

Wolters-Noordhoff

Orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraars

Vakblad voor de wiskundeleraar

Euclides

816
357
492

jaargang 66 1990 | 1991 juni

Redactie

Drs H. Bakker
Drs R. Bosch
Drs J. H. de Geus
Drs M. C. van Hoorn (hoofdredacteur)
N. T. Lakeman (beeldredacteur)
P. E. de Roest (secretaris)
Ir. V. E. Schmidt (penningmeester)
Mw. Drs A. Verweij (eindredacteur)
A. van der Wal

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 9 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter Dr. J. van Lint, Spiekerbrink 25,
8034 RA Zwolle, tel. 038-53 99 85.
Secretaris Drs J. W. Maassen, Traviatastraat 132,
2555 VJ Den Haag.
Penningmeester en ledenadministratie F. F. J. Gaillard,
Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-65 32 18. Giro:
143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam.

De contributie bedraagt f55,- per verenigingsjaar;
studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de
V.V.W.L. f37,50; contributie zonder Euclides f30,-.
Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met
vermelding van evt. gironummer) aan de penningmeester.
Opzeggingen vóór 1 juli.

Inlichtingen over en opgave voor deelname aan de
leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan
F. M. W. Doove, Severij 5, 3155 BR Maasland.
Giro: 1609994 t.n.v. NVvW leesportefeuille te Maasland.

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij
drs M. C. van Hoorn, Noordersingel 12,
9901 BP Appingedam. Zij dienen machinaal geschreven te
zijn en bij voorkeur te voldoen aan:

- ruime marge
- regelafstand van 2
- 48 regels per kolom
- maximaal 47 aanslagen per regel
- liefst voorzien van (genummerde) illustraties
- die gescheiden zijn van de tekst
- aangeleverd in zo origineel mogelijke vorm
- waar nodig voorzien van bijschriften

De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos
5 exemplaren van het nummer waarin het artikel is
opgenomen.

Abonnementen niet-leden

Abonnementsprijs voor niet-leden f58,00. Een collectief
abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement f37,00.
Niet-leden kunnen zich abonneren bij:

Wolters-Noordhoff bv, afd. Verkoopadministratie,
Postbus 567, 9700 AN Groningen, tel. 050-22 68 86.
Giro: 1308949.

Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen
tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen.

Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend
nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag
leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag.
Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde
van de jaargang te worden doorgegeven.

Losse nummers f9,50 (alleen verkrijgbaar na vooruit-
betaling).

Advertenties

Advertenties zenden aan:
ACQUIT MEDIA, Postbus 2776, 6030 AB Nederweert.
Tel. 04951-2 65 95. Fax. 04951-2 60 95.

● Inhoud ● ● ● ● ●

Actualiteit 258

Huub Jansen *Wiskunde 12-16 nader bekeken*
De schriftelijke reacties op het conceptexamenprogramma van de zeven werkgroepen die na de regionale bijeenkomsten over W 12-16 zijn gevormd. Ook enkele individuele leraren en vaksecties leverden commentaar.

Mededeling 263

Bijdrage 264

Heleen Verhage, Monica Wijers *Uitkomsten enquête regionale bijeenkomsten* 264

Tabellen en kruistabellen geven een indruk van wie er in het najaar van 1990 bij was en wat men vond. En maken nieuwsgierig naar meer: hoe ziet bij voorbeeld de kruistabel 'Eens met richting – leeftijd' eruit?

F. M. Vriesendorp *Een onderzoekje naar pythagorische drietallen* 269

Het in beeld brengen van de resultaten van 'haakjes verdrijven' zette de auteur op het spoor van wat hij zocht: de wiskunde achter een eerder in Euclides beschreven algoritme.

Verschenen 271

Werkbladen 272

Bijdrage 274

Truus Dekker *Examen Ibo/mavo C/D 1991, experimenteel (9)* 274

Een toelichting op de werkbladen. De opgaven zijn gekozen uit een oefenexamen Ibo/mavo.

Jeanette Lubbers, Jan Muthert *Cijferen of ontcijferen* 275

Over de talige struikelblokken van wiskunde A. Aan de hand van voorbeelden wordt duidelijk gemaakt welke aspecten van het taalgebruik in de examens een probleem vormen voor anders-talige leerlingen. De auteurs laten zien dat het mogelijk is om dezelfde contextrijke opgaven zó te formuleren dat geen onnodige taalbarrières opgeworpen worden.

40 jaar geleden 284

De reststelling

Brief 285

Gerrit L. de Bruijn *Nogmaals de wijzers van de klok*

Mededelingen 285

Recreatie 286

Verenigingsnieuws 287

Jaarvergadering/Studiedag 1991 287

De nieuwe bestuurskandidaten worden voorgesteld. Verder aandacht voor de studiedag die dit jaar gaat over: toetsen.

Bericht van de penningmeester 288

Kalender 288



We willen graag drie gebieden betegelen...

► Wiskunde 12-16 nader bekeken

Huib Jansen

Inleiding

In het najaar van vorig jaar hebben zo'n 1200 wiskundeleraren deelgenomen aan de regionale bijeenkomsten waarin het concept-examenprogramma mavo/lbo C/D en voorbeelden uit het nieuwe wiskundeprogramma 12-16 ter discussie werden gesteld.

Op initiatief van het bestuur van de NVvW zijn daarna in Alkmaar, Borculo, Buinen, Diemen, Etten-Leur, Nuenen en Zwolle werkgroepen gevormd om het concept-examenprogramma nader te bestuderen en van commentaar te voorzien. Ook een aantal individuele leraren en vaksecties van scholen hebben zich na de regionale bijeenkomsten over het examenprogramma gebogen en daarop schriftelijk gereageerd.

In dit artikel worden de belangrijkste punten uit de binnengekomen reacties op een rijtje gezet ter informatie van het team W12-16 maar óók om groepen of individuele leraren te inspireren alsnog op de nieuwe voorstellen te reageren. Vooraf echter de opmerking dat het aantal leraren dat tot nu toe schriftelijk commentaar heeft geleverd, beperkt is. In totaal zijn zo'n 60-tal leraren betrokken geweest bij het opstellen van reacties op het voorgestelde

examenprogramma. Een andere, inleidende opmerking betreft de werkwijze van de werkgroepen die de aandacht hebben gericht op verschillende aspecten van de nieuwe voorstellen. Dit heeft er toe geleid dat bepaalde veranderingen die door één of meer werkgroepen worden afgewezen of ondersteund door andere werkgroepen niet in beschouwing zijn genomen. Het gevaar van overwaardering van de mening van een enkele werkgroep is daarbij niet denkbeeldig.

Een eerste indruk

Het eerste wat opvalt bij lezing van de binnengekomen reacties is het verschil in waardering voor de voorgestelde veranderingen. Door een aantal werkgroepen wordt het nieuwe wiskundeonderwijs zoals tot nu toe door het team W12-16 ontwikkeld, een verbetering genoemd ten opzichte van het huidige programma *dat leidt tot veel nadoen en weinig begrip*, maar er zijn ook werkgroepen en vaksecties die voorstellen om het bestaande examenprogramma te handhaven of alleen op detailpunten te wijzigen. Het algemene beeld valt misschien het best te omschrijven met *positief maar kritisch*.

Door de werkgroep Nuenen wordt dit als volgt geformuleerd: 'Wij zijn het eens met de veranderingen, maar met het voorgestelde programma dreigt het gevaar dat het programma té idealistisch wordt en dat men té veel wil.' En zij voegt daaraan toe: 'Vernieuwing van het wiskundeonderwijs is een goede zaak als een goed evenwicht kan worden gevonden tussen vernieuwende en traditionele wiskunde. De aansluiting met het vervolgonderwijs moet zonder al te veel problemen kunnen verlopen.'

De vaksectie van de Stedelijke Scholengemeenschap in Zutphen wijst op de problemen die kunnen ontstaan als het nieuwe programma gelijktijdig met de basisvorming wordt ingevoerd: 'Wij willen niet strikt vasthouden aan het huidige programma. De weg die is ingeslagen met een meer wiskunde A-achtige aanpak juichen wij toe. De herwaardering van het rekenen doet ons deugd. Maar als de basisvorming doorgaat, komt er veel op het veld af, zodat de aandacht voor een omgeploegd wiskunde-

pakket wel eens een lage prioriteit zou kunnen krijgen.’

In hoeverre de kritiek op de voorstellen wordt bepaald door de schoolsoort waarin men werkzaam is – vwo/havo, mavo of lbo –, valt uit de binnengekomen reacties niet goed af te leiden. We weten echter dat binnen de heterogeen samengestelde werkgroepen – van lbo tot en met vwo – meestal een gezamenlijk standpunt werd bereikt na uitvoerige discussies over de (on-)mogelijkheden van elkaars leerlingen.

Aansluiting

In bijna alle reacties wordt de aansluiting op het vervolgonderwijs en met name op mto en havo-b als een punt van kritiek naar voren gebracht. Velen zijn bevreesd dat vooral het leren en inoefenen van wiskundige vaardigheden in het nieuwe programma verdwijnt of onvoldoende aandacht krijgt. Enkele uitspraken die hierop wijzen zijn: minder letterrekenen dupeert de leerlingen in hun vervolgstudie; met dit programma wordt een onvoldoende basis gelegd voor het volgen van verdere wiskunde; het aanleren van wiskundige routines moet geleidelijk gebeuren, kost veel tijd en inspanning en kan niet in de bovenbouw even snel worden ingehaald. Een werkgroep is van mening dat in de voorstellen sprake is van een negatieve instelling ten opzichte van algoritmen en standaardoplossingen en vraagt zich af: mogen we onze leerlingen geen gereedschap meer meegeven om een ‘huis’ te bouwen?

Tegenover de eis van aansluiting op het vervolgonderwijs kan een uitspraak geplaatst worden waarin de zelfstandigheid van het wiskundeonderwijs in de onderbouw van het voortgezet onderwijs wordt benadrukt: het wiskundeonderwijs moet zich richten op alle leerlingen waarvoor wiskunde eindonderwijs is.

Doelstellingen

Minstens zo fundamenteel zijn opmerkingen waarin de algemene doelstellingen van het wiskundeon-

derwijs aan de orde worden gesteld: in de onderbouw is niet alleen intuïtieve, maar ook deductieve en kwantitatieve wiskunde nodig; wiskunde is niet alleen dienstverlenend, maar stelt ook eigen eisen, bijvoorbeeld ten aanzien van het deductief redeneren; er is ook behoefte aan eenvoudige wiskundige redeneringen en bewijzen; een leerling heeft niet alles zelf (weer) uit te vinden en het gaat om wiskunde die relevant is ook voor leerlingen waarvoor wiskunde eindonderwijs is.

Het zijn opmerkingen waarin de uitgangspunten en doelstellingen van het nieuwe wiskundeonderwijs ter discussie worden gesteld.

De werkgroep Borculo wijst op het spanningsveld tussen de opvatting dat wiskunde een *open systeem* is en de noodzaak om een eenduidig examenprogramma te formuleren. Men pleit daarom voor het opstellen van zo concreet mogelijke kerndoelen en examenprogramma's zodat de wiskunde voor de leerlingen *leerbaar* en voor de docenten/examenmakers *toetsbaar* blijft.

Overige kritiek

Andere punten van kritiek betreffen vooral het werken met en vanuit contexten, de omvang en vaagheid van het nieuwe programma, de mate van verandering en de hoge eisen die het nieuwe programma aan de leraren stelt. Bij dit laatste punt wordt gewezen op de noodzaak om het onderwijsleerproces anders te organiseren en op de inspanning en creativiteit die van leraren gevraagd zal worden om zelf opgaven en toetsen te ontwerpen. Overigens wordt in een van de verslagen opgemerkt dat de geuite kritiek niet betekent dat men de voorgestelde veranderingen afwijst.

Andere aspecten

Een opvallend punt is het veelal ontbreken van reacties op een aantal aspecten waarover het team W12-16 nadrukkelijk de mening van het veld heeft gevraagd, zoals het onderscheid in C- en D-programma, de plaats en inhoud van het schoolonderzoek en het gebruik van de formulekaart tijdens het

examen. Over de examenvorm kunnen we kort zijn. 'Het verdwijnen van meerkeuze-opgaven op het examen zou door ons worden toegejuicht,' schrijft de werkgroep Zwolle en dit standpunt wordt ook door andere werkgroepen ondersteund.

A/B-niveau

In de meeste verslagen wordt géén of maar weinig aandacht besteed aan het programma op A/B-niveau. Begrijpelijk omdat het ontwikkelen van een dergelijk programma niet tot de opdracht van het team W12-16 behoort. Toch wordt in een enkele reactie er op gewezen dat het C/D-examenprogramma niet zonder meer *vertaald* mag worden naar een A/B-programma, omdat daarvoor een ander programma nodig is. Een programma gericht op de beroepsvoorbereiding van deze leerlingen en met onderwerpen als praktisch rekenen, meetkundige oriëntatie en elementen uit informatie en modellen. In een andere reactie wordt gesteld dat een A/B-programma rekening moet houden met vakken als natuurkunde, mechanica, vaktheorie en vaktekenen en gericht moet zijn op het praktisch nut voor een vervolgopleiding en het maatschappelijk functioneren van de leerlingen.

Zakrekenmachine en computer

Het gebruik van zakrekenmachine of computer is nauwelijks een punt van discussie geweest, al zijn er werkgroepen die er op wijzen dat de scholen nog over te weinig computers en goede software beschikken om in het wiskundeonderwijs te gebruiken.

Opgemerkt wordt dat het gebruik van de rekenmachine vooral voor het lbo een grote verandering zal betekenen omdat de rekenmachine daar nu pas in het derde leerjaar boven tafel komt. De sectie wiskunde van het Buys Ballpt-College te Goes merkt op: 'Het gebruik van de zrm beoordelen we positief, maar daarvoor is wel een goede methode onontbeerlijk.'

Vaagheid

In de laatste opmerking klinkt door dat het beoordelen van de voorgestelde veranderingen erg moeilijk is als veel materiaal nog in ontwikkeling is. Dit blijkt ook uit opmerkingen als: 'het voorgestelde programma is te vaag,' óf 'nodig is een duidelijker beeld van de nieuwe wiskunde.' Hierbij wordt overigens voorbijgegaan aan de summiere omschrijving van het huidige examenprogramma en de vele voorbeelden die het nieuwe examenprogramma illustreeren.

Dat een definitieve beoordeling van het examenprogramma pas mogelijk is na verdere uitwerking wordt door de werkgroep Borculo als volgt verwoord: 'Het voorbeeldlesmateriaal is té fragmentarisch en hier en daar té onvoldragen om een gedetailleerd beeld te geven.' De werkgroep Naaldwijk merkt hierover op: 'De beschrijving is dermate vaag dat zelfs voor een vakman onduidelijk is welk deel van de oude leerstof gehandhaafd blijft.' Erg kritisch op dit punt is de sectie wiskunde van de Stedelijke Scholengemeenschap in Zutphen: 'Wij zijn getroffen door de vaagheid van het programma. Uiteraard is ons bekend dat ook de huidige programma's niet uitblinken door volledigheid, maar daarin vind je in ieder geval nog de onderwerpen terug die, al dan niet diepgaand, aan de orde moeten komen. In het nu voorgelegde programma wordt geen enkele serieuze poging ondernomen om tot een stofomschrijving te komen.'

