per cursusjaar.

### **Artikelen/mededelingen**

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij drs. M.C. van Hoorn, Noordersingel 12, 9901 BP Appingedam. Voor meer informatie: zie 'Richtlijnen voor auteurs' op bladzijde 22. De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 2 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

### **Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren**

#### *Voorzitter*

dr. J. van Lint, Spiekerbrink 25, 8034 RA Zwolle, tel. 038-539985.

#### *Secretaris*

R.J. Bloem, Kornoelje 37, 3831 WJ Leusden  
*Ledenadministratie*  
F.F.J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda,  
tel. 076-653218; fax 076-653218.

Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v.

Wiskundeleraren te Amsterdam.

De contributie bedraagt f 65,00 per verenigingsjaar; voor studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de VVWL f 47,50; contributie zonder Euclides f 40,00.

Opgave van nieuwe leden aan de ledenadministratie.

Opzeggingen vóór 1 juli.

### **Abonnementen niet-leden**

Abonnementsprijs voor niet-leden f 71,00. Een collectief abonnement (6 exemplaren of meer) kost per abonnement f 48,00. Opgave bij de ledenadministratie (adres: zie boven).

Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgiro hebben ontvangen.

Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer.

Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar.

Annuleringen dienen vóór 1 juli te worden doorgegeven aan de ledenadministratie.

Losse nummers f 12,50.

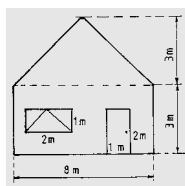
### **Advertenties**

Advertenties sturen naar:

C. Hoogsteder, Prins Mauritsshof 4, 7061 WR Terborg; tel. 08350-24337 of naar:

L. Bozuwa, Merwekade 90, 3311 TH Dordrecht; tel. 078-145522.

# Inhoud



Sjoerd Schaafsma <b>70 in andere talen</b>	2
<b>Bij het begin van de eenenzeventigste jaargang</b>	2
Wout de Goede <b>Open brief aan de voorzitter van de vaksectie Wiskunde van de CEVO</b>	3
H. Stuurman <b>De vwo-examens van 1995</b>	5
<b>Korrel</b>	6
<b>Mededeling van de redactie</b>	6
Rob Bosch <b>Het wiskunde B-examen</b>	7
Hans Wisbrun <b>Wiskundeonderwijs in de Derde Wereld (deel 1)</b>	8
<b>Middenpagina's met o.a. Verenigingsnieuws</b>	15
Ton Lecluse <b>Vlakke meetkunde op de PC</b>	23
<b>Werkbladen</b>	28
Piet van Wingerden <b>Kunnen we door vragen leren? IV</b>	30
<b>40 jaar geleden</b>	31
Martinus van Hoorn <b>'Wiskunde wordt hèt selectievak, en dat gebeurt welbewust'</b>	32
<b>Recreatie</b>	34
<b>Mededelingen van redactie en CEVO</b>	36

# 70

## 70 in andere talen

Zeventig, het aantal jaren dat Euclides bestaat.

Het getal komt in alle talen voor maar wel op verschillende wijze in diverse talstelsels.

In het Sumerisch is het geš-u en in het modernere Frans is het soixante-dix. Hier herkent u het 60-tallig stelsel: 60 (plus) 10.

Van het 20-tallig stelsel zijn er wat meer voorbeelden te vinden.

De Azteken gebruikten voor 70: Yey-poualli-on-matlatli wat neer komt op  $3 \times 20 + 10$  maar dit vindt u ook bij de Ibo (Igbo in het Engels), een volk in Zuid-Oost-Nigeria, waar het 'ohu ato na iri' heet.

Deze manier is ook weer terug te vinden in het Iers in 'deich ar tri fiche'.

Gaat u toch naar Nigeria dan is het handig te weten dat de Yoruba 70 vertalen naar 'eewaa din ogorin' en dit staat voor  $(4 \cdot 20) - 10$ .

Deze manier was ook reeds bij de Maya in gebruik, die het 'Lahucankal' noemden.

De Denen maken het nog iets lastiger door te zeggen 'halvfjers' en dat komt van de helft van de vierde twintig bovenop drie twintigen. Een eindje de andere kant op, in China, werd het decimale stelsel reeds ca. 1200 voor Christus gebruikt. En daar heet 70 'ch'i-shih', maar dit is afhankelijk van de streek en het dialect.

Om dicht bij huis te eindigen met zeventig, wat zo veel betekent als zeven tien.

literatuur o.a.:

*K. Menninger*

**Number words and number symbols**  
uitg. Dover Publications.

*C. Zaslavsky*

**Africa Counts**

uitg. Lawrence Hill Books.

# Bij het begin van de eenenzeventigste jaargang

Bij het begin van de eenenzeventigste jaargang bestaat Euclides zeventig jaar.

Zeventig jaar geleden waren het Wijdenes en Schogt die 'de leiding' op zich namen. Zij hielden het vijfentwintig jaar vol. Euclides heeft het nu al zeventig jaar volgehouden.

Ter gelegenheid hiervan verschijnt in elke aflevering van deze jaargang een korte monografie die betrekking heeft op het getal 70. De eerste gaat over het getal 70 in andere talen. De auteur van de monografieën is Sjoerd Schaafsma. De redactie zegt hem aan het begin van de nieuwe jaargang graag dank voor de acht bijdragen.

In deze jaargang wordt de lijn van de vorige jaargang doorgetrokken. De vaste rubrieken blijven hun plaats behouden. Dit betreft de Korrel, het interview, de werkbladen (met veel examenopgaven), de rubriek '40 jaar geleden' en de recreatie. Aan ontwikkelingen op het gebied van de onderwijspolitiek wordt ook weer de nodige aandacht besteed. Binnenkort zullen we over de bevindingen van de Vakontwikkelgroep Wiskunde schrijven. De experimentele programma's voor A-, B-, C- en D-niveau blijven natuurlijk ook niet onbesproken. De traditionele artikelen over de eindexamens zullen niet ontbreken. Verder zal er ook deze jaargang voor de geschiedenis van de wiskunde plaats zijn. Ditmaal gaat het onder andere over statistiek en over Mercator.

Hans Wisbrun schrijft drie keer over wiskunde in de Derde Wereld. U weet al waarom: de Derde Wereld verdient onze steun, en u kunt uw steun geven door middel van opcenten op uw contributie. Als vervolg op de B-special (nummer 70-8) komen we met een bijdrage vanuit het KNMI, en met lessen getaltheorie van professor Tijdeman.

In het middenkatern is ruimte voor meer actuele onderwerpen, waaronder het verenigingsnieuws, mededelingen en aankondigingen, en ook is daar ruimte voor boekbesprekingen.

Zo lijkt het er haast op, dat de gehele jaargang al aardig gevuld is. Dat is echter niet het geval. Met andere woorden: schrijft u, beste lezer, gerust eens voor Euclides. Het mag overal over gaan, als het maar te maken heeft met het wiskundeonderwijs. Voor met name opiniërende artikelen is ook zeker plaats. Een goed debat is immers noodzakelijk om te kunnen komen tot goed onderwijs.

De redactie, die de afgelopen jaargang enige wijzigingen heeft ondergaan, gaat ongewijzigd de nieuwe jaargang in. Wel kunnen we alvast vertellen dat uw hoofdredacteur het geen 25 jaar volhoudt. Hij is geen Wijdenes of Schogt, en zal het komende jaar plaats maken voor zijn opvolger (m/v). Een oproep voor de opvolging zult u binnenkort kunnen aantreffen.

*De redactie*

# Open brief aan de voorzitter van de vaksectie Wiskunde van de CEVO<sup>3</sup>

Prof. Dr. J. van de Craats  
Marinus de Jongstraat 12  
4904 PL Oosterhout

Roden, 27 mei 1995.

Beste Jan,

De volgende overwegingen betreffende het afgelopen VWO Wiskunde B-examen wil ik graag op deze manier aan je voorleggen; je bent vaksectie-voorzitter of je bent het niet, nietwaar?

Toen ik mij dinsdag 16 mei j.l. naar de gymzaal begaf om te surveilleren liep ik onze rector, een natuurkundige, tegen het lijf. In het voorbijgaan zei hij: 'Ik heb even gekeken, Wout, het leek mij goed te doen.' Dit incidentje karakteriseert het examen ten volle: de buitenstaander die vindt dat het goed te doen is. Zelf zag ik bij de eerste oogopslag dat het faliekant zou kunnen mislukken en andere ervaren collega's die ik naderhand sprak hadden dezelfde reactie.

Als ik nu aanneem dat jullie niet alvast een mini-cultuuromslagje hebben willen bewerkstelligen en dat het ook niet de bedoeling is geweest om in een keer het VWO schoon te vegen, dan heeft de commissie hier geblunderd. Tot mijn grote ergernis. In plaats van bij het corrigeren ontspannen de oogst van jarenlang wiskundeonderwijs binnen te halen heb ik mij nu vele uren lang zitten opwinden over het geknoei van mijn eigen kandidaten. Sommige van die kinderen heb ik zes jaar lang in de klas gehad en nu zie ik ze ver beneden hun stand scoren, alleen vanwege de stress die me van elke pagina tegmoet grijnst. Ter illustratie: Mijn schoolonderzoek van februari bevatte als laatste som de volgende opgave :

Van  $\mathbb{R}$  naar  $\mathbb{R}$  is gegeven de functie  $f : x \rightarrow \frac{2 e^x}{x^2}$

- 10(11pt)  Onderzoek  $f$  en teken de grafiek van  $f$ . Let daarbij speciaal op het gedrag van  $f(x)$  voor  $x \uparrow 0$ .
- 11(6pt)  De raaklijn in  $P(p, f(p))$  aan de grafiek van  $f$  gaat door  $O(0,0)$ .  
Bereken de coördinaten van  $P$ .
- 12(6pt)  De grafiek van  $f$ , de  $x$ -as en de lijn  $x = k$ , waarbij  $k < 0$ , sluiten een vlakdeel in met oppervlakte  $O_k$ .  
Bereken  $\lim_{k \rightarrow -\infty} O_k$ .

Opgave 1 (afgedrukt op pagina 4) deugt niet. Als je een examenkandidaat met de eerste vraag op zijn gemak wilt stellen, moet je zorgen dat hij daarbij weet wát hij moet doen. Het moet een vertrouwde standaardvraag zijn, terwijl hier bij vraag 1 direct even moest worden nagedacht en als je de symmetrie niet ziet lukt het helemaal niet. Gevolg: paniek!

Je ziet, dit is vrijwel de opgave 3 van het examen, wellicht nog iets zwaarder. Mocht je nu denken dat mijn kandidaten deze opgave dan wel goed gemaakt zullen hebben, dan vergis je je. Ze scoorden voor deze opgave op het examen gemiddeld nog 2% minder dan op het SO. Ik weet dat jullie je best doen om de opgaven een stijgende moeilijkheidsgraad te geven. Ik weet ook dat

## Opgave 1

De functie  $f$  met domein  $\mathbb{R}$  is gegeven door:

$$f: x \rightarrow 4 - x^2$$

Punt  $A$  ligt zo op de  $y$ -as, dat de raaklijnen door  $A$  aan de grafiek van  $f$  onderling loodrecht zijn.

- 6 p 1 □ Bereken de  $y$ -coördinaat van  $A$ .

De oppervlakte van het vlakdeel ingesloten door de grafiek van  $f$  en de lijn  $y = p$  is gelijk aan  $4\sqrt{3}$ .

- 7 p 2 □ Bereken  $p$ .

Van een functie  $g$  is gegeven:

•  $g(x) = f(x)$  voor  $x \leq 1$

• de grafiek van  $g$  is symmetrisch ten opzichte van het punt  $(1, 3)$ .

- 5 p 3 □ Druk  $g(x)$  uit in  $x$  voor  $x \geq 1$ . Motiveer je antwoord.

## Opgave 3

De functie  $f$  met domein  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  is gegeven door:

$$f: x \rightarrow \frac{1}{x^2} \cdot e^{\frac{1}{x}}$$

- 7 p 9 □ Onderzoek  $\lim_{x \downarrow 0} f(x)$ ,  $\lim_{x \uparrow 0} f(x)$  en  $\lim_{x \uparrow 0} f'(x)$

- 7 p 10 □ Onderzoek  $f$  verder en teken de grafiek van  $f$ , waarbij als eenheid op de  $x$ -as en op de  $y$ -as 2 cm genomen moet worden.

- 6 p 11 □ Bereken voor welke  $a < 0$  geldt:

$$\int_a^0 f(x) \, dx = f(a)$$

de landelijke scores voor de examenonderdelen zelfs voor ervaren docenten moeilijk te voorspellen zijn. Ik heb zelf meegewerkt aan een onderzoek dat dit laatste heeft uitgewezen. Maar waar het om gaat is dat de kandidaat bij een examen in staat gesteld moet worden te laten zien wat hij heeft geleerd en wat hij kan. In dit opzicht is naar mijn mening het examen van dit jaar volkomen mislukt. Niet omdat het te moeilijk was, integendeel, waarschijnlijk zullen mijn zesdeklassers van volgend jaar zeggen: 'Was hier nu zoveel over te doen? Ik wou dat wij zo'n examen kregen!' Maar dan wel nadat zij er op hun gemakje en vrijblijvend eens even voor zijn gaan zitten.

Mijn advies: Laat in het vervolg de eindversie van het examen even aan een paar docenten zien die zelf nog dagelijks voor de klas staan. Daarmee voorkom je wellicht dat een goedbedoelde binnenkomer paniek veroorzaakt. Want het lukraak bijtellen van 10 punten, of via een kunstgreep nog meer dan 10, neemt mijn ergernis niet weg. Bovendien komen die punten goeddeels verkeerd terecht, zwakke kandidaten scoren laag op dit

examen en dat hoort ook zo. Goede, stressbestendige kandidaten scoren hoger dan hun schoolonderzoek en hoeven er ook geen punten bij. Het zijn juist de middenmoters, zij die zich grondig hebben voorbereid, die van louter schrik nu 20 tot 30 punten beneden hun kunnen scoren. Deze categorie blijft slachtoffer. Herhaal: tot mijn grote ergernis.

Met hartelijke groeten,

*Wout de Goede*

### Noten van de redactie

- 1 Bij de brief zijn afgedrukt de opgaven 1 en 3 van het examen vwo wiskunde B, eerste tijdvak 1995.
- 2 De CEVO heeft de cesuur voor het betreffende examen vastgesteld op 44/45.
- 3 De CEVO heeft de heer De Goede een persoonlijk antwoord gestuurd. Zie ook bladzijde 36.

# De vwo- examens van 1995

H. Stuurman

---

Nu de kruitdampen rond het examen wiskunde B-vwo zijn opgetrokken, en de CEVO de cijfermatige schade heeft beperkt, wordt het tijd om nog eens rustig naar dit gebeuren te kijken. Nog niet eerder zijn er zoveel verwijten over de samenstellers van het examen uitgestort als dit jaar; het beeld dat in de pers ontstond ('gedupeerde kandidaten', 'woedende, een herkansing eisende docenten') is door de berouwvolle opstelling van de CEVO en de ophoging met een vol punt krachtig bevestigd. Qua aantal onvoldoenden is deze aanpassing te begrijpen, maar het lijkt me zeer de vraag of deze krasse maatregel ook inhoudelijk te verdedigen is.

Als examinerator en tweede corrector heb ik dit werk ruim honderd keer bekeken, en (los van de resultaten) verder dan enkele kanttekeningen kom ik niet. Graag had ik de volgorde van de opgaven anders gezien: eerst opgave 2 (met de vraag over de vierhoek als laatste), dan 4 (de ruimtemeetkunde), vervolgens 1 en tenslotte 3. Maar niet omdat opgave 1 te moeilijk was; het oogde allemaal wat anders dan anders, en de oppervlakte-vraag vergde nauwkeurig rekenwerk (de andere twee onderdelen vereisten slechts vierde klas-kennis, en heb ik inmiddels met succes daar kunnen behandelen). Opgave 2 (over de

kromme en de differentiaalvergelijking) was zoals te verwachten was; alleen de vraag over de raaklijnen-vierhoek was niet volledig standaard. Opgave 3 is een normale examensom op een normaal niveau, volledig rechttoe, rechtaan; misschien hadden de twee vragen over limieten (in opgave 2 en 3) er beter één kunnen zijn. Van de laatste opgave vond ik de vraag over de 'platte oppervlakte' een weggevertje (al misbruikten nogal wat leerlingen de formule voor de omtrek van een cirkel); het mastonderdeel was zeer geslaagd, het snijpunt niet zo, en het laatste onderdeel vond ik een aardig voorbeeld van toegepaste wiskunde. Zéér benieuwd ben ik naar het inhoudelijke commentaar van de collega's die in de pers helaas slechts bijzonder oppervlakkig ('enorme miskleun', 'twee jaar voor niets gewerkt') zijn geciteerd.

Ook mijn leerlingen scoorden minder dan verwacht: 0,8 onder het SO-gemiddelde, met enorme uitschieters. Enkele hadden een duidelijke offday, maar bij velen zat een uitglijder er aan te komen. Wiskunde B is een pittig vak, en wil de keuze ervoor een kansrijke zijn dan dient aan minstens twee voorwaarden voldaan te zijn: capaciteiten en doorzettingsvermogen. De maatschappelijke druk om wiskunde te kiezen, en de lage status van het

alternatief wiskunde A leiden nogal eens tot een geforceerde keuze. Bovendien vormt schoolwerk voor een toenemend aantal leerlingen sluitpost van de begroting, en dat kunnen slechts enkelen zich permitteren; bijbaantjes, het uitgaansleven en het afzappen van een groeiend aantal TV-zenders leiden vaak al snel tot hopeloze achterstanden, met alle gevolgen van dien. Ook was dit jaar het aantal leerlingen dat het al vóór de krosvakantie voor gezien hield weer veel te hoog; het is voor een school zeer moeilijk om hier tegen op te treden wanneer het om achttienjarige gaat, of wanneer ouders deze absenties dekken. 'Ik hoef maar een 4,2 te halen'; elke collega kent deze opmerking. Velen kleunden deze keer mis, maar kregen hun gelijk van de CEVO. Natuurlijk is het een goede zaak dat normen bijgesteld kunnen worden, maar deze ophoging voor dit examen is echt buiten proporties.

