

Wolters-Noordhoff

Orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Vakblad voor de wiskundeleraar

Euclides

816
357
492

jaargang 68 1992 | 1993 september

Redactie

Drs. H. Bakker
 Drs. R. Bosch
 Drs. J.H. de Geus
 Drs. M.C. van Hoorn (hoofdredacteur)
 N.T. Lakeman (beeldredacteur)
 D. Prins (secretaris)
 Ir. V.E. Schmidt (penningmeester)
 Mw. Y. Schuringa-Schogt (eindredacteur)
 Mw. Drs. A. Verweij
 A. van der Wal
 Drs. G. Zwaneveld (voorzitter)

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 9 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter Dr. J. van Lint, Spiekerbrink 25, 8034 RA Zwolle, tel. 038-539985.
Secretaris Drs. J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.
Ledenadministratie F.F.J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-653218. Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam.

De contributie bedraagt f55,00 per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. f37,50; contributie zonder Euclides f30,00. Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de ledenadministratie. Opzeggingen vóór 1 juli.

Inlichtingen over en opgave voor deelname aan de leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan F.M.W. Doove, Severij 5, 3155 BR Maasland. Giro: 1609994 t.n.v. NVvW leesportefeuille te Maasland.

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij drs. M.C. van Hoorn, Noordersingel 12, 9901 BP Appingedam. Zij dienen machinaal geschreven te zijn en bij voorkeur te voldoen aan:

- ruime marge
- regelafstand van 2
- 48 regels per kolom
- maximaal 47 aanslagen per regel
- en liefst voorzien te zijn van (genummerde) illustraties
- die gescheiden zijn van de tekst
- aangeleverd in zo origineel mogelijke vorm
- waar nodig voorzien van bijschriften

De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 5 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

Abonnementen niet-leden

Abonnementsprijs voor niet-leden f63,00. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement f41,00.

Niet-leden kunnen zich abonneren bij: Wolters-Noordhoff bv., afd. Verkoopadministratie, Postbus 567, 9700 AN Groningen, tel. 050-226886. Giro: 1308949.

Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen.

Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag. Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven.

Losse nummers f11,00 (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

Advertenties

Advertenties zenden aan: ACQUI'MEDIA, Postbus 2276, 6030 AB Nederweert. Tel. 04951-26595. Fax 04951-26095.

Euclides

Inhoud van de 67e jaargang 1991/1992

Actualiteit

AGV binnen wiskunde A? 98
Bij het begin van de 67e jaargang, 2
Correlatie en Regressie, 130
Euclides en W12-16, 162
Naschrift, 233
Agneta Aukema, Huub Jansen
Twée ontwikkelaars geven weerwoord, 193
Jan Breeman, Ynske Schuringa
*Kort verslag van het lustrumcongres van Vrouwen
en Wiskunde*, 238
M.C. van Hoorn
Reizen en trekken, 163
A.B. Oosten
Zicht op het veld, 230
Korte reactie op het naschrift, 234
H.N. Schuring, C. Lagerwaard, J.W. Maassen
Eindexamens vwo en havo, eerste tijdvak 1991, 34
J. Visser
Wat al die cijfers verhullen, 83

Bijdragen

Commentaar 1 t/m 4, 100
Naschrift, 233
Ton van Alten, Francis Meester
In meisjesgroepen kunnen meisjes de ruimte gebruiken, 118
Drs. G. Bakker
*De wiskunde-examens lbo/mavo van 1991, eerste
tijdvak*, 218

Rob Bosch
*Drietallen van Pythagoras en de dubbele-hoekfor-
mules*, 142
J. Bouw e.a.
Over de helderheid van een verheldering, 191
Leon van den Broek
Een analyse-opgave, 226
Truus Dekker
Het examen lbo/mavo C/D 1991, experimenteel (10),
15
P. Drijvers
De kettingregel met Derive: een lesverslag, 242
P. A. Hoogendoorn
Vereenvoudigd vereenvoudigen, kan dat?, 205
Kees Hoogland
Wiskundeonderwijs 2008, 248
Rens Houtman
Antwoord, 174
Juil ten Hove
Formules bij een piramide
(Wiskunde 12-16, experimenteel), 82
Sieb Kemme
De gebruiker heeft altijd gelijk, tenzij..., 105
Martin Kindt
Functieonderzoek begint met de grafiek (I), 200
Functieonderzoek begint met de grafiek (II), 227
J. A. C. Kolk
*Het vwo-programma wiskunde B : een oproep tot
verandering*, 136
E. J. J. Kremers, H. Boertien
'Onderwijs en resultaat' vanuit het Cito gezien, 89
R. Leentfaar
Hoe verdeel je een kromme in k gelijke delen?, 156
Lange getallen zelf berekenen, 44

J. H. van Lint

Recycling van ponskaarten?, 132

Jan van Maanen

Computer-algebra in het vwo: ondersteunend of ondermijnend?, 4

Freek Mahieu

Een ervaring met een computerprogramma, 212

Francis Meester, Joop van Dormolen

Het nieuwe leerplan 12-16 (3), 50

Joost Meijer, Jacob Perrenet en Wim Groen

Leerboekeffecten: verkeerd weergegeven feiten en onjuiste interpretaties van Van Streun, 153

Ed de Moor

Analyse, synthese en elegance, 147

Henk Mulder

Boogbruggen, een wiskundig project, 40

De service, 115

Prof. dr. G. Y. Nieuwland

Het beroep van de wiskundige (1), 53

Het beroep van de wiskundige (2), 66

Het beroep van de wiskundige (3), 107

Theo Obdeijn

En Cindy dan? (Wiskunde 12-16, experimenteel), 47

Arend Pilon

Galperin in de praktijk, 19

Victor Schmidt

Verslag symposium aansluiting havo/hbo, 236

H. N. Schuring

De 30ste Nederlandse Wiskunde Olympiade, 167

J. M. Shaughnessy, W. F. Burger

Meetkundig onderzoek komt eerst, 70

H. J. Smid

Korrel, 174

Onderwijs en resultaat, 85

Tot slot, 91

A. van Streun

De rijke context van het onderwijs, 155

Henk van Tilborg

Gegevensbeveiliging en Discrete Wiskunde, 123

Pet Verstappen

Ter verheldering, 186

Agnes Verweij

'Perspectiven', 8

Special

Over de auteurs, 312

Special Inleiding, 258

Truus Dekker

Toetsen bij een ander programma, 298

Wim Groen

Het voorgestelde programma in grote lijnen, 266

Kees Hoogland

Eindoordeel? Beginoordeel, 289

M. C. van Hoorn

Aha, algebra!, 272

Wim Kuipers, Wim Schaafsma en Bert Zwaneveld

Interview met twee experimenteerdocenten, 293

Jan de Lange

Nieuwe curricula 12-16: de basis gevormd, 259

Nico Olofsen

Voortgezet rekenen, 274

H. J. Smid

Overvloed en Onbehagen, 284

Agnes Verweij

Nascholing W12-16, 303

Bram van der Wal

Meetkunde en weerbaarheid, 263

Bert Zwaneveld

Informatieverwerking en statistiek, 281

Serie 'Begrijpen'

Leen Bozuwa

Wat is begrijpen nu eigenlijk?, 211

Piet van Wingerden

Gezocht en niet gevonden, 235

Serie Wiskunde 12-16 (experimenteel)

Juul ten Hove

Formules bij een piramide, 82

Theo Obdeijn

En Cindy dan?, 47

Wim Schaafsma

Oude regels met de rekenmachine, 146

Sylvia van der Werf

'Wiskunde uit pakketjes', 239

Pieter Willems

Goed gezien, hoe gedacht?, 114

Peter van Wijk, Jolanda Hoffman

Regelmatische figuren, 175

Pieter van der Zwaard, Aad Goddijn

Globaal kijken naar grafieken, 210

Brieven

J. Bouw e.a.

Kritiek op commentaar, 58

R. Leentfaar

Gaat vermenigvuldigen nog wel voor delen?, 18

H. J. Smid e.a.

Open brief, 206

Oproepen

164, 280

Verenigingsnieuws

Aanbieding grafische rekenmachine, 160

AGV binnen wiskunde A, 98

Betaling contributie, 312

Examenbesprekingen mei 1992, 214

Jaarrede 1991, 178

Jaarvergadering/Studiedag 1991, 24

Jaarvergadering/Studiedag 1991, 60

Jaarvergadering/Studiedag 1992, 311

Nieuwe programma's voor de onderbouw, 29

Notulen jaarvergadering 1991, 182

Uitwisselingsbijeenkomsten Hawex, 30

Uitwisselingsbijeenkomsten Hawex, 60

Verslag van het verenigingsjaar 1 augustus 1990

- 31 juli 1991, 61

Voordracht wiskunde A, 30

Voorlichtingsbijeenkomst Volwassenenonderwijs,
160

Mieke Abels, Henk van der Kooy

Ander onderwijs, andere toets(vorm)en!, 25

Agneta Aukema-Schepel

Van de bestuurstafel, 31

Van de bestuurstafel, 94

Jan Breeman

Hawex-uitwisselingsbijeenkomsten november 1991,
184

Werkbladen

16, 48, 80, 112, 144, 176, 208, 240, 307

Recreatie

23, 63, 93, 126, 152, 190, 217, 252, 301

40 jaar geleden

3, 59, 69, 106, 141, 189, 204, 251, 271

Boekbesprekingen

7, 22, 64, 92, 96, 127, 128, 159, 216, 256

Verschenen

32, 46, 63, 96, 128

Mededelingen

30, 39, 59, 62, 84, 92, 95, 111, 117, 122, 127, 128,
131, 135, 143, 160, 174, 182, 185, 207, 253, 256,
288, 297, 302, 311

Kalender

32, 64, 96, 128, 160, 192, 224, 256, 312

Werkbladen 16

Serie Wiskunde 12-16 (experimenteel) 18

Truus Dekker "*Hier durf ik het land wel mee in!*"
De eerste indrukken van het examen lbo/mavo
C/D 1992.

Serie 'Ontwikkelingen in de didactiek' 20

Bram Lagerwerf *Bruikbare wiskunde*
Eerste artikel over een nieuwe manier van werken in het wiskundeonderwijs.

40 jaar geleden 23

P.J. van Albada *De wiskunde voor de niet-mathematische richtingen*

Recreatie 27

Verenigingsnieuws 28

Jaarvergadering/Studiedag 1992 28
Joop van Dormolen *Programma Studiedag* 29
Korte beschrijving van de 15 werkgroepen, waaruit er 2 gekozen kunnen worden.

Kalender 32

Actualiteit 2

Bij het begin van de 68e jaargang

Bijdrage 3

Ad van den Bogert *Differentiëren en DERIVE*
Een computerpracticum met DERIVE helpt leerlingen begrijpen wat een afgeleide functie is.

Oproep 6

Henk Huysmans, Henk Mulder *Pythagoras* Wiskundetijdschrift voor jongeren vraagt hulp.

Bijdrage 6

Gerrit van den Heuvel *Het i-traject: wiskunde in de basisvorming voor zwakke leerlingen* Ook voor ibo-leerlingen en zwakke lbo-leerlingen is een nieuw wiskundeprogramma samengesteld.

Mededelingen 11, 19, 26, 32

Serie 'Begrijpen' 12

Frans Bouman *Begrijpen op termijn*

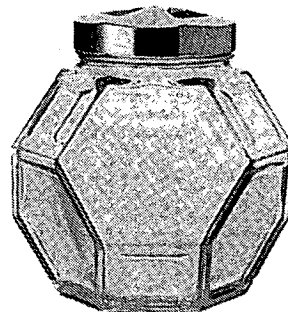
Bijdrage 13

R. Reyenga *Het eerste eindexamen wiskunde B havo* 13

Commentaar op correctiemodel en formulering van de vragen.

Zwaantje Warmelink *Het eerste examen wiskunde A havo* 14

Over wat opviel bij het eerste eindexamen wiskunde A havo



Snoeppotje.

aan de nieuwste examens en/of aan leerstof voor de wiskunde voor 12-16-jarigen.

– De rubrieken 'Recreatie' en '40 jaar geleden' blijven.

– Aandacht voor actuele ontwikkelingen, ook aandacht voor wiskundig getinte artikelen, en vooral aandacht voor praktijksituaties in de les.

Series

De serie 'Begrijpen' van de Didactiekcommissie, waarvan in de afgelopen jaargang reeds twee afleveringen zijn verschenen, wordt voortgezet.

Nieuw is de serie 'Ontwikkelingen in de didactiek', samengesteld door Bram Lagerwerf. In dit nummer staat de eerste aflevering.

Special

De special over de nieuwe wiskunde voor 12-16-jarigen (nummer 9 van de afgelopen jaargang) heeft ons heel wat vriendelijke reacties gebracht. Van deze special is een groter aantal exemplaren gedrukt dan gebruikelijk. In deze maand september wordt de special naar alle scholen met een eerste fase gestuurd.

Ook voor de nieuwe jaargang wordt weer gedacht aan een special. Verder nieuws hierover volgt het komende najaar.

Redactie

Over de redactie geen nieuws. Er zijn ditmaal geen wijzigingen in de samenstelling.

Wel is het zo, dat op termijn versterking nodig is. Iedereen die ons wil attenderen op wiskundedocenten die tot de redactie zouden kunnen toetreden, zeggen we daarvoor bij voorbaat dank!

Tenslotte hopen we dat onze relaties met het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraars en met de uitgever minstens dezelfde kwaliteit zullen hebben als het afgelopen jaar.

De redactie

► **Bij het begin van de 68e jaargang**

Vakblad voor de wiskundeleraar

't Staat wat onopvallend op de omslag, sinds de 64e jaargang al weer. Meer dan in voorgaande jaren is voor de vakman of vakvrouw voor de klas informatie nodig. Het nieuwe leerplan voor 12-16-jarige leerlingen wordt in 1993 overal ingevoerd, tegelijk met de basisvorming. In Euclides hopen we alle daarbij betrokken wiskundedocenten voldoende informatie te geven.

Tegelijk krijgen velen te maken met nieuwe rekenapparatuur. De grafische rekenmachine zal binnenkort niet meer weg te denken zijn. De introductie door de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraars van één van de beschikbare typen is een groot succes geworden. Met de grafische rekenmachine kan heel veel. De afgelopen jaargang is daarover al in Euclides gepubliceerd. Méér publicaties zijn te voorzien.

Inmiddels naderen computeralgebra-systemen het schoollokaal. Vooral in de bovenbouw van het vwo en havo zal dat te merken zijn. De tijd lijkt niet ver meer, dat leerlingen beschikken over een algebraïsche rekenmachine (die nu nog erg duur is). Ook hierover hopen we te berichten.

De 68e jaargang zal veel gelijkenis vertonen met de 67e jaargang:

– Middenin twee werkbladen, met één bladzijde toelichting. Deze werkbladen zullen ontleend zijn

► **Differentiëren en DERIVE**

Ad van den Bogert

Inleiding

Iedereen die in 4 havo of 4 vwo lesgeeft, kent het probleem dat zich voordoet bij de behandeling van het differentiëren.

De gebruikelijke gang van zaken is dat we de leerlingen kennis laten maken met het begrip *gemiddelde verandering* op een gegeven interval. Na invoering van Δx en Δy kunnen we de leerlingen

aardig laten rekenen met $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, eerst op een interval

met een vaste linkergrens en daarna ook op een willekeurig interval $[x, x + \Delta x]$.

Als de functies maar niet al te moeilijk zijn (berucht zijn altijd weer de gebroken functies), gaat dit allemaal redelijk goed.

Met behulp van een grafiekje waarin bijvoorbeeld de afgelegde weg is uitgezet tegen de tijd kunnen we heel goed duidelijk maken wat de grafische betekenis is van dit soort berekeningen.

Het sluitstuk vormt dan de berekening van het *differentiaalquotiënt* voor $x = a$ bij een gegeven functie f . Ook dit kunnen we goed visualiseren met een grafiekje zoals hierboven bedoeld.

De begrippen *gemiddelde snelheid* en *snelheid op een bepaald moment* spreken de leerlingen wel aan. Ook de samenhang tussen de mate van steilheid van de

grafiek en de snelheid spreekt de leerling wel aan. De relatie tussen stijgen/dalen van de grafiek en het positief/negatief zijn van het differentiaalquotiënt is ook vrij eenvoudig aan de leerlingen duidelijk te maken.