Lesuren

Veel opmerkingen worden gemaakt over zaken die voor de invoering van het nieuwe wiskundeonderwijs van groot belang zijn, maar waarmee het team W12-16 géén of maar beperkte bemoeienis heeft. De invoering van de basisvorming behoort daartoe en ook het aantal lesuren wiskunde. In verschillende reacties wordt er op gewezen dat voor hetzelfde wiskunde-examen de mavo-leerlingen in het algemeen méér lesuren wiskunde krijgen dan lbo-leerlingen. De werkgroep Alkmaar wijst er bovendien op dat niet alleen de uitbreiding van de leerstof, maar ook de grotere nadruk op het verwerven van inzicht meer tijd dus meer lesuren vereist.

Nascholing

Over de noodzaak van een goede en tijdige nascholing zijn de meningen unaniem in de werkgroepen: liefst niet geheel in de vrije tijd en door ervaren docenten die de onderwijspraktijk door-en-door kennen.

‘In de nascholing dienen vakinhoudelijke aspecten, de didactiek en praktische vaardigheden als het samenstellen van toetsen elkaar op een motiverende wijze af te wisselen,’ is de wens van een andere werkgroep.

Leerstof

In veel reacties wordt gevraagd naar een nadere aanduiding van de leerstof uit het huidige programma die in het nieuwe programma verdwijnt dan wel gehandhaafd blijft. In sommige reacties wordt nadrukkelijk gevraagd om een nadere argumentatie wáárom bepaalde leerstof moet verdwijnen.

Contexten

Een van de meest in het oog springende veranderingen in het nieuwe wiskundeonderwijs is het gebruik van contexten. In de verslagen wordt hierop veelvuldig ingegaan. Soms in positieve zin zoals blijkt uit uitspraken als: ‘vanuit contextervaringen kunnen de leerlingen andere technieken leren’ of ‘contextopgaven moeten een belangrijke rol gaan spelen in het wiskundeonderwijs.’ Meer terughoudendheid blijkt uit reacties als: meer contextrijke en toegepaste wiskunde is goed, maar niet zeker is of de leerlingen daardoor meer gemotiveerd zullen worden en ook niet of daardoor meer inzicht ontstaat; contextrijke wiskunde en toegepaste wiskunde prima, maar dit mag geen doel op zich worden. Daarnaast zijn er opmerkingen die de problemen benadrukken die de leerlingen bij het omgaan met contexten zullen ervaren: téveel leeswerk en té moeilijk voor taalzwakke leerlingen; contextopgaven leveren de gemiddelde, slecht lezende mavo-leerling veel problemen op; het (té veel) werken met en vanuit contexten is niet in het belang van

mavo/lbo-leerlingen; contextopgaven leiden meer tot tekstverklaring dan tot wiskunde en daardoor zullen taalzwakke en allochtone leerlingen niet aan de wiskunde toekomen.

Soms worden hierbij ook de problemen voor de docenten en auteurs van leerboeken gesignaleerd: het ontwerpen en maken van goede contextrijke opgaven is moeilijk en tijdrovend; in hoeverre contextrijk wiskundeonderwijs problemen zal gaan opleveren, valt nu nog niet te overzien, maar het vereist wel een andere houding van de docent.

Hier komt dus naar voren dat het werken met en vanuit contexten niet vanzelf leidt tot beter wiskundeonderwijs. Door één van de werkgroepen wordt hier aan toegevoegd: ‘niet alleen intuïtieve en kwalitatieve wiskunde, maar óók deductieve en kwantitatieve wiskunde.’

Rekenen

Veel aandacht krijgt het leerstofgebied rekenen in de binnengekomen reacties. Een belangrijk punt van kritiek is daarbij de voorgestelde tijdsindeling voor de verschillende onderdelen, t.w. rekenen 20%, algebra 30%, meetkunde 25%, informatie en modellen 15% en geïntegreerde wiskundige activiteiten (GWA) 10%. De werkgroep Alkmaar ziet de noodzaak in om het voortgezet rekenen als onderdeel in het examenprogramma op te nemen, maar stelt dat daarvoor slechts 10% van de beschikbare tijd ingeruimd moet worden en dat verder rekenen geïntegreerd dient te worden in de andere onderdelen. Een reactie die ook in andere verslagen doorklinkt. De werkgroep Etten-Leur echter is van mening dat rekenvaardigheden in het voortgezet onderwijs onderhouden dienen te worden, maar rekenen moet geen apart onderdeel worden.

Dat de rekenvaardigheid van de leerlingen die uit het basisonderwijs komen te wensen overlaat en bovendien sterk verschilt, is een probleem waar alle wiskunde- en andere(!) leraren in het voortgezet onderwijs mee te maken hebben en is dan ook een klacht die door velen wordt geuit. Door een enkele werkgroep wordt daar aan toegevoegd dat door het opnemen van rekenen als een afzonderlijk examenonderdeel het gevaar dreigt dat de basisschool (te) veel rekenstof overlaat aan of verschuift naar het



vervolgonderwijs. In enkele reacties wordt daarom gepleit voor een betere aanduiding van de rekenleerstof die op het eind van het basisonderwijs beheerst dient te worden. Wellicht dat de invoering van eindtermen basisonderwijs daarvoor een oplossing biedt.

De werkgroep Borculo wijst erop dat inmiddels voor het basisonderwijs een nieuwe breukendidactiek is ontwikkeld. In de nascholing dienen de docenten geïnformeerd te worden hoe dit in de nieuwe rekenmethoden is uitgewerkt.

In een enkele reactie wordt gepleit voor het aangeven van een duidelijker structuur in de rekenleerstof en heel expliciet stelt de werkgroep Alkmaar dat het berekeningen uitvoeren met een groefactor en met negatieve exponenten niet in het programma opgenomen moeten worden. Een andere werkgroep wijst er daarentegen op dat groefactor en groeipercentage alledaagse begrippen zijn waarvan opname in het examenprogramma afhangt van de diepgang waarop deze begrippen aan de orde zullen komen.

Algebra

Voor al het onderdeel algebra ontmoet kritiek vanuit de overweging dat het voorstel niet aansluit bij het vervolgonderwijs. Er wordt daarom gepleit voor het inruimen van meer tijd voor algebra en het aanleren van technische vaardigheden. 'Het trainen van technieken blijft belangrijk en zal meer tijd vragen,' merkt de werkgroep Etten-Leur op en vanuit Nuenen wordt daar aan toegevoegd dat minder letterrekenen de leerlingen bij hun vervolgonderwijs zal duperen. Het kunnen ontbinden in factoren wordt expliciet genoemd en ook noodzakelijk geacht voor het kunnen bepalen van snijpunten van grafieken evenals het kunnen oplossen van tweedegraads vergelijkingen in verband met natuurkunde. Het werken met de vorm $y = ax^2$ wordt wél, maar met $y = ax^n$ wordt in een reactie niet van belang geacht.

Meetkunde

De grotere aandacht in het concept examenprogramma voor ruimtemeetkunde wordt in verschillende reacties toegejuicht. 'Ruimtemeetkunde moet als uitgangspunt genomen worden, ook voor de vlakke meetkunde en niet omgekeerd,' vermeldt een werkgroep. Evenals voor algebra dient ook voor meetkunde méér plaats in het programma te worden ingeruimd, is de mening van verschillende werkgroepen. Daarbij wordt echter de kanttekening geplaatst dat er behoefte is aan een duidelijke leerstofopbouw – een meetkundelij – in het programma. Verschillende werkgroepen vinden dat de sinus- en cosinusregel niet uit het programma mogen verdwijnen.

Door Van Sprundel, een kritische maar actieve collega uit Breda, wordt de noodzaak om ook driedimensionale coördinaten en andere vormen van regelmaat in het programma op te nemen niet ingezien. Daartegenover bepleit hij om translaties wel in het programma op te nemen.

In enkele reacties wordt de vraag gesteld hoe goniometrische verhoudingen moeten worden geïntroduceerd. Een antwoord op deze vraag hoort niet thuis in een examenprogramma maar in het leerplan van de school. Veel werkgroepen echter vinden het onderdeel goniometrie te vaag.

Het verdwijnen van puntverzamelingen uit het programma wordt in de verschillende commentaren zowel positief als negatief beoordeeld. Dit in tegenstelling tot vectoren. Vectoren en het kunnen optellen van vectoren is van belang voor natuurkunde en ook bij translaties, wordt vanuit verschillende werkgroepen gemeld.

Eén werkgroep vindt dat het zwaartepunt van de meetkunde in de eerste twee leerjaren moet liggen en dat in de volgende jaren meer gedifferentieerd moet worden anders is het programma te mager voor vwo/havo en te lastig voor het lbo.

Informatie en modellen

Veel kritiek ontmoet het nieuwe onderdeel informatie en modellen. In het algemeen is men van mening dat daarvoor téveel tijd wordt ingeruimd. Een mode-onderwerp waarop bezuinigd kan wor-

den, is een duidelijke reactie evenals de opmerkingen: prima voor de algemene ontwikkeling, maar géén wiskunde; wij zijn bang dat het een aparte cultus gaat worden zonder dat het in samenhang met andere onderwerpen zal functioneren. De sectie wiskunde van de Stedelijke Scholengemeenschap in Zutphen heeft een duidelijke opvatting over het onderwerp grafen: overgewaardeerd, zeker voor toekomstige havo/vwo-leerlingen die dit in een later stadium zich gemakkelijker eigen kunnen maken.

De werkgroep Borculo wijst er op dat het opzetten van een plan voor het verzamelen van gegevens van de leerlingen een zekere vaardigheid vereist. Expliciete aandacht voor dit aspect is gewenst. Zij voegt er aan toe dat de begrippen modus en mediaan in wiskundig opzicht niet veel waarde hebben, maar we missen de begrippen frequentie, frequentietabel en klasse-indeling. Nieuwe onderwerpen als steelbladdiagrammen en box-plot kunnen niet ieders goedkeuring wegdragen, zo blijkt uit verschillende reacties.

De werkgroep Zwolle vindt informatie en modellen een uiterst zinvol onderwerp, maar is wel bevreesd dat de aandacht voor dit onderwerp te groot wordt in verhouding tot de andere onderwerpen.

Tot besluit

In deze beknopte samenvatting zijn uiteraard niet alle binnengekomen reacties weergegeven. Zo ontbreekt het verslag van een experiment door een van de leden van de werkgroep Borculo die één van de experimentele examens uit de Examenbundel 1990 van het team W12-16 aan zijn leerlingen heeft voorgelegd. Ook andere opmerkingen zoals over de noodzaak van een stapsgewijze invoering zijn niet aan bod gekomen. De opmerking echter – wederom van de werkgroep Borculo die een zeer uitvoerig rapport heeft opgesteld! – dat het belangrijk is dat de NVvW de leden blijft stimuleren om mee te denken over de ontwikkelingen van het wiskundeonderwijs, willen we de lezer tot besluit niet onthouden.

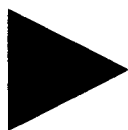
Over de auteur:

Huub Jansen is secretaris VALO W/I.

Met dank aan Agneta Aukema-Schepel voor het kritisch doorlezen van deze tekst.

GWA

Het nieuwe fenomeen Geïntegreerde Wiskundige Activiteiten dat o.a. in de 'W12-16 Special' van de Nieuwe Wiskrant naast de vier leerstofgebieden werd geïntroduceerd, is in het concept-examenprogramma niet als een afzonderlijk leerstofgebied opgenomen. Begrijpelijk omdat het niet gaat om leerstof, maar om activiteiten waarin de leerlingen hun wiskundige kennis kunnen leren toepassen in allerlei praktische probleemsituaties. In de meeste commentaren wordt op de introductie van GWA dan ook niet nader ingegaan. Vanuit Naaldwijk echter wordt GWA een leuk idee genoemd, maar men vindt de keuze van geschikte onderwerpen moeilijk en niet haalbaar zonder extra voorzieningen. Door de werkgroep Borculo wordt het doel van geïntegreerde wiskundige activiteiten onderschreven, maar óók gepleit voor het ontwikkelen van goed voorbeeldmateriaal.



Mededeling

Bezemjaar wiskunde havo

Citaat uit Uitleg van 14 maart 1990:

'1992

Alle scholen voor dagonderwijs laten examen afleggen in de vakken wiskunde A en wiskunde B, dus op basis van de nieuwe programma's. Daarnaast is er voor het laatst gelegenheid om examen te laten doen in het vak 'wiskunde', dus op basis van het oude programma. Dit examen, ook wel bezemexamen genoemd, is bedoeld voor leerlingen die in 1991 met het vak 'wiskunde' in hun pakket zijn gezakt. Bij dit examen zullen geen vragen gesteld worden over de onderwerpen kansrekenen, statistiek, de cirkel, de parabool en puntverzamelingen.'

► **Uitkomsten enquête regionale bijeenkomsten**

Heleen Verhage en Monica Wijers

In het najaar van 1990 heeft de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (NVvW) op 10 plaatsen steeds 2 regionale bijeenkomsten georganiseerd over de veranderingen in het wiskundeonderwijs in de eerste fase van het voortgezet onderwijs. Tijdens de tweede bijeenkomst is er in alle tien de plaatsen onder de deelnemers een enquête afgenomen. Deze enquête werd opgesteld door enkele leden van het team W12-16. Bedoeling was om op deze manier informatie te krijgen over: de aanwezige groep docenten, over de mate van waardering voor de opzet en de inhoud van de bijeenkomsten en voor de Wiskrant special, over de mate van instemming met de veranderingen en over de wensen voor een volgende ronde regionale bijeenkomsten en voor de nascholing. In de volgende paragrafen worden de resultaten besproken.

Resultaten

De opkomst

Van de bijeengekomsten zijn de precieze deelnemersaantallen niet bekend. Op basis van de gegevens van de NVvW is er wel een nauwkeurige schatting gemaakt, zie tabel 1. De deelnemersaan-

tallen op de tweede bijeenkomst waren lager, gemiddeld was de opkomst ongeveer 80% van de eerste keer. Dit getal vindt u tussen haakjes. Uit de enquête bleek dat 9% van de deelnemers aan de tweede bijeenkomst niet op de eerste was geweest. In de laatste kolom van de tabel is het aantal ingevuld ontvangen enquêteformulieren opgenomen.

Op basis van deze cijfers blijkt de gemiddelde respons op de enquête ruim 70% te zijn.

Tabel 1 Deelnemersaantallen

plaats	1e	2e	enquête
Alkmaar	100	(80)	49
Arnhem	150	(120)	81
Eindhoven	135	(108)	96
Goed	50	(40)	35
Groningen	90	(72)	48
Leeuwarden	70	(56)	37
Utrecht	190	(152)	118
Rotterdam	130	(104)	71
Sittard	55	(44)	31
Zwolle	110	(88)	67
Totaal	1080	(864)	633

De groep aanwezige docenten

Veel docenten zijn werkzaam in méér dan één schooltype. Bij de vraag naar schooltype konden maximaal twee mogelijkheden aangekruist worden. In tabel 2 vindt u de twee keuzen in de eerste en tweede kolom. De derde kolom bevat de som van de aantallen uit kolom 1 en 2.

Uit deze tabel is niet meer af te lezen welke combinaties van schooltypen aangekruist zijn. Uit de laatste regels blijkt dat ongeveer 60% van de onder-vraagden voornamelijk op één schooltype lesgeeft.

