

Wolters-Noordhoff

Orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Vakblad voor de wiskundeleraar

Euclides

816
357
492

jaargang 65 1989 | 1990 september

Redactie

Drs H. Bakker
Drs R. Bosch
G. Bulthuis
Drs J. H. de Geus
Drs M. C. van Hoorn (hoofdredacteur)
N. T. Lakeman (beeldredacteur)
Drs A. B. Oosten (voorzitter)
P. E. de Roest (secretaris)
Ir. V. Schmidt (penningmeester)
Mw. Drs A. Verweij (eindredacteur)
A. van der Wal

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 9 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter Dr. Th. J. Korthagen, Torenlaan 12, 7231 CB Warnsveld, tel. 05750-23417.
Secretaris Drs J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.
Penningmeester en ledenadministratie F. F. J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-653218. Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam.

De contributie bedraagt f55,- per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. f37,50; contributie zonder Euclides f30,-. Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de penningmeester. Opzeggingen vóór 1 juli.

Inlichtingen over en opgave voor deelname aan de leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan F. M. W. Doove, Severij 5, 3155 BR Maasland. Giro: 1609994 t.n.v. NVvW leesportefeuille te Maasland.

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij drs M. C. van Hoorn, Sloep 102, 9732 CE Groningen. Zij dienen machinaal geschreven te zijn en bij voorkeur te voldoen aan:

- ruime marge
- regelafstand van 2
- 48 regels per kolom
- maximaal 47 aanslagen per regel
- liefst voorzien van (genummerde) illustraties
- die gescheiden zijn van de tekst
- aangeleverd in zo origineel mogelijke vorm
- waar nodig voorzien van bijschriften

De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 5 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

Abonnementen niet-leden

Abonnementsprijs voor niet-leden f55,00. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement f35,00. Niet-leden kunnen zich abonneren bij: Wolters-Noordhoff bv, afd. Verkoopadministratie, Postbus 567, 9700 AN Groningen, tel. 050-22 68 86. Giro: 1308949.

Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen. Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag. Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven. Losse nummers f9,- (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

Advertenties

Advertenties zenden aan: Intermedia bv, Postbus 371, 2400 AJ Alphen a/d Rijn. Tel. 01720-663 79. Telefaxnr. 01720-932 70.

● Inhoud ● ● ● ● ●

Actualiteit 2

Bij het begin van de 65e jaargang 2

George Schoemaker *Kolom 10 W12/16* 3

Examen havo 1989 Wiskunde A 4

Examen havo 1989 Wiskunde B 8

De opgaven voor het eerste tijdvak van het centraal schriftelijk examen van de drie HAWEX-experimenteerscholen. Opgaven waar leerlingen, leraren en HAWEX-team tevreden over waren.

Bijdrage 11

Drs. W. Kleijne *Gedachten bij een grafscript*

Een stukje geschiedenis van de wiskunde naar aanleiding van een wandeling over een kerkhof.

Geschikt als inspiratiebron voor enkele wiskundelessen?

Serie 'De zakrekenmachine' 13

Leen Bozuwa *Zakrekenmachine: didactisch hulpmiddel?*

De ZRM een jaar lang bestudeerd door de Didactiekcommissie van de NVvW. Dit is het eerste in een serie artikelen over de resultaten van die studie.

Werkbladen 16

Vierkanten in een rechthoek en Een rij priemgetallen

Serie 'Wiskundeonderwijs aan ...' 18

Rudolf Klinkenberg *Wiskunde op de Vrije School*

Een wiskundeleraar van de Vrije School in Den Haag zet uiteen hoe antroposofische ideeën in de wiskundeles gestalte kunnen krijgen. Als voorbeeld: de parabool door de jaren heen. Verder: perioden en periodeschriften, geen boeken, geen cijfers.

Postzegels 22

Rekenen

Verenigingsnieuws 23

Verslag van het verenigingsjaar 1 augustus 1988-31 juli 1989 23

Agneta Aukema-Schepel *Van de bestuursstafel* 24

Boekbespreking 25

Verenigingsnieuws 25

Jaarvergadering/Studiedag 1989 25

Marja Meeder en Francis Meester *Studiedag 28 oktober 1989* 26

Over het thema van de studiedag: 'begeleiden, motiveren en adviseren in de wiskundeles'. Met informatie over het programma.

NVvW en NVORWO *Prijsvraag 'Anders dan anders'* 29

Recreatie 31

De vertrouwde rubriek, nu met een nieuwe redacteur. Jan de Geus neemt de fakkel over van Piet Vredenduin.

Boekbespreking 32

Verschenen 32

Kalender 32



... de brede toren nader bekeken.

► **Bij het begin van de 65e jaargang**

Euclides in een nieuw jasje

De meest in het oog springende wijziging die doorgevoerd is, is de vernieuwing van het omslag. Dit zal, naar we hopen, niemand ontgaan zijn. We menen hiermee tegemoet te komen aan wensen van onze lezers!

Inhoudelijk blijft het meeste bij het oude. We blijven berichten over de beleidsmatige, vakinhoudelijke en vakdidactische ontwikkelingen die voor de Nederlandse wiskundeleraren van belang zijn.

We hopen dat Euclides zodoende zal functioneren als *vakblad voor de wiskundeleraar*. Deze ondertitel is sinds vorig jaar al te vinden op het voorblad.

De rubrieken

Op de *openingspagina* staat weer de inhoudsopgave. Van de langere artikelen wordt de inhoud kort weergegeven. Aldus willen we duidelijk maken wat er in een aflevering te vinden is.

Na de *openingspagina* volgt de rubriek *Actualiteit*. In deze rubriek komen artikelen over onderwijs- en examenbeleid, komt nieuws van het Ontwikkelteam Wiskunde 12-16, komt de inhoud van circulaire van het Ministerie van Onderwijs en Wetenschappen en verder al datgene wat rechtstreeks van belang kan zijn voor wiskundeleraren.

De rubriek *Bijdragen* is erg ruim van opzet. Naast een wiskundig getint artikel (waarvan er elke keer tenminste één wordt opgenomen), kan een verscheidenheid aan artikelen in deze rubriek worden aangetroffen. De praktische bruikbaarheid van het gebodene achten wij daarbij van het grootste belang, al moeten uiteraard ook achtergronden worden belicht. Ook voor vertaalde of bewerkte buitenlandse artikelen is plaats in deze rubriek.

Gedurende deze jaargang levert de *Didactiekcommissie van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren* een serie bijdragen over het werken met de zakrekenmachine. Verder zijn deze jaargang enkele artikelen te verwachten over het wiskundeonderwijs in *Vlaanderen*.

Dan is er de serie *Wiskunde aan . . .*. Deze rubriek beslaat een één jaar lopende serie artikelen, waarin docenten van diverse scholen vertellen over hun wiskundeonderwijs.

De naam van de rubriek *Recreatie* spreekt voor zich. Deze rubriek wordt met ingang van de nieuwe jaargang verzorgd door drs. J. H. de Geus.

In de rubriek *Verenigingsnieuws* tenslotte treft u al datgene aan wat het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren u wil melden. In dit nummer staat een beschrijving van het programma van de jaarvergadering annex studiedag, te houden op zaterdag 28 oktober aanstaande. Het belooft een boeiende en interessante dag te worden.

En voorts in elk nummer

Verspreid in elk nummer, maar – naar we hopen – goed te vinden, staan de volgende kleine rubrieken. De *Boekbesprekingen* en de *Mededelingen* over cursussen, conferenties, examens en andere, alsmede de *Kalender*, vormen vertrouwde lectuur. Overigens kan ook in de rubriek *Actualiteit* wel eens iets in mededelende zin staan en in de rubriek *Bijdragen* kan een langere boekbespreking (een boekbeschouwing) staan.

Nieuw zijn de *Postzegels*, waarvan in elk nummer twee stuks voorkomen.

Niet meer nieuw zijn de *Werkbladen*, die op de middenpagina's staan. Ze mogen rechtstreeks gekopieerd worden voor gebruik in de klas. We zetten hiermee de vorig jaar gestarte werkbladenserie voort.

De Shortliners en de Denkopgaven worden niet als afzonderlijke rubrieken voortgezet. Shortliners zullen onzes inziens meer en meer in artikelen voorkomen, terwijl de Denkopgaven dit jaar worden opgevolgd door de Postzegels.

Wensen

We vinden het, enerzijds, van groot belang dat iedere wiskundeleraar voldoende van zijn/haar gading aantreft in Euclides.

Anderzijds vinden we dat Euclides het medium is voor wiskundeleraren die iets over hun werk willen vertellen, die hun didactische opvattingen naar voren willen brengen, of die hun opinie over leerplannen of examens willen geven. De inbreng van u, beste lezer, vinden we derhalve van grote waarde.

Als vanouds geldt dus dat reacties of bijdragen van uw hand door ons gaarne ingewacht worden!

Redactie

Dit jaar verlaten Piet Vredenduin en Henny Susijn de redactie.

Piet Vredenduin heeft, zoals in nummer 5 van de vorige jaargang werd gememoreerd, 32 jaar lang deel uitgemaakt van de redactie en al die tijd de Recreatie verzorgd. Thans beëindigt hij dat werk. We zeggen hem op deze plaats nogmaals hartelijk dank voor zijn geweldige inzet. Het ga hem goed! Henny Susijn heeft 8 jaar lang steeds een belangrijke stem gehad in de redactie, om te beginnen in de periode waarin ze de eindredactie verzorgde. We zullen haar inbreng node missen en we zeggen haar hartelijk dank voor het belangrijke werk dat ze deed. Het ga haar goed!

Nieuw in de redactie is Jan de Geus, werkzaam aan een scholengemeenschap voor avo. Hij gaat de Recreatie verzorgen. We heten hem van harte welkom!

We hopen op voortzetting van de goede samenwerking met het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren en met de uitgever.

Tenslotte wensen we onze lezers een goed schooljaar 1989-1990.

De redactie

● Actualiteit ● ● ● ●

► Kolom 10



George Schoemaker

Als de ooms kwamen was het altijd gezellig. Ze brachten wat voor ons mee, vroegen mijn oudste broer een mopje op de piano te spelen en daarna kreeg ik 'de vraag': 'Wat weegt zwaarder een pond veren of een pond lood.' 'Lood', zei ik de eerste keer uit overtuiging. Ik wist wat veren waren en een stukje lood had ik wel eens in de hand gehad. Tijdens het lachen legden ze uit met veel 'toch', 'wiedes' en 'logisch' in hun woordenstroom. Bij de volgende gelegenheid zei ik 't goed, maar het bleef knagen dat ik het niet snapte.

Geluk gehad, voor hetzelfde geld had ik ervan 'geleerd' dat eigen ervaringen niet te gebruiken zijn en dat je veel beter kunt nazeggen wat anderen met veel overtuiging uitleggen. Veel kinderen in de brugklas geven op de vraag 'hoeveel is $a + b$ ' als antwoord 'c'. Voor een aantal leerlingen is wiskunde synoniem voor 'van horen zeggen hebben dat iets zò moet zonder 't te snappen'.

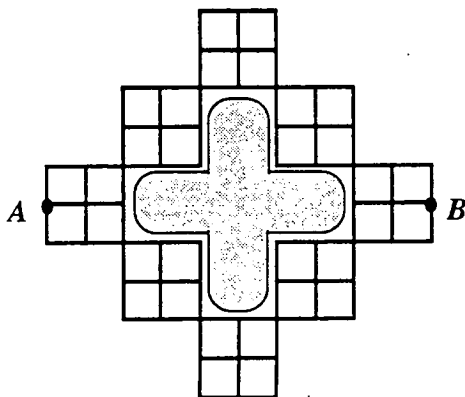
Bij het ontwikkelen van een nieuw wiskundeprogramma voor leerlingen van 12 tot 16 jaar staat het probleem van de variabelen centraal. We zoeken niet in de richting van hele kleine stapjes waarbij elke moeilijkheid zo licht is als een veertje maar waarbij al die veertjes nooit opwegen tegen dat ene stuk lood. In het programma dat in de maak is zijn variabelen eerst woorden zoals tijd, afstand, prijs. Daarmee kun je formules bouwen die een machtige reikwijdte hebben. Woorden verschrompelen tot letters. Daarop hoeft niet gewacht te worden om grafieken van verbanden te tekenen en daaraan te redeneren. Daarna hoeven niet alle leerlingen te leren letterexpressies via de massa-gelijkheid te herleiden van veren naar lood.

► Examen havo 1989 Wiskunde A

Opgave 1

In figuur 1 zie je een plattegrond van paden rond een kruisvormige vijver.

Een route van A naar B moet zo kort mogelijk zijn en mag niet buiten de paden leiden.



figuur 1

1 Bereken het aantal verschillende routes van A naar B .

Opgave 2

In de tijd rond koninginnedag worden er in veel gemeenten in Nederland kermissen georganiseerd.

Een kermisexploitant die een plaats wil hebben op de kermis moet staangeld aan de gemeente betalen. Dat staangeld wordt berekend naar het elektriciteitsverbruik en de oppervlakte van die plaats.

In tabel 1 staan van 6 kermisattracties de oppervlakte en het elektriciteitsverbruik vermeld.

tabel 1

Attractie	Oppervlakte	Elektriciteitsverbruik per dag
1 Reuzenrad	320 m ²	400 kWh
2 Surfer	300 m ²	350 kWh
3 Spookhuis	350 m ²	300 kWh
4 Draaimolen	230 m ²	300 kWh
5 Breakdance	450 m ²	500 kWh
6 Vliegend tapijt	300 m ²	450 kWh

Een gemeente rekent f 5,00 huur per m² grond per dag en f 0,25 per kilowattuur (kWh).

2 Maak een tabel waarin voor elk van de 6 kermisattracties het staangeld (in guldens) per dag is vermeld.

Stel: O = de oppervlakte die een attractie in beslag neemt (in m²)

E = het elektriciteitsverbruik van een attractie per dag (in kWh)

S = het staangeld voor een attractie per dag (in guldens)

3 Geef een formule voor S uitgedrukt in O en E .

Bij de formule bedoeld in vraag 5 hoort een grafiek in de vorm van een plat vlak. In figuur 2 zie je die grafiek.

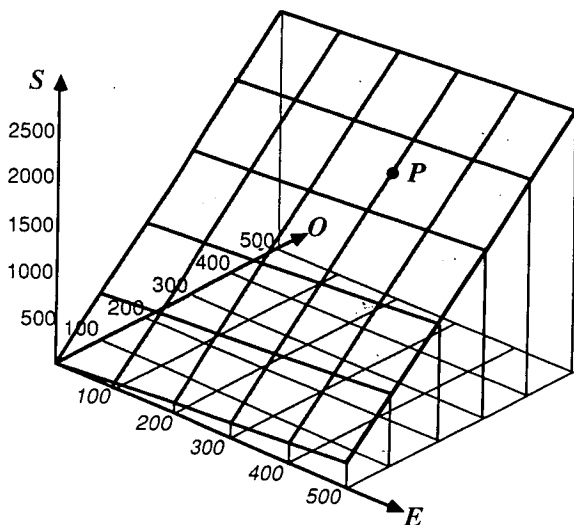
Eén van de zes attracties past bij het punt P in dat vlak.

