Maandblad voor
de didactiek
van de wiskunde

Orgaan van
de Nederlandse
Vereniging van
Wiskundeleraren

60e jaargang
1984 | 1985
maart

Euclides 7

Wolters-Noordhoff

Euclides

Redactie

Mw I. van Breugel
Drs F. H. Dolmans (hoofdredacteur)
W. M. J. M. van Gaans
Dr F. Goffree
Drs W. Kleijne
L. A. G. M. Muskens
Drs C. G. J. Nagtegaal
P. E. de Roest (secretaris, wnd. eindredacteur)
Mw H. S. Susijn-van Zaale
Dr P. G. J. Vredenduin (penningmeester)

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 10 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter Dr Th. J. Korthagen, Torenlaan 12, 7231 CB Warnsveld, tel. 05750-2 34 17.
Secretaris Drs J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.
Penningmeester en ledenadministratie F. F. J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-65 32 18. Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam.

De contributie bedraagt *f* 50,– per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. *f* 35,–; contributie zonder Euclides *f* 30,–. Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de penningmeester. Opzeggingen vóór 1 juli.

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij Drs F. H. Dolmans, Heiveldweg 6, 6603 KR Wijchen, tel. 08894-1 17 30. Zij dienen met de machine geschreven te zijn met een marge van 5 cm en een regelafstand van $1^1/_2$. De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 5 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

Boeken ter recensie aan Drs W. Kleijne, Treverilaan 39, 7312 HB Apeldoorn, tel. 055-55 08 34.

Opgave voor deelname aan de leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan F. J. M. Doove, Severij 5, 3155 BR Maasland. Giro: 1609994 t.n.v. NVvW leesportefeuille te Maasland.

Abonnementsprijs voor niet-leden *f* 42,40. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement *f* 24,65. Niet-leden kunnen zich abonneren bij: Wolters-Noordhoff bv, afd. periodieken, Postbus 567, 9700 AN Groningen, tel. 050-22 68 86. Giro: 1308949. Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen. Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag. Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven. Losse nummers *f* 7,– (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

Advertenties zenden aan:
Intermedia bv, Postbus 371, 2400 AJ Alphen a/d Rijn. Tel. 01720-6 20 78/6 20 79. Telex 39731 (Samsy).

ISSN 01.65-0394

Wiskunde A/wiskunde B en de studies economie en econometrie

M. Kuiper, L. R. J. Westermann

1 Inleiding

Economie en econometrie zijn vooralsnog de enige studierichtingen waarvoor na de herverkaveling een tweeduidige toelatingseis voor wiskunde in het eindexamenpakket geldt. Het is wel als volgt geformuleerd.
Wiskunde A wordt verplicht gesteld voor economie, omdat dit vak beter op die studie is afgestemd. Maar een aankomende student met wiskunde B in plaats van wiskunde A krijgt ook het recht van toelating. De erachter liggende gedachte is dat iemand met wiskunde B zonder al te veel moeite en wellicht met enige hulp de voor de economiestudie dan bestaande tekorten zal kunnen aanvullen.
Bij econometrie ligt de zaak geheel anders. Het studieprogramma zal gebaseerd zijn op wiskunde B; dit geldt zeker voor die instellingen waar econometrie-studenten voor wiskunde vakken hetzelfde onderwijs volgen als wiskunde-, natuurkunde- en informatica-studenten. Bezitters van een diploma met geen wiskunde B, maar wiskunde A in het pakket zullen overigens tot de studie econometrie worden toegelaten. Van een econometrie-student wordt een behoorlijke exacte interesse en aanleg verwacht. Zo'n student zal – met ondersteuning – een inhaalmanoeuvre moeten uitvoeren. Het niveau van wiskunde A en de capaciteiten van de student zijn bepalend voor het slagen van de manoeuvre.
De herverkaveling van het eindexamenprogramma wiskunde in wiskunde A en wiskunde B is in de eerste plaats een tegemoetkoming aan wensen levend bij de studierichtingen in de sociale wetenschappen aan de ene kant en bij de wiskunde, de natuur- en de technische wetenschappen anderzijds. Het gevolg is dan ook een duidelijk eenduidige toelatingseis geweest. Wiskunde A is verplicht voor de 'sociale' studierichtingen en wiskunde B voor de 'exacte' studierichtingen.
Voor de studierichtingen economie en econometrie verschaft de herverkaveling geen eenduidigheid. Formeel geven in beide gevallen zowel wiskunde A als wiskunde B toelating. Het is onze bedoeling enige achtergronden van deze situatie te belichten en wel vooral met betrekking tot de economie. Zo'n toelichting kan van belang zijn voor hen die te maken hebben met de samenstelling van individuele studiepakketten, zoals leerlingen, wiskundeleraren en schooldecanen. Tevens zouden onze beschouwingen ook enig effect kunnen hebben op de vorm en de inhoud van wiskunde A, een vak waarvan de uitvoering in feite nog gestalte moet krijgen.
Wij zullen, zoals gezegd, verder nog slechts aandacht besteden aan de economiestudie. De problemen voor econometrie liggen – dat is boven uiteengezet – nogal anders. Wel zijn enige uit de theoretische economie voortvloeiende eisen van wiskunde-voorkennis zeker ook van toepassing op econometrie.
De inmiddels zes wetenschappelijke economie-opleidingen zijn niet volledig identiek, ook niet op het punt van het gebruik van de exacte methoden en de wiskundig abstracte denktrant. Niettemin zijn in de jaren 1979 en 1980 door docenten van alle economie-opleidingen en door de Sectie Economie van de Academische Raad gemeenschappelijke en volstrekt duidelijke standpunten ingenomen. Die zijn toen ter kennis gebracht van de commissie die zich met de herverkaveling bezig hield. Voorzover dat ook nu nog van betekenis is wordt daar in de volgende paragraaf op ingegaan.
De schrijvers van dit artikel zijn betrokken bij het wiskunde-onderwijs aan studenten economie bij de Rijksuniversiteit Groningen. In een aantal details kan daarom het onderstaande specifiek zijn voor de Groningse situatie.
In paragraaf 2 bespreken wij iets van de voorgeschiedenis van de voor economie tot stand gekomen tweeduidige toelatingseis. Dat biedt gelegenheid de tussenpositie van economie tussen sociale en exacte studierichtingen met betrekking tot de wiskunde te benadrukken. Daarop aansluitend

wordt in paragraaf 3 een inhoudsoverzicht gegeven van het propedeutisch wiskunde onderwijs bij de Faculteit der Economische Wetenschappen in Groningen. Tenslotte volgt een korte samenvatting met enige voorzichtige conclusies.

2 Waarom wiskunde A of wiskunde B voor economie?

Indertijd heeft vooropgestaan dat wiskunde A en wiskunde B van gelijke zwaarte zouden behoren te zijn. Dat is en blijft een goed uitgangspunt, al wordt het weinig meer vermeld! Grote aantallen wiskundig niet zeer geïnteresseerde of getalenteerde leerlingen, die een wiskunde-vak in hun pakket hebben, betekenen een neerwaartse druk op het niveau van dat wiskunde-vak. Ongeacht of dat nu wiskunde I, wiskunde B of wiskunde A is. Dit is indertijd met betrekking tot wiskunde I al door de herverkavelingscommissie gesignaleerd. Het is zelfs toen geduid als een oorzaak voor het tekort schieten van wiskunde I als voorbereiding op 'exacte' wetenschappelijke opleidingen.

Het zal dan ook heel wat inspanning en oplettendheid vragen om wiskunde A het gewenste niveau te geven en dat te laten behouden. Vooral omdat het gevaar bestaat dat met de herverkaveling een belangrijk deel van bovengenoemde neerwaartse druk op dit vak wordt afgewenteld.

De gedachte om in wiskunde A ruim aandacht te besteden aan wiskundetoepassingen is toe te juichen; in dat opzicht lijkt wiskunde B een achterblijver. De terugkoppeling van de studierichting economie naar wiskunde A is van belang zowel voor wiskunde A als voor die studierichting. Het betreft hier niet uitsluitend voor de economie relevante wiskundetoepassingen, maar wel degelijk ook de wiskundige inhoud en de exacte denktrant van wiskunde A. Dat zal hieronder worden verduidelijkt in een aantal alinea's die gedeeltelijk teruggrijpen op herverkavelingsgeschiedenis.

1 Het propedeuse programma economie, met name de vakken wiskunde en statistiek daarbinnen, gaat uit van een behoorlijk peil der wiskundekennis. In paragraaf 3 wordt om die bewering te ondersteunen op de inhoud van het vak wiskunde in de Groningse economie propedeuse ingegaan.

2 In verband met de behandelingswijze van de wiskunde alsmede met het oog op de aansluiting bij economische vakken en de informatica in het studieprogramma economie worden aan het abstractie-vermogen gedegen eisen gesteld. Ook dit kan blijken uit paragraaf 3 en de litteratuuropgave.

3 De Sectie Economie van de Academische Raad heeft indertijd het volgende standpunt ingenomen. Wiskunde A is verplicht voor de studie economie, maar wiskunde B geeft ook recht op toelating. De Sectie heeft tegelijkertijd voorgesteld deskundigen uit de faculteiten economie blijvend te betrekken bij het invullen van wiskunde A, bij het ontwerpen van relevante uit de economie afkomstige voorbeelden alsook bij de opzet van her- en bijscholingscursussen voor docenten; op dat voorstel is voorzover wij weten niet gereageerd. De Sectie meende dat de rechtstreekse binding tussen wiskunde A en de Sociale Wetenschappen het risico van niveauverlaging in zich zou bergen en stelde de vraag of de wiskunde A toelatingseis voor alle studierichtingen bij de Sociale Wetenschappen eigenlijk wel nodig was.

4 Wij geven een aantal citaten uit brieven van docenten aan faculteiten economie over de inhoud van wiskunde A en B. Die citaten geven nog eens aan hoe delicaat opzet en uitvoering van wiskunde A zullen zijn.

i '... Een intuïtieve behandeling van analytische onderwerpen in een vooropleiding voor economen is slechts voor een beperkt aantal onderwerpen aanvaardbaar ...'.

ii '... bij de introductie van begrippen en ter ondersteuning van het wiskundig inzicht zijn meetkundige middelen vaak onontbeerlijk. Het bijbrengen van meetkundige noties hoeft niet geheel voorbehouden te zijn aan het wiskunde B programma ...'

iii '... Nu is voor een enigszins verantwoord gebruik van wiskunde in de theoretische economie (en econometrie) een basis van zorgvuldige begripsvorming vereist. Bovendien vormen een strakke logische lijn en heel nauwgezette formuleringen een stevig houvast voor goed inzicht. Het is daarom van belang dat de behandelingswijze geen belemmering zal worden voor de ontwikkeling van het gevoel voor exactheid en gewetensvolle formuleringen ...'

5 Veel toepassingen van wiskunde in de economie hebben betrekking op functies van meer dan één

veranderlijke, met name optimaliseringsvraagstukken al dan niet met nevenvoorwaarden. Desbetreffende beschouwingen zijn doorweven met noties als niveaufiguren, differentialen, richtingsafgeleiden, gradiënt, Hesse-matrix, homogene functies, enz. Het zal duidelijk zijn dat enige kennis van vectormeetkunde gewenst is om dergelijke begrippen te kunnen hanteren. Dit is trouwens al evenzeer vereist bij de behandeling van matrixrekening of – zo men wil – lineaire algebra, welke in economie en statistiek frequent gebruikte hulpmiddelen vormen. Het gevoerde pleidooi voor meer meetkunde in wiskunde B (dan in wiskunde I aanwezig is) is dus eveneens voor wat vectormeetkunde betreft van toepassing op wiskunde A, indien men let op de behoeften van de economie-opleidingen. Dat is al vele malen benadrukt en ook ter kennis van de herverkavelingscommissie gebracht.
Al met al moet worden vastgesteld dat een goed uitgevoerd wiskunde A programma aansluiting zal geven op de economie studie. De zorg om de exacte kwaliteit van wiskunde A, het geringe gewicht van vectormeetkunde en het ontbreken van enige integraalrekening in wiskunde A, maken echter dat wiskunde B een niet onaantrekkelijke optie voor de economiestudie is geworden.

3 Een wiskunde-programma in de propedeuse economie

Het onderstaande overzicht geeft in grote lijnen het huidige wiskundeprogramma van de propedeuse economie bij de R.U.G. weer. Vrijwel alleen de wiskundige onderwerpen worden vermeld en nauwelijks toepassingen en voorbeelden met betrekking tot de economie.

Lineaire algebra
- stelsels lineaire vergelijkingen; parametervoorstelling van de oplossing
- matrix algebra, matrix-inverse
- determinanten; regel van Cramer, toepassing op interpolatie
- eigenwaarden, eigenvectoren
- kwadratische functies; diagonaalvorm, het (in)definite karakter

Meetkundige beschouwingen in $\mathbb{R}^n$
- lineaire verzamelingen bepaald door lineaire vergelijkingen en parametervoorstellingen, convexe verzamelingen
- norm en inprodukt
- open, gesloten en compacte verzamelingen
- grafieken, niveaufiguren

Analyse
- Beschouwingen over $\mathbb{N}$ en $\mathbb{R}$; volledige inductie, supremum en infinum, volledigheidsaxioma
- Limieten bij functies van (meer dan) één veranderlijke; continuïteit, (partiële) afgeleiden
- Monotone en begrensde rijen, recursief gedefinieerde rijen, stationaire punten, elasticiteiten, nulpuntbenaderingen, richtingsafgeleiden, homogene functies
- Standaardlimieten en limietberekeningen
- Vectoren en matrices in de analyse; gradiënt, Hesse-matrix, functionaal-determinant, convexe/concave functies en Hesse-matrix
- Vrije extrema
- Impliciet bepaalde functies
- Extremum problemen met nevenvoorwaarden; Lagrange-multiplicatoren
- Machtreeksen, Taylorreeksontwikkeling en limiet berekening

Dit programma staat nader uitgewerkt in [10], de hoofdstukken 2-6. Tot voor de invoering van de twee-fasenstructuur in 1982 stonden ook nog complexe getallen, differentievergelijkingen en differentiaalvergelijkingen op het propedeuse programma.

4 Slotbeschouwing

De eindtermen van de propedeuse-opleiding veranderen uiteraard niet automatisch als gevolg van een wijziging van het eindexamenprogramma. De vierjarige cursusduur biedt overigens ook weinig ruimte voor aanpassingen of verschuivingen. Met ingang van de cursus 1987/1988 moet het propedeutisch studieprogramma economie didactisch worden afgestemd op wiskunde A. Opvang zal – zo nodig – geboden worden aan hen die alleen wiskunde I of wiskunde B hebben.

Het adviseringsprobleem is niet zeer eenvoudig. Hoewel gezegd is dat wiskunde A beter past bij de economiestudie, zullen sommigen tot de conclusie neigen dat wiskunde B de betere vooropleiding biedt. Deze laatste conclusie is echter alleen gerechtvaardigd als de interessante mogelijkheden die wiskunde A biedt niet ten volle benut worden. Zij die zich wat nader willen verdiepen in de wiskundige aspecten van de wetenschappelijke economiestudie kunnen wellicht iets hebben aan de onderstaande litteratuuraanwijzing.
Het ligt in onze bedoeling om in de komende tijd een serie korte stukjes te publiceren, waarin wiskundetoepassingen in de economie worden behandeld. Hopenlijk kunnen die stukjes interessante achtergrondinformatie leveren voor docenten van het vak wiskunde A.

Litteratuuraanwijzing

1 Allen, R. G. D., *Mathematical analysis for economists*, Macmillan, 1969.
2 Burghes, D. N., M. S. Borrie, *Modelling with differential equations*, Wiley, 1981.
3 Burghes, D. N., A. D. Wood, *Mathematical models in the social, management and life sciences*, Ellis Horwood (Wiley), 1980.
4 Hartog, F., *Hoofdlijnen van de prijstheorie*, Stenfert Kroese, 1926.
5 Murata, Y., *Mathematics for Stability and Optimization of Economic Systems*, Ac. Press, 1977.
6 Rijken van Olst, H., *Algemene Statistiek*, Van Gorcum, 1974.
7 Rijken van Olst, H., P. E. Venekamp, *Ekonomische Statistiek*, Van Gorcum, 1975.
8 Strang, G., *Linear algebra and its applications*, Academic Press, 1980.
9 Varian, H. R., *Microeconomic analysis*, Norton, 1978.
10 Westermann, L. R. J., *Wiskunde voor de studie economie*, Wolters-Noordhoff, 1984.
11 Yamane, T., *Mathematics for economist*, Prentice Hall, 1968.

De boeken [10], [6, 7] bevatten (iets meer dan) de stof voor de vakken wiskunde en statistiek van de propedeuse economie. Van [1] en [11] spreken de titels voor zich zelf. [11] is iets eenvoudiger en meer vanuit het standpunt wiskunde/statistiek docent geschreven; [1] is meer economisch geïnspireerd. [2], [3] bevatten allerlei toepassingen volgens bepaalde thema's. [4] wordt bij economie opleidingen gebruikt; exacte en iets dieper gaande behandeling van theoretisch economische problemen vindt men in [9]. Tenslotte is [5] een voorbeeld van een dieper gaand wiskundeboek dat op economische probleemstellingen is gericht.

***Over de auteurs*:**

L. R. J. Westermann was van 1956-1963 leraar wiskunde en natuurkunde te Groningen. Sedert 1963, het jaar van zijn promotie, is hij werkzaam (geweest) als medewerker/hoogleraar wiskunde bij o.a. de R.U.G., de T.H.D., de K.M.A., de K.H.T. Ruim tien jaar was hij docent bij de opleidingen wiskunde M.O.-A en M.O.-B te Tilburg. Momenteel is hij voorzitter van de vakgroep Wiskunde der Interfaculteit der Actuariële Wetenschappen en Econometrie van de R.U.G.
Hij is auteur van enige boeken, waaronder 'Meetkunde met Vectoren I, II', dat gediend heeft bij de start in de jaren zestig van het vak Wiskunde II. In zijn huidige functie is hij betrokken bij het wiskundeonderwijs aan studenten economie en econometrie. Zijn onderzoek betreft voornamelijk de vergelijkbaarheid van continue en discrete wiskundige modelleringen.