We hebben op basis van de gegevens een nieuw onderscheid aangebracht tussen enerzijds typisch lbo/mavo-docenten en anderzijds typisch havo/vwo-docenten. Er blijft dan nog een derde groep over van mensen die niet in een van deze beide groepen zitten. Om bij de lbo/mavo groep te horen moet iemand beide keuzen maken in de categorieën ibo/lbo/mavo (in geval er slechts één mogelijkheid is aangekruist moet deze ook in een van die categorieën vallen). Een zelfde criterium geldt voor de

havo/vwo groep; hiervoor moeten de beide (of de enige) keuze(n) gemaakt zijn in de categorieën onderbouw h/v en/of bovenbouw h/v. Dit levert de verdeling van tabel 3.

Tabel 2 Verdeling deelnemers over schooltypen

schooltype	1e	1e	1e + 2e
ibo	41	0	41
lbo	89	35	124
mavo	317	35	352
heterogene onderbouw	33	44	77
havo/vwo onderbouw	76	77	153
havo/vwo bovenbouw	39	58	97
mbo	16	7	23
anders	5	1	6
niet van toepassing	9	0	9
niets ingevuld	8	376	384
totaal	633	633	

Tabel 3 Verdeling over categorieën schooltypen

categorie	abs.	in %
typisch lbo/mavo	331	(52%)
typisch havo/vwo	111	(18%)
overig	191	(30%)
totaal	633	(100%)

De groep respondenten bestond uit 515 mannen (82%) en 112 vrouwen (18%). De verdeling over verschillende leeftijdsgroepen was als in tabel 4.

Tabel 4 Verdeling over leeftijdsgroepen

leeftijd	abs	in %
< 30	74	(12%)
30 - 39	208	(34%)
40 - 49	252	(39%)
50 +	99	(15%)
totaal	633	(100%)

Tenslotte hebben we de verdeling over de leeftijdsgroepen gekruist met de verdeling van de deelnemers over de categorieën schooltypen. Het resultaat is weergegeven in tabel 5.

Tabel 5 Leeftijd – schooltype

leeftijd	schooltype	
	mavo/lbo	havo/vwo
< 30	8%	9%
30 - 39	29%	40%
40 - 49	42%	39%
50 +	21%	12%
totaal	100%	100%
	(n = 331)	(n = 111)

Er blijken geen grote verschillen te zijn in leeftijdsopbouw tussen lbo/mavo en havo/vwo. De havo/vwo-respondenten zijn gemiddeld iets jonger dan de lbo/mavo-respondenten.

Waardering van bijeenkomsten en plannen

De vragen hierover hebben allemaal betrekking op de regionale bijeenkomsten zelf en op de Nieuwe Wiskrant-special. In één van de vragen werd de deelnemers naar hun mening gevraagd over de richting waarin de veranderingen gaan. Deze vraag wordt in de volgende paragraaf gekruist met enkele andere. Hier volstaan we met het geven van een overzicht per vraag van de resultaten. Deze zijn weergegeven in procenten, zie tabel 6. De globale resultaten volgen uit de gedetailleerde door de aantallen van twee linker hokjes samen te nemen (dit wordt 'nee') en de twee rechter (dit wordt 'ja').

Commentaar op tabel 6: in het algemeen lijkt men tevreden over de geboden informatie. Zowel over de bijeenkomst als over de wiskrant-special is men overwegend positief. Iets minder tevreden is men over de antwoorden op de gestelde vragen en over het beeld van het concept-examenprogramma. Met de richting van de veranderingen is 59% het in grote lijnen eens, 41% is dit niet. Deze vraag wordt nader bekeken in de volgende paragraaf.

Het vervolg

Het vervolg, dat zijn zowel de volgend jaar te houden regionale bijeenkomsten als de nascholing. Van de ondervraagden zegt 75% in principe van plan te zijn de volgende regionale bijeenkomsten bij te wonen, 2% is dit niet van plan en de resterende 22% weet dit nog niet.

Wat betreft de nascholing stelt men zich wat af-

wachtender op: 56% is van plan hieraan deel te nemen, 6% is dit niet van plan en 38% weet het nog niet.

Tijdens de bijeenkomsten en ook op de enquêteformulieren sprak een aantal mensen zorg uit met betrekking tot de organisatie van de nascholing. Samengevat kwam het erop neer dat men hoopte ruim vóór de invoering van het nieuwe programma nascholing te kunnen volgen. Deze nascholing zou dan bij voorkeur niet uitsluitend in eigen tijd gevolgd moeten worden. Er werd gevraagd om faciliteiten van de overheid en (meer) medewerking van uit de scholen.

Eén vraag bood de mogelijkheid een aantal onderwerpen aan te geven waarover men op de volgende bijeenkomsten meer informatie wenste te ontvangen. Per onderwerp is het aantal keren dat het is aangekruist opgeteld. Deze aantallen vindt u in tabel 7 omgezet in procenten. De onderwerpen staan in volgorde geordend van de meeste naar de minste voorkeur.

Bij 'anders' werden onder meer de volgende onderwerpen genoemd:

- Didactiek en organisatie: inrichting lessen; uitwerking in de praktijk; differentiatiemogelijkheden; consequenties voor de docent; leerlingenvolgsysteem.

- Leerstof: verhouding oude en nieuwe programma; stand van zaken bij de uitgevers; samenhang met andere vakken; de grote lijn/de opbouw; oefening en training; samenhang met eindtermen en basissvorming.

- Niveaus en speciale groepen: A/B-leerlingen en programma; H/V-programma; volwasseneneducatie.

- Toetsen en examens: Alternatieve toetswijzen: beoordeling; toetsconstructie.

- Na- en bijscholing.

Tabel 7 Wensen t.a.v. verdere informatie

onderwerp	in %	abs.
aansluitingsproblematiek	22%	(386)
ervaringen op proefscholen	18%	(332)
wijze van invoering	18%	(314)
examenprogramma	14%	(259)
leerstof in samenhang	13%	(225)
informatie en modellen	3%	(64)
algebra	3%	(57)
rekenen	3%	(48)
meetkunde	2%	(34)
anders	4%	(66)
totaal	100%	(1785)

Uit tabel 7 blijkt dat men vooral geïnteresseerd is in zaken omtrent invoering en aansluiting. Verder is

Tabel 6 Waardering bijeenkomsten en plannen

	gedetailleerd (in %)						globaal (in %)	
	<i>nee</i>			<i>ja</i>	<i>nvt</i>		<i>nee</i>	<i>ja</i>
informatie voldoende	4	20	40	36	–	(n = 626)	24	76
informatie duidelijk	2	14	41	43	–	(n = 628)	15	85
gelegenheid tot vragen	2	5	23	67	3	(n = 628)	8	89
tevreden over antwoorden	6	15	36	27	16	(n = 614)	21	63
 goed beeld examenprogr.	 9	 26	 41	 24	 0	 (n = 614)	 35	 65
wiskrant special gelezen	19	7	14	60	–	(n = 628)	26	74
wiskrant special informatief	0	2	21	56	21	(n = 608)	2	77
wiskrant special leesbaar	0	3	26	50	21	(n = 603)	3	76
 eens met richting	 12	 29	 36	 23	 –	 (n = 606)	 41	 59

er belangstelling voor de ervaringen op de experimenteerscholen. Wat de leerstof betreft richt de interesse zich vooral op de grote lijn, de onderlinge samenhang en het examenprogramma. Uit het overzicht blijkt dat de belangstelling niet opnieuw uitgaat naar de afzonderlijke leerstofgebieden.

Enkele kruistabellen

Een centrale vraag uit de enquête is: Bent u het in grote lijnen eens met de richting? Daarom hebben we deze vraag gekruist met enkele andere vragen, namelijk:

- Op welk schooltype geeft u les?
- Was de hoeveelheid informatie voldoende?
- Heeft u een goed beeld gekregen van het concept examenprogramma?

De resultaten zijn te vinden in de tabellen 8, 9 en 10.

Tabel 8 Eens met richting – schooltype

		<i>eens met richting</i>					
		gedetailleerd (in %)				globaal (in %)	
		<i>nee</i>		<i>ja</i>		<i>nee</i>	<i>ja</i>
lbo/mavo	11 30 42 18	(n = 305)				41	60
havo/vwo	17 30 28 24	(n = 99)				47	53

Commentaar op tabel 8: de typische havo/vwo-docent scoort wat meer op uitersten (misschien het effect van hewet/hawex, men heeft al duidelijker een mening?) Globaal gesproken is de lbo/mavo-docent wat positiever dan de havo/vwo-docent. Twee mogelijke verklaringen daarvoor: we hadden de havo/vwo-docenten minder te bieden, er is zorg of het met de aansluiting wiskunde B allemaal wel goed komt.

Commentaar op tabel 9: de helft van de respondenten was over beide punten positief. Een kwart van de respondenten vindt zich voldoende geïnformeerd, maar is gewoon tegen. Van de medestanders voelt een kleiner deel zich onvoldoende geïnformeerd dan van de tegenstanders.

Commentaar op tabel 10: 18% van alle respondenten scoorde op beide aspecten negatief: een goed beeld van het examenprogramma had men niet gekregen, maar men was het er in elk geval ook niet

mee eens. 21% had wél een goed beeld gekregen van het examenprogramma, maar was het niet eens met de richting.

Tabel 9 Eens met richting – voldoende informatie

		<i>eens met richting</i>		
		<i>nee</i>	<i>ja</i>	<i>totaal</i>
<i>hoeveelheid</i>	onvoldoende	76 (13%)	60 (10%)	136 (23%)
<i>informatie</i>	voldoende	153 (26%)	291 (50%)	444 (77%)
<i>totaal</i>		229 (39%)	351 (61%)	n = 580 (100%)

Tabel 10 Eens met richting – goed beeld examenprogramma

		<i>eens met richting</i>		
		<i>nee</i>	<i>ja</i>	<i>totaal</i>
<i>beeld</i>	niet goed	104 (18%)	88 (16%)	192 (34%)
<i>examenprogramma</i>	wel goed	119 (21%)	254 (45%)	373 (66%)
<i>totaal</i>		223 (39%)	342 (61%)	n = 565 (100%)

Regionale verschillen

Het leek ons interessant om te weten of er al dan niet grote verschillen zijn tussen de verschillende plaatsen waar de bijeenkomsten zijn gehouden. Daarom hebben we de volgende vragen gekruist met de plaats van de bijeenkomst:

- Was de hoeveelheid informatie voldoende?
 - Was de verstrekte informatie duidelijk?
 - Bent u het in grote lijnen eens met de richting?
- De resultaten zijn weergegeven in de tabellen 11, 12 en 13. Uiteraard is het zaak zeer voorzichtig te zijn met het trekken van conclusies. De hogere of lagere waardering die uit de tabellen spreekt, kan zeker niet alleen op het conto van de inleiders geschreven worden. Er bestaat ook zoiets als een 'regionale sfeer', wat dat ook mag zijn, en het deel van de aanwezigen dat de enquête heeft ingevuld hoeft niet op alle plekken gelijk geweest te zijn.



Tabel 11 Informatie voldoende – plaats bijeenkomst

	informatie voldoende							
	gedetailleerd (in %)				globaal (in %)			
	nee		ja		nee		ja	
Alkmaar	4	12	37	47	(n = 49)	16	84	
Arnhem	4	25	37	35	(n = 81)	28	72	
Eindhoven	1	11	45	43	(n = 95)	12	88	
Goes	6	23	31	40	(n = 35)	29	71	
Groningen	16	29	16	40	(n = 45)	44	56	
Leeuwarden	3	14	38	46	(n = 37)	16	84	
Utrecht	8	20	43	30	(n = 117)	27	73	
Rotterdam	0	28	46	26	(n = 69)	28	72	
Sittard	6	16	48	29	(n = 31)	23	77	
Zwolle	2	16	47	36	(n = 64)	17	83	
hele groep	4	19	40	36	(n = 623)	24	76	

In tabel 11 is gewerkt met percentages om vergelijking tussen de plaatsen mogelijk te maken: In positieve zin springen Alkmaar, Leeuwarden, Eindhoven en Zwolle eruit. Opvallende hekkesluis is Groningen.

Tabel 12 Informatie duidelijk – plaats bijeenkomst

	informatie duidelijk							
	gedetailleerd (in %)				globaal (in %)			
	nee		ja		nee		ja	
Alkmaar	1	10	29	61	(n = 49)	10	90	
Arnhem	0	7	52	41	(n = 81)	7	93	
Eindhoven	0	7	34	59	(n = 94)	7	93	
Goes	9	14	20	57	(n = 35)	23	77	
Groningen	4	24	33	38	(n = 45)	29	71	
Leeuwarden	3	11	41	46	(n = 37)	16	86	
Utrecht	3	24	38	35	(n = 117)	27	74	
Rotterdam	0	9	49	42	(n = 69)	9	91	
Sittard	6	16	48	29	(n = 31)	23	77	
Zwolle	1	10	54	34	(n = 67)	12	88	
hele groep	2	13	41	44	(n = 625)	15	85	

Zie tabel 12: De beantwoording van deze vraag is over de hele linie wat positiever dan bij de vorige vraag. Kennelijk kan men het gevoel hebben onvoldoende geïnformeerd te zijn, maar datgene wat wel gezegd is toch duidelijk vinden. Duidelijke taal sprak men in Arnhem, Eindhoven, Rotterdam en Alkmaar. De boodschap is het minst duidelijk overgekomen in Groningen, Utrecht, Goes en Sittard.

Tabel 13 Eens met richting – plaats bijeenkomst

	eens met richting							
	gedetailleerd (in %)				globaal (in %)			
	nee		ja		nee		ja	
Alkmaar	16	26	35	23	(n = 43)	42	58	
Arnhem	8	24	42	26	(n = 76)	32	68	
Eindhoven	7	18	40	35	(n = 92)	25	75	
Goes	33	30	18	18	(n = 33)	64	36	
Groningen	4	38	38	20	(n = 45)	42	58	
Leeuwarden	17	31	31	20	(n = 35)	49	51	
Utrecht	13	26	36	25	(n = 106)	40	60	
Rotterdam	13	30	37	20	(n = 70)	43	57	
Sittard	7	32	29	32	(n = 28)	39	61	
Zwolle	8	33	47	12	(n = 60)	42	58	
hele groep	12	28	37	24	(n = 588)	39	61	

Commentaar op tabel 13: opvallend positief scoort hier Eindhoven, op enige afstand gevolgd door Arnhem. Uiterst negatief is Goes, terwijl de waardering voor de plannen in Leeuwarden ook niet al te best is.

Wanneer we de tabellen combineren, blijkt dat Eindhoven er steeds positief uitspringt. Er blijkt ook dat een goede bijeenkomst (bijv. Alkmaar) nog geen hogere waardering voor de programmavoorsstellen hoeft op te leveren dan een matige bijeenkomst (bijv. Groningen).

Relativering

Wellicht ten overvloede tot slot enkele relativerende opmerkingen: de uitkomsten van de enquête hebben alléén betrekking op de personen die de enquête hebben ingevuld en zeggen dus niets over de 'wiskundedocent in het algemeen'. De verzamelde gegevens zijn aanvullend ten opzichte van de op andere wijze verzameld materiaal (verslagen e.d.) en hebben niet de pretentie de bijeenkomsten volledig te evalueren of een meningspeiling onder docenten over wiskundeonderwijs te zijn.

Over de auteurs:

Heleen Verhage en Monica Wijers maken beiden deel uit van het team W12-16.

Dit artikel is mede tot stand gekomen dank zij Corine van den Boer, die de enquêteformulieren statistisch heeft verwerkt.

► Een onderzoekje naar pythagorische drietallen

F. M. Vriesendorp

Met veel plezier heb ik het artikel van J. M. Buhrman gelezen in Euclides 3 van november '90.