4 Welke attractie is dat?

Bij de vaststelling van het staangeld worden door de gemeente ook nog kosten voor reinigingswerkzaamheden in rekening gebracht. Die kosten bedragen f 50,00 per attractie per dag.

5 Geef een nieuwe formule die S uitdrukt in O en E .

6 Hoe moet de grafiek van figuur 2 worden aangepast?



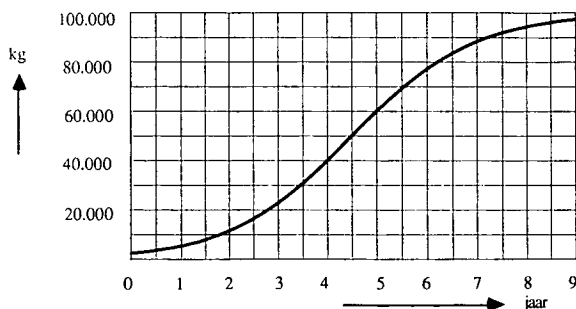
figuur 2

Gemiddeld duurt een ritje in de breakdance 5 minuten (inclusief de tijd die nodig is voor het in- en uitstappen). Een kaartje voor één rit kost f 4,00 per persoon. De kermis is 10 uur per dag open.

7 Hoeveel mensen moeten gemiddeld per rit mee om de kosten van de staanplaats (inclusief reinigingskosten) er uit te halen?

Opgave 3

In een viskwekerij wordt vis uitgezet in een aantal nieuw aangelegde kweekvijvers. Als er geen vis wordt gevangen zal de visstand zich in de loop der jaren uitbreiden. Onderstaande grafiek geeft een model van de groei van de visstand (figuur 3).



figuur 3

8 Teken het toenamendiagram voor intervallen van een jaar, te beginnen met het interval 1-2.

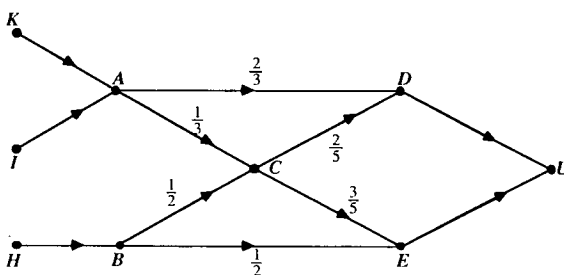
De viskweker zal een aantal jaren afwachten alvorens te 'oogsten'. Daarna wil hij jaarlijks dezelfde hoeveelheid vis vangen, liefst zoveel mogelijk. Het oogsten vindt plaats aan het eind van het jaar. Na elke vangst breidt de visstand zich weer uit volgens bovenstaande grafiek.

9 Welk advies zou je de viskweker geven over:

- het aantal jaren dat hij na het uitzetten van de vis moet wachten;
- de grootte van de jaarlijkse vangst?

Geef bij dit advies een toelichting, waarmee je de viskweker denkt te overtuigen.

Opgave 4



figuur 4

De graaf in figuur 4 past bij een net van hoofdwegen van een grote stad. Over die wegen gaat in de avondspits éénrichtingsverkeer (zie de pijlen in de graaf). De punten K , I en H staan voor respectievelijk de kantorenwijk, het industrieterrein en het havengebied van de stad en U is het beginpunt van de uitvalsweg. A , B en C zijn knooppunten waar politie-agenten het aankomend verkeer verdelen volgens de in de figuur aangegeven verhoudingen. *Voorbeeld:* Het totale verkeersaanbod uit K en I dat bij A aankomt wordt zó gesplitst dat $\frac{1}{3}$ deel in de richting van C en $\frac{2}{3}$ deel in de richting van D wordt gestuurd.

Op een zekere dag komen er tussen 17.00 en 18.00 uur per 10 minuten gemiddeld 600 auto's uit *K*, 450 uit *I* en 780 uit *H*.

10 Bereken hoeveel auto's er gemiddeld per 10 minuten over weg *DU* en hoeveel over weg *EU* worden gestuurd.

Een forens werkt in de kantorenwijk en reist 200 dagen per jaar in de avondspits over het wegennet naar huis.

11 Hoeveel dagen per jaar kan hij verwachten over weg *DU* te rijden?

12 Geef de matrix van de kansen voor auto's komend uit *K*, *I* en *H* om over de wegen *DU* en *EU* te worden gestuurd:

matrix

naar
$$\begin{matrix} & \text{van} \\ & K & I & H \\ \begin{pmatrix} DU \\ EU \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \end{matrix}$$

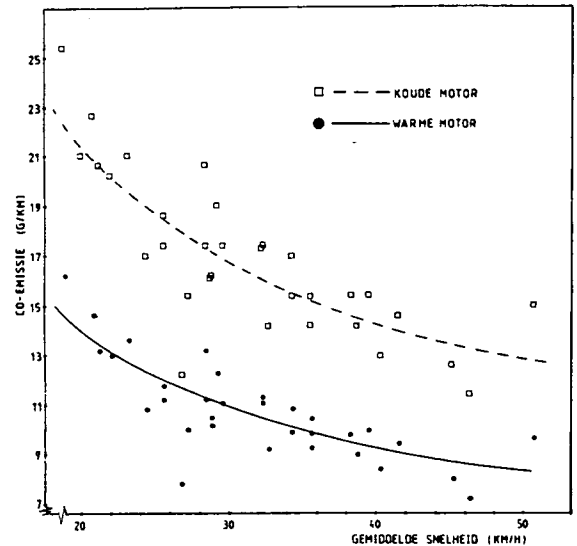
13 Is het mogelijk dat de aantallen auto's uit *K*, *I* en *H* in de avondspits zodanig zijn, dat er evenveel auto's over *DU* als over *EU* rijden?

Licht je antwoord toe.

Opgave 5

Eén van de stoffen die via de uitlaat van een auto in de lucht komen, is koolmonoxide (CO). De hoeveelheid CO die uitgestoten wordt (de zogenaamde CO-emissie) is afhankelijk van de temperatuur van de motor en van de rijsnelheid. Dat blijkt uit een artikel in het blad *Verkeerskunde* (1985).

Bij dat artikel was de grafiek in figuur 5 als illustratie gegeven.



figuur 5

Voor de CO-emissie bij de *warme* motor is deze formule gevonden:

$$(1) \quad e = 4,4 + \frac{196,0}{v} \quad \begin{matrix} e \text{ in g/km (gram per km)} \\ v \text{ in km/h (km per uur)} \end{matrix}$$

14 Hoe kun je aan de formule zien dat de emissie afneemt als de snelheid toeneemt?

Neem aan dat formule (1) ook nog gebruikt mag worden voor een snelheid van 60 km/h.

15 Bereken voor deze snelheid de emissie, in g/km (in 1 decimaal nauwkeurig).

De CO-emissie bij een *koude* motor beantwoordt aan de volgende formule:

$$(2) \quad e = 6,9 + \frac{298,5}{v} \quad \begin{matrix} e \text{ in g/km} \\ v \text{ in km/h} \end{matrix}$$

De emissie van een auto met koude motor bedroeg 14 g/km.

16 Bereken met formule (2) de snelheid in km/h waarmee de auto reed.

Iemand is geïnteresseerd in het verschil tussen de emissie bij een koude en bij een warme motor. Hij onderzoekt hoeveel procent de emissie bij een koude motor meer is dan bij een warme motor. Dat percentage hangt af van de snelheid.

17 Hoe groot is dat percentage bij een snelheid van 30 km per uur?

Er bestaan ook formules waarbij de CO-emissie gegeven wordt afhankelijk van de ritlengte en de rijtijd.

Voor een *warme* benzinemotor geldt de volgende formule:

$$(3) e_{\text{tot}} = 4,4L + 0,054T \quad \begin{array}{l} e_{\text{tot}} = \text{totale hoeveelheid} \\ \text{CO in gram uitgesto-} \\ \text{ten tijdens de rit} \\ L = \text{ritlengte in km} \\ T = \text{rijtijd in seconden} \end{array}$$

18 Bereken volgens deze laatste formule de totale CO-emissie (in gram) voor een rit met warme motor van 5 km in 8 minuten. Geef je antwoord in 1 decimaal nauwkeurig.

19 Bereken de totale CO-emissie (in gram) van deze rit ook met de oorspronkelijke formule (1). Geef je antwoord in 2 decimalen nauwkeurig.

20 Geef zelf een formule voor de CO-emissie (in gram) van een *koude* motor afhankelijk van de ritlengte L (in km) en de rijtijd T (in sec).

Opgave 6

In de nazomer zijn druiven zover gerijpt dat ze geoogst kunnen worden. De smaak van de druiven wordt aanzienlijk verbeterd als ze nog wat langer kunnen profiteren van de zonnewarmte. Daar staat tegenover dat, als de druiven langer blijven hangen, er een kans is op schade door langdurige regenval. Een druiventeler heeft de keus uit twee manieren van oogsten:

I *Direct oogsten*

De kwaliteit is dan 'redelijk'.

De helft van de oogst kan verkocht worden voor

directe consumptie; de opbrengst is hierbij f 2,00 per kilo.

De andere helft is alleen geschikt voor verwerking tot druivensap; de opbrengst van dit deel is f 1,30 per kilo.

Dit is een manier van oogsten waaraan geen risico is verbonden.

II *Twee weken wachten en dan oogsten*

De kwaliteit van de druiven is nu 'goed'.

De hele oogst kan verkocht worden voor f 2,30 per kilo. Maar er is een risico verbonden aan deze manier van oogsten.

Als het in deze 14 dagen op meer dan 2 dagen regent, worden de druiven zodanig aangetast, dat de oogst alleen nog maar geschikt is voor verwerking tot druivensap; de opbrengst is dan f 1,30 per kilo.

De druiventeler kan rekenen op een oogst van 12.000 kilo. Hij kiest voor manier II.

21 Bereken het voordeel én het nadeel dat hem dit kan opleveren vergeleken met manier I.

Weerkundigen hebben berekend dat voor elke dag in de twee-weekse periode (zoals bedoeld in II) de kans op regen 15% is.

22 Bereken de kans dat het tijdens die periode op meer dan 2 dagen regent.

De kweker kiest de manier van oogsten, waarbij de *te verwachten* opbrengst het grootst is.

23 Welke manier kiest hij?

Licht je antwoord toe met een berekening.

► Examen havo 1989 Wiskunde B

Opgave 1

In het Oxy -vlak ligt de grafiek van $y = x\sqrt{x}$.
Op die grafiek ligt het punt P met x -coördinaat 4.
De raaklijn in P aan de grafiek snijdt de x -as in Q en de y -as in R .

1 Bereken de oppervlakte van driehoek OQR .

Gegeven de functie $f(x) = 4 - 8\sin 0,2\pi x$

2 Teken in een Oxy -vlak een deel van de grafiek van f , dat twee perioden bevat.

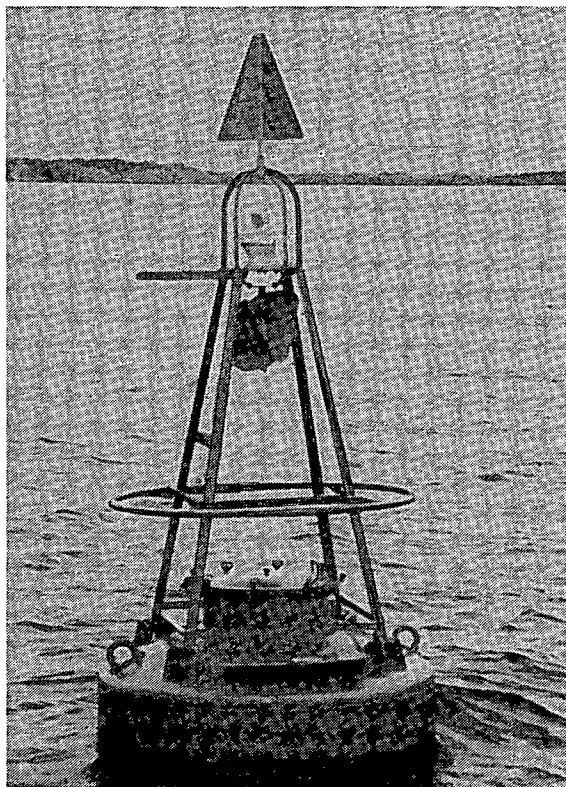
Van een lijn l in het Oxy -vlak is alleen bekend dat de hellingscoëfficiënt 1 is.

We letten op het aantal punten dat l met de volledige grafiek van f gemeenschappelijk heeft.

3 Lees uit de grafiek af hoeveel gemeenschappelijke punten er kunnen zijn; let daarbij op de verschillende situaties die zich kunnen voordoen.

Opgave 2

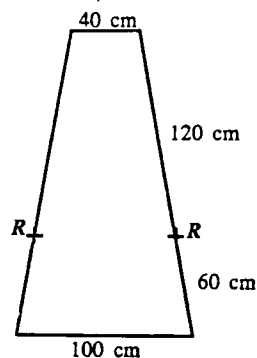
Bekijk de foto van de lichtboei. Een deel van de lichtboei is te beschouwen als een afgeknotte piramide met een ring eromheen. Hierbij wordt de dikte van de stangen verwaarloosd en wordt aangenomen dat de ring precies om de afgeknotte piramide past.



figuur 1

De schuin opstaande ribben van de afgeknotte piramide zijn even lang en het grondvlak is vierkant.

Van de afgeknotte piramide is in figuur 2 een zijvlak op schaal getekend. De plaatsen waar de ring aan de schuin opstaande stangen is bevestigd zijn aangegeven met R .



figuur 2

4 Teken het bovenaanzicht van de afgeknotte piramide met de ring op schaal 1 : 10.

5 Bereken de middellijn van de ring in cm nauwkeurig.

Bekijk de situatie waarin de boei rechtop in het water staat.

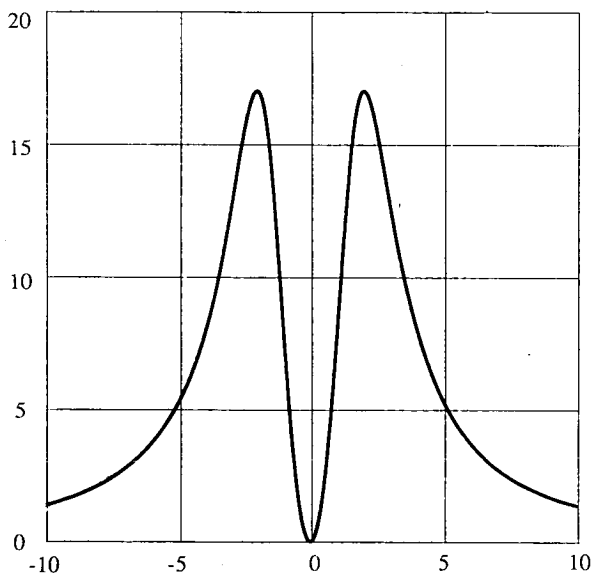
6 Bereken de hellingshoek van een schuine stang in graden nauwkeurig.

Opgave 3

Gegeven is de functie $f(x) = \frac{136x^2}{x^4 + 16}$

voor $-10 \leq x \leq 10$.

