

**Maandblad voor
de didactiek
van de wiskunde**

**Orgaan van
de Nederlandse
Vereniging van
Wiskundeleraren**

54e jaargang

1978/1979

no. 9

mei

Rekenmachientjes

Wolters-Noordhoff

EUCLIDES

Redactie: B. Zwaneveld, voorzitter - Drs. S. A. Muller, secretaris - Drs. F. Goffree - Dr. P. M. van Hiele - Drs. W. E. de Jong - W. Kleijne - Drs. J. van Lint - L. A. G. M. Muskens - P. Th. Sanders - Dr. P. G. J. Vredenduin.

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 10 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Secretaris: Drs. J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.

Penningmeester en ledenadministratie: Drs. J. van Dormolen, Lange Voort 207, 2343 CD Oegstgeest. Postrekening nr. 143917 t.n.v. Ver. v. Wiskundeleraren, te Amsterdam.

De contributie bedraagt f 35,— per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. f 25,—; contributie zonder Euclides f 15,—.

Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de penningmeester. Opzeggingen vóór 1 augustus.

Artikelen ter opname worden ingewacht bij B. Zwaneveld, Haringvlietstraat 9^{II}, 1078 JX Amsterdam, tel. 020-738912. Zij dienen met de machine geschreven te zijn met een marge van 5 cm en een regelafstand van 1 1/2.

Boeken ter recensie aan W. Kleijne, Treverilaan 39, 7312 HB Apeldoorn, tel. 055-250834.

Mededelingen, enz. voor de redactie aan Drs. S. A. Muller, Van Lynden van Sandenburglaan 63, 3571 BB Utrecht, tel. 030-710965.

Opgave voor deelname aan de leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan Dr. A. J. E. M. Smeur, Dennenlaan 17, 4849 BD Dorst (N.B.).

Abonnementsprijs voor niet leden f 33,50. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement f 19,50. Niet leden kunnen zich abonneren bij: Wolters-Noordhoff bv, afd. periodieken, Postbus 58, 9700 MB Groningen. Tel. 050-16 21 89. Giro: 1308949.

Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen.

Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag.

Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven.

Losse nummers f 5,80 (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

Advertenties zenden aan:

Intermedia bv, Prinses Margrietlaan 1, Postbus 371, 2404 HA Alphen a/d Rijn. Tel. 01720-62078/62079. Telex 33014.

Voorbericht

Diskussie over rekenmachientjes

Een handrekennummer van Euclides!* Niet over rekenen óp je vingers, maar mét je vingers en dat niet zonder je hoofd. Rekenen via hoofd, vingers en de knopjes. Het is een aktueel onderwerp, u weet wel waarom.

Moeten rekendoosjes in het onderwijs? Het is de start- en slotvraag in ons stripverhaal. De tekeningetjes die bij de aanhef van elk artikel geplaatst zijn, hebben we ontleend aan een advertentie van NieuwsNet. De auteurs hebben daar echter geen weet van.

Wij willen leraren zoveel mogelijk handreiking doen bij het verschijnen van rekenmachientjes in hun onderwijs. Daarin lag de belangrijke uitdaging aan de auteurs: leraren stof geven tot zelf nadenken en samen bespreken. En dit onder voortdurende aansporing bij het lezen zelf een rekenmachien gebruiksklaar bij de hand te hebben.

Dit themanummer wil een startschot zijn, hoewel we ons realiseren dat een circulaire van de staatssecretaris zulks ook vermag. We willen het daar niet bij laten en zeggen een aantal vervolgartikelen toe, in de overtuiging dat ook daarin niet het laatste woord zal worden gesproken.

Beperkingen in de diskussie

Toen we al een eind op weg waren – de kopij wordt maanden van te voren ingeleverd – lazen we ergens het advies het gebruik van elektronische rekenapparaten te verbieden in de eerste jaren van het voortgezet onderwijs. Onze opzet was echter juist op de onderbouw gericht!

In dit nummer nemen we aan dat kinderen, die wellicht op de basisschool met een rekendoosje gespeeld en gewerkt hebben, in de periode van 12 tot 14 jaar daar mee door mogen gaan. En dat hun dat thuis niet verboden wordt. We schrijven dus toch voor de brugklas, voor de onderbouw van het a.v.o. en zeker ook voor het l.b.o.

* Dit nummer wordt tevens gestuurd aan hen die nog geen abonnee van Euclides zijn. Een abonnement kunt u verkrijgen door lid te worden van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (voor adres etc. zie kافت).

Daarbij beperken we ons tot het gebruik van eenvoudige rekenmachientjes; over het gebruik ervan in het onderwijs. Aspecten van de hardware komen nauwelijks aan bod en met eindexamens hebben we nog geen ervaring. Het zijn voor ons slechts middelen om gegevens te bewaren, om routinematige berekeningen uit te voeren en om werkzaamheden te leren plannen of programmeren. We hadden ons voorgenomen ook informatie te bieden over het gebruik bij andere vakken, maar zijn daarin niet geslaagd. Wilt u er in uw school op letten? In dit nummer is nog niet ingegaan op de rol van het rekendoosje bij onderwijs aan 6- tot 12-jarigen, noch aan aanvullend of remedial rekenonderwijs aan 12- tot 14-jarigen.

De discussie over $\frac{6}{13}$ groter of kleiner dan $\frac{13}{27}$ via nijver cijferen of via decimale antwoorden van de rekenmachine laten we liggen. Voor maniakken is $\frac{13}{27} - \frac{6}{13}$ op een rekendoosje via kettingbreukontwikkeling echt te bepalen:

$0,01\ 994\ 301\ 99 = (50 + x)^{-1}$ met $x = 0,14\ 285\ 714$ en $x^{-1} = 7$, dus het verschil is $\frac{7}{351}$.

In volgende nummers willen we terugkomen op speciale bovenbouwproblemen, hetzij in havo en vwo en ook voor niet-wiskundevakken, hetzij voor toepassingen in mbo en hbo.

Organisatie van onze bijdrage

We hebben enige behoefte onze werkwijze toe te lichten, mede omdat daaruit onze kracht en zwakheden kunnen blijken.

In overleg met een gespreksgroep van lbo- en avo-leraren, waarin onder anderen L. Bozuwa (mavo), A. J. M. Dona (lhno), G. Vonk (vwo) en W. van Zuijlen (lto), is het thema van de discussie geformuleerd en beperkt. Een inbreng van ervaringen van leraren zou worden georganiseerd; ook is een lijst van onderwerpen opgesteld waarover geschreven kon worden.

In het openingsnummer van deze jaargang verscheen de betreffende oproep. Ongeveer gelijktijdig werd door de redactie een coördinatiegroep ingesteld, bestaande uit prof. dr. F. van der Blij en de redactieleden P. M. van Hiele, Bert Zwaneveld en Leo Muskens.

De coördinatoren hebben, na een inhoudelijke verkenning, auteurs uitgenodigd en hen via een memo geïnformeerd over de bedoelingen van de discussie. Met sommige auteurs werd verdergaand overleg gevoerd teneinde de bijdragen op elkaar af te stemmen; helaas bleek het niet mogelijk vooraf de auteurs in vergadering bijeen te brengen. Ook was het uitgesloten de auteurs te konfronteren met alle door leraren ingezonden ervaringen; besloten werd deze te verwerken in de zogenoemde kadertjes.

Ook voor de verwerking van vervolgartikelen en reacties van lezers hebben de coördinatoren toegezegd zich te zullen inspannen.

Kadertjes onderaan de bladzijden

Wij ontvingen een aantal reacties op de geplaatste oproep. Enige brieven zijn doorgespeeld naar auteurs van artikelen. Een aantal, soms uit hun verband gerukte, citaten vindt u als kadertjes in dit themanummer. Weer andere opmerkingen waren aanleiding tot het formuleren van een kadertje.

Veel dank aan de inzenders J. P. Aldershof te Bergum, H. Hulsenboom te Waalwijk, E. M. Koerts te Sprang-Capelle, A. J. L. Osté te Vlissingen, C. Visscher te Vught, H. Wesdorp te Ermelo, W. van Zuijlen te Waalwijk en de leraren wiskunde, scheikunde en economische wetenschappen van het Van Maerlantlyceum te Eindhoven. Ook een brief van de V.E.M.O. aan de staatssecretaris hebben we gedeeltelijk in kadertjes verwerkt.

De kadertjes komen niet meer voor verantwoordelijkheid van de inzenders waar hun ideeën of teksten bewerkt zijn. Maar ook niet bij de auteurs van de artikelen waaraan ze uiteindelijk zijn toegevoegd: het verdelen van de kadertjes was eerder een kwestie van variatie en lengte.

De bijdragen van J. Dompeling te Heiloo en van H. N. Pot te Woerden komen in een van de volgende nummers tot hun recht. Een toegezonden artikel van Fr. Laforce over de niet-programmeerbare zakrekenmachines is opgenomen in nummer 4 van de reeks Monografieën van de V.V.W.L. met als titel 'Algoritmen en zakrekenmachines in het wiskundeonderwijs'. Een brief van de Consumentenbond die ons via de secretaris van het bestuur van de N.V.v.W. bereikte, vergde een aparte afhandeling. Ook werden wij gewezen op een enquête handrekenmachines in het mededelingenblad van de N.V.O.N. van mei 1978.

Leeswijzer voor dit themanummer

Wie erg benieuwd is naar *ervaringen* met rekenmachientjes, zal zeker willen profiteren van wat drie leraren daarover schrijven. Leen Bozuwa geeft aan hoe hij als mavo-leraar zich opwarmt met zijn rekenmachientjes. En de eerste ervaringen van Sjoerd Schaafsma in zijn leao-klas geven blijk van goed waarnemen van kinderen. Anton Dona ziet het handrekendoosje voor zijn lhno-leerlingen als een van de hulpmiddelen tot het beheersbaar maken van hun werkelijkheid. Enkele *gebruiksmogelijkheden* van rekenmachientjes worden speciaal belicht.

Aad Goddijn ziet de weg naar probleemgeoriënteerd onderwijs weer wat meer vrijgemaakt en opent daarmee tevens een weg naar het nadenken over en programmeren van algoritmen. Pierre van Hiele laat zien dat het machientje niet alleen in tabellen kan opzoeken, maar dat je er ook tabellen mee kunt maken voor eigen gebruik. Hoe verstandig te handelen met het grote aantal cijfers dat het display u voorttoert, bespreekt Theo Kristel: zodanig afronden dat de nauwkeurigheid niet essentieel wordt aangetast.

Het *kies* van rekenmachientjes voor de lespraktijk is bepaald geen eenvoudige zaak. Hoewel dit themanummer vooral op de software is gericht, geeft Jan Sloff enkele zaken aan waarop gelet kan worden bij aanschaf; het spreekt voor zich dat hiervan een andere pretentie uitgaat dan die van de Consumentengids.

Ook leraren die op school als eenling hun wiskundelessen geven, kunnen wat opsteken van de bijdrage van Bert Zwaneveld over het keuzeproces voor een wiskundesektie; zou het kiezen van een rekenmachientje wel zo anders moeten verlopen dan het uitzoeken van een nieuwe leergang? Inspecteur W. E. de Jong ontkent het invoeren van rekendoosjes als een revolutionaire gebeurtenis; hij waarschuwt voor 'examenvrees' en pleit voor ruimte in het onderwijs voor dit hulpmiddel.

Wat tenslotte prof. F. van der Blij in zijn nabericht schrijft, is moeilijk samen te vatten. Hij spreekt meer mét dan óver zijn machientjes, maar u zult hem op de voet volgen, met de hand op de knop!

Maatschappij en rekenmachientjes

We vinden het jammer dat het ons niet gelukt is een informatieververschaffend artikel te plaatsen over handrekenmachines en maatschappij. We dachten aan berichten over buitenschools gebruik van het rekendoosje. Wie gebruiken het en waarom?

Natuurlijk zijn er technische specialisten die altijd een rekenliniaal op zak hadden en deze nu vervangen door een rekenmachine. Maar zijn er ook nieuwe gebruikers? Beslist, gezien de machines met enkel $+$, $-$, $\times$, $:$ en $\%$. Dit laatste knopje verraadt alles: hoeveel technici werken met procenten? Nee, procenten vind je bij de handelsmensen, en die hadden vroeger heus geen rekenliniaal.