In dit artikel kwam de heer Buhrman verrassend met een matrix

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

op de propfen die een pythagorisch drietal omzet in een ander pythagorisch drietal. Hij maakt ook nog aannemelijk dat, met een eenvoudige kunstgreep, uit het bekende drietal (3, 4, 5) ieder pythagorisch drietal is af te leiden. En geeft tot slot een kort BASIC-programmaatje.

Het artikel staat helemaal in het teken van: 'Kijk maar, het klopt', 'Zie je wel, het werkt' en 'Wat leuk, je kan het de computer laten uitrekenen'.

Zeër geschikt om wiskunde-A leerlingen te motiveren voor dit prachtig stukje wiskundig gereedschap (jammer eigenlijk dat dit onderwerp 'Matrices' niet tot de B-Wiskunde behoort).

Toch bleef ik zitten met een ontevreden gevoel. Want, hoe kom je toch aan die matrix? En is er een verband met de andere methoden die ik ken?

In zijn artikel verwijst de heer Buhrman naar Euclides 7 van april 1989. Dus dook ik in mijn archief.

Daar trof ik een computerprogrammaatje aan van Arjan van de Ven (13 jaar), gebaseerd op een algoritme voor pythagorische drietallen die ik ken. Omdat er 'shortliner' boven stond begreep ik dat 't artikel uitsluitend de bedoeling had 'kort en leuk' te zijn.

Ik was teleurgesteld.

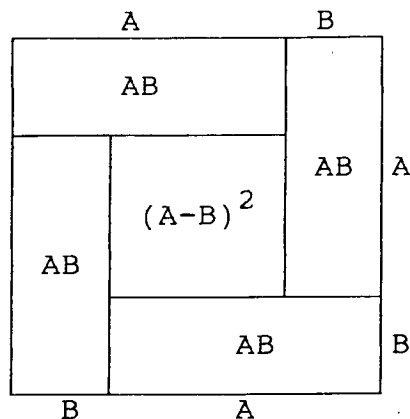
Niet door het programmaatje van Arjan, daar was duidelijk met veel plezier en zorg aan gewerkt, maar door het ontbreken van de wiskunde.

Ik vind nu juist die *wiskunde* leuk, dacht ik. Pakte pen en papier en startte een onderzoekje waarvan ik u nu kond ga doen.

Het onderzoekje start bij de bekende identiteit:

$$(A - B)^2 + 4AB = (A + B)^2$$

Altijd een goede oefening voor merkwaardige producten. Maar leuker is 't om het in beeld te brengen met oppervlakten. Zie figuur 1 ($A > B > 0$).



Figuur 1

Om deze identiteit een pythagorische identiteit te laten zijn moet $4AB$ een kwadraat worden. Het ligt voor de hand om daartoe voor A en B reps. m^2 en n^2 te substitueren.

$$\begin{array}{c} (A - B)^2 + 4AB = (A + B)^2 \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \textcircled{m^2} \quad \textcircled{n^2} \quad \textcircled{m^2} \quad \textcircled{n^2} \end{array}$$

$$\boxed{m^2 - n^2}^2 + \boxed{2mn}^2 = \boxed{m^2 + n^2}^2$$

Dit gebruikte Arjan van de Ven voor zijn computerprogramma. Waarbij hij terecht voor m en n twee natuurlijke getallen neemt zodat:

- 1) $m > n > 0$
- 2) één even en één oneven.
- 3) m en n hebben geen gemeenschappelijke deler groter dan 1.

Omstreeks 300 jaar na Chr. deed de wiskundige Diophantus het een beetje anders.

Hij substitueerde voor A en B resp. $\frac{1}{2}p^2$ en $\frac{1}{2}q^2$

$$(A - B)^2 + 4AB = (A + B)^2$$

$$\left(\frac{1}{2}p^2 - \frac{1}{2}q^2\right)^2 + 4\left(\frac{1}{2}p^2\right)\left(\frac{1}{2}q^2\right) = \left(\frac{1}{2}p^2 + \frac{1}{2}q^2\right)^2$$

$$\boxed{\frac{1}{2}(p^2 - q^2)}^2 + \boxed{pq}^2 = \boxed{\frac{1}{2}(p^2 + q^2)}^2$$

Nu is het zaak de natuurlijke getallen p en q te kiezen zodat:

- 1) $p > q > 0$
- 2) beide oneven.
- 3) p en q hebben geen gemeenschappelijke deler groter dan 1.

De twee tabellen van pythagorische drietallen die uit dit alles volgen zijn samen te voegen in één tabel:

Arjan	(m,n)	(2,1)	(3,2)	(4,1)	(4,3)	(5,2)
Diophantus	(p,q)	(3,1)	(5,1)	(5,3)	(7,1)	(7,3)
$pq = m^2 - n^2$		3	5	15	7	21
$\frac{1}{2}(p^2 - q^2) = 2mn$		4	12	8	24	20
$\frac{1}{2}(p^2 + q^2) = m^2 + n^2$		5	13	17	25	29

Het lineaire verband is duidelijk (en eenvoudig na te rekenen):

$$\begin{cases} p = m + n \\ q = m - n \end{cases} \text{ dus } \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}.$$

Leuke matrix, leuk stukje wiskunde, maar niet wat ik zocht. Helaas nog geen spoor van de matrix van de heer Buhrman.

Dan maar door naar de tweede en laatste methode die ik ken (waar deze methode vandaan komt heb

ik niet kunnen achterhalen).

Hij is gebaseerd op de volgende stelling:

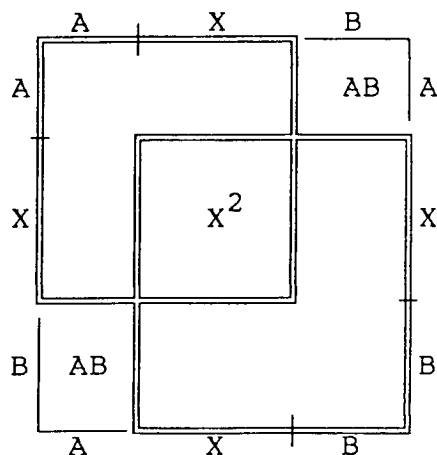
Als $X^2 = 2AB$ dan geldt

$$(A + X)^2 + (B + X)^2 = (A + B + X)^2$$

Ook een aardige oefening in haakjes verdrijven.

Maar veel leuker is het om 't weer in beeld te brengen met oppervlakten.

Zie figuur 2 (A, B en $X > 0$).



Figuur 2

We hebben dus weer een pythagorische identiteit:

$$\boxed{A + X}^2 + \boxed{B + X}^2 = \boxed{A + B + X}^2$$

Hierbij moeten de natuurlijke getallen A, B en X als volgt worden gekozen:

- 1) X is even
- 2) $0 < A < B$
- 3) $A \cdot B$ is de helft van het kwadraat van X
- 4) A en B hebben geen gemeenschappelijke deler groter dan 1.

Dit leidt tot de volgende tabel van pythagorische drietallen:

$(X, \frac{1}{2}X^2)$ (A, B)	(2,2) (1,2)	(4,8) (1,8)	(6,18) (1,18)	(8,32) (2,9)	(10,50) (1,32)
$A + X$	3	5	7	8	9
$B + X$	4	12	24	15	40
$A + B + X$	5	13	25	17	41

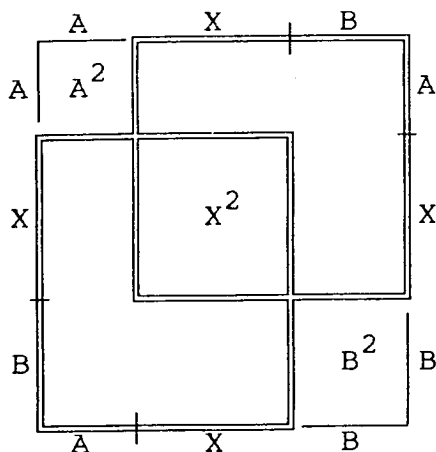
Omdat $\frac{1}{2}X^2$ moet worden ontbonden in factoren zal het wat lastiger zijn om hier een computerprogrammaatje voor te schrijven. Maar Arjan zal dat ongetwijfeld ook wel kunnen.

Nu heb ik alles opgeschreven wat ik wist. En dat zo helder mogelijk. Wat nu? Stoppen?
Natuurlijk niet! Dat doe je pas als je niks meer kunt verzinnen. Dus doorgaan.

Deze laatste methode zet drietallen (A, B, X) met $X^2 = 2AB$ om in pythagorische drietallen (a, b, c) met $a^2 + b^2 = c^2$ volgens een lineair recept:

$$\begin{cases} a = A + X \\ b = B + X \\ c = A + B + X \end{cases} \quad \text{dus} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A \\ B \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

Na deze vaststelling en nog wat vruchteloos rekenwerk kwam ik op het lumineuze idee om in figuur 2 een kleine wijziging aan te brengen. Zie figuur 3.



Figuur 3

Hiermee is een nieuwe stelling geboren.

En die luidt:

Als $A^2 + B^2 = X^2$ dan geldt

$$(A + B + X)^2 = 2(A + X)(B + X)$$

Dit betekent dat de zojuist gevonden matrix ook (omgekeerd) pythagorische drietallen (A, B, X) met $A^2 + B^2 = X^2$ omzet in drietallen (a, b, c) met $c^2 = 2ab$.

En dat betekent weer dat deze matrix, twee maal toegepast, pythagorische drietallen in pythagorische drietallen omzet! Zou ik het dan gevonden hebben?

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Eureka!

Tot slot nog even dit:

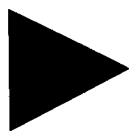
$$\text{Als } \begin{cases} a = A + X \\ b = B + X \\ c = A + B + X \end{cases} \quad \text{dan is } \begin{cases} c - b = A \\ c - a = B \\ a + b - c = X \end{cases}$$

Daarmee is gevonden dat

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{de inverse is van} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

De inverse van de matrix van de heer Buhrman wordt dan:

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \\ -2 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$



Verschenen

Padberg, F.: *Elementare Zahlentheorie*; Wissenschafts Verlag Mannheim; DM 22.80; 166 blz.

Dit boekje geeft een uiterst systematische behandeling van een aantal onderwerpen uit de elementaire getaltheorie: priemgetallen, GGD en KGV, congruenties en restklassen, Euler-phi-functie, positionele getalsystemen en decimale representaties, volmaakte getallen en Fibonacci-getallen. Elke paragraaf bevat een aantal oefeningen en er is een appendix met oplossingen opgenomen.

► Naar de Efteling

De opgaven 1 en 2 horen bij elkaar.

Vier vriendinnen, Elles, Patricia, Marieke en Susha, gaan een dagje naar de Efteling. Susha heeft al de treinkaartjes gekocht. Bij het loket van de Efteling betaalt Marieke. Als ze weer thuis zijn maken ze een lijstje van hun uitgaven.

betaald door:

treinkaartjes	f31,20	Susha
entree Efteling	f84,-	Marieke
cola	f 8,-	Elles
patat met	f10,-	Patricia
ijsjes	f 6,-	Patricia
cola en snoep	f13,-	Elles

- ① Hoeveel kost dit uitstapje gemiddeld per persoon?
- ② Ze besluiten de kosten eerlijk te delen. Wie krijgt er dan nog geld en wie moet aan wie betalen?

Geef het antwoord op die vraag in de tekening hieronder met pijlen aan.
Schrijf de bedragen bij de pijlen.

Marieke ○

Susha ○

Patricia ○

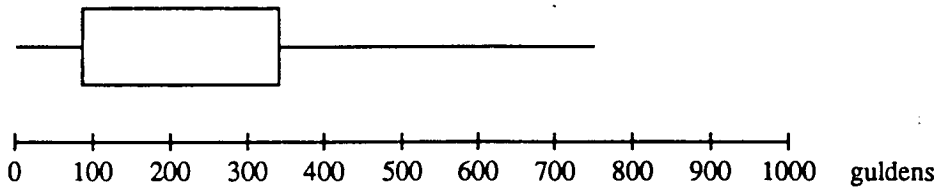
Elles ○

► Boxplot

De opgaven 14 t/m 17 horen bij elkaar.

De meeste scholieren krijgen elke maand zakgeld. Sommigen hebben bovendien een baantje. Aan 10 000 scholieren is gevraagd hoeveel inkomsten ze per maand hebben. De scholieren waren tussen de 13 en 17 jaar oud.

De resultaten staan in de boxplot hieronder, alleen de mediaan ontbreekt nog.



- ⑭ Geef in de boxplot aan waar jouw antwoord op de vraag hoeveel inkomsten je per maand hebt, zou moeten staan.
15. Schrijf een bewering op over de plaats van jouw maandelijkse inkomsten in de boxplot. Gebruik hierin het woord 'procent'.
- ⑮ De mediaan van de maandelijkse inkomsten is 188.
Geef in de boxplot de mediaan aan. Noteer het woord mediaan erbij.
17. Leg uit wat 'de mediaan is 188' betekent.

► **Examen lbo/mavo C/D 1991, experimenteel (9)**

Truus Dekker

Voor de leerlingen die zich aan de beide experimenteerscholen voorbereiden op het examen 1991 is ook dit jaar een oefenexamen gemaakt. Dit oefenexamen zal, samen met de experimentele eindexamens lbo/mavo 1e en 2e tijdvak én een oefenexamen op lbo A/B-niveau, in de examenbundel van 1991 worden opgenomen. De oefenexamens zijn ook aan de uitgevers van wiskundeboeken gezonden, het is belangrijk dat zij tijdig op de hoogte zijn van wat het team W12-16 als een mogelijke richting voor de toekomstige examens ziet.

Een aantal van de opgaven uit het oefenexamen is zeker nog te progressief voor het experimentele examen 1991 dat immers voor een groot gedeelte gebaseerd is op het 'oude' examenprogramma.

Op de werkbladen die voorafgaan aan dit artikel ziet u enkele opgaven uit het oefenexamen. Deze opgaven gaan over onderwerpen die op deze manier nog niet eerder op lbo/mavo-niveau werden behandeld.

De opgaven 1 en 2 betreffen heel simpele rekenvragen, ook leerlingen op B-niveau zouden dit moeten kunnen. We willen nagaan in hoeverre kinderen in staat zijn zo'n rekenprobleem aan te pakken op een systematische manier, ook op een elementair niveau.

De opgaven 14 t/m 17 horen naar mijn mening tot de grens van wat voor D-niveau over dit onderwerp kan worden gevraagd. Binnen het nieuwe examenprogramma wordt meer aandacht besteed aan statistiek. Leerlingen leren o.a. werken met een stambladdiagram en met een boxplot.

De boxplot is een tamelijk nieuw fenomeen in de beschrijvende statistiek. De kracht van deze figuur is, dat hij zowel inzicht geeft in het centrum (via de mediaan) als in de spreiding van de waarnemingen. Om bij een serie waarnemingen een boxplot te kunnen tekenen, zijn vijf karakteristieke getallen nodig:

- de kleinste en de grootste waarneming (bij deze opgave resp. 5 en 750)
- de mediaan (hier 188)
- het eerste kwartiel (hier 87) en het derde kwartiel (hier 342)

Met deze vijf getallen is de totale range waarbinnen alle waarnemingen zich bevinden in vier stukken verdeeld. Elk stuk bevat een kwart van de waarnemingen. De middelste 50% zitten dus in de 'box' van de boxplot.