De grafiek van die functie is getekend in figuur 3.



figuur 3

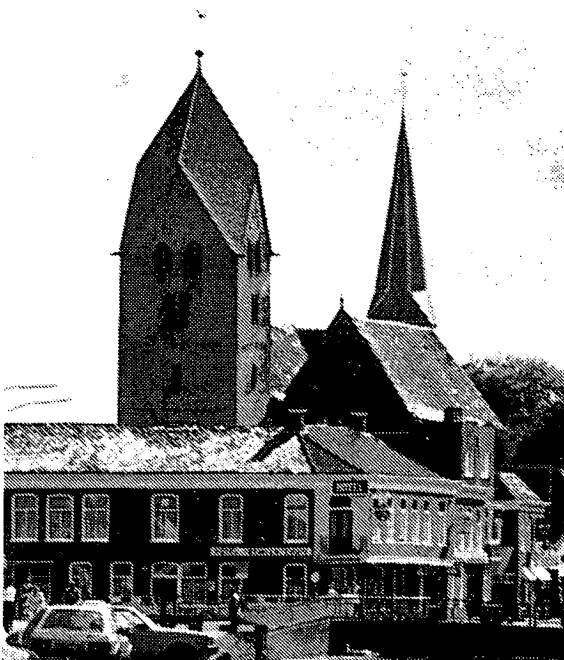
7 Bereken de kleinste en de grootste functiewaarde.

8 Los op: $f(x) \geq 8$.

De grafiek van de functie $g(x) = f(x) + c$ raakt de lijn $y = 10$.

9 Lees uit de figuur af voor welke waarde(n) van c dit het geval is.

Opgave 4

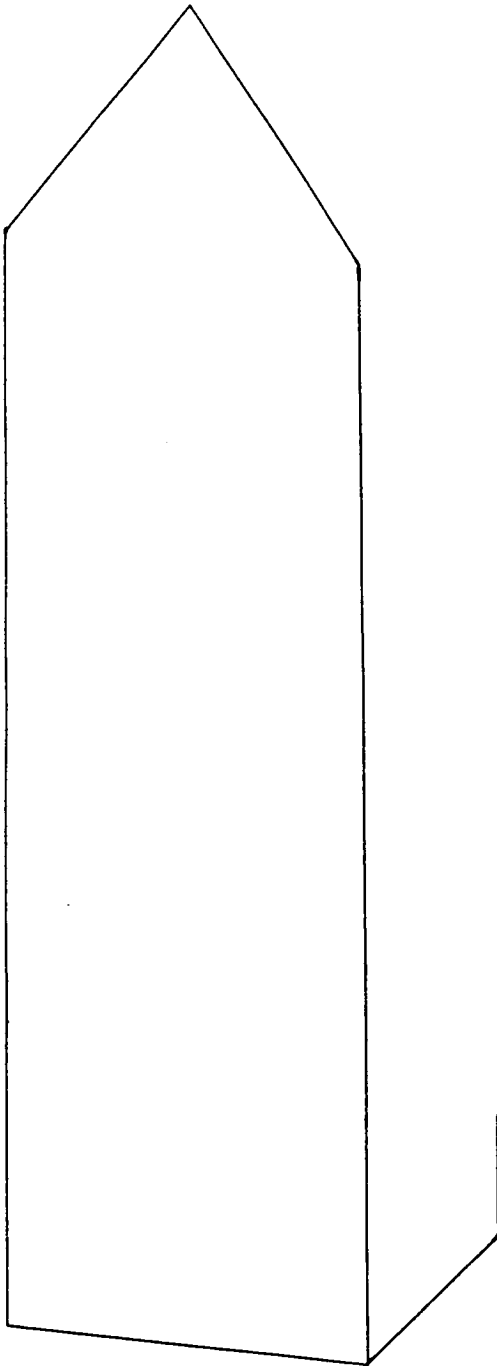


figuur 4

Van de kerk op de foto (figuur 4) wordt de brede toren nader bekeken. De plattegrond van deze toren is een vierkant van 6 bij 6 m. Het dak wordt gevormd door vier even grote, ruitvormige dakdelen. De laagste hoekpunten van de dakdelen liggen op een hoogte van 18 m. De top ligt op een hoogte van 26 m. De vier overige hoekpunten van het dak liggen op 22 m hoogte, elk op de symmetrie-as van een van de zijmuren.

In de figuur op de bijlage is een begin gemaakt met een tekening van de toren in de zogenaamde ingenieursprojectie.

10 Voltooi de projectiefiguur van de toren. Teken de lijnen die in werkelijkheid niet zichtbaar zijn als stippellijnen.



De bovenste openingen in de gevels van de toren zijn de galmgaten. Daarachter hangt de klok, die elk half uur wordt geluid. De kwaliteit van het geluid is afhankelijk van de inhoud van de ruimte waarin de klok hangt. De vloer van deze ruimte ligt 12 m. boven de grond. Het plafond kan worden aangebracht op hoogte 20, 22 of 24 m.

11 Teken in één figuur op schaal 1 : 100 de vorm van elk van de drie mogelijke plafonds.

Het plafond wordt aangebracht op hoogte 22 m.

12 Bereken de inhoud van de ruimte waarin de klok hangt.

Opgave 5

Hoe presteert een lange-afstandloper op een korte afstand? En wat is een sprinter waard op bijvoorbeeld de 5000 meter?

Iemand beweert een formule te hebben gevonden, waarmee uit een prestatie op een bepaalde afstand de prestatie op een andere afstand kan worden voorspeld.

Die formule luidt:

$$v_2 = v_1 - {}^2\log \frac{s_2}{s_1}$$

Hierin zijn s_1 respectievelijk s_2 afstanden in *meter* en v_1 respectievelijk v_2 de bijbehorende gemiddelde snelheden in *km per uur*.

Een lange-afstandloper loopt de 10 km in 30 minuten.

Hij gebruikt de formule om een voorspelling te doen over zijn prestatie op de 400 m.

13 Bereken zijn gemiddelde snelheid in km per uur op de 400 m. Rond je antwoord af op een geheel getal.

14 Hoe kun je in de formule zien dat bij een langere afstand een lagere gemiddelde snelheid hoort?

15 Wat voor effect heeft verdubbeling van de afstand op de gemiddelde snelheid?

16 Druk s_2 uit in s_1 , v_1 en v_2 .

► Gedachten bij een grafscript

Drs. W. Kleijne

Toen ik vorig jaar voor een conferentie in Kassel (BRD) was, zag ik bij de Luther Kirche de grafsteen van Jost Bürgi, die eind 16^e begin 17^e eeuw leefde. Zoals in die dagen vaak het geval was, hield ook Bürgi zich met diverse takken van wetenschap bezig, waaronder de wiskunde. Hij stond zelfs aan het begin van de ontwikkelingen op het terrein van logaritmen. Daar het jaartal 1588 in dit verband naar voren komt, vormde het grafscript op de steen in 1988 de aanleiding om dit stukje te schrijven.

Een van de kenmerken van het wiskundig bedrijf is altijd geweest het zoeken van een uitweg in de doolhof van een (nieuw) probleem met behulp van bekende wiskundige kennis en technieken. Dikwijls moesten daarvoor nieuwe technieken ontwikkeld worden en moest met de oude kennis nieuwe wiskunde gemaakt worden. Dit wezenlijke aspect in de wiskunde-beoefening is in de school niet altijd even nadrukkelijk aan de orde geweest als tegenwoordig het geval is in het werken binnen contexten. Het is uitermate boeiend, voor jezelf zeer stimulerend en voor leerlingen hoogst instructief te zien dat dit facet de eeuwen door één van de drijfveren van de beoefening van wiskunde is geweest.

Een onderwerp waarbij voor de leerlingen naar mijn smaak uitnemend de historische achtergrond

getoond kan worden, is dat van de logaritmen. Momenteel in de school ter sprake komend naar aanleiding van groeiprocessen, is het motiverend om ook de oorsprong van de logaritme naar voren te brengen.

Waar in de Middeleeuwen de berekeningen op het terrein van de sterrenkunde zo ingewikkeld waren geworden dat ze onhanteerbaar dreigden te worden, zocht men naar vereenvoudigingen van het rekenwerk. Methoden onder de naam prostaphairese vervingen het omslachtige vermenigvuldigen en delen door het veel eenvoudiger optellen en aftrekken. Hier volgt een getallenvoorbeeld om e.e.a. te verduidelijken.

Stel we moeten $0,1234 \times 56789$ berekenen. Met behulp van een tabel van goniometrische verhoudingen kunnen we het rekenwerk vereenvoudigen: $0,1234$ herkennen we als de sinus van $7^\circ 05' 18''$, uit de tabel (het werken met minuten en seconden, vroeger gebruikelijk, is met de komst van de rekenmachine vrijwel verdwenen; we schrijven tegenwoordig $0,1234 = \sin 7,08837^\circ$).

$$56789 = 100000 \times 0,56789 = 100000 \times \sin 34^\circ 16' 12''$$

De goniometrische formule die we nu gebruiken, luidt:

$$\sin p \sin q = \frac{1}{2} \{ \cos(p - q) - \cos(p + q) \}.$$

Dit is één van de z.g. p, q -formules.

Nemen we $p = 7^\circ 05' 18''$ en $q = 34^\circ 36' 12''$ dan is $p - q = -27^\circ 30' 54''$ en $p + q = 41^\circ 41' 30''$.

Raadpleging van de tabel leert ons dat

$$\cos 27^\circ 30' 54'' = 0,88689 \text{ (we weten dat)}$$

$$\cos(-a) = \cos a \text{ en } \cos 41^\circ 41' 30'' = 0,74673$$

$$\text{dus: } \sin p \sin q = \frac{1}{2} (0,88689 - 0,74673) = 0,07008.$$

Zo benadert $100000 \times 0,07008 = 7008$ dus de uitkomst van $0,1234 \times 56789$. We zien er hierbij van af, dat men in de 16^e eeuw nog niet of nauwelijks met tiendelige breuken rekende. Het principe: een vermenigvuldiging vermijden, is hopelijk wel duidelijk geworden.

Pas de introductie van de logaritmen in het eerste kwart van de 17^e eeuw (Napier, Briggs) bracht werkelijk verlichting. Het is echter niet zo, dat Napier én Briggs de eersten waren die met logaritme-achtige technieken werkten. Reeds in het alou-

de Babylonië beschouwde men meetkundige en rekenkundige rijen in verband met elkaar. Pas in de 16^e eeuw vormden zulke gedachten de aanleiding tot de ontwikkeling van de logaritmen. Zo gaf in het midden van de 16^e eeuw Stifel het volgende verband weer:

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16	32	64

hetgeen door het gebruik van de negatieve getallen een belangrijke uitbreiding voor het wiskundig denken betekende.

Niet lang daarna deed zich de behoefte sterk gevoelen om de stapgrootte te verkleinen. Hierbij moeten we wel bedenken dat de decimale breuk nog maar net ontwikkeld was.

De gedachte van het genoemde verband werd verder uitgewerkt. Met de ons bekende methoden en technieken kunnen we dit als volgt beschrijven.

We hebben:

een meetkundige rij: $1 \quad r \quad r^2 \quad r^3 \quad \dots \quad r^n \quad \dots$
 en een rekenkundige rij: $0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad \dots \quad n \quad \dots$

We definiëren een functie van de meetkundige rij naar de rekenkundige rij: $L(1) = 0$, $L(r) = 1$, $L(r^2) = 2$, $\dots$; $L(r^n) = n$, $\dots$; L is natuurlijk de logaritme met grondtal r .

Als we nu $x = r^m$ en $y = r^n$ nemen, dan is $L(x) = m$ en $L(y) = n$. Ook geldt dat $x \cdot y = r^m \cdot r^n = r^{m+n}$ (immers, als m en n natuurlijke getallen zijn, geldt zeker dat $r^m \cdot r^n = r^{m+n}$).

Nu is $L(r^{m+n}) = m + n$; anders geschreven: $L(x \cdot y) = L(x) + L(y)$.

Dit is de welbekende hoofdeigenschap van de logaritme.

Voor de bovengenoemde meetkundige en rekenkundige rij betekent dit:

r^m correspondeert met m ; r^n correspondeert met n
 $r^m \cdot r^n = r^{m+n}$ correspondeert met $m + n$.

In plaats van bovengenoemde rijen kunnen we andere nemen die algemener van aard zijn, we nemen:

als meetkundige rij: $a \quad ar \quad ar^2 \quad ar^3 \quad \dots \quad ar^n \quad \dots$
 en als rekenkundige rij: $0 \quad k \quad 2k \quad 3k \quad \dots \quad nk \quad \dots$

Ook nu kunnen we een functie van de meetkundige rij naar de rekenkundige rij definiëren: $L(a) = 0$, $L(ar) = k$, $L(ar^2) = 2k$, $\dots$, $L(ar^n) = nk$, $\dots$.

In dit geval is L natuurlijk niet meer de logaritme met grondtal r , maar L is daarmee nog wel nauw verwant.

Als $x = ar^m$ en $y = ar^n$,

dan is $x \cdot y = ar^m \cdot ar^n = a \cdot a \cdot r^{m+n}$,

zodat geldt: $\frac{xy}{a} = a \cdot r^{m+n}$

en dus: $L\left(\frac{xy}{a}\right) = L(a \cdot r^{m+n}) = (m + n)k$.

Omdat $(m + n)k = mk + nk = L(ar^m) + L(ar^n) = L(x) + L(y)$

komen we op $L\left(\frac{xy}{a}\right) = L(x) + L(y)$.

Voor de nieuwe meetkundige en rekenkundige rij betekent dit:

ar^m correspondeert met mk ; ar^n correspondeert met nk

$\frac{(ar^m) \cdot (ar^n)}{a} = ar^{m+n}$ correspondeert met

$(m + n)k = mk + nk$.

Zo'n 400 jaar geleden zijn deze gedachten in concrete vorm uitgewerkt. We bezitten berichten waaruit blijkt dat de Zwitser Jost Bürgi in 1588 in het bezit geweest zou zijn van een door hem samengestelde logaritentafel. Het heeft tot 1620 geduurd voor deze in Praag in gedrukte vorm zou verschijnen.

Met betrekking tot het voorgaande merken we op dat Bürgi werkte met

$a = 10^8$, $r = 1 + 10^{-4}$, $k = 10$.

Deze Bürgi-logaritme is derhalve gedefinieerd door $\text{Bürgi-log } 10^8(1 + 10^{-4})^n = 10n$.

Daarmee is het verband vastgelegd tussen de rijen:

10^8	$10^8(1 + 10^{-4})$	$10^8(1 + 10^{-4})^2$	$\dots$	$10^8(1 + 10^{-4})^n$	$\dots$
$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$		$\uparrow$	
0	10	20	$\dots$	$10n$	

In zijn tafel berekent Bürgi de logaritmen tot $n = 23000$ (dat is 997303557); bovendien berekent hij $\text{Bürgi-log } 10^9$, waarmee hij dus één macht van 10 bestrijkt. In het huidige tijdsbestek van elektronische rekenapparatuur kunnen we ons nauwelijks meer voorstellen welk gigantisch rekenwerk hiermee verzet is.

Ten aanzien van de wellicht wat vreemd aandoende getallen voor a , r en k het volgende.

Al zeer lang had men, o.a. om trigonometrische berekeningen met voldoende nauwkeurigheid te kunnen uitvoeren (met gehele getallen wel te verstaan, decimale breuken waren nog niet beschikbaar), de straal van cirkel niet gelijk aan 1, maar gelijk aan 10^k genomen (dikwijls $k = 6$); dan is dus $\sin 90^\circ = 10^k$.