Een ander aspect dat volgens mij ook een rol speelt, krijgt zelden aandacht. In de concurrentieslag probeert elke school, heel begrijpelijk, een vwo-afdeling te handhaven. De beste leerlingen komen daar terecht, ook wanneer een ander schooltype een veel betere keus was geweest. Docenten en leerlingen staan dan voor een onmogelijke taak, met catastrofale examenresultaten als gevolg. Wat ieder jaar een rol speelt is dat het programma geen rustpunten biedt; het is mijns inziens te vol. Om het verdwijnen van het huidige staartje differentiaalvergelijkingen zal niemand een traan laten, en in de erg tijdrovende ruimtemeetkunde kan ook wel wat gesnoeid worden. Dan zou er wat tijd vrijkomen om meer te repeteren, nu is het al jaren jakkeren van het begin tot het eind. De belangrijkste keuze die gemaakt moet worden is of er een bepaald

# Korrel

## Afgesloten

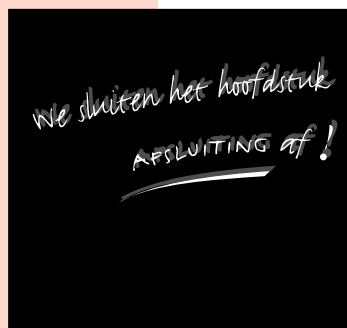
Eindelijk, eindelijk raakte het schooljaar 1994-1995 voorbij. Even dreigde het gevaar dat er scholen ten onder zouden gaan aan het geweld van de afsluiting van de basisvorming. Maar gelukkig had de Staatssecretaris de situatie gered door aan de scholen te schrijven: 'Ik verzoek u de verplichte toetsen af te nemen'.

Niet alle toetsen waren verplicht in het eerste afsluitingsjaar. Iedereen kon dat billijken, gezien alleen al de benodigde toetstijd (om en nabij de drie volle lesweken, een kleine 90 x 50 minuten). Uiteraard is hier weer niemand verantwoordelijk voor. De politici niet, de bewindslieden niet, de eindtermencommissies niet, het Cito niet, het Procesmanagement Basisvorming niet, de Commissie Opgaven Basisvorming niet. Kortom, niemand.

En natuurlijk moeten we nu eerst een tijd wachten op weer een brief van de Staatssecretaris. Gelukkig weten we de inhoud al. Die kan niet anders luiden dan: we sluiten het hoofdstuk 'afsluiting' af.

Dit valt vooral te hopen voor de leerlingen. Hier en daar heeft de eindtoetsing benadrukt dat er verschillen zijn tussen leerlingen. Dat is uiteraard wel bekend, maar daar was de toetsing niet zozeer voor bedacht. De toetsing had niet als reden te laten zien, dat de ene leerling iets in een half uur kan waar de ander aan twee uur nog niet genoeg heeft. Een reden te meer, de beste reden, om van de afsluiting van de basisvorming af te stappen.

*M. van Hoorn*



niveau (niet lager dan nu) gehandhaafd moet worden om de w van vwo inhoud te geven, of dat de meest getalenteerde leerlingen gewoon een 10 krijgen en de minst presterende 30% een onvoldoende, ongeacht het aantal gemaakte fouten.

Bijna onopgemerkt naast al het B-spektakel bleven de 4 bonuspunten bij wiskunde A. En dat bij een examen waarbij slechts 12 van de 18 vragen enige wiskundige kennis en vaardigheden (van meestal zeer elementair karakter) eisten; bij de overige 6 komen vele brugklassers en andere leken een heel eind.

Inhoudelijk naar deze examens kijkend kan ik alleen maar concluderen dat bij B de volgorde niet optimaal was (en een geringe bijstelling dus te verdedigen), en dat A eenvoudig was en passend bij de lijn van de laatste jaren (met veel snel te verdienen punten; de bijstelling hier raakt kant noch wal). Dat de resultaten zodanig waren dat de CEVO deze ingrepen nodig achtte vormt een reden tot grote zorg, vooral omdat te vrezen valt dat de problemen over een aantal jaren nog veel groter worden. Het mag volgens mij nooit zó worden dat we leerlingen maar wat leuk gaan bezig houden, dat wiskunde blijven noemen, er fraaie cijfers voor geven om zo eindelijk van een hoop gezeur af te zijn. Helaas lijken we al een aardig eind op dat pad te zijn.

### Mededeling van de redactie

*De jaarinhoud van de 70<sup>e</sup> jaargang komt in nummer 2, het oktobernummer.*



# Het wiskunde B-examen

Rob Bosch

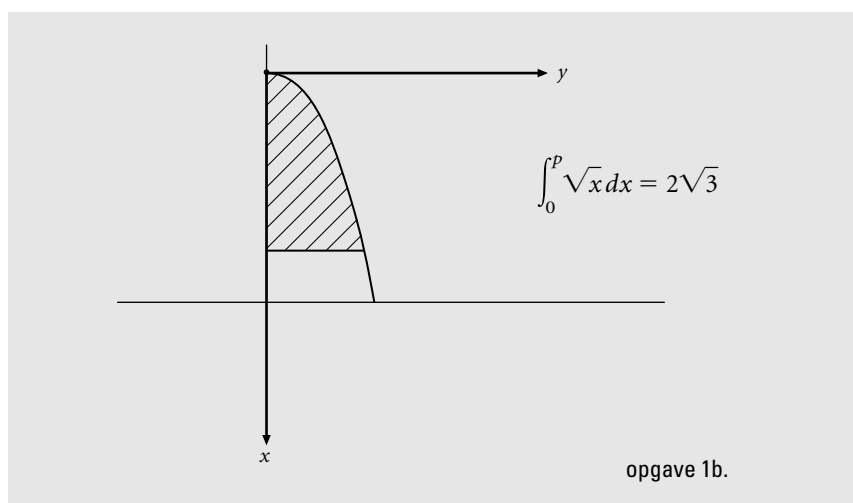
De brief van leraren uit de regio Rotterdam aan de minister van onderwijs, het commentaar in het eindexamenjournaal en de daaropvolgende discussie heeft bij niet-ingewijden het idee doen postvatten dat het wiskunde B-examen voor het vwo een *totale mislukking* is geweest. Dat de CEVO hierna uit het examenrampenfonds nog een aanzienlijk, volgens de heer H. Stuurman in de Volkskrant van zaterdag 17 juni zelfs een absurd, aantal extra punten ter beschikking heeft gesteld om zodoende een aanvaardbare uitslag te bewerkstelligen, doet hier niets aan af. Alleen een herkansing voor de door de falende examenmakers getroffen leerlingen zou op zijn plaats geweest zijn, aldus een commentaar in het eindexamenjournaal. Kortom: de CEVO is de gebeten hond.

De opwindning over het examen wordt uiteraard door het slechte resultaat veroorzaakt. Maar bij een analyse van slechte resultaten behoren meer factoren te worden betrokken dan het examen alleen. De heer H. Stuurman heeft in zijn ingezonden brief in de Volkskrant daar terecht op gewezen. Kiezen niet teveel leerlingen wiskunde B? En geven we niet te gemakkelijk toe aan de wens van zwakkere leerlingen, die slechts voor iedere opgave één oplossingsrecept willen hebben? In zijn commentaar op het havo B-examen voor het eindexamenjournaal sprak de heer S. Garst

in dit verband over 'te veel fietsers op de snelweg'.

De laatste tijd hoor je meer en meer dat het wiskundeonderwijs te veel steunt op het routinematig maken van opgaven. Er worden slechts recepten aangeboden voor de oplossing van problemen, voor inzicht en creativiteit is te weinig plaats en tijd. Onlangs nog op het

die door velen gedeeld wordt. Nu kan men dit niet vrijblijvend uitspreken of opschrijven. Als we van mening zijn dat inzicht en creativiteit een grotere rol moeten gaan spelen, dan *moet* dit ook consequenties hebben voor proefwerken, schoolonderzoeken en in het verlengde daarvan het examen. Het laatste examen is hiervan een voorbeeld. Dit examen bevatte opgaven waarbij de oplossingsmethode niet bij voorbaat vastlag en meer vereiste dan het toepassen van een recept. Er konden oplossingen gevonden worden die een minimum aan rekenwerk met zich meebrachten (zie figuur 1). Deze opgaven werden overigens afgewisseld met opgaven waarin slechts basisvaardigheden en -technieken werden gevraagd.



Figuur 1

Mathematisch Congres in Groningen hield de heer J. Breeman voor een zaal met leraren een betoog met deze strekking. Het teveel aan routine en algoritmen lijkt de belangrijkste reden te zijn voor de hervorming van het wiskunde B-programma. Uiteraard blijven wiskundige vaardigheden en technieken van belang, maar dat een goed wiskundeprogramma, en vooral de uitvoering daarvan, meer moet bevatten dan dit, is een opvatting

Was het een ondeugdelijk examen? Tegen de achtergrond van het bovenstaande denk ik van niet. Men kan misschien zeggen dat een dergelijk examen te vroeg komt. Dat men aan de opvatting over meer inzicht en creativiteit nog geen of onvoldoende uitvoering heeft gegeven. De CEVO is met dit examen haar tijd wellicht vooruit. De geschiedenis leert dat dit een weinig benijdenswaardige positie is.

**Op de jaarvergadering 1993 van de NVvW werd besloten een fonds in het leven te roepen om het wiskundeonderwijs in de Derde Wereld te ondersteunen door financiële bijdragen aan een nader te bepalen project.**

**Een tweede minstens zo belangrijk doel was wiskundedocenten 'hier' te laten zien dat er 'daar' ook collega's zijn die zich met soortgelijke vragen en problemen bezig houden als zij. Dat wiskundeonderwijs niet ophoudt bij de grenzen van Nederland of de westerse wereld.**

**Het volgende artikel is het eerste van drie ontdekkingsreizen naar dat onderwijs 'daar'.**

# **Wiskunde- onderwijs in de Derde Wereld (deel 1)**

*Hans Wisbrun*

---

Aan de vooravond van mijn vertrek naar Moçambique, in 1981, kwam ik op straat een kennis tegen. Ik vertelde haar dat ik een aantal jaren wiskunde zou gaan geven in Afrika. Ongeloof was mijn deel. Wiskunde in Afrika? Dat was toch dat continent met al die zwarte kindertjes met hongerbuikjes? Van honger en

ellende? Van inzamelingen en grote tv-acties? Als je niets te eten had, hoe kon je dan leren, zeker zo iets moeilijks als wiskunde? Nu ja, rekenen, met een grote groep kinderen rond je heen, in het zand, in de schaduw van een grote boom, daar kon ze zich nog wel iets bij voorstellen. Maar wiskunde?

Ze had het bij het verkeerde eind. Wiskundeonderwijs bestaat ook in de Derde Wereld. Er zijn wiskundeleraren, leerlingen die op hun wiskunde blokken. Er zijn scholen, universiteiten, ministeries van onderwijs, ondersteuningsinstellingen, lerarenopleidingen en daarbinnen houdt men zich (ook) met wiskunde bezig. Er zijn verenigingen van wiskundeleraren, lokale



HAWEX- en HEWET-operaties, er worden nascholingscursussen georganiseerd. Er zijn tijdschriften, internationale conferenties, er is afstandsonderwijs, kortom het hele circus dat wij hier kennen, dat bestaat daar ook. En waarom ook niet? Als (wiskunde)onderwijs ergens belangrijk is, dan is dat mis-

schien juist in de Derde Wereld. Er zijn verschillen, dat mag ook duidelijk zijn. Er gaat minder geld om in het onderwijs, ook als percentage van het bruto nationaal produkt. Als gevolg daarvan zijn de materiële omstandigheden waaronder dat wiskundeonderwijs plaats vindt slechter dan hier. Overigens zijn er in dezen tussen de verschillende landen in de Derde

om de overeenkomsten. Het gaat erom dat wiskundeleraren 'daar' zich vaak bezig houden met soortgelijke vragen als wiskundeleraren 'hier'. Dat vragen over doelstellingen, beginsituatie, onderwijsleersituatie, evaluatie, enzovoort, ook spelen in armere delen van de wereld, dat wiskunde in die zin een wereldvak is. Als je een artikel in een vakblad

heb overgehouden iets dichter bij informatiebronnen zit. Ik weet het meest over Zuidelijk Afrika, vandaar dat dat de plaats is die ik mij voor de geest toever bij het schrijven van dit stuk. Het gebruik van het woord 'plaats' in de vorige zin heeft trouwens iets belachelijks: alsof Afrika niet uit allemaal totaal verschillende landen bestaat, die bijna allemaal weer (veel) groter

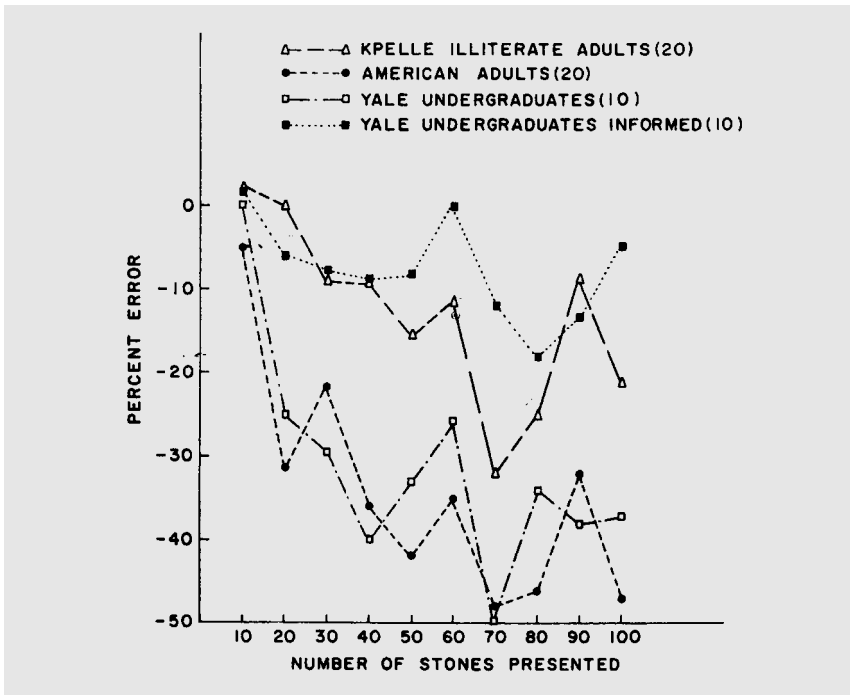


Foto: Roel Burjler, Amsterdam

Wereld aanzienlijke verschillen en ook binnen één land tref je in dit opzicht heel verschillende scholen aan. Over die mindere materiële omstandigheden wil ik het in dit artikel niet zo veel hebben, al speelt dit aspect natuurlijk wel overal doorheen. Maar dit beeld is hier voldoende bekend. Het gaat juist

schrijft, dan denken lezers vaak dat je een expert op het betreffende gebied bent. Ik moet u teleurstellen, dat ben ik niet. Ik weet over dit onderwerp meer dan de gemiddelde lezer, vooral door mijn ervaringen op een lerarenopleiding in Moçambique en het feit dat ik door contacten die ik aan die tijd

zijn dan Nederland. Dat geeft al aan dat niet iedere zin hieronder op zijn wetenschappelijke waarde moet worden getoetst. In verband met de leesbaarheid ontkom ik echter niet aan generalisaties. U brengt, hoop ik, zelf de nuanceringen wel aan.



Figuur 1

### Nieuwe wiskunde in een oude cultuur

Een klassieker in de literatuur over wiskundeonderwijs in de Derde Wereld is het boek *The New Mathematics and an Old Culture* van Gay en Cole<sup>1</sup>, met als ondertitel 'A Study of Learning among the Kpelle of Liberia'. De Kpelle die Gay en Cole in hun studie beschrijven leven (leefden?) in het regenwoud van Liberia, een land in West-Afrika. In de twintiger jaren van deze eeuw komen zij in contact met de westerse wereld via integratie met de bewoners van de kuststreken – afstammelingen van bevrijde Amerikaanse slaven –, via missionarissen en zendelingen, en via handelaren en westerse bedrijven, zoals de rubberplantage van de Firestone Plantations Co. Onderwijs vindt plaats op twee fronten: via de traditionele kanalen en via westers-georiënteerde scholen.