We hebben ze vaak in de trein bespied als ze met potlood op papier grote optellingen, vermenigvuldigingen en staartdelingen maakten. En nu grijpen ze in hun zak naar het knopjestuig. In de praktijk zagen we nog niemand op zijn horloge kijken en weten alleen van een echte wiskundige die zo'n horloge bezit! De nieuwe rekenaars zijn de belastingadviseur, de accountant en de middenstander die zijn eigen boekhouding doet. De vertegenwoordiger die bij zijn klant onderdelen van zijn offerte voorrekenet en terloops even zijn provisie aanslaat. Of de vergaderaars die geopperde mogelijkheden onmiddellijk doorrekenen, sneller dan voorheen en betrouwbaar.

We zwijgen nog van de inkopende winkelier die bij de groothandel de prijskaartjes interpreteert door de b.t.w. erbij te doen en een, voor hem, voordelige aanbieding overweegt. En welke partikulier loopt in een winkel rond met een rekendoosje alleen maar om de kasregisterjuffrouw te controleren? Ook is er nog de huis-aan-huis- of tafel-aan-tafel-bezorger die soms zo'n ding bij de hand heeft.

En wie ziet de modale huisvader narekenen wat zijn maandelijks besparing aan rente kweekt, dit ten behoeve van de kadootjes voor moederdag en de verjaardagen van zijn, eveneens modale twee kinderen? Natuurlijk niet om te concurreren met de computers van zijn spaarbank, nóch uit ongeloof bij de adviezen van toeschietende geldschietters.

In KLM's Amerika Vakantieboek lezen we: 'Tip: wanneer u als automobilist overhoop ligt met de mijlen en de gallons, koop dan voor een paar dollar een

kleine zakrekenmachine. Handig! Ook om dollars in guldens om te rekenen.' Een kranteberichtje aan het begin van dit schooljaar weet het ook: 'Vorig jaar gebruikte 28% van alle Nederlanders van 15 jaar en ouder zo'n machine bij het oplossen van de rekenproblemen.' En in een andere krant lezen we: 'In geld uitgedrukt zou de omzet over 1976 dan 55 miljoen á 60 miljoen gulden bedragen, verdeeld over 450 duizend eenvoudige en 150 duizend á 180 duizend wetenschappelijke rekenmachines.'

We kennen ze ook, want: 'De meeste afnemers van deze apparaatjes bevinden zich in de leeftijdsgroep van 20 tot 24 jaar; 64% van de kopers zijn mannen en 36% vrouwen.' Maar dat laatste had u natuurlijk al geraden, zoals u dat ook kunt voor het gebruik binnenshuis: 'Opvallend is dat 40% van de vrouwen het buitenshuis gebruiken. Bij mannen ligt dat trouwens nog wat hoger: 51%, maar dat is dan minder vreemd.'

In het licht van de technische ontwikkelingen is een periode van twee of drie jaar al onoverzichtelijk. Rekenmachientjes van zes, zeven jaar geleden hebben nu al antiquiteitswaarde. Als we er niets van afwisten zouden we schrijven: over vijf jaar hebben micro-processors met chips al het rekenwerk overgenomen. We weten er echter wel zo veel/weinig van af, dat we liever zeggen: over vijf jaar zal het wel weer heel anders zijn.

De minister van wetenschapsbeleid installeerde in december 1978 de Adviesgroep voor Maatschappelijke Gevolgen van de micro-elektronika. Uitleg Krant citeerde de voorzitter prof. dr. G. W. Rathenau: 'Beelden van grotere toegankelijkheid tot kennis en kunde, van popularisering en daardoor democratisering, van betere beheersing en individualisering van techniek, ja van behoud van werkgelegenheid duiken in onze verbeelding op. Maar er verschijnen ook de spoken van angstdromen, waarin het verleis van werkgelegenheid, misbruik van techniek en menselijke vervreemding een rol spelen.' We zijn dan ook erg benieuwd naar de adviezen van de genoemde adviesgroep-chips.

Het woord aan de lezers

Dit themanummer wil een discussie in Euclides openen. De auteurs stellen hun vragen aan u. In de kadertjes liggen uitdagingen voor het oprapen. Het voorbericht noemde al een aantal gemiste kansen: u vindt er zeker nog veel meer . . .

Wilt u reageren? Zijn alle vragen naar uw gevoel goed beantwoord, laat het ons dan beslist weten! Hebt u suggesties voor vervolgartikelen? Wilt u uw collega's laten meegenieten van uw ervaringen, of wilt u hen waarschuwen voor . . .

U kunt toch op uw vingers natellen, dat wij zonder u geen discussie kunnen voeren!

Rekenmachientjes: een opgave

AAD GODDIJN



Denken zonder doen duurt nooit lang, of loopt verkeerd af. En wie over gebruik van rekenmachientjes wil denken moet flink in de kleine toetsjes durven tasten, want dat levert verrassende effecten op. En lezer, voor u nu weer zelf gaat bedenken wat dat voor effecten zijn, krijgt u van mij een regel blanco tijd om uw rekendoosje te pakken en het 'on'-knopje op te schuiven (of in te drukken of aan te tippen, dat ligt aan de firma waar u zich toe heeft gewend). In het vervolg van dit stukje spelen verschillen in cijferbakjes geen enkele rol.

Wat we verder voor onze verkenning nodig hebben is een probleem, een vraagstuk. Ieder die voor het eerst het wonderdoosje op de hand heeft, denkt dat dat niet nodig is. Keer op keer worden getallen ingetoetst waar zelfs Gauss nooit van had gedroomd. De kwadraattoets, de worteltoets, en wat er verder voor schoons is ingebouwd, het moet allemaal 'l'art pour l'art' uitgeprobeerd en het nijver apparaat spuit gedwee antwoord na antwoord de wereld in tot het plotseling driftig begint te knippen: u hebt een fout gemaakt. Natuurlijk! $\boxed{0}$ ingetoetst, of u was nieuwsgierig naar $\arcsin(100\,000 + 0,00\,000\,1)$. Die speelse fase moeten we door en de leerlingen zullen dat ook moeten; ze hebben trouwens hun eigen spelletjes, waarvan je je alleen maar verbijsterd kunt afvragen waar ze vandaan komen en hoe ze zich even snel als de cijfer-letter-speeltjes over de wereld verspreiden.

Over de auteur:

Geboren 1947, studeerde wiskunde, gaf vier jaar les aan een P.A., nu medewerker IOWO. Leerde al vroeg fietsen zonder dat dit de loopvaardigheid schaadde en is dan ook niet bang dat leerlingen onder invloed van het rekendoosje helemaal niet meer zullen kunnen handrekenen.

Daarna wordt het dan tijd voor zinniger problemen, dan de vraag of de tiende decimaal in $\sin 23^\circ$ nog wel korrekt is.

Een probleem dus.

We nemen een vakantieprobleem en maken er in gedachten een schoolprobleem van, een didaktische vraag.

Vier jongens besluiten om samen naar Marokko op vakantie te gaan. Geld hebben ze niet veel: voor de reis wordt $f\ 1000$ uitgetrokken.

Ze kopen een vijfdehands lelijk eendje uit '68, waarvan ze hopen dat het juist één keer Amsterdam-Tanger en terug haalt. Prijs $f\ 475$.

Het wagentje blijkt 1 op 9,5 te rijden en ze gaan uit van een benzineprijs van $f\ 1,093$ per liter.

Hoever kunnen ze in totaal voor hun duizend gulden reizen?

Nu is het voor ons geen moeite om hier een lineaire vergelijking uit te destilleren en op te lossen. De rekenmachine vertelt ons snel tot op de millimeter waar het lelijk eendje rochelend stilhoudt. Met acht cijfers in de uitlezing kunnen we een decimeter fout zitten, maar ook dan kunnen we de wagen zelfs in dichte mist nog wel op de berekende plek vinden. Heerlijk die nauwkeurigheid, maar daar gaat het nu niet om.

Het gaat er wel om hoe we met zo'n probleem plus rekenhulpje inzicht op gang krijgen in het oplossen van vergelijkingen.

Wel, gewoon door de vraag wat scherper te stellen:

Probeer precies die afstand te vinden, waarvoor de totale kosten $f\ 1000$ zijn.

En dan maar proberen en dat kan nu vlot gaan, aannemende dat het intoetsen van eenvoudige optellingen, delingen en vermenigvuldigingen geen probleem meer is.

Zelfs bij de bouw van een rijtjeshuis is nog inspraak mogelijk. Nee, niet over de hoogte van vloer en plafond, noch over de afmetingen van het trapgat. Maar de keuze van de trap zelf is vrij . . .

Bekijk de situatie eens en maak een ontwerp voor een trap: een kwart-draai- of zelfs een driekwartspiltrap met aan- en optreden.

Reken uw huisgenoten eens voor hoe steil of lui uw trap is.

Past zo'n probleem in uw onderwijs? Hoe zou een leerling met een zak-rekenmachientje hier aan kunnen werken? Wat zou zij of hij er van kunnen leren?

Hoeveel zou bijvoorbeeld 3000 km kosten?

9,5 km op één liter, een liter kost $f\,1,093$; dus 9,5 km kost $f\,1,093$. We komen op $f\,0,11\,505\,263$ per km en de meetoetsende lezer doet verstandig dit in zijn geheugen te bewaren. Daar is een knop voor, maar een kladblaadje mag natuurlijk ook. Nu nog met 3000 vermenigvuldigen en de uitkomst met 475 verhoogen. 3000 km kost in totaal $f\,820,15\,789$.

Geld over en we proberen 4000 km te halen. Even zelf intoetsen hoor! Natuurlijk weer mis. Verder proberen en een tabel maken:

3000 km afstand,	$f\,820,15\,789$ totale kosten
4000 km	$f\,935,21\,053$
5000 km	$f\,\dots$
4100 km	$f\,\dots$

Zo zou je natuurlijk kunnen doorzoeken en het is heel leerzaam om dat inderdaad eens te doen. Bij mij blijkt nu een nadeel van het vlotte tuigje: de machine produceert zo lange reeksen cijfers, dat je moeite hebt om gericht te blijven gokken.

4200 km	$f\,958,22\,105$
4800 km	$f\,1027,25\,26$
4400 km	$f\,981,23\,144$

Dat probeerde ik zojuist en het laatste is natuurlijk dom. Je kunt best schatten dat 4400 te laag is, maar och, het gaat allemaal zo snel en dan denk je wat minder na. Het rekenmachientje neemt op zijn eigen domme wijze de leiding over, als je niet oppast.

Probeer voor de aardigheid eens precies op $f\,1000$ te komen; dat valt niet mee!

Lang proberen is ook irritant en je merkt vanzelf dat je steeds dezelfde dingen herhaalt, bijvoorbeeld $\boxed{+}\,475\,\boxed{=}$ intoetsen. Juist door die irritatie ligt de

In het lbo, en daar niet alleen, komen leerlingen voor die in de rekenvaardigheden niet tot de allsterksten behoren. Soms wordt de onderbouw gebruikt om dat wat bij te stellen. Een zakrekenmachientje kan daarbij een rol spelen: als kontrolemiddel, als geheugen voor de tafels, maar ook eenvoudigweg als uitkomstenleverancier.

Zal nu lukken wat jarenlang niet gelukt is? Is het een bevrijding van een voortdurende angst (en zelfs zekerheid) om te falen? Of een rem om de echte problemen op te lossen, nu het steeds terugkerende cijferwerk wordt overgenomen?

sprong voor de hand: de benzine kost $1000 - 475 = 525$ gulden.

De rest is dan niet meer zo ver weg. 'Delen!' Tenslotte zoeken we uit waar Marokko ligt en er wordt besloten iets meer geld mee te nemen, want het zou jammer zijn als Marokko net niet gehaald wordt!

Na deze wat langdradige oplossing van het vakantieprobleem, kun je wel vaststellen:

- Het rekendoosje kan het vervelende cijferen sneller en beter. Zo wordt de weg vrijgemaakt voor het werkelijke probleem: zoek de afstand die enz.
- De vele cijfers die verschijnen, maken het niet gemakkelijk handig te schatten. Innig contact met de getallen zelf wordt verstoord.
- Het rekenmachientje wijst je er nadrukkelijk op dat je steeds dezelfde klus uitvoert. Dat prikkelt tot nadenken over een sneller algoritme.