Dan wordt het hoofdstuk afgerond met een proefwerk en kunnen we doorgaan met het volgende onderwerp. Dat is meestal een hoofdstuk waarin, gebruikmakend van het voorgaande, de regels voor het bepalen van de afgeleide functie f' worden 'bewezen'.

De leerlingen voelen zich dan vaak wat bekocht, omdat ze in het vorige hoofdstuk 'zoveel werk voor niets hebben gedaan', met name waar het betreft de regel voor de afgeleide van x^n en de som- en verschilregel. Later, in klas 4/5 havo en 5/6 vwo, blijken de leerlingen in de meeste gevallen niets meer te weten van de inleiding in het differentiëren zoals hierboven beschreven. Op z'n best dat het iets met Δ 's te maken had. Overigens kunnen de meesten heel goed uit de voeten met de afgeleide. De meest ingewikkelde functies kunnen dan gedifferentieerd worden, er worden tekenoverzichten gemaakt van $f'(x)$ en extremen berekend. Kwantitatief is het allemaal prima voor elkaar, maar hoe zit het kwalitatief?

Het computer-algebra pakket DERIVE

De laatste tijd kunnen we steeds meer lezen over de zogenaamde computer-algebrapakketten. Allerlei zaken die we als belangrijk beschouwen in ons wiskundeonderwijs kunnen even goed en in ieder geval sneller door de computer worden gedaan: grafieken tekenen, extremen bepalen, snijpunten berekenen, oppervlakten en inhouds bepalen, enz. En dat alles met naar keuze benaderingen van het antwoord of het exacte antwoord. Alom horen we dan ook dat het huidige wiskunde-B-examenprogramma drastisch gewijzigd dient te worden.

De grote kracht van DERIVE is dat het analytische en het grafische in één scherm verenigd kunnen worden, doordat er met windows (deelschermen) gewerkt kan worden.

Paul Drijvers, verbonden aan het Freudenthal instituut, heeft een aantal practica ontwikkeld voor diverse onderwerpen, zowel op het terrein van wiskunde A als wiskunde B.

Eén van die practica is getiteld: 'Hellingfuncties op het oog'. Om te pogen de leerlingen wat meer kwalitatieve kennis bij te brengen aangaande het onderwerp differentiëren heb ik dat practicum met een 4 vwo klas gedaan:

Alvorens dit te doen, heb ik met de klas een ander practicum gedaan: 'kennismaking met DERIVE', waarin de leerlingen vertrouwd gemaakt worden met de belangrijkste mogelijkheden van DERIVE, zowel op analytisch als grafisch gebied.

Practicum 'Hellingfuncties op het oog'

Toen ik aan dit practicum begon, had ik in de les al de nodige aandacht besteed aan het verband tussen

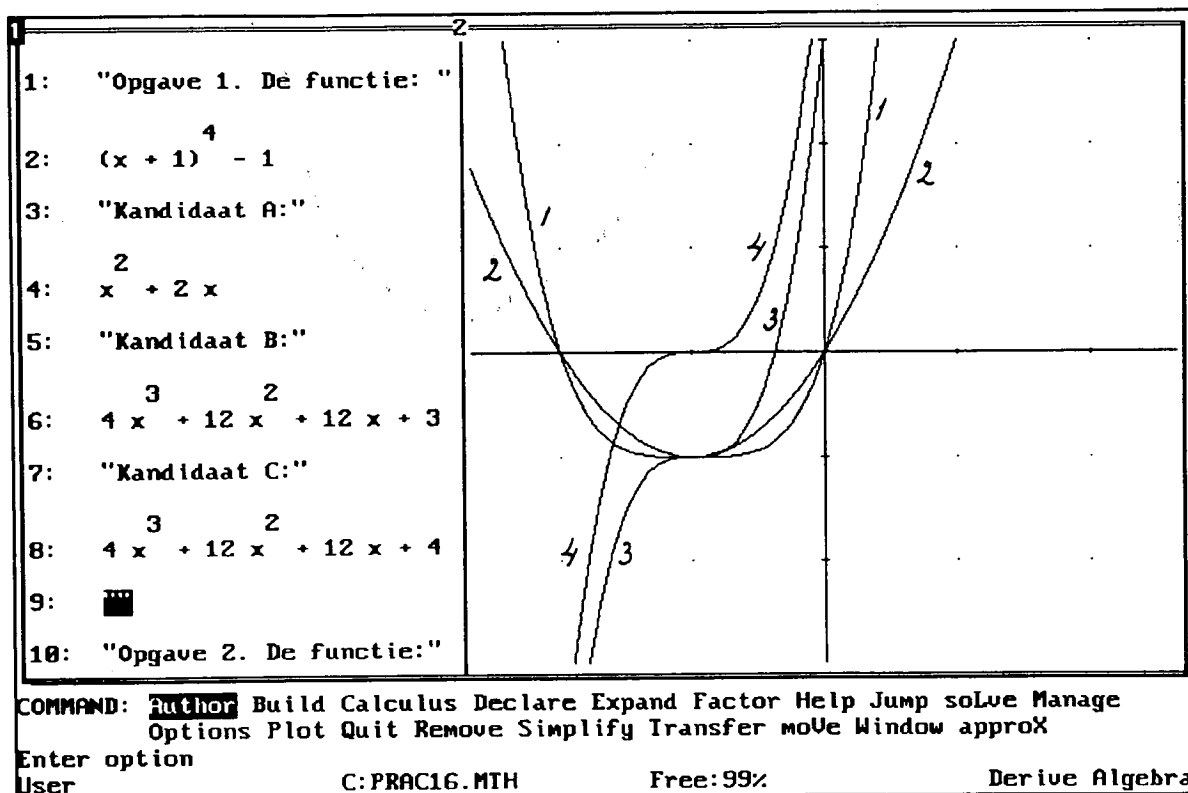
de grafiek van een functie en de bijbehorende hellingfunctie.

Ik had dan ook het idee dat de leerlingen de opdrachten uit dit practicum redelijk snel zouden kunnen doorwerken. Dit bleek een misvatting te zijn: alle voorspelbare fouten werden door veel leerlingen ook gemaakt en halverwege de les moesten op het bord toch nog wat aanwijzingen worden gegeven.

Opbouw van het practicum

Alle voorkomende functies werden eerst ingelezen vanaf de harde schijf van de server (er werd in een netwerk gewerkt), zodat er geen tijd verloren ging met het intikken ervan.

– Bij de eerste vier opgaven is een functie gegeven en een drietal andere functies, waarvan er één de



Figuur 1

hellingfunctie is. Hierbij moet nog opgemerkt worden dat de leerlingen nog niet de technieken kenden om de afgeleide functie te bepalen. Ze moesten de vier grafieken laten tekenen en vervolgens uitmaken wat de gezochte hellingfunctie was. Op een antwoordenblad moest dat daarna gemotiveerd worden. Zie voor een voorbeeld figuur 1.

Het scherm wordt wat vol, maar de leerlingen zien de grafieken achtereenvolgens ontstaan, zodat daar geen problemen over ontstonden. Voor de duidelijkheid heb ik in figuur 1 de grafieken genummerd: 1 voor de oorspronkelijke functie en 2, 3 en 4 voor de achtereenvolgende hellingkandidaten.

– Bij de volgende twee opdrachten werd de vraag omgekeerd en moesten de leerlingen bij een gegeven hellingfunctie 1 de juiste oorspronkelijke functie (keuze uit 2, 3 en 4) zoeken. Zie figuur 2.

– Tenslotte konden de leerlingen achter de juiste antwoorden komen door met behulp van DERIVE

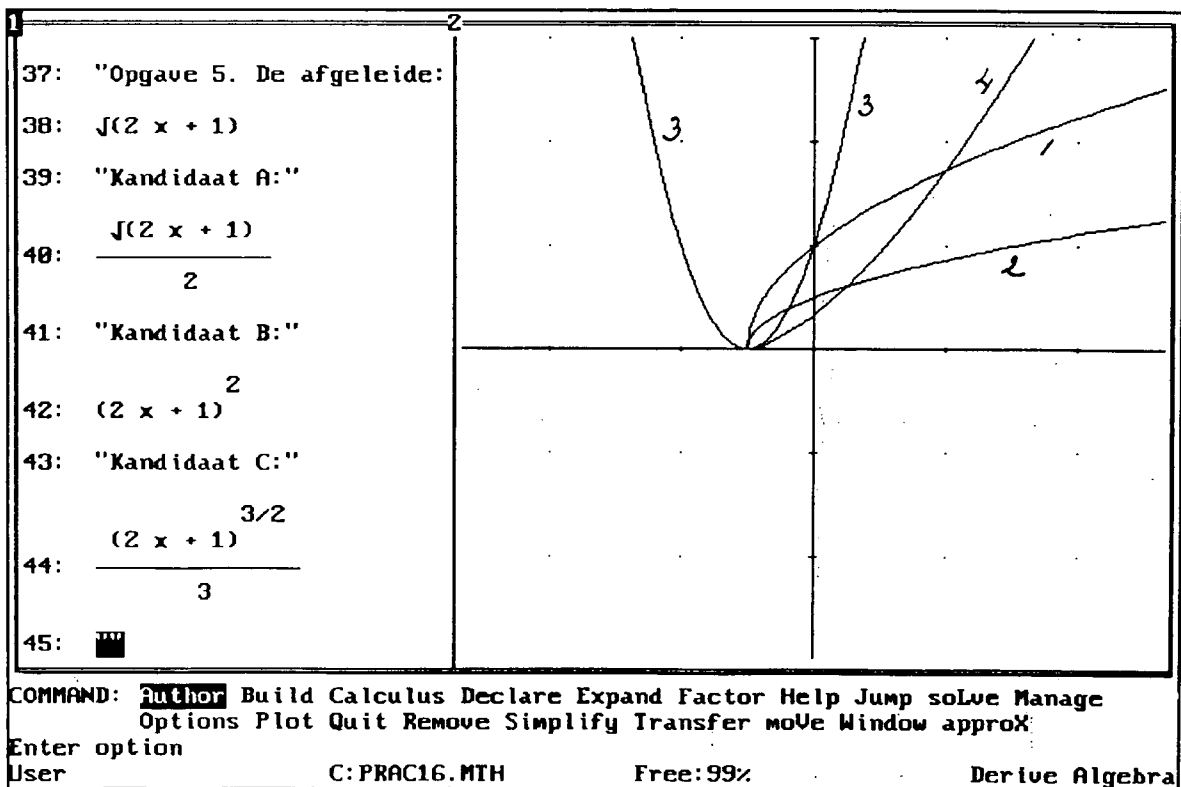
de afgeleide te laten berekenen. Dit werd met veel enthousiasme gedaan en trots meldden de leerlingen dat ze geen of maar één fout hadden.

Slotopmerking

Uit de gesprekjes die ik achteraf met de leerlingen had, bleek dat ze de lessen niet alleen leuk hadden gevonden – werken achter de computer is al gauw leuker dan een ‘normale’ les – maar dat ze eigenlijk allemaal min of meer spontaan zeiden dat ze nu pas goed begrepen hadden wat een afgeleide functie eigenlijk is.

En dat was per slot van rekening de bedoeling!

Dit stukje wil dan ook niet een diepgravende beschouwing zijn over de didactische mogelijkheden van het pakket DERIVE, maar meer een spontane reactie van een enthousiaste docent.



Figuur 2

► **Pythagoras**

Henk Huysmans, Henk Mulder

Nu de 31e jaargang van Pythagoras, het wiskundetijdschrift voor jongeren afgesloten is, kijken we naar de toekomst van dit tijdschrift.

In de loop van de jaren hebben vele enthousiaste leraren en leraressen tijd en energie gestoken in Pythagoras. En nog veel meer scholieren hebben al die tijd aangename uurtjes doorgebracht met Pythagoras. Generaties zijn met Pythagoras opgegroeid.

Maar de redactie staat voor problemen. Allereerst is het aantal abonnees onvoldoende voor een gezonde continuering. En daarnaast heeft de redactie dringend versterking nodig!

Daarom doen wij een dringend beroep op allen die Pythagoras een goed hart toedragen om steun te geven. Gebruik Pythagoras in de klas, en wek leerlingen op een abonnement te nemen.

De laatste tijd is het nodige gedaan om de leesbaarheid en de toegankelijkheid te vergroten, teneinde een grotere groep leerlingen te bereiken. De laatste jaargangen bevatten voldoende materiaal dat eerder ontspannend dan moeilijk is.

In een land met zoveel vindingrijkheid - kijken we alleen maar eens naar de recente wiskundemethodes voor de scholen - moeten er toch collega's zijn die mee willen werken aan het in stand houden van Pythagoras?

Het woord is aan U. Wie helpt?

Voor verdere informatie: 076-657002.

► **Het i-traject: wiskunde in de basisvorming voor zwakke leerlingen**

Gerrit van den Heuvel

1 Inleiding

In de afgelopen jaren is er veel aandacht geweest voor het nieuwe wiskundeprogramma voor de onderbouw dat de COW¹ samenstelde: de b-c-d- en hv-trajecten². Daarbij leek het soms, alsof de heel zwakke leerling - ibo, lbo/a - vergeten was. Dat was niet zo. Ook voor deze leerling is een traject samengesteld, niet door de COW, maar door de projectgroep OWI³: het i-traject⁴. Dit artikel gaat nader in op dit traject. Door het artikel heen vindt u enkele werkbladen uit het OWI-project als illustratie.

2 De i-leerling

Herkent u hem? Ja, hem, er zitten meer jongens dan meisjes op het ibo. Hij is druk, soms ronduit brutaal, en gauw afgeleid. Rekenen zit gemiddeld op het niveau van groep 7, maar wordt niet echt leuk gevonden meestal. Taal is ook een probleem, zeker als het om lezen en schrijven gaat. Niet alleen voor de allochtone leerling, waarvan er veel in het ibo zitten, ook voor de autochtoon. De basisschool-

ervaringen zijn vaak negatief en veel zelfvertrouwen heeft deze leerling niet.

Nee, hij/zij heeft niet zoveel geluk gehad tot nu toe, die doorsnee-ibo-leerling. En het is geen gemakkelijke leerling om mee te werken voor de docent. Sommige docenten zien graag de ibo-groep aan zich voorbijgaan bij de urenverdeling. Maar er zijn er ook, die zich juist door deze groep uitgedaagd voelen. En, al is het niet eenvoudig, er zijn wel degelijk (bescheiden) mogelijkheden, ook voor de i-leerling. Als het lukt, geeft dat zeker voldoening. Voor deze ibo-leerlingen en de zwakke lbo-leerling, die hier vaak dicht tegenaan zit, ontwierp de projectgroep OWI het i-traject.

Voordat ik daar nader op in ga, vertel ik eerst iets over OWI en haar werkwijze.

3 OWI en het ontstaan van het i-traject

De projectgroep OWI van de SLO⁵ uit Enschede heeft de afgelopen jaren vooral aan twee taken gewerkt: materiaal ontwikkelen en uitproberen voor ibo-wiskunde en op basis daarvan het i-traject samenstellen. Van dat materiaal ziet u enkele voorbeelden door dit artikel verspreid; het komt begin '93 op de markt.

Op basis van de ervaringen die we met dit materiaal hadden op onze proefscholen, zijn we gaan werken aan het i-traject. Dat vormt de ervaringsbasis van het traject. Verder raadpleegden we diverse deskundigen. Allereerst de docenten natuurlijk, op de proefscholen en op de ibo-dagen. Maar ook anderen leverden, via commentaren op eerdere versies van het i-traject, hun bijdrage: de VALO-wiskunde⁶, de LCG-WRIBO⁷, maar ook de COW en het team W12-16. Het i-traject is dus ontstaan op basis van een combinatie van ervaring en deskundigheid. We beginnen nu onze verkenning van het i-traject met een beschrijving van de uitgangspunten.

4 Uitgangspunten

Het kader waarbinnen het i-traject is geprogrammeerd is op de eerste plaats de basisvorming en, daar nauw mee samenhangend, de verandering van het onderbouwprogramma voor lbo/avo. De ontwikkeling van lbo naar vbo speelt verder een bescheiden rol mee. Binnen die kaders gingen we op zoek naar een programma, dat speciaal gericht was op de zwakke leerling.