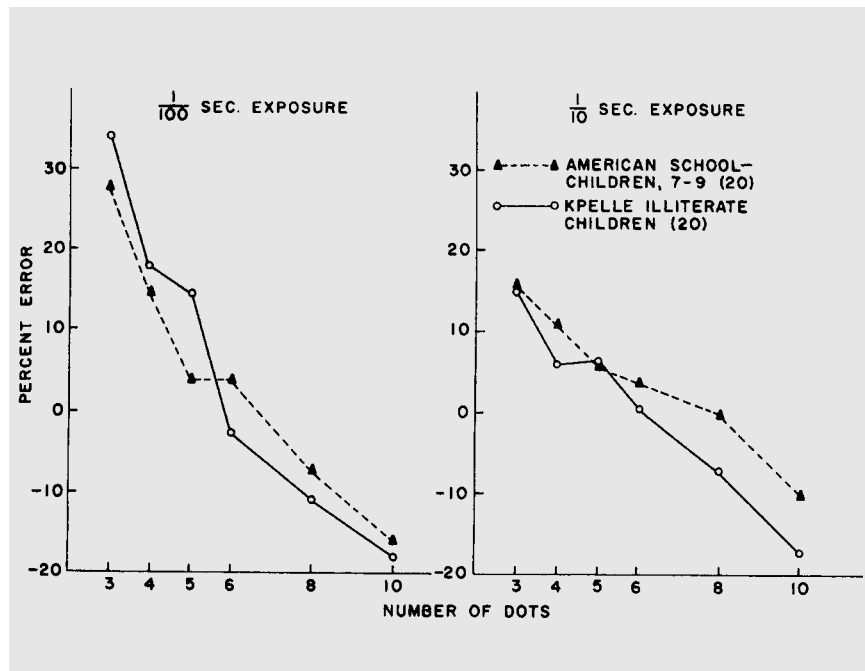
In het boek beschrijven de auteurs een aantal experimenten op het gebied van rekenen/wiskunde die zij in de jaren zestig uitvoerden onder Kpelle kinderen en volwasse-

nen. In dit artikel komen twee experimenten ter sprake. Het eerste betreft het schatten van aantallen stenen. Proefpersonen moesten binnen een beperkte tijd schatten hoeveel stenen er in een bepaalde hoop zaten. Dat deexperiment werd tien maal herhaald, waarbij het aantal stenen varieerde (wel steeds een veelvoud van tien). Van

iedere schatting werd de relatieve fout berekend. De resultaten staan samengevat in het diagram hier-naast (figuur 1).

Het diagram laat duidelijk zien dat de ongeletterde Kpelle volwassenen beter scoren dan twee van de drie Amerikaanse controlegroepen. (De derde Amerikaanse groep, Yale undergraduates informed, telt eigenlijk niet mee – figuurlijk dan –: zij kregen feed-back over het werkelijke aantal stenen in een van de hopen). Gay en Cole geven als verklaring dat de Kpelle stenen gebruiken als hulpmiddel bij het tellen en dat dat ze bij het schatten een voor-sprong verleent op de Amerikanen.

Een tweede experiment was wat ingewikkelder van opzet. Aan proefpersonen, in dit geval Kpelle kinderen (analfabeet) en Amerikaanse (school)kinderen, werden gedurende zeer korte tijd kaarten getoond met op elke kaart een (verschillend) aantal stippen (3, 4, 5, 6, 8 of 10). Daarbij werd gebruik gemaakt van een speciaal apparaat, een tachistoscoop, een metalen doos waarin de kaarten belicht



Figuur 2

werden gedurende een tijdsinterval dat door een sluitersgecontroleerd werd. Er waren zes kaarten en elk van de kaarten werd drie maal getoond, zodat er sprake was van 18 stimuli. Bij iedere stimulus moest gezegd worden hoeveel stippen er op de kaart stonden. Voor elk werkelijk aantal stippen werd na afloop van het experiment de relatieve fout berekend. De resultaten staan in figuur 2, voor twee verschillende sluitertijden.

Bij langere sluitertijden werden er, zoals te verwachten, minder fouten gemaakt. Verder ontlopen de resultaten van beide groepen elkaar niet zo veel.

Interessanter wordt het als de stippen op twee verschillende manieren worden aangeboden: kriskras door elkaar (random) of visueel geordend in rijtjes en kolommen (patterned) (figuur 3).

Voor de Kpelle kinderen maakte het niet veel uit hoe de kaarten getoond werden, maar Amerikaanse kinderen scoorden beter bij de geordende stippen. De verklaring

van Gay en Cole luidt dat de laatste groep er via school of anderszins in getraind is getallen te zien als het produkt van twee factoren met de daarbij behorende meetkundige representatie.

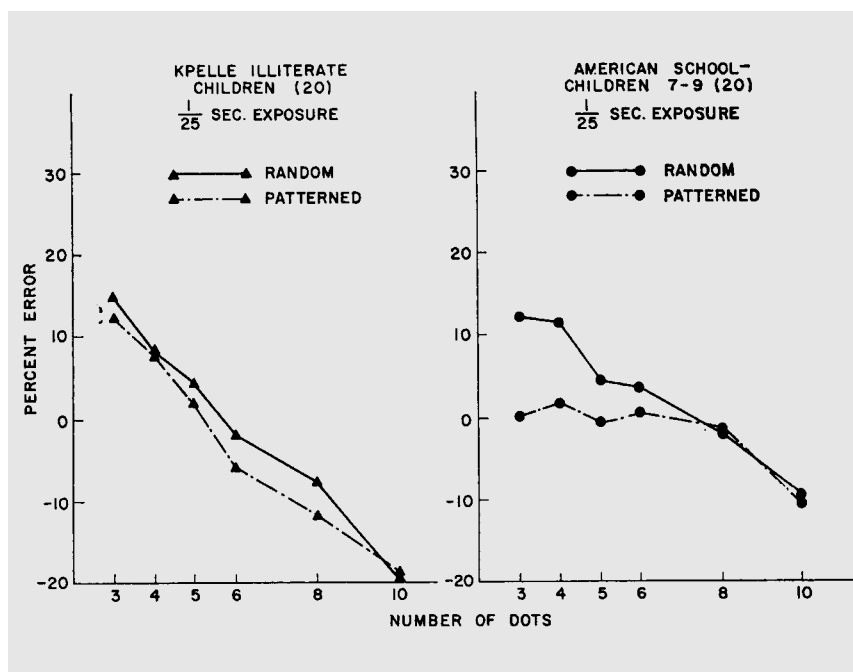
Het boek beschrijft nog meer experimenten en gaat ook nader in op de cultuur van de Kpelle. Er worden ook aanbevelingen gedaan voor verbetering van het (reken/wiskunde)onderwijs aan de Kpelle.

Methodologisch valt er wel het een en ander af te dingen op de studie van Gay en Cole en ook hebben hun verklaringen van de experimenten een hoog ad-hoc-gehalte. Maar ze hebben wel vermoedelijk als eersten gesignaleerd dat er grote verschillen bestaan in de *beginsituatie* tussen Kpelle (die staan voor de niet-westerse samenleving) en Amerikanen (die staan voor de westerse samenleving) en dat je daar in het onderwijs en dan met name in het reken/wiskundeonderwijs rekening mee moet houden. Dit mag triviaal klinken, maar lange tijd is ervan uit gegaan dat een vak als wiskunde een zo universeel

karakter heeft, dat je overal hetzelfde kunt onderwijzen. En dat je dat ook overal op dezelfde manier kunt doen.

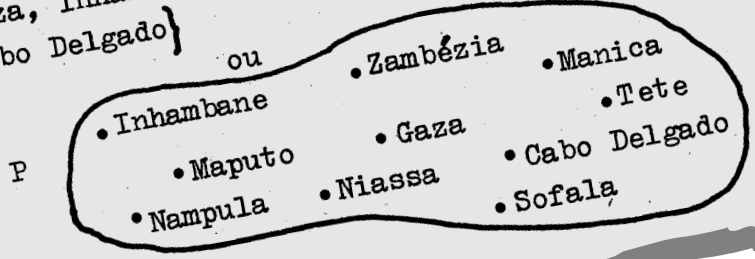
### Wiskundeleerplannen in de Derde Wereld

Als je de leerplannen wiskunde van verschillende landen in de wereld met elkaar vergelijkt, dan is er een grote mate van overeenstemming<sup>2</sup>. Loop op vakantie in het (verre) buitenland maar eens een willekeurige (school)boekhandel binnen en blader door het aanbod aan wiskundemethoden: bekende stof. Ook de manier waarop de materie behandeld wordt is vaak vertrouwd. Misschien doet het, gezien de ontwikkelingen in Nederland van het afgelopen decennium, soms een beetje ouderwets aan, maar dit is wat en hoe ook wij onderwezen en voor een deel nog steeds onderwijzen. De boeken zijn gebaseerd op leerplannen, zoals die werden ontwikkeld in de historische en culturele context van West-Europa na de Industriële Revolutie. Deze leerplannen zijn vervolgens geëxporteerd naar andere landen in de wereld, met inbegrip van de Derde Wereld, en daar voor een groot deel behouden. Vandaar deze grote mate van uniformiteit. Als we ons even beperken tot deze Derde Wereld, dan zien we dat daar ook vaak mechanismen werkzaam zijn die deze uniformiteit handhaven: veel lokale experts hebben hun opleiding in het Westen of via westerse model genoten. Daar komt bij dat in het onderwijs daar vaak ook westerse deskundigen werkzaam zijn, zij het meestal op tijdelijke basis. Ikzelf was een van hen. Op de derde plaats zijn er weinig plaatselijke uitgeverij actief, die eigen methoden op de markt brengen. Vaak wordt dan ook gewerkt met uit het Westen geïmporteerde boeken. Die zijn dan afkomstig uit het



Figuur 3

$P = \{ \text{Maputo, Gaza, Inhambane, Sofala, Manica, Tete, Zambézia, Nampula, Niassa, Cabo Delgado} \}$



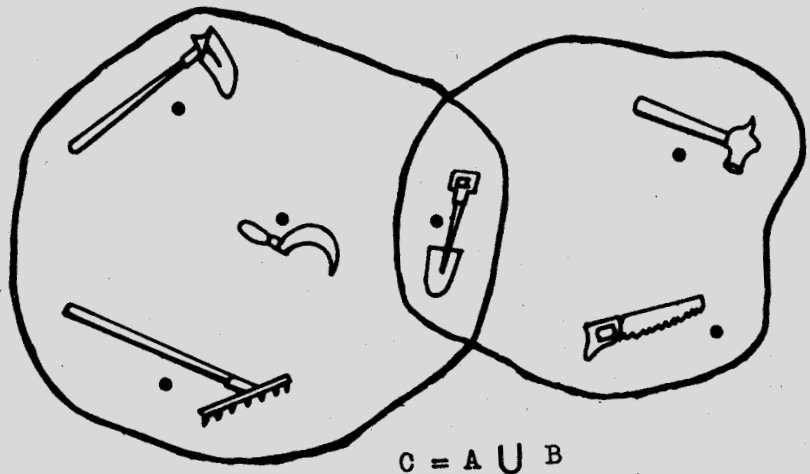
Sejam os conjuntos A e B compostos por alguns instrumentos de trabalho:



Vamos formar um conjunto C com os elementos de A e de B sem os repetir.



Observa



$C = A \cup B$

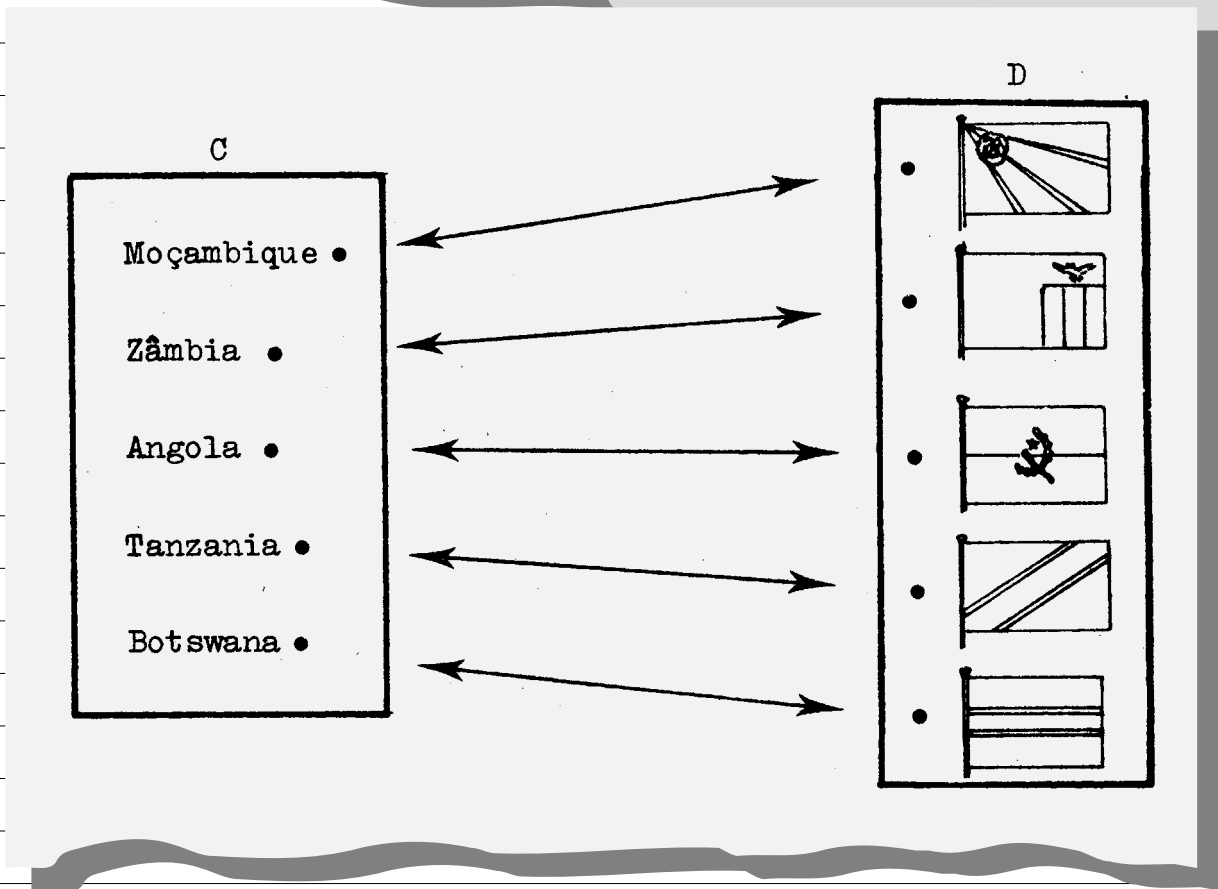
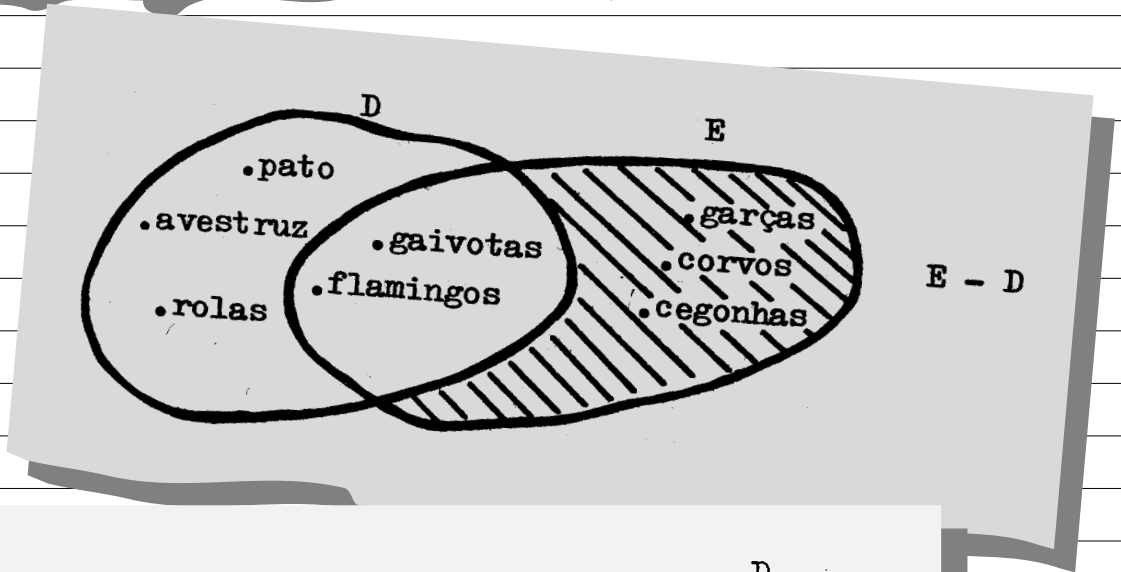
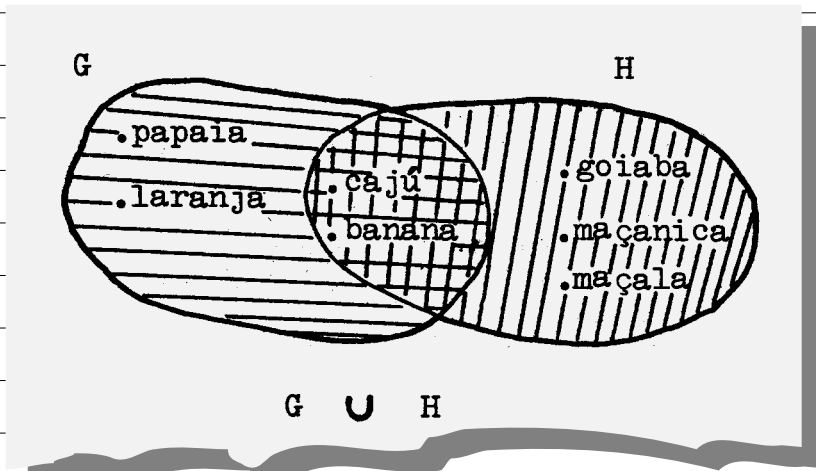
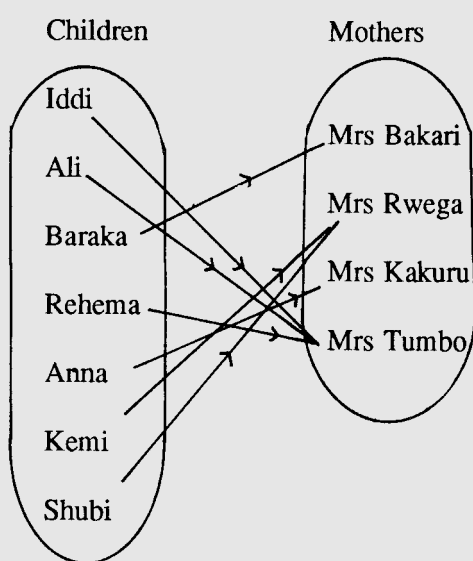


Figure 2.3 shows the relation  $f: \text{child} \rightarrow \text{mother}$ . Discuss with students.