M. Kuiper, wetenschappelijk hoofdmedewerker aan de Interfaculteit der Actuariële Wetenschappen en Econometrie van de R.U.G., studeerde (zuivere) wiskunde met als bijvakken (in het kandidaats) natuur- en sterrenkunde en (in het doctoraal) technische mechanica en didactiek. Hij is sindsdien betrokken bij het wiskunde-onderwijs aan economie- en econometriestudenten, gaf o.a. een tiental jaren eerstejaarscolleges aan hen en schreef collegedictaten daarvoor. Daarbij had hij zo'n jaar of tien geleden te maken met de overgang naar de toelatingseis Wiskunde I.

Tien jaren VVWL

Piet Vredenduin

De Vlaamse Vereniging van Wiskundeleraars heeft op luisterrijke wijze haar tienjarig bestaan gevierd in het Koninklijk Atheneum te Keerbergen op 17 november j.l.
De redactie van Euclides wenst haar van harte geluk met dit jubileum, maar meer nog met de manier waarop ze zich de afgelopen tien jaren heeft weten te ontplooien. De VVWL is, kan men wel zeggen, voortgekomen uit de Belgische Vereniging van Wiskundeleraren. Deze werd opgericht in 1953. Door een complex van omstandigheden was ze in het begin van de zeventiger jaren in een crisissituatie geraakt. Dit leidde tot het ontbinden van deze vereniging op een algemene vergadering op 23 november 1974. Vlamingen en Walen besloten elk huns weegs te gaan. Direct na de ontbinding trokken de aanwezige Vlaamse leden naar het dichtstbijzijnde café. Daar werd besloten een Vlaamse vereniging op te richten. Stellig geschiedde dit onder het genot van een pint, hoewel de annalen dit niet vermelden. Iedere aanwezige deponeerde 400 franken in een sigarenkistje en daarmee was het beginkapitaal voor de nieuw te stichten vereniging tot stand gekomen. De officiële oprichting had plaats op 1 februari 1975. Gaspard Bosteels, die jarenlang op de bres gestaan had voor de Vlaamse belangen in de Belgische Vereniging, werd erevoorzitter. Frank Laforce werd tot voorzitter gekozen en dat is hij nog steeds. Hij is daarbij trouw bijgestaan door Lieve Simons als secretaresse en Romain Pelsmaeckers als penningmeester.
De contacten tussen de NVvW en de Belgische Vereniging waren steeds goed, maar ietwat formeel, mede als gevolg van de tweetaligheid. Nu de Vlamingen een eigen vereniging hadden opgericht, lag het voor de hand deze banden te verstevigen. Voorjaar 1975 was er een congres van het BCMW (Belgisch Centrum voor Methodiek van de Wiskunde) te Knokke. Verschillende bestuursleden van de jonge vereniging en ook ik waren daar aanwezig. Dit was een reden voor mij deze bestuursleden te vragen met mij ook eens een pint te gaan drinken en plannen te beramen voor samenwerking VVWL-NVvW. Besloten werd een gemeenschappelijke bestuursvergadering te beleggen. Waar? In Nederland, zeiden onze Vlaamse collega's, want we hebben nog geen geld om jullie te ontvangen. Hindert niet, zei ik, we betalen wel voor ons zelf, maar in Vlaanderen is het veel gezelliger. Zo is geschied. We kwamen samen in Antwerpen, werden diep in de nacht per auto naar ons hotel gebracht, waarbij ik op een gegeven ogenblik de indruk niet van me kon afschudden dat we nu op het trottoir reden. Maar niet alleen in het persoonlijke vlak, doch ook in het zakelijke zijn we dichter bij elkaar gekomen. Afgesproken werd in elk geval elk jaar een gemeenschappelijke bestuursvergadering te houden. En deze tevens te gebruiken voor het voorbereiden van een gemeenschappelijke studiedag. Deze studiedagen hebben totnogtoe elk jaar plaats gehad, soms in België, soms in Nederland. Maar ook verder is er een uitstekend contact tussen de Vlamingen en de Nederlanders. We publiceren in elkaars tijdschriften, houden over en weer voordrachten, recenseren elkaars uitgaven. En bovendien hebben zich in het persoonlijke vlak vele vriendschapsbanden gevormd.
Ik keer terug naar de historie van de VVWL. Begonnen met 400 leden is ze snel uitgegroeid tot een vereniging met bijna 2000 leden. Ze bood haar leden dan ook een veelheid van mogelijkheden. Gemiddeld werden per jaar vijf studiedagen georganiseerd (de gemeenschappelijke dag met de NVvW inbegrepen). De onderwerpen waren zeer uiteenlopend, de belangstelling was als regel zeer groot. Toen de jaarlijkse congressen georganiseerd door het BCMW ophielden, nam de VVWL deze taak over. Om de twee jaar werd een congres van drie dagen gehouden, aan het begin van de zomervakantie. Het aantal deelnemers schommelde, als ik mij niet vergis, om de 200. Niet alleen Vlamingen, maar ook buitenlanders voerden het woord. De congressen hadden plaats achtereenvolgens in Oostmalle, Neerpelt, Keerbergen, en deze zomer

wordt het congres in Eeklo gehouden.
Direct na de oprichting werd gestart met een eigen tijdschrift, Wiskunde en Onderwijs. Het verschijnt vier keer per jaar. De omvang was aanvankelijk bescheiden, het eerste jaar 180 bladzijden. Thans is een omvang van 600 à 700 bladzijden een normale zaak. De inhoud is zeer lezenswaard. Het tijdschrift heeft veel te danken aan de werkzaamheid van de Leuvense hoogleraren Rogier Holvoet en Alfred Warrinnier. Het aantal Nederlanders dat zich via de NVvW abonneert en daarmee tegelijk lid van de VVWL is, bedraagt thans 115.
Behalve een tijdschrift heeft de VVWL in de loop van de jaren een zevental monografieën uitgegeven over categorieën, wiskunde en economie, de situatie van de wiskunde in het onderwijs, de programmeertaal Pascal, algoritmen en rekenmachines, en ten slotte ter gelegenheid van het tweede lustrum een bundel artikelen over het getal in ons onderwijs.
Een ding heb ik in Vlaanderen totnogtoe gemist en dat is een olympiade. Gelukkig lees ik dat in het jaar 1985-86 in deze leemte voorzien zal worden.
Met bewondering heb ik de activiteiten van onze zustervereniging steeds gadegeslagen. Zowel namens de redactie van Euclides, als persoonlijk wil ik dan ook graag hulde brengen aan de VVWL en de hoop uitspreken dat ze de komende jaren op dezelfde wijze haar werkzaamheden zal voortzetten. En tevens spreek ik de hoop uit dat de persoonlijke contacten even plezierig zullen blijven als ze totnogtoe geweest zijn, want dat is essentieel voor een goede samenwerking.

Boekbespreking

M. Bunge, *Epistemologie*, Bibliographisches Institut-Wissenschaftsverlag, Mannheim.

Dit boekje is gewijd aan 'Aktuelle Fragen der Wissenschaftstheorie'. Daar het hier een onderdeel van de wijsbegeerte betreft zou dit boekje niet direct een plaats in déze rubriek van dit tijdschrift behoren te krijgen. Daar er in dit werk vragen en problemen aan de orde gesteld worden die van uitermate groot belang zijn en de belangstelling van zeer vele (wiskunde)leraren trekken, heb ik gemeend er goed aan te doen het toch in deze rubriek op te nemen. Om een indruk te geven van de inhoud van het boekje, laat ik hieronder de titels van de hoofdstukken volgen:

EINLEITUNG
1 Was ist und wozu nützt die Epistemologie?
2 Was ist die wissenschaftliche Methode und worauf ist sie anwendbar?
PHILOSOPHIE DER FORMALEN WISSENSCHAFTEN
3 Die Natur der begrifflichen Gegenstände
4 Was ist eine Proposition?
PHILOSOPHIE DER PHYSIK
5 Referenz und Inhalt einer physikalischen Theorie
6 Philosophische Probleme der Quantenmechanik
PHILOSOPHIE DER BIOLOGIE
7 Der Begriff des Organismus
8 Biophilosophie
PHILOSOPHIE DER PSYCHOLOGIE
9 Psychologie und Philosophie
10 Die Psychobiologische Auffassung
PHILOSOPHIE DER SOZIALWISSENSCHAFTEN
11 Philosophische Untersuchung des soziologischen Vokabolars
12 Drei Auffassungen von der Gesellschaft
PHILOSOPHIE DER TECHNOLOGIE
13 Technologie und Philosophie
14 Iatrophilosophie
SCHLUSSFOLGERUNGEN
15 Drei Politiken für die wissenschaftliche Entwicklung
16 Brief an eine Anfängerin der Epistemologie
Anhang Organisation der Lehre der Epistemologie in Lateinamerika.

Het geheel is ook voor de filosofisch niet/weinig geschoolde lezer zeer goed te lezen. Het zet de lezer aan tot verder denken over actuele wetenschapstheoretische problemen van de formele wetenschappen, de natuurkunde, de biologie, de psychologie, de sociale wetenschappen, de techniek en de medicijnen.
Een bijzonder aardig boekje.

W. Kleijne

Correctie van cijfers

Jan Karel Timmer

In de dertiger jaren, toen ik nog niet zo lang opleidde voor Wiskunde LO hanteerde ik vòor mijn cursisten een wet, om ze te helpen, belangrijke zaken echt goed te beheersen. Belangrijk was dan alles, wat een veelvuldige toepassing had en alles, waarvan de afleiding tijdrovend was. Meestal waren het formules. En nu de wet: u moet dit alles vlot en goed kunnen 'opspuiten'; als u van mij een cijfer verlangt, dan geef ik u, als u er 80 % van kent slechts 80 % van 80 % van een 10. Bovendien ben ik pas tevreden, als u op die manier tòch aan een 8 komt. De lezer begrijpt terstond, dat ik niet rekende van 1 tot 10, maar van 0 tot 10 en, dat ik, de cijferschaal getransformeerd gedacht *van 0 tot 1*, het cijfer kwadrateerde, wat *gemakkelijk rekende en behoorlijk streng was.*

Een andere leservaring was de volgende: Op een bepaald moment deed de goed-fout-twijfel-mode zijn intrede bij ons voortgezet onderwijs. Ze is duidelijker te omschrijven als driekeuzevraag tussen:

In alle denkbare gevallen
In geen enkel geval
In sommige gevallen

Dit is een driekeuze, die in ons vak vrij vaak voorkomt, net zo goed als groter-kleiner-gelijk. De frequentie van de driedeling is voor mij aanleiding meer gesteld te zijn op driekeuze-vragen in de wiskunde dan op vierkeuze. Ook buiten ons vakgebied beschouw ik de vierkeuzevraag als een keurslijf en geef dus voorkeur aan een meerkeuzevraag. Bovendien zijn sommige vierkeuzevragen ontbindbaar in twee tweekeuzevragen.

Ter zake: De goed-fout-twijfel-vragen waren o.a. geschikt in de tweede klas bij relaties tussen kleine gehele getallen en in de vierde of vijfde klas (hbs of gymnasium) kwamen ze goed te pas bij vragen over de stand van lijnen en vlakken, waarbij het om wat ruimte-inzicht te doen was. Meestal mikte ik op 15 vragen, maar, omdat ik de jongelui ruim tijd wilde geven, kwam ik doorgaans slechts tot 14 of 13. Bij de beoordeling trok ik steeds per fout een punt af, zodat wie alles gokte toch zowat op een 1 terecht kwam. Dat was dan de theorie, het cijfergemiddelde draaide steeds om de 6 of 7.

Aan deze beide uiteenlopende ervaringen moest ik denken, toen ik in Euclides 58, nr. 10, blz. 361 e.v. het artikel van collega De Boer las.

Als een leerling thuiskomt met een 6, dan maakt dat op velen de indruk van 60 % goed, maar ... hoeveel zesjes zijn er niet ontstaan door afronding van een $5\frac{1}{2}$, die zijn oorsprong vindt in 50 % goed? Is het toegevendheid of boerenbedrog? Dit speciaal voor *ons* vak, want b.v. de taalleraren hebben van deze kwestie geen last. Mogelijk richten zij zich naar de officiële betekenissen van de cijfers, zoals 8 = goed, 10 = uitmuntend. Let wel, dat er niet staat 10 = foutloos en ik heb dan ook heel wat keren in mijn loopbaan een 10 op het rapport uitgedeeld (en precies één keer een 1, om heel eerlijk te zijn, de 'cijfers' zijn er om gegeven te worden). Verder heeft 5 associatie met de helft, dus niet voldoende te rekenen, 2 = slecht en 1 = zeer slecht. Maar waarom zou dit betekenen, dat 1 het laagste cijfer is? Als iemand een blanco papier inlevert is het *niet slecht*. Hij heeft zelfs geen enkele fout gemaakt. Natuurlijk wil ik de lezer niet dwingen, mijn standpunt te aanvaarden, maar mij verder neutraal opstellen.

Omdat volgens een bekende *schertsdefinitie* ons vak de kunst is om alles te vereenvoudigen geef ik 'cijfers' van 0 tot 1, die de lezer gemakkelijk kan transformeren in elk ander gewenst stelsel. Dan zet ik de *score* op de X-as uit en het *loon* op de Y-as. Bij evenredige verdeling is de grafiek dan de bissectrice van het eerste kwadrant. Mijn eerstgenoemde 'jeugdherinnering' zegt, dat we, uitgaande van $y = x$, bij grotere strengheid zouden kunnen kwadrateren, $y = x^2$, wat wil zeggen, dat we bij grotere mildheid zouden kunnen worteltrekken, maar dat zijn rigoureuze ingrepen, waarop iets beters te vinden moet zijn. Collega De Boer werkt met

gebroken lijnen, wat ik niet wil afwijzen, maar wel wil zien tegen de achtergrond van een of andere verantwoorde kromme, waarin, in verband met de afronding een gebroken lijn beschreven is.
Welke eisen moeten we aan zo'n kromme stellen? Wie alles goed heeft of alles verkeerd houde zijn 1 of zijn 0. De probleemgevallen zijn die leerlingen, welke ten gevolge van te moeilijke opgaven net beneden 0,5 terecht zijn gekomen. Die moeten dus maximaal geholpen worden. Dat degenen, die een weinig boven 0,5 zijn geëindigd, terwijl ze een beter lot hadden verdiend, ook geholpen worden, is te vergelijken met het gevolg van een volksverhuizing, waarbij (in dit geval) een zwakkere groep een iets sterkere groep (rond 0,6) naar hogere regionen drukt. Dat is billijk, hoewel niet bitter noodzakelijk.

Conclusie: De verhoging aan de randen is nihil, die in het midden maximaal. Bijgevolg kan de verhoging een factor x en een factor $1 - x$ bevatten, wat symmetrie oplevert. Wie het anders wil, kan b.v. één der factoren kwadrateren, maar daarbij reken ik mijzelf tot de tegenstemmers. Natuurlijk moet de verhoging (die bij te gemakkelijk of te fundamenteel werk negatief kan zijn) een constante keuzefactor bevatten. Noemen we die α, dan vinden we de volgende correctieformule:
$y = x + \alpha \cdot x(1 - x)$, waarbij x de van 0 tot 1 oplopende score voorstelt en y het evenzo begrensde loon. Om het laatste te bereiken is de keuze van α ook beperkt, waarbij als merkwaardigheid op te merken is dat $\alpha = -1$ mijn oude kwadrateringsregel voor de cursisten oplevert. Maar nu een praktisch voorbeeld. Neem aan, dat de resultaten op een examen tegenvallen. Het kan evengoed komen door te moeilijke opgaven als door te slecht voorbereide kandidaten. Zeer goed denkbaar is het langzaam van jaar tot jaar zakken van hun peil, wat niet getolereerd kan worden. Neem nu eens aan (ik heb geen statistische gegevens), dat in normale jaren het gemiddelde 0,6 is, terwijl het in één bepaald rampjaar 0,5 zou zijn. We moeten dan, om volledig de schuld op de opgaven te gooien, α oplossen uit $x + \alpha x(1 - x) = 0{,}6$ als $x = 0{,}5$, wat via $0{,}25\alpha = 0{,}1$ voert tot $\alpha = 0{,}4$. Zou het nu niet billijk zijn, de 'schuld' eerlijk te verdelen, $\alpha = 0{,}2$ te nemen en te komen tot
$y = x + 0{,}2x(1 - x) = 1{,}2x - 0{,}2x^2$? Deze 'kromme schaal' is dan te herleiden tot een gebroken schaal, wegens de afrondingen, waarmee we weer op het terrein van onze Amsterdamse collega terug zijn. Naar mijn mening moeten we wel consequent zijn en in jaren, waarin de opgaven te gemakkelijk waren, een correctie in neerwaartse richting uitvoeren. Net als op blz. 364 gedaan is spreek ik mijn afschuw uit (maar dan man-en-paard noemend) over het door de overheden gehanteerde systeem. Maar deze afschuw zou ik willen uitbreiden tot alle mogelijke overheidsvoorschriften, die vol staan met grenzen en knikken, waardoor zelfs continuïteit en monotoniteit verstoord worden. Daarom formuleer ik de eis (liever niet in wiskundetaal):
Ieder overheidsvoorschrift betreffende geldelijke of andere beloning of straf dient voorstelbaar te zijn door een lijn zonder openingen, zonder knikken en met een zo gering mogelijk aantal bochten.
Ik meen, dat onze belastingvoorschriften het minst hieraan voldoen.