Voor de eerste fase (denk aan klas 1 en 2) zochten we inhouden die op de eerste plaats voor de leerling zelf en zijn/haar functioneren in de maatschappij van betekenis zouden kunnen zijn. Vooral in het eerste begin is het van belang dat de i-leerling weer wat op gang komt, weer wat zelfvertrouwen terug krijgt en zelf gaat denken over de opgaven die hem/haar worden voorgezet. Bijvoorbeeld door voor het rekenen heel expliciet gebruik te maken van de zakrekenmachine.

In de tweede fase (we zitten dan ongeveer in klas 3 en 4) vindt er een accentverschuiving plaats. Dan

Het werk van Frido

Dit is het werk van Frido.

Hij heeft sommen uitgerekend met de zakrekenmachine.

- » Kijk zijn werk na
- » Verbeter de fouten.

Snap jij wat hij fout heeft gedaan?

FRIDO

JIJ

$43 + 71 + 75 + 92 = 287$	$43 + 71 + 75 + 92 =$
$37 + 18 = 666$	$37 + 18 =$
$4 \times 1,31 = 5,24$	$4 \times 1,31 =$
$9 : 8 = 1125$	$9 : 8 =$
$8 : 16 = 0,5$	$8 : 16 =$
$28 \times 37 = 65$	$28 \times 37 =$
$6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1296$	$6 \times 6 \times 6 \times 6 =$
$58 + 44 + 64 = 102$	$58 + 44 + 64 =$
$93 - 85 = 178$	$93 - 85 =$
$10 : 4 = 25$	$10 : 4 =$
$9 \times 8 - 5 = 67$	$9 \times 8 - 5 =$

- » Welk cijfer zou je Frido geven en waarom?

.....

Het werk van Frido: nadenken over de zrm

wordt meer gekeken naar de waarde van de inhoud voor het toekomstige beroep van de i-leerling. Het programma wordt iets abstracter. Overigens zijn de eisen van de verschillende beroepsopleidingen niet voor alle i-leerlingen gelijk.

Dure grap

Hoeveel rijlessen heb je nodig om je rijbewijs te halen?
Volgens de statistiek:

Mannen: aantal lessen = $0,8 \times \text{leeftijd} + 10$
Vrouwen: aantal lessen = $0,8 \times \text{leeftijd} + 20$



» Hoeveel lessen heb je, volgens deze formule, nodig als je op je 20ste gaat lessen?
.....

» Vul de tabel in.

Leeftijd (jaar)	Aantal lessen	
	vrouw	man
20		
25		
30		
35		
40		

Dure grap: een verband uit de realiteit

Dat is iets waarmee we in het hele ibo te maken hebben op allerlei manieren: je kunt moeilijk van alle leerlingen hetzelfde vragen. Neem alleen al het gegeven dat het ibo een heel heterogene groep leerlingen onderdak biedt. Daarom is het i-traject niet te gedetailleerd geschreven. De inhouden over vier leerjaren staan beschreven, maar het niveau is niet exact vastgelegd. De docent vult dit in overeenkomstig de mogelijkheden op zijn/haar school. Omdat de i-leerling vrijwel zonder uitzondering op a- of b-

niveau uitkomt aan het eind, kan wat flexibeler worden gewerkt. Er is, gelukkig naar onze mening, niet zo'n druk van een centraal examen op het eind.

'En de kerndoelen van de basisvorming dan?' zo vraagt u zich misschien af, 'Moeten die niet worden gehaald?' Nou, die kerndoelen kun je niet halen! Daar slaag je net zo min voor, als voor de Cito-toets op de basisschool. Wel kun je, op basis van toetsing van de kerndoelen een advies geven aan de leerling, over hoe hij/zij verder kan gaan. De kerndoelen leggen niet het niveau van de stof vast, ze bakenen wel globaal de inhouden af, die in het programma aan bod moeten komen. Zo is er bij het samenstellen van het i-traject ook mee omgegaan: de kerndoelen hebben de richting aangegeven waarin we de inhouden van het programma hebben gezocht. Het niveau dat dan haalbaar is, zal voor de i-leerling over het algemeen niet zo hoog zijn.

Nu over naar het i-traject zelf.

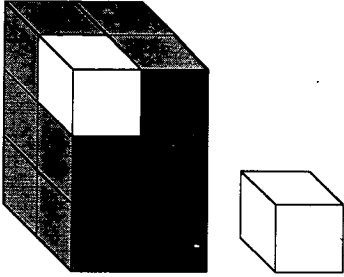
5 Het i-traject

De beschrijving van het i-traject vindt u in 'Het i-traject, wiskunde in de basisvorming'. Dat boek bevat een algemeen deeltje met randvoorwaarden, achtergronden en de hoofdlijnen van het i-traject. Een tweede deel geeft aan de hand van een aantal voorbeelden een indruk van het traject en geeft de 'kale' lijstjes met de onderwerpen verdeeld over de vier leerjaren. Het derde, meest omvangrijke, deel bevat een ruim scala aan voorbeeld-werkbladen met toelichting en tips voor gebruik in de klas. De consequenties van het i-traject in de klaspraktijk worden hiermee explicieter belicht. Ter voorbereiding op de basisvorming kan de docent eens een paar werkbladen hieruit kopiëren en uitproberen in de eigen lessen.

Ik schets een paar hoofdlijnen van het i-traject. De belangrijkste verandering voor ibo is de verschuiving van rekenen naar rekenen/wiskunde. Naast de rekenlijn staat de verbandenlijn, de meetkundelijn en de kans-statistieklijn geprogrammeerd. Binnen de rekenlijn heeft de zakrekenmachine een prominente plaats. De i-leerling mag zelf kiezen hoe hij of zij de berekeningen maakt. Dat geeft een gevoel van opluchting voor veel leerlingen: je moet niet meer persé uit het hoofd of onder elkaar rekenen. De

rekenlijn mikt meer op inzicht, dan op techniek. De vraag is meer welke berekeningen je moet uitvoeren, en niet hoe je die berekeningen uitvoert.

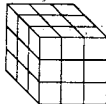
Inhoudsmaat



» Hoe vaak past de kubus in deze balk?

» Hoeveel kubussen zijn in deze tekening van de balk niet te zien?

De kubus is opgebouwd uit kleine kubusjes.



» Hoeveel kleine kubusjes zitten in de witte kubus?
.....

» Hoeveel kubusjes kun je in de tekening niet zien?
.....

» Hoeveel kubusjes passen in de balk bovenaan?
.....

» Hoe heb je het gedaan?
.....

Inhoudsmaat: ruimtemeetkunde met eenvoudige vormen

De verbandenlijn richt zich sterk op verbanden uit de werkelijkheid. De grafiek speelt daarbij een hoofdrol. Algebra speelt een veel bescheidener rol. Er is weinig aandacht voor het (algoritmisch) manipuleren met letteruitdrukkingen. Het lineaire verband wordt nader bekeken, maar een ruim scala van andersoortige verbanden komt eveneens voor. Het hoofdthema van de meetkunde is de realiteit en haar weergave in twee dimensies, met bijvoorbeeld foto's en plattegronden. De i-leerling moet dan aan de slag met concrete materialen, anders lukt het niet. We zien twee sporen hier: één waarbij de complexe situaties uit de werkelijkheid aan de orde

komen, zoals met foto's en plattegronden, en één waarbij gewerkt wordt met eenvoudiger situaties, bijvoorbeeld met kubussen en andere eenvoudige vormen.

De laatste leerstoflijn gaat over kans en statistiek. Deze in de maatschappij zo prominent aanwezige zaken, worden vanaf het begin meegenomen in het programma. Kans intuïtief, empirisch en theoretisch, maar alleen kwalitatief, waarbij veel gebruik wordt gemaakt van spelen. Bij statistiek staat het interpreteren van gegevens voorop, aan de hand van vragen uit de realiteit. Zelf onderzoek doen is voor deze leerlingen veel minder relevant. Er is een korte inleiding over grafen meegenomen.

Verwachting is, dat de i-leerling wel vier jaar toe kan met de inhouden van de basisvorming, en dan nog op een bescheiden niveau. Dat gaat eerst over de hele breedte van onderwerpen, maar in de laatste fase wordt het programma toegespitst op de gekozen beroepsrichting. De programmering wordt dan niet meer primair vanuit de wiskunde bepaald. De i-leerling krijgt wat anders dan de o-leerling. Die idee past ook uitstekend bij de vbo-gedachte.

6 Het i-traject en het b-traject

Het i-traject en het b-traject zijn vanuit een heel andere optiek ontwikkeld. Het i-traject gaat heel expliciet uit van de specifieke i-leerling en is ontwikkeld in een klasse-experiment op specifieke ibo-scholen. Het b-traject gaat uit van het gemeenschappelijke brugjaar, dat de c-d-hv-trajecten ook volgt, en probeert om niet te ver van het c-traject af te raken. Hoe verhouden die twee zich uiteindelijk tot elkaar?

Als we ze naast elkaar leggen, dan zien we inderdaad verschillen, maar ze vallen mee. Dat komt op de eerste plaats, omdat beide trajecten binnen de kerndoelen van de basisvorming zijn geprogrammeerd. Het i-traject is bovendien, doordat het niveau niet precies is vastgelegd, flexibel en biedt ook mogelijkheden om een b-niveau te bereiken, indien gewenst.

Inhoudelijk valt op, dat er in het i-traject minder aandacht is voor algebra en ook wat later, terwijl rekenen en kans en statistiek meer ruimte krijgen. Veel onderwerpen komen overeen, maar het i-tra-

Bij de bushalte

Tirzah gaat met de bus naar school. Bij de bushalte hangt een busregeling:

tijd	werkdag	zaterdag	zondag
uren	minuten		
04	25 55		
05	14 29 44 59	29	
06	04 14 24 34 44 54	29	
07	04 14 24 34 44 54	29	25 55
08	04 14 24 34 44 54	05 35	25 55
09	04 14 24 34 44 54	14 29 44 59	29
10	06 18 30 42 54	14 29 44 59	29
11	06 18 30 42 54	14 29 44 59	29
12	06 18 30 42 54	14 29 44 59	29
13	04 14 24 34 44 54	14 29 44 59	25 55
14	06 18 30 42 54	14 29 44 59	19 39 59
15	06 18 30 42 54	14 29 44 59	19 39 59
16	06 18 30 42 54	14 29 44 59	19 39 59
17	14 29 44 59	25 55	19 39 59
18	14 29 44 59	25 55	19 39 59
19	25 55	25 55	19 39 59
20	25 55	19 39 59	25 55
21	25 55	19 39 59	25 55
22	29	19 39 59	29
23	29	25 55	29
24	29	29	

- » Leg uit hoe deze tabel in elkaar zit?.....
- » Tirzah moet om 8.15 uur op school zijn. De bus doet er 15 minuten over. Welke bus moet ze nemen?
- » Leg uit of je deze busregeling wel of niet handig vindt opgeschreven.

Bij de bushalte: een steel-blad-diagram aflezen

ject werkt minder en minder snel abstract dan het b-traject. Verder zijn er kleinere verschillen, ze worden in het boek dan ook aangegeven, maar met een beetje begeleiding is een overstap van het ene traject naar het andere prima denkbaar. Zoiets als bij verhuizen en dan wennen aan een nieuwe school en een nieuwe docent en een nieuw boek: niet helemaal naadloos, maar na een tijdje loopt het allemaal wel.

De topsnelheid van een Fiat Panda

Fiat Panda: Maximumtoerental: 5800 keer in 1 minuut
Omtrek wiel: 1.73 m
Hoogste versnelling: 4 : 1



- » Hoeveel omwentelingen maken de wielen hoogstens per minuut?.....
- » Hoeveel meter legt de auto dan af in 1 minuut?
- » En hoeveel meter in één uur?
- » Wat is de topsnelheid (km/h) van een Fiat Panda?

In z'n "één" is de overbrengingsverhouding 13 : 1.

- » Hoe groot is de topsnelheid in z'n "één"?

De Fiat Panda: een beroepsgerichte context

7 En de docent?

Last but not least: u, de docent. Wat betekent het i-traject straks voor u? De finesses worden natuurlijk pas echt duidelijk, als de zaak straks draait. Maar de voorbeelden geven misschien enig idee van wat er zoal zou kunnen gebeuren, al zijn de OWI-materialen natuurlijk maar een voorbeeld van hoe je het programma kunt uitwerken. Maar toch, het i-traject zal voor veel docenten een grote verandering betekenen. Een verschuiving van technisch naar inzichtelijk rekenen is bijvoorbeeld een hele stap. Geen rijtjes sommen meer, die toetsen ze wel in, maar vragen waarover je zult moeten praten met de klas en waarbij de leerling zelf plannen moet leren maken. Dat vraagt een heel andere aanpak van de les. Er zal minder individueel gewerkt worden. Het individuele karakter, dat natuurlijk essentieel blijft voor ibo, komt meer tot uiting in het niveau waarop

de verschillende leerlingen aan éénzelfde opgave werken. Het klasgesprek gaat een belangrijkere rol spelen en dat vraagt, zeker in deze groepen, veel vakman/vakvrouwship van de docent. Er moet meer gewerkt worden met concrete materialen en dat vraagt ook organisatie. En zo zijn er nog meer punten te noemen.

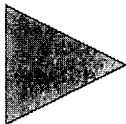
In het OWI-project hebben we veel positieve ervaringen met zo'n nieuwe aanpak gezien. 'Mijn leerlingen gaan weer denken', 'Het gaat tenminste ergens over', 'Ze vonden het een leuk onderwerp', en meer van dat soort enthousiaste kreten. Niet altijd, maar toch met grote regelmaat. Deze groep docenten was natuurlijk 'partijdig'. Ze wilden graag wat anders en zochten daarom OWI op. Maar we merken ook bij andere docenten, dat ze best interesse hebben voor een ander, eigentijdser programma, toegesneden op de i-leerling anno nu. Alleen, hoe zal dat gaan allemaal, is een vraag, die menigeen wat onzeker maakt. Durf je het wel aan, om de lesstijl waar je nu redelijk/ goed mee uit de voeten kunt een beetje los te laten? Loopt de zaak dan niet uit de hand? Hoe pakt het uit, als je i-leerlingen wat meer vrijheid geeft om zelf plannen te maken en eigen strategieën te gebruiken? Komt er nog wel wat uit? Hoe help je ze dan?

Deze vragen zijn heel terecht. Maar er is geen pasklaar recept om ze op te lossen. Het is een proces, dat tijd nodig heeft. Ons advies daarbij is: probeer het geleidelijk, waar kan samen met de sectie en eventueel ondersteund door een cursus. Kopieer eens een werkblad en draai het eens in een 'makkelijke' klas om te beginnen. Straks, als de basisvorming wordt ingevoerd voor iedereen, komt u dan beter beslagen ten ijs, ook in de 'lastige' klassen. Want ook voor die leerlingen is het i-traject bedoeld.

Noten

1. COW = Commissie Ontwikkeling Wiskundeonderwijs.
2. Zie: Dormolen, Joop van, e.a., Trajectenboek Wiskunde, Utrecht/Enschede, 1992. Telefonisch te bestellen bij de SLO: 053-840339 (Evelien Veltman). Prijs f 18,-.
3. OWI = Ontwikkeling Wiskunde IBO.

4. Zie: Heuvel, Gerrit van den, Het i-traject, Wiskunde in de basisvorming: Achtergronden, Inhouden, Voorbeelden; Enschede, 1992. Telefonisch te bestellen bij de SLO: 053-840356 (Francien Morshuis). Prijs f 25,-.
5. SLO = Stichting voor de LeerplanOntwikkeling.
6. VALO = VeldAdvisering LeerplanOntwikkeling.
7. LCG-WRIBO = Landelijke ContactGroep Wiskunde IBO.