Overeenkomstig werd voor het getal waarvoor de 'log' gelijk aan 0 is, gekozen 10^k . (Bürigi: $k = 8$, Napier $k = 7$)

Als r 'behoorlijk' groter is dan 1, dan worden de getallen al snel erg groot. ($r = 2$: 10^8 , $2 \cdot 10^8$, $4 \cdot 10^8$, $8 \cdot 10^8$, ...)

Door er voor te zorgen dat r slechts weinig groter is dan 1, wordt het verschil van de opvolgende termen van de meetkundige rij niet te groot (althans in het begin). Het getal $r = 1 + 10^{-4}$ lag voor de nauwkeurigheid die toenmaals vereist werd dicht genoeg bij 1.

In dit stukje ga ik voorbij aan Napier en aan alle andere van belang zijnde ontwikkelingen in verband met de logaritme.

Ik wil besluiten met de tekst die de aanleiding voor dit stukje vormde: het grafschrift van Bürigi:

Auf diesem Friedhof
liegt begraben
der landgräfllich –
Hessische und
Kaiserliche Uhrmacher
sowie Mathematiker
JOST BÜRIGI
geb. 28.2.1552 in
Lichtensteig, Schweiz,
gest. 31.1.1632 in Kassel,
1579 - 1604 und in späteren
Jahren tätig in Kassel als
genialer Konstrukteur
von Messinstrumenten
und Himmelsgloben
Erbauer der
genauesten Uhren
des 16. Jahrhunderts
Erfinder der
Logarithmen.

Een verdiende hommage aan een groot geleerde.

● Serie ● ● ● ● ●

'De zakrekenmachine'

► Zakrekenmachine: didactisch hulpmiddel?

Leen Bozuwa

Vele docenten in het voortgezet onderwijs hebben aanvaard dat leerlingen de beschikking hebben over een rekenmachientje en dat dat op het examen gebruikt mag worden. Maar in de praktijk van alledag in de klas beperkt het gebruik zich veelal tot het functioneren als tabellenboekje voor de goniometrische verhoudingen e.d. En ook op het examen worden exacte antwoorden zoals $\sqrt{2}$ hoger gewaardeerd dan een benadering m.b.v. de ZRM. De achterliggende vrees lijkt te zijn, dat een al te nadrukkelijk gebruik van dit hulpmiddel zal leiden tot een afnemende rekenvaardigheid. Binnen de Didactiekcommissie van de NVvW leefde de idee dat de ZRM behalve als tabellenboek en rekenslaaf, ook gebruikt zou kunnen worden als didactisch hulpmiddel, b.v. bij het invoeren van het variabelen en het functiebegrip. Reden waarom de ZRM als onderwerp van studie en onderzoek werd gekozen voor het jaar 1988.

Middel om algoritmisch te leren werken

Soms kom je vraagstukken tegen waarbij je een aantal bewerkingen achter elkaar moet verrichten om tot het uiteindelijke antwoord te komen. Een

voorbeeld daarvan is renteberekening: 1,5% van f 345,— gedurende 15 dagen. Laat de leerlingen eens onder woorden brengen wat ze achtereenvolgens moeten doen. Opschrijven daarvan gaat eenvoudiger als je de toetsen noemt die achtereenvolgens gebruikt moeten worden.

Je krijgt dan een toetsenvergelijking¹:

$$1.5 \boxed{\%} \boxed{\times} 345 \boxed{\times} 15 \boxed{:} 360 \boxed{=}$$

Door een aantal keren de berekening uit te voeren met behulp van die toetsenvergelijking, krijg je de toetsen in de gaten die steeds veranderen, n.l. de getallentoetsen, dat zijn in de toetsenvergelijking de toetsen waar geen hokje omheen staat.

Ook bij meer wiskundig georiënteerde vraagstukken doen zich gelegenheden voor om de reeks bewerkingen te analyseren en er een toetsenvergelijking van te maken.

Een voorbeeld:

1 Bij het benaderen van een oplossing van een vergelijking als je de iteratieve methode gebruikt:

Bereken een nulpunt van de functie $f(x) = x^2 - 3x - 5$ in drie decimalen nauwkeurig.

Strategie: schrijf de vergelijking $f(x) = 0$ in de vorm $x = \sqrt{3x + 5}$ en kies een waarde voor x , b.v. 0. Bereken $x = \sqrt{5}$ en neem die als nieuwe waarde voor x etc.

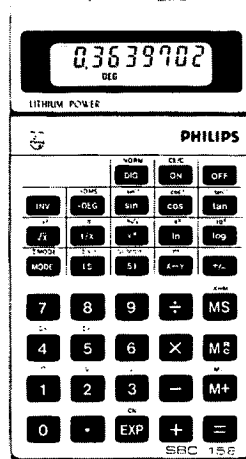
In toetsen¹:

$$\boxed{\times} \boxed{3} \boxed{+} \boxed{5} \boxed{=} \boxed{\sqrt{}}$$

en herhaal deze toetsenreeks tot het derde cijfer achter de komma niet meer verandert.

Hoe vind je daarna het andere nulpunt?

Overigens moet opgemerkt worden dat het niet altijd zo gemakkelijk verloopt. Als x_0 een oplossing is van $x = f(x)$, moet in het algemeen in een omgeving van x_0 voldaan zijn aan $|f'(x)| < 1$. Maar met een beetje experimenteren is er meestal wel uit te komen. Misschien dat iemand zijn bevindingen eens wil publiceren.



Hulpmiddel bij het introduceren van het begrip variabele

Juist het veelvuldig analyseren van reeksen bewerkingen en het daarbij construeren van toetsenvergelijkingen ontwikkelt m.i. bij de leerling een notie van wat een variabele is. Hij krijgt oog voor de getallen die bij dezelfde bewerkingenreeks telkens veranderen. Bij een reeks opgaven over renteberekeningen met gelijkblijvend rentepercentage en tijd, maar telkens wisselend kapitaal, wordt het produkt van tijd en percentage in het geheugen gezet. Alleen het variabele kapitaal moet telkens worden ingetoetst en vervolgens worden vermenigvuldigd met de inhoud van het geheugen. Van meet af aan zouden die geheugentoetsen meer gebruikt moeten worden.

De getallenspelletjes als voorbereiding op het invoeren van variabelen kunnen ook met de ZRM:

Schrijf een getal op. Tel er 5 bij op. Vermenigvuldig het antwoord met 2. Trek er nu 8 af. Deel door 2. Trek het begingetal er af.

In toetsen:

$$g \boxed{+} \boxed{5} \boxed{=} \boxed{\times} \boxed{2} \boxed{=} \boxed{-} \boxed{8} \boxed{=} \boxed{:} \boxed{2} \boxed{=} \boxed{-} \boxed{g} \boxed{=}$$

Het analyseren is bij dit voorbeeld niet zo moeilijk, tenzij je de '='-toets niet steeds wilt gebruiken en in plaats daarvan haakjes zet.

De toetsenvergelijking wordt dan:

$$((g + 5) \times 2 - 8) : 2 - g =$$

Een mooie aanleiding om eens over volgorde van bewerkingen te praten en over haakjes.

Een andere mogelijkheid vormen de functietoetsen

$$1/x \quad x^2 \quad \sqrt{\quad} \quad y^x.$$

Je moet er wel de aandacht op vestigen dat die x staat voor het getal dat je intoetst. De functietoets doet dan iets met dat getal. Wat hij doet, staat op de toets.

Hulpmiddel bij het introduceren van het functiebegrip

Als we een functie zien als een mechanisme dat getallenparen maakt, spreekt het eigenlijk vanzelf dat de ZRM een grote rol kan spelen in het ontwikkelen van het functiebegrip.

Aanvankelijk hoeft het helemaal nog niet duidelijk te zijn wat een gebruikte toets eigenlijk doet. Het gaat om het tekenen van een grafiek. B.v. de grafiek van $\sin x$. Je schakelt het machientje om in radialen en voert een groot aantal x 'en in. Met de y die elke x oplevert, teken je een punt en al die punten verbind je door een vloeiende lijn. Zo zijn er ook mogelijkheden voor $\sqrt{x}$ en x^2 enz. In een iets later stadium kunnen toetsenvergelijkingen die gemaakt worden naar aanleiding van een reeks bewerkingen, zoals $2x - 3$ of $x^2 - 3x - 4$, de getallenparen leveren.

Voorbeeld:

Teken zo nauwkeurig mogelijk de grafiek van $x \rightarrow x^2 - 3x - 4$.

Strategie: bereken met stappen van 0,5 een aantal y -waarden en teken de bijbehorende punten, stop de x in het geheugen en hoog hem telkens met 0,5 op.

Toetsenvergelijking: eerst 2 $\pm$ $x \rightarrow M$

daarna: x^2 $-$ RM $\times$ 3 $-$ 4 $=$

dan: $\cdot$ 5 $M +$ en weer opnieuw.

Er is voor de leerlingen alle ruimte om zelf te experimenteren en je kunt de gekste grafieken krijgen. Vragen naar het bereik van de functie komen op een natuurlijke manier aan de orde. Voor sommige functies, b.v. $\sqrt{x}$ kun je niet elke x gebruiken en dat geeft aanleiding om over het domein te praten.

Wat doen we hier nu mee?

De toon van dit artikel wekt misschien de indruk dat de vraag of de ZRM kan dienen als hulpmiddel bij het invoeren van het functie- en variabelebegrip bevestigend beantwoord kan worden. Niets is minder waar. Binnen de Didaco zijn de meningen verdeeld. Het bovenstaande moet dan ook gezien worden als een hypothese die nog aan de praktijk getoetst dient te worden. Op kleine schaal hebben de Didacoleiden dat zelf in hun eigen klassen gedaan en ook in literatuur uit andere bron wordt deze gedachte aangetroffen, maar er bestaan nog steeds twijfels.

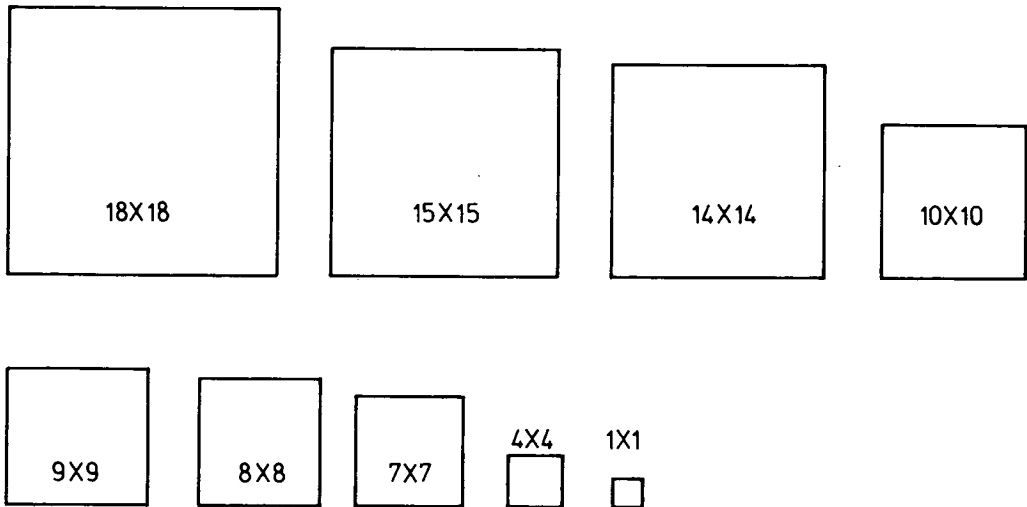
Het zou een goede zaak zijn als veel lezers zelf hiermee in hun klassen gaan experimenteren en hun bevindingen aan de Didaco doorgeven. Misschien dat we zo weer een stapje verder komen in onze didactiek van het wiskunde-onderwijs.

Wilt u uw commentaar sturen aan: Didactiekcommissie, p/a P.D.I., afd. wiskunde, Postbus 80120, 3508 TC Utrecht.

Noot

1 Bij sommige rekenmachines zal de toetsenvergelijking er anders uit moeten zien.

● Werkblad ●



► Vierkanten in een rechthoek

Hierboven staan 9 vierkanten getekend. De bedoeling is ze zó aaneen te leggen dat ze samen precies een rechthoek vormen, dat wil zeggen: zonder gaten of overlappingsen.

Aanwijzing: de oppervlakte van de rechthoek moet gelijk zijn aan de som van de oppervlakten van de vierkanten.

Bereken daarom eerst deze som en probeer vervolgens deze te ontbinden in factoren. Vind zó de mogelijkheden voor de lengte en de breedte van de rechthoek.

Extra vraag: vind nog eens een aantal vierkanten, niet alle even groot en ook niet zo dat de zijdelengten veelvoudens van elkaar zijn, die toch samen in een rechthoek passen.

► Een rij priemgetallen

Al heel lang zoeken mensen naar een formule die alleen priemgetallen oplevert. Tot dusverre is dat niet gelukt.

Toch zijn er wel formules gevonden die een tamelijk 'lange' rij priemgetallen opleveren. De volgende rij is daarvan een voorbeeld.

Begin met 41, een priemgetal.

Tel hier nu de opeenvolgende veelvouden van 2 bij:

$41 + 2 = 43$, een priemgetal,

$41 + 2 + 4 = 47$, een priemgetal,

$41 + 2 + 4 + 6 = 53$, een priemgetal,

$41 + 2 + 4 + 6 + 8 = 61$, een priemgetal,

$41 + 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 71$, een priemgetal.

Dit gaat zo nog even door.

Probeer een veelvoud van 2 te vinden waarmee *niet* meer een priemgetal wordt bereikt.

En voor wie de vorige vraag te gemakkelijk vond:

probeer een ander startgetal – in de plaats van 41 – te vinden, waarmee een langere rij priemgetallen wordt verkregen dan met 41.

'Wiskundeonderwijs aan...'

► Wiskunde op de Vrije School

Rudolf Klinkenberg

De Vrije School is een scholengemeenschap voor kinderen van 4 t/m 18 jaar. De eerste 2 jaren vormen één geheel: de kleuterafdeling¹. De volgende 8 jaren worden samen de onderbouw genoemd. Hier gaat de leraar of lerares door de jaren heen met de kinderen mee. De laatste 4 jaren vormen samen de bovenbouw.

Na de 2 jaren kleuterklas doorlopen de leerlingen dus de 1e t/m de 12e klas. In een extra jaar kan er dan ook nog een havo- of vwo-examen gehaald worden. Het ligt buiten de opdracht van dit artikel uiteen te zetten hoe deze geheel eigen structuur in de onderwijswetten van Nederland past of niet past.

De levensbeschouwelijke achtergrond waaruit de leraren proberen te werken is de antroposofie. Rudolf Steiner, de oprichter van de Vrije Scholen, heeft in een groot aantal pedagogische voordrachten de basis gelegd voor het huidige leerplan².

Breuken

Als wiskundeleraar op een Vrije School kun je, door de zonet geschetste structuur het wiskundige 'lot' van een leerling vanaf het prille begin volgen. Ik zou daarom willen starten met een klein stukje rekendidactiek.

$$7 + 2 = 2 + 7$$

De commutativiteit lacht ons toe, maar hoe ziet dit er voor kinderen uit? Is Jan, die 7 gulden gespaard heeft en er 2 van oma bij krijgt, even gelukkig als zijn broer Piet, die van oma 7 gulden krijgt om ook tot 9 gulden te komen?