Tot slot nog een kort woord over mijn tweede onderwijservaring, de goed-fout-twijfel-kwestie.
Het samenstellen van zulk een werk wordt eenvoudiger, als men het aantal keuzen telkens beperkt tot mogelijke geachte antwoorden. De verplichting 'vier' kan leiden tot overslaan van geschikte mogelijkheden, maar ook tot introductie van bizarre, waardoor een vierkeuzevraag praktisch wordt teruggebracht tot een keuze uit minder. Dat kan de waarde van de beoordeling nadelig beïnvloeden.
Neem nu eens aan, dat iemand 40 vragen moet beantwoorden, gemengd twee-, drie-, vier- en meerkeuze. Door kansen op te tellen vinden we b.v. na afronding op gehelen, dat iemand zonder de geringste kennis van zaken (die score 0 waard is) er met gokken gemiddeld 15 van goed zal hebben. Welk cijfer toe te kennen aan iemand die 25 goed heeft? De oplossing is bitter eenvoudig. Trek 15 af en wijzig zodoende $\frac{25}{40}$ in $\frac{10}{25}$, loon in de 0-tot-1-schaal is 0,4. De indruk, dat 25 uit 40 niet slecht zou zijn, is dan ook geheel onjuist. Mijn wijze van becijfering blijkt achteraf vrij goed te zijn geweest. Als hier de gemiddelde resultaten tegenvallen, zou men de ongeschikte vragen buiten beschouwing kunnen laten, de rest behandelen als boven en tot slot met een geschikte keuze voor α mijn formule kunnen toepassen, als eerder omschreven.

Twee soorten wiskunde

J. P. Aldershof

Staatssecretaris mw. Ginjaar-Maas vindt twee soorten wiskunde in het havo nodig. Zij wil een praktisch en een theoretisch gericht pakket wiskunde. In het vwo experimenteert men momenteel al met een gelijksoortige verdeling in het zogeheten 'Hewet-project'. Dat 'Hewet-project' zal binnenkort integraal ingevoerd worden in het vwo.
Het is logisch dat het havo dan volgt met een op de havo-leerling geënt 'Hewet-project'. Dat onderzoek zal nu dus gebeuren. Maar waarom denkt de staatssecretaris dan niet even verder. Het is logisch dat na het havo het mavo volgt.
Sinds 1968 zitten deze drie schooltypen onverbrekelijk aan elkaar vast. Hoewel ... ik constateer de laatste tijd een aantal maatregelen om het mavo uit dit drietal los te weken en aan het lbo te koppelen. De drempel die nu tussen lbo en avo ligt moet opschuiven en stilletjes wordt budgettair neutraal de smalle middenschool ingevoerd. En die smalle middenschool werd door de onderwijsbonden zo afgekraakt!!! Moet ik bovengenoemd voorstel van de staatssecretaris in dat kader plaatsen? De argumenten die de Uitlegkrant geeft over de taak van die geïnstalleerde werkgroep wiskunde havo is zonder meer overdraagbaar voor het mavo:
'Het vak wiskunde wordt door een aantal mavo-leerlingen als moeilijk ervaren en als gevolg daarvan niet in het vakkenpakket opgenomen. Leerlingen die zich voorbereiden op een vervolgopleiding in de sociale en/of pedagogische sector, zullen volgens de staatssecretaris toch gediend zijn met een wiskunde-programma. Steeds meer kennisgebieden vereisen enige wiskundige kennis en daarom moeten ook deze leerlingen vertrouwd worden gemaakt met wiskundig taalgebruik, met formuletaal en met grafische verwerking van gegevens. De bewindsvrouw wil daarom twee wiskunde-programma's in het mavo een A-pakket ('toegepaste wiskunde') en een B-pakket ('algemene wiskunde') voor leerlingen die bij voorbeeld kiezen voor het middelbaar technisch, laboratorium- of zeevaartonderwijs.'
Mevr. Ginjaar-Maas overweegt om wiskunde A of B in de eindexamenpakketten havo en vwo verplicht te stellen. Als die verplichting doorgaat is het zaak dat het mavo mee gaat in deze trend. Zo niet, dan wordt de doorstroming naar het havo aan het eind van mavo 2 reeds wel of niet geblokkeerd bij de keuze van wiskunde. Bij de advisering over een nieuw examenprogramma voor het vak wiskunde in het havo moet het mavo meegenomen worden. Dan pas is die doorstroming van ongeveer 40% mavo-abituriënten verzekerd.

Boekbespreking

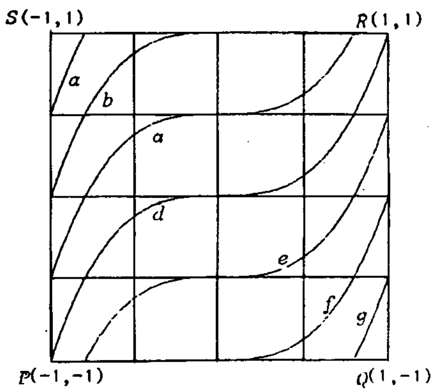
Josef Hoschek, *Mathematische Grundlagen der Kartographie*, Bibliographisches Institut, Mannheim, 210 blz., DM 43,–.

De schrijver stelt zich in dit boek ten doel een overzicht te geven van de belangrijkste projectiemethoden in de kartografie. De titel geeft al aan dat hij ook wat dieper wil ingaan op de wiskundige achtergronden van deze methoden. De hiervoor benodigde wiskunde ontwikkelt hij in het eerste deel van het boek. Uitgaande van een voorkennis, ongeveer overeenkomend met de analyse van ons vwo wiskunde I-programma, behandelt hij in kort bestek, maar toch uitermate helder en doeltreffend, een belangrijk stukje differentiaalmeetkunde: tot en met fundamentaalvormen, indicatrix van Dupin, geodeten. Toegelicht met duidelijke figuren moet deze presentatie ook voor niet-wiskundigen zeer begrijpelijk zijn. De hoofdmoot van het boekje wordt uiteraard gevormd door de eigenlijke kartografische problematiek. Ook hier zeer helder en duidelijk, toegelicht aan de hand van vele figuren, tabellen, enz. wordt het geheel ontwikkeld. Het past ondergetekende slechts om een oordeel te geven over de wiskundige inhoud van het boek. Wat dat betreft kunt u wellicht uit het bovenvermelde afleiden dat mijn oordeel zeer gunstig is.

W. Kleijne

Examen vwo wiskunde A 1984, 2e periode

1 Het hoogtekaartje dat je hieronder ziet is het wiskundig model van een glooiend heuvellandschap.



Het voorschrift dat de hoogte geeft als functie van de plaats, is:

$$H(x, y) = x^3 - y.$$

Beschouw deze functie op het domein D dat bestaat uit de verzameling punten (x, y) met

$$-1 \leqq x \leqq 1 \text{ en } -1 \leqq y \leqq 1.$$

a Welke hoogtegetallen horen er bij de zeven getekende hoogtelijnen a tot en met g?

b Wat is het maximum van de functie H op het domein D?
En wat is het minimum?

c Teken de doorsnede van het landschap met het vlak door de x-as dat loodrecht op het horizontale vlak staat.
Teken ook de doorsnede met het vlak door de y-as dat loodrecht op het horizontale vlak staat.

d Er wordt een wandeling ondernomen van P naar R over het heuvellandschap. Op het kaartje is de gevolgde route een rechte lijn, de lijn $y = x$. Bereken de maximale en de minimale hoogte die wordt bereikt op deze wandeling.

e De wandeling van S naar Q, op het kaartje langs de lijn $y = -x$, is een voortdurende klim.
Toon dat aan.

f In welk punt is de klim, bedoeld in onderdeel e het minst steil?
Hoe groot is de helling in dat punt?

2 Rond de zon bewegen een negental planeten waarvan de aarde er één is. Deze planeten zijn, vanaf de zon gerekend:
Mercurius, Venus, Aarde, Mars, Jupiter, Saturnus, Uranus, Neptunus en Pluto.
We beperken ons voorlopig tot de planeten Venus, Aarde, Mars, Jupiter en Saturnus.
Zoals bekend draait de aarde in ongeveer 365 dagen rond de zon. De gemiddelde afstand tot de zon is 150 miljoen kilometer (afgerond op miljoenen km).
Voor de overige planeten geldt:

Planeet	Gemiddelde afstand tot de zon (afgerond op miljoenen km).	Omwentelingstijd rond de zon (in gehele dagen nauwkeurig).
Venus	108	225
Mars	228	687
Jupiter	778	4329
Saturnus	1427	10753

a Verwerk de gegevens over deze vijf planeten in een grafiek op dubbellogaritmisch papier. Zet horizontaal de afstand tot de zon en verticaal de omwentelingstijd uit.

b Geef een formule die bij benadering het verband geeft tussen omwentelingstijd en afstand.
In plaats van in miljoenen kilometers, wordt de afstand ook vaak uitgedrukt in Astronomische Eenheden (A.E.).
Deze A.E. is gelijk aan de afstand Aarde-Zon.

c Bereken de afstanden tot de zon van de overige vier planeten in A.E.

Jarenlang is er gezocht, met name in de 18e eeuw, naar een onderling verband tussen de diverse afstanden van de planeten tot de zon. Uiteindelijk vonden Titius en Bode de volgende formule:

$$R = 0{,}4 + 0{,}3 \cdot 2^n$$

waarbij R de afstand tot de zon is in A.E., $n = 0, 1, 2, \ldots$

d Controleer voor de vijf planeten welke waarde van n bij welke planeet behoort.

e De wet van Titius en Bode geldt voor $n = 6$ ook voor Uranus.
Geef een schatting van de afstand van Uranus tot de zon in km aan de hand van de wet van Titius en Bode en van de omwentelingstijd aan de hand van de grafiek.

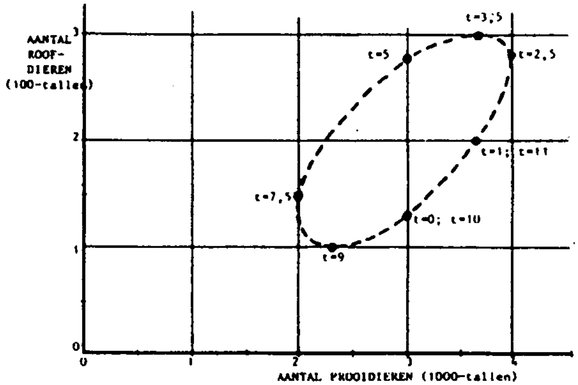
3 Een machine spoelt garen op een klosje.
De lengte van de draad op een klosje is in de praktijk normaal verdeeld met een gemiddelde van 100 m en een standaardafwijking van 47 cm. Aan het eind van de dag wordt een klosje aselect getrokken uit de geproduceerde hoeveelheid en de lengte van de draad op dat klosje wordt nauwkeurig gemeten.
Bij een afwijking van meer dan 60 cm van de voorgeschreven 100 m, wordt de machine opnieuw afgesteld.

a Laat zien dat de kans dat de machine, ondanks een correcte instelling, toch opnieuw wordt afgesteld, bij benadering 20% is.

b Neem aan dat de machine gedurende een periode van drie weken (15 werkdagen) steeds correct is ingesteld.
Hoe groot is de kans dat in die periode desondanks meer dan drie keer opnieuw wordt afgesteld?

c Er komt een nieuwe machine twee weken op proef, die volgens de leverancier aanmerkelijk nauwkeuriger werkt.
Gedurende tien dagen wordt elke dag één klosje afkomstig van de oude machine en één klosje afkomstig van de nieuwe machine gecontroleerd.
Hoe vaak moet de nieuwe machine een kleinere afwijking geven dan de oude, wil men met een significantie-niveau van $2\frac{1}{2}\%$ concluderen dat de nieuwe machine inderdaad beter is?

d De nieuwe machine wordt aangeschaft. Men handhaaft de oude procedure waarbij dagelijks de draad van een aselect gekozen klosje wordt nagemeten en een afwijking van meer dan 60 cm tot gevolg heeft dat de machine opnieuw wordt afgesteld.
Neem aan dat de lengte van de draad op een klosje ook voor de nieuwe machine normaal verdeeld is.
De kans dat die machine ten onrechte opnieuw wordt afgesteld is bij benadering 10%.
Hoe groot is de standaardafwijking van de lengte van de draad op een klosje?



Figuur 1

4 In figuur 1 is de grafiek getekend van een prooi-roofdier-cyclus met een periode van 10 jaar.

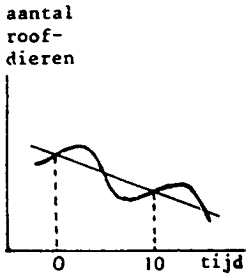
a Hoe groot is de gemiddelde verandering van het aantal roofdieren per jaar in het tijdsinterval van $t = 0$ tot $t = 2{,}5$?
Hoe groot is de gemiddelde verandering van het aantal prooidieren per jaar in datzelfde tijdsinterval?

b Geef ook de gemiddelde verandering per jaar van het aantal roofdieren en van het aantal prooidieren over het gehele tijdsinterval van $t = 21$ tot $t = 25$.

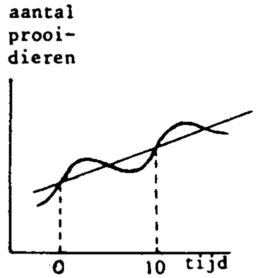
c Teken de grafiek van het aantal prooidieren als functie van de tijd. Teken in een andere figuur de grafiek van het aantal roofdieren als functie van de tijd.

d De functies bedoeld in onderdeel c zijn beide te benaderen met een sinus-functie.
Geef een redelijk passende formule, zowel voor het aantal roofdieren als voor het aantal prooidieren, als functie van de tijd.

e Door allerlei invloeden van buitenaf, bijvoorbeeld veranderingen in het milieu en jacht, wordt het patroon gewijzigd.



Figuur 2



Figuur 3

De grafieken van het aantal roofdieren en van het aantal prooidieren als functie van de tijd zijn globaal weergegeven in de figuren 2 en 3.

De grafiek van figuur 1 verandert door bovengenoemde invloeden. Teken hoe deze grafiek er nu uit komt te zien in het tijdsinterval van $t = 0$ tot $t = 10$.

Boekbespreking

Avi C. Bajpai e.a., *Applied Math*, John Wiley & Sons Ltd, Chichester, 349 blz., £ 8,–.

De in ons land op alle niveaus te constateren verhevigde belangstelling voor toegepaste wiskunde is een deel van een momenteel wereldwijde beweging. Overal verschijnen boeken, leerprogramma's e.d. over toegepaste of toepasbare wiskunde en over een andere benaderingswijze van de wiskunde bij de introductie van wiskunde bij leerlingen van voortgezet onderwijs.
Het voor ons liggende boek is daarvan een voorbeeld. Als voorkennis wordt eigenlijk niet méér verondersteld dan de kennis van het rekenen van het basisonderwijs. In vier delen geven de schrijvers een grondige inleiding in toegepast rekenen, toegepaste algebra, toegepaste meetkunde en toegepaste trigonometrie. Naast algemene inleidingen in de genoemde gebieden wordt aan de hand van voorbeelden getoond hoe een en ander is toe te passen op concrete situaties uit de ervaringswereld. Een groot aantal opgaven begeleiden de tekst, opklimmend in moeilijkheidsgraad, soms voorzien van noodzakelijke/wenselijke hints, verwijzingen naar vorige opgaven e.d. De methodisch-didaktische opbouw van het werk dwingt bewondering af.
Het boek wordt besloten met vijf appendices en een index.
Al met al een bijzonder geslaagd werk. Speciaal met het oog op de introductie van toepassingsgebieden in ons wiskundeonderwijs beveel ik kennisname van dit boek van harte aan.

W. Kleijne

Wiskundige problemen en toepassingen

De discussie over de inhoud van het wiskundeonderwijs spitst zich toe op de relatie tussen 'kale' wiskundige formuleringen en 'contexten', 'realistische situaties', 'toepassingen'. Het HEWET-team heeft voor de invulling van het vak wiskunde-A gekozen voor een bepaalde didaktiek en bepaalde doelstellingen. De SLO ontwikkelt leerstofpakketten voor de onderbouw (het vbao?), waarin uitsluitend grafieken van 'realistische' verbanden worden bestudeerd. Sommige wiskundedocenten reageren enthousiast. Anderen vragen zich af of deze 'trend' wel verteerbaar zal blijken voor hun leerlingen. 'Is dat nu wiskunde?' is eveneens een veel voorkomende vraag. De werkgroep voor de didaktiek van de wiskunde van de Rijksuniversiteit te Groningen heeft rondom het thema 'problemen oplossen' en 'toepassingen' een symposium georganiseerd met gastsprekers Dr. W. J. Bos, Dr. P. M. van Hiele en Drs. L. Streefland. Hun voordrachten zijn omgewerkt tot artikelen. Tesamen met een beschrijving van het onderzoeksproject 'Heuristisch wiskundeonderwijs' van de projectleider Anne van Streun zullen deze artikelen in dit en volgende nummers van Euclides geplaatst worden.

Het onderzoeksproject 'Heuristisch wiskunde-onderwijs'

Anne Streun

De probleemstelling van het onderzoek

Het onderzoeksproject 'Heuristisch wiskunde-onderwijs speelt zich af in 4 vwo en sluit wat de leerstof betreft aan bij de ontwikkeling van wiskunde-A en wiskunde-B (HEWET). De officiële probleemstelling luidt als volgt:

'Is het mogelijk om wiskunde-onderwijs te ontwikkelen waarin leerlingen beter leren 'nieuwe' problemen met behulp van wiskunde op te lossen, zodat de *transfer* van verworven wiskundige kennis en vaardigheden naar 'nieuwe' probleemsituaties binnen de wiskunde en daar buiten worden verbeterd?'