Mededeling

Nascholing voor wiskundedocenten in het cursusjaar '92/'93:

- Cursustitel:** Wiskundewerklokaal
- Doel/inhoud:** Door de mogelijkheden van verschillende materialen te bekijken wordt duidelijk gemaakt hoe men op verschillende niveaus tot een beter inzicht in de betreffende wiskunde kan komen. Een praktische oefening maakt een essentieel onderdeel uit van de dag.
- Bestemd voor:** Wiskundedocenten uit het voortgezet onderwijs.
- Duur/periode:** Eén dag van 10.00 tot 16.00 uur op 29 oktober 1992 of op 6 april 1993.
- Plaats:** Utrecht.
- Kosten:** f 75,-.
- Inschrijving:** Hogeschool Midden Nederland, Bureau Nascholing, tel. 030-547365.
- Informatie:** Pauline de Vos, tel. 030-547232.
-
- Cursustitel:** Toetsen van realistisch wiskundeonderwijs.
- Doel/inhoud:** Bekeken wordt hoe problemen die ontstaan bij het toetsen van realistisch wiskundeonderwijs kunnen worden aangepakt. Tevens is er aandacht voor alternatieve toetsvormen, die soms beter passen bij realistisch wiskundeonderwijs.
- Bestemd voor:** Wiskundedocenten uit het voortgezet onderwijs.
- Duur/periode:** Zes woensdagmiddagen van 14.00 tot 17.00 uur, op 27 januari, 10 februari, 3 en 17 maart, 7 en 21 april 1993.
- Plaats:** Utrecht.
- Kosten:** f 125,-.
- Inschrijving:** Hogeschool Midden Nederland, Bureau Nascholing tel. 030-547365.
- Informatie:** Henk van der Kooy, tel. 030-547228.

'Begrijpen'

► Begrijpen op termijn

Frans Bouman

Als ik over begrijpen nadenk en dan probeer dat in verband te brengen met waar ik elke dag mee bezig ben, bekruipt mij het bange gevoel, dat van ons leraren dingen verwacht worden, die we niet kunnen.

Ik vertelde pas aan een jongere collega, wat ik op de hbs voor wiskunde kreeg (Stoelinga en van Tol). Hij vroeg mij of ik dat snapte. Tot mijn schande moest ik zeggen dat dat in veel gevallen niet zo was, waarop mijn collega zei: 'Maar dat was dan toch puur verbalisme...'. De diagnose was gesteld; het gesprekje had een onbevredigend eind.

Later dacht ik: 'Maar mooi dat ik de sommetjes wel kon maken!' Bovendien kreeg dat onbegrepene achteraf dikwijls een verrassende betekenis. Ik wil niet terug naar de veertiger jaren, natuurlijk niet. Maar onze collega's van toen hadden ook drie niveaus van begrijpen:

- De sommetjes kunnen maken
- Begrijpen
- Echt begrijpen

en heel fijn was het voor ons leerlingen dat ze met het eerste niveau al heel tevreden waren. Misschien begrepen ze beter dan wij, dat Keulen en Aken niet op een dag gebouwd zijn.

Er wordt van ons iets verwacht dat niet kan!

Vorig jaar gaf ik goniometrie in 3-havo (M-W). Ik vertelde wat een sinus is. De klas knikte goedkeurend. Ik vertelde dat de rekenslaaf dat begrip ook kent. Ze vonden dat leuk. Aan het eind van de les had ik alle leerlingen zo ver dat ze, als ik ze een hoek gaf, zij de sinus konden geven. En omgekeerd, als ik de sinus gaf...

De volgende les het begrip sinus toegepast in een paar praktische probleempjes. Het enthousiasme bleef groot. En was ik hier nu maar tevreden mee geweest!

Nee, het moest ook nog opgeschreven worden en dan niet in gewoon Nederlands, dat zou misschien nog wel gaan. Nee, in WISKUNDETAAL.

Een paar lessen later waren de leerlingen ook kwijt wat ze de eerste lessen zo goed begrepen hadden. Nu waren er nog maar twee vragen:

1. Wanneer sinus, wanneer cosinus, wanneer tangens?
2. Wanneer moet je de 'inv'-toets gebruiken en wanneer niet?

Het vervelende is dat ik het gevoel heb vrij nauwkeurig te weten waar de schoen wringt.

- a. We vragen niet: 'Wat is de sinus van een hoek van 35 graden?', nee, we presenteren de invuloefening: $\sin 35^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$.
- b. We vragen niet: 'Welke hoek heeft een sinus van 0,317?', nee, $\sin x = 0,317$ dus $x = \underline{\hspace{2cm}}$.
- c. Wie heeft verzonnen dat sinus en cosinus in dezelfde week aangeboden moeten worden?

Naar mijn mening is het volstrekt logisch dat onze leerlingen ons niet begrijpen. Zij snappen natuurlijk niet dat wij alles in vergelijkingen en reeksen van vergelijkingen willen vangen.

Ik denk, dat al veel problemen de wereld uit zouden zijn, als we een groot deel van ons wiskundig potjeslatijn overboord gooiden. Ik denk dat je veel wiskunde kunt doen zonder dat.

Veel leerlingen krijgen na hun vijftiende geen wiskunde meer. Zij hebben in hun verdere leven veel wiskunde nodig, maar praktisch nooit dat potjeslatijn van ons!

Misschien chargeer ik, maar dat hoor ik dan wel.



► Het eerste eindexamen wiskunde B havo

R. Reyenga

Maandag 25 mei jl.: het eerste landelijke examen wiskunde B. Spannend, niet alleen voor de leerlingen, maar ook voor mij, de docent. Wat is de toonzetting? Zijn er aardige praktische vraagstukken gevonden? Sluit het aan op dat waarop ik mijn leerlingen heb voorbereid? Vinden ze het moeilijk?

Om met dat laatste te beginnen: ja, ze vonden het moeilijk. Zuchtend en steunend kwamen ze uit het examenlokaal, hun hoofden nog vol van het tekenen van een bovenaanzicht van het snoeppotje in vraag 17; en ook een aantal andere vragen had ze behoorlijk veel hoofdbrekens gekost. Maar als je dan zelf het examen bekijkt dan denk je: Het ziet er prima uit. Opgave 1 lijkt redelijk standaard; een soortgelijke opgave zal in menig schoolonderzoek gezeten hebben. Opgave 2 over de achtkantige molen lijkt een goede opgave (ik was benieuwd welk gebouw er dit jaar in zou zitten). Opgave 3 met een tweetal logaritmische functies zou in een examen over het oude programma gezeten kunnen hebben (en dat is jammer), maar opgave 4 maakt het weer goed met de basisvorm van een snoeppotje.

Het bovenstaande was een oppervlakkige waarneming. Als je het examen zelf maakt en daarna dat van je leerlingen gaat nakijken dan vallen er een aantal dingen op. Om wat voorbeelden te noemen:

Het correctiemodel:

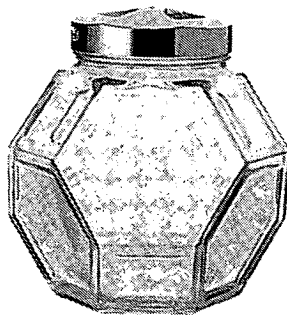
– Geen leerling heeft in vraag 5 genoemd dat de afstand van de twee evenwijdige zijden $3+3\sqrt{2}$ is; nee die is 7,24, keurig afgerond en met het onafgeronde getal in het venster van de rekenmachine werken ze door en komen zo op het goede antwoord. Of werken ze met de afgeronde getallen door? Het maakt niet uit (tenzij ze op helen hadden afgerond): het antwoord is toch 43 m^2 .

Of vraag 7: de verticale projectie van de wiek is gelijk aan $\frac{7}{\sqrt{50}} \cdot 12,3$.

Nee zo gaat dat niet. Die hoek is $81,9^\circ$ en daardoor is de verticale projectie gelijk aan $12,3 \cdot \sin 81,9^\circ$, dwz $12,18$. En dan is het antwoord $15-12,18 = 2,82 \text{ m} = 282 \text{ cm}$. Helemaal goed. En zo zie je in vraag 13 menigmaal staan: $55^\circ+55^\circ=109^\circ$; goed dus, en degene die $55^\circ+55^\circ=110^\circ$ heeft staan? Fout dus. Of moet ik van ze eisen dat er staat $55^\circ+55^\circ \approx 109^\circ$? Ik merk dat ik daar mee toch wel moeite heb. Er zouden eens duidelijke afspraken gemaakt moeten worden over afronden en benaderen.

Formulering van de vragen in het examen:

– Opgave 1, vraag 3: *Toon aan dat er een waarde van x is waarvoor de kosten minimaal zijn.* Dat is toch logisch, denken een paar leerlingen: ze hadden in vraag 1 al twee routes uitgerekend (rechtstreeks via AC en via ADC; want ook daar was de formulering van de vraag onduidelijk) en gevonden dat het via ADC goedkoper was, dus er zal heus wel een x zijn waarvoor de kosten minimaal zijn (misschien deze x al); gauw verdiend die 8 punten. Door naar vraag 4: *Bereken de minimale kosten.* Wat een werk



Snoeppotje

voor maar 2 punten: afgeleide bepalen, nulpunten uitrekenen, met tekenschema laten zien dat er sprake is van een minimum, de waarde van x invullen en zo vind je dat het antwoord f 17.920,00 is. Overigens waren er een stuk of wat leerlingen die de grafiek van K tekenden met behulp van de rekenmachine en dan zeiden: zie je wel, K heeft een minimum; formeel mag je er geen punten aan toekennen; ik heb het wel gedaan. Want hoe doen we dat straks als ze met hun grafische calculator die grafiek schetsen? Prachtig toch dat je dan meteen kunt zien dat er sprake is van een minimum! Ander voorbeeld: opgave 3, vraag 10: *Onderzoek of zo'n verticaal lijnstuk langer kan zijn dan 4*. Wat houdt onderzoeken eigenlijk in? In de tekening is duidelijk te zien dat je bij $x = 4$ de maximale lengte hebt; de grafieken zijn ook puntsymmetrisch in het punt $(4,0)$. Dus wat doen een paar leerlingen: controleren hoe lang het lijnstuk is bij $x = 4,01$ en bij $x = 3,99$. Zeker een eerste aanzet voor een onderzoek! Toch heb ik er geen punten voor gegeven.

Het examen wiskunde B, wat vond ik er eigenlijk van? De voorafgaande proefexamens hadden al enigszins de toon gezet en natuurlijk een veel aardiger beeld opgeleverd dan de oude wiskunde-examens. Maar met een gemiddelde van 5,4 voor dit CSE en 5,8 voor het SO ben ik toch niet echt tevreden. Wiskunde B is een moeilijk vak voor veel havo-leerlingen en ik vind het jammer als het een elitevak gaat worden, gedictieerd door technische vervolgopleidingen.

► Het eerste examen wiskunde A havo

Zwaantje Warmelink

En dan vragen ze je om een stukje te schrijven over wat je opvalt aan het havo-wiskunde-A-examen.... Als lerares aan een school voor volwassenenonderwijs had ik 2 groepen: een 2-jarige opleiding avondhavo-groep en een eenjarige groep met jong-volwassenen overdag. Wat valt me op:

Het is een vreemde gewaarwording om bij een havo-wiskunde-examen veel leerlingen, die het werk gewoon af hebben, voortijdig (soms al na 2 van de 3 uur) te zien vertrekken. We waren toch gewend, dat eigenlijk alleen de mensen die het echt niet zagen zitten vroegtijdig vertrokken.

En dan de scores. Bij het oude programma waren er altijd ijverige leerlingen, die met moeite tot een 3 konden komen. En die leerlingen hebben nu een 5 of zelfs een 6! Ineens geef ik niet meer het vak waar per definitie de extreem lage cijfers worden gehaald.... Aan de andere kant is het zo, dat ook lieden die niets doen een 4 of 5 halen, omdat veel opgaven (te veel naar mijn smaak) niet zo veel met de wiskunde uit de les te maken hebben, maar gewoon een kwestie van goed lezen en rekenen zijn. Het examen van dit jaar is gemakkelijk, zeker als ik het vergelijk met het examen van vorig jaar. Het is wel sneu, dat de gemakkelijkste opgave achteraan staat.

Aan de hand van opgave 3, 'De ramp', wil ik nog een aantal opmerkingen maken bij het examen.

Deze opgave begint met een tekst, waarin de volgende relevante gegevens staan (die er door alle leerlingen uitgehaald worden): 'Een stormvloed, zoals in de nacht van 31 januari op 1 februari 1953, heeft een frequentie van ongeveer 1/300, dat wil zeggen dat een willekeurige inwoner van het Deltagebied een kans van bijna 25 % heeft om een vloed van dit formaat eenmaal in zijn leven mee te maken.' Dan volgt met een inleiding vraag 10 (zie figuur 1).

Leerlingen blijken vindingrijk te zijn in hun oplossingsmethoden, meestal correct, soms ook niet. Het corrigeren van deze opgave vind ik wat onbevredigend. Volgens het correctiemodel mogen we wel elk jaar 365 dagen toekennen, en ook 364 ($=52 \times 7$) dagen wordt op de examenbespreking acceptabel gevonden. Maar een leerling die uitgaat van één keer vloed per 12 uur of per 12,25 uur verliest punten. Aan de andere kant, een antwoord in 1 decimaal is niet zo erg. Maar we willen in dit vak de leerlingen toch ook wat idee geven over de betekenis van getallen? En ik krijg de indruk, dat afrondingen en relevante cijfers niet zo belangrijk zijn (in elk geval niet bij het examen). Is dat niet juist een

onderdeel, dat bij uitstek in het vak wiskunde A aan de orde moet komen en ook beoordeeld moet worden?

In het hele examen zit maar één onderdeel (van de 20 onderdelen), waarin een kans berekend moet worden: vraag 11 (zie figuur 1). Dit tot grote vreugde van mijn leerlingen, die dat maar een lastig onderwerp vinden. Helaas is deze vraag dan zo, dat maar weinig leerlingen hem tot een correct einde brengen. Ze maken dezelfde fout als de schrijver van de tekst waarschijnlijk gemaakt heeft: $73:300 = 0,2433$. Dus de kans is bijna 25 %. Teleurstellend ook voor de docent, die in dit onderwerp veel tijd en energie heeft gestoken. Het was eleganter geweest, als er in de kansrekeningsvragen wat opbouw gezeten had.

Dit eerste reguliere examen is in mijn ogen toch aardig geslaagd. Al ben ik er door dit examen op gewezen, dat ik (en ik denk velen met mij) wel voor ogen moet houden, waar we met havo-wiskunde A precies heen moeten en willen.

We gaan de regels 3 tot en met 8 eens nauwkeuriger bekijken. Er wordt gesproken over „een frequentie van ongeveer 1/300”. Je zou kunnen denken dat de schrijver bedoelt, dat we per 300 keren vloed gemiddeld 1 keer „een dergelijke hoogte” kunnen verwachten.

De tijd tussen twee opeenvolgende keren vloed is 12 uur en 25 minuten.

Mensen worden gemiddeld ongeveer 73 jaar oud.

sp 10 □ Gemiddeld hoeveel keer in een mensenleven zal een dergelijke hoogte dan voorkomen? Licht je antwoord toe.

Omdat in de tekst gesproken wordt van een kans van bijna 25%, kan het niet zo zijn dat de schrijver met „een frequentie van ongeveer 1/300” bedoelde: ongeveer 1 keer per 300 keer vloed. Misschien bedoelde de schrijver wel: gemiddeld 1 keer per 300 jaar.

Neem aan dat voor ieder jaar geldt dat de kans op zo'n vloed 1/300 is.

De schrijver spreekt in regel 7 en 8 over „eenmaal in zijn leven”. Ga er van uit dat hij „minstens eenmaal in zijn leven” bedoelt.

sp 11 □ Ga met een berekening na of de uitspraak „... een kans heeft van bijna 25%.....” hiermee in overeenstemming is.

Figuur 1

► Opgave 3 Tafeltje met kleed

Tegenwoordig zie je veel bijzettafeltjes met een rond kleed.
Zo'n kleed kun je zelf maken:

Katoenen stof 90 cm breed

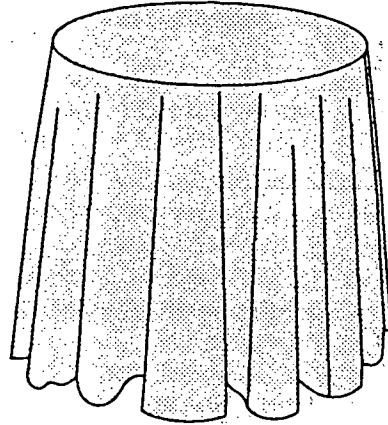
f 14,95 per meter

Katoenen stof 180 cm breed

f 27,95 per meter

Sierband 2 cm breed

f 1,65 per meter



Bij het kopen worden stof en band
afgeknipt op lengten van 10 cm.
Als je bijvoorbeeld 45 cm wilt,
moet je 50 cm kopen.