Bij de bewerkingen tussen getallen kun je een actieve en een passieve onderscheiden (de actieve onderstreept).

$$7 + \underline{2} = 9$$

$$5 - \underline{3} = 2$$

$$2 \times \underline{8} = 16$$

$$30 : \underline{2} = 15$$

Het gebruiken van dit onderscheid in de rekendidactiek kan veel ellende voorkomen.

Als docent rekenen-wiskunde aan de Vrije Pedagogische Academie te Zeist³ merk je dat veel studenten de opgave $\frac{3}{5} : \frac{1}{2}$ òf niet kunnen maken, òf het wel

kunnen, maar er niets van begrijpen. De nostalgische kreet: 'delen door een breuk is vermenigvuldigen met het omgekeerde' komt wèl boven drijven. Je ziet dan

$$\frac{3}{5} : \frac{1}{2} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{1} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

Wie begrijpt het? U ziet dat de actieve en de passieve zomaar worden verwisseld. Beter zou dus zijn

$$\frac{3}{5} : \frac{1}{2} = \frac{2}{1} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

Maar: is deze schrijfwijze echt bruikbaar?

Hoe vaak gaat $\frac{1}{2}$ in $\frac{3}{5}$? Deze opdracht kun je doen, je kunt schatten, vergelijken. Misschien komt dan wel op papier

$$\frac{3}{5} : \frac{1}{2} = \frac{6}{10} : \frac{5}{10} = 6 : 5 = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

Deze voorbeelden laten zien dat naast een kwantitatief juist antwoord nog andere antwoorden meespelen, die meer een kwalitatief karakter hebben. Het didactisch omgaan met deze kwaliteiten is één van de pijlers van het Vrije-School-onderwijs.

Perioden

Kijken we speciaal naar de wiskunde, dan moeten er nog andere kenmerken, die de Vrije Scholen van

andere scholen onderscheiden, genoemd worden. Er bestaan geen pakketten, de leerlingen doen aan alles mee. Een gezichtspunt hierbij is, dat in de eerste plaats de leerstof ontwikkelingsstof zou moeten zijn, dus geen examendoel op zichzelf, en in de tweede plaats, dat de vakken die je niet als vanzelf aanwaaien juist wel geleerd moeten worden. De reclameleus: 'Kies exact' is overbodig.

Een volgend uiterlijk kenmerk is dat een groot deel van de vakken, waaronder de wiskunde, in zgn. perioden wordt gegeven, dat wil zeggen gedurende drie à vier weken bestaan de eerste 2 uren (120 minuten) van de ochtend uit hetzelfde vak. De leerlingen kunnen zich zo heel intensief met een vak verbinden. In een schooljaar krijgt een klas zo ongeveer 11 verschillende perioden, waarvan er meestal twee wiskundig zijn⁴.

Na deze periode-uren wordt er een traditioneel rooster gevolgd, waar bijvoorbeeld de vreemde talen, muziek, bewegingsvakken en ook twee uren wiskunde toe behoren (een aantal klassen kent ook middag-perioden, waarin praktische vakken en kunstzinnige vakken gegeven worden).

Het schrikbeeld van menig startend wiskundeleerling is: hoe krijg ik die periode-ochtenden vol? Hoe kom ik aan m'n stof? Want – weer een uiterlijk kenmerk: boeken worden dan niet gebruikt.

Om wat zicht op deze zaak te krijgen moeten we drie gebieden onderscheiden, die aangesproken en ontwikkeld zouden moeten worden:

1e. Het doen, het gebied waar de dingen gebeuren, waar je met je wil bij moet zijn.

2e. Het gevoel, het gebied van sympathie en antipathie, van kwaliteiten, waar de dingen worden beleefd.

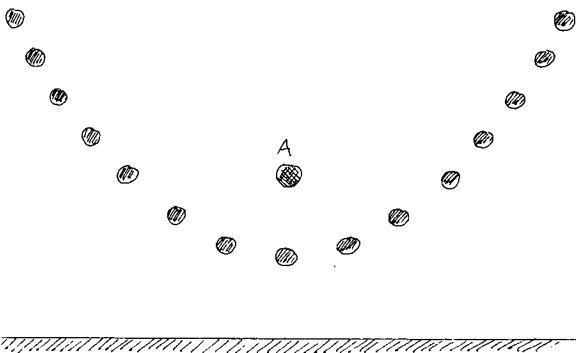
3e. Het denken, het gebied waar de samenhangen zichtbaar worden, waar de oorspronkelijkheid heerst.

Ook tijdens de wiskundelessen probeer je deze drie gebieden tot hun recht te laten komen. Aan de hand van de parabool zal dit hopelijk duidelijk worden⁵.

De parabool door de jaren heen

In de 8e klas (leeftijd 13 t/m 14 jaar) gaan we naar een zaal, waar iedereen – zie de leeftijd – direct begint te rennen. Op een teken van de leraar moet

iedereen stil gaan staan. Fluisterend wordt aan alle leerlingen op één na de volgende opdracht gegeven: ga even ver van Arnout als van het raam staan. Nu ontstaat er een geordende beweging. Eén punt is erg geliefd, maar er kan er maar één staan. Na driftig passen en meten ontstaat figuur 1.



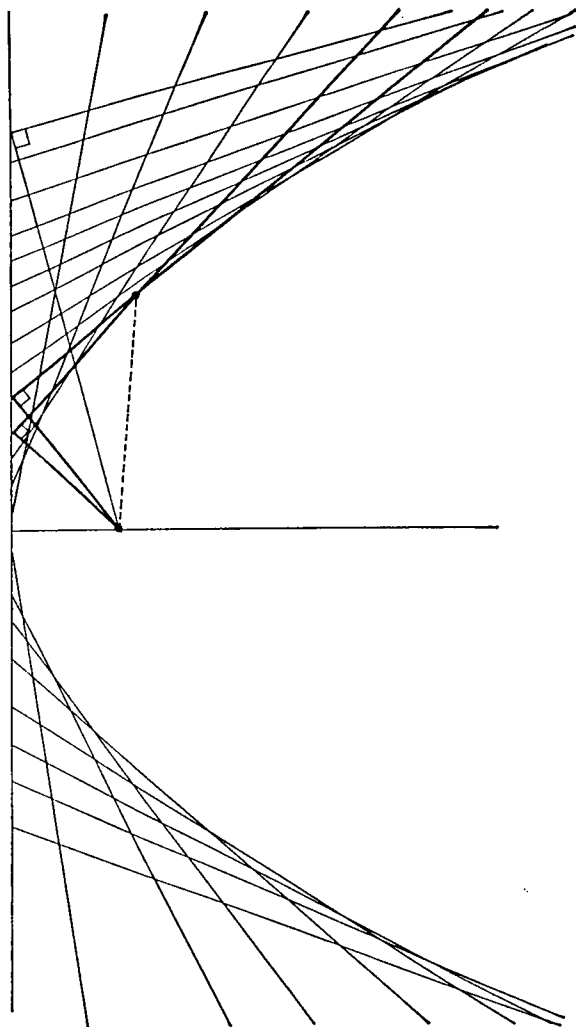
Figuur 1

De parabool ontstaat als puntverzameling. Arnout moet nu proberen, de eigenschap af te lezen uit datgene wat hij ziet. Zo ontstaat een definitie. De verzameling van alle punten P waarvoor geldt dat ze even ver van een punt als van een lijn af liggen is een parabool. Een volgende abstractie van het doen kan zijn: $\{P \mid PA = Pl\}$ (we hebben afgesproken dat we onder PA en Pl verstaan).

Dan worden er ook parabolen geconstrueerd met passer en liniaal, en in kleur afgewerkt. Ook de exacte parabolische kromme kan zo geconstrueerd worden⁶. Als we een jaar verder kijken verschijnt de parabool niet als puntverzameling, maar als omhuld door raaklijnen. Een constructie die de overgang tussen ellips en hyperbool weergeeft⁷. Zie figuur 2.

In de 10e klas komt, in de mechanica, de parabool als kogelbaan tevoorschijn, de eerste kennismaking met een parabolische kromme. Ook hier wordt gemeten en geconstrueerd.

Pas in de 11e klas (op sommige Vrije Scholen al in de 10e) wordt het functiebegrip uit veel praktische voorbeelden ontwikkeld en vindt ook de systematische behandeling van $f(x) = ax^2 + bx + c$ plaats. Welke rol spelen de parameters a , b en c ? Aan de hand van 'bewegende' tekeningen wordt dit ont-



Figuur 2

dekt. De schetsen die bij *a* horen, worden later herkend als integraalkrommen van de differentiaalvergelijking.

In de ruimtemeetkunde in dit jaar worden uitvoerig cilinder en kegel en bol besproken en komt de parabool als kegelsnede, met zijn brandpunt en richtlijn uit de 8e klas tevoorschijn, ook het bewijs dat het echt een parabool is moet begrepen kunnen worden.

Tijdens de differentiaal- en integraalperiode in de 12e klas (17 t/m 18 jaar) leent de parabool $f(x) = x^2 + c$ zich uitstekend om de omkeringen $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ te bestuderen.

De tekeningen uit figuur 3 laten zien hoe dat er uit ziet en welke grafische mogelijkheden er zijn. Tekening I hoort bij $c \rightarrow \infty$, II bij $c = 2$, III bij $c = 1$, IV bij $c = \frac{1}{2}$, V bij $c = 0$, VI bij $c = -\frac{1}{2}$, VII bij $c = -1$, XIII bij $c = -2$ en IX bij $c \rightarrow \infty$.

Ook bij de start van de differentiaalrekening speelt $f(x) = x^2$, als zo vaak, een belangrijke rol.

Van vele kanten is zo de parabool, door de jaren heen, door het doen, door het construeren en of werken, in het denken gekomen.

Geen boeken, geen cijfers

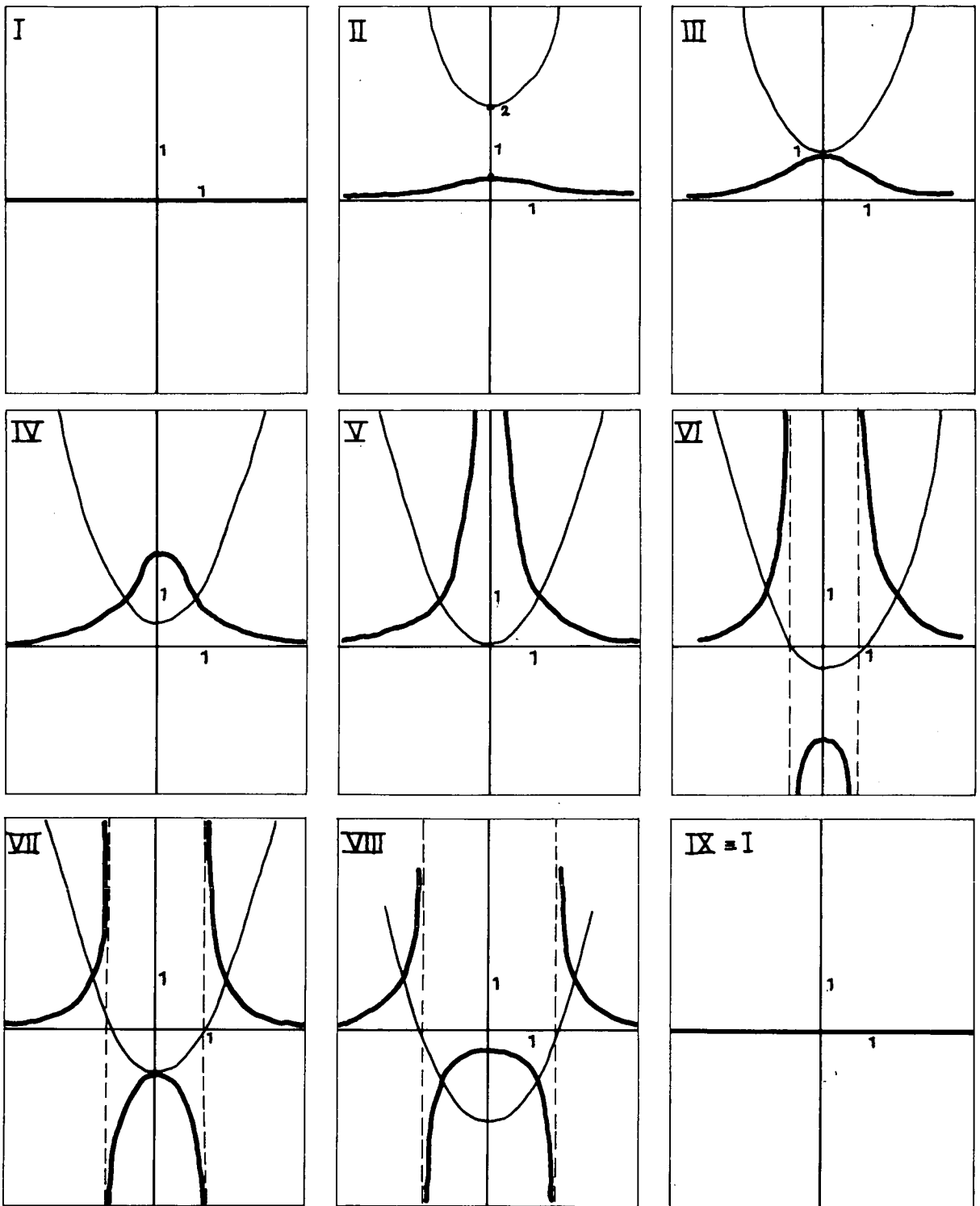
In deze korte samenvatting moet opnieuw vermeld worden dat tijdens de zgn. perioden nooit met leerboeken wordt gewerkt. In de wat lagere klassen van de bovenbouw maken we gezamenlijk een periodeschrift, waar alle belangrijke zaken, via dictaat of van-het-bord overnemen in komen en waar ook veel in getekend wordt.

In de 11e en 12e klas wordt een groot deel van het periodeschrift zelf gemaakt en ontwikkeld, aan de hand van wat gedaan is, lastige stukken komen ook op het bord.

Ook moet de lezer zich realiseren dat je in de Vrije School in principe niet blijft zitten. De klassen zijn dan qua mogelijkheden heel inhomogeen (van mavo/lbo tot vwo als we alleen naar intellectuele vermogens kijken), maar qua samenstelling niet, het zijn echt klassen van kinderen die al jaren bij elkaar zitten. Dit maakt het onder andere mogelijk iedereen mee te laten doen.

In de vaklessen worden in de laatste jaren wel splitsingen naar niveau toegepast.

De beoordeling van het werk vindt regelmatig plaats via proefwerken. Er worden geen cijfers gegeven, maar een meer individueel gerichte beschrijving. Ook de inhoud en de vorm van de periodeschriften worden beoordeeld. Aan het eind van het schooljaar krijgt iedere leerling een getuigschrift, waarin voor alle vakken staat wat er dat



Figuur 3

jaar tot stand gekomen is; er kan dan gekeken worden naar de drie al eerder genoemde gebieden van denken, voelen en willen.