In de cursussen '82-'83 en '83-'84 is voor het gehele leerjaar 4 vwo leerlingenmateriaal ontwikkeld en beproefd. In '84-'85 wordt getoetst in hoeverre deze didaktische variant andere leerresultaten bewerkt dan het HEWET-materiaal en een meer klassieke wiskundemethode. Aan het slot van dit artikel komt dit vergelijkend onderwijsexperiment uitvoerig aan de orde. De uitgangspunten van het bedoelde heuristische wiskunde-onderwijs worden nu eerst geïllustreerd aan leerlingenmateriaal.

Onderzoek

'Wat was mijn gemiddelde snelheid?'

Het verhaal

De weg van Drachten naar Groningen heb ik met een gemiddelde snelheid van 80 km/uur afgelegd. De weg terug van Groningen naar Drachten reed ik wegens het slechte weer met een gemiddelde snelheid van 60 km/uur.

a Wat is mijn gemiddelde snelheid voor de gehele reis, de heen- èn terugweg?

Schrijf maar op wat je denkt

b Een flauwe vraag. Dat is natuurlijk 70 km/uur. Of toch niet?

Controleren

Het is een goede gewoonte om je oplossing te controleren. Alleen ken ik de afstand Drachten-Groningen niet.

c Wat nu?

Een speciaal geval

Laat ik maar een afstand aannemen en daarmee verder rekenen, als voorbeeld. B.v. de afstand is 40 km.

d Hoeveel tijd kost de heenreis? En de terugreis? Wat is nu de gemiddelde snelheid?

Een tabel? Meer voorbeelden?

Het is wel duidelijk dat 70 km/uur een fout antwoord is. Maar wat is het dan wel? Nog een voorbeeld doorrekenen? Of een aantal voorbeelden?

e Wat wordt de gemiddelde snelheid over de heen- èn terugreis, als de afstand Drachten-Groningen 35 km zou zijn? Wat valt je op?

f En wat wordt de gemiddelde snelheid bij een afstand Drachten-Groningen van 45 km? Merkwaardig?

Naar het algemene geval

Vermoedelijk doet de *afstand* Drachten-Groningen er niet toe voor de berekening van die gemiddelde snelheid over de heen- èn terugreis.

g Kun je dat nu in het algemeen aantonen? Voor elke afstand Drachten-Groningen?

Nog algemener

We zijn begonnen met de rit Drachten-Groningen en de gemiddelde snelheden van 80 km/uur en 60 km/uur. De afstand Drachten-Groningen doet er kennelijk niet toe.

h Wat wordt de *algemene formule* voor een willekeurige autorit van A naar B (afstand d km) met een gemiddelde snelheid van x km/uur op de heenreis en een gemiddelde snelheid van y km/uur op de terugreis?

Vergelijken met wat je al weet

i In mijn *algemene formule* zal die afstand ook geen rol mogen spelen. Klopt dat?

Controleren

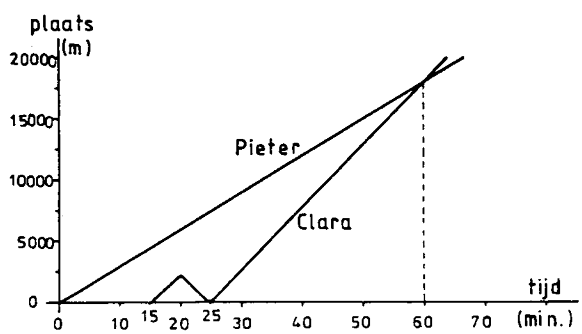
j Controleer je formule door weer $x = 80$, $y = 60$ en $d = 40$ te nemen en dat in te vullen. Dan moet de gemiddelde snelheid weer 68,6 km/uur worden.

Het onderzoek 'Wat was mijn gemiddelde snelheid?' is het eerste probleem van het leerjaar. Elk hoofdstuk wordt vervolgens afgesloten met een *onderzoek*. Een 'simpel' vraagje of een open situatie of een spel of een abstracte vraagstelling kan de aanleiding vormen tot verdere vragen. En activiteiten uitlokken zoals specialiseren, generaliseren, mathematiseren, formaliseren, controleren, e.d. Het werken aan een *onderzoek* kan gebeuren in kleine groepjes. Het produkt is eventueel een werkstuk.

Instap

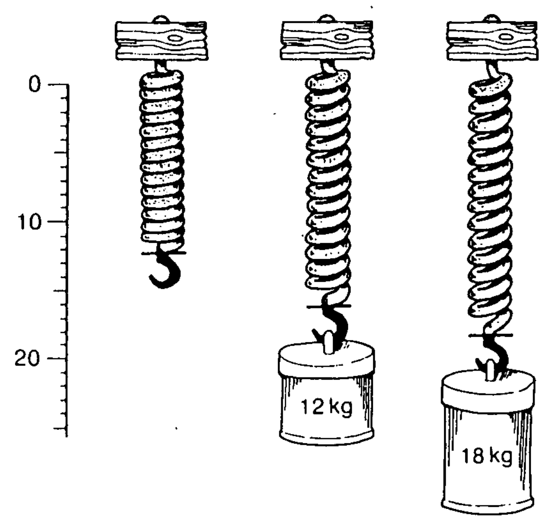
Elk nieuw hoofdstuk wordt opgestart met een aantal problemen in de *instap*paragraaf. Problemen, waaraan leerlingen zich op nieuwe begrippen en methoden kunnen oriënteren. Problemen, waaraan leerlingen kunnen ervaren hoe je taken kunt aanpakken, waarvoor je (nog) geen kant- en klare oplossingsmethode beschikbaar hebt. In hoofdstuk 1 'Functies opnieuw bekeken' bevat de *instap* o.a. het interpreteren en fantaseren van grafieken van fietstochten (figuur 1), het opstellen van eenvoudige formules (figuur 2) en het leren gebruiken van tabellen, grafieken en functievoorschriften gekoppeld aan situaties, toegespitst op eerstegraadsfuncties.

Hoofdstuk 2 'Veranderingen' koppelt in de *instap* twee grafieken (figuur 3) aan de snelheid van twee wandelaars, aan de snelheid waarmee het volume van twee ruimtelijke figuren met de hoogte verandert (figuur 4) en aan de snelheid waarmee de functies f met $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12$ en g met $g(x) = 4x$ veranderen. De *grafische*, de *numerieke* en de *analytische representatie* van de afgeleide waarde, gekoppeld aan *situaties*, worden zo voorbereid. Tijdens de ontwikkeling van het leerlingenmateriaal is de *instap* in de onderwerpen vanaf de eerste tot en met de derde versie steeds meer geconcentreerd tot enkele problemen, die in de verschillende representaties de *essentie* van nieuwe wiskundige begrippen bevatten. Het abstraheren van die *essentie* uit een veelheid van situaties stelt met name 'zwakke' leerlingen voor grote problemen wegens de ruis in de verzameling situaties.

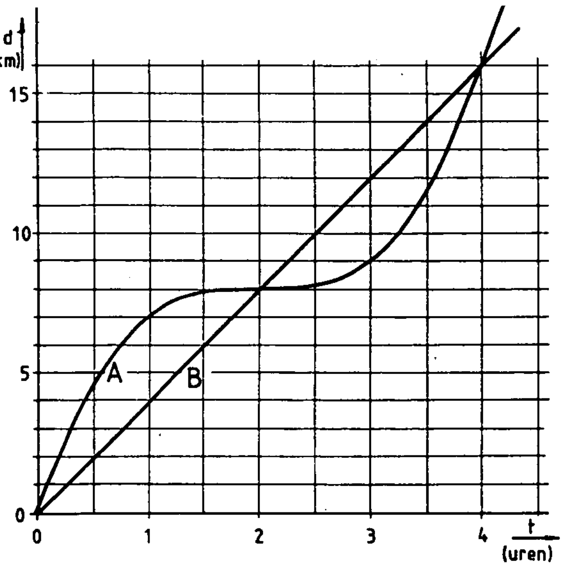


(g) Welk verhaal kun je bij déze grafiek van Clara haar fietstocht vertellen?

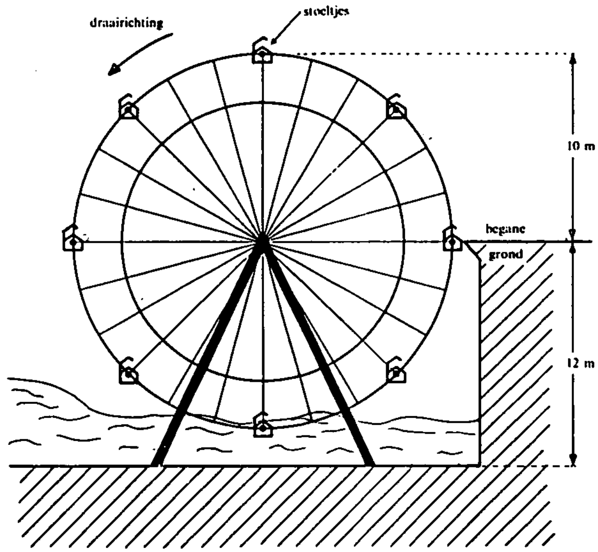
Figuur 1



Figuur 2



Figuur 3

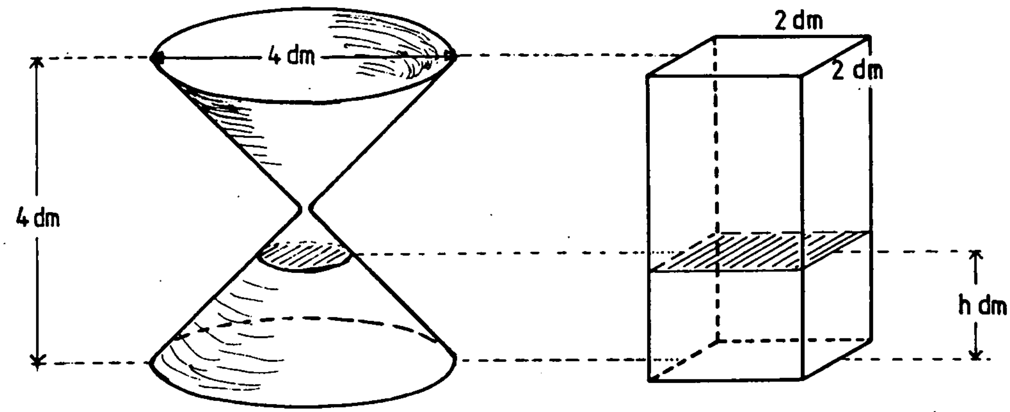


Figuur 5

De *instap* laat daarnaast de leerlingen ervaren, dat met relatief eenvoudige methoden zonder veel specifieke kennis problemen kunnen worden aangepakt. Zoals bij de *instap* in 'Periodieke functies' (figuur 5) en in 'Maxima en minima' (figuur 6). *Instap*-problemen, die in een later stadium met een weer uitgebreid pakket wiskundige methoden sneller (efficiënter?) kunnen worden aangepakt. En dan veelal geen problemen meer zijn, omdat reproduktie van een oplossingsmethode na herkenning mogelijk is.

De kern

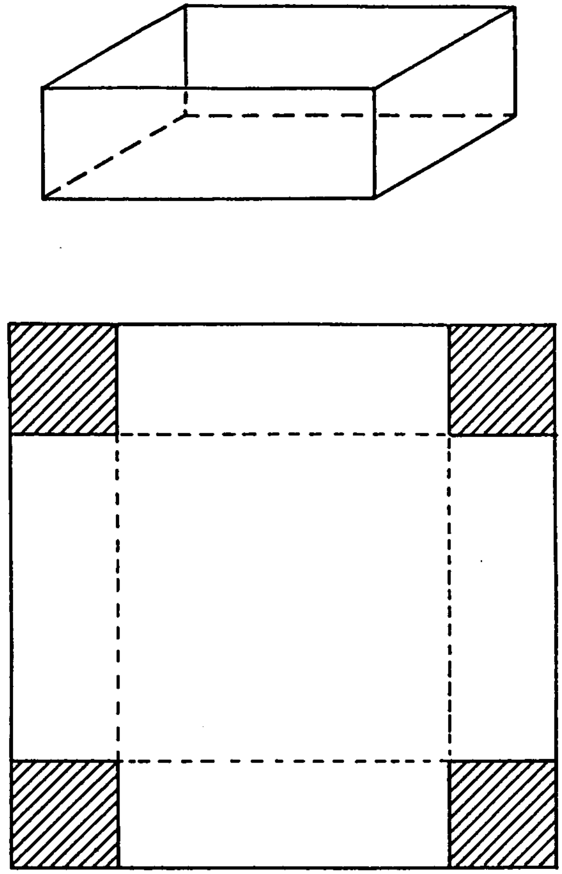
Na de oriënterende problemen volgt de *kern*, die een duidelijk gestructureerde verzameling enkelvoudige opgaven bevat, aan de hand waarvan de leerlingen met de nieuwe begrippen en technieken leren werken. Uiteenzettingen worden direct gevolgd door opgaven, terwijl de gehele paragraaf wordt afgesloten met samenvattingen, een opsomming van wat je – als leerling(e) – na de *kern* moet kennen en kunnen en een zelftoets.



Figuur 4

Oefeningen
Leerlingen die de basisbegrippen en basistechnieken nog onvoldoende beheersen krijgen in de paragraaf *oefeningen* de gelegenheid om meer ervaring op te doen. Ook voor leerlingen, die de zelftoets redelijk maakten, maar wat meer routine willen verkrijgen, zijn de *oefeningen* geschikt. Evenals de opgaven in de *kern* zijn de *oefeningen* enkelvoudig van karakter en vragen zij weinig inventiviteit.

A-***problemen en*** B-***problemen***
Het beheersen van de basiskennis en de basisvaardigheden is noodzakelijk maar niet voldoende voor het kunnen oplossen van problemen die door context, complexiteit of abstractie sterk afwijken van de routine-opgaven. Routine-opgaven, waarvan na een korte inspectie duidelijk is, wat je er mee moet doen. Je moet '*weten*' hoe je zo'n opgave aanpakt. Uit je geheugen *reproduceer* je dan een bijbehorende actie, die tot het antwoord leidt. Bij problemen binnen de wiskunde of daar buiten ligt het anders. Het probleem moet eerst *geanalyseerd* worden. Met behulp van voorbeelden, tekeningen, tabellen e.d. moet het probleem worden verkend. Soms moet een plan gemaakt worden voordat een oplossingsmethode wordt uitgewerkt. De paragraaf A-*problemen* bevat in wiskundetaal of in situaties geformuleerde problemen, die grotendeels met concrete wiskundige methoden kunnen worden aangepakt. De B-*problemen* doen een sterker beroep op abstracties en bevatten ook veel natuurwetenschappelijke situaties. Een A-*probleem* uit 'Exponentiële functies' is bijvoorbeeld:
Een rijke oom in Amerika laat José f 100.000,– na. Zij zet dit bedrag op jaarrente (9%) met samengestelde interest. Elk jaar neemt ze 10.000 gld. op, nadat de rente is bijgeschreven.
a *Hoe groot is haar kapitaal na 3 jaar?*
b *Wat is het kapitaal $K(n)$ na n jaar?*
Een B-*probleem* uit 'Periodieke functies' is bijvoorbeeld:
Wat is het functievoorschrift voor de hoogte $h(t)$ boven de begane grond van het uiteinde T van de grote wijzer? (Neem h in meters en t in minuten.) (figuur 7)

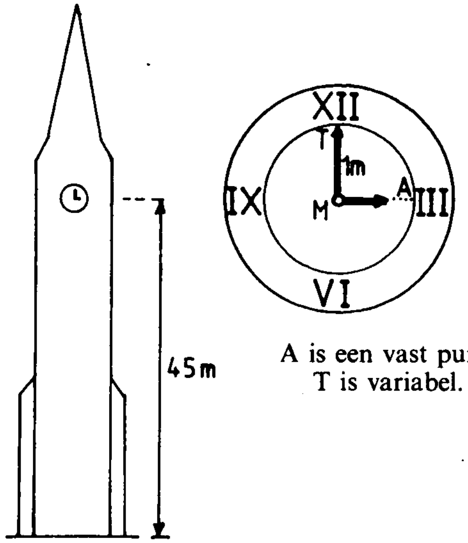


Figuur 6

Hoe pak je een probleem aan?

In het leerlingenmateriaal wordt één- en andermaal besproken welke mogelijkheden er zijn voor de aanpak van een probleem. Hoe je uit een impasse kunt komen. Eén voorbeeld uit het hoofdstuk 'Veranderingen' nadat het begrip 'afgeleide waarde' en enkele rekenregels in de *kern* aan de orde zijn geweest.

Bepaal de richtingscoëfficiënt en de vergelijking van de raaklijn aan de grafiek van de functie f met $f(x) = 3x^2 + 4x - 5$ in het punt $(1, 2)$.



A is een vast punt,
T is variabel.

Figuur 7

Oriënteren
Wat is er gegeven? Even opschrijven. Wat wordt er gevraagd? Even opschrijven. Bedoelen ze dat het punt $(1,2)$ op de grafiek ligt? Even controleren. Ja, $f(1) = 3 + 4 - 5 = 2$. Een schetsje maken? Hoe ziet de grafiek eruit? Wat weet ik van een raaklijn?

Verkennen
Hoe ziet de vergelijking van een lijn er uit? Zo iets als $y = mx + n$. Wat weet ik van de raaklijn in $(1,2)$ aan de grafiek? Oh, ja. De steilheid van de grafiek in $(1,2)$ is gelijk aan de steilheid van de raaklijn. Dus gelijk aan de rico van de raaklijn. Dus gelijk aan m.
En die steilheid geeft aan hoe snel f verandert in $(1,2)$ als x verandert. Dat is de afgeleide waarde $f'(1)$.
Bereken de rico van de raaklijn.
Hoe ver zijn we nu? De vergelijking van raaklijn is $y = 10x + n$. Hoe kom ik nu aan n?
Wat hebben we? De richting van de raaklijn. Maar er zijn ontelbaar veel lijnen met die richting.
Een schetsje. Heb ik alle gegevens wel gebruikt? Wat weet ik nog meer van die raaklijn? Natuurlijk! Hij gaat door $(1,2)$.