Ik ben me bewust dat er nog meer vastzit aan deze benadering. Bijvoorbeeld, wat te doen met de malle rij cijfers achter de komma in $f981,23144$? Maar dat is weer een ander probleem.

Motivering haakjesrekenen m.b.v. een rekenmachientje (T.I. 30).

$16 + 2 : 3$ en $16 - 2 + 4 - 1$ gaan korrekt op het machientje, maar bij $16 : 2 \times 4$ laat Van Dale het afweten: uitlezing 32.

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ zal $\frac{1}{2}$ moeten opleveren, en zie $2 \boxed{:} 3 \boxed{\times} 3 \boxed{:} 4 \boxed{=}$!

Nu word ik nieuwsgierig naar andere opgaven met breuken: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$ en $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ gaan korrekt, maar $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$ gaat mis (niet 0,125). Waarom? Let maar eens op de uitlezing bij $12 : 2 : 2$. Er staat na $12 \boxed{:} 2 \boxed{:}$ in het venster 6 en na $2 \boxed{=}$ staat er 3 te lezen. En dus toetsen we $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$ nu als $1 \boxed{:} 2 \boxed{:} (1 \boxed{:} 4 \boxed{)}) \boxed{=}$

Nu $6\frac{1}{2} \times 2$ proberen. Vergelijk $6 \times 1 : 2$ en $6 \times (1 : 2)$ en toets $6 \boxed{\times} 1 \boxed{:} 2 \boxed{\times} 2 \boxed{=}$ en $6 \boxed{\times} (1 \boxed{:} 2 \boxed{)}) \boxed{\times} 2 \boxed{=}$ in.

Stom! $6\frac{1}{2}$ betekent $6 + \frac{1}{2}$, maar is het nu $6 \boxed{+} 1 \boxed{:} 2 \boxed{\times} 2 \boxed{=}$ of $(6 \boxed{+} 1 \boxed{:} 2 \boxed{)}) \boxed{\times} 2 \boxed{=}$? Aha, haakjes zijn nodig!

Natuurlijk moet $6\frac{1}{2} \times \frac{4}{2}$ ook 13 geven: $6 \boxed{+} 1 \boxed{:} 2 \boxed{\times} 4 \boxed{:} 2 \boxed{=}$ en $(6 \boxed{+} 1 \boxed{:} 2 \boxed{)}) \boxed{\times} 4 \boxed{:} 2 \boxed{=}$.

$4\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2}$ moet als uitkomst $11\frac{1}{4}$ geven, leert ons tabelvermenigvuldiging. Vergelijk nu $(4 \boxed{+} 1 \boxed{:} 2 \boxed{)}) \boxed{\times} 2 \boxed{+} 1 \boxed{:} 2 \boxed{=}$ en $(4 \boxed{+} 1 \boxed{:} 2 \boxed{)}) \boxed{\times} (2 \boxed{+} 1 \boxed{:} 2 \boxed{)}) \boxed{=}$ door weer goed op de tussenstanden te letten!

Het rekenmachientje als tabel

DR. P. M. VAN HIELE



Leerlingen van het lbo en het mavo zullen straks op de eksamens goniometrische waarden mogen aflezen van een rekenmachientje. Leerlingen van het havo en het vwo zullen op de eksamens ook machten en logaritmen van het rekenmachientje kunnen aflezen. Hiermee treedt het rekenmachientje in de plaats van de logaritmische en goniometrische tafels.

Behalve als rekenapparaat zal het rekenmachientje ook de functie van tabel gaan vervullen. We zullen eens nagaan, in hoeverre we met deze vervanging blij mogen zijn.

We beginnen met de sinustabel. Als we willen weten, hoe groot $\sin 23^\circ 52' 48''$ is, dan kan dit met behulp van een tabel waarin voor iedere graad één pagina is gereserveerd, tenminste, als we vragen om een nauwkeurigheid van 5 decimalen. We lezen af: $\sin 23^\circ 52' = 0,40461$ en $\sin 23^\circ 53' = 0,40488$; door interpolatie komen we tot $\sin 23^\circ 52' 48'' = 0,40461 + \frac{48}{60} \times 0,00027 = 0,40483$.

Bij het rekenmachientje krijgen we de moeilijkheid, dat de minuten en seconden moeten worden omgerekend in delen van graden. Ik doe dit als volgt: $23 \times 60 + 52 = 1382$ (uitlezing 85 968'') $: 3600 =$ geeft als antwoord $23,88^\circ$. We lezen vervolgens $\sin 23,88^\circ = 0,404822$ af.

Doordat we niet behoeven te bladeren en te interpoleren is het rekenmachientje sneller. Maar hoe staat het met de nauwkeurigheid? We hebben immers een verschil in de vijfde decimaal.

Ik kijk daarom in de zevendecimalige tabel van Schrön. Deze zegt:

Over de auteur:

Was docent in de wiskunde aan verschillende scholen voor voortgezet onderwijs. Ook een tijd lang docent in de didactiek van de wiskunde bij de COCMA. Stelde omstreeks 1955 met zijn vrouw een theorie voor de argumentatienivo's op.

$\log \sin 23^\circ 52' 48'' = 0,60\,726\,46$, waaruit volgt $\sin 23^\circ 52' 48'' = 0,40482\,24$. Dat heeft zeer veel bladeren en ook nog interpoleren gekost. Maar het rekenmachientje heeft zelfs tot op de zesde decimaal gelijk gekregen. Ondanks de handicap dat het rekenmachientje niet werkt met minuten en seconden is het vlugger en nauwkeuriger.

In de examenpraktijk zal men meestal niet met minuten en seconden te maken krijgen. Ik heb het echter het rekenmachientje niet al te gemakkelijk willen maken.

Het is duidelijk, dat we de vijfdecimalige sinustafel nu met vreugde afschaffen. Maar hiermee is de kous nog niet af. Als we in het vervolg goniometrische waarden nodig hebben in een of andere berekening, bijvoorbeeld bij de toepassing van de sinus- of de cosinusregel, dan staat het getal, dat het rekenmachientje heeft opgezocht meteen voor de berekening gereed. Dat wil zeggen: het is niet eerst opzoeken en daarna intikken in het venster, het is aanslaan en daarmee staat het getal al meteen in het venster.

In de praktijk komt het ook dikwijls voor, dat van een hoek, waarvan de sinus gegeven is de grootte in radialen gevraagd wordt. Hier is het werken met tabellen erg tijdrovend. Het rekenmachientje geeft het resultaat direkt, als men de handel zo zet, dat de hoeken in radialen worden afgelezen:

$$\sin x = 0,48\,726\,3; x = 0,50\,895\,3.$$

Misschien wilde u ook nog de andere oplossingen $\pi - 0,50895\,3$ en die met modulo 2π . Dat kan heel goed, zelfs vertelt het rekenmachientje, dat $\pi = 3,14159\,26$ (de laatste decimaal is bij mijn machientje niet, zoals het behoort, naar boven afgerond) en vertelt u nu maar in welke van deze waarden u belangstelt. Denkt u er wel om, dat als u oplossingen boven de 1000 wilt neerschrijven, er niet meer dan drie decimalen betrouwbaar zijn.

Het omrekenen van graden in radialen komt in de wiskunde nogal eens voor. Er zijn daarvoor wel tabellen, maar die hebben van die grote tussenruimten. Het rekenmachientje doet het snel:

$23^\circ 52' 48''$ wordt $23,88^\circ$ en $23,88 \times \pi : 180 =$ geeft $0,41\,678\,46$ rad.

We hadden dit antwoord ook kunnen vinden door eerst de sinus van $23,88^\circ$ op het rekenmachientje aan te slaan en daarbij de hoek terug te vragen in

Bij handelsvakken is het zinvol gebruik te maken van rekenmachientjes die beschikken over speciale rekenkapaciteit voor samengestelde intrest, kontante waarde, renten en annuïteiten.

Voor wiskundig gebruik zijn machientjes met goniometrische en logaritmische functies zinvol.

Maar . . . een businesscalculator is nog geen technisch-wetenschappelijke machine of andersom. Misschien toch maar eens praten met een kollega uit die hoek . . .

radialen. Alleen hadden we dan één decimaal minder gekregen.

Men ziet wel, dat het rekenmachientje vrijwel alle tafels zal vervangen. Ik herhaal de voordelen: het rekenmachientje geeft de resultaten nauwkeuriger; het rekenmachientje maakt interpolatie overbodig en het rekenmachientje geeft de resultaten direkt in het venster, zodat er meteen mee verder gerekend kan worden.

Bij het lbo kan het rekenmachientje voor zwakke rekenaars een uitkomst zijn. Als een leerling erg veel moeite heeft met de tafel van 7, dan kan hij deze meteen laten ontstaan door eerst op de toets 7 te drukken en vervolgens op $\boxed{+}$ en dan steeds maar op $\boxed{=}$.

Er komt 7, 14, 21, 28, ... en tenslotte ook die heel moeilijke zoals 56 en 63. Het leuke is, dat je daar rustig mee door kan gaan, desnoods tot 700 toe. Prettig is ook, dat je heel gekke tafels kan maken, zoals die van 63,78.

De handicap van het niet kennen van de tafels is meteen over: met het rekenmachien in de hand klopt je iedereen in het land.

Je kunt nu ook een tabel maken van machten, bijvoorbeeld machten van 2: 2, 4, 8, 16, 32, ... Je drukt eerst op de toets 2 en vervolgens op de $\boxed{\times}$ toets en daarna steeds de $\boxed{=}$ toets.

Als je nieuwsgierig bent naar hoge machten van 2, dan kun je 2^{10} krijgen door eerst te gaan naar 2^5 en daarvan het kwadraat te nemen, vervolgens ga je machten van 1024 na door eerst te gaan naar 1024^5 en daarvan het kwadraat te nemen. Zogaje door. Je vindt tenslotte dat $2^{1000\,000\,000}$ ligt tussen $10^{30\,102\,999}$ en $10^{30\,103\,000}$, zodat je zo ook weet, dat 2 ligt tussen $10^{0,30\,102\,999}$ en $10^{0,30\,103\,000}$. Met een logaritmenknop op het toestel gaat het veel sneller, maar niet zo nauwkeurig. Bovendien kun je op de eerste manier echt beleven, wat een logaritme is.

Een tabel van wortels is met de worteltoets direkt te maken. We behoeven niet meer te volstaan met de mededeling, dat een afstand gelijk is aan $\sqrt{17}$. Het rekenmachientje vertelt erbij, dat dit gelijk is aan 4,1231056. Als we dit antwoord niet vertrouwen, dan berekenen we het kwadraat: 16,999999. Geen gek resultaat. Meestal zullen we het antwoord wel moeten afronden op 4,1, want als er getekend is op roosterpapier, dan zijn de tienden van millimeters moeilijk af te lezen. Om aan de wortels een reële betekenis te geven, zullen we in de meeste gevallen de antwoorden met wortels laten benaderen.

Geef je met een rekenmachientje les als met een rekenliniaal? Als ik goed ben ingelicht, maar in de stroom van aanbiedingen raak ik de kluts kwijt, zijn bordmodellen vrij prijzig. Een bordmodel zou ik gebruiken teneinde die ene leerling ook vlug de techniek bij te brengen. Maar vanaf dat moment hebben de leerlingen over een uniform type te beschikken. Nog een vraag: geef je met een rekenmachientje les als met een tabel?

Ook gewone breuken zullen we meestal door decimaalbreuken benaderen. Zo maken we een tabel van $\frac{1}{17}, \frac{2}{17}, \dots$ en krijgen gemakkelijk 0,05 882 35, 0,11 764 70, 0,17 647 06. Bij de bewerkingen met breuken gaan we natuurlijk van deze decimaal benaderingen uit. Zo herleiden we $\frac{3}{17} \times \frac{5}{13} = 0,1764706 \times 0,3846153 = 0,0678732$ en dit getal ronden we af op het juiste aantal decimalen.