In het kader van dit artikel, dat toch een inleidend karakter heeft, passen niet verdere wiskundige en didactische uiteenzettingen. Mochten er in de toekomst vragen komen, dan ben ik bereid te vertellen hoe bijvoorbeeld in de 10e klas, vanuit de goniometrie een landmeet-week ontstaat, hoe in de 11e klas de projectieve meetkunde ontwikkeld wordt⁸, en hoe in de 12e klas de ruimtemeetkunde afgesloten wordt met een eigen-huisontwerp, met plattegronden, gevels en een exact perspectief⁹.

Noten

1 De wet op het basisonderwijs verbiedt de pedagoog niet de kleuter te negeren.

2 O.a. *Allgemeine Menschenkunde, Erziehungskunst: Methodisch-Didaktisches*, Erziehungskunst: Seminar Besprechungen und Lehrplan Vorträge, alle van R. Steiner, Verlag R. Steiner Nachlass Verwaltung, Dornach/Schweiz.

3 De Vrije Pedagogische Academie is een erkende instelling die speciaal mensen opleidt die op een Vrije School, in de basisschool, les willen gaan geven, gevestigd in Zeist.

4 1 periodeweek telt $5 \times 120 = 600$ minuten. Dat komt overeen met 12 lessen van 50 minuten. 4 weken periode worden zo 48 lessen, ruim 1 wekelijks lesuur.

5 Die Kegelschnitte, Ernst Bindel. Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart.

5 In deze klas worden nog op analoge wijze de andere kegelsneden geconstrueerd, ook de kromme van Cassini (3 typen) en de cirkels van Apollonius.

7 Begegnungen mit dem Unendlichen. H. Keller-von Asten, Verlag Walter Keller, Dornach.

8 Raum und Gegenraum. Louis Locher-Ernst, Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart.

9 Een heel lezenswaardig boek over de wiskunde op de Vrije School, geschreven door een Zweedse collega, in het Duits vertaald: *Der Lösung auf der Spur*, '87, Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart.

Postzegels

Rekenen



Op de Perzische postzegel – nog uit de tijd van de Sjah – wordt het *vingerrekenen* beoefend. Men veronderstelt, dat vingerrekenen in de oudheid in Perzië en Arabië heel gewoon was.

Op welke wijze men de bewerkingen – waaronder ook het vermenigvuldigen – met de vingers uitvoerde wordt in de historische literatuur beschreven.



Adam Riese (circa 1520) werd bekend als Der Rechenmeister. Hij schreef *Rechnung auf der Linien und Federn*, waarin hij uitleg gaf over rekenwijzen, met fiches op een van lijnen voorzien bord, en ook over het rekenen met de (destijds nieuwe) cijfers: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, die – zoals bekend – van Hindoeïstisch-Arabische komaf zijn.

► Verslag van het verenigingsjaar 1 augustus 1988 – 31 juli 1989

Het bestuur was dit jaar als volgt samengesteld: voorzitter dr. Th. J. Korthagen, secretaris drs. J. W. Maassen, penningmeester F. F. J. Gaillard, overige leden mevr. A. F. S. Aukema-Schepel, mevr. H. Goemans-Wallis, C. Th. J. Hoogsteder, L. Jacobs, M. Kindt (tot 29 oktober), dr. J. van Lint (vanaf 29 oktober), F. J. Mahieu, mevr. M. Meeder (vanaf 29 oktober) en mevr. drs. J. van Vaalen (tot 29 oktober).

In september bereikte het bestuur het bericht dat drs. A. J. S. van Dam, erelid van de vereniging, is overleden. Op 4 februari nam dr. P. G. J. Vredenduin afscheid als lid van de redactie van Euclides waarvan hij ruim 32 jaren deel had uitgemaakt.

Op zaterdag 29 oktober werd de jaarvergadering gehouden te Bilthoven. Deze jaarvergadering werd gecombineerd met een studiedag die verzorgd werd door de COW (Commissie Ontwikkeling Wiskunde-onderwijs). Het thema van de studiedag was 'Wiskunde 12/16 en Hawex'. De aanwezigen op de studiedag konden deelnemen aan één of meer van de volgende groepen: Hawex A, Hawex B, Veranderen is mensenwerk, Aspecten uit buitenlandse methodes, Rekenen, Op de rand, De computer bij het leren werken met variabelen, Het weer, Grafen, In de bocht, Meetkunde met perspectief, IBO een aparte stam in een ver werelddeel. Lezingen werden gehouden door George Schoemaker 'Wiskunde 12/16, zo'n kans krijg je nooit meer', Martin Kindt 'Hawex, zuivere koffie of thee met witte puntjes' en Heleen Verhage 'Mediageniek wiskundeonderwijs'.

Op 9 maart organiseerde de vereniging voorlichtingsbijeenkomsten over het nieuwe examenprogramma voor havo. Deze bijeenkomsten werden gehouden op de met Hawex experimenterende scholen te Dokkum, Geldrop en Utrecht.

Ook organiseerde de vereniging hoorzittingen over de eindtermen basisvorming wiskunde en wel op 27 april in Utrecht en op 10 mei in Amsterdam, Eindhoven, Rotterdam en Zwolle.

De eindexamenbesprekingen vonden dit jaar plaats op 26 mei in 16 plaatsen voor mavo/lbo C en D, in 10 plaatsen voor wiskunde A vwo en in 6 plaatsen voor havo. Op 29 mei werden in 6 plaatsen bijeenkomsten gehouden voor wiskunde B vwo. In Euclides, in nr. 3 van jaargang 64, verscheen een samenvatting van de examenbesprekingen vwo en havo 1988 en in nr. 6 van mavo/lbo C en D 1988.

Op het congres van de Vlaamse Vereniging Wiskundeleraars te Oostende vond op 1 juli een Nederlandse dag plaats. In het kader van de samenwerking tussen de Vlaamse en Nederlandse verenigingen werd deze dag voorbereid door de Nederlandse afgevaardigden in de gezamenlijke Vlaams-Nederlandse werkgroep.

De samenwerking tussen beide verenigingen uitte zich ook in bezoeken aan elkaars bijeenkomsten en een gemeenschappelijke bestuursvergadering op 17 september te Ieper.

Van de Cevo (Centrale Examencommissie Vaststelling Opgaven) werd vernomen dat vanaf 1991 de opgaven over differentiaalvergelijkingen in het eindexamen wiskunde B vwo zullen worden opgesteld volgens het rapport van de Werkgroep Differentiaalvergelijkingen van de NVvW.

De vereniging heeft een commissie ingesteld die een toelichting moet schrijven voor het onderdeel statistiek van het eindexamen wiskunde A vwo.

De werkgroep Vrouwen en Wiskunde hield op 1 oktober en op 8 april landelijke dagen. Sinds 1 september heeft de werkgroep een secretariaat/informatie- en documentatiecentrum. Op 6 januari werd dit feestelijk geopend.

In samenwerking met de NVORWO werd gewerkt aan een plan om een prijsvraag uit te schrijven voor lesontwerpen. Concrete plannen hiervoor zullen in het volgende verenigingsjaar worden gepubliceerd.

Op verzoek van het Ministerie van Onderwijs en Wetenschappen heeft het bestuur voor de werkgroep Harmonisatie C- en D-examens wiskunde lbo/mavo voorgedragen F. J. Mahieu en mevr. N. Querelle en voor de responsgroep Deelkwalificaties wiskunde mevr. H. Goemans-Wallis en drs. J. W. Maassen. Als opvolger van dr. Th. J. Korthagen in de vaksectie wiskunde van de Cevo heeft het bestuur voorgedragen dr. J. van Lint. Al deze voorgedragen zijn door de Staatssecretaris benoemd.

Voordat in november het plan van de Staatssecretaris betreffende wiskunde verplicht in de Vaste Kamercommissie voor Onderwijs en Wetenschappen aan de orde kwam, heeft het bestuur dat gedeelte van de jaarrede, dat betrekking had op wiskunde verplicht, zowel aan de Staatssecretaris als aan de Vaste Kamercommissie toegezonden.

Het bestuur vergaderde dit jaar tien maal. Voor gedeelten van vergaderingen zijn de afgevaardigden van de vereniging in de COW en in de Valo (Veldadvisering Leerplanontwikkeling) en redacteurs van Euclides uitgenodigd, terwijl één vergadering geheel met de inspecteurs drs. W. Kleijne en dr. J. Nijenhuis is gehouden.

► Van de bestuurstafel

Agneta Aukema-Schepel

Vergadering met inspecteurs

Op deze jaarlijkse bijeenkomst hadden wij een plezierig gesprek met drs. W. Kleijne en dr. C. Nijenhuis. Twee 'topics' hieruit:

Eindexamens wiskunde 1989

Aangezien in dit eerste nummer al veel andere verenigingszaken om aandacht vragen is er pas later in deze jaargang plaats voor uitgebreide verslagen; hier alvast een paar dingen waar we over spraken.

Alleen bij wvo-A vond de CEVO reden de cesuur te verschuiven (vanwege o.a. de omvang van het werk en de vrij grote stukken tekst); alle andere landelijke examens bleken goed van niveau, ook volgens de bezoekers van de door ons (nee, dus niet door de overheid, zoals nog steeds velen denken!) georganiseerde examenbesprekingen.

Toch had van de lbo-C kandidaten in de steekproef 73% onvoldoende, tegen mavo-C 47%. Komt dit wellicht doordat een steeds groter percentage, ook van de lbo-leerlingen, wiskunde kiest en het aantal wiskunde-uren op veel lbo-scholen zowel in de 1e als 2e klas één minder is dan op de mavo?

Bij lbo-D had juist maar 29% onvoldoende tegen

40% bij mavo-D. Is dit lts 'elite' tegenover 'gewone' mavo-leerlingen die, om naar de havo door te kunnen stromen, alles op D proberen? Precies zullen we dit nooit weten, maar wel blijkt dat het examen nog niet voldoende 'zuiverend' werkt, dat al drie jaar dezelfde basisfouten gemaakt worden in ongeveer dezelfde opgaven: verwisseling van hoogte- en zwaarte-lijn, van omtrek en oppervlakte van een cirkel; evenredigheden in een verdeelde driehoek.

Bij wvo-A speelt het probleem dat lang niet alle leraren bijgeschoold zijn en velen in elk geval pas weinig ervaring met deze stof hebben, stof waarbij vaste regels moeilijk te geven zijn.

Er kan hierdoor ook rechtsongelijkheid ontstaan als de ene leraar vindt dat bij wiskunde A zo'n beetje alles geoorloofd is, terwijl een ander dezelfde strenge normen als bij wiskunde B aanlegt. Dit blijkt ook problemen tussen 1e en 2e corrector te geven. Gaat hetzelfde bij havo-A spelen? Zal dit op den duur, door meer ervaring, beter worden? De inspecteurs weten ook niet overal raad op, maar willen wel bemiddelen bij problemen tussen correctoren, graag zelfs als er duidelijkheid moet komen bij een groot scoreverschil.

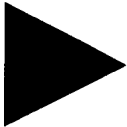
CEVO en Examenbureau

Op blz. 37 en 38 van ons Vademecum voor de Wiskundeleraar staat een beschrijving van de CEVO. Aangezien bemoeienis met het maken van examenopgaven haaks staat op de controlerende taak van de inspecteurs, dienen zij per 1-8-1989, in uitzonderingsgevallen per 1-1-1990, vervangen te worden door onafhankelijke voorzitters. Hiervoor is aan diverse organisaties, waaronder de NVvW, een voordracht gevraagd. Door problemen, o.a. betreffende de faciliteiten, is er voor wiskunde nog geen nieuwe voorzitter (een voor beide subsecties samen, is het plan).

In het kader van de privatisering moet er een zelfstandige stichting, het Examenbureau, komen die, zoals de CEVO nu, voortaan verantwoordelijk is voor de examenopgaven, maar die ook de examenprogramma's en hun wijzigingen zal formuleren.

Het bureau zal geen verlengde van het CITO worden. De voorzitter en de directeur worden door de kroon benoemd; het verdere personeelsbeleid wordt onafhankelijk van het ministerie. De vaksecties gaan functioneren onder verantwoordelijkheid van het Examenbureau. De conceptstatuten moeten nog aan de Tweede Kamer aangeboden worden; hieruit zal hopelijk blijken wat er moet gebeuren als men ontevreden is met een bepaald examen. Nu kan de staatssecretaris nog ter verantwoording geroepen worden.

Wij zullen zeker de ontwikkelingen in de Tweede Kamer volgen; we hebben begrepen dat de NVvW haar vertegenwoordigers in de beide subvaksecties en dus haar invloed zal behouden.



Boekbespreking

D. Hart/J. Croft; *Modelling with Projectfiles*. Ellis Horwood Ltd. (series in Math. and its Appl.) £ 22,50; 152 blz.

De schrijvers zijn van mening dat de beweging van projectielen een van de meest interessante onderwerpen is die zich leent voor wiskundige modellering. En het moet gezegd: ze zijn er in geslaagd een stimulerend boek samen te stellen.

In de eerste hoofdstukken wordt een groot aantal voorbeelden gegeven van historische (militaire) opstellingen op projectielen af te schieten, steeds voorzien van duidelijke tekeningen. Vervolgens wordt de noodzakelijke mechanica van bewegingen objecten behandeld.

De andere hoofdstukken worden besteed aan steeds een bepaalde probleemstelling: softbal op een hellend sportveld; kogelstoten; probleem van Brainger (hoe gooi je een bal over het dak om hem zelf weer op te vangen); veilige snelheid op een nieuw wegdek; speerwerpen; cricket; graanoogst; golf; grote-hoogte ballistiek.

In een viertal appendices wordt aandacht gegeven aan vectoranalyses en differentiaalvergelijkingen; numerieke oplossingen en computer programma's. Verder bevat het boek een uitgebreide bibliografie.

Het boek vormt een aardige verzameling voorbeelden van wiskundige modellen. Het zou een aardige basis kunnen zijn voor een practicumopdracht binnen HBO opleidingen.

Harm Bakker

● Verenigingsnieuws ●

► Jaarvergadering/ Studiedag 1989

Tweede uitnodiging voor de jaarvergadering/studiedag 1989 van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op zaterdag 28 oktober 1989 in het gebouw van **Het Nieuwe Lyceum**, Jan Steenlaan 38, 3723 BV Bilthoven, 030-783060. Aanvang 10.00 uur.

Agenda

9.30-10.00 uur: Aankomst, koffie

10.00-10.30 uur: **Huishoudelijk Gedeelte**

a. Opening door de voorzitter, dr. Th. J. Korthagen.

b. Notulen van de jaarvergadering 1988 (zie Euclides 64 8).

c. Jaarverslag (zie Euclides 65 1).

d. Decharge van de penningmeester en benoeming van een nieuwe kascommissie.

Het bestuur stelt kandidaat *):

T. Vandeberg, Kerkrade en

drs. H. Verhage, Utrecht.

e. Bestuursverkiezing in verband met het periodiek aftreden van L. Jacobs, dr. Th. J. Korthagen en F. J. Mahieu.

De heren Jacobs en Korthagen stellen zich niet herkiesbaar.

Het bestuur stelt kandidaat *):

J. J. Breeman, J. F. D. Diepstraten en F. J. Mahieu.

*) De termijn voor de kandidaatstelling is verstreken (zie Euclides 64-9).

f. Vaststelling van de contributie 1990/1991.
Het bestuur stelt voor de contributie vast te stellen op f 55,-.