Marja heeft ook een rond bijzettafeltje: hoogte 60 cm; diameter blad 50 cm.

Ze legt er een rond kleed op met een diameter van 106 cm.

- 3p 8 ☐ Hoe hoog hangt de rand van dat kleed boven de vloer? Licht je antwoord toe.

Marja gaat stof kopen om zelf een rond kleed te maken. Het kleed moet precies tot op de vloer komen. Het moet gemaakt worden uit één stuk stof en zo voordelig mogelijk. In het kleed moet een zoom komen van 1 cm.

- 6p 9 ☐ Bereken hoeveel stof Marja moet kopen en hoeveel geld ze daarvoor kwijt is.

Marja wil sierband langs de zoom van het zelfgemaakte kleed naaien.

- 4p 10 ☐ Bereken hoeveel cm sierband ze moet kopen en hoeveel ze daarvoor moet betalen.

► Opgave 4 Tafeltje met kleedjes

Tegenwoordig zie je veel bijzettafeltjes met een rond kleed en daaroverheen een vierkant kleed. Zulke kleden kun je zelf maken:

Katoenen stof 90 cm breed

f 14,95 per meter

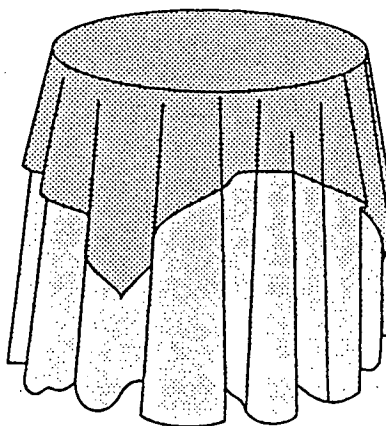
Katoenen stof 180 cm breed

f 27,95 per meter

Sierband 2 cm breed

f 1,65 per meter

Bij het kopen worden stof en band afgeknipt op lengten van 10 cm. Als je bijvoorbeeld 45 cm wilt, moet je 50 cm kopen.



Marja heeft ook een rond bijzettafeltje: hoogte 60 cm; diameter blad 50 cm.

Marja gaat stof kopen om zelf een rond kleed te maken. Het kleed moet precies tot op de vloer komen. Het moet gemaakt worden uit één stuk stof en zo voordelig mogelijk. In het kleed moet een zoom komen van 1 cm.

- 6p 8 ☐ Bereken hoeveel stof Marja moet kopen en hoeveel geld ze daarvoor kwijt is.

Marja wil sierband langs de zoom van het ronde kleed naaien.

- 3p 9 ☐ Bereken hoeveel cm sierband ze moet kopen en hoeveel ze daarvoor moet betalen.

Op het ronde tafelkleed hoort een vierkant kleedje te liggen. Zie bovenstaande tekening.

Marja wil zo'n kleedje maken waarbij de vier punten 40 cm boven de vloer komen te hangen.

- 4p 10 ☐ Bereken welke afmetingen het kleedje moet krijgen.

Wiskunde 12-16 (experimenteel)

► “Hier durf ik het land wel mee in!”

Truus Dekker

“Hier durf ik het land wel mee in!": zei één van de docenten tijdens de examenbespreking van het derde experimentele examen lbo/mavo C/D, mei 1992. “Hier kan ik mee aankomen bij collega's!". Ook de andere docenten zijn vol lof over het examen. De opgaven sluiten goed aan bij hetgeen behandeld is in de les en er is een goede verdeling van de vragen over de totale stof. Het verschil tussen C en D is goed uitgewerkt, dat is vooral te zien wanneer dezelfde context bij beide examens is gebruikt maar met verschillende vragen. Het verschil tussen C en D is groter dan bij de reguliere examens gebruikelijk maar dat was ook afgesproken. Je kunt merken dat de leerlingen die dit jaar examen deden al meer training hadden in het geven van een goede redenering, daar waren juweeltjes bij op een onverwacht hoog niveau. De gestelde vragen zijn van voldoende hoog niveau, zowel bij C als bij D. Het is overigens niet eenvoudig om het niveau van dit experimentele examen te vergelijken met dat van het reguliere examen. In de eerste plaats is dit nog steeds een examen uit de overgangsperiode, zowel “oude” als “nieuwe” stof kan worden gevraagd. Pas in 1994 wordt het eerste examen volledig afgenomen volgens het nieuwe examenprogramma dat door de COW in september aan de minister zal worden aangeboden. De leerlingen

werken met experimenteel materiaal dat vaak instelling behoeft. In de loop van de jaren waarin het experiment nu loopt is de nadruk op verschillende onderwerpen soms veranderd. En in de tweede plaats kun je bij het reguliere examen wel ongeveer voorspellen wat voor soort vragen er zullen worden gesteld, je kunt je leerlingen daarin trainen. Bij de experimentele examens is dat nauwelijks mogelijk, leerlingen krijgen allerlei problemen voorgelegd die ze niet eerder zijn tegengekomen. Dat maakt dit examen zonder meer lastiger. Zoals Theo Obdeijn, één van de docenten die aan een experimenteerschool werkt, zegt: “Voorheen moest je je leerlingen trainen als een voetbalteam dat vooral verdedigend speelt. Nu, met deze examens, heb je een team nodig dat het spel kan maken. Dat vraagt een andere instelling van de docent maar óók van de leerlingen.”

De reacties van de leerlingen waren verschillend, sommigen hadden het een heel gemakkelijk examen gevonden, anderen vonden het toch wel moeilijk. Maar ze vonden de opgaven leuk om te doen met heel verschillende onderwerpen.

Tevredenheid bij de leerkrachten, positieve reacties van de leerlingen, was er dan helemaal geen kritiek? Zeker wel, de docenten waren niet zo tevreden met de manier waarop hun leerlingen de vragen hadden uitgewerkt. De kloof tussen wat van leerlingen verwacht wordt en de manier waarop ze met de opgaven omgaan is (nog) te groot. Hun nauwkeurigheid van werken en hun rekenvaardigheid zijn onvoldoende. Veel leerlingen hadden het werk al snel klaar maar hadden zich er wel gemakkelijk vanaf gemaakt. Dat er goede redeneringen gevraagd worden betekent niet dat deze nooit aan de hand van berekeningen gemaakt moeten worden. Tekeningen waar ‘kijklijnen’ gevraagd worden, mogen niet ‘op het oog’ zo’n beetje geschat worden. Eén van de docenten vroeg zich af of we toch niet te hoge eisen stellen door meer een beroep te doen op ‘algemene intelligentie’ dan op het reproduceren van ‘standaardwerk’.

In dit artikel gaat het om de eerste indrukken van het examen 1992, leerlingenuitwerkingen zijn op dit moment nog niet beschikbaar. Over één opgave, die zowel in het C- als het D-examen voorkwam, met

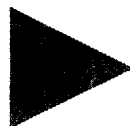
uiteraard verschillende vragen, wil ik echter nog wel enkele opmerkingen maken. (Op de werkbladen staan de C- en de D-opgave naast elkaar.)

De examenmakers verwachtten weinig problemen met de D-opgave. In een vorig examen is ook al eens gevraagd naar het aantal te kopen meters stof. Zo'n probleem hadden de leerlingen dus eerder gezien. De resultaten waren echter over het algemeen niet geweldig. Voor de diameter van het ronde kleed werd bijvoorbeeld geteld: hoogte + diameter tafel + hoogte tafel + 1 cm voor de zoom. Of zelfs hoogte tafel + diameter tafel + 1 cm voor de zoom. En bij het vierkante kleedje werd de diagonaal correct berekend maar werd dit de zijde van het vierkant genoemd. (Inderdaad, dat rekent gemakkelijk.) Om de hoeveelheid benodigde stof te berekenen werd de oppervlakte van de klēden uitgerekend.

Opvallend was dat lbo-leerlingen (en dan vooral die van de lts) deze opgave beter maakten dan de mavo-leerlingen. En van de laatsten maakten de meisjes de opgave beter dan de jongens. Lbo-leerlingen toonden veel creativiteit in hun oplossingen en waren beter in het 'vertalen' van een tekening van een ruimtelijk figuur naar het platte vlak.

Net als de afgelopen jaren komt ook dit jaar weer een examenbundel* uit. Daarin zijn alle vier de examens van 1991 en 1992 opgenomen en ook een afsluitend schoolexamen op B-niveau. Op verzoek van docenten die de regionale bijeenkomsten bijwoonden is verder een verslag van het examen 1991, met uitwerkingen van leerlingen, opgenomen.

*Vanaf half juli verkrijgbaar bij de SLO, Enschede.



Mededeling

Nascholing voor wiskundedocenten in het cursusjaar '92/'93:

Cursustitel: **Computeralgebra.**
Doel/inhoud: Kennis maken met Mathematica, een groot computeralgebrapakket waarvan de mogelijkheden verder reiken dan gebruik in het voortgezet onderwijs. Men verwerft achtergrondkennis die van pas zal komen bij de voorbereiding van en discussies over het eigen onderwijs. Afwisselend instructiemiddagen en oefenmiddagen.
Bestemd voor: Wiskundedocenten van scholen voor vwo/ havo of hto.
Duur/periode: 12 woensdagmiddagen van 15.00 tot 17.30 uur, wekelijks van 16 september tot en met 16 december 1992 met uitzondering van 14 en 28 oktober.
Plaats: Eindhoven.
Kosten: f 90,- à f 100,- voor aanschaf van het te bestuderen boek.
Inschrijving: T.U. Eindhoven, t.a.v. mevrouw H. Houben-Verhees, Faculteit Wiskunde en Informatica, HG 9.90, Postbus 513, 5600 MB Eindhoven.
Informatie: Prof. dr. F.H.Simons, tel. 040-474400, of drs. W. van Meeuwen, tel. 040-472795.

Cursustitel: **Dynamische simulaties en statistiek.**
Doel/inhoud: Voorbereiden op de onderwerpen uit de Automatische Gegevensverwerking die vanaf 1995 waarschijnlijk keuzeonderwerp zijn bij het eind-examen wiskunde A voor vwo. Er zal gewerkt worden met pakketten Dynamische Simulaties en Statistiek op relationele bestanden.
Bestemd voor: Wiskundedocenten uit de bovenbouw van het voortgezet onderwijs.
Duur/periode: Vijf maandagmiddagen van 14.30 tot 17.30 uur, te beginnen op 2 november 1992.
Plaats: Diemen.
Kosten: f 150,-
Inschrijving: Hogeschool Holland, Adviesgroep Onderwijs, tel. 020-6600170.
Informatie: Dhr. P. van Blokland, tel. 020-5601328.

'Ontwikkelingen in de didactiek'

► Bruikbare wiskunde

Bram Lagerwerf

In 1993 komt er met de invoering van de basisvorming een nieuw leerplan voor alle leerlingen van mavo en lbo, en van de onderbouw van havo en vwo. Naast veranderingen in de leerstof gaat het daarbij ook om andere werkwijzen. Docenten en leerlingen zullen zich op een andere manier met wiskunde gaan bezighouden. Zo'n andere werkhouding verwerft een docent niet van de ene op de andere dag, dat is een ontwikkelingsgang. Die ontwikkeling is trouwens voor veel docenten al aan de gang. Net zoals in de leerboeken al jaren elementen van het nieuwe programma te zien zijn.

'Ontwikkelingen in de didactiek' is een serie van 10 artikelen waarin verschillende aspecten van die nieuwe manier van werken worden beschreven. Dit eerste artikel is een inleiding, de overige verschijnen in de loop van deze jaargang.

Bruikbare wiskunde

Het eerste wat opvalt wanneer u een wiskundeboek van 10 jaar geleden vergelijkt met één van nu, is de veelheid aan contexten. En dat is ook de belangrijkste verandering in het nieuwe programma van 1993. Die verandering kunt u toch op zijn minst opzienbarend noemen. Eeuwenlang hebben kinderen wiskunde geleerd aan de hand van definities en stellin-

gen en bewijzen, en door het maken van kale wiskundeopgaven. Eventuele toepassingen kwamen aan het eind.

Nu gaan we van de toepassingen uit bij het onderwijzen van wiskunde. Vanwaar die omkering van zaken? Daarvoor zijn vier hoofdoorzaken aan te wijzen:

- een andere leerlingenbevolking
- onderwijskundige ontwikkelingen
- veranderingen in de maatschappij
- een nieuwe kijk op wiskunde.

Een andere leerlingenbevolking

Toen in 1968 het huidige programma voor de onderbouw werd ingevoerd, was leren op school voor tieners nog niet zo gewoon als tegenwoordig. Een baantje lag vaak meer voor de hand, zeker wanneer leren niet zo gemakkelijk ging. Er zitten nu dus veel meer leerlingen in het voortgezet onderwijs dan toen. Bovendien willen die leerlingen over het algemeen een treetje hoger op de ladder staan dan vroeger. Dat maakt al met al dat leren op school voor veel leerlingen moeilijker is dan dat vroeger het geval was. En dat vereist dus effectiever onderwijs. Er is nog iets anders. Voortgezet onderwijs is heel lang vooral jongensonderwijs geweest en voor wiskunde is dat in een aantal opzichten nog zo. Meisjes zijn voor het vak wiskunde een achterstandsgroep. Datzelfde geldt trouwens ook voor de groep allochtone leerlingen, ook die hebben een achterstand. Een belangrijk doel van het nieuwe programma is het wiskundeonderwijs beter toegankelijk te maken voor deze drie groepen: voor leerlingen wie het leren niet zo gemakkelijk afgaat, voor meisjes, en voor allochtone leerlingen.

Onderwijskundige ontwikkelingen

Twee opgaven:

- Wat kost het de hele klas te tracteren op een zakje chips van f 1,35?
- $27 \times 1,35 =$

Voor veel leerlingen is de eerste opgave gemakkelijker dan de tweede. Voor hen is het verband van de tweede opgave met de werkelijkheid zoek, ze kun-

nen er zich weinig bij voorstellen. Wanneer die leerlingen toch gedwongen worden die kale sommen te leren, zullen ze weinig geneigd zijn het geleerde in de praktijk toe te passen. Leren vanuit situaties die tot de verbeelding van de leerlingen spreken, blijkt leerresultaten te geven die voor de leerlingen veel bruikbaar zijn. Dat gaat niet vanzelf; een voorwaarde is bijvoorbeeld dat de docent veel gebruik maakt van wat de leerling zelf kan uitdokteren. Minder voordoen dus, en meer de leerling helpen het zelf te doen. Let echter op de nuances: voordoen is niet verboden en zelf ontdekken is niet alleenzaam makend.

Een ander aspect van onderwijskundig onderzoek is het effect van praten en denken over wat je doet (of wilt gaan doen, of gedaan hebt). Samenwerken leidt tot praten over de aanpak en tot verantwoorden van de gekozen oplossingsmethoden en van de resultaten; dat komt de kwaliteit van het werk ten goede. Niet alle contexten en problemen zijn geschikt voor dit soort onderwijs. De problemen die aan de leerlingen worden voorgelegd moeten speelruimte geven, maar niet zo dat de leerlingen er alle kanten mee op kunnen. Het gaat uit van wat ze al weten en kunnen in de richting van het door de docent gestelde doel.

In de opgave van de zakjes chips bijvoorbeeld kan een leerling die de vermenigvuldiging $27 \times 1,35$ niet aankan, zijn klasgenoten eerst in tweetallen samen nemen, of een hele rij tegelijk. Dan is hij daarna beter toegankelijk voor het idee er 10 of 20 tegelijk te nemen.

Veranderingen in de maatschappij

In de laatste decennia is de positie van de tiener in onze maatschappij ingrijpend veranderd. Er is een tienercultuur ontstaan die niet alleen gekenmerkt wordt door kleding, muziek en vrijetijdsbesteding. Tieners hebben in het algemeen een veel groter zelfbeschikkingsrecht dan vroeger. Daarbij hoort automatisch een grotere verantwoordelijkheid (dat valt niet altijd mee, ook dat vraagt een leerproces) en het vereist een groter probleemoplossend vermogen. Ook in de wiskundeles gaan leerlingen daarom meer dan vroeger hun eigen weg. Dat uit zich bij

voorbeeld in een grotere keuzevrijheid voor de manier van werken aan wiskunde: minder 'Doe dit en doe dat' en meer zelf bepalen hoe en wat. Let ook hier op de nuancering.