Een plan
De rico is gelijk aan $f'(1)$. En substitutie van $(1,2)$ in $y = 10x + n$ geeft n.

Uitwerken
Schrijf de uitwerking nu zo duidelijk op, dat je later nog kunt zien, wat je hebt gedaan. En zo duidelijk, dat ook een ander je stappen kan begrijpen.

Terugblik
Het antwoord controleren. De vergelijking wordt $y = 10x - 8$. Het punt $(1,2)$ ligt er inderdaad op en de rico is $f'(1) = 10$.
Waar bleef ik eerst steken? Wat bracht mij op het goede idee? Dat punt $(1,2)$ moet je twee keer gebruiken. Eerst voor de rico van de raaklijn met $f'(1)$. Dan nog een keer om de n in $y = mx + n$ te berekenen.

Het experimenteel onderzoek

Tijdens het schooljaar '84-'85 wordt een onderzoek gedaan naar de effecten van drie didaktische varianten op de prestaties en opvattingen van leerlingen. Variant A is het onderwijs, waarin het projectmateriaal – zoals in dit artikel beschreven – wordt gebruikt. In variant B wordt gebruik gemaakt van de HEWET-pakketjes. In variant C wordt het boek voor 4 vwo van 'Getal en Ruimte' gebruikt, aangevuld met toepassingen. De verschillen tussen de varianten zitten vooral in de ordening van de leerstof en de expliciete aandacht voor het leren aanpakken van problemen. Variant B gaat vnl. uit van het leren van contexten, van min of meer realistische situaties. De gefaseerde afwisseling tus-

opschrijven

sen 'toegepaste situaties' en 'kale' wiskundige opgaven uit variant A ontbreekt. Variant C kent een directe uitleg van de nieuwe wiskundige begrippen en technieken, gevolgd door een ruime oefenperiode. Daarna komen de wiskundige toepassingen. Alleen variant A kent de accentuering van de manier, waarop problemen kunnen worden aangepakt.
In zes klassen van twee scholen worden de drie varianten beproefd. De ontwikkeling van de kennis en vaardigheden van de leerlingen wordt zorgvuldig in kaart gebracht, evenals eventuele wijzigingen in hun opvattingen over wiskunde, over problemen en over het leren oplossen van problemen. Nog vijf andere scholen werken mee aan een toetsingsprogramma door zowel aan het eind van klas 3 vwo als aan het eind van klas 4 vwo eindtoetsen en vragenlijsten aan de leerlingen voor te leggen.
De verwachting is dat door dit onderzoek meer inzicht kan worden verkregen in de wijze waarop leerlingen kunnen leren hun wiskundige kennis en kunde te gebruiken in voor hen nieuwe situaties, zowel binnen de wiskunde als daar buiten.

Boekbespreking

Situatiebeschrijvingen in wiskundeteksten, SLO, Postbus 2041, 7500 CA Enschede.

'Konteksten': een magisch woord in de ontwikkeling van het wiskunde-onderwijs.
Steeds meer wordt duidelijk dat het leren van wiskundige begrippen en het toepassen daarvan niet alleen binnen de wiskunde moet gebeuren, maar ook, en misschien juist, met behulp van relevante, op de realiteit betrekking hebbende, problemen. Daarmee doen 'konteksten met niet-wiskundige elementen' hun intrede in het wiskunde-onderwijs, maar daarmee komen er ook, zoals we weten, een heleboel problemen bij. Want wat zijn goede konteksten? Welke kenmerken hebben ze en waar moet bij gebruik ervan opgelet worden? Enzovoorts, enzovoorts.

Onlangs is over dit onderwerp een boekje verschenen, getiteld: 'Situatiebeschrijvingen in wiskundeteksten', uitgegeven bij de SLO en geschreven door een groep bestaande uit Frans Dolmans, Carlo Hollman, Hans Krabbendam, Cor Nagtegaal en Jos ter Pelle. In het boekje wordt de lezer meegevoerd in de ontwikkeling die de auteurs met elkaar hebben doorgemaakt bij het nadenken over konteksten. De term 'kontekst' wordt overigens in het boekje vermeden, omdat die term langzamerhand meer verwarring dan duidelijkheid schept. Voorgesteld wordt de term 'situatie' te gebruiken en 'situatiebeschrijving' als het gaat om een uitwerking van een situatie in leerlingentekst. Over die situatiebeschrijvingen gaat het boekje dan ook in hoofdzaak.
In de eerste hoofdstukken wordt, aan de hand van vele voorbeelden, een steeds preciezere oriëntatie gegeven op situatiebeschrijvingen. Welke gemeenschappelijke kenmerken zijn er te ontdekken? Van welk belang zijn die en hoe zijn ze verwerkt? Veel aandacht wordt besteed aan antwoorden op de vraag: waarom je eigenlijk met situatiebeschrijvingen zou werken in het wiskunde-onderwijs. De auteurs zoeken antwoorden in de volgende richting: om leerlingen duidelijk te maken dat wiskunde ergens voor dient, om bepaalde wiskundige begrippen gemakkelijker en beter op de leerling over te brengen, om leerlingen beter te motiveren, enzovoorts.
Hoofdstuk 6 geeft de eerste conclusies van de verkenning die in de eerste hoofdstukken is gepleegd en dat levert vele aandachtspunten op die bij situaties en situatiebeschrijvingen een rol spelen, zoals: leerlingnabijheid, echtheid, ingewikkeldheid, gestructureerdheid, verifieerbaarheid, authenticiteit.
Hoofdstuk 7 laat zien hoe een situatiebeschrijving wordt ontworpen en hoe die in de loop van het ontwikkelwerk verandert op basis van praktijkervaringen.
Hoofdstuk 8 tenslotte geeft de afronding in de vorm van aanbevelingen bij het gebruik van situatiebeschrijvingen in het wiskunde-onderwijs en stelt, uiteraard, nog enkele vervolgvragen. Kortom, een zeer informatief boekje (120 blz.), met een macht aan voorbeelden en veel herkenbare zaken. Het is vooral bedoeld voor geïnteresseerde leraren die zelf op de een of andere manier in de weer zijn met konteksten, voor auteurs van wiskunde-schoolboeken, voor leerplanontwikkelaars, voor didactici en voor lerarenopleiders.

Hans Krabbendam

Gebruik je hersens!

W. J. Bos

Uit artikelen van Van Streun over zijn plannen met betrekking tot het heuristisch wiskunde-onderwijs en uit het leerlingenmateriaal dat hij mij ter inzage toezond, heb ik gemerkt dat wij wel van mening verschillen ten aanzien van de *doelstelling* van het heuristisch wiskunde-onderwijs. Bij Van Streun gaat het om: leerlingen leren nieuwe wiskundige problemen op te lossen; bij mij gaat het er om ze te leren hun hersens te gebruiken. Volkomen nieuwe problemen oplossen is volgens mij voorbehouden aan enkele genieën en een beetje nieuw is niet nieuw! Daarentegen kan iedereen m.i. leren zijn hersens te gebruiken en het is wenselijk dat iedereen dat leert. Het heuristisch wiskunde-onderwijs kan, hoop ik, daartoe bijdragen.

Alle docenten (alle goede docenten ten minste) hebben eigenlijk altijd geprobeerd heuristisch wiskunde-onderwijs te geven. Zij vroegen: hoe zou je dat doen?, wat vraag je je nu af? enz., en ze deden suggesties zoals: als je nu eens een getallenvoorbeeld nam, maak eens een tekening, enz. Zij deden dit in de hoop dat de leerlingen op den duur zichzelf deze vragen zouden stellen en mogelijkheden zouden proberen. In de hoop dus dat de leerlingen hun hersens zouden gaan gebruiken.
Maar wat betekent 'Gebruik je hersens' nu precies? Wat bedoelen we als we dat zeggen? Wat betekent het tegengestelde: je hersens niet gebruiken? Is dat lukraak maar wat doen? Bestaat dat? Geheel lukraak? Mijn oude leermeester Gerrit Mannoury hield ons voor dat achter elke fout, hoe gek ook, toch wel een zekere logica schuil gaat.
Als ik aan een leerling vraag: waarom differentieer je die functie? en de leerling antwoordt: omdat dat bij het vorige vraagstuk ook moest, dan geeft hij een slecht argument maar deze jongen heeft heel goed begrepen hoe schrijvers meestal te werk gaan. Als een leerling een functie als $\frac{1}{3}x^3$ zomaar met 3 vermenigvuldigt, dan denkt hij aan regels bij vergelijkingen. Hij denkt, – als er geen breuken staan vermenigvuldigt hij haar niet met 3.
Als een leerling zegt: ik weet niet meer hoe dit moet, en ik vraag: heb je nagedacht? Ja, zeker zegt hij, ik kan het me echt niet herinneren! Zijn grijze cellen hebben gewerkt. In het geheugen zoeken is ongetwijfeld intelligent gedrag. Maar als hem dat niets oplevert, als zijn kennis te kort schiet, als hij het vraagstuk niet kan plaatsen?
Dat moet in dat geheugen (dat lange-termijngeheugen, zoals dat tegenwoordig heet) nog iets anders geactiveerd kunnen worden, n.l.: zoekrichtingen, heuristieken.
Als wij zeggen: gebruik je hersens! dan bedoelen we niet: sufferd; weet je die algoritmen niet meer, weet je niet meer hoe het moet, maar dan bedoelen we: ga zoeken!, ga proberen!

Ik ben van mening dat ook zonder heuristisch wiskunde onderwijs het lange-termijn geheugen (in het algemeen) veel meer omvat aan in de wiskunde bruikbare methoden dan alleen de gewone kennis van formules en algoritmen. In het dagelijks leven tonen de meeste kinderen heel wat intelligent gedrag: als het lampje van hun fiets het niet doet, gaan zij zoeken, proberen, hypothesen verwerpen enz.
Zeker de intelligente leerling, maar die niet alleen, vraagt zich bij problemen in de wiskunde (maar ook bij andere vakken) zo nodig af: waar moet ik naar toe?, wat zou ik kunnen doen?, hoe ver ben ik?, weet ik nog meer?, wat heb ik nodig? hoe kom ik daar?, heb ik wel goed gelezen?, enz. Hij stelt deze vragen niet letterlijk, maar hij zoekt in deze richtingen. Deze vragende instelling is kenmerkend voor alle probleemoplossend gedrag in het dagelijks leven en op school. In het dagelijks leven speelt ook ordenen en herordenen een grote rol, op school minder en in een simplistisch vak als wiskunde nauwelijks.
Deze activiteiten kan men heuristische methoden noemen. Van Streun rekent ze, naar ik meen, tot de probleemanalyse. Ik zou hier liever willen spreken van goede *werk-* en *denkgewoonten*. Bij gewone

vraagstukken voeren deze gewoonten tot het 'plaatsen' van het probleem en is het oplossen verder een kwestie van goed gebruiken van vaardigheden. Goede gewoonten moeten, zo nodig, de leerlingen bijgebracht worden. Voornamelijk, denk ik doór zelf het goede voorbeeld te geven d.w.z. door rustig, ordelijk, zonder haast de problemen van alle kanten te bekijken. De leerlingen gaan het nut van deze gewoonten wel inzien en nemen zich voor er naar te handelen, maar het ligt voor de hand dat het er, vooral in tijdnood, vaak niet van komt.

Maar nu dan de 'echte', zal ik maar zeggen, *heuristieken*. Wat is eigenlijk een heuristiek? Het lijkt soms wel of elke methode, regel, aanwijzing die *geen* algoritme is, heuristisch genoemd wordt. Dat lijkt mij niet juist. Wat *algoritmen* betreft sluit men zich, dacht ik, algemeen aan bij Landa's definitie waarvan de kern is: algoritmen zijn regels, voorschriften die bij een bepaalde groep problemen de oplossing garanderen. (Deze oplossingsgarantie geldt uiteraard alleen als de regels juist uitgevoerd worden.)
Over *heuristieken* is men aanzienlijk minder duidelijk dan met algoritmen. De Leeuw b.v. zegt dat heuristische voorschriften gekenmerkt worden door de onvolledige gedetermineerdheid van het proces. Daar schiet ik niet zoveel mee op. Duidelijker vind ik Abrams die algoritmen *vindregels* noemt en heuristieken *zoekregels*. Crombag voegt hier aan toe: vindregels vinden oplossingen, zoekregels zoeken vindregels. De Klerk schrijft: voor een algoritme geldt: als A gegeven is, doe dan B; voor heuristieken geldt: als A gegeven is, *probeer* dan B eens.

Er zijn zeer *algemene* heuristieken zoals: probeer het probleem eens anders te formuleren en ruim toepasbare zoals: maak een tekening (vertalen, zoals Van Streun dat noemt), neem een getallenvoorbeeld, enz. Er zijn ook *vrij beperkt toepasbare* heuristieken zoals: onderzoek een extreem geval, laat een voorwaarde buiten beschouwing, ga eens over op andere notatie, enz.
Maar 'heuristisch' dreigt een modekreet te worden. Zo worden aanwijzingen die bij een bepaalde groep problemen vertellen wat er eerst moet gebeuren (b.v.: op nul herleiden) heuristisch genoemd. Het oplossingsproces is dan onvolledig gedetermineerd, maar de aanwijzing heeft wel het algoritmisch karakter: Als A gegeven is, doe dan B, evenwel zonder oplossingsgarantie. Er wordt geen zoekrichting maar een werkrichting aangegeven. Ik zou een dergelijke aanwijzing een *onvolledige algoritme* willen noemen en geen heuristiek.
Op deze terminologische problemen wil ik nu niet verder ingaan. Het lijkt mij wel zeer nuttig als iemand eens een goede indeling van heuristieken in de wiskunde maakt en dan niet op formele en inhoudelijke gronden, maar gelet op de wijze waarop ze in het oplossingsproces functioneren.

Het kernprobleem van het heuristisch wiskundeonderwijs betreft de meer algemene heuristische methoden. Daar zullen we het, denk ik, over eens zijn. De leerlingen kunnen met deze methoden kennismaken, ze kunnen er ervaring mee opdoen, ze kunnen ze leren, maar duidelijke criteria wanneer een bepaalde heuristische methode gebruikt moet worden, zijn er niet.
De vraag is niet of ze een probleem kunnen visualiseren, maar of ze het zullen doen als er geen aanwijzing in die richting gegeven wordt, maar het wel zinvol is.
Zoals Landa zegt: men moet wel onderscheid maken tussen de heuristische methoden (visualiseren) en het *heuristische proces* proberen of je verder komt door te visualiseren.
Bij het oplossen b.v. van de wortel ongelijkheid $n - 3 < \sqrt{2n - 4}$ is visualiseren een methode, maar er is alleen sprake van een *heuristisch zoekproces* als er geen aanwijzing gegeven wordt en er niet zoveel ervaring mee opgedaan is dat de leerling weet: nu moet ik eerst twee grafiekjes maken.

Hoe leer je ze zoeken, proberen, hun hersens gebruiken en verder te gaan dan alleen zich pogingen te herinneren hoe zoiets ook weer moest. Wij wiskunde-docenten hebben moeite de situatie van veel leerlingen in dit opzicht goed te begrijpen.
Mijn persoonlijke voorkeur voor wiskunde hing samen met mijn afkeer voor leerwerk (Duits: rijtjes; Geschiedenis: jaartallen) en ik denk dat er hier weinig enthousiaste 'leerders' aanwezig zijn. Maar wat te zeggen van kinderen met een goed geheugen die makkelijk en graag uit het hoofd leren? Waarom iets zelf bedenken als je kunt zorgen dat je het

weet? Waarom niet leren: dit gaat zus en dat gaat zo? Onze goede wiskunde-leerlingen gaan in de lagere klassen al wel hun hersens gebruiken. Proefwerken bereiden ze niet of nauwelijks voor: ach, je kunt het best zelf bedenken!
Maar wat te doen met de grote groep leerlingen voor wie de school betekent, luisteren (lezen) - leren - reproduceren. Deze habitus bestaat nog steeds en is moeilijk te doorbreken. Veel wiskundeleerstof leent zich daar ook niet toe. Denkt u maar aan de vectorrekening in havo 4/5. De vectorrekening vormt geen doe- en denkveld zoals vroeger de vlakke meetkunde. Wat je als docent ook doet, je kunt niet vermijden dat de leerlingen uiteindelijk een lijst maken van de verschillende typen opgaven (snijpunt lijn en vlak, vlak door punt en lijn, enz.) en de oplossingsmethoden uit het hoofd leren.
Bij de behandeling van nieuwe onderwerpen kun je natuurlijk probleemstellend te werk gaan en kan er gezocht, vermoed, overwogen en verworpen worden, maar vanuit het standpunt van de leerling is het uiteindelijk het meest efficiënt om te leren 'hoe het moet'. Als docent kun je er uiteraard naar streven dat leerlingen de verschillende methoden ook begrijpen. Het heeft ook weinig zin om de leerlingen een rijtje van belangrijke heuristische methoden te laten leren (b.v. het systeem Polys) en ze deze dan in een probleemsituatie één voor één te laten proberen. Daarmee zal wel eens een oplossing gevonden worden, maar hierdoor wordt de habitus leren - reproduceren, niet doorbroken. Frijda en Elshouts spreken bij een dergelijke werkwijze van *blinde exploratie* (in tegenstelling tot algoritmische exploratie en heuristische exploratie).