Een zelfgemaakte tabel kan ons ook helpen bij het benaderen van oplossingen van vergelijkingen. Men vraagt bijvoorbeeld in twee decimalen te benaderen de oplossingsverzameling in $\mathbb{R}$ van de vergelijking $x^3 = 6x + 2$. We maken een tabel van x^3 en $6x + 2$.

x	x^3	$6x + 2$
-3	-27	-16
-2	-8	-10
-1	-1	-4
0	0	2
1	1	8
2	8	14
3	27	20

Er moet een oplossing liggen tussen -3 en -2, tussen -1 en 0 en tussen 2 en 3.

We gaan wat verfijnen:

x	x^3	$6x + 2$
-2,3	-12,167	-11,8
-2,2	-10,648	-11,2
-0,4	-0,064	-0,4
-0,3	-0,027	0,2
2,4	13,824	16,4
2,5	15,625	17
2,6	17,576	17,6
2,7	19,683	18,2

We hebben dus een oplossing tussen $-2,3$ en $-2,2$, tussen $-0,4$ en $-0,3$ en tussen $2,6$ en $2,7$.

We verfijnen nogmaals de tabel:

x	x^3	$6x + 2$
$-2,27$	$-11,697$	$-11,62$
$-2,26$	$-11,543$	$-11,56$
$-0,34$	$-0,039$	$-0,04$
$-0,33$	$-0,036$	$0,02$
$2,60$	$17,576$	$17,6$
$2,61$	$17,780$	$17,66$

Op twee decimalen benaderd is de oplossingsverzameling dus $\{-2,26, -0,34, 2,60\}$.

Een praktische tabel krijgen we bij een aflossingsschema.

Iemand neemt een hypotheek van $f100\,000$ tegen 8% en betaalt jaarlijks $f9000$. We krijgen dan de volgende tabel:

termijn	rente	aflossing	nog verschuldigd bedrag
1	8 000	1 000	99 000
2	7 920	1 080	97 920
3	7 833,60	1 166,40	96 753,60
4	7 740,29	1 259,71	95 493,89

Als we in de gaten hebben, dat de derde kolom een meetkundige rij is met reden $1,08$, dan is het schema gemakkelijk voort te zetten. We maken dan

‘Wij verzoeken u een en ander nog eens in overweging te nemen en zo mogelijk tot het besluit te komen, dat elke kandidaat vrij gelaten wordt in de keuze van de hulpmiddelen bij het examen: tabellenboek, en/of rekenliniaal en/of rekenmachine.’

eerst die rij en leiden daar de andere twee kolommen uit af.
Ik geef nog even vijf rijtjes:

5	7 639,51	1 360,49	94 133,40
6	7 530,67	1 469,33	92 664,07
7	7 413,13	1 586,87	91 077,20
8	7 286,18	1 713,82	89 363,38
9	7 149,07	1 850,93	87 512,45

Als we willen weten, wanneer de zaak afgelost is, moeten we eerst de reeks van aflossingen sommeren.

We krijgen voor de som van n termijnen: $1000 \frac{1,08^n - 1}{0,08}$ en dat moet gelijk zijn aan 100 000. Hieruit lossen we op: $1,08^n = 9$ en het rekenmachientje zegt, dat $n = 28,5497$. Er wordt dus gedurende 28 jaar f 9000 betaald en na 29 jaar een kleiner bedrag. Om dit bedrag in centen nauwkeurig te kunnen berekenen, heb je een heel nauwkeurig rekenmachientje nodig. Het mijne komt niet verder dan in guldens, maar dat is ook al weer vier jaar oud.

Ik hoop, dat u uit dit artikel heeft kunnen konkluderen, dat men met behulp van een rekenmachientje gemakkelijk tabellen samenstelt en dat hierdoor de leerlingen een duidelijker kijk op de problemen kunnen krijgen.

Wij hebben als bezwaar tegen elektronische rekenapparaten, dat de werking ervan niet zichtbaar en begrijpelijk voor de gebruiker is. Men drukt op een aantal knoppen en daar is het antwoord al. Wat er allemaal gebeurt om tot dit antwoord te komen, onttrekt zich volledig aan onze waarneming. Dit draagt er sterk toe bij, dat men de verbinding met datgene wat men aan het doen is, volledig verliest. En dit is naar onze mening voor pedagogische en instructieve situaties volstrekt verkeerd. De rekenliniaal heeft dit euvel niet. De rekenliniaal is zodanig, dat de eraan ten grondslag liggende principes aan het uiterlijk zijn af te lezen. Wij zijn dan ook van mening, dat het zomaar ineens afschaffen van een onderwijskundig zinvol hulpmiddel als de rekenliniaal onjuist is.

Probeersels van een mavo'leraar; een begin?

LEEN BOZUWA



Het is dus zover. Het rekenmachientje heeft officieel zijn intrede gedaan in het onderwijs, middels een schrijven van de Inspectie. We hebben het aan zien komen, er ons veel of nauwelijks zorgen om gemaakt, er af en toe eens over gefilosofeerd en het weer voor ons uit geschoven. Maar nu is het zover. En wat doen we er nu mee?

Ik ben maar begonnen om mijn wiskundeboek te pakken en te kijken hoe ik het machientje hierbij zou kunnen gebruiken. Ik weet wel dat dit boek niet voor rekenmachientjes is geschreven, dat, om het echt zinvol in de wiskundesles te laten functioneren, de methode aangepast zou moeten worden. Maar je moet toch ergens beginnen?

Hopelijk wordt er verder geëxperimenteerd, komt er een discussie op gang. Misschien zal ik over enkele jaren meewarig lachen over mijn probeerselen van vandaag.

Het eerste hoofdstuk waar ik mijn kans schoon zag, ging over wortels. Om het wortelbegrip aan te brengen kan het machientje goede diensten bewijzen, denk ik. Ik probeer maar eens wat: $\sqrt{360}$ en niet de worteltoets gebruiken natuurlijk. $18^2 = 324$; dan $18,9^2 = 357,21$ nog te klein; nu $18,99^2 = 360,6201$ dus te groot. Na 18,98 en 18,97 probeer ik $18,975^2 = 360,05062$. Een goede manier lijkt me inmiddels: het getal dat je probeert opschrijven, dan kwadrateren en vervolgens 360 er af trekken om het verschil te kunnen noteren. Wie heeft het snelst een benadering tot op zes cijfers nauwkeurig?

Ik probeer er nog een: $\sqrt{7}$ en dat kan ook zonder kwadraattoets.

$2,5 \begin{array}{|c|} \times \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} = \\ \hline \end{array}$ levert 6,25 en $\begin{array}{|c|} - \\ \hline \end{array} 7 \begin{array}{|c|} = \\ \hline \end{array}$ geeft de afwijking $-0,75$.

$2,7 \begin{array}{|c|} \times \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} = \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} - \\ \hline \end{array} 7 \begin{array}{|c|} = \\ \hline \end{array}$ geeft de afwijking 0,29.

Over de auteur:

Leen Bozuwa is geboren op 15 juli 1932 in Zwijndrecht. Werd onderwijzer door een tweejarige studie aan de Rotterdamse Avondweekschool. Behaalde daarna de acte wiskunde l.o. en m.o.-A. Is momenteel werkzaam als leraar aan de Prinses Juliana Scholengemeenschap voor Chr. Mavo en Havo te Dordrecht.

2,64 $\times$ $=$ $-$ 7 $=$ de afwijking $-0,034$.
 2,646 $\times$ $=$ $-$ 7 $=$ geeft afwijking 0,00 1316. Nog even 2,645 proberen:
 2,645 $\times$ $=$ $-$ 7 $=$ geeft afwijking $-0,00$ 3975.
 Dus op vier cijfers wordt het 2,646.

Ik moet eerlijk zeggen dat ik met de leerlingen gemeen heb, dat ik graag met zo'n apparaatje speel. Ik kon er dan ook niet genoeg van krijgen en probeerde $\sqrt[3]{3456}$ zo snel mogelijk te benaderen, op vier cijfers nauwkeurig. De opdracht om het in zo weinig mogelijk stappen te doen, stimuleert het schatten, ontdek ik. Probeer u het maar eens.

Ik bereken $13^3 = 2197$; wat is nu $1,3^3$? Eerst even laten schatten en dan controleren. Nu $\sqrt[3]{2197}$, $\sqrt[3]{219,7}$ en $\sqrt[3]{21,97}$. Zullen ze nog zo entoesiast zijn als ze er een paar jaar mee werken?

De iteratieve methode van wortels benaderen opent nieuwe perspectieven.

7 $\div$ 3 $=$ (uitlezing 2,33 333 33), gevolgd door $+$ 3 $=$ (uitlezing 5,33 333 33) en tot slot $\div$ 2 $=$. De uitkomst 2,66 666 67 gebruiken we voor: 7 $\div$ 2,66 666 67 $=$ (2,62 5) $+$ 2,66 666 67 $=$ (5,29 166 67) $\div$ 2 $=$ en je leest de uitkomst 2,64 583 33 af.

7 $\div$ 2,64 583 33 $=$ $+$ 2,64 583 33 $=$ $\div$ 2 $=$ geeft 2,64 575 13. Probeer je het met dat getal nog eens, dan krijg je hetzelfde getal terug. De machine kan het niet nauwkeuriger. Zou het altijd in drie stappen kunnen?

Omdat er nogal wat cijfers ingetoetst moeten worden, is het nu handig om het geheugen van de machine in te schakelen. Op het door mij gebruikte machientje vervangt M de inhoud van het geheugen door wat in het venster staat en zet MR de inhoud van het geheugen in het display. Ik toets dus in:

7 $\div$ 3 $=$ $+$ 3 $=$ $\div$ 2 $=$ M ;
 daarna 7 $\div$ MR $+$ MR $=$ $\div$ 2 $=$ M en dan dezelfde stappen. Hier kan een beetje geprogrammeerd worden.

Dat is ook het geval bij het volgende onderwerp: het berekenen van de afstand tussen twee punten waarvan de coördinaten gegeven zijn, bijvoorbeeld (2, 1) en (5, 6). De berekening wordt, vertaald in toetsen:

$(((2 - 5)^2 + (1 - 6)^2) \sqrt{x})$.

Examenopgaven komen vaak 'mooi' uit, anders heeft de leerling geen suksesbeleving of controle, verdrinkt hij in het rekenwerk of komt hij niet aan het eigenlijke probleem toe.

De opgave over een balk met ribben $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ en $\sqrt{6}$ (examen mavo-IV, mei 1978) ontmoette alleen door deze onmeetbare getallen kritiek.

Een leerling moet echter ook geleerd worden met wortels te rekenen en niet meteen elke wortel op te zoeken.

Hoe zullen we daar na het examenjaar 1980 over gaan denken?

Er komt 5,83 095 189 5 uit. U merkt het, deze keer gebruikte ik een machientje met een tiencijferige uitlezing. Voordat de worteltoets wordt ingedrukt, vertoonde het display het exakte antwoord, namelijk $\sqrt{34}$. Er zijn nu mogelijkheden om erg grote of minder mooie coördinatenparen te nemen. Wat dacht u van de afstand van (1234, 6532) tot (6651, 45321)? Ik kon het niet laten, er komt 39 165,42 365 uit. Als u wat anders vindt heb ik een tikfout gemaakt. Hoe moet het programmaatje gewijzigd worden als er negatieve coördinaten optreden?

Bij verhoudingen wordt het tijd om over zinvol afronden te gaan praten, immers $8,3 : 5,7 = 6,7 : p$ geeft $p = 4,60\ 120\ 481\ 9$. Voor leerlingen is het verleidelijk om al die cijfers achter de komma te laten staan. Het is toch veel nauwkeuriger? Ter controle kunnen nog de twee quotiënten berekend worden.

Natuurlijk komen we ook de sinusregel tegen. Dat ging op de rekenliniaal toch gemakkelijker!

We vertalen het voorbeeld $\frac{6}{\sin 35^\circ} = \frac{b}{\sin 67^\circ} = \frac{c}{\sin \gamma^\circ}$ in toetsen:

6 $\boxed{[]}$ 35 $\boxed{[\sin]}$ $\boxed{[=]}$ $\boxed{[M]}$ $\boxed{[\times]}$ 67 $\boxed{[\sin]}$ $\boxed{[=]}$ en vinden $b = 9,6$.
 180 $\boxed{[-]}$ 35 $\boxed{[-]}$ 67 $\boxed{[=]}$ $\boxed{[\sin]}$ $\boxed{[\times]}$ $\boxed{[MR]}$ $\boxed{[=]}$, hetgeen $\gamma = 78^\circ$ en $c = 10,2$ oplevert.