- (a) Why is  $f$  a function?
- (b) What is  $f(\text{Rehema})$ ?
- (c) Let them solve  $f(x) = \text{Mrs Tumbo}$ .

Give several equations and ask students to identify  $f(x)$  and for given  $x$  values ask them to find  $f$ .



Figuur 4 Uit: Functions and relations, sequences and series; The Mathematical Association of Tanzania.

voormalige 'moederland' (in Afrika bijvoorbeeld: Engeland, Frankrijk, Portugal).

Ook de New Math kwam in de zestiger jaren via export in de Derde Wereld terecht, inclusief de (hier inmiddels taboe verklaarde) verzamelingenleer. Die moderne wiskunde kom je daar dan ook weer in veel boeken tegen. Soms worden er nog wel goedbedoelde, maar in mijn ogen nogal onbeholpen pogingen gedaan om de leerstof aan te passen aan lokale omstandigheden. De collage op

pagina 12 en 13 komt uit een boek dat 'in mijn tijd' in Moçambiqueanse brugklassen werd gebruikt.

Deze vorm van aanpassen zou je 'overplakken' kunnen noemen. Het begrip en de didactiek blijven ongewijzigd, maar er wordt wat couleur locale aangebracht. Als je naïef bent noem je dit 'rekening houden met de beginsituatie van de leerling'.

Hierboven een bladzijde uit een recent (1994) verschenen Tanzaniëans leerboek (figuur 4).

Ook hier denk ik dat het gebruik van lokale namen weinig verheldering brengt. Ik vind dat 'Solve  $f(x) = \text{Mrs Tumbo}$ ' zelfs nogal potsierlijk. Bedenk echter wel dat je dit soort voorbeelden ook wel in Nederlandse boeken kunt (kon) tegenkomen, alleen moet je daar misschien het origineel van Mevrouw Jansen bepalen.

Teruglezend merk ik dat ik hierboven al commentaar aan het leveren ben. Kennelijk heb ik het gevoel dat er iets mis is met bovenstaande stukjes leerstof. Om beter uit te kunnen leggen wat er dan mis mee is, neem ik u in een volgend artikel mee op ontdekkingsreis naar de (wiskunde)leerling in de Derde Wereld en naar een benadering in de wiskundendidactiek die wel wordt aangeduid met de term Ethnomathematica.

Lezers, en dan met name zij die kennis hebben van of ervaring hebben in de Derde Wereld, worden hartelijk uitgenodigd om te reageren op dit artikel en om bijdragen te leveren aan volgende artikelen. Mijn adres staat op bladzijde 22 in dit nummer.

#### Noten

- 1 J. Gay en M. Cole (1967) **The New Mathematics and an Old Culture.** Holt, Rinehart and Winston, New York
- 2 A.G. Howson en B. Wilson (1986) **School mathematics in the 1990s.** Cambridge University Press, Cambridge, U.K.



## Van de bestuurstafel

### Vwo B-examen

Het vwo wiskunde B-examen heeft veel commotie veroorzaakt. Naar aanleiding daarvan is mede op verzoek van de NVvW vanwege de overladenheid van het programma besloten een aantal onderwerpen in de ijskast te plaatsen. Hierover op bladzijde 36 meer. Hoewel dat zeker een verlichting zal betekenen en we blij zijn met het gebaar dat hierdoor naar docenten gemaakt wordt, zijn we er bepaald niet zeker van dat hiermee alle problemen opgelost zullen zijn.

### Toch een projectgroep

Het ministerie van OC&W heeft dankzij de gecombineerde actie van velen alsnog besloten een projectgroep voor wiskunde B in te stellen. Daardoor kan in de komende jaren in de klas geëxperimenteerd worden met de nieuwe onderwerpen voor het vwo zoals ze door de vakontwikkelgroep zijn voorgesteld. Een absoluut noodzakelijke voorwaarde om beter zicht te krijgen op de haalbaarheid van de nieuwe plannen.

### Raadplegingen

Inmiddels heeft de vakontwikkelgroep een eerste concept examenprogramma's havo en vwo gepresenteerd. In september zal het bestuur een reactie moeten geven op die nieuwe voorstellen. Daarbij is het van groot belang om de mening van de leden te kennen. Vandaar dat het bestuur een uitgebreide consultatieronde heeft ingesteld. Leden die in een eerder stadi-

um belangstelling hadden getoond voor het onderwerp (o.a. leden van de resonansgroep en deelnemers aan de regiobijeenkomsten van dit voorjaar) hebben het concept inmiddels toegestuurd gekregen met het verzoek daarop te reageren. Die reacties zullen daarna op een NVvW-bijeenkomst op 16 september te Bilthoven (met de inzenders) nader worden besproken om zo tot een afgewogen oordeel te komen.

### Wel belangstelling, niets ontvangen?

Geen nood, er bestaat de mogelijkheid om het concept alsnog aan te vragen. Stuur u daarvoor een envelop met daarin een adressticker met uw naam en adres plus *f* 2,10 aan postzegels naar:

J. Breeman  
de Genestetlaan 94  
2741 AG Waddinxveen

N.B. Dit aanbod geldt **uitsluitend** voor leden.

*Marian Kollenveld*

### Verenigingsnieuws 15

Van de bestuurstafel

Jaarvergadering/studiedag 1995

### College Getaltheorie voor scholieren op het vwo 19

### Wiskunde voor Natuur & Techniek 20

### Richtlijnen voor auteurs 22

### Adressen van auteurs 22

### Kalender 22

# Jaarvergadering/Studiedag 1995

Tweede uitnodiging voor de jaarvergadering/studiedag 1995 van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op zaterdag **11 november 1995** in het gebouw van Het Nieuwe Lyceum, Jan Steenlaan 38, 3723 BV Bilthoven, telefoon 030-28 30 60.

AANVANG 10.00 uur.

## A G E N D A

9.30-10.00 uur  
Aankomst, koffie, thee

10.00-10.45 uur

### Huishoudelijk gedeelte

- a Opening door de voorzitter, dhr. dr. J. van Lint.
- b Jaarrede door de voorzitter.
- c Notulen van de jaarvergadering 1994 (zie Euclides 70-8).
- d Jaarverslagen (zie Euclides).
- e Décharge van de penningmeester en benoeming van een nieuwe kascommissie. Het bestuur stelt kandidaat\*: mw. ir. A. Tromp-Weijers en dhr. L. Sijp.
- f Bestuursverkiezing in verband met het periodiek aftreden van mw. A.F.S. Aukema-Schepel, dhr. J.J. Breeman en dhr. F.J. Mahieu. Allen stellen zich herkiesbaar. Het bestuur stelt hen kandidaat\*).
- g Vaststelling van de contributie 1996/1997. Het bestuur stelt voor de contributie vast te stellen op f 70,00.

10.45-15.25 uur

### Themagedeelte (studiedag)

Thema: *Zelfstandig studeren*

(Zie bladzijde 17-18 voor een meer gedetailleerde omschrijving van de

onderdelen van de studiedag)

10.45-11.30 uur

Plenaire lezing

11.30-11.40 uur

Koffie/thee

11.45-12.45 uur

Werkgroep I

12.45-13.30 uur

Lunch

13.30-14.15 uur

Plenaire lezing

(N.B.: er worden twee parallelle lezingen georganiseerd)

14.15-15.15 uur

Werkgroep II

15.15-15.25 uur

Koffie/thee

15.25-16.00 uur

### Huishoudelijk gedeelte

- h Rondvraag (diegenen, die een vraag in de rondvraag willen stellen, worden verzocht hun vragen tijdens de eerste koffie/thee-pauze schriftelijk in te dienen bij de voorzitter).
- i Sluiting door de voorzitter.

### Kosten

De studiedag is gratis voor leden, van niet-leden wordt een bijdrage in de kosten van f 20,00 gevraagd (studenten betalen f 10,00). Iedereen die een lunch bestelt, betaalt daarvoor f 15,00.

### Aanmelding

Aanmelding (voor 1 november 1995) kan geschieden door middel van

- een briefkaart (leden) aan de ledenadministratie,
- overmaking van f 15,00 naar giro

143917 ten name van de NVvW te Amsterdam onder vermelding van 'lunch lid',

- overmaking van f 20,00 naar giro 143917 ten name van de NVvW te Amsterdam onder vermelding van 'deelnemer niet-lid',
- overmaking van f 35,00 naar giro 143917 ten name van de NVvW te Amsterdam onder vermelding van 'lunch niet-lid'.

U wordt verzocht tevens op te geven aan welke werkgroepen u denkt deel te nemen (één 's ochtends en één 's' middags, te noteren als bijvoorbeeld I-6, II-3).

Ter plaatse aanmelden is mogelijk, u betaalt dan f 5,00 extra.

### Certificaat

De NVvW heeft de mogelijkheid om nascholingscertificaten uit te reiken voor promotiecriteria. Wilt u een nascholingscertificaat ontvangen, vermeld dan bij uw aanmelding ook uw voorletters, uw geboortedatum en 'certificaat'.

U krijgt uw certificaat na afloop van de jaarvergadering (om 16.05 uur) uitgereikt, na het tonen van een identiteitsbewijs. U hebt alleen recht op een certificaat als u de gehele studiedag hebt meegemaakt. Certificaten kunnen helaas niet worden nagestuurd.

---

\* Het stellen van kandidaten is nu niet meer mogelijk (zie Euclides 70-8).

# Studiedag: Leren zelfstandig wiskunde te studeren

**De studiedag van 1995 gaat over zelfstandig studeren in het algemeen en leren zelfstandig wiskunde te studeren in het bijzonder. De aanstaande veranderingen in de tweede fase van het V.O. ('scharnier tussen basisvorming en hoger onderwijs') en de op stapel staande veranderingen in het vbo/mavo ('recht doen aan verscheidenheid') zijn aanleiding geweest voor de themakeuze.**

**De inhoudelijke voorbereiding van de studiedag van 1995 is in handen van Jan Nawijn (Hogeschool Katholieke Leergangen Tilburg) en Rob Bloem (secretaris NVvW).**

## Plenaire lezingen

Na een (zeer) korte inleiding op het thema, wordt de eerste plenaire lezing verzorgd over het onderwerp 'zelfstandig studeren en omgaan met verschillende leerstijlen'. In deze lezing zullen een aantal leerstijlen en de verschillen daartussen worden belicht. Vervolgens zal de spreker handreikingen doen hoe wij als wiskundeleraren met deze verschillen in leerstijlen kunnen omgaan. In het bijzonder wordt ingegaan op mogelijkheden en problemen bij zelfstandig (leren) studeren.

Voor de tweede plenaire lezing zullen de deelnemers aan de studiedag een keuze moeten maken:

a Uitkomsten van het werk van de vakontwikkelgroep wiskunde (2e fase V.O.), of

b Zelfstandig studeren in de 1e fase V.O.

Lezing 2-a zal worden verzorgd door een vertegenwoordiger uit de vakontwikkelgroep (wiskunde 2e fase V.O.). In deze lezing zal met name aandacht besteed worden aan

de motivatie van door de vakontwikkelgroep gemaakte keuzes. Het is niet de bedoeling dat de keuzes van de vakontwikkelgroep (alleen maar) worden verdedigd. Belangrijker is dat de keuzes en de bijbehorende motivatie een stimulans kunnen zijn voor vernieuwingen in het wiskundeonderwijs. Overigens is het natuurlijk interessant om van de vakontwikkelgroep te horen hoe de uitgangspunten uit de nota 'scharnier tussen basisvorming en hoger onderwijs' vertaald zijn naar nieuwe examenprogramma's voor de diverse profielen.

Lezing 2-b zal worden verzorgd door SLO en APS. In deze lezing staan de (vaak onderschatte) mogelijkheden tot zelfstandig studeren in de 1e fase V.O. centraal. Hierbij zal aandacht worden besteed aan zelfstandig studeren in de basisvorming van nu en in de toekomstige (naar aanleiding van de nota 'recht doen aan verscheidenheid') vbo/mavo-stromen. In één van de werkgroepen zal overigens meer praktisch worden ingegaan op de

mogelijkheden van zelfstandig studeren in 2, 3, 4 vbo/mavo.

NOTA BENE: deelnemers aan de studiedag zullen moeten kiezen voor één van de twee middaglezingen.

## Werkgroepen

Er zijn ook dit jaar weer verschillende soorten werkgroepen. In een aantal werkgroepen zal de presentatie van ideeën betreffende hedendaags wiskundeonderwijs aanleiding voor discussie zijn. In andere werkgroepen kunnen deelnemers zelf aan het werk om (wellicht nieuwe) mogelijkheden voor de eigen lessituatie uit te proberen.

Bij de aanmelding kunt u intekenen op twee werkgroepen.

**WG1** 'Ook zelfstandig leren in 2, 3, 4 vbo/mavo', door SLO-project wiskunde.

In de werkgroep laten we u kennis maken met nieuwe materialen voor, onder meer, schoolonderzoek B/C/D, GWA en computer. Praktijkervaringen op proefscholen laten zien dat er met dit materiaal ook op vbo/mavo goede mogelijkheden zijn, om uitwerking te geven aan het idee van zelfstandig leren.

**WG2** 'Bollebozen-project', door Anneke van Gool, stichting 'Bollebozen-project'.

De stichting 'Bollebozen-project' reikt ideeën aan om ook de heel goede leerling aan zijn/haar trekken te laten komen. In de werkgroep wordt werk van de stichting gepresenteerd en ter discussie gesteld.

**WG3** 'Cabri-meetkunde op de computer', door Hans Krabbendam, HKLT.

Cabri is een computer-programma, waarmee meetkunde tot een actieve en dynamische bezigheid kan worden ... voor leerlingen in de onderen in de bovenbouw. In deze werkgroep krijgen de deelnemers de gelegenheid om met Cabri te wer-

ken, bestaande lesvoorbeelden te bekijken en zelflesideeën te ontwikkelen.

**WG4** *'Maple', door Frans vd Heijden en Mike Staring, HKLT.*

In deze werkgroep worden de mogelijkheden van het computerprogramma 'Maple' gedemonstreerd. Het gebruik van computerprogramma's, zoals 'Maple', kan het zelfstandig leren van wiskunde studeren bevorderen. 'Maple' is bruikbaar in de hoogste klassen van vwo en havo, en in het hoger onderwijs.

**WG5** *'De Grafische Rekenmachine - Experiment', door Michiel Doorman, Freudenthal instituut.*

Naar het zich laat aanzien zal het vak analyse in de twee vwo-profielen Natuur & Techniek en Natuur & Gezondheid een ander karakter hebben dan de analyse in het huidige vwo-wiskunde B-programma. De numerieke en grafische aspecten van differentiaal- en van integraalrekening zullen meer worden benadrukt. De aandacht zal zich meer op inzicht in analytische concepten richten, dan op algebraïsche vaardigheden. Hierbij wordt een beroep gedaan op hulpmiddelen als de grafische rekenmachine.

In het kader van het profielproject wiskunde is lesmateriaal ontwikkeld, waarbij de grafische rekenmachine door leerlingen wordt gebruikt. In deze werkgroep laten we hiervan enkele voorbeelden zien.

**WG6a** *'Graphics Calculator - discussie', onder leiding van Jan Nawijn, HKLT.*

(alleen 's ochtends)

Deze werkgroep is speciaal bedoeld voor docenten, die al gebruik maken van de 'GC' in hun lessen. We willen in deze werkgroepen ervaringen uitwisselen en ter discussie stellen. Vragen als "wat heb je aan de 'GC' in de klas?", "hoe gebruik je de 'GC' in de klas?" en

"bevordert het gebruik van de 'GC' het zelfstandig leren?" zullen aan de orde komen.

Ook willen we de mogelijkheid om ontwikkelde lesbladen uit te wisselen nadrukkelijk stimuleren (neem daarom een aantal kopieën van door u ontwikkelde lesbladen mee, hopende dat er goed geruild kan worden).

**WG6b** *'Graphics Calculator - voor de leraar', door Jan Nawijn, HKLT.* (alleen 's middags)

In deze werkgroep krijgen docenten de gelegenheid wiskundige problemen te benaderen of op te lossen met behulp van de 'GC'. Het gaat om problemen die het V.O.-niveau te boven gaan. "Helpt de 'GC' ons bij het (zelfstandig) oplossen van de aangereikte problemen?"

**WG7** *'Zelfstandig studeren in het Montessori-onderwijs', door de wiskundesectie van Montessori-Lyceum Herman Jordan te Zeist.*

In het Montessori-onderwijs bestaat een al jarenlange expertise met betrekking tot individuele leerwegen en zelfstandig studeren. Voor wie het Montessori-onderwijs niet kent, kan het interessant zijn kennis te maken met de werkwijze van de wiskundesectie van het Herman Jordan. Deze wiskundesectie wil geen revolutie preken, maar wil wel uit de doeken doen hoe binnen klasverband aandacht gegeven kan worden aan de individuele leerweg en het zelfstandig studeren.