Naar mijn mening moet de leerling op den duur in zijn lange-termijngeheugen kunnen beschikken over een flink aantal zoekrichtingen en moet een bepaalde probleemsituatie die methoden activeren die bruikbaar kunnen zijn. (Er moet dus bij het oplossen van een vergelijking niet b.v. gezocht worden naar een extreem geval of zoiets.) Om dit te bereiken is het wenselijk dat de leerlingen eerst ervaren hebben dat je hersens gebruiken vaak effectiever is dan zoeken in het geheugen naar formules en algoritmen. Deze ervaring kunnen ze het beste opdoen met wat ik noem *systematische heuristieken*.

Dat zijn overzichten van mogelijkheden, waarmee, denk ik, veel docenten werken. Ik vermoed n.l. dat veel collega's nadat er b.v. een aantal goniometrische vergelijkingen is opgelost, met de leerlingen zo ongeveer het volgende overzicht zullen maken:
Ga na of je de vergelijking kunt herleiden tot een van de volgende vier vormen (eventueel in b.v. de formules):

1 Tot $\sin\ldots = \sin\ldots$, $\cos\ldots = \cos\ldots$ of $\tan\ldots = \tan\ldots$ v.b.: $\sin x = \cos(x - \frac{1}{4}\pi)$
2 Op nul herleiden en ontbinden v.b.: $\sin 2x = 2\cos x$
3 Herleiden tot een gedaante waarin slechts één goniometrische verhouding voorkomt. v.b.: $\cos 2x = 2\sin x - 3\sin^2 x$
4 Herleiden tot de gedaante $a\cos x + b\sin x = c$

Deze regels vormen geen algoritmen, het zijn zoekregels en geen vindregels, ze geven geen oplossingsgarantie, zelfs als de goede keuze gemaakt is, ligt de weg niet vast, 'herleiden tot' is soms wel een eenduidige algoritmische aangelegenheid maar hier is dat niet het geval.
Een dergelijk overzicht, waarvan de leerlingen direct het nut inzien, zou ik een *systematische heuristiek* willen noemen. Als het goed is, gaat het hierbij om een ordening van door ervaring verworven kennis van methoden. Een ordening die in het geheugen aanwezig moet zijn, niet letterlijk uit het hoofd geleerd, maar schematisch als vier richtingen waaraan gedacht kan worden. Wil een dergelijke systematische heuristiek van belang zijn voor het heuristisch wiskunde-onderwijs dan moet er ook tijd zijn om de leerlingen daarmee flink wat ervaring te laten opdoen, ook met wat moeilijker vraagstukken. Niet omdat die vraagstukken zo belangrijk zijn, maar om de leerlingen te leren vermoedens te onderzoeken en deze eventueel te laten varen.

Systematische heuristieken zijn ook mogelijk bij logaritmische en exponentiële vergelijkingen en ongelijkheden, integratie-methoden, enz. Algemeen bij alle onderwerpen waar de leerlingen een weg moeten kiezen. En dat zijn er op het ogenblik niet veel! Met enige weemoed denk ik dan terug aan de vlakke meetkunde en in het bijzonder aan de systematische herhaling in het leerboek dat ik met

Lepoeter samenstelde. Dat was een systematische heuristiek waarvan de leerlingen leerden hun hersens te gebruiken.
Ik ben van mening dat er bij de keuze van de leerstof veel en veel te weinig wordt gelet op de functionele betekenis van de leerstof voor het wiskunde-onderwijs als geheel.
Er zijn in het huidige programma weinig onderwerpen die dwingen tot het doen van een keuze, zeker in de lagere klassen, waar de leerstof uiteen valt in kleine hoofdstukjes zonder veel samenhang.

Maar, zult u zeggen, daarom gaan we nu juist veel meer werken met toepassingen. De leerlingen worden dan geconfronteerd met nieuwe problemen. Over dat 'nieuw' heb ik het al even gehad. Ik vind dat geen goede terminologie. 'Nieuw' is dan gegrond op wiskundige criteria en niet op psychologische. Een stokoud vraagstuk kan een leerling in problemen brengen en tot zoeken dwingen. Het gaat niet om 'nieuw' of 'oud', maar om 'probleemsituatie' of 'routinesituatie'. Overigens moet ik zeggen dat ik veel bewondering heb voor de *bedenkers* van toepassingen. Maar ik vraag mij wel af of het al niet spoedig zal gaan om typenherkenning, zoals 50-60 jaar geleden bij de toepassingen van het rekenen op de lagere school (kranensommen, inhaalsommen, ontmoetingssommen, leeftijdsommen, enz.).
In het materiaal van Van Streun en medewerkers speelt b.v. het maximum van de verschilfunctie van opbrengst en kosten al wel een erg grote rol. Bovendien moeten de toepassingen echt zijn en geen nonsens zoals: A kan een werk doen in 20 dagen, B in 10 dagen. In hoeveel dagen kunnen zij het samen doen?

Ik heb bezwaren tegen enkele toepassingen van Van Streun: autokosten zonder rekening te houden met afschrijving en zelfs een fabriek waar het aanschaffen van nog een machine de produktie doet dalen (blijkbaar is er geen ruimte meer en wordt de laatste machine op een andere machine geplaatst met fatale gevolgen). Maar ik moet zeggen: er zijn ook veel aardige toepassingen. Het zal evenwel, denk ik, toch zeer moeilijk blijken om voldoende gevarieerde, werkelijke en ook echt *inleefbare* toepassingen te vinden.

Ik moet hier aan toevoegen dat ik niet begrijp dat heuristisch wiskunde-onderwijs per sé met toepassingen zou moeten werken. (Het belang van toepassingen in de oriënterende fase is duidelijk.)

Tenslotte: Met grote verbazing heb ik gezien dat Van Streun in zijn leerlingenmateriaal achterin niet alleen de antwoorden geeft (nou best!) maar ook aanwijzingen. Ik kan niet geloven dat kinderen in het Noorden zoveel anders zijn dan in het Westen en het staat voor mij vast dat mijn leerlingen, en dan vooral de intelligente, zeker bij het maken van huiswerk direct naar de aanwijzingen zouden kijken (huiswerk moet af, zo snel mogelijk!). Maar bovendien (en dat is veel belangrijker) gaat het er bij heuristisch wiskunde-onderwijs toch om dat de leerlingen zonder aanwijzingen leren zoeken. Persoonlijk had ik mij voorgesteld dat de docenten bij deze experimenten overzichten zouden maken van de individuele aanwijzingen die zij gaven (aanwijzingen dienen individueel te zijn en bovendien gegeven te worden volgens Selz' principe van de minimale hulp).
Het succes van heuristisch wiskunde-onderwijs zou dan juist kunnen blijken uit geleidelijke vermindering van het aantal aanwijzingen en verandering van de aard van de aanwijzing: van concrete aanwijzingen, via herinnering aan een heuristische methode tot uiteindelijk als enige aanwijzing: gebruik je hersens!

Literatuur

Abram, J. B. H., *Over probleemoplossen*, Amsterdam, RITP-memorandum 77, (1977).
Crombag, H. F. M., *Over het oplossen van meetkundige bewijsopgaven*, Nederland, Tijdschrift voor de Psychologie 33, 105-140 (1978).
Frijda, N. H. en Elshout, J. J., *Probleemoplossen en denken, Handboek der Psychonomie*, Deventer, van Loghem Slaterus (1976).
de Klerk, L. F. W., *Inleiding in de onderwijspsychologie*, Deventer, van Loghem Slaterus (1979).
Landa, L. N. *Instructional regulation and control, Cybernetics, algorithmization and heuristics in education*, Englewood Cliffs, N.J., Educational Technologie Publications (1976).
Polya, G., *How to solve it?*, New York, Doubleday and Company (1957).

Het HEWET-advies van de APVO-2*

Chiel Renique

In juli 1984 heeft de APVO-2 een advies uitgebracht omtrent het HEWET-project in het vwo en daarmee samenhangende vragen omtrent de invoering, de vertaling naar het havo en de kwestie wiskunde al of niet verplicht.
Graag wil ik als lid van de APVO-2 voor u samenvatten wat dit advies inhoudt:

1 Op de eerste plaats bepleiten we enerzijds krachtige ondersteuning aan de scholen bij de invoering van de nieuwe programma's (voorlichtingsbijeenkomsten, brochures, lesmateriaal, nascholing), maar anderzijds het bieden van de mogelijkheid om de invoering met één jaar uit te stellen voor die scholen, die aantoonbaar voor grote problemen zouden komen te staan.

2 Op de tweede plaats signaleert de APVO-2 dat er nu in de bovenbouw havo/vwo voor het vak wiskunde *twee* vernieuwingen op stapel staan, namelijk de invoering van wiskunde A èn B èn de integratie van havo en vwo. Onze adviesgroep ziet daarbij beslist *niet als een vanzelfsprekende eindsituatie dat er dan vier varianten wiskunde moeten komen*, zeg A1 en B1 voor vwo en A2 en B2 voor havo, waarbij A2 en B2 deel zijn van respectievelijk A1 en B1.
Naar onze mening gaat zo'n ontwikkeling zelfs evident in tegen zowel de belangrijkste aanleiding voor de herverkaveling als de belangrijkste aanleiding voor de integratie van het havo en vwo.
Immers, de herverkaveling is geworteld in de wens om een betere *inhoudelijke* aansluiting te krijgen naar de verschillende richtingen in het hoger onderwijs. Vanuit die gedachte ligt het naar onze mening veel meer voor de hand om de ontwikkeling ook *inhoudelijk* door te trekken naar de aansluiting met het hbo. De vraag is naar onze mening voor welke hbo-opleidingen het A-programma een goede basis biedt en voor welke veeleer het B-programma geschikt is.
Daarbij zien we bovendien veeleer een verdere inhoudelijke ontwikkeling van beide programma's voor de hand liggen, lettend op aansluiting nu ook met hbo, dan een keuze voor een *lager niveau* in de vorm van een beperkt *deel* van het programma.
Ook de aanleiding voor de integratie van havo en vwo wijst in dezelfde richting. Een belangrijke doelstelling is immers om de doorstroomkwalificatie van met name het havo te versterken. Het is dan ook niet erg waarschijnlijk dat hbo-opleidingen die nu al jarenlang aandringen op terugkeer van het hbs-niveau in de havoprogramma's, in hun kruisjeslijst als gewenste vooropleiding het A- of B-programma van het lagere niveau zullen aankruisen. Naar onze stellige overtuiging zullen de lagere niveaus A2 en B2 zeer zwak kwalificerende varianten worden die in korte tijd door de hogere opleidingen als feitelijk deficiënt zullen worden beschouwd.
Het verschil A1-A2 of B1-B2 zal in snel tempo in de propaedeuse worden weggewerkt met uiteraard verhoogde uitvalkansen voor degenen die op laag niveau binnen komen. Kortom, zowel in het belang van de jongens als de meisjes dringen we erop aan om voor het geïntegreerde zesjarige lyceum te volstaan met *twee varianten* voor het wiskundeprogramma.

3 Op de derde plaats ontraden we om wiskunde (A of B) als examenvak verplicht te stellen. Om te beginnen volgt 33% van de wo-studenten een studierichting waarvoor wiskunde niet vereist wordt. Bovendien blijkt op de projectscholen dat reeds 92% van de jongens en 79% van de meisjes tenminste één van de vakken wiskunde A of wiskunde B kiest.
Wij vragen ons dus af waarom er in deze omstandigheden een formele keuzebeperking van deze aard moet plaatsvinden. Een veel gehoord argument is, dat toch iedereen in het hoger onderwijs gegevens moet kunnen interpreteren, statistieken en diagrammen moet begrijpen en meer in het algemeen zich van formele uitdrukkingen moet kunnen bedienen. Wij bestrijden dat niet, maar menen dat vier jaar lang wiskunde op vwo-niveau

voldoende moet zijn voor het meester worden van dergelijke vaardigheden. Bovendien lijkt ons juist *de onderbouw* het belangrijkste aangrijpingspunt om via inhoud en presentatie de leerlingen te winnen voor het vak.

4 Een niet onbelangrijke andere overweging ten slotte, is de dreigende culturele eenzijdigheid.
Op de HEWET-projectscholen bijvoorbeeld kiezen 35% van de jongens en 18% van de meisjes zowel wiskunde A als wiskunde B (en verdiepen zich dus 8 lesuren per week, exclusief huiswerktijd, in de wiskunde). Ongetwijfeld komt de evenwichtigheid in de vakkenpakketten sterk onder druk te staan als wiskunde (plus nog tenminste een natuurwetenschappelijk vak ...) verplicht examenvak zou worden.
En laten we eerlijk zijn: niet alle kernfysici schrijven spontaan tevens kinderboeken en partijprogramma's...

Reacties op deze toelichting zijn welkom op het adres van de APVO-2, Postbus 1004, 3700 BA Zeist (03404-50334), waar ook het HEWET-advies te bestellen is.

* Adviesgroep projecten 2e fase van het voortgezet onderwijs.

Boekbesprekingen

S. D. Chatterji e.a., *Jahrbuch Überblicke Mathematik 1983*, Bibliographisches Institut, Mannheim, 223 blz., DM 38,–.

Het voor ons liggende boek is het 16e deel in de reeks van de jaarlijks verschijnende jaarboeken. Het is gebleken dat deze boekjes in een behoefte voorzien. Om aan te geven dat de boeken ook internationaal de belangstelling trekken is nu de ondertitel toegevoegd: 'Mathematical Surveys Vol. 16, 1983'.
Om een indruk te geven van de gevarieerde inhoud van het boek geef ik hier de titels van verschillende artikelen:
G. Wanner: Über Shi's Gegenbeispiel zum 16. Hilbertproblem.
J. Aczél: A new theory of generalized information measures, recent results in the 'old' theory and some 'real life' interpretations of old and new information measures.
F. Fricker: Gelöste und ungelöste Gitterpunktprobleme.
S. M. Rump: Wie zuverlässig sind die Ergebnisse unserer Rechenanlagen?
J. Dhombres: Mathematicians and the French revolution 1789-1799.
D. Laugwitz: Leonhard Euler als Lehrer. Eine Betrachtung zu seinem 200. Todestag am 18. September 1983.
Boek van het jaar:
S. D. Chatterji: 'Laurence Young: Mathematicians and their times.

W. Kleijne

Rüdiger Inhetveen, *Konstruktive Geometrie*, Bibliographisches Institut, Mannheim, 183 blz., DM 36,–.

Het te bespreken boekje is bij genoemde uitgever verschenen onder de rubriek 'Philosophie'. De ondertitel van het werk luidt: 'Eine formentheoretische Begründung der euklidischen Geometrie'. Daarmee is de plaats van het werk in de wiskunde alsmede de bedoeling van het werk weergegeven: een bijdrage te leveren aan de discussie over de grondslagen van de meetkunde. De schrijver kiest zijn uitgangspunt in de dagelijkse omgang met de dingen in de ervaringswereld. Hij bestudeert wat er gebeurt wanneer men lijnen en vlakken onderling laat samenvallen, wanneer een lijn in een vlak ligt, wanneer een vlak 'omgeklapt' wordt e.d. Hij onderzoekt hoe men in de ervaringswereld kan komen tot punten, lijnen en vlakken. Ook in de constatering dat bij dit alles een aantal 'wetten' of 'regels' zijn op te stellen, blijft men in de ervaringswereld: men bedrijft protogeometrie. Van essentieel belang zijn de overwegingen die van de protogeometrie leiden naar de 'echte' meetkunde. De schrijver beschouwt vervolgens de taal van de meetkunde, grondconstructies, lengtemaat en coördinaten. In het derde hoofdstuk onderzoekt de schrijver literatuur uit het (verre) verleden op de door hem ontwikkelde gedachten.
Een uitvoerige annotatie en literatuurlijst besluiten het boek.
Een boek dat de belangstelling verdient van allen die geïnteresseerd zijn in de wetenschapstheoretische aspecten van de meetkunde.

W. Kleijne

Leesportefeuille

F. M. W. Doove

a Met ingang van 1 januari 1984 wordt de leesportefeuille beheerd door: F. M. W. Doove, Severij 5, 3155 BR Maasland.
Voor de leesportefeuille is een aparte girorekening geopend: gironummer 1 60 99 94 t.n.v. Ned. Ver. voor Wiskundeleraren, Leesportefeuille, Maasland.

b Er is met ingang van 1 januari één onderdeel in de toezendingsregeling veranderd. In de loop van het jaar verandert de lezersvolgorde niet meer. Hierdoor wordt de toezending beter over het jaar gespreid en komt het niet meer voor, dat u deel I van een artikel maanden na deel II ontvangt. Door een betere spreiding worden ook de portokosten wat gespreid.

c Voorlopig blijf ik dezelfde tijdschriften in circulatie brengen. Het tijdschrift 'Educational Studies in Mathematics' wordt na de lopende jaargang opgezegd, omdat het abonnement een te grote belasting vormt voor het budget.
Ik overweeg wel, om bij voldoende belangstelling een abonnement te nemen op de volgende tijdschriften.

1 *Mathematics magazine*
Dit is een tijdschrift van de Mathematical Association of America. Het verschijnt 5 maal per jaar. Het niveau: Undergraduate.
Het tijdschrift bevat geen research-artikelen, maar volgens de redactie is het de bedoeling 'to say something new in an appealing way or to say something old in a refreshing way'. In elke aflevering staat een groter artikel, een tiental 'notes', een 'problem'-rubriek, reviews en 'news and letters'. Een indicatie van de grote artikelen: jan. 84 Matrix and Network Models in Archeology, mei 84 Constructive Ordinal Notation Systems, sept. 84 The Computation of Catalan Numbers.

2 *The College Mathematics Journal*
Ook dit is een tijdschrift van de Mathematical Association of America. Het verschijnt 5 maal per jaar. De artikelen zijn (misschien) wat praktischer getoonzet dan in het vorige. Het niveau: 'to serve all who are interested in the earlier years of college-level mathematics, the primary focus being on the first two years'.