In het 'oude' examenprogramma komt ook het begrip 'mediaan' voor. Typisch zo'n begrip dat leerlingen uit hun hoofd leren zonder dat ze goed weten wat je ermee kunt doen. Dat laatste is ook niet nodig want je hoeft de mediaan alleen te kunnen vinden in een rijtje waarnemingen.

Bij een proefwerk in klas 4 mavo op mijn eigen school stel ik weleens vragen als: '*Waarom geeft het gemiddelde in dit geval geen goed beeld?*' en '*Waarom kun je in dit geval weinig conclusies trekken uit een histogram?*'. Dat levert over het algemeen weinig goede antwoorden op omdat leerlingen weinig training krijgen in dergelijke vragen. En omdat ze in het examen nooit voorkwamen, kon je er ook niet veel aandacht aan besteden.

Door het gebruik van de boxplot kan het inzicht van de leerlingen wellicht vergroot worden, hoewel sommigen het onderwerp te moeilijk vinden voor leerlingen van dit niveau. Dat moet op de experimenteerscholen verder worden uitgetoetst.

Wat ik u hier heb willen laten zien is hoe je zo'n onderdeel zou kunnen toetsen wanneer het in het examenprogramma is opgenomen.

► **Cijferen of ontcijferen**

Wiskunde A of tekstverklaring?

Jeanette Lubbers, Jan Muthert

Samenvatting

Met de invoering van wiskunde A in het vwo zijn de examens veel 'taliger' geworden. Dit kan voor anderstalige of meertalige leerlingen grote problemen opleveren. In onderstaand artikel worden recente wiskunde A-examens vwo en enkele opgaven van wiskunde-examens havo besproken op de 'talige hindernissen' die er in opgeworpen worden. Eerst zal aan de hand van illustratieve voorbeelden besproken worden om welke aspecten van het taalgebruik in de examens het gaat. Dan zal blijken dat in de meeste examens toegankelijk, aangepast taalgebruik eerder uitzondering dan regel is. Vervolgens zal een groot gedeelte van één wiskunde A-examen-opgave onder de loep genomen worden.

De schrijvers van dit artikel betogen dat het zeer goed mogelijk is om de examenopgaven simpeler te formuleren, zonder iets aan het niveau van de daarin getoetste wiskunde af te doen

Wiskunde A of tekstverklaring

Met de introductie van wiskunde A in het vwo (en nu ook in het havo) heeft het gebruik van wiskunde in allerlei contexten zijn intrede gedaan. Inmiddels

is een aantal jaren ervaring opgedaan met eindexamens wiskunde A, zodat wij ons enigszins een beeld kunnen vormen van hoe het programma vertaald wordt in examenopgaven. Menig wiskundedocent heeft kunnen vaststellen dat in de wiskunde A-examens naast wiskunde ook Nederlandse taal (en dan vooral tekstbegrip) wordt getoetst. Natuurlijk, contextrijke opgaven zijn onmogelijk zonder taalgebruik. Echter: woordkeus en zinsbouw e.d. bepalen in hoge mate de leesbaarheid van een tekst.

Met name allochtone leerlingen (maar zij niet alleen) lopen stuk op de leesbaarheid van de examens.

In de grote steden begint de schoolbevolking er steeds gekleurder uit te zien. Er zijn scholen voor voortgezet onderwijs waar in de onderbouw al 70 tot 80% van de leerlingen afkomstig is uit etnische minderheidsgroepen. Bekend is ook dat deze leerlingen niet evenredig vertegenwoordigd zijn in hogere vormen van het voortgezet onderwijs. De opgeworpen hindernissen hebben met verschillende zaken te maken, waaronder de kloof tussen schoolcultuur en thuiscultuur en etnocentrisme van lesmethodes en lesinhouden (Meeder, 1989). Een factor die van grote invloed is op het schoolsucces van deze leerlingen is het taalgebruik op school.

Veel meertalige¹ leerlingen spreken zo op het eerste gehoor goed Nederlands. Toch komen ze op school niet zo goed mee als we op grond van onze oppervlakkige indruk van hun taalvaardigheid zouden verwachten. Een nauwkeuriger analyse maakt duidelijk dat het wel degelijk taalproblemen zijn, die ook in Nederland geboren, meertalige leerlingen parten spelen (Hacquebord, 1989).

De schooltaal werpt onneembare hindernissen op. Schooltaal kenmerkt zich door ingewikkeld woordgebruik, complexe zinsbouw en een overwegend talige context. De leerling leert nieuwe dingen die niet in zijn of haar alledaagse werkelijkheid aanwezig of zichtbaar zijn. Het hele leerproces verloopt overwegend door middel van taal. Dat is voor veel leerlingen een moeilijke opgave.

Voor leerlingen voor wie de instructietaal een tweede of een derde taal is, is het extra moeilijk.

Gelijke kansen bieden voor meertalige leerlingen begint daarom bij aandacht voor ons eigen taalgebruik in lessen, in methodes en in examens.

In dit artikel beperken wij ons hoofdzakelijk tot het taalgebruik in de examenopgaven wiskunde A. Daarmee willen wij vooral niet zeggen dat in lesmethodes of bij andere vakken de problemen minder groot zouden zijn. Eenzelfde artikel zou te schrijven zijn over de meeste lesmethodes of de examens van andere vakken. Het is echter vaak wel zo dat anderstalige leerlingen exacte vakken kiezen omdat die minder 'talig' zouden zijn. Een groot misverstand, zoals uit het vervolg van dit artikel mag blijken.

Met alle respect voor de vindingrijkheid waarmee wiskunde A-opgaven veelal zijn geconstrueerd - het zijn soms echt leuke, realistische opgaven - het taalgebruik roept meer dan eens vragen op. In de afgelopen jaren hebben verschillende wiskunde-docenten op examenbesprekingen ('normenvergaderingen') hun bezorgdheid laten blijken over de 'taligheid' van de wiskunde A-examens. Daarbij is voorgesteld - examenbespreking district Amsterdam - dat in de toekomst de concept-examenopgaven op het taalgebruik getoetst zullen worden door een docent Nederlands en/of een docent wiskunde die veel met allochtone leerlingen werkt (werken). Van de zijde van Inspectie en/of CEVO is helaas nog niet op dit voorstel gereageerd. Mogelijk vinden zij in dit artikel een aanleiding om alsnog met een positieve reactie te komen.

Wij zijn er van overtuigd dat contextrijke opgaven niet moeilijk leesbaar hoeven te zijn. Wij menen dat het mogelijk is om contexten zó te beschrijven, dat geen onnodige taalbarrières worden opgeworpen die onneembaar zijn voor meertalige leerlingen. Hieronder zullen wij eerst een paar kenmerken van het taalgebruik in de wiskunde-examens bespreken en voorstellen ter verbetering doen, dit alles geïllustreerd met voorbeelden uit recente examens. Datzelfde kritiek geldt echter ook voor iets minder recente examenteksten. Om te voorkomen dat de lezer bij het bespreken van de voorbeelden gaat denken dat wij op alle slakken zout gelegd hebben, is het goed dat hij/zij zich realiseert dat de door onsesignaleerde struikelblokken geen incidenten zijn,

maar illustratieve voorbeelden. In de wiskunde A-examens komen deze struikelblokken herhaaldelijk voor en bovendien gecombineerd in één en dezelfde opgave of zin. Daardoor is de tekst van een examenopgave voor de leerlingen nog moeilijker dan die in de onderstaande voorbeelden, omdat daarin steeds één aspect geïllustreerd wordt.

Laagfrequente woorden

In alle publikaties die er de laatste jaren verschenen zijn over de taalvaardigheid van meertalige leerlingen, wordt de kleinere woordenschat in het Nederlands genoemd als een van de belangrijkste verklaringen voor hun lagere prestaties (Hacquebord, 1989).

Schooltaal wordt gekenmerkt door het gebruik van vaktaal en door allerlei elementen van formele schrijftaal, waaronder het veelvuldig gebruik van heel wat laagfrequente woorden. Laagfrequente woorden zijn woorden die relatief weinig voorkomen in ons taalgebruik. Voor leerlingen die in een meertalige situatie opgroeien zijn deze woorden lastig, omdat zij niet vaak genoeg met die woorden geconfronteerd zijn, voordat zij ze tegenkomen in schoolteksten. Als een leerling een woord als 'reikwijdte' voor het eerst tegenkomt in een toch al ingewikkelde schooltekst, zal de leerling de betekenis niet kunnen afleiden uit de context.

Ook idiomatische uitdrukkingen zijn lastig. Al ken je alle woorden, dan weet je nog niet wat een uitdrukking betekent.

Leerlingen die korter dan 5 jaar in Nederland zijn mogen een woordenboek gebruiken bij hun examen. Helaas zijn veel woorden of betekenissen daarin niet te vinden. Als er in een opgave gesproken wordt over een 'groene golf' of 'een speling van het lot' bijvoorbeeld, dan helpt het woordenboek een leerling niet verder.

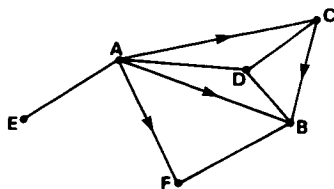
De wiskunde A-opgaven bevatten veel laagfrequente woorden. We hebben een paar voorbeelden gehaald uit de eerste zinnen van het vwo-examen (1e tijdvak) van 1990:

Opgave 1. Radioverbindingen en vervoer

'In een afgelegen gebied in een ontwikkelingsland liggen zes plaatsen, die in de figuren 1 en 2 zijn *aangeduid* met de letters A tot en met F'.

In plaats van 'aangeduid' zou beter het gewonere 'aangegeven' gebruikt kunnen worden.

figuur 1



'Radioverbindingen (zie figuur 1)

Elk van de zes plaatsen bezit een *zend- en ontvangstinstallatie voor radiocommunicatie*'.

Helderder zou zijn: 'radiozender en radio-ontvanger'.

'Mede in verband met het bergachtige terrein hebben de zendinstallaties maar een betrekkelijk kleine reikwijdte; alleen de zender in plaats A is voldoende sterk om in alle andere plaatsen te kunnen worden ontvangen'.

Veel leesbaarder is:

'Doordat de plaatsen in een bergachtig gebied liggen hebben de zenders maar een vrij klein bereik; alleen de zender van plaats A is sterk genoeg om in alle andere plaatsen te kunnen worden ontvangen.'

Zoals uit bovenstaande voorbeelden blijkt, gaat het niet (alleen) om de zogenaamde 'moeilijke woorden'. Het gaat ook om woorden die typisch zijn voor schriftelijk taalgebruik.

'Synoniemen'/omschrijvingen

Een andere hindernis voor meertalige leerlingen die met woordkeus te maken heeft is het gebruik van synoniemen of omschrijvingen. Synoniemen zijn woorden die ongeveer hetzelfde betekenen. Wij hanteren het begrip hier in een wat ruimere betekenis dan gebruikelijk: woorden die in een tekst naar hetzelfde verwijzen. Als een meertalige leerling één of meer van de gebruikte 'synoniemen' niet kent, mist deze leerling belangrijke informatie. De vierde opgave van het examen wiskunde A vwo van 1990 begint als volgt:

'In 1972 spande een groep vrouwen een proces aan tegen een fabriek in Texas die apparaten voor air-conditioning produceert.

Deze fabriek nam alleen nieuwe personeelsleden in dienst die langer waren dan 170,0 cm.

De vrouwen waren bij hun sollicitatie afgewezen omdat ze niet aan deze eis voldeden.

De advocaat van de vrouwen benadrukte het discriminerende karakter van deze aanstellingsvoorwaarde door te stellen dat 91,0% van alle Amerikaanse vrouwen tussen 18 en 65 jaar niet lang genoeg was om aangenomen te kunnen worden.'

Onder de indruk van de originaliteit waar de opstellers van dit examen blijk van geven, moeten we helaas ook bij deze opgave opmerkingen over het taalgebruik maken.

De woorden 'eis' en 'aanstellingsvoorwaarde' zijn in die tekst synoniemen voor 'het alleen in dienst nemen van personeelsleden die langer zijn dan 170,0 cm'.

Een leerling moet dit herkennen, anders ontgaat hem of haar belangrijke informatie voor het oplossen van deze opgave. Waarom niet geschreven: 'De vrouwen werden niet aangenomen, omdat ze kleiner waren dan 170,0 cm. De advocaat zei dat het eisen van een minimale lengte discriminerend is, omdat 91,0% van alle Amerikaanse vrouwen tussen de 18 en 65 jaar kleiner is.' Toch geen vrouw overboord bij deze formulering?

Wij hebben zelf altijd geleerd om afwisselend woordgebruik te hanteren. Wie herinnert zich niet de rode strepen van de docent Nederlands in het opstel als je drie keer achter elkaar het woordje 'heel' of 'erg' gebruikt had. Het is waar, een tekst leest veel prettiger als het woordgebruik gevarieerd is. Voor meertalige leerlingen leveren die varianten echter problemen op en waarom zouden nu juist de wiskunde-examens stijlbloempjes moeten zijn? Veel belangrijker is het om voor leerlingen duidelijk taalgebruik te bezigen.

Verwijswoorden

Bij 'synoniemen' hebben we er al over gesproken dat het lastig kan zijn als er in een tekst met verschillende woorden naar hetzelfde verwezen wordt. Het veelvuldig gebruik van verwijswoorden als 'die, dit, dat, deze, het, men, zij' is een bekend struikelblok voor het tekstbegrip van meertalige leerlingen (SLO/Hacquebord). Veel van deze



woorden hangen samen met het lidwoord van de woorden waar ze naar verwijzen. 'Deze' en 'die' verwijzen naar 'de-woorden', 'dit' en 'dat' verwijzen naar 'het-woorden'. Lidwoorden zijn nu eenmaal hardnekkige lastpakken in het Nederlands, die een tweede-taal-verwerver pas laat en dan nog slechts ten dele beheerst.

De tweede opgave van het vwo-examen 1990 (2e tijdvak) wiskunde A bevat de volgende tekst:

'Bij de lineaire hypotheek is het uitgangspunt dat het aflossingsdeel elke maand even groot is. Omdat het rentedeel elke maand minder wordt, is *dat* dus ook het geval voor het maandelijks bedrag; ...'

'dat' verwijst naar 'minder worden', dat (!) is voor ons overduidelijk. Voor een meertalige leerling is deze verwijzing ook niet zo moeilijk te achterhalen, maar het (!) kost toch wel even puzzelen.

En dat (!) hoeft niet:

'Bij een lineaire hypotheek is het aflossingsdeel elke maand even groot, terwijl het rentedeel elke maand kleiner wordt. Het totale maandelijks bedrag wordt dus ook steeds kleiner'.

Een ander voorbeeld is: (examen wiskunde A vwo 1989-II, opgave 3, eind)

'Bij vraag 14 kan het getal 0,024 gevonden worden door een vermenigvuldiging van in de tabel gegeven kansen. Hierbij wordt onafhankelijkheid van gebeurtenissen verondersteld. 21. Verklaar waarom *dit* niet overeenkomt met de werkelijkheid.'

Weer, het valt wel te achterhalen waar 'dit' naar verwijst, maar een anderstalige leerling heeft zo alle tijd nodig om alleen al het examen te lezen.