**WG8** *'Probleemgestuurd leren op de PaBo', door HKLT-afdeling PaBo.*

In de afdeling basisonderwijs van de lerarenopleiding in Tilburg is ruime ervaring opgedaan met probleemgestuurd leren. Probleemgestuurd leren is één van de manieren om invulling te geven aan studiehuisideeën. De PaBo-docenten willen laten zien welke invulling zij geven aan het concept van probleemgestuurd leren. De vraag aan de deel-

nemers van deze werkgroep is of de ervaringen van de PaBo-docenten bruikbaar zijn in of te vertalen zijn naar de situatie in het V.O.

**WG9** *'Ruimtemeetkunde interactief op CD', door Nellie Verhoef, Chr. Hogeschool Windesheim.*

Al sinds enige jaren staat de ruimtemeetkunde-CD van de CHW in de belangstelling. Dankzij deze CD kan de ruimtemeetkunde door leerlingen actiever en zelfstandiger worden bedreven. Interactieve programmatuur zal in de (nabije) toekomst zeker kunnen bijdragen aan het verwezenlijken van studiehuisideeën. In deze werkgroep zal worden getoond op welke wijze de ruimtemeetkunde-CD kan bijdragen aan wiskunde leren in de 2e fase van het V.O.

**WG10** *'Middenschool-ervaringen'* (onder voorbehoud).

In middenschool-experimenten is veel ervaring opgedaan met groepswork en individuele leerwegen voor leerlingen van 12-16 jaar. Door middel van deze werkgroep willen wij de opgedane ervaringen uit deze experimenten doorgeven aan docenten in het V.O.

**WG11** *'Experimenteren met zelfstandig studeren'*

(onder voorbehoud).

Er zijn al scholen, die (voorzichtig) hebben geëxperimenteerd met zelfstandig studeren in de 2e fase V.O. Door middel van deze werkgroep willen wij de opgedane ervaringen uit deze experimenten doorgeven aan docenten in het V.O.

# College Getaltheorie voor scholieren op het vwo

Het verschil tussen de manier waarop wiskundeonderwijs op het vwo en op de universiteiten gegeven wordt is de laatste jaren groter geworden. Herhaaldelijk is gebleken dat eerstejaars studenten wiskunde het moeilijk vinden de overstap te maken, omdat de eerstejaarsstof heel anders is dan ze verwachten. Anderen beginnen niet aan een studie wiskunde, omdat ze wiskunde op het vwo saai vinden of denken dat alle problemen al opgelost zijn. Het zal nog wel enkele jaren duren voor het wiskunde vwo-programma zo gewijzigd zal zijn dat de aansluiting gemakkelijker wordt.

Door middel van voorlichtingsdagen, open dagen en plaatselijke probleemoplosgroepen proberen universitaire docenten de kloof met het vwo te overbruggen.

Ik wil trachten scholieren op een directe wijze kennis te laten maken met het universitaire wiskundeonderwijs. In het najaar wil ik in Leiden een college Getaltheorie voor middelbare scholieren geven in de vorm waarin het op de universiteit gebruikelijk is. Op vijf vrijdagmiddagen (22 sept., 13 okt., 3 en 24 nov. en 15 dec.) zal ik de theorie behandelen en vraagstukken geven en toelichten. Elke keer is er een dictaat (dat voor wie niet aanwezig kan zijn op aanvraag toegezonden kan worden, schriftelijk of per electronic mail).

Leraren kunnen dit ook aanvragen en bijvoorbeeld de stof met geïnteresseerde leerlingen behandelen. Elke middag zullen er ook huiswerk-

opgaven zijn die ter correctie bij mij ingeleverd (aan mij toegezonden) kunnen worden. Wie vijf maal tijdig en met voldoende resultaat het huiswerk ingeleverd heeft, krijgt een certificaat. Als blijkt dat deze opzet in een behoefte voorziet, dan zullen later colleges over andere onderwerpen volgen.

Getaltheorie betekent in dit geval de theorie van de gehele getallen. Het bekendste getaltheoretische probleem was de zogenaamde laatste stelling van Fermat uit 1638, die zegt dat de som van twee derdemachten geen derdemacht kan zijn, de som van twee vierdemachten geen vierdemacht, enzovoort, met andere woorden dat  $x^n + y^n = z^n$  geen oplossingen heeft in positieve gehele getallen  $n, x, y, z$  met  $n > 2$ . In 1994 is dit eindelijk door Wiles en Taylor bewezen. Dit bewijs is veel te moeilijk voor het college, maar wel zal aandacht geschonken worden aan de vergelijkingen  $x^2 + y^2 = z^2$ ,

$$x^4 + y^4 = z^4$$

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$x^2 - 2y^2 = 1$$

$x^4 + y^4 = z^4$  en  $x^2 - 2y^2 = 1$ . Verder zullen eigenschappen van priemgetallen en van Fibonaccigetallen behandeld worden.

*R. Tijdeman*

*Informatie en aanmelding*

Wie meer over deze gratis cursus wil weten of zich wil aanmelden voor deelname (college of toezending dictaat) kan me schrijven:

Prof. R. Tijdeman  
Wiskunde RUL  
Postbus 9512  
2300 RA Leiden

of

e-mailen via Internet:  
Tijdeman@wi.leidenuniv.nl

# Wiskunde voor Natuur & Techniek

## Verslag van een symposium

### Inleiding

Groningen, 20 april 1995. Een zaal vol mensen geïnteresseerd in de plannen voor de nieuwe wiskundeprogramma's zoals die gestalte gaan krijgen na de invoering van de Tweede Fase. De meeste aandacht tijdens dit lerarensymposium van het Nederlands Mathematisch Congres zal daarbij uitgaan naar de wiskundevakken B1,2 voor het vwo-profiel Natuur & Techniek.

### Geheimhouding

Tegenvaller: de inleiders De Smit en Breeman van de vakontwikkelgroep melden dat zij enige geheimhouding moeten betrachten omtrent de plannen zoals die in de vakontwikkelgroep leven. Tijdens de discussie levert dit de nodige korzelige reacties uit de zaal op; het is moeilijk reageren op niet-gegeven informatie. Bovendien proef ik bij enkelen enig wantrouwen ten aanzien van de beloofde veldraadpleging in september. Wordt het veld wel serieus genomen?

### Eisen WO

Inleider De Smit (Universiteit Twente) zet de verzoeken vanuit het Wetenschappelijk Onderwijs ten aanzien van het vak wiskunde nog eens op een rijtje:

- meer inzicht, minder trucs;
- nadruk op de wiskundige denkwijze (modelleren, abstraheren);
- nadruk op basisinzichten die rijpingstijd nodig hebben;
- de algemeen vormende en selecterende rol van de wiskunde;
- specifieke voorkennis voor bepaalde studierichtingen;
- beter beeld geven van wiskundestudie en beroep van wiskundige;
- afnemende interesse voor de wiskundestudie versus grote vraag naar wiskundigen;

- mathematisering van de maatschappij;
- komst van de computer.

Het WO blijkt niet zozeer de nadruk te leggen op specifieke *onderwerpen* voor de examenprogramma's; de attitude-ontwikkeling van aankomende studenten vindt men belangrijker.

### Op naar 2020

Breeman (Samenwerkingsschool Waddinxveen) stelt vervolgens dat de Tweede-Fase-leerlingen van het jaar 2000 de beleidsmakers van het jaar 2020 zijn. In zijn optiek zal rond dat jaar 2020 de know-how (en dan met name de  $\beta$ -know-how) het enig overgebleven exportartikel van Nederland meer zijn ('het aardgas raakt op'). Daarmee wordt de invulling van het profiel Natuur & Techniek van extra belang. Attitude en vaardigheden zullen in zijn visie een grotere rol moeten gaan spelen: redeneren/bewijzen, methoden van aanpak, concepten, geen algoritmen. Er moet in het vwo daadwerkelijk voorbereid worden op het wetenschappelijk onderwijs, nu wordt er nog voornamelijk opgeleid voor het diploma.

Tenslotte introduceert Breeman op het symposium de term 'ZEBRA-ruimte' (de naam verwijst naar de arcering van het betreffende blokje in het niet-getoonde schema van de vakontwikkelgroep): 40 uur studielast binnen de wiskunde van elk van de vwo-profielen, bedoeld voor zelfstandig onderzoek van een wiskundig onderwerp naar keuze (bijvoorbeeld toegesneden op de vervolgstudie van de leerling). Een aantal mogelijkheden voor N&T: volledige inductie, codering, wetten van Kepler, kaartprojecties, nume-

rieke methoden en chaos. Het materiaal zou geschreven moeten worden door universitair wiskundigen, in overleg met vwo-docenten.

### Zuiver of toegepast

Na deze twee inleidingen wordt het forum aangevuld met Verweij (TU Delft, Studiecommissie Wiskunde B) en Tijdeman (RU Leiden, voorzitter NOCW).

Verweij houdt een pleidooi voor de zuivere wiskunde (bestaansrecht om zichzelf, nodig als goed fundament). Aandacht voor wiskundige toepassingen zou ten koste gaan van de benodigde tijd voor de wiskundige inhoud. Verder pleit zij voor invoering van de informatietechnologie op flexibele basis.

Ook Tijdeman ziet problemen (tijdgebrek) ontstaan als modelvorming een grote plaats gaat innemen in wiskunde B1,2. Wiskunde moet als 'levend vak' onderwezen worden, met meer aandacht voor redeneren en bewijzen binnen de wiskunde zelf, historie en recente ontwikkelingen, en onopgeloste problemen.

Tijdens de zaaldiscussie onder leiding van symposium-voorzitter Van Streun (RU Groningen) keert het punt abstract-toegepast regelmatig terug, zonder tot overeenstemming te leiden. Hierbij spelen individuele opvattingen over wiskunde duidelijk een rol: wiskunde als hulpmiddel ('ontstaan vanuit problemen en behoeften uit de werkelijkheid') dan wel 'wiskunde om zichzelf'. Wel algemeen onderschreven wordt de motiverende functie van toepassingen. Overigens worden de begrippen 'modelleren' en 'toepassen' ter plekke niet verder aangescherpt, waardoor de discussie over dit thema achteraf gezien misschien niet geheel uit de verf gekomen is.

Tijdens deze gedachtenwisseling blijkt, dat door tijdgebrek geen onderling overleg gevoerd kan worden tussen 'aangrenzende' vakont-

wikkelgroepen zoals wis-, natuur-, scheikunde en economie. Een gemiste kans!

### Concepten of technieken

Meerdere aanwezigen maken zich sterk voor een betere begripsvorming, meer nadruk op concepten en minder op algoritmen. Een voorbeeld is de integraalrekening: in het huidige programma ligt de nadruk dusdanig op de diverse primitivemethoden, dat haast de indruk ontstaat dat elke integraal analytisch te bepalen zou zijn. Het concept 'integraal' en zijn verschijningsvormen spelen op het moment eigenlijk een ondergeschikte rol.

Anderzijds laten diverse deelnemers weten dat technieken niet ondergesneeuwd mogen raken en gelijk op moeten gaan met begripsvorming. Eén der aanwezigen, Bezembinder

(OU), trekt in dit kader een vergelijking met het bespelen van een muziekinstrument.

### Leerlingen!

Breeman en De Smit maken duidelijk, dat een goede aansluiting havo-vwo straks tot het verleden behoort. Dat heeft alles te maken met de politieke beslissingen rond efficiënte (goedkope) leerroutes, waarbij het havo toegespitst wordt op het HBO. Verder noemt Verweij het gevaar, dat het profiel Natuur & Gezondheid een gemakkelijke 'vluchtweg' voor exact geïnteresseerde meisjes zou kunnen worden indien de programma's hiervan een slap aftreksel worden van die van Natuur & Techniek. 'Als er geen gemakkelijk alternatief voorhanden is, dan moeten ze wel' (vergelijk wiskunde I en buitenland).

### Tot slot

Prima, zo'n gelegenheid tot gedachtenwisseling tussen leden van de vakontwikkelgroep, docenten havo/vwo, universitair wiskundigen en andere geïnteresseerden en betrokkenen.

Jammer, dat de leden van de vakontwikkelgroep niet wat meer opening van zaken konden bieden rond de inhoudelijke invulling.

Als u dit stukje leest, zal daarover ongetwijfeld meer naar buiten gebracht zijn en is de veldraadpleging wellicht nabij. Hopelijk kunnen de toekomstige 'uitvoerders en afnemers' dan inmiddels toch voldoende nuttige invloed uitoefenen op de uiteindelijke programma's!

Marja Bos

Instituut voor Onderwijsverbetering 

# APS-wiskunde

De brochure voor schooljaar 1995-1996 is verschenen:

- *Methodegebonden cursussen*
- *Vorbereiden op het nieuwe vbo/mavo-examen*
- *Wiskunde en zelfstandig leren*
- *Experimenteren met vernieuwingen in de tweede fase*
- *Computergebruik en grafische calculator*

Voor meer informatie bel of schrijf:

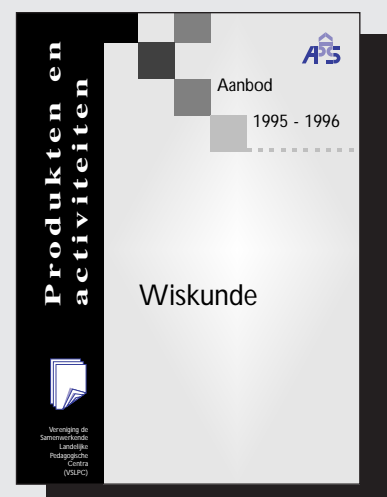
APS

Informatiepunt wiskunde

Postbus 85475

3508 AL Utrecht

telefoon: 030-(2)856722



## Richtlijnen voor auteurs

### Aanleveren

Kopij dient bij voorkeur te worden aangeleverd op een diskette (3,5 of 5,25 inch) in WP5.1 (MS-DOS) of ASCII-bestand. Gedrukte of geschreven kopij kan vertraging opleveren. De tekst mag geen lay-out bevatten. De tekst moet zo kaal mogelijk worden aangeleverd, zonder woordafbrekingen e.d.; geef alinea's wel met harde returns aan.

Lever bij de diskette altijd een drietal afdrucken van de tekst aan, waarop bijvoorbeeld staat aangegeven waar u de illustraties had gedacht.

### Tekst

Maak een korte, bondige titel; vermeld de naam van de auteur zonder eventuele titels. Paragrafen worden aangeduid met korte tussenkoppen (maximaal 23 aanslagen); per kopje vervallen er 4 regels basistekst.

De basistekst komt in een 3-koloms stramien. Een volle pagina telt  $3 \times 54 = 162$  regels van 35 aanslagen per regel.

Wiskundige artikelen komen in een 2-koloms stramien. Een volle pagina telt hier  $2 \times 54 = 108$  regels van 58 aanslagen per regel.

### Illustraties

Voorzie uw tekst van toepasselijke illustraties. *Tekeningen, grafieken*: scherpe figuren met zwarte pen of inkt gemaakt, of geprint op een goede printer.

*Tabellen*: scherp origineel op apart vel aanleveren.

*Foto's*: liefst zwart/wit met scherp contrast. Voorzie illustraties van een verklarend bijschrift (op apart vel; bij meer illustraties zowel de illustraties als de bijschriften nummeren). Indien een illustratie op een bepaalde plaats in de tekst moet worden opgenomen dient dit duidelijk te worden aangegeven.

### Verschijningsdata van Euclides

Omstreeks de 1e van de maanden september, december en mei; omstreeks de 15e van de maanden oktober, januari, februari, maart en juni.

Kopij voor het volgend nummer moet uiterlijk 10 weken voor verschijning geaccepteerd zijn door de redactie; voor de acht middenpagina's (in artikelen voor deze bladzijden mogen geen illustraties, tabellen of formules voorkomen!) geldt een termijn van 7 weken.

## Kalender

### 1 en 2 september 1995

*Amsterdam*

Vakantiecursus CWI  
Kegelsneden en kwadratische vormen (zie Euclides 70-8)

### 6 september 1995

*Utrecht*

Bestuursvergadering NVvW

### 15 september 1995

*Eindhoven*

Tweede ronde Wiskunde  
Olympiade in de Technische  
Universiteit

### 20 september 1995

*Utrecht*

Bestuursvergadering NVvW

### 11 oktober 1995

*Utrecht*

Bestuursvergadering NVvW

### 11 november 1995

*Bilthoven*

Jaarvergadering/studiedag  
NVvW

### 8 december 1995

*op de scholen*

voorrunde Wiskunde A-lym-  
piade  
(zie Euclides 70-3)

## Adressen van auteurs

### M.G.W. Bos

Mussenveld 137  
7827 AK Emmen

### R. Bosch

Heiakker 16  
4841 CR Prinsenbeek

### W. de Goede

Rusthoven 4  
9301 TD Roden

### M.C. van Hoorn

Noordersingel 12  
9901 BP Appingedam

### M.P. Kollenveld

Leeuwendaallaan 43  
2281 GK Rijswijk

### T. Lecluse

Vergiliuslaan 8  
5926 SM Venlo

### S.H. Schaafsma

Betuwepad 25  
5691 LM Son

### H. Stuurman

Bereklaauwkreek 4  
2353 JK Leiderdorp

### R. Tijdeman

*Wiskunde RUL*  
Postbus 9512  
2300 RA Leiden

### P. van Wingerden

Ch. de Bourbonlaan 66  
3708 CD Zeist

### H. Wisbrun

Oude Zijds Achterburgwal 137  
1012 DG Amsterdam



# Vlakke meetkunde op de PC

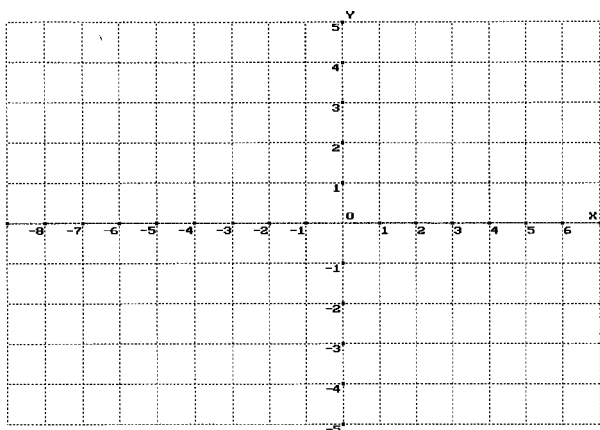
Ton Lecluse

In Euclides 70-2, verschenen oktober 1994, stond een artikel waarin ik mijn programma 3D omschreef. Het betrof software om ruimtelijke figuren te tekenen. Na deze publicatie hadden begin januari 1995 zo'n 440 personen deze software aangevraagd.