Niet alleen de positie van de tieners is veranderd in onze maatschappij. Onderwijs is veel minder vrijblijvend geworden: naast bruikbaarheid in het dagelijks leven wordt van de wiskunde een grotere bruikbaarheid gevraagd voor vervolgopleiding en beroep.

Ook deze ontwikkelingen vragen van het onderwijs dat meer wordt uitgegaan van problemen die de leerlingen aanspreken en minder wordt gemikt op het leren van abstracte standaardoplossingen.

Een nieuwe kijk op wiskunde

Het is heel lang gewoon geweest wiskunde te beperken tot het werken met axioma's, definities, stellingen en bewijzen. In die visie was het toepassen van wiskunde iets voor andere wetenschappen. Tegenwoordig kijken we daar anders tegenaan. Voor scholieren is wiskunde geen 'zuivere', maar 'toegepaste' wiskunde. In de praktijk zien problemen er niet wiskundig uit. Daar moet nog wiskunde van worden gemaakt. Ook dit vertalen van de 'gewone' formulering van een concreet probleem naar een wiskundige formulering rekenen we nu tot de wiskunde, evenals de interpretatie van de wiskundige resultaten in de werkelijkheid van het concrete probleem. De vertaalslagen tussen de werkelijkheid en de wiskunde zijn niet vanzelfsprekend, die moeten worden geleerd. Dat vereist dat contexten bij het leren van wiskunde een grote plaats innemen.

Naast de genoemde uitbreiding van het werkterrein is er nóg een punt. Bij het toepassen wordt wiskunde minder dan vroeger beschouwd als een verzameling handige formules en werkwijzen. Wiskunde vereist bovenal een onderzoekende werkhouding: zelf in een probleemsituatie de relevante gegevens kunnen vinden, zelf kunnen controleren hoe goed de oplossing is. Zo absoluut gesteld is dit voor veel leerlingen moeilijk bereikbaar, het geeft echter wel de richting van de verandering aan.



Gaandeweg wordt hierboven duidelijk dat het gebruik van contexten niet op zichzelf staat. Het is weliswaar het meest opvallende element in de verandering, maar het is geen doel op zich. Vooraan staat de eis dat de geleerde wiskunde bruikbaar is in het dagelijks leven, vervolgopleiding en beroep. Contexten spelen daarbij een centrale rol, maar niet de enige. In de komende artikelen wordt steeds één aspect onder de loupe genomen. De hele serie ziet er als volgt uit.

1. Bruikbare wiskunde
2. Het gebruik van contexten
3. Werken met concrete materialen
4. De rol van taal
5. Een onderzoekende houding
6. Samenwerkende leerlingen
7. Waardering voor de eigen aanpak van de leerlingen
8. Als wiskunde leren moeilijk gaat ...
9. Wiskundeonderwijs waar ook meisjes en allochtone leerlingen mee uit de voeten kunnen.

In al die artikelen gaat het met name ook over de veranderende rol van de wiskundedocent. Die veranderingen zijn, zoals gezegd, een kwestie van jaren. In dat ontwikkelingsproces zijn er docenten die graag voorop lopen, en docenten die liever even afwachten. Het wiskundeonderwijs beweegt zich als het ware in een karavaan naar de toekomst. De voorhoede is enerverend maar niet altijd zo veilig, de middenmoot van de karavaan is veilig en profiteert pas van nieuwe ontwikkelingen wanneer die zijn uitgekristalliseerd, de achterhoede moet oppassen het contact met de karavaan niet te verliezen. Elke docent kiest een plekje in deze karavaan waar zij of hij het beste kan functioneren. Maar de hele karavaan gaat vooruit, wie niet meeloopt komt alleen te staan.

In het tiende artikel gaat het over deze keuze van een plekje in de ontwikkelingskaravaan en over de planning en keuze van ieders eigen ontwikkeling.

De inhoud van het nieuwe programma

Het gaat in feite om meerdere programma's: examenprogramma's voor lbo/mavo C en D, en de bijbehorende leerplannen, en leerplannen voor de onderbouw van havo en vwo. Ik geef hier een generaliserend overzicht.

Algebra zal ver af staan van het oude letter-rekenen. Er zal worden uitgegaan van grafieken, formules en tabellen. Variabelen blijven daardoor langer de betekenis houden uit de probleemsituatie waarin ze voorkomen, ze worden geen dode letters.

In de **meetkunde** neemt de ruimtemeetkunde een belangrijke plaats in. Daarbij gaat het in eerste instantie niet om de oude stereometrie maar om wat 'kijkmeetkunde' wordt genoemd: leren letten op de meetkundige aspecten van de wereld om je heen, en daar praktische conclusies aan te verbinden. Met name bij meetkunde zullen vaak concrete materialen nodig zijn om de leerlingen te helpen de ruimtelijk structuren te leren beheersen: blokken, uitslagen, draadfiguren, e.d.

Rekenen wordt een officieel onderdeel. Het accent ligt niet op veel cijferwerk, maar op slagvaardig omgaan met de rekenmachine, op schattend rekenen en op een handig gebruik van verhoudingen.

Informatieverwerking omvat eenvoudige statistische begrippen en technieken, maar ook andere mogelijkheden om informatie te ordenen en te visualiseren, zoals het gebruik van grafen.

Verzamelingenleer en vectormeetkunde komen niet meer voor in dit nieuwe programma.

Een compleet overzicht van het vak wiskunde in de basisvorming vindt u in de SLO-uitgave:

Op weg naar basisvorming, wiskunde; besteladres: SLO, postbus 2041, 7500 CA Enschede, telefoon: 053-840840.

► De wiskunde voor de niet-mathematische richtingen

P.J. van Albada

I

Als onze wiskunde-leraren gevraagd wordt of wiskunde-onderwijs voor a-leerlingen wel nodig is, een vraag die zo nu en dan aan de orde gesteld wordt, dan zijn we gauw in het geweer en weten uiteen te zetten hoe belangrijk de vormende waarde van ons vak is ook voor alfa's. In de praktijk handelen we anders, want we houden bij de keuze van de leerstof voor die alfa's alleen rekening met wat we voor de b's denken nodig te hebben.

We rijden met de B's per sneltrein van Amsterdam naar Haarlem en haken onderweg de A's in Halfweg af, in plaats van ze bijvoorbeeld naar Zaandam te brengen.

Gaan we nu na waardoor de stof van de b-opleiding bepaald wordt, dan blijken daar in hoofdzaak 3 factoren werkzaam:

1. De traditie, deze heeft een conserverende tendens.
2. Het mechanisme van het eindexamen, dit heeft een degenererende invloed.
3. De eisen, die de maatschappij telkens weer stelt, deze hebben een regenererende uitwerking.

Ik wil die 3 punten eerst nader toelichten.

Dat de traditie op ons onderwijs van grote invloed is, weten we wel allemaal. Over het algemeen zijn we zeer tevreden met het peil dat ons onderwijs heeft bereikt. Ieder mens is van nature geneigd te vinden dat hij het goed met zichzelf heeft getroffen. In de regel wordt hij wat wijzer gemaakt door de kritiek van zijn medemensen, maar leraren en onderwijzers hebben een beroep, waarbij ze het grootste deel van de dag de wijsheid alleen in pacht hebben. Het kan dus wel niet anders of hun vermogen zichzelf kritisch te bekijken, ligt gemiddeld beneden de middelmaat, hoeveel andere voortreffelijke eigenschappen ze daartegenover ook weer mogen hebben.

Als tweede niet onbelangrijke factor komt daarbij, dat we tegenwoordig aan onze scholen onder erg ongunstige omstandigheden moeten werken: lange werktijden, volle klassen, lage salarissen waardoor velen genoodzaakt zijn bijverdiensten te zoeken in de avonduren; dit alles maakt het onderwijs vermoeiend en werkt daardoor het automatisme erg in de hand. Alle waar is naar zijn geld en een overheid die enige tientallen jaren achtereen uit is op onderwijs op een koopje, blijft op de lange duur met leerkrachten zitten die meer en meer op grammofoonplaten beginnen te lijken in plaats van op levende mensen.

Verder mist de leraar ieder contact met de maatschappij, hij leeft in zijn afgesloten schoolwereld; hij ervaart weinig van de ontwikkeling, die zijn vak doormaakt vanaf het ogenblik dat hij de universiteit heeft verlaten en in het geheel niets van wat verschillende maatschappelijke beroepen voor wiskundige verworvenheden vragen.

Dit wat betreft de remmen die de leraar zelf in zich heeft.

Daarnaast staan de uitwendige remmen, angsten van ouders en (of) directeur wanneer een leraar andere wegen gaat bewandelen dan de algemeen betreden paden, die het hem moeilijk maken gebruik te maken van de kleine speelruimte die hem gelaten is wat betreft keuze en volgorde van de leerstof. Tenslotte de tijdnoed waarin hij raakt zodra hij proberen wil te experimenteren: het banen van een

nieuwe weg, ook al is die op den duur korter, kost aanvankelijk bijna altijd meer tijd dan het bewandelen van gebaande wegen. En zoveel te veel tijd om met het bestaande programma klaar te komen is er nu eenmaal niet. Daarmee zijn we dan eigenlijk gekomen aan het volgende punt: het mechanisme van het eindexamen, speciaal van het schriftelijk gedeelte. Het centraal geregeld schriftelijk examen bedoelt te waarborgen dat het onderwijs aan geen school beneden een bepaald standaardpeil kan dalen. Daarvoor worden aan alle kandidaten over het hele land dezelfde opgaven voorgelegd en het al of niet kunnen maken van deze opgaven beslist in hoofdzaak over het eindexamencijfer. Wel is er ook een mondeling examen waarin in plaats van vraagstukkenroutine ook wiskundige kennis en wiskundig inzicht kunnen worden getoetst, maar de praktijk wijst uit, dat dit mondeling examen zelden meer invloed heeft dan het verhogen of verlagen van het cijfer voor het schriftelijk met 1 punt.

Tenslotte is het schriftelijk examen een objectieve test en wat kan er met mondelinge examens niet gehannest worden. Het gevolg is, dat bij de opleiding voor het eindexamen het zwaartepunt komt te liggen bij de vraagstukken-training. Nu blijkt het ook weer in de praktijk, dat er met veel stomme oefening en veel ezelsbruggetjes veel schijnresultaten te bereiken zijn. Het schriftelijk examen blijkt daardoor niet zo goed selecterend te werken. Welke H.B.S.-leraar is nooit eens heimelijk blij geweest omdat Jantje of Pietje, die mondeling beslist door de mand zou zijn gevallen met een 7, op het schriftelijk net zijn vrijstelling in de wacht sleepte? Het gevolg is weer dat van andere zijde geprobeerd wordt opgaven te bedenken die meer als intelligentie-test zijn ingericht en met routine-handigheid alleen niet te maken zijn. Bij zulke gelegenheden zijn de resultaten zo catastrofaal dat er bij het aansluitend mondeling examen bij uitzondering extra clementie moet worden aanbevolen. Het eindexamenrepertoire is dan echter voor de volgende jaren met een nieuwe variant verrijkt en iedere serieuze kandidaat kan voortaan ook dat vraagstuk oplossen. Nieuwe drukken van leerboeken geven het een

aparte paragraaf tussen de theorie en de nieuwe examenopgaven zullen varianten op die variant moeten bevatten, wil het examen zoals dat heet op peil blijven. Dit is de manier waarop het mechanisme van het examen de bestaande leerstof beïnvloedt. Het voegt aan de bestaande stof steeds nieuwe overbodige of schadelijke onderwerpen toe, die als gezwollen woekeren op de gezonde stof totdat de dood intreedt van het aangetaste onderdeel. Zo overleden op het gymnasium indertijd de boldriehoeksmeting en de planimetrie en zo wordt op de H.B.S. op het ogenblik de beschrijvende meetkunde bedreigd. Niet omdat die onderwerpen zelf minder geschikt zijn (wie zou niet graag de beginselen van de boltrigonometrie geven in plaats van een heleboel poespas die tegenwoordig bij de vlakke driehoeksmeting behandeld wordt), maar omdat die hoofdstukken zijn doodgeëxamineerd. Geen examinerator kan meer een vraagstuk bedenken dat aan de ene kant moeilijk genoeg is om bij $\pm 25\%$ van de kandidaten een onvoldoende cijfer op te leveren, terwijl de moeilijkheden aan de andere kant althans nog in ver verwijderd verband staan met het te examineren onderwerp zelf. Het vak is niet meer te examineren, wordt niet meer geëxamineerd, en dus niet meer onderwezen.

II

Zo krijgen we bijvoorbeeld vraagstukken als: Herleid: $\sqrt{\{3a + 1 + 2\sqrt{(2a^2 + 3a - 2)}\}}$.

Dit zijn problemen die nergens in de wereld ooit voorgekomen zijn; ze zijn alleen uitgevonden ten bate van het onderwijs, beter gezegd als hulpmiddel voor de leraar bij het cijfers geven.

Hij meent met zulke vraagstukken de leerlingen te kunnen testen op wiskunde-aanleg. Ook dit is een illusie. Er zijn zoveel andere factoren in het spel. De echte wiskunde-keien zullen het met zo'n vraagstuk wel klaren, al was het alleen omdat ze er een soort van sportief genoeg in vinden iedere hindernis te kunnen nemen. Maar bij de anderen is de correlatie tussen wiskundige vermogens en resultaten met zulke vraagstukken heel klein. Wanneer we vraagstukken opgeven die geen normaal mens kunnen interesseren, ligt het voor de hand dat veel normale mensen het er slecht af zullen brengen. De problemen en emoties die de jongens in de puberteit bezighouden zijn vele. Goede wiskunde-proefwer-

ken bij vraagstukken van dit soort kunnen evengoed wijzen op een onontwikkeld gevoelsleven, op een gestoorde interne secretie of op een abnormale eerbij als op wiskunde-aanleg.

III

Als voorlopige conclusie zou ik willen geven: Als we het alfawiskunde-onderwijs willen gaan bekijken, moeten we niet alleen letten op de laatste 2 jaar, maar vooral ook op de voorafgaande jaren. Wel moeten we beide onderdelen afzonderlijk onder handen nemen, omdat voor onderbouw en bovenbouw de problemen en de mogelijkheden verschillend liggen.

In de onderbouw zijn de leerlingen van A-richting en van B-richting nog bij elkaar, samen met de leerlingen voor wie die onderbouw tevens eindonderwijs is. Het onderwijs daar zal algemeen vormend wiskunde-onderwijs moeten zijn. Het moet te volgen zijn voor iedere leerling die van goede wil is en we moeten het zo inrichten, dat er een basis gelegd wordt voor iedere studie in welke speciale richting dan ook.

In de bovenbouw komen de speciale belangen van de afzonderlijke opleidingen meer naar voren. Daar mag de specialisatie pas beginnen.

IV

Als conclusie van deze inleiding zou ik als richtlijnen voor willen stellen:

1. Niet meer mee doen aan de vraagstukcencultus.
2. Onderwerpen die op iets anders voortbouwen, daarop niet te snel laten volgen, maar rekening houden met een zekere bezinktijd.
3. Vooral in de beginjaren zo concreet mogelijk leermateriaal; de geest tijd geven om voor abstractie rijp te worden.
4. De systematische samenhang van de theorie liever later goed geven, dan in het begin slecht; alleen wie de theorie al kent kan zich voor de samenhang ervan interesseren.
5. Veel zogenaamde B-stof kan verhuizen naar de onderbouw, zelfs naar het eerste jaar, mits van alle gekunstelde opschik ontdaan: in de algebra bijvoorbeeld de meetkundige reeks als voorbereiding voor het limietbegrip en de logaritmen; in de meetkunde bijvoorbeeld de beschrijvende meetkunde, maar dan niet zo dat mechanisch uitgevoerde kunstgrepen

over een tekort aan ruimtelijk voorstellingsvermogen heen moeten helpen, maar dat juist een beroep op dat voorstellingsvermogen moet worden gedaan om over technische moeilijkheden heen te komen.