Verwijswoorden zijn lang niet altijd te vermijden, maar het verheldert een tekst als ze zoveel mogelijk verduidelijkt of geëxpliciteerd worden, zoals in:

'21. Verklaar waarom het niet goed is om uit te gaan van "onafhankelijkheid van gebeurtenissen"'

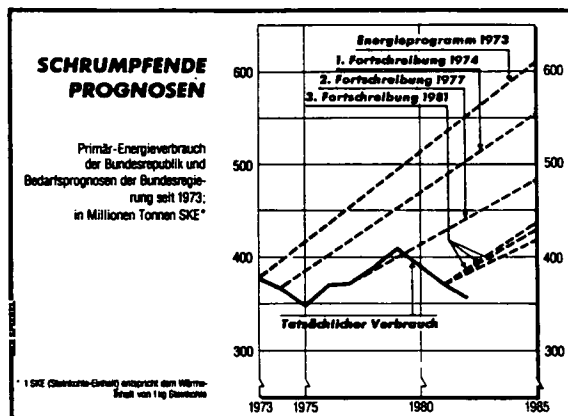
Zinsbouw

Een volgend punt dat onmiddellijk opvalt bij het lezen van de examenopgaven is de zinsbouw.

Enkele voorbeelden:

'De kostenverandering hing samen met een voor het voorjaar 1982 voorziene, tijdelijke productieverhoging' (wiskunde A vwo 1983-I, tekst voorafgaande aan opgave 3a)

Uit het Duitse weekblad 'Der Spiegel' van maart 1983 komt de volgende grafiek die het werkelijke energieverbruik (Tatsächliche Verbrauch) in Duitsland weergeeft van 1973 tot en met 1982, de voorspellingen in 1973 (Energieprogramm 1973) en de aangepaste voorspellingen in 1974, 1977 en 1981 (Fortgeschrieben 1974, 1977, 1981).



'In welke jaren was het energieverbruik groter dan volgens de op dat moment meest recente voorspelling?'

(wiskunde A vwo 1983-I, opgave 1c)

Informatie die bij elkaar hoort wordt hier onnodig van elkaar gescheiden. Voor leerlingen die het Nederlands niet op het niveau van een moedertaal beheersen, zijn dit lastige zinnen.

Veel duidelijker is een formulering als:

(1e voorbeeld)

'De kostenverandering hing samen met een tijdelijke productieverhoging, die men voor het voorjaar van 1982 verwacht.'

Zo'n herformulering dwingt meteen ook tot aanpassing van het woordgebruik.

(2e voorbeeld)

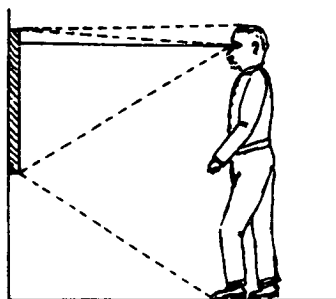
'In welke jaren was het energieverbruik groter dan volgens de (meest recente) voorspelling?'

De toevoeging 'op dat moment' is volstrekt overbodig. De leerling kent immers geen andere voorspelling dan die uit de opgave.

Een ander probleem zijn de vaak lastig te lezen, lange zinnen in de opgaven. Wat dacht u van de volgende opgave waarin beschreven wordt dat men bij de uitgang van een kazerne een spiegel wil plaatsen met het bijschrift: 'Tenue in orde?'

‘Wil iemand zich volledig in deze spiegel kunnen zien dan moet de onderkant van de spiegel zich bevinden op een hoogte die maximaal de helft van de ooghoogte is en de bovenkant van de spiegel minimaal op dezelfde hoogte als het midden tussen ooghoogte en de bovenkant van het hoofd’.

(wiskunde A, vwo 1987-II, tekst voor 3c)



Of deze:

‘Leverancier DESTIL, die met een grote voorraad destillaat B zit, wil aan ARTIF uitsluitend destillaat B leveren, maar dan wel tegen een zo aantrekkelijke prijs dat de minimale inkoopkosten voor ARTIF bij DESTIL even hoog zijn als bij PETROL, in het geval de ARTIF uitsluitend bij één van de twee leveranciers inkoop.’

(wiskunde A, 1989-II, opgave 2)

Begrijpt u het nog?

En dan te bedenken dat deze opgave twee bladzijden lang op dezelfde manier doorgaat. . .

Wat verder opvalt zijn formuleringen die te compact zijn. Een voorbeeld hiervan komt uit de tweede opgave van het havo/vhbo-examen van 16 mei 1990:

‘Als de klant één ster aantreft bij het openen van twee hokjes op één kaart wint hij een kleine prijs. Als de klant twee sterren aantreft bij het openen van twee hokjes op één kaart wint hij een grote prijs.’

Leerlingen (en docenten) moeten deze zinnen twee, drie keer lezen om de inhoud goed tot zich door te laten dringen. Meertalige leerlingen geven het soms zelfs maar helemaal op, zoals een Hindoestaanse jongen ons toevertrouwde:

‘Je hebt tijdens het examen geen tijd om lang na te denken. Soms is de omschrijving heel erg ingewikkeld. Ik lees het een paar keer. Kom ik er dan niet uit, dan laat ik het maar.’

Wij willen hier benadrukken dat een beetje meer tijd alléén geen oplossing is. Willen de anderstalige leerlingen binnen een redelijke tijd de examenopga-

ven begrijpen, dan moet het taalgebruik aangepast worden.

De examenopgave had ook kunnen luiden:

‘Bij de kassa mag de klant twee hokjes openen van een kaart. Als de klant dan één ster vindt, wint hij een kleine prijs. Als de klant twee sterren vindt, wint hij een grote prijs’.

Trouwens, dan nog blijft het tamelijk onduidelijk hoe zo’n kaart werkt. Een illustratie zou hier wellicht veel verheldering kunnen brengen.

Verborgene informatie

In veel schoolboekteksten wordt nogal wat informatie tamelijk impliciet gegeven. Daar bedoelen we mee dat de informatie niet letterlijk in de tekst staat, zoals bijvoorbeeld in een biologieboek.

‘Zeesterren hebben, zoals alle stekelhuidigen, een inwendig skelet van kalk’.

Leerlingen hebben dan de neiging uit die zin hooguit op te pikken dat een zeester een inwendig skelet van kalk heeft. Maar als de leraar vraagt: ‘Noem eens een stekelhuidige?’, of ‘Welk soort skelet hebben stekelhuidigen?’, dan blijven ze het antwoord schuldig.

De leraar vindt dat het écht in het boek staat. Strikt genomen staat het er ook, maar voor veel ‘zwakke’ lezers is zo’n vluchtige mededeling niet genoeg (Inge Hofmans-Okkes, 1987).

Voor anderstalige leerlingen vormt verborgen informatie een extra struikelblok omdat zij minder greep hebben op het woordgebruik en de zinsbouw.

De contextrijke opgaven wiskunde A zijn toch al erg lastig voor meertalige leerlingen, omdat ze vaak uit een flinke lap tekst de gegevens moeten halen die nodig zijn voor de berekening. In examenopgaven zouden dan ook geen formuleringen mogen staan die verborgen informatie (in bovenstaande betekenis) bevatten.

‘Het ruwe erts wordt met vrachtwagens naar plaats C vervoerd. Daar vindt de overslag op treinwagons plaats.’

(wiskunde A vwo 1990-I, tekst voor vraag 3)

Wij zien onmiddellijk dat het om de overslag van het erts gaat. Een leerling die het laagfrequente woord ‘overslag’ niet goed kent, kan flink aan het puzzelen komen. Beter zou zijn:

‘Daar vindt de overslag van het erts op treinwagons plaats’.

Aangezien ‘overslag’ een laagfrequent woord is, zou het nóg beter zijn om te zeggen:

‘Daar wordt het erts in treinwagons geladen’.

In het wiskunde-examen havo/vhbo 1990 (2e/3e tijdvak) staat een opgave waarin twee personen een spel met dobbelstenen spelen:

A en *B* spelen een spel met twee zuivere dobbelstenen die tegelijkertijd geworpen worden. Bij elke worp geldt:

Als met ten minste één van de twee dobbelstenen een vijf of een zes geworpen is, krijgt *A* een punt. Als de som van het aantal ogen gelijk is aan zes, zeven, acht of negen, krijgt *B* een punt.

7. Toon aan dat *A* en *B* gelijke kansen hebben om in een worp een punt te behalen.

Als één van de spelers in een worp een punt behaalt en de ander niet, dan wint de speler die het punt behaalt. Als beide spelers in een worp een punt behalen, of als beide spelers in een worp geen punt behalen, moet opnieuw geworpen worden.

Zodra er een winnaar is, houdt het spel op.

8. Toon aan dat de kans, dat het spel na één worp ophoudt, gelijk is aan $\frac{1}{3}$.

9. Bereken de kans dat het spel precies vier worpen duurt.

Als na *k* worpen nog geen speler heeft gewonnen, eindigt het spel onbeslist.

10. Bereken hoe groot *k* ten minste moet zijn opdat de kans, dat het spel onbeslist eindigt, kleiner dan 0,05 is.

R, een Hindoestaans-Surinaamse jongen die thuis overwegend Hindoestaans spreekt, is een zeer begaafde wiskunde-leerling. De meeste opgaven van het examen maakt hij foutloos! Bij bovenstaande opgave gekomen leest hij die eerst zorgvuldig en slaat daarna aan het rekenen. Bij vraag 8 komt hij er echter niet uit. Hij krijgt een verkeerde uitkomst en beseft dat hij iets fout heeft gedaan. Hij heeft voor *A* de kans om een punt te behalen berekend en hetzelfde heeft hij voor *B* gedaan. Hij realiseert zich niet dat hij de berekening voor *A* en *B* moet maken voor één en dezelfde worp. Die informatie is verborgen in de tekst.

Nu kan de lezer vinden dat dit toch iets is wat een leerling zelf zou moeten kunnen bedenken. Wij zijn echter van mening dat hier op oneigenlijke wijze weer tekstbegrip getoetst wordt in plaats van wiskunde. De gegevens uit de context die nodig zijn

voor de berekening dienen glashelder te zijn. Wat is er tegen op de volgende formulering:

(vraag 8)

‘Het kan dus gebeuren dat één van de spelers een punt haalt en dat de andere speler in diezelfde worp geen punt haalt.

Toon aan dat de kans daarop gelijk is aan $\frac{1}{3}$ ’.

Het risico dat een leerling zich ‘verleest’ is daarmee veel kleiner. Getest wordt dan of een leerling weet welke berekening hij of zij moet uitvoeren en daar gaat het immers om?!

Informatie die de aandacht afleidt

Het laatste ‘talige’ aspect dat wij willen bespreken heeft niet zozeer te maken met de moeilijkheid van het taalgebruik als wel met de veelheid van informatie. De contextrijke examenopgaven worden nog eens extra moeilijk doordat er veel (weliswaar leuke) informatie in staat die niet nodig is voor het maken van de betreffende opgave. Een leerling die toch al moeite heeft met het woordgebruik en de zinsbouw krijgt er zo nog een extra taak bij: het schiften van de geboden informatie. Bovendien wordt zo het risico groter dat een leerling op een dwaalspoor gezet wordt.

Een voorbeeld:

‘In Engeland krijgen kinderen die uit een huwelijk zijn geboren van oudsher de achternaam van de vader. Dit kan tot gevolg hebben dat de achternaam van de moeder in een volgende generatie niet meer voorkomt.

De invloed van het bovenstaande op de verscheidenheid aan achternamen wil men nagaan door middel van een computersimulatie. Omdat vooral de effecten op langere termijn van belang zijn, besluit men uitsluitend te kijken naar het aantal trouwende zoons per gezin. Indien bijvoorbeeld Henry Streamer en Jane Woolf drie trouwende zoons krijgen, rekent de computer in de volgende generatie verder met drie gezinnen onder de naam Streamer.

De kansen op 0, 1, 2, ... trouwende zoons ontleent men aan een uitgebreid onderzoek naar stambomen van Engelse families.

Men komt tot de conclusie dat de kans op 7 of meer trouwende zoons per gezin verwaarloosbaar klein is. In de volgende tabel zijn de overige kansen af te lezen; hierbij is *X* het aantal trouwende zoons per gezin: ...’.

(wiskunde A vwo, 1989-II, opgave 3)

Heel inventief en origineel allemaal, maar verwarrend voor zwakke lezers. Waarom gaat het in deze

opgave over Engeland? In Nederland en vele andere landen is immers hetzelfde principe werkzaam. Ook is het niet nodig om te weten waarom alleen het aantal trouwende zoons per gezin bekeken wordt. De conclusie, uit Engels stamboomonderzoek, dat de kans op 7 of meer trouwende zoons verwaarloosbaar klein is, is ook overbodig.

Op de volgende manier krijgt de leerling een rijke context aangeboden zonder dat hij of zij teveel afgeleid wordt:

'Kinderen krijgen meestal de achternaam van hun vader.

Het gevolg hiervan kan zijn dat de achternaam van de moeder in de volgende generatie niet meer voorkomt.

Een computer heeft uitgerekend hoe groot de kans is dat zonen uit een gezin trouwen en hun vaders naam weer doorgeven aan hun kinderen. In de volgende tabel zijn de kansen af te lezen; hierbij is X het aantal trouwende zoons per gezin.'

Een tweede voorbeeld is ontleend aan het examen wiskunde A vwo 1989-I (opgave 1):

(tekst voorafgaande aan vraag 6:)

In een eerste oriëntatie op het probleem gaat de deskundige in zijn model uit van een denkbeeldige groep G van 2342 automobilisten die volgens matrix M naar plaats van herkomst en bestemming uitgesplitst kunnen worden. Hij neemt aan dat elke automobilist steeds de kortst mogelijke route zal kiezen. Daardoor zal het totaal aantal kilometers dat de automobilisten van groep G moeten afleggen door het aanleggen van een nieuwe brug afnemen.

		VAN						
		P1	P2	P3	P4	P5	P6	
NAAR	P1	0	0	0	144	98	73	= M
	P2	0	0	0	213	154	68	
	P3	0	0	0	217	171	39	
	P4	147	207	213	0	0	0	
	P5	99	152	166	0	0	0	
	P6	73	71	37	0	0	0	

'In een eerste oriëntatie op het probleem' is een lastige formulering die bovendien volstrekt onbelangrijk is voor de opgave. Het is informatie die afleidt van waar het om gaat. Dat het om een 'denkbeeldige' groep gaat is ook overbodig. De uitsplitsing naar plaats van herkomst en bestemming is al genoemd. De laatste zin is lastig doordat informatie die bij elkaar hoort ('zal het totaal aantal kilometers... afnemen') gescheiden is. (Bovendien kunnen de woorden 'afleggen', 'aanleggen' en

'afnemen' verwarring veroorzaken).

Eenvoudiger:

'De verkeersdeskundige gaat uit van matrix M. Hij neemt aan dat elke automobilist steeds de kortst mogelijke route zal kiezen. Door de aanleg van de nieuwe brug zullen de automobilisten van groep G in totaal minder kilometers rijden.'

Bovenstaande opsomming van talige struikelblokken is waarschijnlijk nog lang niet volledig. Dit artikel is slechts bedoeld als een eerste aanzet. Maar na onze speurtocht langs de wiskunde (A)-examenteksten moeten wij vaststellen: in de meeste examens is toegankelijk, aan de leerlingen aangepast taalgebruik eerder uitzondering dan regel...

Een opgave nader bekeken

Om de lezers, die vinden dat wij de zoutpot te overvloedig gehanteerd hebben alsnog te overtuigen, willen wij tenslotte van opgave 2 van het wiskunde A-examen vwo 1989 (1e tijdvak) de meest opvallende talige struikelblokken bespreken. We willen daarmee laten zien dat er niet slechts een enkel keertje van te moeilijk woordgebruik of ingewikkelde zinsbouw sprake is: de door ons besproken struikelblokken (taalbarrières) komen in één en dezelfde examenopgave veelvuldig en tegelijkertijd voor, waardoor de opgave als geheel nogal ontoegankelijk wordt. De bespreking is niet uitputtend.