Het kan natuurlijk met $\frac{\sin 35^\circ}{6} = \frac{\sin \beta^\circ}{9,6} = \frac{\sin \alpha^\circ}{a}$ ook zo:

35 $\boxed{[\sin]}$ $\boxed{[]}$ 6 $\boxed{[=]}$ $\boxed{[M]}$ $\boxed{[\times]}$ 9,6 $\boxed{[=]}$ $\boxed{[\text{arc}]}$ $\boxed{[\sin]}$, met uitkomst $\beta = 66,6^\circ$ en zonder wissen $\boxed{[\pm]}$ $\boxed{[-]}$ 35 $\boxed{[+]}$ 180 $\boxed{[=]}$ (lees $\alpha = 78,4^\circ$) $\boxed{[\sin]}$ $\boxed{[\times]}$ $\boxed{[MR]}$ $\boxed{[1/x]}$ $\boxed{[=]}$, dus $a = 10,2$.

De cosinusregel geeft weer volop gelegenheid om eenvoudig programmeerwerk te doen.

Misschien dat er ook een mogelijkheid ligt bij het tekenen van grafieken van functies. Ik probeer het maar weer eens bij $x \rightarrow 2x^2 - 3x + 6$ van $[-2, 5]$ naar $\mathbb{R}$ en programmeer: a $\boxed{[M]}$ $\boxed{[x^2]}$ $\boxed{[\times]}$ 2 $\boxed{[-]}$ 3 $\boxed{[\times]}$ $\boxed{[MR]}$ $\boxed{[+]}$ 6 $\boxed{[=]}$. Voor a kunnen dan getallen genomen worden uit het interval $[-2, 5]$ met bijvoorbeeld stappen van $\frac{1}{4}$. De 'bocht' in de parabool kan zo eindelijk eens nauwkeurig getekend worden.

Verjaardagen, sinterklaas en andere gelegenheden hebben al beslist waarover wij nu tobben. De een heeft een eenvoudig rekendoosje en een ander een minikomputer. Of dat mag?

Wat wij nog te doen hebben is: zorgen dat rekenmachines op school gebruikt worden op een wijze die het meest in het belang van onze leerlingen is.

Ook derdegraads funkties behoren nu tot de mogelijkheden. Ik neem er maar weer eens een: $x \rightarrow x^3 - 3x^2 + 5x - 2$ van $[-1, 3]$ naar $\mathbb{R}$. Met stappen van $\frac{1}{2}$ komt er al een aardige grafiek:

a M y^x 3 - 3 × MR x² + 5 × MR - 2 =.

Vooraf met wat grotere getallen geeft het gebruik van het geheugen voordeel. Met wat oefening herkennen de leerlingen 0,625 wel als $\frac{5}{8}$, hoewel dat niet persé noodzakelijk is.

Al bladerend in mijn boek vraag ik me af of het zinvol is met het machientje twee vergelijkingen met twee variabelen op te lossen. Waarschijnlijk wel in een later stadium, als de oplossingsmethode voldoende bekend is, en als er eens wat minder mooie getallen gebruikt gaan worden.

Wat denkt u van $\begin{cases} 1,25x + 3,18y = 25,9 \\ 5,3x - 5,14y = 11,2 \end{cases}$?

Ik vond $x = 5,693242$ en $y = 5,9067446$. Waarschijnlijk is het nog leuk programmeerwerk.

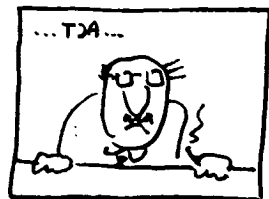
Zeker in de statistiek kunnen allerlei berekeningen gemakkelijker gedaan worden, met 'levensechte' getallen.

Als het apparaatje steeds binnen handbereik staat komt ook de controle van vergelijkingen door de wortel(s) te substitueren wat beter uit de verf. De berekeningen vormen geen beletsel meer.

Ziezo, ik doe mijn boek dicht, ik ben moe gespeeld. Ik heb een avondje gezellig zitten rekenen. Misschien hebt u er wat aan. Misschien pakt u uw eigen rekenmachientje ter hand en ontdekt u meer mogelijkheden. Al werkend in de klas komt er waarschijnlijk ook wel wat boven water. Hopelijk horen we nog van elkaars ervaringen. In Euclides is er wel ruimte voor, denk ik. Dan was dit echt maar: een begin!

Er zijn meerdere toetsmogelijkheden om een zakrekenmachientje op zijn nauwkeurigheid te toetsen. Als voorbeeld $\sin x : x$ met voor x achtereenvolgens .1, .01, .001, .0001, .00001, ... tot de uitlezing 1 is; naarmate x kleiner is, is het apparaat nauwkeuriger.

Mijn ervaringen in een leao



SJOERD SCHAAFSMA

Zo gauw je zegt dat je iets wilt gaan doen met rekenmachientjes, worden de meeste leerlingen gek. Ze roepen en gillen door elkaar dat juist zij er een willen hebben. Als die dingen uitgedeeld zijn – één per groepje van vier – begint het spelen. Woordjes maken. De tijd hieraan besteedt, varieert. Sommigen laten zien welke woorden zij kunnen maken en beginnen dan de toetsen op hun mogelijkheden te onderzoeken. Ik heb de klas niets verteld over wat er wel en wat er niet met zo'n apparaat gedaan kan worden. Mijn enige mededeling was, dat je iets van rekenen af moet weten om er goed mee te kunnen werken!

Na enige tijd, de ene groep eerder dan de andere, gaan de leerlingen proberen of ze iets aan het ding hebben bij het maken van berekeningen uit hun boek. Na ongeveer tien minuten vrij spel, grijp ik echter in en vraag dan enkele berekeningen uit te voeren. Enkelvoudige bewerkingen als optellen, aftrekken, vermenigvuldigen of delen.

De eerste moeilijkheden komen nu: er zijn verschillende antwoorden. Ik vraag meestal hoe dat komt en krijg van alles te horen: het apparaat deugt niet, het is kapot, de batterij is leeg, verkeerde toets ingedrukt, ... Bij de bespreking van de aangedragen mogelijkheden zie je aan de gezichten van sommigen al iets van 'hé, dat wist ik niet'.

Dan komt er weer wat oefening om te kijken of het beter gaat. Daar vragen de leerlingen meestal zelf al om. Het gaat nu, op een enkele uitzondering na, ook goed. De uitzondering corrigeert zichzelf meestal met een 'och ja, wat stom'.

Over de auteur:

Sjoerd Schaafsma is in 1971 gestopt met varen als stuurman bij de grote vaart en is wis- en natuurkundelessen gaan geven aan een streekschool. Een jaar later is hij wiskundeleraar geworden in Eindhoven aan de Nuts leao, die nu in een scholengemeenschap is overgegaan.

Helaas zitten er bij de laatste serie ook een paar opdrachten in de vorm van $12 : 3 \times 4$. Gevolg is weer dat er verschillen ontstaan. De volgorde van de bewerkingen komt nu naar voren. De bespreking is heel kort: ze willen verder, met dat ding werken.

Een volgend probleem is dan: breuken. Ik laat ze eerst een tijdje aanmodderen. Er worden zeer slimme dingen bedacht, die echter niet goed blijken te zijn. Dit is nog wel te controleren aan de antwoorden. Ook diegenen die thuis al lang zo'n apparaat hebben, komen er nu niet meer uit. Tenminste niet met repeterende breuken, zoals $\frac{1}{3}$. Dit rekenmachientje, de Omron P8, geeft namelijk op $\boxed{1} : \boxed{3} =$ in de uitlezing 0,33 333 333 maar als je dat dan drie keer neemt, komt er mooi 0,99 999 999 uit. Jammer voor de leerlingen. Ze zien dan dat $\frac{1}{3} \times 69 = 22,99 999 7$ is en niet 23. Hun reactie is dan vaak, dat dat toch niet zo erg is.

Het uitrekenen van kwadraten gaat slechts even met wat strubbelingen gepaard, want een paar leerlingen weten altijd wel te vertellen hoe dat moet. Het rekentuig heeft namelijk geen kwadraattoets. Het worteltrekken levert geen enkel probleem op, gezien de aanwezige toets hiervoor.

Het delen met rest geeft de meeste moeilijkheden. De rest is bij de leerlingen namelijk het getal dat achter de komma verschijnt. Bij wat gerichte vragen komt er dan wel uit dat het een decimaal getal is, maar hoe dat nu met die rest zit, daar komen ze niet uit. Dit lukt slechts gedeeltelijk door zeer gerichte en eenvoudige opgaven te laten maken. Bijvoorbeeld $11 : 2 = 5$ rest 1. Dan zien ze dat het niet klopt wat ze gezegd hebben. Zo verder werkend kun je dan komen tot ingewikkelder opgaven waar een rest bij gevraagd wordt.

Hebben de leerlingen eenmaal een machientje in handen, dan is het voor sommigen erg moeilijk om het uit handen te geven, zodat een ander er eens mee kan werken. Ook hebben ze sterk de neiging om nu alles met dat ding uit te rekenen, tot en met $2 + 2$ toe.

Het is een soort magisch ding voor vele leerlingen. In het begin denken ze dat nu hun rekenproblemen opgelost zijn. Het apparaatje is goed en je hoeft het niet te controleren. Nou ja, de batterij kan leeg zijn, maar dan doet ie het toch

Een komputer werkt alleen met stroompjes die bijvoorbeeld lampjes kunnen laten branden. Van die lampjes kun je een feestverlichting maken zodat het lijkt of je het getal 10 77 34 leest, maar houd je je machientje op zijn kop dan staat er een engelse groet . . .

Verzin een woord dat alleen de letters B, E, H, I, L, O, S bevat; maak dan een rekenopgave met jouw woord als uitkomst.

Tijdens de oliecrisis van 1974 vroeg iemand: 'Waar kun je vandaag benzine krijgen?' Antwoord: $142,15 469 \times 5$.

Bedenk een andere rekenopgave met hetzelfde antwoord.

niet meer, dus dat zie je zo. Gelukkig is het een paar keer voorgekomen dat dit (lege batterij) gebeurde en dat de leerling dit in de gaten kreeg. Het antwoord was zo gek. Ze hadden toen gemerkt, door vergelijking met anderen, dat er iets niet klopte. Hoe je enigszins kon nagaan of je antwoord goed was, daar kwamen ze echter niet uit. Het schatten van hoe groot het antwoord zou kunnen zijn, begrepen ze wel, maar werd toch niet toegepast.

De leerlingen uit de tweede klas vinden het over het algemeen maar onzin dat je geen rekenapparaat op school mag gebruiken. De leerlingen uit de eerste klas aanvaarden dit nog zonder meer.

Tot zover mijn ervaringen met elektronische rekenapparatuur. Ik hoop dat je er iets mee doen kunt. Mochten er hierover nog vragen zijn, dan hoor ik dat wel.

Menige luie leerling zal menen dat met zo'n knoppendoosje nu alles vanzelf gaat. Bij zorgeloos en luchthartig werken zal het resultaat zelden goed zijn.

Een berekening die met een zakrekenapparaat gemaakt moet worden, vereist nu eenmaal een grondig overleg, vooraf!

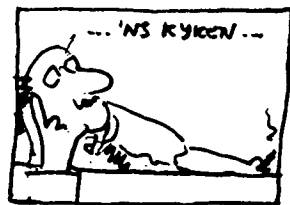
Verder zal men zich goed moeten duidelijk maken, wát er gedaan moet worden en in welke volgorde.

Pas na deze arbeid kan het intoetsen beginnen. Heeft men niet de beschikking over geheugens voor de opslag van tussenresultaten, dan moet er ook nog op het juiste moment een tussenuitkomst op papier gezet worden, om te voorkomen dat een serie berekeningen herhaald moet worden.

Tenslotte behoort het tot de goede gewoonten om vooraf een globaal antwoord uit het hoofd te berekenen. Dat kan dienen om het uiteindelijke resultaat te controleren. Op deze wijze blijft dan van het nuttige hoofdrekenen iets behouden en leert de leerling tevens dat het niet zinloos is om een globale berekening op te zetten. Dit kontrolerekenen kan er echter wel vlug bij inschieten.