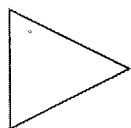
Ik heb me in deze punten proberen te beperken tot die dingen die op een klassikale school niet tot de onmogelijkheden behoren. Natuurlijk moet de leraar die eraan begint een zekere gevestigde reputatie hebben, zodat hij zich de luxe kan permitteren en hij moet met de B's het risico durven nemen, dat hij ze voor een examen voor puzzelaar op laat gaan, terwijl hij ze alleen maar voor wiskunde heeft opgeleid. Hij zal waarschijnlijk meer zessen oogsten dan tienen, maar daar staat tegenover dat de jongens voor hun later studie een betere basis hebben gekregen dan met de puzzledressuur terwijl de A-leerlingen voor een wiskunde-complex bespaard zijn gebleven.

Behalve onze observaties wat betreft tempoverschillen bij het zich aanpassen aan nieuwe leerstof en omtrent welke stof op een bepaalde leeftijd gewenst is hebben we nog waarnemingen gedaan op heel ander gebied die geen didactische, maar uitsluitend pedagogische perspectieven openen. Ze betreffen de instelling van het kind op verschillende leeftijden ten opzichte van het schoolwerk. Globaal ingedeeld zijn de kinderen van 12 tot 14 tuk op leren, ze verslinden ieder enigszins verteerbaar leermateriaal. Van 14 tot 16 is er vooral bij de jongens een duidelijke omkeer merkbaar. Er ontstaat op die leeftijd een sterke behoefte sociaal nuttig werkzaam te zijn. Het tot zich nemen van geestelijk voedsel, alleen ten eigen bate, is geen levensvulling meer. Ze blijven het meestal wel tot zich nemen evenals het lichamelijke voedsel, hoewel er extreme gevallen zijn die zowel het een als het ander saboteren. Het is de leeftijd waarop ze zich generen voor goede proefwerken of mooie tekeningen, maar spontaan overuren maken als het gaat om een of ander collectief werkstuk: decors schilderen voor een toneelstuk of inrichten van een tentoonstelling. Het is de gevoelige periode bij uitstek voor de ontwikkeling van de sociale kanten van het karakter.

Op deze leeftijd wordt grotendeels beslist of we later een mens zullen krijgen die een verantwoordelijk deel van een gemeenschap uit kan maken of een egocentrische individualist, die zijn gemis aan

gemeenschapsleven van tijd tot tijd compenseren moet door zich samen met anderen in een roesstemming over te geven aan uitbarstingen van collectieve bezetenheid. In plaats van in schoolverband lezingen te organiseren over goed democratisch staatsburgerschap, terwijl we de kinderen verder als 12-jarigen blijven behandelen, konden we op deze leeftijd beter praktische oefeningen organiseren in het doen van verantwoordelijk werk in gemeenschapsverband. Dit zou inhouden dat we veel tijd moesten kunnen uittrekken voor toneel, zang en orkest, handenarbeid, vooral ook produktieve handenarbeid die geldelijk gehonoreerd wordt als bewijs dat het werk maatschappelijk nut heeft gehad.

Vier fragmenten uit een artikel van Dr. P.J. van Albada, Euclides 28 (1952-1953).



Mededeling

Nascholing voor wiskundeleraars in het cursusjaar '92/'93:

Cursustitel: Computer en wiskunde voor de onderbouw
Doel/inhoud: Computers leren gebruiken bij het nieuwe wiskundeprogramma voor de onderbouw van lbo, mavo, havo, en vwo (W12-16). Aan verschillende aspecten van computergebruik wordt aandacht besteed. Centrale vraag blijft: wat voegt de computer aan mijn wiskundeonderwijs toe?
Bestemd voor: Wiskundeleraars uit het voortgezet onderwijs.
Duur/periode: Vijf dinsdagmiddagen van 14.00 tot 17.00 uur, te beginnen op 29 september 1992.
Plaats: Diemen.
Kosten: f 145,-
Inschrijving: Hogeschool Holland, Adviesgroep Onderwijs, tel. 020-6600170.
Informatie: Dhr. J. de Boer, tel. 020-5601328.

Cursustitel: Computeralgebra in het voortgezet onderwijs
Doel/inhoud: Kennis maken met de mogelijkheden van computeralgebra-systemen, in het bijzonder Derive.

Daarnaast wordt aandacht besteed aan gebruik van dergelijke software in het huidige en toekomstige wiskunde-onderwijs.

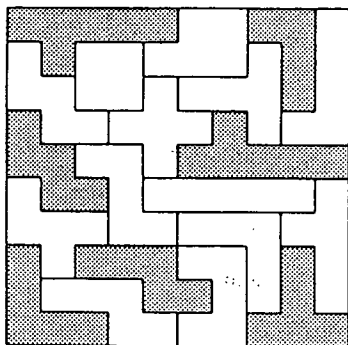
Bestemd voor: Wiskundeleraars uit het voortgezet onderwijs, bij voorkeur werkzaam in het eerstegraads gebied. Computerervaring is niet noodzakelijk.
Duur/periode: Vier woensdagmiddagen van 15.00 tot 18.00 uur, op 28 oktober, 11 en 25 november en 9 december 1992.
Plaats: Nijmegen.
Kosten: f 125,-
Inschrijving: K.U. Nijmegen, UNILo, Thomas van Aquinostraat 6, 6525 GD Nijmegen.
Informatie: H. Peters, tel. 080-615573/615757.

Cursustitel: Het gebruik van de computer in de wiskundeles
Doel/inhoud: Kennis maken met zinvol computergebruik in de wiskundeles. In het eerste deel worden leerstoflijnen bekeken op het mogelijk gebruik van beschikbare software-pakketten. In het tweede deel gaat het om de invloed van ontwikkelingen buiten de wiskunde op het wiskunde-onderwijs. Het is (ook) mogelijk om op een van de delen in te schrijven.
Bestemd voor: Docenten wiskunde. Enige vaardigheid in het omgaan met MS-Dos-Computers is gewenst.
Duur/periode: Vijf dinsdagmiddagen van 14.30 uur tot 17.30 uur voor elk deel. Deel 1 begint op 10 november 1992, deel 2 gaat van start op 19 januari 1993.
Plaats: Sittard.
Kosten: Voor elk van beide delen f 125,-.
Inschrijving: Hogeschool Katholieke Leergangen Sittard, Postbus 558, 6130 AN Sittard.
Informatie: Dr. A.W.M. Graven, tel. 046-599576.

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Jan de Geus, Valkenboslaan 262-A, 2563 EB Den Haag.

► **Oplossing 635**

De polyominopuzzel van PHILIPS in een CD-doesje heeft veel minder inzendingen opgeleverd dan normaal. Het was ook erg moeilijk: de grijze stukjes mochten elkaar niet raken, zelfs niet in een hoekpunt. Daar kwam nog bij dat de originele stukjes aan de onderkant hol waren, zodat de stukjes niet mochten worden omgedraaid. In de volgende oplossing van *Jacques Haubrich* (25), Eindhoven, kunnen het vierkant en de P-pentomino (bovenin) nog van plaats verwisselen!



De echtgenoot van *Wil Huijben - van de Berg* (23), Eemnes, heeft berekend dat de grijze (origineel lila) stukjes op 5 manieren in het 6×6 - vierkant passen. De 12 pentomino's plus het vierkant (de groene stukjes) passen op 540 manieren in het 8×8 - vierkant. En alles past weer in een 10×10 - vierkant zoals we boven hebben gezien, zelfs met de strenge voorwaarden van *Pieter Torbijn* (20), Den Haag, de bedenker van dit probleem. Tevens hebben we hiermee een aardige illustratie van de stelling van Pythagoras.

Onder de koplopers met 30 punten heb ik eerlijk geloot. Als winnares kwam tevoorschijn:

Wobien Bronstring - Doyer, Prinsenstraat 9, 2316 HH Leiden.

Hartelijk gefeliciteerd met de boekenbon van f 25,-.

Afgelopen zomer verschenen opeens TWEE boekjes tegelijkertijd van Hans van Maanen, wetenschapsredacteur bij Het Parool: 'Geen boter, kaas en eieren. (De leukste spelletjes voor pen en papier)' en 'Geen wolf en zeven geitjes. (De leukste spelletjes op het dambord)'.

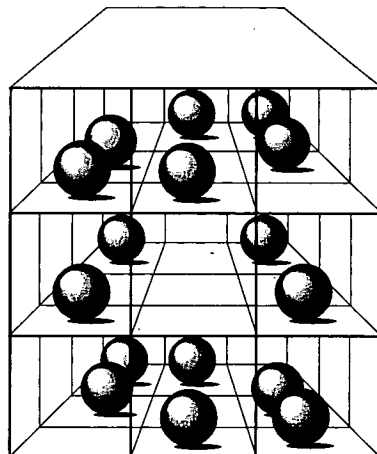
Van harte aanbevolen voor de spelletjesliefhebber. En dat zijn we toch allemaal als we ook van puzzelen houden?

Dit brengt me op de puzzelrubriek van Hans, die in Het Parool stond van 5 november 1988 tot en met 15 december 1990.

In deze rubriek, 'PUZZEL' genaamd, verscheen op zaterdag 16 december 1989 de volgende puzzel:

Plaats zoveel mogelijk knikkers in een $3 \times 3 \times 3$ -kubus, maar zodanig dat nergens drie knikkers op een rechte lijn liggen.

De volgende oplossing met maximaal 16 knikkers verscheen op 30 december 1989:



Met toestemming overgenomen uit *Het Parool*

Aan u de vraag: hoeveel knikkers kunt u maximaal kwijt in een $5 \times 5 \times 5$ -kubus, zodanig dat nergens 5 knikkers op een rij liggen?

En, uiteraard, waar moeten ze dan liggen?

Buiten de ladderwedstrijd:

Verder zijn Hans en ik nog op zoek naar een *algemene formule* voor een $n \times n \times n$ -kubus. Heeft u een idee voor zo'n formule? Wij niet!

P.S. Onder een rij in een $n \times n \times n$ -kubus verstaan we een rij van n knikkers.

Oplossingen kunt u binnen een maand na ontvangst van dit nummer sturen naar bovenstaand adres. Voor de goede oplossing van de $5 \times 5 \times 5$ -kubus ontvangt u 5 punten voor de ladderwedstrijd.



Nederlandse
Vereniging van
Wiskundeleraren

10.30 u - 16.00 u **Themagedeelte** (studiedag)
Taal bij het wiskundeonderwijs

16.00 u - 16.30 u **Huishoudelijk gedeelte**

g. Rondvraag.

*) kandidaten stellen is niet meer mogelijk. Zie
Euclides 67-9

Aanmelding

De studiedag is gratis voor leden. Van niet-leden wordt een bijdrage van f 20,- gevraagd. Bij de aanmelding wordt gevraagd uw keuze voor een werkgroep op te geven, bijvoorbeeld 's morgens groep 2 en 's middags groep 5, te noteren als I-W2 en II-W5.

Aanmelding (voor 25 oktober 1992) kan geschieden d.m.v.:

- een briefkaart (leden) aan de ledenadministratie
- overmaking van f 15,- naar giro 143917 t.n.v. NVvW te Amsterdam o.v.v. 'lunch lid' en groepen van uw keuze;
- overmaking van f 20,- onder vermelding van 'deelnemer niet-lid' en groepen van uw keuze;
- overmaking van f 35,- o.v.v. 'lunch niet-lid', groepen van uw keuze.

Ter plaatse aanmelden kan, genoemde prijzen gelden dan met een toeslag van f 5,-.

Wie prijs stelt op een vegetarische lunch wordt verzocht dit bij de aanmelding op te geven. Er zijn geen extra kosten aan verbonden.

Certificaat

De NVvW heeft de mogelijkheid om *nascholingscertificaten* uit te geven voor promotiecriteria. Wilt u een nascholingscertificaat ontvangen, vermeld dan ook: al uw voorletters, uw geboortedatum en 'certificaat'.

U krijgt het certificaat na afloop van de studiedag uitgereikt bij het tonen van een identiteitsbewijs.

► Jaarvergadering/ Studiedag 1992

Tweede uitnodiging voor de jaarvergadering/studiedag 1992 van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op zaterdag 7 november 1992 in het gebouw van Het Nieuwe Lyceum, Jan Steenlaan 38, 3723 BV Bilthoven, 030 - 283060. Aanvang 10.00 uur.

Agenda

- 9.30 u - 10.00 u Aankomst, koffie
10.00 u - 10.30 u **Huishoudelijk gedeelte**
- a. Opëning door de voorzitter, dr. J. van Lint.
 - b. Notulen van de jaarvergadering 1991 (zie Euclides 67-6).
 - c. Jaarverslagen (zie Euclides).
 - d. Decharge van de penningmeester en benoëming van een nieuwe kascommissie. Het bestuur stelt kandidaat *):
de heer R. van Oord te Waddinxveen en mw. drs. M. Kerssen-Muilwijk.
 - e. Bestuursverkiezing in verband met het periodiek aftreden van mw. A. Aukema-Schepel, J. Breeman en F. Mahieu. Zij zijn herkiesbaar. Het bestuur stelt kandidaat *): mw. A. Aukema-Schepel, J. Breeman en F. Mahieu.
 - f. Vaststelling kontributie 1993/1994.
Het bestuur stelt voor de kontributie vast te stellen op f 60,-.

► Programma Studiedag

Joop van Dormolen

De studiedag heeft dit jaar het thema **Taal bij het wiskundeonderwijs**.

Bij het onderwijzen van wiskunde wordt taal gebruikt, zowel omgangstaal als een speciale geformaliseerde wiskundetaal. Daarbij moet ook nog onderscheid gemaakt worden tussen spreektaal en schrijftaal. En dan is er ook nog zoiets als taal door middel van plaatjes.

De manier waarop de docent of de schrijver van een leertekst gebruik maakt van taal is van invloed op het leren door leerlingen.

Leerlingen gebruiken ook taal. Uit de manier waarop leerlingen spreken en schrijven (en tekenen) kan de docent opmaken in hoeverre de leerlingen de wiskundige begrippen en vaardigheden al beheersen. De docent kan (moet) daarmee rekening houden bij het eigen taalgebruik.

Het lijkt of de komst van contextrijk wiskundeonderwijs het leren van wiskunde zal bemoeilijken door een schijnbare overdaad van omgangstaal. Het is de vraag of dat wel waar is.

Op de studie dag zullen allerlei aspecten van het thema in werkgroepen en in plenaire voordrachten aan de orde komen.

Werkgroepen

1 Contexten in de onderbouw mavo/vbo

(Wim Kuipers)

Een van de kernen van het nieuwe leerplan W 12-16 is het werken met contexten. Dat betekent dat leerlingen te maken krijgen met beschrijvingen van situaties. Is er een bepaalde taalvaardigheid vereist om voldoende effect te verwachten op de wiskundige prestaties? Is het terecht dat gewezen wordt op taalzwakte van onze mavo/vbo-leerlingen? Welke eisen moeten we stellen aan de taal van de contexten? Welke criteria zouden we kunnen formuleren? Zijn er in de taal verschillen tussen jongens en meisjes? Welke speciale problemen hebben allochtone leerlingen? Al deze leerlingen moeten de vertaalslag (leren) maken van contexttaal naar formele

taal en omgekeerd. We willen in de werkgroep graag met u van gedachten wisselen over de specifieke taalproblemen rond contexten.

2 Taal en context in realistisch reken-wiskundeonderwijs op de basisschool

(Koeno Gravemeijer)

Het nieuwe zogeheten realistische reken-wiskundeonderwijs op de basisschool wordt gekenmerkt door vele contextopgaven. Een vraagstuk wordt in een voor leerlingen inleefbare context geplaatst. Soms wordt die met woorden opgeroepen, maar het kan ook met plaatjes. De context helpt de leerling zich te realiseren waar het in de opgave om gaat. Buitenschoolse kennis hoeft niet opzij te worden gezet, maar kan bij contextopgaven juist worden ingezet. Dit kan alleen als er over oplossingen en oplossingsmethoden gepraat wordt. In die zin is het realistische reken-wiskundeonderwijs zeker taliger dan voorheen. De taal verwijst echter steeds naar de context en zo wordt een verbinding gelegd tussen alledaagse taal en formele wiskundetaal.