Opgave 2 (bakovens & magnetronovens)

(inleidende tekst:)

De apparatenfabriek APFA heeft zich gespecialiseerd in de vervaardiging van huishoudelijke apparaten zoals stofzuigers, elektrische fornuizen, bakovens en magnetronovens.

Bij de productie van bakovens en magnetronovens zijn vijf afdelingen van de fabriek betrokken; mede gelet op de fabricage van andere apparaten heeft de bedrijfsleiding het volgende overzicht opgesteld voor de productie van de bak- en de magnetronovens:

'Heeft zich gespecialiseerd' leidt af, evenals de 'stofzuigers' en de 'elektrische fornuizen' in de volgende regel. De woorden 'vervaardiging', 'productie' en 'fabricage' zijn in de tekst synoniem. Voorts: 'zijn betrokken bij', 'mede gelet op' en 'opgesteld' zijn laagfrequente woorden.

Eenvoudiger:

‘De apparatenfabriek APFA maakt allerlei huishoudelijke apparaten zoals: bakovens en magnetronovens. Aan de produktie van deze ovens werken vijf afdelingen mee. Omdat deze afdelingen ook nog andere apparaten moeten maken, heeft de bedrijfsleiding een overzicht gemaakt voor de produktie van de ovens: ...’

(tekst direct voorafgaande aan vraag 8:)

De afdeling planning heeft op grond van deze gegevens de aantallen ovens berekend waarvoor de winst maximaal is.

Deze zin is op zichzelf tamelijk onduidelijk. Wat wordt er bedoeld met ‘aantallen ovens waarvoor de winst maximaal is’? Hier is sprake van verborgen informatie. De bedoeling van de vraag kan beslist duidelijker worden verwoord.

Alternatief:

‘De afdeling planning heeft op grond van deze gegevens berekend hoeveel ovens van elke soort de fabriek moet produceren om maximale winst te maken.’

(tekst voorafgaande aan vraag 9:)

Volgens de afdeling planning is er zowel op de plaatwerkerij als op de elektro-afdeling door een afnemende vraag naar andere apparaten, nog ruimte om de beschikbare arbeidstijd voor de ovens te verhogen. De bedrijfsleiding wenst een dergelijke verhoging slechts toe te staan op één van deze afdelingen en alleen voor zover daaruit een toename van de winst volgt.

Deze inleiding op vraag 9 bevat veel laagfrequente woorden: ‘afnemende vraag’, ‘ruimte om de beschikbare arbeidstijd ... te verhogen’, ‘wenst ... slechts toe te staan’, ‘voor zover’. Bovendien is de toevoeging in de tweede regel ‘door een afnemende vraag naar andere apparaten’ overbodig.

Eenvoudiger is:

‘Volgens de afdeling planning kunnen de plaatwerkerij en de elektro-afdeling nog meer (arbeids)tijd aan de ovens (besteden) werken. Van de bedrijfsleiding mag maar één van deze twee afdelingen harder aan de ovens gaan werken en dat mag alléén als er daardoor ook meer winst gemaakt wordt.’

(tekst van vraag 9:)

9. Bij welke van deze afdelingen zal het inzetten van extra arbeidstijd tot een verhoging van de winst op de ovens kunnen leiden?

Licht het antwoord toe.

Hierin is ‘inzetten’ een laagfrequent woord. ‘Deze’ in ‘deze afdelingen’ kan verwarring geven.

Eenvoudiger:

‘Bij welke van de twee afdelingen kan meer arbeidstijd tot gevolg hebben dat er meer winst wordt gemaakt?’

(tekst voorafgaande aan vraag 10:)

De afdeling planning rekent de maximale aantallen te produceren bak- en magnetronovens zo uit dat aan de wensen van de bedrijfsleiding is voldaan. Als gevolg hiervan neemt op sommige afdelingen de werkelijke arbeidstijd per week voor de produktie van de ovens toe.

Wat zijn ‘de wensen’ van de bedrijfsleiding?

Gelukkig wordt in het voorafgaande ook het woord ‘wenst’ gebruikt, zodat een leerling in ieder geval weet waar hij moet zoeken om het ‘synoniem’ te interpreteren.

Maar dan: als gevolg van het uitrekenen neemt de arbeidstijd op sommige afdelingen toe. Daar snappen we zo niets van. Hier is duidelijk informatie weggelaten.

En hoezo neemt de werkelijke arbeidstijd toe? Is er dan al ergens sprake geweest van onwerkelijke arbeidstijd? Kortom: overbodige informatie die afleidt.

De bedoeling is volgens ons:

‘Bij de vorige vraag heb je berekend welke afdeling meer winst kan maken. Deze afdeling mag van de bedrijfsleiding harder aan de ovens gaan werken. Doordat deze afdeling harder gaat werken, wordt op sommige andere afdelingen ook meer arbeidstijd gebruikt voor de produktie van de ovens.’

(tekst van vraag 10:)

Bereken de totale toename van deze werkelijke arbeidstijd per week op de vijf betrokken afdelingen.

Is het nu de bedoeling dat de leerling per afdeling de totale toename van de arbeidstijd berekent of moeten de 5 afdelingen op één hoop gegooid worden? Uit het correctievoorschrift blijkt dit laatste de bedoeling te zijn.

Verder is ‘betrokken’ een laagfrequent woord, dat bovendien overbodige informatie verschaft. Erger nog: ‘... op de vijf betrokken afdelingen’ is nog misleidende, foute informatie ook: er worden per week 11 bakovens méér geproduceerd en bij deze méérproduktie is montage-afdeling II beslist niet ‘betrokken’.

Vraag 10 zou moeten luiden:

‘Bereken hoeveel uur extra arbeidstijd per week de

5 afdelingen samen voor de produktie van de ovens zullen gebruiken.'

De rest van opgave 2 bespreken we niet.

Tenslotte

Wiskunde A is toepassingsgericht. De kritische lezer zal nu mogelijkwijs denken dat een leerling in een vervolgopleiding of een latere beroepspraktijk toch ook tegen lastig woordgebruik, ingewikkelde formuleringen, verborgen gegevens aan zal lopen. Dat is zeker waar, het taalniveau van de leerlingen moet dan ook zo hoog mogelijk zijn, maar dat hoeft niet bij wiskunde (-examens) getoetst te worden.

Op grond van twee examenzittingen voor het vak Nederlands moet het toch mogelijk zijn het taalniveau van de leerlingen te beoordelen. Een extra zitting Nederlands onder het mom van wiskunde A is voor taalzwakke/allochtone/meertalige leerlingen echt teveel van het 'goede'.

Verder zijn er twee wezenlijke verschilpunten tussen de gefingeerde situaties in de examenopgaven en levensechte situaties. In de laatste bestaat namelijk wel altijd de mogelijkheid van wat in de taalkunde 'repair' wordt genoemd. Als een lezer/luisteraar iets niet helemaal begrijpt, kan hij of zij doorgaans om nadere uitleg of een helderder formulering vragen. Bij examens bestaat die mogelijkheid niet. We hebben al eerder gezegd dat verlenging van de zittingsduur van een examen en het gebruik van een woordenboek geen oplossing bieden.²

Ten tweede geeft de examensituatie door de spanning en de tijdsdruk veel meer aanleiding tot leesfouten. Minder taal gebruiken in de leerboeken of in de examen-opgaven is geen goede oplossing. Dan worden de meertalige leerlingen nog minder geconfronteerd met hun tweede (of derde) taal. Waar het om gaat is dat het taalgebruik aangepast wordt aan het taalbeheersingsniveau van de leerlingen. Dat wil zeker niet zeggen dat het onderwijsniveau verlaagd moet worden. Door aangepast taalgebruik leren de leerlingen behalve wiskunde ook nog taal, in plaats van dat ze geen taal maar ook geen wiskunde leren!

Met dit artikel hopen wij wiskundeleraren enig inzicht gegeven te hebben in de talige struikelblokken van wiskunde A.

Maar meer nog hopen wij de Inspectie en de CEVO ervan overtuigd te hebben dat de examenopgaven in een heldere, simpele stijl geschreven moeten zijn, willen meertalige leerlingen gelijke kansen hebben om te slagen.

De lezers (onder wie hopelijk de vak-inspecteur wiskunde en de CEVO-leden) die het hebben opgebracht deze 'aanklacht' tot het einde toe te lezen, zijn ongetwijfeld overtuigd geraakt van de noodzaak de examenteksten eens kritisch te laten lezen door

- 1) een deskundige op het gebied van het Nederlands als Tweede Taal, en
- 2) een leraar wiskunde die ruime ervaring heeft met onderwijs aan anderstalige leerlingen, vóórdat deze teksten naar de drukkerij gaan.

Hopelijk beseft de inspectie na lezing van ons artikel dat de mogelijkheid bestaat om, door verbetering van de examenteksten, daadwerkelijk bij te dragen aan **gelijke kansen voor anderstalige leerlingen**.

Het woord is nu aan de inspectie!

Over de auteurs:

Jeanette Lubbers is docente Nederlands als Tweede Taal aan de Algemene Hogeschool Amsterdam, die o.a. nascholingen verzorgt over het lesgeven aan anderstalige leerlingen.

Jan Muthert is wiskundedocent aan het Sweelinck College te Amsterdam.

Voetnoten

1 Voor de duidelijkheid: wij gebruiken in dit artikel de termen 'allochtoon', 'etnische minderheid' en vooral 'meertalige' en 'anderstalige' leerlingen om de groep leerlingen aan te duiden die een andere moedertaal heeft dan Nederlands, die thuis een andere taal spreekt dan het Nederlands.

2 In Euclides, jaargang 66 nr. 2 (oktober 1990), bespreken H. N. Schuring, C. Lagerwaard en J. W. Maassen de 'Eindexamens havo en vwo, eerste tijdvak 1990'.

Onder het kopje 'Algemeen' lezen wij:

... 'Uit de regio Amsterdam komt wederom het verzoek de teksten te laten beoordelen door een docent Nederlands. Deze zou de tekst moeten bekijken op onnodig lange zinnen, welke een veelheid van informatie bevatten. Het zijn met name niet-Nederlandse leerlingen die daar hinder van ondervinden.*' ... Er is tijdens de examenbespreking in Amsterdam veel meer gezegd. De noodkreten uit Amsterdam waren de basis voor dit artikel.

Wie schetst onze verbazing als wij in een voetnoot bij het verslag in Euclides de reactie op de Amsterdamse noodkreet lezen:

'De inspectie wijst hierbij op de mogelijkheid die deze leerlingen hebben om verlenging van het examen, ook voor wiskunde, te krijgen'.

De 'mogelijkheid' waarop de inspectie wijst houdt in: **Artikel 55:** 'Het bevoegd gezag kan toestaan dat ten aanzien van een kandidaat die met inbegrip van het schooljaar waarin hij examen aflegt ten hoogste zes jaren onderwijs in Nederland heeft gevolgd en voor wie het Nederlands niet de moedertaal is, met betrekking tot het vak Nederlandse taal en letterkunde, tot het vak Nederlandse taal of tot enig vak waarbij het gebruik van de Nederlandse taal van overwegende betekenis is, wordt afgeweken van de voorschriften gegeven bij of krachtens dit besluit ...

... De afwijking kan voor zover het het centraal examen betreft slechts bestaan uit een verlenging van de duur van de toets van het centraal examen met ten hoogste 30 minuten en het verlenen van toestemming tot het gebruik van een verklarend woordenboek der Nederlandse taal.'

Van de anderstalige examenkandidaten voldoet slechts een fractie aan de in artikel 55 gestelde eis '... ten hoogste zes jaren onderwijs in Nederland heeft gevolgd ...'

De reactie van de inspectie lost ook om deze reden het door ons gesignaleerde probleem niet op en wordt door ons dan ook als 'buitengewoon teleurstellend' ervaren.

Literatuurverwijzingen

Hilde Hacquebord, Tekstbegrip van Turkse en Nederlandse leerlingen in het voortgezet onderwijs. Floris Publications, Dordrecht 1989.

Inge Hofmans-Okkes, Schoolboeken leren lezen. Adviezen voor leraren. Coutinho, Muiderberg 1987.

Marja Meeder e.a., Alloctonen in het wiskunde-onderwijs en intercultureel onderwijs in de wiskundeles. Werkgroep 12-16, S.L.O., Enschede, maart 1989.

Wiskunde 12-16 De leerkracht aan het woord ... (het geven van wiskunde-onderwijs aan etnisch gemengde groepen). S.L.O., Enschede, juni 1985.

► De reststelling

Bij mondelinge eindexamens (gymnasium) kwam ik herhaaldelijk de volgende vraagstukken tegen:

Ontbind in factoren

$$(x + y + z)^3 - (x^3 + y^3 + z^3), \quad (\text{I})$$

$$(x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3. \quad (\text{II})$$

De kandidaten redeneerden als volgt (voorbeeld I):

De veelterm verdwijnt voor $x = -y$, is dus volgens de reststelling deelbaar door $x + y$. Om dergelijke redenen is I ook door $y + z$ en door $z + x$ deelbaar.

Dus is I door $(x + y)(y + z)(z + x)$ deelbaar.

Daar beide uitdrukkingen van de tweede graad in x zijn, is hun quotiënt een constante:

$$(x + y + z)^3 - (x^3 + y^3 + z^3) =$$

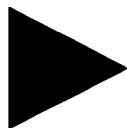
$$C(x + y)(y + z)(z + x).$$

De constante wordt bepaald door b.v. $x = y = z = 1$ te stellen.

– Analoog werd het voorbeeld II behandeld.

Deze herleiding is een opeenstapeling van onjuistheden. Om begrijpelijke redenen maak ik er bij het eindexamen geen aanmerking op; slechts één keer (met een kandidaat, die een 9-10 verdiende) heb ik er een genoegelijk onderhoud aan vastgeknoopt. Bij de behandeling in de klas mag men natuurlijk hogere eisen stellen; ik twijfel er niet aan, dat talrijke paedagogen dit 'mag' door een 'moet' zullen vervangen, maar ik wil toch even nagaan, of het sop de kool waard is.

Prof. Dr. Hans Freudenthal in Euclides, jaargang 26, 1950-1951.



► Nogmaals de wijzers van de klok

Gerrit L. de Bruijn

Het vraagstuk dat Folkert Schlichting zijn leerlingen opgeeft (zie Euclides 6, febr./maart 1991), heb ik al vele malen voorgelegd aan collegadocenten wis- of natuurkunde: 'Bepaal de tijdstippen waarop de grote en de kleine wijzer dezelfde stand innemen.' Steeds weer blijkt dat ze onmiddellijk grote berekeningen en formules produceren, doorgaans zeer veel ingewikkelder dan de grafische oplossing van Folkert. Zijn we zó gewoon te denken in algebraïsche formules dat we overzien dat er een wel zeer eenvoudige weg naar het juiste antwoord is?

Grote en kleine wijzer roteren beide met een eenparige hoeksnelheid. De relatieve hoeksnelheid is derhalve ook eenparig. Ik beeld me nu in dat ik de kleine wijzer ben. Hoe vaak zie ik nu de grote wijzer in een periode van 12 uur langs komen? Natuurlijk 11 keer! Het tijdsinterval tussen twee opeenvolgende tijdstippen waarop de grote en kleine wijzer dezelfde stand innemen, is dus $\frac{12}{11}$ uur.