Maar voor luie leerlingen is elk onderwijs een last en elke moeite tevergeefs, tenzij . . . die leerling zijn leven betert.

Enkele notities bij gebruik op een lhno



ANTON DONA

Sinds 1975 werken wij op onze school met rekenmachientjes in de wiskundelessen in de derde en vierde klas. Het zijn zeer eenvoudige machientjes. Na een introductie spelenderwijs, zijn ze voor de leerlingen steeds voorhanden: wie er een nodig heeft kan er zonder bezwaar gebruik van maken. Ook bij proefwerken is het gebruik toegestaan, behalve bij die waar de rekenvaardigheden getoetst worden en (helaas nog) bij het landelijk examen. Waarom zijn er onzerzijds geen bezwaren tegen het gebruik van deze machientjes? Wij zijn van mening dat de leerlingen alle mogelijke hulpmiddelen vrij moeten kunnen gebruiken om te komen tot een geordende, wiskundige aanpak van problemen in het algemeen. Andere hulpmiddelen die gehanteerd worden: schaar, plak, dobbelstenen, touwtjes om op te spannen, doorschijnend papier, tabellen, schema's, tekenpapier en meer van dit soort en vooral klasgenoten!

Voorbeelden?

Procenten, kortingen, b.t.w., schaal, verhoudingen blijken steeds opnieuw moeilijkheden te zijn die verhinderen om door te stoten tot de echte problemen en daarbij behorende oplossingen. Voorbeelden waarbij het met name gaat om het nemen van maatschappelijke beslissingen. Ga je de winkel binnen waar een truitje met 5% korting wordt aangeboden of naar een andere zaak waar je bij hetzelfde truitje een waardebon van f 2,50 kado krijgt? Hoe reageer je op de zeer verleidelijk, exclusief b.t.w. geprijsde, artikelen in een groothandel? Bij het voorbereiden moet de reisduur worden vastgesteld van de fietstocht naar een vormingscentrum in Drenthe. Met een rekenmachientje kunnen breuken simpel worden omgezet in decimale getallen.

Statistiek kan een belangrijk middel zijn om greep te krijgen op voor de leerlingen relevante situaties. Dan is het nodig om te starten bij de werkelijkheid

Over de auteur:

Anton Dona, geboren in 1944, is leraar handvaardigheid en wiskunde aan de school voor LHNO St.-Martha te Oisterwijk, waar hij ook adjunkt-direkteur is. Hij schreef deze notitie mede namens de wiskundeleraren van zijn school.

van nu. En 'lelijke' getallen zijn met rekenmachientjes geen hinderpalen meer. Omtrek, oppervlakte en inhoud zijn begrippen die vragen om concrete toepasbaarheid. Van een steekproef uit een patroon de totaalbenodigde hoeveelheid garen van elke kleur afleiden. Dan mag het bijbehorende rekenwerk geen struikelblok meer zijn. Net zo min als bij het omrekenen van een recept voor een ander aantal personen dan gegeven is. Ook bij 'meer wiskundige' inhouden als Pythagoras, richtingsverhoudingen, substitutie, zijn de machientjes steeds een dankbaar hulpmiddel om te komen tot de werkelijke essentie.

Tot slot nog enkele opmerkingen.

Wanneer, zoals dat in onze lessen het geval is, de machientjes worden aangeboden als een vanzelfsprekend hulpmiddel, dan blijkt uit onze ervaringen dat de machientjes niet onzinnig of overmatig gebruikt worden. Er gaan heel wat lessen voorbij zonder dat een machientje gebruikt wordt.

Op de basisschool en in de onderbouw van onze school, dat is samen minstens acht jaar, wordt alle aandacht besteed aan het begripsmatig verwerken van de hoofdberekeningen. Als dit voor leerlingen al steeds een zware gang is geweest, hoor je nu spontaan de uiting 'eindelijk'!

Door voortdurend de aandacht te vestigen op het vinden van een zelf-geordende oplossing van de gestelde problemen, onderkennen de leerlingen snel dat zo'n machientje slechts een hulpmiddel is met beperkingen. En dat de cijfertjes die het laat zien, volledig afhankelijk zijn van eigen inzicht en kunnen. Het zou goed zijn de gegeven voorbeelden nog konkreter uit te werken, die momenten te registreren waarop je als docent zegt 'Gelukkig dat ik nu een machientje in de klas heb'.

Bijvoorbeeld een leerlinge die moest weten hoeveel 18% van f 670 is. Zij dacht als volgt: '5% van 100 is vijf honderdste deel van 100; dat weet ik zó, dat is 5. Op mijn machientje uitzoeken hoe dát gaat.' En analoog weet zij: 'Dan is 18% van f 670 ook zo te vinden'. Onze mening is, dat zo'n leerling erg clever met haar machientje omgaat.

De titel van dit stukje tekst duidt aan, dat wij niet meer pretenderen dan datgene wat er staat. Opbouwende kritiek en suggesties zijn altijd welkom.

Ik heb één programmeerbare machine in de klas in gebruik. Om het functiebegrip toe te lichten stop ik er een functievoorschrift in. Bij elk origineel laat ik een leerling door een druk op de knop de funktiewaarde bepalen. Dat geldt ook voor een leerling die twijfelt aan zijn eigen berekening.

Deze werkwijze is ook, zeker aanvankelijk, te gebruiken voor het tekenen van de grafiek van een functie.

Rekenen met onnauwkeurige getallen



THEO KRISTEL

1 Inleiding

Door de officiële invoering van het rekendoosje als leermiddel is het mogelijk geworden om de wiskundeles door het gebruiken van 'echte getallen' in plaats van 'mooie getallen' een realistischer karakter te geven dan voorheen. Hiermee wordt echter tevens een element in de wiskundeles geïntroduceerd dat vroeger of nauwkeurig werd vermeden of met de (zeer) losse hand behandeld werd: de nauwkeurigheidsproblematiek.

Het is de bedoeling van dit korte artikel om een oriëntatie op de nauwkeurigheidsproblematiek te verzorgen voor de leraar die zich hier voorheen niet zo mee bezig hield. En ook niet meer dan dat.

Het grondprobleem kun je formuleren op de manier waarop de auteurs van *Moderne wiskunde* (deel 2 voor de brugklas, derde herziene druk, pagina 86 bovenaan) dit gedaan hebben:

'Wanneer een getal meer decimalen bevat dan verstandig is, dan moet het worden afgerond.'

Genoemde auteurs hebben er echter vanaf gezien om er over te praten hoeveel decimalen dan wel verstandig zijn. En terecht (in de brugklas), want dat is niet zo makkelijk. Laten we 'ns kijken waar de problemen zitten.

Over de auteur:

Theo Kristel, geboren op 30 oktober 1945, heeft theoretische natuurkunde gestudeerd aan de Universiteit van Amsterdam. Na enige jaren wiskundeles te hebben gegeven aan de Grafische MTS te Amsterdam is hij vanaf 1 augustus 1976 als leraar wiskunde verbonden aan de Nieuwe Leraren Opleiding van de Gelderse Leergangen te Nijmegen.

Hij neemt deze gelegenheid te baat om te vermelden dat dit artikel en het vervolgartikel nooit geschreven zouden zijn zonder de vele verhelderende discussies over numerieke wiskunde met zijn kollega Guido Bakema.

Als ik het getal 1,6748 voor mijn neus krijg weet ik echt niet hoeveel decimalen verstandig zijn. Daar heb ik extra informatie voor nodig, namelijk wat dit getal eigenlijk voorstelt.

Normaal is het in de wiskunde zo dat een getal zichzelf voorstelt, en je zou kunnen denken dat de kous daarmee af is. Maar wat te denken van de natuurkundige, die beweert dat de massa van een neutron $1,6748 \times 10^{-27}$ kg is? Of van een wiskundige die beweert dat de wortel uit 2,805 ongeveer 1,6748 is? In beide uitspraken gaat het over dingen die in de praktijk bekend staan als onnauwkeurige getallen. Maar wat is dat nou, een onnauwkeurig getal?

De natuurkundige van hierboven bedoelt niet te zeggen dat de waarde van de neutronmassa, gemeten in kg, precies gelijk is aan $1,6748 \times 10^{-27}$. Hij bedoelt te zeggen dat hij niet weet hoe groot de neutronmassa m is, maar dat hij uit metingen te weten is gekomen dat m tussen $1,67475 \times 10^{-27}$ kg en $1,67485 \times 10^{-27}$ kg ligt.

Evenzo wil de wiskundige van hierboven niet tot uitdrukking brengen dat de wortel uit 2,805 precies gelijk is aan 1,6748 – sterker nog, hij weet zeker dat dit niet zo is! – en daarom gebruikt hij ook het woord ongeveer. Hij bedoelt te zeggen dat hij slechts zeker weet dat die wortel tussen 1,67475 en 1,67485 inligt.

Kennelijk kunnen we een onnauwkeurig getal wiskundig vertalen als een interval van getallen. In wiskundetaal kan ik de bedoeling van beide uitspraken als volgt formuleren:

$$1,67475 \times 10^{-27} \leq m < 1,67485 \times 10^{-27}$$

$$1,67475 \leq \sqrt{2,805} < 1,67485$$

Het is historisch gegroeid – en in de praktijk ook handig – om deze uitspraken over verzamelingen als volgt te noteren:

$$m = (1,6748 \pm 0,5 \times 10^{-4}) \times 10^{-27}$$

$$\sqrt{2,805} = 1,6748 \pm 0,5 \times 10^{-4}$$

Deze schrijfwijze is met name handig omdat je heel gemakkelijk nu over (andere) foutenmarges kunt praten. Onze wiskundige toetst bijvoorbeeld $\sqrt{2,805}$ op zijn nieuwe rekendoos in, ziet 1,674813422 in de uitlezing, weet zeker dat de eerste zes decimalen wel zullen kloppen (zie later), konkludeert dat

Waar maken we al die drukte voor? Omdat een komputer intelligent is? Of omdat de mens lui is? Of om de werkloosheid te bevorderen? (N.B. let op het onderscheid tussen de begrippen mechanisatie, automatisering en komputergestuurde processen).

Nee, de komputer is alleen daar bruikbaar waar de faktor tijd een beperkende faktor is. Bij processen dus die te langzaam uitgevoerd worden, kan de komputer ingeschakeld worden. Deze processen moeten dan bovendien het karakter van routinehandelingen hebben.

$\sqrt{2,805} - 1,6748$ ongeveer $0,000013422$ is, en zegt tegen zichzelf: als ik die foutenmarge van ongeveer $0,000013422$ veilig (en dus naar boven) afschat met $0,00002$ dan kan ik (met verlies van informatie) dus ook opschrijven dat

$$1,67478 \leq \sqrt{2,805} \leq 1,67482, \text{ ofwel } \sqrt{2,805} = 1,6748 \pm 0,2 \times 10^{-4}$$

Nu ik weet wat onnauwkeurige getallen voor dingen zijn, zal ik geen moeite meer doen om dat woordgebruik te vermijden. Integendeel, binnen de kontekst van dit artikeltje zal 'getal' verder altijd 'onnauwkeurig getal' betekenen. En als u zich afvraagt hoe dat dan met de gewone (echte, exakte) getallen zit, dan antwoord ik u dat ik die beschouw als onnauwkeurige getallen met foutenmarge nul. Dus als ik $1,6748$ opschrijf bedoel ik de verzameling bestaande uit het element $1,6748$, oftewel $1,6748 \pm 0$.

Hoe ben ik nou op dit punt uitgekomen? O ja, ik had de vraag gesteld wat het verstandige aantal decimalen van een getal is. Er was toen meer informatie nodig over wat dat getal eigenlijk voorstelt, en ik ben zo terecht gekomen op de begrippen onnauwkeurig getal en foutenmarge. En die foutenmarge is de extra informatie die ik zoekt. Want de foutenmarge van een getal beschrijft hoe nauwkeurig ik dat getal ken. En ik zal zodanig willen afronden, dus zodanig het aantal verstandige decimalen willen bepalen, dat de nauwkeurigheid waarmee ik dat getal ken niet essentieel aangetast wordt.