Mede aangespoord door vele leuke reacties op dit programma heb ik ook een programma ontwikkeld voor het bedrijven van vlakke meetkunde. Dit programma, 2D gedoopt, is in principe bestemd voor het onderwijs in de meetkunde en is zowel geschikt voor de docent als de leerling. De manier van werken is zoals bij 3D, dus alles kan met of zonder muis en alle grafische standaarden (VGA, EGA, CGA en Hercules) worden ondersteund, zowel monochroom als in kleur. De tekeningen kunnen worden geprint en ook op disk worden bewaard.

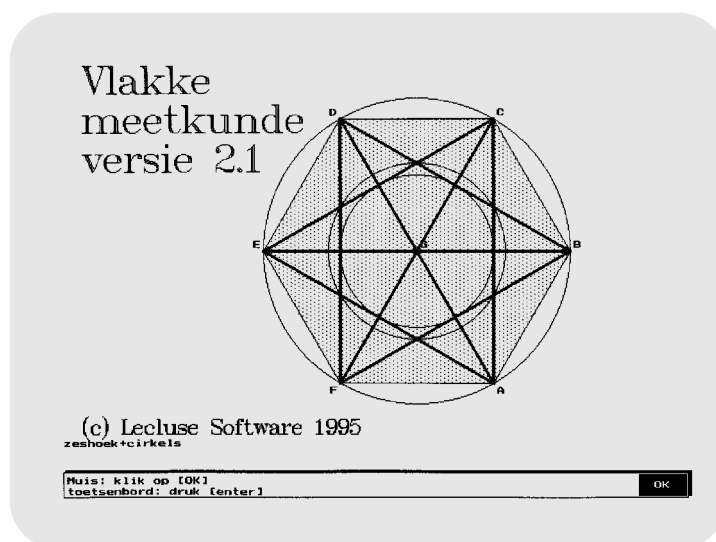
Het programma is tekengereedschap, waarbij de terminologie aansluit bij die van het wiskundeonderwijs. Het werkblad bestaat uit roosterlijntjes, roosterpuntjes of is blanco en kan al dan niet coördinaatassen bevatten. Het is instelbaar of hier al dan niet negatieve coördinaten gebruikt kunnen worden, zodat al vanaf het begin van de brugklas hiermee door de leerling kan worden gewerkt.

Toepassing: een fatsoenlijk assenstelsel afdrukken om te gebruiken als bijlage voor een proefwerk:



Figuur 1: een werkblad voor een proefwerk

Een basisfiguur kan worden uitgebreid met punten, lijn(stukk)en, cirkels, cirkeldelen en vlakarceringen. Een aardige tekening is bijvoorbeeld de figuur die bij het opstarten wordt getoond:



Figuur 2: het openingsscherm van 2D

Om een complexe tekening te maken begin je wellicht met een (regelmatige) veelhoek, bijvoorbeeld een driehoek. Je kunt dit op verschillende manieren doen: 3 zijden opgeven, of 2 zijden en een hoek, of 1 zijde en 2 hoeken, of van elk hoekpunt de coördinaten. De tekeningen zijn automatisch waarheidsgetrouw. Je vermijdt hierdoor als docent dat je je zelf vergist tijdens het bedenken van een opgave door een slechte schets. Al spelende met het programma krijg je vanzelf leuke en originele ideeën voor vraagstukken.

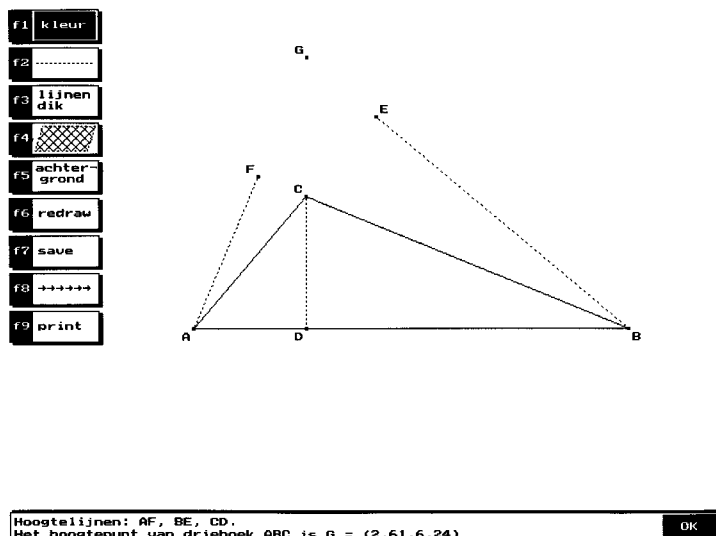
Punten voeg je aan de figuur handig toe door deze met de muis aan te klikken of via coördinaten. Lijnen kunnen op verschillende manieren worden getrokken: als (middel)loodlijn, deellijn, evenwijdig, via richtingscoëfficiënt, richtingshoek, of vergelijking. Zo kunnen ook cirkels en cirkelbogen snel worden getekend en arceringen worden aangebracht.

Een figuur kan te allen tijde worden vergroot of verkleind, gedraaid, of (lijn- of punt-)gespiegeld. Centrum en draaiingshoek kunt u geheel vrij kiezen. Op deze wijze kunt u snel mooie figuren opbouwen die draai- en/of spiegelsymmetrisch zijn. Ook een leerling krijgt meer inzicht door een figuur aldus van verschillende kanten te bekijken. Nu dit automatisch kan, komt hij hier vaker aan toe.

### Driehoeksbewerkingen

Speciaal zijn de driehoeksbewerkingen. In een enkel commando worden in een driehoek de hoogtelijnen met hoogtepunt getekend. Evenzo de zwaartelijnen, hoekdeellijnen of middenparallellen. Bijvoorbeeld: Teken driehoek  $ABC$  met zijden 10, 8 en 4. Teken de hoogtelijnen en het hoogtepunt.

figuur 3: hoogtelijnen van een driehoek



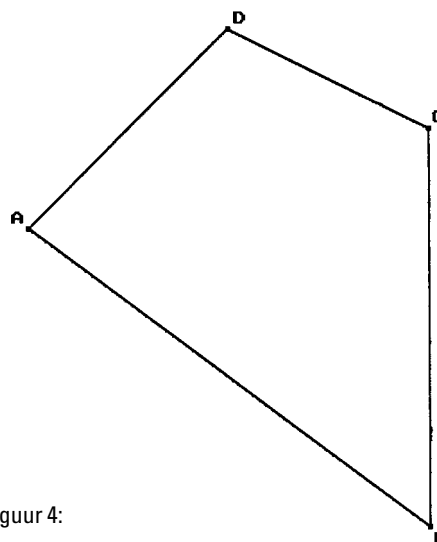
Figuur 3

Tijdens het tekenen kunnen objecten (punten, lijnen, cirkels, arceringen) gewijzigd of verwijderd worden.

Een aardige toepassing had ik enkele maanden geleden. We waren in de tweede klas bezig met het zwaartepunt van driehoeken. De veel gestelde vraag over het zwaartepunt van een grillige vierhoek bleef dit jaar ook niet uit. Ik werd verrast door de elegante oplossing, die een van mijn leerlingen (een meisje!) samen met haar vader thuis had bedacht.

Ga uit van een willekeurige vierhoek  $ABCD$ .

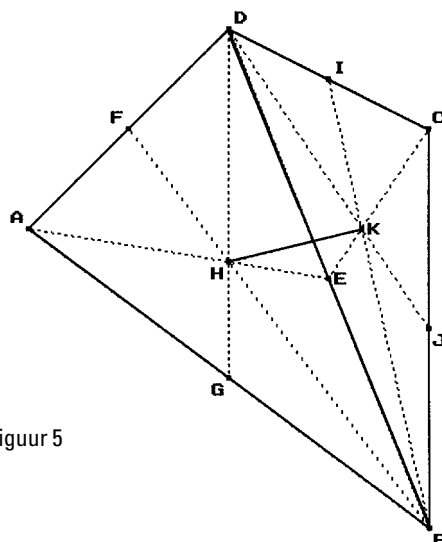
figuur 4: een 'willekeurige' vierhoek



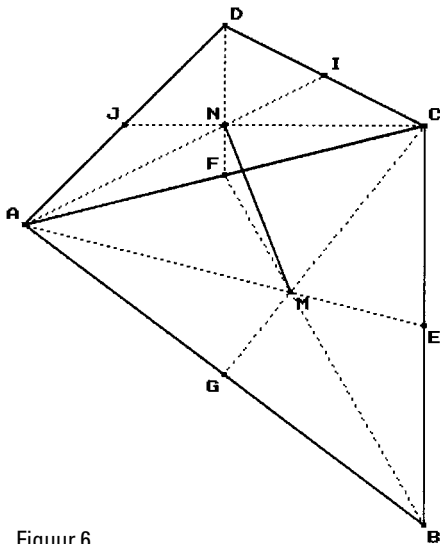
Figuur 4:

Verdeel de vierhoek in twee driehoeken door een van de diagonalen te tekenen. Op het verbindingslijnstuk  $HK$  van de zwaartepunten van deze driehoeken ligt logischerwijze het zwaartepunt. Je weet alleen niet zo gauw, waar precies:

figuur 5: trek diagonaal  $BD$  en verbind zwaartepunten  $H$  en  $K$  van  $\triangle ABD$  en  $\triangle BCD$  met elkaar



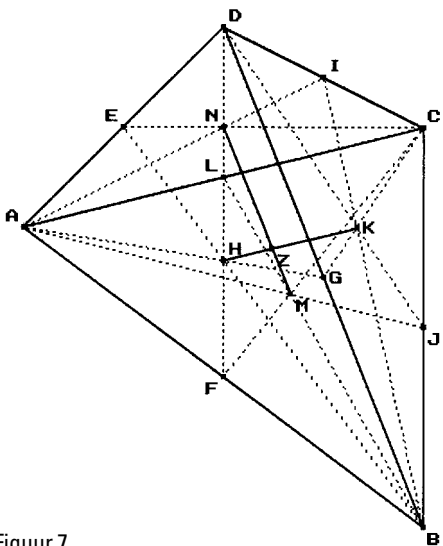
Figuur 5



Figuur 6

Teken nu vanuit de begintekening de andere diagonaal en herhaal dit proces: verbind ook van deze driehoeken de zwaartepunten, lijn  $MN$ :

figuur 6: Trek in figuur 4 diagonaal  $AC$  en verbind zwaartepunten  $M$  en  $N$  van  $\triangle ABC$  en  $\triangle ACD$  met elkaar

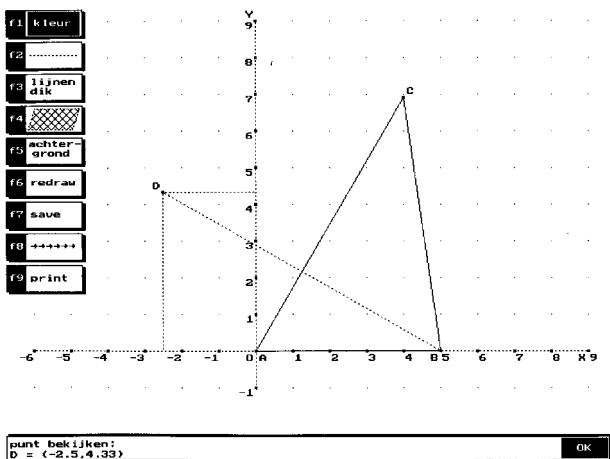


Figuur 7

Leg nu de twee laatste tekeningen op elkaar:

figuur 7: Leg figuur 5 en 6 over elkaar en de lijnstukken  $HK$  en  $MN$  snijden elkaar in het zwaartepunt van vierhoek  $ABCD$

Deze lijnstukken  $HK$  en  $MN$  snijden elkaar tenslotte in het punt  $Z$ , het zwaartepunt van de vierhoek.



Figuur 8

De toegevoegde waarde van de software is dat het tekenwerk snel en automatisch kan worden verricht, (zwaartelijnen + zwaartepunt van een driehoek is één commando!) waardoor je niet zo snel wordt afgeleid van het doel: het zwaartepunt van de vierhoek.

Vooraf voor de bovenbouw is het handig, dat leerlingen van elk object kenmerken kunnen opvragen: van een punt de coördinaten en van een lijn(stuk) de vergelijking. Ook kunnen afstanden (punt-punt, punt-lijn, evenwijdige lijnen) en hoeken worden opgevraagd.

Toepassing: teken een driehoek  $ABC$  met  $AB = 5$ ,  $BC = 7$  en  $AC = 8$ . Bepaal de coördinaten van het beeldpunt van  $B$  bij spiegeling in  $AC$ :

figuur 8: spiegeling van een punt

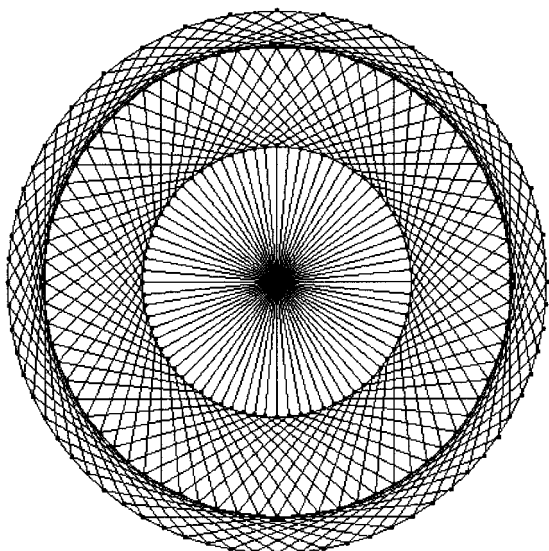
## Eigen ervaringen

Ik heb de software in de onderbouw vaak door leerlingen laten gebruiken. Zonder handleiding kunnen ze er goed mee overweg. Het is uitdagend en leerzaam om de tekeningen zoals deze in het boek staan, op het scherm te reproduceren en deze dan uit te breiden of te manipuleren. Het programma geeft weliswaar geen tussenberekeningen, maar het is wel fijn om als leerling je antwoorden te kunnen controleren.

Enkele leersituaties uit mijn eigen lespraktijk:

Het spelen met rotaties geeft mooie, spirograafachtige resultaten. Een vijfhoek telkens over 5 graden roteren met als centrum een van de hoekpunten:

figuur 9: rotatie van een vijfhoek over telkens 5 graden



Figuur 9

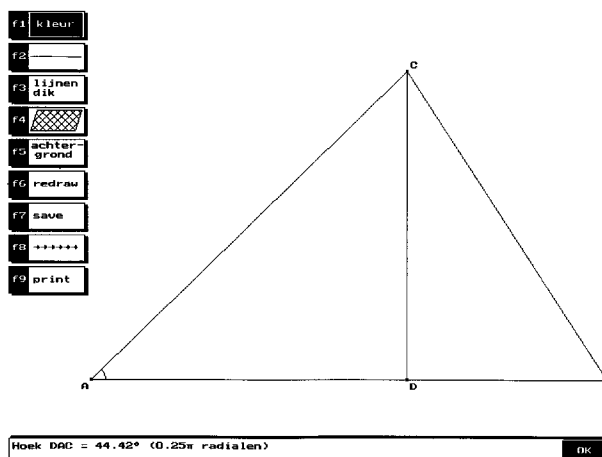
In de derde/vierde klas kan de software prima diensten bewijzen bij de goniometrie, vergelijkingen van lijnen, rotaties en spiegelingen van lijnen. Van de volgende opgaven, letterlijk uit het boek, kun je snel de tekening opbouwen en het antwoord opvragen. De computer in de klas of bij de leerling thuis is dan een goed hulpmiddel. Binnen enkele seconden bouw je met weinig handelingen (muis!) de gewenste tekening op.

Meetkunde, goniometrie (derde klas havo/vwo):

Teken een driehoek  $ABC$  met  $AB = 14$ ,  $BC = 10$  en  $AC = 12$ . Teken de hoogtelijn  $CD$ . Benader de grootte van de drie hoeken van driehoek  $ABC$ .