10.30-16.15 uur: **Themagedeelte** (studiedag)

16.15-16.45 uur: **Huishoudelijk Gedeelte**

g. Rondvraag.

h. Sluiting.

Programma Studiedag

Het programma van de studiedag staat in het teken van *begeleiden, motiveren en adviseren in de wiskundeles*.

10.30-10.35 uur: **Inleiding op de studiedag**

10.35-10.45 uur: Pauze, koffie, inschrijven op de groepen

10.45-11.15 uur: **Lezing 'De driehoek: zorg, techniek en wiskunde'**
door Kees Blase (APS)

11.15-11.30 uur: Pauze, koffie, inschrijven op de groepen

11.30-12.30 uur: **Keuzegroepen** (eerste ronde)

12.30-13.30 uur: **Lunch**

13.30-14.00 uur: **Cabaret/liedjes**

14.00-15.00 uur: **Welke rol speelt wiskunde in hun leven?**

Talkshow met interviews rond deze vraag.

15.00-15.15 uur: Pauze, koffie thee

15.15-16.15 uur: **Keuzegroepen** (tweede ronde)

Nadere informatie over de inhoud van het programma vindt u in het artikel van Marja Meeder en Francis Meester op blz. 26 t/m 28.

Aanmelding

De studiedag is gratis voor leden, van niet-leden wordt een bijdrage in de kosten van f 15,- gevraagd.

Aanmelding (voor 23-10-89) kan geschieden door middel van:

– een briefkaart (leden) aan de ledenadministratie;
– overmaking van f 15,- naar giro 143917, t.n.v. NVvW te Amsterdam, onder vermelding van 'lunch lid';

– overmaking van f 15,-, onder vermelding van 'deelnemer niet-lid';

– overmaking van f 30,-, onder vermelding van 'lunch niet-lid';

– ter plaatse aanmelden kan, de prijzen zijn dan f 5,- hoger.

Vegetarische lunch

Wie prijs stelt op een vegetarische lunch wordt verzocht dit bij de aanmelding op te geven.

Er zijn geen extra kosten aan verbonden.

Vermelding keuzegroep

Verzoeken bij uw aanmelding tevens te vermelden aan welke keuzegroepen u wilt meedoen. Dit kan eenvoudig door I-4 en II-9 als u bijvoorbeeld voor de eerste ronde groep 4 en voor de tweede groep 9 kiest. Zie voor informatie over de keuzegroepen blz. 28.

Overige inlichtingen bij de ledenadministratie: 076-653218.

► Studiedag 28 oktober 1989

Marja Meeder en Francis Meester

Thema

De studiedag staat dit jaar in het teken van '*Begeleiden, motiveren en adviseren in de wiskundeles*' en wordt georganiseerd door Marja Meeder en Francis Meester vanuit het project Wiskunde en Eman-

cipatie; een project dat in november 1988 aan de Hogeschool Holland van start is gegaan. In het kader van dit project hebben we op verzoek van het bestuur van de Vereniging op ons genomen het themagedeelte van de jaarvergadering te organiseren. Daarbij hebben we gekozen voor het thema 'adviseren' bij keuzen in het wiskunde-onderwijs; maar aan adviseren gaat 'begeleiden' in de wiskundeles vooraf aan leerlingen die '(on)gemotiveerd' aan het werk zijn.

Of het schooltype nu lbo, mavo of vwo is, steeds weer moeten leerlingen een keus maken: voor lbo a/b/c/d, voor mavo c/d of voor vwo a/b. En bij het maken van die keus zal de wiskundeleraar om advies gevraagd worden. Maar ook bij de beslissing wiskunde wel of niet in het vakkenpakket op te nemen neemt de wiskundeleraar een belangrijke plaats in. In het proces om tot deze keuzen te komen speelt naast het advies van de wiskundeleraar ook een gesprek met de schoolleider en de wens van de leerling en de ouders een belangrijke rol. Daarnaast wordt via acties als 'Kies Exact' op een grootschalige wijze invloed uitgeoefend op dit keuzeproces. Maar ook de maatschappelijke (over)waardering van exacte vakken en de discussies over het wel of niet verplicht stellen van wiskunde in het vakkenpakket zullen hun effect niet missen op de motivatie van leerlingen en hun ouders om wiskunde in het vakkenpakket op te nemen. Aan de docent is de taak in dit krachtenveld de juiste koers te houden.

Om docenten te ondersteunen zal er gewerkt moeten worden aan een inhoudelijke verandering van het vak, maar ook aan de beeldvorming rond exacte vakken en aan informatie over economische perspectieven. Aan de inhoudelijke verandering van het vak wiskunde wordt ontwikkelingswerk gedaan door de Hawex-groep en het team W12-16 (COW) en niet te vergeten door allerlei auteurs-teams. Aan de beeldvorming wordt bijgedragen door – laten we zeggen – iedereen die van wiskunde houdt. De informatie over economische perspectieven komt onder andere van de grond rond de 1990-maatregel, waarbij meisjes en jongens geacht worden economisch zelfstandig te zijn. In zekere zin is de actie 'Kies Exact' een wegbereider voor deze maatregel.

Op de studiedag zoomen wij in op de keuzebegelei-

ding, maar dan speciaal op de invloed van de wiskundeleraar in de wiskundeles op het keuzeproces.

Vragen

Wat kan een wiskundeleraar in haar/zijn les doen om leerlingen te helpen een zorgvuldige keus te maken? Welke werkvormen, materialen en toetsen hanteren wiskundeleraars opdat leerlingen met plezier aan wiskunde werken en toch zicht krijgen op hun eigen mogelijkheden? Hoe belangrijk zijn stimulerende woorden van de wiskundeleraar wel of niet? Veel mensen weten zich dat jaren later nog te herinneren en erkennen dat het bepalend is geweest voor hun keuze.

Maar wordt er van de wiskundeleraar niet teveel gevraagd? Hij/zij heeft volle klassen leerlingen, die allen wiskunde hebben gekozen omdat 'exact' kiezen van buitenaf gepropageerd wordt. In de onderbouw bestaan dikwijls al grote verschillen tussen leerlingen. En wordt de wiskundeleraar nu 'verplicht' al die leerlingen naar het eindexamen te brengen, liefst met een voldoende?

Maar ook reden tot nadenken geeft het gegeven dat de deelname aan het wiskunde-onderwijs op de ene school veel hoger is dan op de andere school en dat de prestaties op een school met veel wiskundekiezers nog beter blijken te zijn ook. Wat doet die school, wat gebeurt er in de wiskundeles om dat te bereiken?

Dit zijn veel vragen. Op de studiedag willen we proberen enkele antwoorden te geven. Allerlei aspecten komen aan de orde op deze dag via een lezing, cabaret, keuzegroepen, discussie, interviews en een tentoonstelling.

Lezing

De lezing wordt verzorgd door Kees Blase; hij is natuurkundige en werkzaam bij het Algemeen Pedagogisch Studiecentrum als projectleider van de Materialenbank Emancipatie (MATEM).

Zijn lezing heeft als titel '*De driehoek: zorg, techniek en wiskunde*'.

Keuzegroepen

1. *'Drie jaar bij elkaar in één klas, dat kan echt niet.'* (Gery Gorter, Sandra Acke).

Hoe ziet wiskundeonderwijs er uit in een drie-jarige heterogene brugperiode?

2. *Moet wiskunde en intercultureel onderwijs?* (Pieter Terlouw).

Wij leven in een multi-etnische samenleving. Wat merk je daarvan in de wiskundeklas?

3. *LHNO-leerlingen kiezen wiskunde* (Sylvia van der Werf).

Heeft het wiskundeonderwijs de lhno-meisjes wel voldoende te bieden?

4. *Over de keuzebegeleiding bij wiskunde A en B op de havo* (Rinske Krabbe, Nico Olofsen).

Hoe kun je leerlingen er achter laten komen wat ze het beste kunnen kiezen, wiskunde A of B?

5. *Hawex-actualiteiten* (Hawex-team).

Wat zijn de ervaringen met wiskunde A en B op de experimenteerscholen?

6. *'Op zoek naar een weg van selectie naar determinatie.'* (Tilly Kayser).

Hoe kun je leerlingen laten ervaren wat ze aankunnen bij wiskunde?

7. *Toetsen!* (Truus Dekker).

Met welke toetsvormen krijgen leerlingen en docent een goed beeld van wat leerlingen wel en niet kunnen?

8. *Uitgerekende meiden* (Elly Rijders).

Welke factoren werken (de)motiverend op de participatie van meiden aan de wiskundeles?

9. *GELIJK OP in het lesmateriaal* (Dodo van den Wijngaart).

Welke bijdrage kan het lesmateriaal leveren om wiskunde een vak voor iedereen te laten zijn?

10. *Open Leercentrum voor volwassenen* (nog niet bekend).

Hoe geef je volwassen cursisten zicht op hun mogelijkheden bij wiskunde?

Tentoonstelling

Gedurende een groot deel van de dag is er een tentoonstelling ingericht met materialen rond wiskundeonderwijs, begeleiden, emancipatie en rol doorbreking. De lunchpauze is bij uitstek de gelegenheid om hier veel informatie te halen.

Iedere docent/sectie die materialen heeft rond het thema van deze studiedag en dit aan collega's wil tonen, nodigen we uit contact met ons op te nemen: Marja Meeder 030-61 16 11, Francis Meester 020-5 60 13 27.

Cabaret/liedjes

Kun je naar 'exact kiezen' ook met andere ogen en oren kijken of luisteren? Joke van Leeuwen zal laten zien dat dat kan, zij wordt begeleid door Carolien Deutman op de piano. Genieten dus!

Welke rol speelt wiskunde in hun leven?

Onder leiding van Loes Lauteslager (schoolleider) praten onderstaande mensen over de rol die wiskunde in hun leven speelt. Mannen en vrouwen met weinig of veel wiskunde in hun vooropleiding vertellen over hun persoonlijke ervaringen in de wiskundelessen, over hun visie op goed (wiskunde)onderwijs en over hun kijk op het begeleiden van meisjes en jongens bij het kiezen van vakken en vervolgopleidingen.

Gesprekken met en discussies tussen:

Gerard Doevendans: wiskundedocent aan de Scholengemeenschap Echnaton in Almere en betrokken bij het SiO-project (SiO = Scholen in Ontwikkeling);

Joop Groos: beleidsmedewerker bij het ministerie van O&W; daarvoor was hij docent natuurkunde; *Marijke Melis*: wiskundedocente en schooldecaan aan de Philips van Horne Scholengemeenschap in Weert;

Ella Vogelaar: onderwijskundige en voorzitter van de ABOP (Algemene Bond van Onderwijzend Personeel);

Rens Zomerdijk: orthopedagoog; werkzaam als leraar maatschappijleer en schooldecaan aan de Kohnstammschool te Alkmaar.

► Prijsvraag 'Anders dan anders'

NVvW en NVORWO

Na een aantal jaren voor de klas gestaan te hebben weten we allemaal de zwakke plekken van onze leergang of de zwakke plekken in het leerplan van een of ander leerjaar. 'Alweer die goniometrie die ze niet snappen, alweer die breuken waar nooit iets van terecht komt, alweer de kansrekening of alweer de ruimtelijke tekeningen'.

De nieuwe leerstof heeft op tal van plaatsen leuke andere onderwerpen in de klas gebracht. Daar doemen toch al snel delen op die grotere problemen geven dan velen aanvankelijk gedacht hadden. Zuchten vele wiskundedocenten dan niet:

'had ik maar meer tijd, dan zou het wel lukken; we moeten nog zoveel'.

Vermoedelijk gaat een aantal van ons er toch regelmatig voor zitten om een bepaald hoofdstuk eens

heel anders te doen.

Je krijgt ineens een nieuw idee, je hebt een paar prachtige voorbeelden eventueel via een kennis met een ander beroep. De zaak moet dan didactisch verantwoord opgezet worden en je moet binnen de beschikbare tijd blijven. Als het lukt geef je het desbetreffende hoofdstuk weer vele malen met meer plezier en de leerlingen werken, door je enthousiasme gestimuleerd, ook veel beter mee.

Zo'n succesvolle persoonlijke ervaring zou eigenlijk meer bekendheid moeten krijgen. Naast de

inbreng van de auteursgroepen zouden de creaties van deze docenten een steentje bij kunnen dragen voor de verbetering van het wiskundeonderwijs.

De besturen van de NVvW en NVORWO hebben om die reden het plan opgevat om een

Prijsvraag

uit te schrijven voor lesontwerpen.

Voorbeelden

1 Een lessencyclus over de zakrekenmachine b.v. voor de lts, de onderbouw van de mavo of de pabo. Rekenen moet je niet overlaten aan de rekenmachine. Je moet alleen het 'vuile' werk door de machine laten doen. Als iemand echt niets van rekenen snapt dan moet het toch ook met de machine fout gaan? Waar houden de mogelijkheden van de machine op? Rekenen kan voor iedereen leuk worden? De volgorde van knoppen indrukken is toch wel eens anders dan we zonder machine gewend zijn.

2 Een wiskundig project voor meetkundige oriëntatie op het lbo. Theorie en stellingen toch goed leren beheersen via je handigheid b.v. in het omgaan met instrumenten en materialen? Zijn er andere manieren om de berekeningen in de figuren, die noodzakelijk zijn, leuker te brengen?

3 Breuken en of de kommagetallen in de bovenbouw van de basisschool zijn voor velen kwellingen. Moet je nu beslist alleen maar meer en meer oefenen of kan het ook anders? Geeft het werken met de computer hier de mogelijkheid om het aantrekkelijker te maken?

4 Het wiskundige laboratorium is al vaker genoemd als middel om te stimuleren. Wiskunde leren via allerlei spelen, via bepaalde materialen, via film en/of video? Eigenschappen van vierhoeken en veelhoeken of van ruimtelijke figuren. Het moet natuurlijk niet een uitbreiding van de beschikbare tijd vereisen, want in deze tijd werken we immers almaar budgettair neutraal.

5 Differentiaalvergelijkingen, zoals op vele hbo-scholen nodig zijn, leveren vaak problemen op. Kan het anders? Is het mogelijk grotere groepen het opstellen van een d.v. uit een concreet praktisch probleem te leren zonder dat het teveel extra tijd kost?

Didactiek prijsvraag

De prijsvraag voor de didactiek van het wiskunde-onderwijs in het jaar 1990 heeft als doel, de stimulering van goed wiskundeonderwijs. De prijsvraag wordt gehouden onder auspiciën van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (NVvW) en de Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken Wiskunde Onderwijs (NVORWO). Deelname staat open voor allen die werkzaam zijn, of geweest zijn, in of ten behoeve van het wiskunde-onderwijs of die studierend zijn voor een zodanige functie. Uitgesloten zijn zij, die uit hoofde van hun beroep als leerplanontwerper of leerplanontwikkelaar aangesteld zijn.

Onderwerp voor 1990

Gevraagd wordt om geconcretiseerd lesmateriaal te ontwerpen voor een afgerond lessenonderdeel in enigerlei bereik van het reguliere wiskundeonderwijs, waarbij sprake is van een vernieuwende of didactisch verrijkende impuls.