In de oorspronkelijke versie van dit artikel volgde nu een (lange) paragraaf, waarin ik uitvoerig op dit afrondingsprincipe inging. Om begrijpelijke redactionele redenen is besloten deze volgende paragraaf als een apart vervolgartikel in het juni-julinummer op te nemen. Het enige dat ik uit dit vervolgartikel nu wil vermelden is de volgende afspraak.

Ik ga er van uit dat slechts 1 cijfer van de foutenmarge belangrijk is. Dat ene cijfer bepaal ik door die foutenmarge op de gebruikelijke manier op 1 cijfer nauwkeurig af te ronden (en niet, zoals hierboven, door die foutenmarge naar

Zeker in het schoolpraktikum is alle meten betrekkelijk onnauwkeurig. Een leerling kan daar de meetwaarden $8,9$ en $3,7$ krijgen. Om de te bepalen grootte te krijgen moet hij delen $8,9 : 3,7$. De rekenmachine geeft dan zeer snel als antwoord $2,405405405$. In het voorbeeld is alleen $2,4$ zinvol. Al die andere decimalen zijn 'in het echt' zinloos. Maar om $2,4$ uit te rekenen is geen elektronische rekenmachine nodig!

Wanneer we te maken hebben met 'echte problemen' is het vóór alles belangrijk de leerling begrip bij te brengen over de waarde van al die prachtige decimalen in zo'n antwoord met betrekking tot de meetnauwkeurigheid. En daarbij kan een rekenmachientje wél een bijdrage leveren! (zie ook blz. 382)

boven af te schatten). Bijvoorbeeld: als de foutenmarge $0,249 \times 10^{-2}$ is, schrijf ik hiervoor $0,2 \times 10^{-2}$. Het feit, dat er zo een foutenmarge in de foutenmarge blijft bestaan, bespreek ik uitvoerig in dat vervolgartikel.

2 Hoe nauwkeurig is een rekendoosje?

De aanhef stelt een vraag die stukken lastiger te beantwoorden is dan de vraag naar het verstandige aantal decimalen van een getal. In de recente literatuur over het onderwerp rekendoosje heb ik er niets over gevonden. De meeste fabrikanten geven geen informatie hierover. Sommige fabrikanten geven echter net zoveel informatie dat met enige kennis van zaken aangaande de werking van computers wel ongeveer valt uit te dokteren hoe ze intern werken. En daarmee heb je dan een ingang tot het nauwkeurigheidsprobleem.

Ik begeef me nu duidelijk op glad ijs, maar wil desondanks proberen om voorzichtig een aantal uitspraken te doen waar je in de praktijk wat aan hebt.

Als rekendoosjes-enthousiast heb ik een simulatie van de interne werking van vijf verschillende typen rekendoosjes uitgevoerd. In het kort behelsde deze simulatie het doen van twintig achtereenvolgende vermenigvuldigingen (zonder noteren van tussenresultaten) en het vergelijken daarvan met geijkte uitkomsten. Op basis van deze simulatie durf ik met veel schroom en terughoudendheid de volgende vuistregel te formuleren.

Voor het nauwkeurigheidsprobleem kun je de rekendoosjes met een uitlezing van acht of meer cijfers in twee soorten verdelen.

Soort 1 kun je karakteriseren door het feit dat de berekening $20/3 - 6,66\ 666\ 66$ een uitkomst groter dan 0 oplevert. Voor deze soort kun je (binnen de beperkingen van de simulatie) m.i. veilig stellen dat de procentuele fout in de einduitkomst nooit meer dan 0,00001% zal bedragen.

Soort 2 is essentieel minder nauwkeurig en kun je karakteriseren door het feit dat de berekening $20/3 - 6,66\ 666\ 66$ de uitkomst 0 oplevert. Of deze soort onder de goedkopere rekendoosjes feitelijk ook voorkomt weet ik eigenlijk niet. Maar dat is in dit kader ook niet zo relevant. Waar het om gaat is dat je voor zo'n soort rekendoosje een procentuele fout van 0,0001% moet aanhouden.

Tot slot van dit stukje laat ik even zien wat die vuistregel nu in de praktijk

Mogelijk wordt nu eens nagegaan wat een wijziging in een parameter in de berekening tot gevolg heeft in het eindantwoord.

Aan de docenten wiskunde



kenmerk	kl/rh	datum	mei 1979
afdeling	Voorlichting Secundair Onderwijs	telefoon (050) 16 2314	
onderwerp	Euclides		

Geachte docent(e),

Ongetwijfeld wilt u veranderingen en vernieuwingen in de didactiek van de wiskunde op de voet volgen. Vandaar dat wij u een exemplaar sturen van Euclides, het maandblad voor de didactiek van de wiskunde.

Mocht u al tot de vaste lezerskring behoren, dan heeft deze brief u niets nieuws te vertellen. Het zou echter kunnen zijn, dat u wel van het bestaan van Euclides afweet, maar dat u er nog niet grondig mee hebt kennisgemaakt. In dat geval nodigen wij u uit het bijgaande nummer eens rustig door te nemen, om vervolgens te overwegen of het niet de moeite waard is om u van geregelde toezending te verzekeren.

Eén nummer kan u natuurlijk geen compleet beeld geven van wat er in een hele jaargang zoal aan de orde komt. Daarom vermelden wij nog, dat Euclides dit jaar onder meer de volgende artikelen bevatte:

- Ervaringen met rekenmachientjes
- Gebruik en misbruik van variabelen...
- Internationale Wiskunde Olympiade
- Vaardigheden van een wiskundedocent(e), het gepland en ad hoc reageren
- Bespreking van examens (MAVO-4, MAVO-3/LTO-C, het overige LBO, HAVO, VWO)
- Oliesheik Abdoel, een van de WisbruGprojecten.

Ook dit is nog maar een 'losse greep' uit een veel groter aantal artikelen en wetenswaardigheden. Met Euclides houdt u, wat de ontwikkelingen in de wiskundedidactiek betreft, steeds de vinger aan de pols. Geen enkel blad is onmisbaar. Euclides ook niet. Maar als u Euclides niet ontvangt, mist u - dachten wij - wel heel wat waaraan u veel zou kunnen hebben.

Aan de binnenkant van het omslag van het bijgaande nummer staat vermeld hoe u zich kunt abonneren. Het vlugst gaat dat door even (050) 162189 te bellen. U kunt dan rekenen op toezending van het eerstvolgende nummer.

Met vriendelijke groeten,
hoogachtend,

Wolters-Noordhoff bv

Mw. K. Linde

Bijlage: nummer Euclides

244 - 27

Den Haag, april 1979

Aan alle wiskundeleraren van het voortgezet onderwijs.

Het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren heeft in de afgelopen jaren herhaalde malen haar bezorgdheid uitgesproken ten aanzien van de departementale plannen met het Instituut Ontwikkeling Wiskunde Onderwijs (IOWO).

Nu de beleidsvoornemens van staatssecretaris Hermes het effect zullen hebben dat het werk van het IOWO abrupt wordt afgebroken, wil het bestuur daar krachtig stelling tegen nemen. Stopzetting van de werkzaamheden van het IOWO betekent immers dat aan een aantal belangrijke ontwikkelingen binnen het reken- en wiskundeonderwijs een einde wordt gemaakt. Voor het voortgezet onderwijs betekent dat:

*** Leerplanontwikkeling 12-16**

Het zijn vooral de leerlingen in het lbo waarvoor dankzij het IOWO nu wiskundeonderwijs mogelijk wordt waar zij gemotiveerd aan kunnen werken, wiskundeonderwijs dat zinvol is voor hun verdere leven.

Een groot aantal scholen van lbo tot vwo, middenschole, maar ook scholen voor buitengewoon onderwijs en onderwijs aan volwassenen maken gebruik van dit werk. Deze scholen dreigen door de afbraak van het IOWO ernstig gedupeerd te worden.

*** Herverkaveling wiskunde 1 en 2 (Hewet)**

De werkgroep Hewet heeft een interimrapport gepubliceerd met een aantal plannen voor de wiskunde van de bovenbouw van het vwo, waardoor o.m. een betere aansluiting met het w.o. tot stand kan komen.

Deze veelbelovende plannen zijn alleen realiseerbaar als er goede voorzieningen worden getroffen ten aanzien van

- begeleiding van experimenten
- ontwikkeling van leerstofpakketten
- heroriëntering van leraren.

Het wegvallen van het IOWO zal vrijwel zeker betekenen dat deze plannen geen doorgang kunnen vinden.

*** Didactiekcursussen**

De didactiekcommissie van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren organiseert in samenwerking met het IOWO sedert jaren een drietal didactiekcursussen (zgn. A, B en C-cursussen). Deze vorm van bijscholing met een gevarieerd kader van betrokkenen aan leraren uit alle geledingen van het voortgezet onderwijs past niet in de nieuwe verzorgingsstructuur en dreigt nu tussen wal en schip te raken.

*** Het project "computerkunde"**

Leerlingen voorbereiden op onze snel veranderende maatschappij betekent ook het kritisch behandelen van automatiseringsverschijnselen. Een jaarlijks stijgend aantal leerlingen, op dit moment rond 11000, volgt daarom computerkunde.

Dit is een nationaal project voor het voortgezet onderwijs met leerboeken op verschillende niveaus, continue begeleiding en zeer goedkope computerfaciliteiten. Het meeste hiervan verzorgd door de IOWO-afdeling Onderwijs Computercentrum (OC).

Sluiting van het OC of isoleren van de afdeling van zijn verzorgende en inspirerende omgeving kan het einde betekenen van dit project, dat uniek is in de wereld.

Het mag niet gebeuren dat aan het inspirerende werk van het IOWO voortijdig een eind wordt gemaakt!

Daarom vraagt het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren U om het IOWO in zijn actie te steunen.

We citeren uit de aktiebrief van het IOWO:

Wilt U helpen voorkomen dat de ontwikkeling van het reken/wiskundeonderwijs in het slop zal raken? Dat kan!

- * Ten eerste door per omgaande een persoonlijke *brief* naar het IOWO^{*} te sturen, waarin U aangeeft wat het wegvallen van het IOWO-werk betekent voor Uw eigen werk.
Let wel: geadresseerd aan het IOWO, maar gericht aan de Minister van Onderwijs en Wetenschappen.
- * Ten tweede door zoveel mogelijk persoonlijke *activiteiten* te ondernemen, als: (regionale) publicaties, contact met politici, bonden, e.d.
- * Ten derde, en dit geldt met name voor de groep die zich zeer nauw met het IOWO-werk verbonden voelt, door f. 10.- te storten op gironummer 3105662, ten name van IOWO te Utrecht, onder vermelding van "*IOWO-steun*".
Deze bijdragen zullen ten dienste komen van een voorlichtingscampagne: onder meer informatie-advertentie, oproep tot bijwonen van een openbare vergadering, e.d.

Namens het bestuur,

drs. J.W. Maassen,
secretaris

* Adres IOWO
Tiberdreef 4,
3561 GG Utrecht.

betekent. Veronderstel dat ik als einduitkomst $5,39\,284\,71 \times 10^{13}$ heb verkregen op een rekendoosje van soort 1. Hierin zit dan een procentuele fout van hoogstens 0,00001%, dus een foutenmarge van $5,39\,284\,71 \times 10^6$. Afronding van de foutenmarge op één cijfer geeft dan $5 \times 10^6 = 0,5 \times 10^7 = (0,5 \times 10^{-6}) \times 10^{13}$ zodat ik voor de werkelijke waarde $(5,39\,284\,71 \pm 0,5 \times 10^{-6}) \times 10^{13}$ mag opschrijven. Afronding naar minder decimalen is volgens de in het vorige stukje gemaakte afspraken niet verstandig.

Het is echter niet per sé nodig om elke keer opnieuw die procentuele fout uit te rekenen. Want afgezien van de eventuele macht van 10 is 9,999999 het grootste getal in de uitlezing, zodat 0,00001% hiervan, oftewel $0,1 \times 10^{-5}$, de grootste foutenmarge is die voor kan komen. En voor de meeste doeleinden is die foutenmarge precies genoeg. In de rest van dit artikeltje zal ik zelf echter van de op één cijfer afgeronde procentuele foutenmarge uitgaan. En ik zal rekenen met een rekendoosje van soort 1.