Van zo'n simpele oplossing word je tenminste wijzer!

OW & OC tien jaar

Op 14 september aanstaande wordt het tien-jarig bestaan van de Vakgroep OV & OC gevierd. We nodigen u uit om hierbij aanwezig te zijn. Op deze dag zal het werk van de Vakgroep in enkele plenaire lezingen en een aantal werksessies gepresenteerd worden. Als speciale gast zal Alan Schoenfeld een voordracht houden. Aan het eind van deze dag hopen we de nieuwe naam van de Vakgroep bekend te kunnen maken, tevens zal het eerste exemplaar van Freudenthals laatste boek worden uitgereikt. De dag zal worden besloten met een drankje.

Deze feestelijke bijeenkomst vindt plaats in Transitorium, Universiteitscentrum De Uithof, Utrecht. De kosten voor deze dag inclusief koffie/thee, lunch en drankjes bedragen f25,-.

U kunt zich aanmelden door dit bedrag over te maken naar giro 3105662 t.n.v. OW & OC te Utrecht, o.v.v. OW & OC 10 jaar, én een kaartje te sturen naar Vakgroep OW & OC, t.a.v. mevr. A. van der Heiden, Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht. Vermeld op het kaartje a.u.b. 'OW & OC 10 jaar' en verder uw naam, school/instantie, adres en telefoonnummer. U ontvangt dan t.z.t. het definitieve programma en een lunchbon.

Teaching Mathematics through Television

Op 16 en 18 september 1991 zal dr. S. Garfunkel (VS) voordrachten geven over wiskunde en haar toepassingen op de televisie. Hij zal daarbij nieuw educatief videomateriaal presenteren, gebaseerd op actuele toepassingen en moderne oplossingsmethoden in de statistiek en de meetkunde. Het niveau ligt ongeveer op dat van de hoogste klas VWO. De voordrachten zijn bedoeld voor leraren VWO en voor lerarenopleiders.

Dr. Garfunkel, van huis uit een logicus, houdt zich al ruim twintig jaar bezig met educatieve aspecten van de wiskunde. Vanaf 1980 is hij directeur van COMAP (Consortium for Mathematics and its Applications) en heeft sindsdien onder meer een groot aantal videofilms gemaakt. Drie jaar geleden presenteerde hij in Nederland delen van een serie die sindsdien voor het Wiskundig Genootschap is aangekocht en door het CWI wordt beheerd (26 banden van een half uur over vijf onderwerpen: management science, statistics, social choice, on size & shape en computer science; voor uitleening: Margriet Brouwer, tel. 020-592 6053).

De voordrachten worden gehouden van 16.00 tot 18.00 uur, op maandag 16 september in Amsterdam, CWI, Kruislaan 413, zaal ZO11, en op woensdag 18 september in Eindhoven, Auditorium Technische Universiteit, collegezaal 2.

Nadere informatie is te krijgen bij Dr. H. M. Nieland, CWI, tel. 020-592 4092.

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Jan de Geus, Valkenboslaan 262-A, 2563 EB Den Haag.

► Oplossing 625

Beschouw een vierkant spijkerbord met 5×5 spijkers. Met elastiek kunnen we $16 = 1 \cdot 4^2$ rechtopstaande vierkantjes aan-
geven met zijde $r = 1$.

Nu $r = 2$: er zijn $9 = 3^2$ rechtopstaande vierkantjes. Op de randen van zo'n vierkant liggen de hoekpunten van een scheefstaand vierkant met zijde $\sqrt{2}$. Totaal $2 \cdot 3^2$ vierkanten.

Voor $r = 3$ vinden we 4 rechtopstaande en $4 + 4$ scheefstaande met zijde $\sqrt{5}$. Totaal $3 \cdot 4 = 3 \cdot 2^2$ vierkanten.

Voor $r = 4$: 1 rechtopstaande, $1 + 1$ scheefstaande met zijde $\sqrt{10}$ en 1 scheefstaande met zijde $\sqrt{8}$. Totaal $4 \cdot 1^2$ vierkanten. Eindtotaal is 50, zoals ik in de opgave al aangaf.

Op deze manier vinden we voor een $n \times n$ bord:

$$\sum_{r=1}^{n-1} r(n-r)^2 = \sum_{r=1}^n r(n-r)^2 = \sum_{i=1}^n (n-i)^2 = n \sum_{i=1}^n i^2 - \sum_{i=1}^n i^3 =$$

$$n \left\{ \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1) \right\} - \frac{1}{24} n^2(n+1)^2 = \frac{1}{24} n^2(n^2-1) \text{ vierkanten.}$$

Deze reeks wordt door Albert H. Beiler in 'Recreations in the theory of numbers' 'Fourth-dimensional figurate numbers' genoemd (tabel 80).

Bij een $m \times n$ bord met $m > 1$ vond W. M. Banis (15) uit Laren $\frac{1}{24} n(n^2-1)(2m-n)$ vierkanten.

Edward van Kervel (10) uit Utrecht had juist in de week voordat Euclides 6 verscheen zijn collega's vergast op een variant: 'Hoeveel gelijkzijdige driehoeken zijn er op een driehoekig spijkerbord te vinden?'

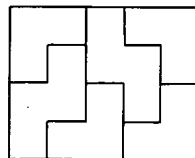
Sommige inzenders willen zelfs kubussen gaan tellen in een 3-dimensionaal rooster!

Met 24 punten is voor de tweede maal Ad Boons, Luchthavenlaan 22, 5042 TD Tilburg winnaar geworden van de boekenbon van f25,-. Hij begint reeds aan zijn derde beklimming! Van harte gefeliciteerd met deze geweldige prestatie.

In de zomervakantie vindt er op school een grote verbouwing plaats. De talensecties hebben zich over de inrichting van de bibliotheek gebogen. De wiskundesectie mocht plannen voor de patio indienen. Naast bloemperken en gerieflijke banken (zodat we in de grote pauze buiten van het zonnetje kunnen genieten) moeten er ook 3 gebieden betegeld worden.

Geïnspireerd door de wiskundecatalogus 1991 van Wolters-Noordhoff willen we 'right trominoes' en 'skew tetrominoes' gebruiken. (De tekening is uit Moderne Wiskunde I LM. In het eerste hoofdstuk worden inderdaad betegelingen behandeld.)

Als voorbeeld een 4 bij 5 rechthoek:



Zoals u ziet mogen de tegels niet gebroken worden, niet over elkaar heen worden gelegd en mogen ze wel worden omgedraaid, zoals met de tetromino is gebeurd.

We willen graag drie gebieden betegelen: een 5 bij 7 , een 5 bij 9 en een 7 bij 7 rechthoek. Kunt u ons adviseren over het aantal tegels dat we nodig hebben? Wat zijn zoal de mogelijkheden? Graag van ieder gebied een mogelijke betegeling. Als het onmogelijk is een gebied te betegelen, dan verwacht ik daar een wiskundig bewijs van. Kortom: vele vragen waar we een oplossing voor zoeken.

U heeft na verschijning twee maanden de tijd om met ons mee te denken en uw oplossing in te sturen. Bij juiste oplossing verdient u maximaal 5 punten voor de ladderwedstrijd.



► Tentoonstelling

Van 15 april tot 1 juli 1991 is er een tentoonstelling in de hal van de bibliotheek TU Delft (Schuttersveld 2) met als titel 'Recreatieve wiskunde: van magisch vierkant tot constructie-puzzel'. Aanbevolen!

● Verenigingsnieuws ●



► Jaarvergadering/ Studiedag 1991

Eerste uitnodiging voor de jaarvergadering/studiedag 1991 van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op zaterdag 26 oktober 1991 in het gebouw van:

Het Nieuwe Lyceum,
Jan Steenlaan 38,
3723 BV Bilthoven,
030-28 30 60.

Aanvang 10.00 h.

Agenda

- 9.30 h – 10.00 h Aankomst, koffie
10.00 h – 10.30 h **Huishoudelijk gedeelte**
- Opening door de voorzitter, dr. J. van Lint.
 - Notulen van de jaarvergadering 1990 (zie Euclides jg. 66 nr. 5).
 - Jaarverslagen (zie Euclides).
 - Décharge van de penningmeester en benoeming van een nieuwe kascommissie.
Het bestuur stelt kandidaat*):
mw. drs. Th. J. de Poel, Amsterdam en de heer R. van Oord, Waddinxveen.
 - Bestuursverkiezing in verband met het periodiek aftreden van mw. M. Meeder, F. F. J. Gailard en dr. J. van Lint.
Het bestuur stelt kandidaat*):

mw. drs. M. P. Kollenveld, drs. S. H. P. Garst en dr. J. van Lint.

f. Vaststelling van de contributie 1992/1993.

Het bestuur stelt voor de contributie vast te stellen op f55,-.

10.30 h – 16.00 h **Themagedeelte** (studiedag)

16.00 h – 16.30 h **Huishoudelijk gedeelte**

g. Rondvraag.

De nieuwe bestuurskandidaten

Marian Kollenveld is geboren in 1951. Na een korte carrière in de verzekeringsbranche studeerde zij aan de Rijksuniversiteit te Leiden en deed daar doctoraal examen wiskunde. Momenteel is zij docente wiskunde en informatiekunde aan het Interconfessioneel Westland College in Naaldwijk. Daarnaast is zij in de havo 3-groep van W12-16 betrokken bij het invullen van het nieuwe programma voor 3 havo.

Zij draagt het onderwijs, de wiskunde en de meisjes een warm hart toe en is bestuurslid van Vrouwen en Wiskunde.

Swier Garst studeerde van 1971 tot 1976 wiskunde in Leiden. Vanaf 1974 geeft hij wiskunde en natuurkunde aan de R.S.G. in Middelharnis. Sinds 1984 combineert hij die baan met het leraarschap aan de m.o.-A opleiding in Middelburg, een onderdeel van de Hogeschool Rotterdam e.o. Als bestuurslid van het W.G. organiseert hij het wintersymposium. Verder werkte hij mee aan de Sigma-B delen voor de havo.

Programma studiedag

Dit jaar zullen toetsen centraal staan op de studiedag. Daarbij gaat het niet alleen om centrale toetsen (examens), hoewel die ook uitgebreid aan bod komen. In het licht van het veranderende wiskundeonderwijs is er ook ruime aandacht voor meer 'alledaagse' toetsen. Daarom is als motto voor de studiedag gekozen:

Ander onderwijs, andere toets(vorm)en!

Bij het Hewet-project bleek voor het eerst dat een andere benadering van het wiskundeonderwijs ook



een grondige bezinning op de toetsing van dat onderwijs noodzakelijk maakt.

Op de experimenteerscholen die betrokken zijn bij W12-16 en Hawex is in de afgelopen periode heel wat ervaring opgedaan op het gebied van de toetsing. Dat varieert van 'gewone' proefwerken op leerstofeenheden tot alternatieve schoolonderzoeken (mondeling, praktikum, werkstukken). Een flink aantal docenten van die scholen heeft zich bereid verklaard om in werkgroepen over hun ervaringen te vertellen en de deelnemers zelf te laten werken.

W12-16 en Hawex hebben al een paar experimentele examens opgeleverd.

In een van de twee centrale lezingen worden de mavo C/D examens onder de loep genomen.

Ook de basisvorming krijgt te maken met een afsluitend toetsmoment. Over centrale toetsing hiervan en over de consequenties voor het ibo is al veel nagedacht.

Ten slotte: binnen afzienbare tijd zullen de zogenaamde *graphic calculators* de klaslokalen binnendringen. Welke gevolgen heeft dat voor onderwijs en toetsing van de (bijna) doodgetoetste analyse van met name wiskunde B op het vwo?

Er zullen zeker 14 verschillende werkgroepen zijn, verdeeld over lbo/mavo en onderbouw havo/vwo (W12-16) en bovenbouw havo/vwo (Hawex). Voor iedere wiskundedocent uit het voortgezet onderwijs (van ibo tot en met vwo) zijn er tenminste twee werkgroepen te kiezen die interessant zijn voor haar/zijn onderwijstype.

Wij denken dat iedere docent die *niet* naar deze studiedag komt zichzelf te kort doet!

Meer gedetailleerde informatie over de lezingen en over elk van de werkgroepen kunt u vinden in Euclides jaargang 67 nr. 1.

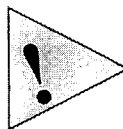
*) Tot achtentwintig dagen na het verschijnen van deze oproep kunnen eveneens andere leden van de vereniging schriftelijk worden voorgedragen bij het bestuur door ten minste vijf leden.

► Bericht van de penningmeester

De Postbank heeft laten weten dat het verwerken van acceptgiro's geld gaat kosten. Daarom zijn wij genoodzaakt per 1 augustus 1991 f0,45 kosten aan elk lid in rekening te brengen. Leden die een machtiging tot automatische overschrijving van het contributiebedrag aan de Vereniging geven, betalen f0,15 kosten.

Voor de goede orde zij nogmaals vermeld dat de eerste acceptgiro die half augustus uitgaat voor 1 november betaald dient te zijn. Voor aanmaningen na 1 november moet de Vereniging kosten (f2,50 per aanmaning) berekenen omdat het opsporen en herhaald aanmanen van te-laet-betalers een kostbare aangelegenheid is.

Opzeggingen dienen te geschieden voor 1 juli. Het verenigingsjaar loopt van 1 augustus t/m 31 juli. Tussentijdse opzeggingen zijn **niet** mogelijk.



Kalender

23 en 24 augustus 1991: Amsterdam, Vakantiecursus 1991. Zie Euclides jg. 66, nr. 8, blz. 256.

29 en 30 augustus 1991: Eindhoven, Vakantiecursus 1991. Zie Euclides jg. 66, nr. 8, blz. 256.

6 september 1991: Eindhoven, Tweede ronde Nederlandse Wiskunde Olympiade.

9 t/m 13 september 1991: Noordwijkerhout, ICTMA 5. Zie Euclides jg. 66, nr. 3, blz. 96.

11 september 1991: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.

14 september 1991: Utrecht, OW & OC tien jaar. Zie de mededeling op blz. 285 van dit nummer.

16 september 1991: Amsterdam, Teaching Mathematics through Television. Zie de mededeling op blz. 285.

18 september 1991: Eindhoven, Teaching Mathematics through Television. Zie de mededeling op blz. 285.

Najaar 1991: Diverse plaatsen, Regionale bijeenkomsten over W12-16.

Najaar 1991: Diverse plaatsen, Regionale bijeenkomsten over wiskunde A en wiskunde B op het havo.

9 oktober 1991: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.

26 oktober 1991: Bilthoven, Jaarvergadering/Studiedag NVvW. Zie het Verenigingsnieuws op blz. 287 en 288.

13 november 1991: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.

Inhoud

Inhoud 257

Huub Jansen: Wiskunde 12-16 nader be-
keken 258

Mededeling 263

Heleen Verhage, Monica Wijers: Uitkom-
sten enquête regionale bijeenkom-
sten 264

F. M. Vriesendorp: Een onderzoekje naar
pythagorische drietallen 269

Verschenen 271

Werkbladen 272

Truus Dekker: Examen Ibo/mavo C/D
1991, experimenteel (9) 274

Jeanette Lubbers, Jan Muthert: Cijferen
of ontcijferen 275

40 jaar geleden 284

Gerrit L. de Bruijn: Nogmaals de wijzers
van de klok 285

Mededelingen 285

Recreatie 286

Jaarvergadering/Studiedag 1991 287

Bericht van de penningmeester 288

Kalender 288