Beoordelingscriteria

1 Oorspronkelijkheid

De mate waarin in het ontwerp van didactische originaliteit sprake is. De benadering van het gekozen onderwerp of de manier waarop het in de klas gebracht kan worden. Het lesmateriaal moet rechtstreeks op de praktijk van het onderwijs gericht zijn.

2 Verantwoording

Van de inzenders wordt een verantwoording van de keuze van het onderwerp en de uitwerking verwacht. Uit het ontwerp zal, zo mogelijk, een gewenst onderwijs-leerproces moeten blijken. Een duidelijke didactische opvatting, tot uitdrukking komend in het ontwerp, zal zeer op prijs worden gesteld.

3 Toepasbaarheid

De bruikbaarheid van het ontwerp in het vigerende onderwijs, dat daarmee een wezenlijke verbetering kan ondergaan, is van groot belang. Voorzover

binnen het gekozen onderwerp van toepassing, zal een duidelijke benadering van de niveaudifferentiatie vereist zijn.

4 Presentatie

Een heldere en goed aansprekende presentatie zal gewaardeerd worden. De omvang van het ontwerp dient beperkt te blijven tot maximaal 20 pagina's A4.

De prijs

In drie categorieën, basisonderwijs, avo en beroepsonderwijs, wordt een prijs toegekend bestaande uit een trofee en een geldbedrag van f 250,-.

De organisatoren zullen voor de beoordeling van de inzendingen een beroep doen op een deskundige jury.

De jury kan op grond van de kwaliteit van de inzendingen beslissen in een of meer van de categorieën niet tot bekroning over te gaan. De jury kan zich bij de beoordeling van de inzendingen laten bijstaan door externe deskundigen. In die gevallen waarin het reglement niet voorziet zullen de besturen een beslissing nemen.

Inzendingen moeten worden gestuurd naar de secretaris van de NVvW de heer Drs. J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag. De uiterste datum van inzending is 1 mei 1990.

Er zal naar worden gestreefd de prijsuitreiking voor het einde van het jaar 1990 te doen plaatsvinden.

● Recreatie ● ● ● ●

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Jan de Geus, Valkenboslaan 262-A, 2563 EB Den Haag.

► Opgave 611

Toen de redactie aan het begin van de 34e jaargang (1958/1959) het idee kreeg om een rubriek 'Mathematische Recreatie' te starten, gebeurde er de eerste maanden niets. Uiteindelijk schreef de heer Vredenduin eind 1958 vijf pagina's met als titel: 'De gevangene en een koe, die gras eet'.

Dit puzzelonderwerp is heden ten dage nog steeds actueel getuige het nieuwste puzzelboek van Raymond Smullyan met als titel 'Forever undecided. A puzzle guide to Gödel' (1988, Oxford University Press).

Een aantal maanden later, begin 1959, begint de heer Vredenduin met zijn rubriek Recreatie. Er zijn weinig puzzelrubrieken die het zo lang hebben volgehouden! In 1964 verscheen een bundeling van de puzzels die het eerste verschenen zijn, in vrijwel dezelfde volgorde als in Euclides: 'Vijfentachtig wiskundige puzzels'. (P. Noordhoff N.V., Groningen.)

Als eresaluut aan de heer Vredenduin heb ik de eerste opgave van mijn hand aan hem opgedragen.

Voordat ik de eigenlijke opgave geef zal ik eerst nog iets meer over deze heel bekende puzzelsoort vertellen.

De grote Engelse puzzelmaker H. E. Dudeney had in de jaren twintig een wiskundige puzzelrubriek in 'Strand Magazine'. Van deze puzzels (Perplexities genaamd) zijn een aantal verzamelbundels verschenen. In het nummer van juli 1924 gaf hij vier puzzels op die hij verbale arithmetiek noemde. In elke puzzel moest men de letters vervangen door cijfers, zodat er een juiste optelling, aftrekking, vermenigvuldiging en deling ontstond. Voor elke opgave geldt: gelijke letters door gelijke cijfers vervangen, ongelijke letters door ongelijke cijfers. Verder mag uiteraard geen enkel getal met een nul beginnen. Het sprak toen vanzelf dat alles in het tientallig stelsel plaatsvond. Als curiositeit volgen hier die vier opgaven:

$$\begin{array}{r} \text{S E N D} \\ \text{M O R E} \\ \hline \text{M O N E Y} \end{array} + \begin{array}{r} \text{E I G H T} \\ \text{F I V E} \\ \hline \text{F O U R} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{T W O} \\ \text{T W O} \\ \hline \text{T H R E E} \end{array} \times \begin{array}{r} \text{T W O / S E V E N \setminus T W O} \\ \text{B O B} \\ \hline \text{J O E} \\ \text{O V V} \\ \hline \text{V E S N} \\ \text{V E S N} \\ \hline \end{array}$$

Alleen de eerste is wereldberoemd geworden. Waarschijnlijk omdat er van SEND MORE MONEY een leuk verhaaltje te maken is. Verder kunnen we opmerken dat de andere drie leuke opgaven zijn, maar letterlijk kloppen ze niet. Acht min vijf is geen vier. Tegenwoordig vinden we dat een opgave een juiste betekenis moet hebben. Verder probeert men er voor te zorgen dat er slechts één juiste oplossing is. Daaraan voldoet SEND MORE MONEY ook! De aftrekking EIGHT - FIVE = FOUR heeft in totaal twintig(!) verschillende oplossingen.

Na deze allereerste vier opgaven zijn er nog vele duizenden verschenen in een groot aantal puzzeltijdschriften.

Van 1931 tot en met 1939 in het Belgische puzzelblad Sphinx onder de kop Cryptarithmie. Daarna in het Amerikaanse blad Recreational Mathematics Magazine van 1961 tot en met 1964 waar ze 'alphametics' werden genoemd. Dit woord is door de grote puzzelontwerper J. A. H. Hunter bedacht voor opgaven waarbij niet alleen de woorden een betekenis hebben, maar ook de opgave in zijn geheel. Ook Journal of Recreational Mathematics (de opvolger van R.M.M.) begon in 1968 direct met alphametics naast 'gewone' wiskundige problemen. Dat is nu (volume 21, nummer 2 - 1989) nog steeds het geval.

Na deze inleiding zijn we toegekomen aan de wedstrijdopgave:

$$\begin{array}{r} \text{V R E} \\ \text{D E N} \\ \text{D U I N} \\ \hline 80 \end{array} + \begin{array}{r} \text{H O E R A} \\ \hline \end{array}$$

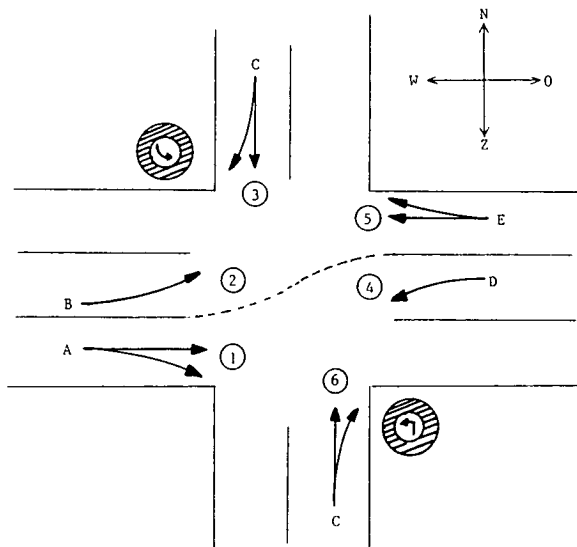
Het getal 80 moet blijven staan. Uiteraard is een van de letters een acht en een andere een nul, want er staan 10 verschillende letters in de opgave.

Geef deze puzzel ook eens aan uw leerlingen op. Probeer het zoeken naar de oplossing te verdelen in de klas. De oplossing kunt u mij uiterlijk *een maand* na ontvangst van dit nummer sturen. Onder de goede inzenders wordt een boekenbon van f 25,- verloot.

Boekbespreking

Inge Verbruggen, *Beslissingstabellen*, Continuum nr. 4, Acco, Leuven, Amersfoort, 1987, 54 blz., f9,25.

Springplank is het volgende probleem. Op een kruispunt heeft men zes verkeersstromen en zes lichten.



Bij elke stroom is er een lange of een korte file. Daarnaar regelen we de lichten. Er zijn dus 32 mogelijkheden en bij elk van hen hoort een bepaalde instelling van de lichten. Daarvan maken we een tabel, de beslissingstabel. Eén kolom ervan is bijv.

file	A kort	licht	1 rood
	B lang		2 rood
	C lang		3 groen
	D kort		4 rood
	E kort		5 rood
	F kort		6 groen

Wie nu denkt het verkeer zo te kunnen regelen, komt bedrogen uit. Dit probleem is veel complexer. Maar men krijgt een idee van de structuur van beslissingstabellen.

Andere voorbeelden volgen. Ik noem er één. Aan de ingang van een pretpark staat:

toegang 100 frank; gratis toegang voor kinderen onder de 4 jaar; gratis toegang voor 65-plussers; clubleden betalen halve prijs; leden van een kroostrijk gezin betalen halve prijs.

Niet moeilijk is hiervoor een beslissingstabel te maken die het probleem precies weergeeft.

Welnu, over dit soort problemen gaat het eerste deel van dit boekje. In het tweede deel ziet men hoe men op doelmatige manier de tabellen in een computer kan invoeren. Deze levert dan door intoetsing van de reële situatie de bijbehorende beslissing.

De bedoeling van het aardige boekje is duidelijk te maken hoe dit onderwerp in de klas behandeld kan worden.

Vertaald in onze situatie kan men zeggen dat dit boek een bijdrage kan leveren voor het onderwijs in wiskunde A. Nadere informatie over de Continuum-reeks vindt men in Euclides 63, nr. 1, blz. 18 en 32.

P. G. J. Vredenduin

Verschenen

Quinney, D.: *An Introduction to the Numerical Solution of Differential Equations*; John Wiley; \$ 26.00; 283 blz.

Dit boek is een uitvoerige inleiding in de in de praktijk gebruikte methoden en algoritmen voor het numeriek oplossen van differentiaalvergelijkingen. Bewijzen worden niet gegeven.

Behandelde onderwerpen: recurrente betrekkingen, begin- en randwaarde problemen bij gewone differentiaalvergelijkingen, parabolische-, hyperbolische- en elliptische differentiaalvergelijkingen.

E. J. Anderson/P. Nash: *Linear Programming in Infinite Dimensional Spaces*. John Wiley and Sons; £ 22,95; 172 blz.

De huidige stand van zaken op het gebied van Lineair Programmeren in oneindig dimensionale vectorruimten wordt beschreven, zowel de simplex extensies als het werk dat is gebaseerd op de dualiteitstheorie. Een groot aantal gedetailleerde uitgewerkte voorbeelden ondersteunt de theorie.

Kalender

8 september 1989: Eindhoven, Tweede ronde Nederlandse Wiskunde Olympiade.

13 september 1989: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.

29 en 30 september 1989: Noordwijkerhout, WIT Conferentie. Zie Euclides 64, 9 blz. 263.

11 oktober 1989: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.

28 oktober 1989: Bilthoven, Jaarvergadering/Studiedag NVvW. Zie het Verenigingsnieuws op blz. 25 t/m 28 van dit nummer.

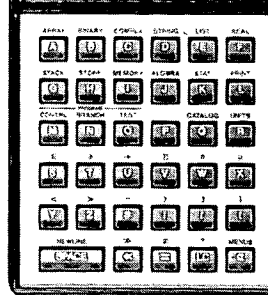
15 november 1989: Utrecht. Bestuursvergadering NVvW.

HP-28S Voor techniek en wetenschap

- RPN en algebraïsch invoersysteem
- grafische mogelijkheden
- HP-Solve formulekraker en programmeerbaar in Forth
- menu-gestuurd
- 32K RAM

f 830,-

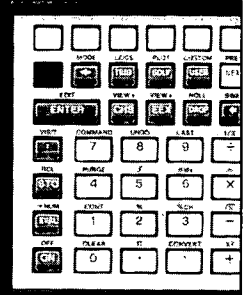
Studeren is op zich al zwaar genoeg. Ook zonder het vele ingewikkelde rekenwerk waar je bij veel vraagstukken doorheen moet. Doe daarom gerust 'n beroep op het fenomenale geheugen van de technisch-wetenschappelijke zakrekenmachines van Hewlett-Packard. Stuk voor stuk beschikken ze over een enorm aantal wiskundige en wetenschappelijke functies. En bijna elk model over het unieke en gebruiksvriendelijke HP-Solve. Een heuse formulekraker die zelfs onder professoren discussies te-



HP-20S Voor MBO, HBO en Universiteit

- algebraïsch invoersysteem
- meer dan 150 wiskundige en statistische functies
- formule bibliotheek
- 99 stappen programmeerbaar

f 139,-



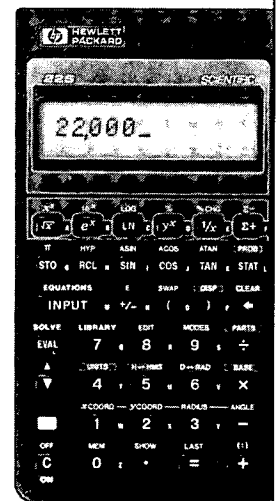
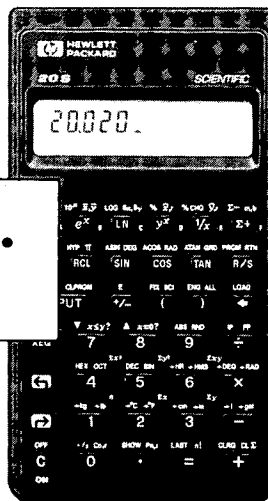
HP-22S Voor wetenschappers

- algebraïsch invoersysteem
- formule kraker: voor formules in zonder te programmeren
- wiskundige/statistische functies ingebouwd
- formule bibliotheek

f 215,-

Gebruik je hersens. Koop de onze.

weegbrent. Bel voor meer informatie, en het adres van de dichtstbijzijnde dealer, met Recom Calculators in Heteren, **HP HEWLETT PACKARD** 08306-22222.



HP-32S Voor technisch onderwijs

- RPN-invoersysteem
- meer dan 180 wiskundige en statistische functies
- HP-Solve formulekraker
- 260 stappen programmeerbaar

f 239,-

HP-42S Krachtige technische zakcomputer

- menu-gestuurde pocket-calculator
- Reverse Polish Notation invoersysteem
- onbeperkte matrix/vector bewerkingen
- 64K ROM, 8K RAM

f 475,-

HP-21S Algebraïsche statistische calculator

- tabellen waarden opgenomen in geheugen
- vijf statistische verdelingen
- test statistieken
- interpolatie
- > 170 functies
- programmeerbaar

f 169,-

* Genoemde prijzen zijn incl. BTW.

WAARDEBON VOOR 10% KORTING

BON In ruil voor deze bon wordt eenmalig 10% korting gegeven op een Hewlett-Packard zakrekenmachine van het type HP-20S, HP-21S, HP-22S, HP-28S, HP-32S of HP-42S.

Naam: _____

Adres: _____

Postcode: _____

Woonplaats: _____

Deze aanbieding is geldig van 1-8 tot 15-10-1989.