3 Contexten in de bovenbouw havo en vwo:

conflict tussen wiskundetaal en informele taal?

(Henk van der Kooy)

Contexten zijn door de komst van wiskunde A zo langzamerhand een vertrouwd beeld in de bovenbouw. Informele vraagstellingen worden door de leerlingen veelal via een natuurlijke (d.i. bij het probleem passende), informele oplossingsstrategie aangepakt. Als de wiskundedocent betrap je je erop dat je vaak eerst een vertaalslag maakt naar een formele aanpak. Is een van de twee aanpakken meer wiskundig te noemen dan de andere? Sinds de komst van havo-B kent ook het 'harde' wiskundevak zijn contexten. Ook daar blijkt dat leerlingen liever minder formele aanpakken kiezen dan wij in gedachten hadden. Moet dat betreurd worden of is het misschien iets waar je juist blij om kunt zijn?

4 Grafieketaal

(Nina Russingh)

Meestal denken we bij taal aan de gesproken of geschreven taal. Taal is echter een breder begrip. Eén van de taalsoorten, waar we in de wiskunde veel mee te maken krijgen is 'plaatjestaal' en heel speciaal 'grafieketaal'. Er zijn verschillende soorten grafieken die ieder in verschillende situaties het best te gebruiken zijn. In de werkgroep komen een aantal grafieken aan de orde, waarbij de vraag

steeds zal zijn welk verhaal de grafiek ons vertelt. We stellen ook de daaraan verwante vraag hoe de grafieken te gebruiken in het onderwijs en wat we kinderen ermee willen leren. Er zal gewerkt worden aan de hand van recent ontwikkeld materiaal ten behoeve van de leeftijdsgroep 10-15 jaar.

5 Taal bij ruimtemeetkunde

(Monica Wijers)

In leerlingenmateriaal zijn allerlei keuzen gemaakt. Ook keuzen over het taalgebruik. Wanneer gebruik je alledaagse termen, wanneer wiskundige begrippen? Wat zijn van elk de voor- en de nadelen? Hoe gaan de leerlingen daar mee om? Vaak blijkt in de klas wat het effect is van die keuzen. Deze zaken komen hier aan bod aan de hand van het pakket Doorsneden en ervaringen ermee in de klas.

6 Praten over kijken

(Aad Goddijn)

In het nieuwe W 12-16 meetkundeprogramma zit een flink stuk kijkmeetkunde. Kijkmeetkunde gaat over wat je ziet en hoe het komt dat je iets zó ziet als je het ziet. Het blijkt dat leerlingen in eerste instantie over hun kijkervaringen alleen maar met veel gebarentaal kunnen praten. Bepaalde woorden blijken dan geen grote steun te zijn bij het bespreken van kijkmeetkunde, met name 'wat' en 'hoe'. In deze werkgroep komen voorbeelden van kijkmeetkunde ter tafel en handige manieren om erover te praten, ook met andere woorden dan met 'wat' en 'hoe' alleen.

7 Taal en teken

(George Schoemaker en Truus Dekker)

In de experimentele examens mavo/vbo worden geen standaardvragen gesteld en ook geen standaardformuleringen gebruikt. Maar mag dat wel? Zijn opdrachten als "Bedenk zelf een formule...", of "Laat zien hoe je dat antwoord gevonden hebt" dan nog wel toelaatbaar? En welke tekens worden er gebruikt? Moeten leerlingen de verzamelingnotaties nog kunnen lezen, en tekens als $\wedge$, $\cong$ en $\perp$? Maar het gaat ook om taal en tekens die leerlingen mogen gebruiken in hun antwoord. De nadruk ligt op het weergeven van een gedachtengang. Is het toegestaan, dat een leerling aangeeft dat hij het antwoord op $\sin \alpha = 0,3$ gevonden heeft via $0,3 \text{ INV SIN}$?

Aan de hand van de examens lbo/mavo van de afgelopen jaren hopen we op deze en soortgelijke vragen antwoord te geven.

8 Nomenclatuur in het nieuwe leerplan

(Freek Mahieu)

Net als in het verleden bij nieuwe leerplannen is gebeurd, heeft ook nu weer de NVvW een nomenclatuurcommissie ingesteld. In de werkgroep wordt over de werkzaamheden van deze commissie gesproken. Wat voor opstellers van examenopgaven actief taalgebruik is, moet op zijn minst tot de passieve taalschat van de leerlingen behoren. Is alles wat de leerling dan zelf aan taal gebruikt acceptabel voor de corrector? Is het nodig om bij de toekomstige C- en D-examens een lijst van min of meer wiskundige termen, begrippen af te spreken? Hoever kun je gaan met

het vervangen van taal door tekens? Is $[-3, 5]$ overbodig, toch wel gemakkelijk of teveel een code met verborgen kennis? In hoeverre moeten auteurs rekening houden met de nomenclatuur?

9 'Allochtoon rekenen': in het Nederlands, op z'n Nederlands

(Fred Mulder)

In deze werkgroep wordt getoond hoeveel aspecten er zitten aan het rekenen door allochtone leerlingen: tellen in een tweede taal, vertrouwde notaties uitspreken in een tweede taal, 'eromheen praten' in een tweede taal. Verder komen er ook andere notaties, andere algoritmen, andere voorrangsregels ('Meneer Van Dalen' blijkt niet universeel te zijn). Dit alles nog afgezien van contextproblemen. Ook komt de vraag aan de orde of Nederlandstalige leerlingen op rekengebied iets van hun allochtone klasgenoten kunnen leren.

10 Dyslexie

(Piet Buis)

Omdat de rol van taal in het nieuwe leerplan W 12-16 groter zal worden, zullen wiskundeleraars duidelijker dan in het verleden worden geconfronteerd met dyslectische kinderen. Het woord 'dyslexie' wordt te pas en te onpas gebruikt. Het wordt soms ook gebruikt om andere vormen van taalzwakte aan te duiden. In de werkgroep wordt over het verschil gesproken tussen dyslexie en andere taalproblemen. Belangrijker is natuurlijk, dat ingegaan wordt op het verschijnsel dyslexie zelf. Wat is het? Waar en hoe treedt het op? Hoe constateer je het?

En vooral: hoe kan het worden opgevangen?

11 Situatietaal en formele taal

(Ton van Alten)

Als leerlingen binnen een context een probleem oplossen, is de taal waarmee zij over het probleem praten vaak ontleend aan de situatie van de context. Redeneringen die zij bedenken passen in de context, zij matematiseren het probleem in de taal van de situatie. Als docent herken je in het gestelde contextprobleem snel een wiskundig probleem. In welke taal kun je daar met leerlingen over praten? In ieder geval in de taal van de situatie, soms ook in taal die de situatie overstijgt. In de werkgroep zal de vraag centraal staan wanneer je kiest voor taal van de situatie en wanneer voor taal die de situatie overstijgt.

12 Het is maar hoe je het zegt

(Rob Bloem en Joop van Dormolen)

Taalgebruik is een aspect van het leraarschap. Wat is er de oorzaak van dat kinderen elkaar vaak beter kunnen helpen dan de leraar, terwijl die toch de deskundige is? Hoe komt het dat kinderen vaak zeggen, dat ze een vraag niet snappen, terwijl die voor ons toch zo duidelijk is? Wie een begrip nog niet goed kent heeft meer aan doe-beschrijvingen (actietaal) dan aan definities (feitvaststellende taal). In de werkgroep gaan we in op de vraag hoe de taal die iemand hanteert onverbrekkelijk verbonden is met het begrijpen van begrippen, eigenschappen en werkmanieren. Aan de hand van praktijkvoorbeelden worden een paar aspecten van deze relatie besproken.

13 Optimaliseren met de graphic calculator

(Michiel Doorman en Martin Kindt)

De grafische rekenmachine biedt nieuwe mogelijkheden bij onder meer de aanpak van ingeklede optimaliseringsproblemen. Het taalaspect bij het 'uitkleeden' van dergelijke problemen is niet onbelangrijk. In het verleden liepen leerlingen hier vaak op vast. De vraag is of het taaltje dat bij een machine als de TI-81 past, dat vertalen gemakkelijker maakt of niet. In elk geval komt er bij het gebruik van een dergelijke machine meer energie beschikbaar voor het proces van matematiseren. In de werkgroep willen we deze kwestie belichten via een aantal prak-

tikumopdrachten. Doordat veel optimaliseringsproblemen een meetkundige achtergrond hebben, komen bij het vertalen ook speciale aspecten van de meetkundetaal aan de orde.

14 Ruimtemeetkunde met behulp van CD-I

(Nellie Verhoef)

De ontwikkeling van interactieve media gaat gestaag door en geniet wereldwijd grote belangstelling, echter nog maar sporadisch op het educatieve vlak. Toch is de combinatie van beeld, geluid, animatie en interactie het waard om als didactisch hulpmiddel gebruikt te worden. Vandaar deze primeur op het gebied van de ruimtemeetkunde. In de werkgroep wordt een demonstratie gegeven van een serie modules. Zij richten zich op de stap van concreet naar abstract. Vanaf de kijkmeetkunde moeten we een stap nemen naar abstractie, om te leren niet alles met concreet materiaal uit te zoeken, of alles onder woorden te brengen, maar om te kunnen manipuleren in ons hoofd. Het sleutelwoord bij de serie is 'bewegen', het uitgangspunt is de kubus.

15 Taal bij de zak-reken-machine

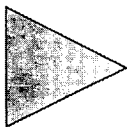
(Harrie Broekman en Leen Streefland)

Het uitvoeren van rekenhandelingen op de rekenmachine vraagt om planning van die handelingen. Er lijken geen problemen zolang deze planning voor wat betreft de volgorde van de handelingen overeenkomt met pen-en-papier-berekeningen of berekeningen uit het hoofd. Maar hoe zit het als de volgorde afwijkt? Is er dan een andere taal nodig? Anders gezegd: gebruikt de zakrekenmachine een andere taal? Afhankelijk van de gebruikte machine dient bijvoorbeeld "5% van fl. 200,-" vertaald te worden in " $5\% \times 200 =$ " of in " $200 \times 5\% =$ ". En " $200 \times 5\% =$ " kan niet door iedere rekenmachine gelezen worden. Er dient aandacht besteed te worden aan het leren 'vertalen'.

Voordrachten

Over de eerste plenaire voordracht zijn we nog in onderhandeling.

De tweede voordracht zal gehouden worden door Joop van Dormolen en getiteld zijn: *Niet precies maar wel duidelijk: overdrachtelijke taal in het wiskundeonderwijs.*



Mededelingen



Panama najaarsconferentie 1992

Organisatoren: Panama (HMN), Freudenthal instituut, VALO W & I, SLO en Cito, onder auspiciën van de NVORWO.

Op 4, 5 en 6 november 1992 zal de elfde Panama najaarsconferentie worden gehouden in het Leeuwenhorst Congres Center te Noordwijkerhout.

Het onderwerp van de conferentie is:

Procenten

op de grens van basisschool en basisvorming

Het programma omvat een aantal hoofdlezingen en enkele practica. Aan de hand van voorbeelden wordt geschetst op welke wijze procenten in het programma van W12-16 is opgenomen en welke voorkennis bij alle leerlingen wordt verondersteld.

Op donderdagmiddag wordt door de NVORWO in verband met haar tienjarig bestaan een symposium georganiseerd, getiteld "Rekenen anno 2002".

Het symposium vormt een onderdeel van de conferentie. In beperkte mate zal er voor niet-genodigden en niet-conferentie-deelnemers plaats beschikbaar zijn. De NVORWO zal in september nadere gegevens over inschrijving en deelnamekosten publiceren.

De kosten voor deelname voor alle deelnemers f 500,- all in. Reiskosten zijn voor eigen rekening. Deelname is alleen mogelijk indien de gehele conferentie wordt bijgewoond. Er is ruimte voor circa tweehonderdvijfentwintig deelnemers. Bij overintekening wordt onder andere geselecteerd op volgorde van aanmelding en spreiding over de verschillende instituten en groeperingen.

Correspondentie-adres: Freudenthal instituut, Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht, tel: 030-611611.

Zorgverbreding Wiskunde

De vakgroep wiskunde van het Algemeen Pedagogisch Studiecentrum (APS) verzorgt al geruime tijd nascholingscursussen voor wiskundeleraren. Vorig cursusjaar was zo'n gericht op docenten in het beroepsonderwijs die werken met A/B- of I-leerlingen. Uit die cursus is het boekje *Zorgverbreding Wiskunde* voortgekomen, dat onlangs bij het APS is verschenen.

Het boekje behandelt een vijftal thema's:

- Meer gebruik maken van de eigen oplosmethoden van de leerlingen en minder mikken op het leren van standaard-rekenmethodes.
- Realistisch rekenonderwijs gaat uit van concrete problemen in voor de leerling stimulerende contexten.
- Het onderwijsleergesprek is een werkvorm waarbij de leerlingen veel kans krijgen zelf in actie te komen.
- De zakrekenmachine is een praktische hulp voor wiskundig zwakke presteerders.
- Het hoeft niet altijd zo precies; handig kunnen schatten is een heel bruikbare vaardigheid, bij de rekenmachine en in de praktijk.

Aan het slot is een theoriehoofdstuk toegevoegd.

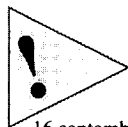
Zorgverbreding Wiskunde, meer kans voor de zwakke leerlingen. Schriftelijk te bestellen bij het APS, afd. VODA, postbus 7888, 1008 AB Amsterdam, o.v.v. nr. 400.014.

Wibo-conferentie

Op 9 oktober 1992 wordt er van 10.00 tot 15.30 uur in Vredenburg te Utrecht een conferentie georganiseerd met als thema 'Leerroutes voor zwakke presteerders in het wiskundeonderwijs binnen het vbo(i)'.

In opdracht van het Ministerie van Onderwijs en Wetenschappen heeft de Wibo-projectgroep lesmateriaal ontwikkeld voor het wiskundeonderwijs aan zwakke leerlingen.

Rondom dit lesmateriaal worden in de namiddag een aantal workshops georganiseerd. In de voormiddag zijn er inleidingen door een vertegenwoordiger van het Ministerie van Onderwijs en Wetenschappen, van het PMB, van een toetsontwikkelinstituut, van een school voor ibo/lbo en van het Wibo-projectteam. Opgave kan telefonisch of schriftelijk tot 18 september 1992 bij: KPC, t.a.v. M. Sta, Postbus 482, 5201 AL Den Bosch. Telefoonnummer: 073-215435.



Kalender

16 september 1992: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
 14 oktober 1992: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
 4 november 1992: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
 7 november 1992: Bilthoven, Jaarvergadering/Studiedag NVvW;
 zie blz. 28 t/m 32 van dit nummer.

Inhoud

Inhoud 1

Bij het begin van de 68e jaargang 2

Ad van den Bogert: Differentiëren en DERIVE 3

Henk Huysmans, Henk Mulder: Pythagoras 6

Gerrit van den Heuvel: Het i-traject: wiskunde in de basisvorming voor zwakke leerlingen 6

Mededelingen 11, 19, 26, 32

Frans Bouman: Begrijpen op termijn 12

R. Reyenga: Het eerste eindexamen wiskunde B havo 13

Zwaantje Warmelink: Het eerste examen wiskunde A havo 14

Werkbladen 16

Truus Dekker: "Hier durf ik het land wel mee in!" 18

Bram Lagerwerf: Bruikbare wiskunde 20

40 jaar geleden 23

Recreatie 27

Jaarvergadering/Studiedag 1992 28

Joop van Dormolen: Programma Studiedag 29

Kalender 32

Adressen van auteurs

P.J. van Albada, Dennenlaan 32,
3739 KP Hollandsche Rading

A.E. van den Bogert, Schijflaan 19,
2625 KG Delft

F. Bouman, A 100,
2975 BE Ottoland

G.H. Dekker, Grote Molensteeg 1,
1135 XL Edam

J. van Dormolen, Kapteijnlaan 105,
3571 XN Utrecht

G. van den Heuvel, p.a. SLO, Postbus 2041,
7500 CA Enschede

A. Lagerwerf, Dwarsweg 52,
3702 XC Zeist

R. Reijenga, Ubbe van Houtenwei 40,
8915 JZ Leeuwarden

Z.E. Warmelink, Jan Steenstraat 11,
8932 EA Leeuwarden