Zie figuur 10.

figuur 10: bepaling van de grootte van een hoek

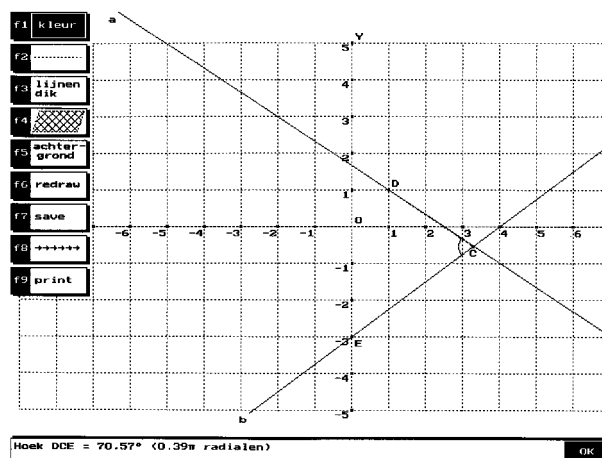


Figuur 10

Vergelijkingen van lijnen en de hoek ertussen (derde klas havo/vwo):

Teken in een rechthoekig assenstelsel de lijnen  $a$  (vergelijking:  $2x + 3y = 5$ ) en  $b$  (vergelijking:  $3x - 4y = 12$ ). Benader de hoek tussen deze twee lijnen.

figuur 11: bepaling van de hoek tussen twee lijnen

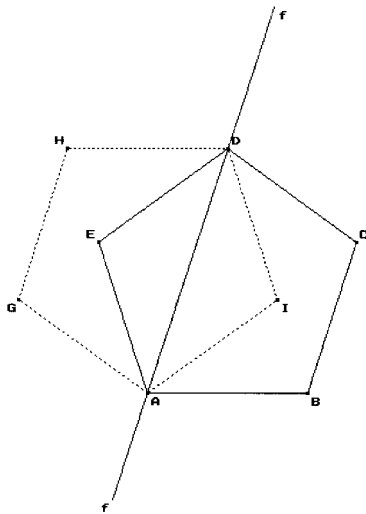


Figuur 11

Lijnspegelingen (eerste, maar ook derde klas havo/vwo):

Teken een regelmatige vijfhoek  $ABCDE$  en spiegel deze in lijn  $AD$ .

figuur 12: spiegeling van een vijfhoek

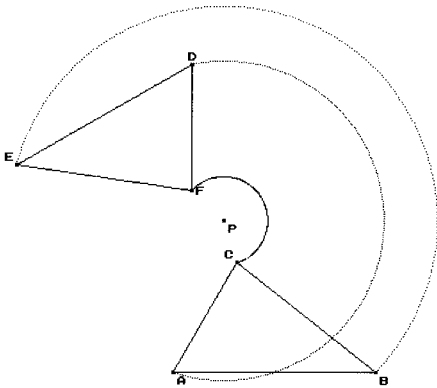


Figuur 12

Lastige rotaties (derde klas havo/vwo)

Teken een scherphoekige driehoek  $ABC$ . Punt  $P$  ligt buiten de driehoek. Teken het beeld van driehoek  $ABC$  bij rotatie om  $P$  over  $210$  graden.

figuur 13: rotatie van een driehoek



Figuur 13

Het voordeel van de software hierbij: snel een fatsoenlijke tekening en het antwoord op de vragen. De leerling kan zo zijn opgaven en tekeningen zelfstandig nakijken.

### Bestellen van de software

Het programma 2D wordt ter beschikking gesteld als shareware. Dit wil zeggen dat u het gratis kunt verkrijgen. U kunt in het bezit komen van de software door  $f$  5,- over te maken op banknummer 86.28.13.727 ten name van Ton Lecluse te Venlo, onder vermelding van uw volledige adres. Het bedrag dient slechts ter bestrijding van diskette- en portokosten. Nadat u de software bekeken heeft, kunt u beslissen of u er op uw school daadwerkelijk mee aan de slag wilt. Voor een klein bedrag kan uw school zich laten registreren, waardoor u op de hoogte wordt gehouden bij het verschijnen van nieuwe versies. Tevens krijgt u dan een geregistreerde versie met handleiding toegezonden. Zo hebben momenteel zo'n 60 scholen zich laten registreren voor de 3D-software. Zij hebben intussen een nieuwe versie (2.0) met aangepaste handleiding gekregen. Belangrijkste toevoegingen: parallelprojectie, ingenieursprojectie, militaire projectie, voor-, zij- en bovenaanzichten, animatie, duplicatie, alsmede vele kleine verbeteringen.

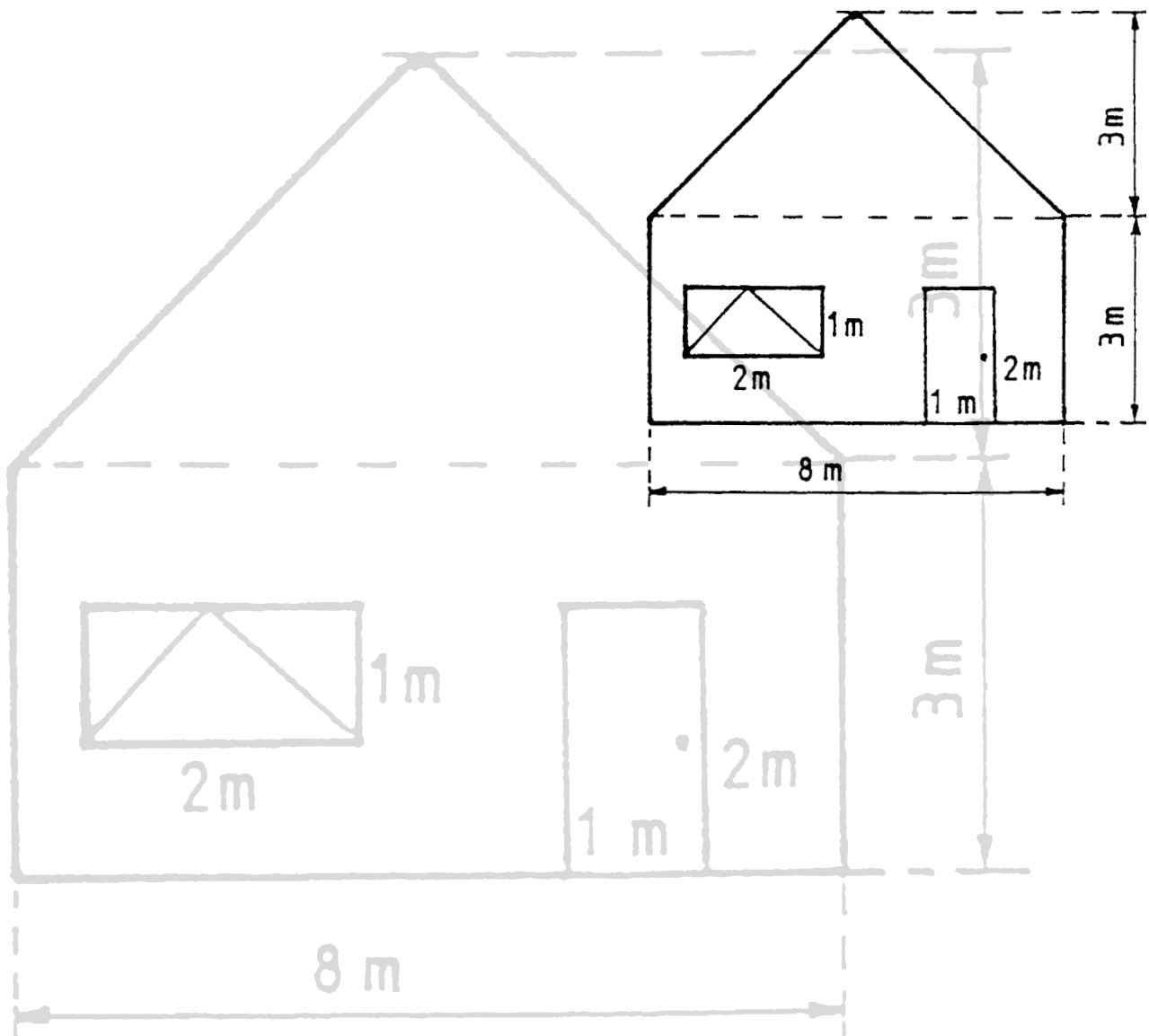
# Werkblad

- 20** Voor het aanleggen van een grasveldje heeft men nodig:  
30 m<sup>2</sup> graszoden van f3,75 per m<sup>2</sup>,  
9 zakken potgrond van f6,70 per zak,  
1 zak compost van f12,95.  
De bezorgkosten bedragen f17,50.  
Bereken de totale kosten.

- 24** De voorgevel van het getekende huis wordt geïsoleerd. Muurisolatie kost f25,-/m<sup>2</sup>.  
Dubbel glas kost f200,-/m<sup>2</sup>.

Bereken:

- A Oppervlakte deur
- B Oppervlakte raam
- C Oppervlakte voorgevel (zonder deur en raam)
- D De kosten van de muurisolatie
- E De totale isolatiekosten.



Examenopgaven Vbo 1995, A-programma.

# Werkblad

**13** Gegeven is de rij 2, 5, 11, 20, 32, 47, ...  
Het volgende getal in de rij is

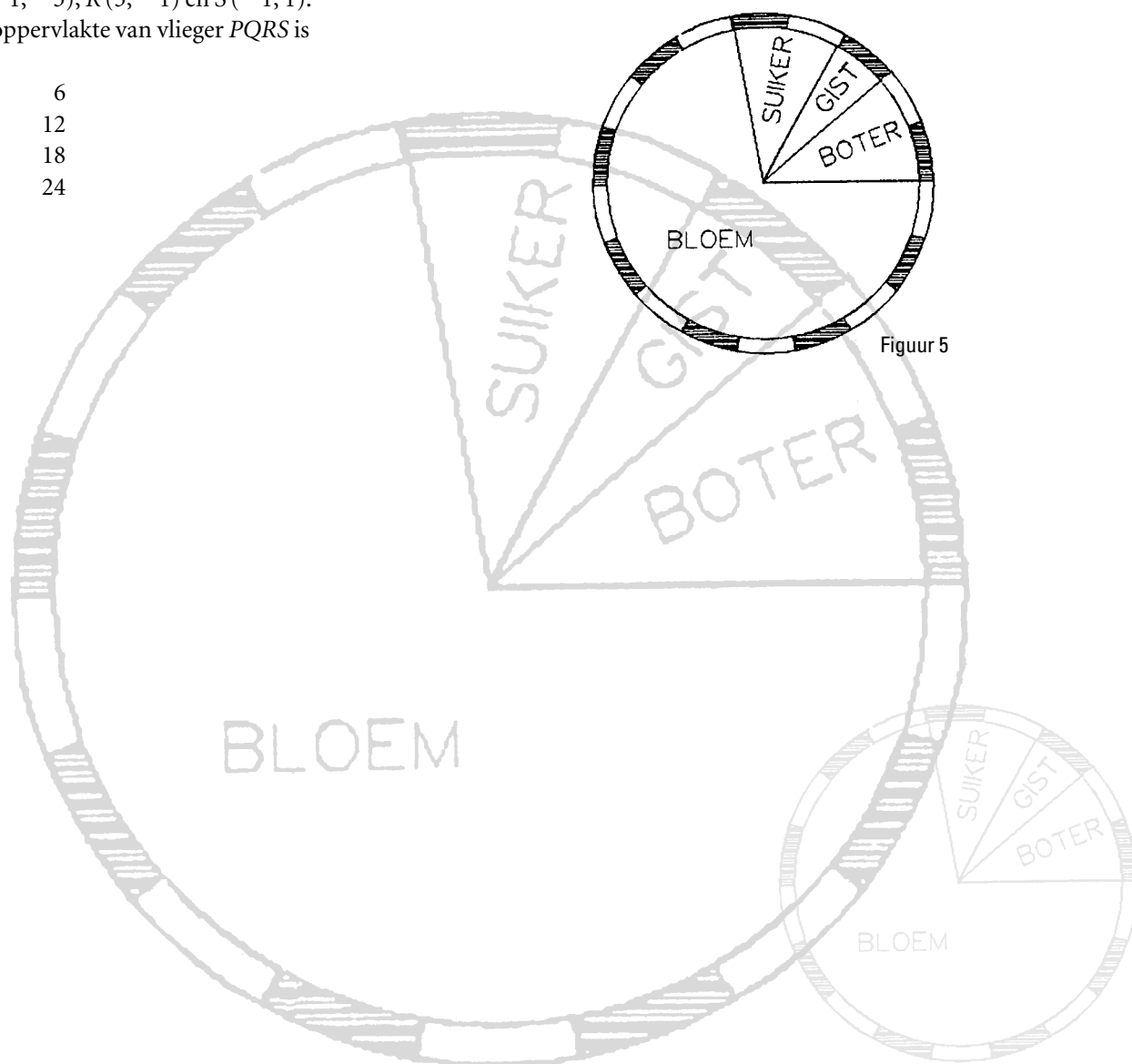
- A 66
- B 65
- C 64
- D 63

**14** In een rechthoekig coördinatenstelsel  $XOY$  is gegeven een vlieger  $PQRS$  met  $P(-3, -1)$ ,  $Q(-1, -3)$ ,  $R(3, -1)$  en  $S(-1, 1)$ .  
De oppervlakte van vlieger  $PQRS$  is

- A 6
- B 12
- C 18
- D 24

**15** In een vlaai van 360 gram zitten bloem, boter, suiker en gist in de verhouding zoals is weergegeven in het cirkeldiagram (zie figuur 5).  
Hoeveel gram bloem wordt er voor deze vlaai gebruikt?

- A 13 gram
- B 85 gram
- C 260 gram
- D 265 gram



# Kunnen we door vragen leren? IV

Piet van Wingerden

Met drie artikeltjes over 'vragen' (Euclides 70-1, 70-2 en 70-3) dacht ik over dat onderwerp uitgepraat te zijn.

In mijn schrijfsels was op de wenselijkheid gewezen een dialoog met de leerlingen aan te gaan door passende vragen te stellen.

Enige reacties van wiskundedocenten brengen me er toe dit onderwerp nog één keer onder uw aandacht te brengen.

**Jan Wilhelm** te **Zeist** stuurde me een vakantiegroet uit Luxemburg met een rake persiflage op mijn vraagdrift.

**J. Verrips** te **Amsterdam** reageerde als volgt:

Zelf behóórlijk vraagziek inspireerde uw artikeltje mij tot reflexie op wat vragen zijn.

- Vragen leiden tot een antwoord en tot niets méér. (Balint <sup>1</sup>)
- Vragen stellen kan een bijbetekenis hebben:
  - ik weet het niet
  - hij weet het niet
  - u heeft dit nooit verteld
  - snapt u het zelf wel?
- Vragen stellen kan een doelstelling hebben:
  - antwoord te krijgen
  - een wedervraag te stellen

- beter te begrijpen
  - beter te laten begrijpen
  - aandacht te krijgen
  - het gesprek inhoudelijk te beïnvloeden
- Werkvorm door vragen na lees-pauze of uitleg:
- alle leerlingen een vraag laten bedenken
  - alle vragen op het bord inventariseren
  - gezamenlijk antwoorden zoeken
  - reflexie hóe tot vragen te komen.

Tenslotte stuurde **Gerrit de Jong te Middelburg** me een kopie van een artikel uit *Mathematics Teaching* 143 van juni 1993, geschreven door Mike Ollerton.

Ik zal van dat artikel een korte samenvatting geven:

Ollerton uit zijn ongenoegen over het huidige klimaat van het onderwijs in Engeland. Met uniforme tests wordt de leerlingen de meetlat aangelegd.

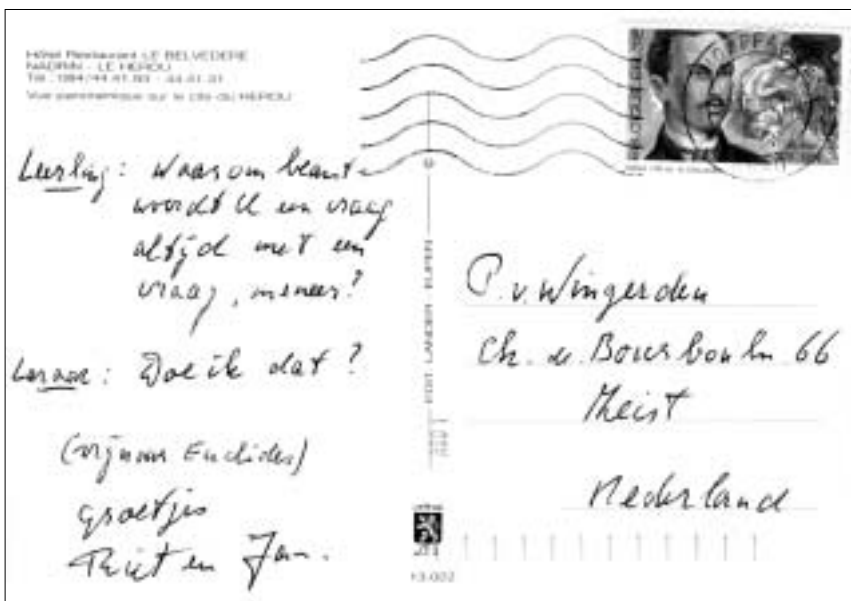
Hierdoor zal het begrijpend leren niet bevorderd worden.

Bovendien kan dit een betere en meer doeltreffende manier van beoordeling in de weg staan.

Tijdens een samenkomst met aanstaande leraren, hun opleiders en begeleiders laat hij een stukje van de film 'Butch Cassidy and the Sundance Kid' zien.<sup>2</sup>

Het vrijbuiterstweetal Butch en Sundance komt zich als revolverhelden aanbieden bij een zekere Percy, eigenaar van een goudmijn. Percy bewondert de revolver van Sundance. Hij neemt hem in de hand. Hij gooit een steen een eindje weg. 'Die moet je eens raken', zegt hij, terwijl hij de revolver terug geeft. Sundance heeft zo zijn eigen manier om zich voor te bereiden op het schieten, hij laat het wapen om zijn vinger slingeren, steekt het daarna weer bij zich in de holster en...