3 *The Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*
Dit is een (Amerikaans) tijdschrift over het didactisch gebruik van computers. (Er staan geen listings in.)

Van de twee eerstgenoemde tijdschriften heb ik een paar nummers uit het privé-bezit van dhr. Hanegraaf ter inzage. Wie interesse heeft voor een van deze tijdschriften (of allebei) kan de tijdschriften één week ter inzage ontvangen. U kunt daarna uw wens te kennen geven om het tijdschrift in de portefeuille op te nemen. U moet wel rekenen op doorzend-porti.
Wie interesse heeft moet mij een kaartje sturen. Ik wacht 14 dagen na het verschijnen van deze mededeling.
Van het derde tijdschrift heb ik geen inzage-exemplaren. Wie daarop wil intekenen moet mij een kaartje sturen.

d Wie wil deelnemen aan de leesportefeuille kan zich op elk gewenst moment aanmelden.
Er worden 14 tijdschriften in roulatie gebracht:

		maal per jaar
a	Elemente der Mathematik	6
b	The Mathematical Gazette	4
c	The Mathematics Teacher	9
d	Der Mathematische und Naturwissenschaftliche Unterricht	8
e	Pedagogische Studiën	12
f	Mathematische Semesterberichte	2
g	Schoolscience and Mathematics	8
h	Wiskunde en Onderwijs	4
i	Mededelingen van het Wiskundig Genootschap	9
j	Nieuw Archief voor Wiskunde	3

k Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathematiques 5
l Praxis der Mathematik 12
m Educational Studies in Mathematics 4
n Didaktik der Mathematik 4

Het leesgeld bedraagt *f*4,— per jaar voor één tijdschrift. Voor twee of meer tijdschriften per jaar is het leesgeld *f*3,— per tijdschrift.
U kunt u aanmelden door het leesgeld over te maken op het bovengenoemde gironummer, onder vermelding van de gewenste tijdschriften. Hoewel het leesgeld laag is, moet u wel rekenen op de portokosten. U moet elk tijdschrift namelijk doorsturen naar de volgende lezer. (U kunt de porto-kosten overigens wel opvoeren als beroepskosten). De leestijd is één week.

e In januari in roulatie gebrachte tijdschriften:
Wiskunde en Onderwijs, 10e jaargang, 1984, nr 4 (= nr 40)
C. Laenen - Problemen oplossen
R. Czekay - Reële functies
J. Rasking - Bigroepen
H. Caeyers e.a. - De groepsstructuur, basis van muzikaal denken
Pedagogische Studiën, jrg. 61, 1984, nr 11, november 84
J. Vastenhouw e.a. - Begrippen en hun niveaus van beheersing: de theorie van Klausmeier en haar belang voor het onderwijs
Praxis der Mathematik, jrg. 26, dec. 84, Heft 12
P. Müller - Ein Beispiel zur Verbindung von Analysis und linearer Algebra für die Sekundarstufe II
Der Mathematische und Naturw. Unterricht, jrg. 37, Heft 8, dec. 84
R. Sietmann - Von Leibniz zu Robinson - Eine Alternative zur klassischen Analysis?
G. Job - Entropie aus molekularkinetischer Sicht
H. Clauss - Wie pflanzt mann Bäume in ein Quadrat?
G. Harsch - Die spielerische Analyse kleiner Bolzmann-Systeme
The mathematical Gazette, vol. 68, nr 446, dec. 84
E. Keith Lloyd - Dangerous loads and lattices
A. Stratton - Counting triangles by group theory
Praxis der Mathematik - jrg. 27, nr 1, jan. 84
H. Siemon - Beispiele problemorientierten Unterrichts
H. J. Kalbfleisch - Mittelwerte im Vergleich
Vanaf dit nummer bevat dit tijdschrift een katern Computerpraxis.

Boekbespreking

A. Beutelspacher, *Einführung in die endliche Geometrie I, Blockpläne*, Bibliographisches Institut Mannheim etc., B.I.-Wissenschaftsverlag, 1982, 247 p., prijs 29,80 DM.

Aangezien het vervolg (deel II) van dit boekwerkje nog niet verschenen is, is het nog te vroeg om te waarschuwen dat dit boek *niet* een algemene inleiding tot de eindige meetkunde is. Veeleer is dit een boek over block designs (zie de subtitel), waarin zijdelings projectieve en affiene ruimten behandeld worden. Volgens de aankondiging zal het tweede deel dieper ingaan op de verbanden tussen designs en projectieve (en/of affiene) meetkundes.
Het is de doelstelling van de auteur geweest om zowel de 'klassieke' theorie te behandelen, als ook de ontwikkelingen van de laatste jaren. Hij kondigt in zijn voorwoord aan dat hij daarbij niet naar volledigheid zal streven. Mede hierdoor, maar ook mede door de duidelijke schrijfstijl, de keuze van de onderwerpen, de opmerkingen en voorbeelden en de opgaven aan het einde van elke paragraaf, is dit een boek geworden, dat zeer geschikt is om de theorie van block designs (en hun verband met eindige meetkunden) te leren of om te gebruiken als tekstboek bij een college over dit onderwerp.
De globale inhoudsindeling is als volgt:
I Incidentiestructuren, regulariteitseisen, block designs en parallellismen.
II Theorie van projectieve en affiene ruimten van van Hadamard designs. Constructie van 2- en 3-designs hiermee. Constructie van een 5-(12,6,1) design m.b.v. het affiene vlak van de orde 3.
III Constructies van designs met t-homogene groepen, met difference sets (en families), met recursieve methoden (Hanani) en tenslotte de speciale constructies van Shrikhande en Raghavarao (1963) en van Beker en Piper (1977).
IV Non-existentie stellingen en uitbreidingsstellingen (Cameron).
V Resolvable designs (met o.a. de stelling van Hughes en Piper uit 1976), tactische decomposities, automorphismen (aantal punt resp. block banen, aantal vaste punten resp. blokken) en tenslotte (grenzen aan) de blok intersectie getallen.
Vanwege de in dit boek verwerkte recente literatuur, zal ook de 'ingewijde' in dit vakgebied, graag dit boekwerk in zijn boekencollectie hebben zitten.

H. C. A. van Tilborg

Notulen

van de algemene vergadering van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op zaterdag 27 oktober 1984 in het gebouw van de S.O.L. te Utrecht.

Om 10.08 uur opent de voorzitter, dr. Th. J. Korthagen, de vergadering. Hij heet in het bijzonder welkom de ereleden prof. dr. H. Freudenthal, E. H. Schmidt en dr. P. G. J. Vredenduin, de inspecteur J. Boersma, de oud-inspecteur drs. W. E. de Jong, de vertegenwoordiger van het NVON dr. G. P. Beukema, de vertegenwoordigers van Euclides mw. H. Susijn-van Zaale en P. E. de Roest, een delegatie van Wolters-Noordhoff onder leiding van D. Soeteman en de vertegenwoordigers van de Vlaamse Vereniging van Wiskundeleraars, F. Laforce en mw. L. Simons. Hierna spreekt de voorzitter de jaarrede uit.

Na de jaarrede worden de notulen van de algemene vergadering van 12 november 1983 en de jaarverslagen goedgekeurd. De penningmeester wordt gedechargeerd. In de nieuwe kascommissie worden gekozen de heer W. P. de Porto en mw. G. Visser. De heren dr. Th. J. Korthagen en drs. J. W. Maassen en mw. drs. N. C. Verhoef worden als bestuurslid herkozen. De contributie voor het verenigingsjaar 1984/1985 wordt vastgesteld op *f*. 50, –.

Hierna geeft de voorzitter het woord aan mw. F. Meester, die een inleiding geeft op de studiedag met als thema 'Vrouwen en Wiskunde'. Na deze inleiding kunnen de aanwezigen deelnemen aan één van de volgende werkgroepen: Samenwerken en observeren, Wiskunde een vrije keuze?, Volwassenenonderwijs, Informatica, Leerstijlen, Hewet, Leerboeken en Lesmateriaal.

Na deze werkgroepen is er een lunchpauze.

Na de lunch houdt de gastspreekster, mw. Ria Jaarsma een lezing met als titel 'Wiskunde, geen vak voor meisjes?'. Na deze lezing wordt er weer in werkgroepen gewerkt.

Om 16.30 uur volgt het tweede gedeelte van de huishoudelijke vergadering.

In de rondvraag krijgt de heer Van de Groep het eerst het woord. Hij wil gaarne van het bestuur weten wat haar standpunt is over het opnemen van het vak burgerinformatica binnen de wiskunde. De voorzitter antwoordt hierop dat het bestuur vindt dat burgerinformatica niet binnen de wiskunde moet worden opgenomen maar een zelfstandig vak moet worden, dat echter wel naar vele vakken zal uitstralen. De heer Van de Groep vraagt hierna waarom de vragen voor de rondvraag van te voren moeten worden ingediend. Dit vermindert de levendigheid van de discussie. De heer Vredenduin merkt dan op dat deze vraag niet is ingediend en toch gesteld mag worden. De heer Van Dormolen mist dit jaar reclame voor het tijdschrift *Pythagoras* en wil in plaats hiervan nu eens reclame maken voor het *'Tijdschrift voor Didactiek van de β-wetenschappen'*. De heer Doevendans, die zich verheugt dat de zaal met enige bloemstukjes opgevrolijkt is, vindt het jammer dat de rondvraag op een tijdstip geplaatst is, waarop weinigen meer belangstelling voor een rondvraag hebben. Hij vraagt het bestuur na te denken over een betere plaats voor de rondvraag op de agenda. De voorzitter belooft dat het bestuur hierover zal nadenken. Mw. Van Dijk heeft geconstateerd dat in diverse werkgroepen materiaal is uitgereikt. Daar men niet alle werkgroepen kan bezoeken krijgt men ook niet alle informatie die aanwezig is. De heer Gaillard denkt dat het mogelijk is het resterend materiaal te verzamelen en aan belangstellenden toe te zenden. Mw. Meesters stelt echter de aanwezigen gerust door mede te delen dat verslagen van alle werkgroepen in Euclides zullen verschijnen. De heer Van Dormolen voegt hier nog aan toe dat het altijd een probleem blijft om alle aanwezigen van alle materiaal te voorzien. Daarom wordt geprobeerd van te voren materiaal aan de bezoekers van de vergadering toe te zenden, dat wat algemener is dan het vaak te zeer op een discussie toegespitste

materiaal dat in de groepen wordt uitgedeeld. Namens de Vlaamse Vereniging van Wiskundeleraars vraagt mw. Simons het woord. Zij vindt dat op een dag als vandaag een vrouw namens de Vlaamse aanwezigen het woord mag voeren. Namens haar bestuur dankt zij de vereniging hartelijk voor de uitnodiging voor deze studiedag. Ten slotte doet de heer Gaillard een oproep aan de aanwezigen om zich op te geven als zij in de toekomst eens plaats willen nemen in de kascommissie. Hij vindt het beter dat mensen zich zelf opgeven voor deze commissie, dan dat de kascommissie door de penningmeester wordt voorgesteld.
Om 16.49 uur sluit de voorzitter de vergadering.

Recreatie

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Dr P. G. J. Vredenduin, Dillenburg 148, 6865 HN Doorwerth.

527 Het geestige boekje Friedrich Wille, *Humor in der Mathematik*, gerecenseerd in Euclides 59, nr. 8, leverde mij de stof voor een opgave.
Van een club zijn n jongens en n meisjes lid. Sommige jongens koesteren genegenheid voor sommige meisjes, sommige meisjes voor sommige jongens. De genegenheid is steeds wederkerig. Ideaal zou zijn dat er n huwelijken gesloten worden waarbij telkens een jongen trouwt met een meisje waarvoor hij genegenheid koestert. De voorwaarde waaronder dit mogelijk is, luidt: Kies een groep jongens. Laten het er k zijn. Ga na voor welke meisjes minstens één van de jongens genegenheid voelt. Als dit er in totaal altijd minstens k zijn, is het ideaal te verwezenlijken.
Wille poneert niet alleen de stelling. Hieronder volgt het bewijs. De titel van het boekje mag een waarschuwing voor u zijn.
BEWEIS. Die Notwendigkeit der Bedingung ist klar. Daß die Bedingung auch hinreichend ist, folgt durch Induktion: Für $n = 1$ ist der Satz trivial. Es sei der Satz für $1, ..., n - 1$ bewiesen. Jetzt sollen n Jungen verheiratet werden. Wenn je k Jungen, mit $k \in \{1, ..., n - 1\}$, mindestens $k + 1$ Freundinnen haben, so verheirate man irgendeinen von ihnen mit einer seiner Freundinnen. Die übrigen $n - 1$ Jungen kann man dann nach Voraussetzung verheiraten. Wenn aber gewisse k Jungen, $k \in \{1, ..., n - 1\}$, mit genau k Mädchen befreundet sind, so lasse man alle k Jungen sich mit ihren Freundinnen verheiraten; das ist nach Voraussetzung möglich. Die übrigen $n - k$ Junggesellen erfüllen nun wieder die Bedingung des Satzes. Wären nämlich gewisse h von ihnen mit weniger als h unverheirateten Mädchen befreundet, so wären diese h Junggesellen und die k verheirateten Männer, also zusammen $k + h$ Männer, ursprünglich mit weniger als $k + h$ Mädchen befreundet gewesen, entgegen der Voraussetzung unseres Satzes. Deshalb kann man nach Induktionsvoraussetzung die restlichen $n - k$ Junggesellen auch noch verheiraten, womit alles bewiesen ist.
Vraag aan de lezer of hij zelf ook eens een bewijs wil zoeken.

De deelnemers aan de tweede ronde van de Olympiade 1983 hebben allen cadeau gekregen: Raymond Smullyan, The Lady or the Tiger? and other logical puzzles (Pelican, 1982). Een reden voor mij het boekje snel ook aan te schaffen. Ik heb er geen spijt van gehad. Er staan alleraardigste opgaven in. Om te stimuleren van het boekje kennis te nemen hierbij een tweetal puzzels eruit.

528 Een veroordeelde misdadiger krijgt van de koning de kans in vrijheid te komen. Hij wordt in een hal gelaten waarin negen deuren zijn. Achter elke deur bevindt zich een kamer. In één van deze kamers zit een dame. De andere kamers zijn elk leeg of er zit een tijger in. Op elke deur staat een opschrift. Het opschrift in de kamer met dame is waar, dat van de kamers met een tijger onwaar en dat van een lege kamer waar of onwaar. De veroordeelde mag één deur openen. Zit daarachter de dame, dan is hij vrij en mag hij haar ten huwelijk vragen, is de kamer leeg dan blijft hij in gevangenschap en treft hij een tijger dan wordt hij opgegeten.
Hier volgen de opschriften.

1	2	3
de dame zit in een kamer met oneven nummer	deze kamer is leeg	bord 5 is waar of bord 7 onwaar
4	5	6
bord 1 is onwaar	bord 2 of bord 4 is waar	bord 3 is onwaar
7	8	9
de dame zit niet in kamer 1	in deze kamer zit een tijger en kamer 9 is leeg	in deze kamer zit een tijger en bord 6 is onwaar

'Flauw', zei de veroordeelde, 'nu weet ik het nog niet'.
'Klopt', lachte de koning.
'Doe me een plezier en zeg me nog één ding: is kamer 8 leeg of niet?'
De koning beantwoordde deze vraag. En nu wist de veroordeelde in welke kamer de dame was. Weet u het ook?

Oplossing

526 Zes paketten worden twee aan twee gewogen. De zo verkregen 15 gewichten zijn 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 23, 25, 26, 29 kg. Gevraagd de gewichten van de zes pakketten.
Noem de gewichten x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 en onderstel dat $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 < x_6$.
We weten dan dat
$x_1 + x_2 = 9$
$x_1 + x_3 = 11$
$x_5 + x_6 = 29$
$x_4 + x_6 = 26$
De som van de 15 gewichten is 270. Dus wegen de pakketten samen 54. Waaruit volgt dat
$x_3 + x_4 = 16$
We hebben nu nog een zesde vergelijking nodig. Daarbij hebben we de keus tussen twee mogelijkheden:
a $x_1 + x_4 = 12$
b $x_2 + x_3 = 12$
De eerste mogelijkheid geeft
$x_1 = 3{,}5$, $x_2 = 5{,}5$, $x_3 = 7{,}5$, $x_4 = 8{,}5$, $x_5 = 11{,}5$, $x_6 = 17{,}5$
De tweede geeft
$x_1 = 4$, $x_2 = 5$, $x_3 = 7$, $x_4 = 9$, $x_5 = 12$, $x_6 = 17$
Nu moet nog gecontroleerd worden of de uitkomst klopt met de 15 gegeven gewichten, want hierboven was alleen sprake van implicaties en niet van equivalenties. Alleen de eerste uitkomst blijkt juist.

Mededelingen

Brief van NVvW en NVON aan staatssecretaris

Excellentie,
Ten aanzien van uw plannen om de centraal schriftelijke eindexamens lbo en mavo met ingang van 1986 in objectief (machinaal) scoorbare vorm af te nemen, brengen de gezamenlijke besturen van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren en de Nederlandse Vereniging voor het Onderwijs in de Natuurwetenschappen het volgende onder uw aandacht.
Naar onze mening heeft het invoeren van examens in machinaal scoorbare vorm de volgende nadelige effecten:

- het is niet meer mogelijk alle onderwijsdoelstellingen in het centraal schriftelijk eindexamen te toetsen,
- er is een daling van de betrouwbaarheid en dus van de kwaliteit van het examen te verwachten,
- objectief waardeerbare, goede deelprestaties van een leerling worden niet meer in de scoring betrokken, waardoor vele leerlingen punten worden onthouden,
- er ontstaat een kwalijke invloed van het CSE op het onderwijs.

Toelichting

1 Uit de door het CITO uitgebrachte rapportage inzake gesloten vragen in het CSE bij lbo en mavo – algemene publikatie nr. 36 – blijkt dat door het uitsluitend gebruiken van gesloten vraagvormen bij de vakken wiskunde, natuurkunde en scheikunde niet meer het gehele examenprogramma kan worden bestreken. Doelstellingen als:

- het tekenen van grafieken,
- het geven van een bewijs of gedachtengang,
- het maken van constructietekeningen,

kunnen niet meer in het CSE getoetst worden.
Het CITO signaleert terecht dit verlies aan inhoud van het CSE. Naar onze mening is de verliespost echter groter dan uit het rapport blijkt:

- het begrip voor samenhang in een opgave, bijvoorbeeld de samenhang tussen een zelf gemaakte figuur en berekeningen, kan niet meer getoetst worden,
- inzichtvragen kunnen niet of zeer moeilijk in een gesloten vraagvorm worden gesteld,
- om stapeling van doelstellingen binnen een gesloten vraag te voorkomen zal de gesloten vraagvorm er toe leiden dat de inhoud van het examenprogramma in de vraagstelling verknipt wordt tot vele kleine deelinhouden; het zal niet meer mogelijk zijn te toetsen hoe deze onderdelen binnen een groter stofgeheel functioneren of met elkaar in verband kunnen worden gebracht; we denken hierbij aan toepassingen,
- doelstellingen als creativiteit, inventiviteit, mathematiseren kunnen niet of nauwelijks met gesloten vragen getoetst worden.

Wij betreuren het ten zeerste dat het CSE door het veranderen van de toetsvorm zoveel aan inhoud moet verliezen.

2 Omtrent het feit dat niet in het CSE te toetsen doelstellingen uitsluitend aan bod gaan komen in het schoolonderzoek uiten wij onze grote bezorgdheid. Er moet gevreesd worden dat de validiteit van het gehele examen – CSE en SO samen – lager wordt.

3 Met vele voorbeelden kan worden aangetoond dat verschuivingen binnen het onderwijsaanbod het gevolg zijn van veranderingen die zich in examens voltrokken. Het onderwijs – docenten, leerlingen, schrijvers en uitgevers van leerboeken – ondergaat een niet geringe invloed van vorm en inhoud van het CSE. Deze invloed wordt nog versterkt door de waarde die het vervolgonderwijs en werkgevers hechten aan het CSE, de zogenaamde 'paspoort-'functie.
Het onderwijs zal zich automatisch gaan instellen op vorm en inhoud van een CSE in gesloten vraagvorm, waardoor behalve de hierboven al genoemde niet meer toetsbare doelstellingen, belangrijke attitudes als het motiveren van het gegeven antwoord in het gedrag komen. Met andere woorden: door in het CSE eenzijdig met gesloten vragen te toetsen geeft de wetgever het slechte voorbeeld aan het onderwijs! Als zij genoemde doelstellingen en attitudes niet belangrijk genoeg acht om in het CSE op te nemen, zal het onderwijs ongewild voorrang verlenen aan training op vraagstukken in gesloten vraagvorm met een beperkte doelstelling, waarbij alleen het eindantwoord telt. Dit

is geheel in strijd met de ontwikkelingen van de laatste tien jaren in het onderwijs in wiskunde, natuurkunde en scheikunde, waarbij het accent juist meer is komen te liggen op het verwerven van inzicht en creativiteit en minder op het reproduceren van weetjes en standaardopgaven. Ten aanzien van deze ontwikkelingen is het invoeren van examens in louter machinaal scoorbare vragen een stap terug. Het hierboven geschetste nadelige effect op het onderwijs zal nog worden versterkt door de zogenaamde ontkoppeling van CSE en SO.

4 Het uitsluitend toetsen met gesloten vragen zal een onnauwkeurige, in veel gevallen zelfs oneerlijke beoordeling van de leerlingen tot gevolg hebben:

- gesloten vragen evalueren alleen het eindprodukt van denkprocessen; het gegeven antwoord is juist of onjuist; het is gebleken dat pogingen om gesloten vragen zo te construeren dat een oplossingsmethode mede beoordeeld wordt, stranden op het feit dat de vragen te lang en te ingewikkeld worden en dat de alternatieven teveel informatie gaan opleveren voor het geven van het antwoord; als een leerling een juist antwoord heeft gegeven kan dus niet worden nagegaan of de leerling een juist oplossingsproces heeft gevolgd, of dat hij langs oneigenlijke wegen – in het ergste geval door gokken – aan het antwoord is gekomen; omgekeerd is het bijna niet mogelijk om bij een foutief antwoord de zwaarte van de fout te beoordelen; een leerling die een kleine fout van weinig belang maakt, wordt een eerlijke waardering onthouden!
- het kunnen beantwoorden van gesloten vragen gelukt beter naarmate de leerling een specifiek testgedrag ontplooit; hij zal zich in veel gevallen moeten richten naar de in alternatieven vertaalde, subjectieve bedoelingen van de toetsconstructeurs, waardoor elke creativiteit kan worden geblokkeerd; met andere woorden: een gesloten vraag prikt de leerling nogal eens vast op één bepaalde methode om een opdracht uit te voeren en deze zal zich belemmerd voelen in het volgen van andere oplossingsmethoden; dit laatste wordt nog versterkt als geprobeerd wordt om in een gesloten vraag de oplossingsmethode of motivering mede te toetsen.
- jaarlijks publiceert het CITO allerlei gegevens over de gemaakte eindexamens; als men de toetstechnische gegevens van het meerkeuzewerk bij wiskunde en scheikunde vergelijkt met die van het open werk dan blijkt dat de betrouwbaarheid van het open werk systematisch hoger ligt dan die van het gesloten werk (de meerkeuzevragen); bij het maken van gesloten vragen treedt aanmerkelijk meer 'ruis' op; om de betrouwbaarheid van een toets in gesloten vraagvorm te verbeteren zou men het aantal probleemstellingen moeten verhogen en tegelijkertijd de omvang van de problematiek moeten beperken; hierdoor zal het niveau van het examen echter dalen, hetgeen niemand wenselijk zal vinden; een andere mogelijkheid om de betrouwbaarheid te verbeteren is het verhogen van het aantal probleemstellingen waarbij men het niveau van de opgaven handhaaft op dat van het huidige vierkeuzewerk: hiervoor zal de examentijd van twee uren echter aanmerkelijk verlengd moeten worden, hetgeen eveneens niet doenlijk is; kortom: het ziet er naar uit dat bij invoering van gesloten vragen de betrouwbaarheid en dus de kwaliteit van het examen zal dalen!
- vele docenten zullen, uit angst om aan de 'verkeerde kant' van de cesuur te belanden, hun leerlingen zoveel mogelijk specifiek testgedrag willen bijbrengen; dit betekent dat er eindeloos geoefend zal worden met gesloten vragen; de leerlingen van docenten die om goede redenen minder stringent op gesloten vragen trainen, zijn in het nadeel bij het CSE.

5 Het CITO ziet volgens haar rapportage mogelijkheden voor meerkeuzevragen met een variabel aantal alternatieven en een variabel aantal goede antwoorden; deze toetsvorm zal in veel gevallen leerlingonvriendelijk overkomen en zal ook ten aanzien van de beoordeling van de antwoorden moeilijkheden opleveren; in ieder geval kan niet zonder meer gezegd worden dat men een dergelijke vraag gedeeltelijk goed kan rekenen; ook de eis 'een variëteit van gesloten vraagvormen' zal grote moeilijkheden opleveren voor leerlingen van lbo en mavo: het wisselen van vraagvormen binnen één examen zal hoge eisen stellen aan de concentratie en het vermogen allerlei items volledig goed te kunnen lezen.

Conclusie

Naar aanleiding van de door ons hierboven gesignaleerde nadelige effecten en aangevoerde argumenten verzoeken wij u uw beleidsvoornemens ten aanzien van het examineren in gesloten vraagvorm in zoverre bij te sturen dat alle vraagvormen die geschikt zijn om onderwijsdoelstellingen te evalueren bij het CSE toegelaten worden: dus naast de gesloten vraagvormen óók open vraagvormen; hierdoor zullen alle doelstellingen uit het examenprogramma in het CSE getoetst kunnen worden. Tenslotte: de hierboven aangehaalde rapportage van het CITO is inhoudelijk slechts een literatuurstudie en een eerste oriëntatie. Er worden slechts mogelijkheden genoemd, waarbij men nog met een grote mate van onzekerheid betreffende de toepasbaarheid blijft zitten. Wij wijzen hier onder andere op de conclusie bij scheikunde op pagina 63. Gezien ook bovenstaande opmerkingen betreffende de kwaliteit van de examens is het wenselijk dat bij de verschillende vakken eerst in de praktijk wordt onderzocht, in wetenschappelijke onderzoeken, wat de gevolgen zullen zijn van het toepassen van allerlei toetsmogelijkheden. Anders is het gevaar groot dat, zoals thans dreigt, een goed meetinstrument wordt ingeleverd voor een slechter.

Namens beide besturen,

J. Maassen, secretaris NVvW
D. Feitsma, secretaris NVON

Afschrift aan:
Vaste Commissie voor Onderwijs en Wetenschappen van de Tweede Kamer der Staten-Generaal,
CEVO,
Onderwijsbladen

Wiskunde verplicht?

Op 31 augustus 1984 zond het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren een brief aan de Staatssecretaris van Onderwijs en Wetenschappen, mevr. drs. N. J. Ginjaar-Maas, waarin het bestuur vroeg *voorlopig* af te zien van het voornemen wiskunde als verplicht eindexamenwerk in te voeren. Het bestuur gaf hierbij aan welke de redenen waren om dit verzoek te doen en verzocht de Staatssecretaris in plaats van het verplicht stellen van wiskunde als eindexamenvak te laten onderzoeken hoe nieuwe leerplannen voor mavo/lbo en onderbouw van havo en vwo een vorm van wiskunde kunnen bieden, die is aangepast aan de mogelijkheden en behoeften van de leerling. Het bestuur betreurt het bijzonder dat velen het woord *voorlopig* in de brief over het hoofd zagen.
Tegenstanders van wiskunde als verplicht examenvak beroepen er zich ten onrechte op dat zelfs de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren tegen deze verplichting is.
Voorstanders van wiskunde als verplicht examenvak, die overigens ook zelf menen dat er eerst aan een stel beginvoorwaarden voldaan moet zijn, zetten zich ten onrechte af tegen het standpunt van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.
Het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren heeft echter in haar brief aan de Staatssecretaris geen uitspraak willen doen over de verplichting van wiskunde als examenvak, maar alleen willen signaleren dat deze verplichting binnen het *huidige* leerplan tot ernstige problemen zal leiden.
Eerst nadat het bestuur kennis heeft kunnen nemen van de volledige, gemotiveerde beleidsvoornemens van de Staatssecretaris zal zij zich een goed oordeel over de verplichting van wiskunde als eindexamenvak kunnen vormen.

J. Maassen, namens het bestuur van de NVvW.

Congres van de VVWL, Eeklo, 29 juni-1 juli 1985

Het volgende driedaags congres van de VVWL vindt plaats van 29 juni tot 1 juli 1985 in het Onze-Lieve-Vrouw-ten-Doorninstituut, Zuidmoerstraat 127, 9900 Eeklo.

Agenda

Zaterdag 29 juni 1985
8.30: ontbijt
10.00: opening door voorzitter Frank Laforce
10.15: toespraken door de vertegenwoordigers van het Ministerie van Onderwijs en het Nationaal Secretariaat van het Katholiek Onderwijs
10.45: prof. dr. Wim Kuijk (Universiteit Antwerpen, Rijksuniversitair Centrum), *Op hoeveel verschillende manieren kan men met twee kleuren een kubus kleuren?*
12.30: lunch
14.15: prof. dr. Jean J. Pedersen (University of Santa Clara, California), *The visual element in elementary group theory*
15.30: koffiepauze
16.00 keuze tussen spreekbeurten-werkgroepen:
Lou De Causmaeker (Oud-Heverlee), *Schaal en verhouding in het beroepsonderwijs*
dr. Luc Gheysens (Sint-Jozefinstituut Kortrijk), *Stochastische wandelingen* (hogere cyclus secundair onderwijs)
Albert Snauwaert (Koninklijk Atheneum Ieper), *Er is nu ook coördinatenmeetkunde in de lagere cyclus van het secundair onderwijs*
18.00: avondmaal
20.00: wiskundige films

Zondag 30 juni 1985
8.30: ontbijt
9.00: prof. dr. C. H. A. Koster (Universiteit Nijmegen), *ELAN, programmeertaal voor het onderwijs*
10.15: koffiepauze
10.45: Inge Verbruggen (Sancta-Maria-Instituut Aarschot), *Meetkunde voor groot en klein*
12.30: lunch
14.15: prof. dr. Peter J. Hilton (State University of New York, Binghamton, New York), onderwerp i.v.m. *wiskundeonderwijs* nog vast te leggen
15.30: koffiepauze
16.00: keuze tussen spreekbeurten-werkgroepen:
Guido De Laender (Onze-Lieve-Vrouw-ten-Doorninstituut Eeklo), *Algoritmisch denken)i.v.m. informatica in de klas(*
Tea Sevenoo (studente) en prof. dr. Alfred Warrinnier (Katholieke Universiteit Leuven), *Wiskunde en taal*
Jan Verneylen (Koninklijk Atheneum Kapellen), *Er is nu ook ruimtemeetkunde in de lagere cyclus van het secundair onderwijs*
18.00: avondmaal
20.00: demonstraties met micro-computers

Maandag 1 juli 1985
8.30: ontbijt
9.00: An Mogensen-Van Werveke (Rijksnormaalschool Gent), *Vernieuwde wiskunde in de derde graad van het basisonderwijs*
10.15 koffiepauze
10.45: dr. Hilde Van Buggenhout (Vrije Middelbare Normaalschool Tongeren), *Het continuïteitsbegrip in de verschillende jaren van het secundair onderwijs*
12.00: conclusies en sluiting
12.30: aperitief en banket

Ontvangst
De congressisten kunnen in het Onze-Lieve-Vrouw-ten-Doorninstituut Eeklo aankomen ofwel op vrijdag 28 juni tussen 17 u. en 22 u., ofwel op zaterdag 29 juni tussen 9 u. en 9.45 u.

Inschrijving
Inschrijvingsformulieren zijn verkrijgbaar bij Dr. P. G. J. Vredenduin, Dillenburg 148, 6865 HN Doorwerth, tel. 085-33 38 07.
Inlichtingen
Bij het bestuur van de VVWL, Elzenhoutstraat 1 bus 3, 2610 Wilrijk (tel. 03/4 40 31 94).

Inaugurele rede prof. dr J. van de Craats

Prof. dr J. van de Craats, hoogleraar in de wiskunde aan de Koninklijke Militaire Academie in Breda, heeft op woensdag 27 februari 1985 zijn ambt officieel aanvaard. Bij die gelegenheid sprak hij een rede uit onder de titel:
'Toegepaste wiskunde'.
Van de Craats was voorheen werkzaam op de Rijksuniversiteit Leiden. Hij was wetenschappelijk hoofdmedewerker in vaste dienst op het gebied van de toegepaste wiskunde bij de Faculteit der Wiskunde en Natuurwetenschappen. In die hoedanigheid heeft hij onder andere onderzoek verricht om het onderwijs in de achtergronden van de schoolwiskunde te ondersteunen.
Prof. dr Van de Craats vervult tevens al enige jaren de functie van jurylid voor Nederland bij de Internationale Wiskunde-Olympiade. Het trainen van de Nederlandse ploeg voor dit evenement ligt ook in zijn handen.

SLO-publikatie

Het boekje 'In verband met ...' is nu weer verkrijgbaar (Euclides 60 no. 5, blz. 192).

Adres van de auteur

Ir. R. Leentfaar, Fenkelstraat 26, 4731 JB Oudenbosch (Euclides 60 no. 6, blz. 230).

Kalender

(zie voor nadere informatie ook altijd de 'Mededelingen' in dit nummer en in voorafgaande nummers)

1985	
di 7 mei:	examenbesprekingen voor havo en vwo
vr 10 mei:	examenbesprekingen voor lbo, mavo; vwo wiskunde II
wo 15 mei:	bestuursvergadering NVvW, Utrecht
3 juni:	aanbieding van het rapport van de kommissie wiskunde voor leerlingen van 10-14 jaar aan de staatssecretarissen van O & W door de voorzitters van de NVORWO en de NVvW
22 juni:	bestuursvergadering van de NVvW te Boxtel
29 juni t/m 1 juli:	driedaags kongres van de Vlaamse Vereniging van Wiskundeleraars te Eeklo België
22 t/m 26 juli:	conferentie IGPME, Noordwijkerhout
28 aug:	bestuursvergadering te Utrecht van de NVvW
vr 13 sep:	tweede ronde Ned. Wisk. Olympiade
21 sep:	gemeenschappelijke bestuursvergadering van de VVWL en de NVvW te Amersfoort
26 okt	jaarvergadering van de NVvW te Utrecht
1986	
11-16 aug:	ICOTS II, Victoria BC, Canada

Inhoud

Adressen van auteurs

J. P. Aldershof, H. W. van Glinstrastraat 27, 9251 CL Bergum

W. J. Bos, p/a A. van Streun, RUG, Postbus 800, 9700 AV Groningen

F. M. W. Doove, Severij 5, 3155 BR Maasland

M. Kuiper, RUG, Postbus 800, 9700 AV Groningen

C. Renique, Meerkoetstraat 19, 6601 DE Wijchen

A. van Streun, RUG, Postbus 800, 9700 AV Groningen

J. K. Timmer, Karel Gerardstraat 7, 7552 GT Hengelo

P. Vredenduin, Dillenburg 184, 6865 HN Doorwerth

L. R. J. Westermann, RUG, Postbus 800, 9700 AV Groningen