Percy reageert ongeduldig door de





revolver opnieuw te pakken en hem met kracht in de hand van Sundance te drukken: 'Schieten, man! En raken!' Sundance mikt op de steen en schiet mis. Misprijzend wil Percy weglopen. Sundance vraagt of hij er ook bij zou mogen bewegen. Percy is verontwaardigd. Hij snapt die gekke cowboy niet. Sundance stopt de revolver weer in de holster, draait razendsnel om z'n as, trekt intussen opnieuw zijn revolver en schiet dan twee keer op de steen, allebei de keren raak. Sundance geeft als verklaring dat hij beter kan schieten als hij in beweging is. Ook dat kan Percy niet begrijpen. Ollerton beschrijft welke verbanden de aanwezigen zien tussen het vertoonde filmfragment en wat er aan de hand zou kunnen zijn met onze manier van vragen stellen.

Ik moest ook denken aan een excursie die ik jaren geleden met een 4-havoklas in Amsterdam maakte. 's Avonds hebben de leerlingen me ingeleid in het verschijnsel 'cowboy-film'. Ik heb me toen laten meeslepen door 'Butch Cassidy and the Sundance Kid'. Destijds heb ik niet beseft hoe leerzaam dat had kunnen zijn voor mijn wiskundelessen. Ik dacht er alleen aan hoe veel boeiender en gevaarlijker het leven van cowboys was dan mijn leraarsbestaan.

#### Noten

- 1 Balint was een Engelse psychiater die een beroemd geworden boek geschreven heeft: 'The Doctor, his Patient and the Illness'
- 2 'Butch Cassidy and the Sundance Kid', Amerikaanse western uit 1969 van George Roy Hill met Paul Newman en Robert Redford. Het gaat om twee sympathieke boeven, die telkens de dans ontspringen, wanneer zij rovend en schietend door het wilde westen trekken.

## 40 jaar geleden

### Gewoonten, verrassingen en vreugden in het wiskunde-onderwijs door Dr. W. Burgers<sup>1</sup>

Wanneer didactiek een kunst is, om anderen wegwijs te helpen in een omgeving, die ons vertrouwd is of om het bescheidener uit te drukken, die ons vertrouwd toeschijnt, dan zal didactiek een sterk persoonlijk accent niet kunnen ontberen.

Wil didactiek geen onvruchtbare boekenwijsheid zijn, dan moet ze weerklank oproepen, dan moet ze iets van onszelf uitstralen, dat resoneert bij onze leerlingen. Zeker, er zullen algemene regels zijn op te stellen, waarnaar we ons onderwijs dienen in te richten. Deze zijn de fundamenteën van het goede leerboek. Een leerboek, ook het goede, kweekt echter gewoonten. En nu bedoel ik niet die eigenaardigheden, die we gemakkelijker bij collega's, dan bij ons zelf ontdekken en waaruit het type 'leerkracht' ontstaat, met de titel 'echte leraar', een titel, die we niet erg op prijs stellen.

Het leerboek kweekt doceergewoonten, die ons onderwijs stabiliseren. Onderwijsvernieuwing is progressief. Hierbij denkt men in termen als: onderwijssystemen, leerlingenschaal, lessen-aantal... misschien ook aan salarisverhoging.

Maar in ieder van ons moet een vernieuwing in engere zin werkzaam zijn, een vernieuwing, waarvan het leerboek de eerste vijand is, omdat het een verstarring in de hand werkt.

Het is mijn ervaring, dat een jong leraar graag teruggrijpt naar het leerboek van zijn jeugd, graag die didactische wegen het eerst bewandelt, waarop hij zijn jeugdervaringen terugvindt.

Is het niet zo, dat er heel wat weerstand overwonnen moet worden, om tot invoeren van een nieuw leerboek te komen?

Op die gewoonten, die een leerboek in de hand werkt, wilde ik de aandacht vestigen met enkele voorbeelden.

#### Noot

- 1 Lezing gehouden op de ledenvergadering van Liwenagel op 16 april 1955.

*Uit: Euclides 31 (1955-1956).*

# ‘Wiskunde wordt het selectievak, en dat gebeurt welbewust’

Martinus van Hoorn

**Martin Nauta**, 43 jaar, is sinds 14 jaar leraar aan het Nienoord College te Leek. De school is een brede schoolgemeenschap met onder andere een nevenvestiging te Roden.

Martin Nauta geeft hoofdzakelijk les in de bovenbouw van het havo en vwo, soms heeft hij een enkele andere klas; het afgelopen jaar had hij een havo-3-klas. *De kloof tussen eerste en tweede fase baart mij veel zorgen. Doordat de eerste graders steeds meer naar de*

*bovenbouw worden verbannen weet ik steeds minder van wat in de onderbouw gebeurt. En dat is nu juist noodzakelijk voor een goede aansluiting. Ik kan zo langzamerhand niet meer over de onderbouw meepraten.*

*Je krijgt leerlingen binnen die moeite hebben met standaardregeltjes, niet gehad, zeggen ze. Kennen de abc-formule niet. En dan maar modderen bij wiskunde B. Dat betekent hard werken, en dat is dus wat ze bij mij moeten doen.*



Wat moet er veranderen?

*In havo-3 móet je iets meer doen om de leerlingen te laten zien wat wiskunde is. Vroeger was het derdeklasprogramma veel zwaarder. Nu is het nivellere geblazen.*

*Het verschil tussen vwo-3 en vwo-4 is nog veel groter. In vwo-3 moet het niveau omhoog. Maar qua technische vaardigheden lijkt het niveau alleen maar te dalen. Ik probeer in vwo-4 wat versneld door de stof te komen, dan kan ik aan het eind van het jaar een moeilijk onderwerp nog eens doen. Bijvoorbeeld differentiëren. De tweede keer, als dat onderwerp bezonken is, gaat het veel beter.*

Hoe is je werkwijze?

*Hard werken, zoals ik zei. Ik controleer ze voortdurend. Ze mogen bij mij niet niksen. In het begin kunnen er heel wat onvoldoendes vallen, wat ik pedagogisch-didactisch goed vind, in het belang van de leerlingen. Natuurlijk zijn er die zich aan het werken proberen te onttrekken, maar dat accepteer ik niet. Ik werk er keihard aan, zij moeten dat ook. Het kost me wel ieder jaar meer moeite, het duurt langer, voordat ze die werkwijze, die regelmaat hebben. Op het examen heb ik bijna geen onvoldoendes. Zwakke leerlingen hebben dan geleerd wat werken is. En wat ze met werken kunnen bereiken. Ze hebben het vertrouwen gekregen dat ze de sommen kunnen maken. Ze hoeven het niet eerst te begrijpen, het begrijpen komt achteraf wel, en beter.*

*Van 70 à 80 % van de leerlingen van mijn havo-wiskunde-B-groep was vorig jaar (1994) het cijfer op wiskunde B het hoogste cijfer dat ze hadden. En toen had ik een behoorlijk grote groep, 31 leerlingen.*

Eis je niet te veel?

*Leerlingen hebben recht op zo'n aanpak. Zonder goede voorbereiding draait hun vervolgstudie alleen maar uit op een studieschuld van f 40.000,- .*

Heb je achteraf contact met leerlingen?

*Elk jaar krijg ik leerlingen terug voor bijles bij een vervolgopleiding. Die hebben vertrouwen in mijn werkwijze. Er zijn havo-A-leerlingen die in een paar weken moeten leren differentiëren en integreren. In het hbo is wiskunde al een selectievak.*

Wordt wiskunde ook in het havo en vwo een selectievak?

*Met wiskunde heb je meer kansen. Dat hebben ouders en leerlingen in de gaten, tegen beter weten in kiezen leerlingen wiskunde.*

*Ik geef je op een briefje: wiskunde wordt het selectievak, en dat is bewust beleid.*

*Maar ik laat de leerlingen niet vallen, als ze maar werken.*

Werk je geheel volgens het boek?

*Dat hangt van het onderwerp af. Soms volg ik het boek, soms volstrekt niet. De theorie doe ik altijd buiten het boek om.*

*Bij gonio werk ik met grafieken, en niet met de eenheidscirkel. Die achterlijke sommen, met cirkelkruipers, mieren die over cirkels kruipen, die hoef ik niet. Zwakke leerlingen help je zo niet, die help je helemaal niet met de eenheidscirkel. Met een eenvoudige functie als  $\sin 2x$  krijgen ze dan al problemen. Ik werk daarom met grafieken.*

*En voorafgaand aan elk proefwerk trek ik een week uit voor het maken van echt moeilijke sommen, op een*



*hoger niveau dan in het boek. Ik schud ze ter plekke uit mijn mouw. De leerlingen schrikken dan niet meer van het proefwerk, ook niet van het examen.*

Je hebt je nog niet uitgelaten over de programma's die je moet draaien.

*Ik ben bang dat de bavo bijstelling behoeft. Voor leerlingen die iets met wiskunde willen zit daar te weinig in. Oefenen in vaardigheden lijkt wel uit de mode. Het is ook raar dat het nieuwe onderbouwprogramma is ingevoerd zonder rekening te houden met de bovenbouw.*

*Het was al raar, en verkeerd, dat in 1985 zomaar alleen de vwo-programma's konden veranderen. En daarna de havo-programma's. Helemaal zonder dat de voorbereiding in de onderbouw erop werd aangepast. En nu moet wiskunde B in het vwo toepassingsgerichter? Wil men dat invoeren zonder dat er iets is uitgeëvalueerd? Dat is per definitie ondoordacht.*

*Vooraf de aansluiting moet veel beter worden doordacht. Je dupeert leerlingen als dat niet gebeurt.*



Op zaterdag 7 oktober 1995 vindt alweer voor de vijftiende keer de kubusdag plaats voor leden van de *Nederlandse Kubus Club*. Voor vragen over het lidmaatschap kunt u de secretaris bellen: Frits Göbel (053 - 351949). Deze puzzelhappening zal dit jaar bij mij op school plaatsvinden. Ik hoop dan weer vele lezers van deze rubriek in levende lijve te ontmoeten. Misschien mag ik ook Jack Botermans verwelkomen, samen met Jerry Slocum, de schrijver van vele puzzelboeken. Onlangs is hun nieuwste boek verschenen: 'The Book of Ingenious & Diabolical Puzzles' (1994, Times Books, New York, ISBN 0-8129-2153-4). Dit keer zal hun boek niet in het Nederlands worden vertaald!

Als voorbeeld deze maand een puzzel, die vroeger ook in Nederland is verschenen. Op bladzijde 26 van hun boek vinden we een afbeelding van 'Quinze Partout', die in het Nederlands 'Overall 15' heet.

De opgave luidt:

'Men legge de blokjes in 5 rijen onder elkaar zo voor zich neer, dat in iedere horizontale en verticale rij, evenals in de beide diagonalen (schuine lijnen) ieder getal slechts eenmaal voorkomt en de som van iedere rij en van ieder der beide diagonalen 15 bedraagt.'

Op de onderkant van het doosje lezen we de oplossing:

4	3	1	2	5
5	1	2	4	3
2	5	3	1	4
3	2	4	5	1
1	4	5	3	2



Ik noem dit opgave A voor  $n = 5$ .

We zien op de gebroken diagonalen dat niet alle getallen verschillend zijn, b.v.  $3 - 2 - 1 - 1$  of  $5 - 5 - 4$ . Het is mogelijk een opstelling te vinden waarbij op alle horizontale, verticale en schuine lijnen alle getallen verschillend zijn. Dit is opgave B voor  $n = 5$ .

Los opgave A ook op voor  $n = 8$ .

Als  $n = 8$ , dan is opgave B onoplosbaar! Hoeveel blokjes kunt u maximaal neerleggen bij  $n = 8$  voordat u zondigt tegen de spelregels van opgave B?

Voor gevonden oplossingen, die binnen 1 maand zijn ingezonden, zijn maximaal 5 punten voor de ladderwedstrijd te verdienen.

## Oplossing 661

# Recreatieve

Het idee voor deze puzzel kwam uit het Engelse blad Games & Puzzles. (Intussen is het jaarabonnement verhoogd tot £29.95.) Voor de geboortedata van moeder  $m = 8658$  en zoon  $z = 27379$  geldt de relatie:  $z^2 - 10m^2 = 1$ . De opgave was: vind nog zo'n voorbeeld!

We moeten dus deze Vergelijking van Pell oplossen. Met behulp van de kettingbreukontwikkeling van  $\sqrt{10}$  proberen we een oplossing te vinden:  $\sqrt{10} = [3, 6, 6, 6, 6, \dots]$ .

Daarna maken we een tabel waarbij geldt

$$p_n^2 - 10q_n^2 = 1 \quad \text{of} \quad p_n^2 - 10q_n^2 = -1$$

De recursieformules luiden:

$$\begin{aligned} p_1 &= a_1 & q_1 &= 1 \\ p_2 &= a_1 a_2 + 1 & q_2 &= a_2 \\ p_n &= a_n p_{n-1} + p_{n-2} & q_n &= q_n a_{n-1} + q_{n-2} \end{aligned}$$

$n$	1	2	3	4	5	6
$a_n$	3	6	6	6	6	6
$p_n$	3	19	117	721	4443	27379
$q_n$	1	6	37	228	1405	8658

Bij  $n = 6$  zien we ons voorbeeld!

Voor  $n = 7$  worden de getallen te groot om een datum voor te stellen. Blijkbaar moeten we de vergelijking

$$p_n^2 - 10q_n^2 = k \quad \text{oplossen met } k > 1.$$

Door nu  $a_6$  een klein beetje te veranderen wordt de afwijking met  $\sqrt{10}$  van de benaderingsbreuk voor  $\sqrt{10}$  iets groter. We laten dus  $a_6$  variëren:

$a_6$	$p_6$	$q_6$	$k$
1	5164	1633	6
2	9607	3038	9
3	14050	4443	10
4	18493	5848	9
5	22936	7253	6
6	27379	8658	1

We zien (als  $a_6 = 4$ ):

Een moeder is geboren op 5 augustus 1948 en toen ze 44 was kreeg ze op 18 april 1993 een zoon.

Oplossingen, nieuwe opgaven en correspondentie over deze rubriek aan

Jan de Geus Valkenboslaan 262-A, 2563 EB Den Haag.

Met 59 punten is winnaar van een boekenbon van f25,-:

Willem van der Vegt  
Schermerhornstraat 39  
8015 AA Zwolle.

Hartelijk gefeliciteerd.

## Mededeling van de redactie

Op deze laatste pagina van het eerste nummer van de nieuwe jaargang vindt u een tweetal stukken die afkomstig zijn van de CEVO, de Centrale Examencommissie Vaststelling Opgaven. Van beide spreekt de inhoud vrijwel voor zich.

In de volgende nummers hopen wij met commentaar en discussie te komen inzake de plannen van de Vakontwikkelgroep Wiskunde met betrekking tot de leerplannen in de Tweede Fase.

Tegelijk hopen wij te kunnen berichten over de basisvorming.

Naar verluidt wordt inmiddels gedacht aan een herschrijven van de eindtermen op twee niveaus.

Dat lijkt niet zo moeilijk, want oorspronkelijk was alles op twee niveaus geschreven.

*De redactie*

## Centraal examen wiskunde B- vwo\*

De resultaten van de examens wiskunde B in 1995 zijn voor de CEVO aanleiding zich te bezinnen op de verdere koers voor dit vak. Vooruitlopend op eventuele resultaten daarvan, wordt voor de v.w.o. wiskunde examens van 1996 alvast het volgende meegedeeld.

Het centraal examen 1996 zal geen vragen bevatten over:

- differentiaalvergelijkingen, lijnelementenveld, oplossen van eenvoudige differentiaalvergelijkingen;
- partiële integratie.

Deze keuze is mede gebaseerd op een advies van de Nederlandse vereniging van wiskundeleraars, waarin deze zelfde uitsluitingen zijn voorgesteld.

De CEVO heeft voorts aan staatssecretaris Netelenbos geadviseerd te besluiten dat de bovengenoemde onderwerpen blijvend, tot de invoering van de examens voor de vernieuwde tweede fase, niet meer in het centraal examen aan de orde zullen worden gesteld. Het examenprogramma bepaalt immers dat de minister deze bevoegdheid heeft. Het onderdeel van het examenprogramma wiskunde B v.w.o.:

- 'primitieve functies, partiële integratie, bepaalde integraal' kan dan gelezen worden als: 'primitieve functies, bepaalde integraal'.

*De voorzitter van de CEVO,  
drs. J. Bouwsma*

Noot

\* Uit: Uitleg CEVO-mededelingen nr. 18, 28 juni 1995

## Reactie van de CEVO\*

*Geachte heer Van Hoorn,*

U heeft mijn toestemming gevraagd mijn reactie op de brief van de heer De Goede samen met diens brief in Euclides te mogen afdrukken.

Hierbij deel ik u mee dat ik daar ernstig bezwaar tegen heb. Ik heb mijn brief geschreven als een verzoek aan de heer De Goede, en om van een en ander de hele wiskunde-wereld in kennis te stellen dient mijns inziens geen redelijk doel. Waarschijnlijk heeft u veel meer aan het volgende. De CEVO zal zich na de vakantieperiode intensief beraden op de te volgen koers met de wiskunde-examens. Wanneer dat concrete resultaten heeft opgeleverd is de CEVO bereid mee te werken aan een of meer daaraan te wijden publicaties in Euclides. Wat mij betreft kunt u bij de brief van de heer De Goede dit als naschrift opnemen.

Hoogachtend,  
*M. Melissen, secretaris*

Noot

\* Zie noot 3 op bladzijde 4.