3 Het quotiënt van omtrek en diameter van een bonenblik.

Als sluitstuk van dit artikeltje wil ik laten zien hoe alle tot nu toe besproken zaken kunnen functioneren bij de uitwerking van een gewone schoolboeksom. Als voorbeeld van een dergelijke opgave heb ik uit *Moderne Wiskunde*, deel 2 voor de brugklas, 3e herziene druk opdracht 10 van paragraaf 5.3 gekozen. Deze opgave luidt:

Meet van een groenteblik zo nauwkeurig mogelijk de diameter. Maak van een touwtje gebruik om van dat groenteblik ook de omtrek te meten. Is deze omtrek ongeveer gelijk aan 3,14 maal de diameter?

Ik vind het iets instruktiever om de vraag uit de opgave als volgt te formuleren: is het quotiënt van omtrek en diameter ongeveer gelijk aan 3,14?

Toen ik de opgave ging maken had ik alleen een bonenblik in de buurt en heb dat maar gepakt. Voor de omtrek vond ik 31,9 cm en voor de diameter 10,3 cm. Berekening van het quotiënt $31,9/10,3$ op mijn rekendoosje via de procentuele fout van 0,00001% geeft $3,09\,708\,74 \pm 0,3 \times 10^{-6}$. Afronding op minder decimalen is niet verstandig, zoals uit het vervolgartikel zal blijken, en mijn konklusie is dat 3,14 op geen stukken na in dit interval ligt. En voor

Er zijn apparaten die de zogenaamde wetenschappelijke notatie alleen kunnen gebruiken om een eindantwoord in die notatie te schrijven. Bij verder rekenen vervalt die notatie weer; dit komt de nauwkeurigheid zeker niet ten goede!

mij betekent dit dat mijn berekende quotiënt niet ongeveer gelijk is aan 3,14. Ik ben een beetje onthutst dat mijn antwoord relatief zover van de 3,14 afligt: een afstand van ongeveer 0,05. Dat zal dan wel komen omdat ik een beetje onnauwkeurig gemeten heb. Opnieuw meten? Dat kan ik doen, maar dan krijg ik toch weer zo'n nauw interval, en ik geef mezelf niet veel kans dat 3,14 daar **dan** wel inligt.

Het is veel realistischer om naar de invloed van de meetfout op het uiteindelijke antwoord te gaan kijken. Als die invloed een foutenmarge van 0,05 of meer blijkt op te leveren ben ik uit de brand! En dat zou best kunnen; want de fouten die het rekendoosje maakt vallen in het niet bij de meetfouten in de ingevoerde getallen.

Sommigen van u zullen nu denken: oh, dan moet ik foutenrekening toe gaan passen, en dat behandel ik nooit op school. Bij dit soort eenvoudige sommetjes is dat echter helemaal niet nodig. Ik vind het zelfs zinvol om dit soort opgaven juist niet met foutenrekening te doen, omdat er dan meer inzicht in het wezen van die invloed van meetfouten ontstaat.

Ik ben daarna dus mijn meetmethode gaan analyseren en kwam tot de ontdekking dat in mijn omtrek wel een foutenmarge van 0,3 cm en in mijn diameter wel een foutenmarge van 0,2 cm zou zitten. Het quotiënt van omtrek en diameter kan dus elk getal van de vorm x/y zijn met $x = 31,9 \pm 0,3$ en $y = 10,3 \pm 0,2$. Maar al die getallen vormen samen weer een interval waarvan het linkereindpunt de kleinste waarde van x/y en het rechter eindpunt de grootste waarde van x/y zal zijn.

Ik ben geneigd dit als volgt op te schrijven:

$$\frac{x}{y} = \frac{31,9 \pm 0,3}{10,3 \pm 0,2} \Leftrightarrow \frac{31,9 - 0,3}{10,3 + 0,2} \leq \frac{x}{y} \leq \frac{31,9 + 0,3}{10,3 - 0,2}$$

Vervolgens bereken ik de eindpunten van dit interval met mijn rekendoosje, en vind dan:

$$3,0095238 \pm 0,3 \times 10^{-6} \leq x/y \leq 3,1881188 \pm 0,3 \times 10^{-6}$$

De onzekerheid in de ligging van het linkereindpunt neem ik weg door daarvoor de laagste waarde 3,0095235 te kiezen. De onzekerheid in de ligging van het rechter eindpunt neem ik weg door daarvoor de hoogste waarde 3,1881191 te kiezen. Het midden van het zo ontstane interval is dan $6,1976426 : 2 = 3,0988213$. Ik verkrijg dus als resultaat

$$x/y = 3,0988213 \pm 0,09$$

dat er verstandig afgerond uit ziet als

$$x/y = 3,1 \pm 0,09.$$

Nu ben ik zeker geneigd te zeggen dat het quotiënt van omtrek en diameter ongeveer gelijk is aan 3,14.

Ik wil eindigen met een vraag. Vindt u nou ook dat het quotiënt van omtrek en diameter ongeveer gelijk is aan het getal pi? En waarom vindt u dat (of niet)?

Informatie over zakrekenmachines



JAN SLOFF

Geïnspireerd door de activiteiten van de Vlaamse Vereniging van Wiskundeleraars ben ik me vanaf april 1978 gaan bezighouden met de zakrekenmachine in de school. In dit stuk wordt de zakrekenmachine aangeduid met ZRM. De eerste versie van dit artikel is geschreven op 8 september 1978, de tweede versie op 27-11-1978. Deze data vermeld ik uitdrukkelijk, want wat op 27-11 over een ZRM geschreven wordt, kan op 28-11 achterhaald zijn door nieuwe informatie of nieuwe apparatuur of nieuwe prijzen. Uit deze data kunt u bovendien afleiden, dat ik een leek ben, die om tot een keuze te komen zich zo goed mogelijk wil informeren.

Dit stuk bestaat uit twee onderdelen: 1e een aantal ervaringen; 2e een aantal aspecten van een ZRM, waarmee men bij aankoop rekening moet houden. Het lijkt niet juist in een aflevering van Euclides, maandblad voor de didaktiek van de wiskunde, ook iets over individuele apparaten te schrijven. Dit nummer behandelt immers het gebruik in de klas.

1 Ervaringen

Er is een uitgebreide buitenlandse literatuur over de ZRM.

De Nederlandse literatuur is wat minder uitgebreid. In ieder geval moeten vermeld worden:

- Calculators, een artikel van Ir. H. Strikwerda in de Ingenieur, jrg. 87, nr. 46/13, november 1975.

Over de auteur:

J. J. Sloff is docent vakdidaktiek wiskunde RUG en leraar wiskunde aan het Ubbo Emmius Lyceum te Stadskanaal.

- De Consumentengids van december 1976 en van oktober 1977 (in augustus 1979 komt de Consumentenbond met een nieuw onderzoek).
- Wegwijs in wetenschappelijke calculators door D. Winia en
- Allerhande met populaire rekenapparaten door D. Winia (beide boekjes zijn Vroom en Dreesmannuitgaven).
- een aantal artikelen van Prof. Dr. F. v.d. Blij in de Wiskrant, een uitgave van het I.O.W.O., Utrecht.

Naast de al genoemde publikatie in de Consumentengids van augustus 1979 verschijnt er een artikel in Faraday, het orgaan van de Nederlandse Vereniging voor Onderwijs in de Natuurwetenschappen.

Op de Didacta in april 1978 te Brussel kwam de ZRM slechts in één stand voor en wel bij de afdeling schooladministratie.

Een aantal ZRM's, die nu in de winkels liggen of in de aan de scholen toegezonden reclame genoemd worden, komt in de genoemde literatuur niet voor.

Het is mij niet mogelijk iets te zeggen over de mechanische kwaliteiten van de ZRM. Mijn eigen ZRM en een aantal geleende apparaten geef ik zo vaak als mogelijk aan onervaren leerlingen in handen en ze hebben ze tot nu toe niet kapot gekregen. Een enkele leerling vertoont iets, dat men 'apparatenvrees' zou kunnen noemen. De leerlingen kunnen heel goed met deze dingen spelen en vinden snel het gebruik van de toetsen. Het betreft hier leerlingen uit de 2e en 3e klassen havo en v.w.o. Wel blijkt hierbij, dat de leerlingen niet in staat zijn een ZRM optimaal te gebruiken. Zij zullen hiervoor een aantal algoritmen moeten leren en ze zullen in staat moeten zijn berekeningen te programmeren op hun eigen ZRM. De beide boekjes van Winia bevatten een groot aantal duidelijke voorbeelden van berekeningen en de bijbehorende programma's. De meestvoorkomende fouten zijn intoetsfouten en programmafouten. Een intoetsfout maakt men, als men een verkeerde toets indrukt. Een programmafout is een fout in het door de rekenaar opgesielde rekenprogramma.

Wij hebben nog steeds als onderwijsdoel leerlingen inzicht bij te brengen. Onze dagelijkse ervaring is, dat inzicht niets te maken heeft met veel-eisend rekenwerk. Sterker nog: veeleisend rekenwerk is vaak een belemmering om tot inzicht te komen.

Men zal bij het gebruik van zakrekenapparaten wel een en ander moeten veranderen. Wat vroeger een lastig en bewerkelijk vraagstuk was is nu in een handomdraai gedaan.

Op deze wijze zal de aandacht wat meer gericht kunnen worden op de eigenlijke problemen. Welke zijn dat toch, die 'eigenlijke problemen'?

2 Zaken, waarop gelet moet worden

a De toetsen.

Duidelijkheid en leesbaarheid. Is het voelbaar dat men een toets indrukt? Er zijn apparaten, waarbij een lichte aanraking van de toets al voldoende is. Het gevolg is vaak dat er dan in plaats van één cijfer een hele reeks cijfers of niets verschijnt. Bij een enkel merk vertoont de toets te veel weerstand bij het indrukken; men denkt dan dat de toets ingedrukt is, terwijl er niets gebeurd is. Bij sommige merken is niet alles aangegeven wat men met een toets kan doen. Voorbeeld: de toets voor $\ln x$ is doorgaans ook de toets voor e^x . Bij een aantal merken is dit duidelijk aangegeven; bij een aantal andere merken staat er bij die toets bijv. alleen $\ln x$, terwijl deze toets ook voor e^x gebruikt moet worden. Er is een aanbeveling van één functie per toets. Dat dit voor de vier hoofdbewerkingen moet gelden is duidelijk. Voor de andere functies vind ik het juist prettig dat functie en inverse op één toets zitten. De leerlingen hebben tot nu toe ook geen problemen gehad met twee functies per toets.

Bij aanschaf controleren of alle toetsen functioneren.

b Het uitleesvenster (display).

Let op het aantal symbolen, dat uitgelezen kan worden. Hoe zit het met het plaatsen van komma's en de zogenaamde wetenschappelijke notatie. Bij één merk kwam het voor dat een antwoord in maximaal 8 cijfers verscheen, maar bij gebruik van de wetenschappelijke notatie in slechts drie of vier cijfers.

Hoe duidelijk is het beeld? Cursief schrift is het duidelijkst.

Er zijn drie uitleessystemen:

- groene fluorescentiecijfers. Deze zijn duidelijk afleesbaar, maar de lichtopbrengst en daarmee de duidelijkheid neemt op den duur af.
 - rode LED-cijfers (licht emitterende diode). De duidelijkheid is afhankelijk van de lichtinval en de kijkrichting. Ze hebben een hoog stroomgebruik.
 - vloeibare kristallen. Deze zijn zeer duidelijk en gebruiken haast geen stroom.
- ### c Geheugen en haakjes.

Om samengestelde berekeningen te kunnen uitvoeren heeft men een aantal haakjes nodig. Haakjes kunnen worden vervangen door één of meer geheugens. Noodzakelijk is een aantal haakjes en één geheugen. Er zijn apparaten, die bij gebruikmaking van geheugen en haakjes dit aangeven op het display; weer andere doen dit niet. De eerste verdienen voorkeur.

d De volgorde van bewerkingen.

Een euvel is het zogenaamde 'kralen rijgen', dat door het gebruik van een zakrekenmachientje in de hand wordt gewerkt. Bedoeld is de onzorgvuldige notatie $3 + 5 = 8 + 7 = 15 + 1 = 16$ in plaats van de som $3 + 5 + 7 + 1 = 16$.

Afgezien van de haakjes zijn er doorgaans drie methoden van invoer van getallen en bewerkingssymbolen mogelijk:

- algebraïsche methode zonder hiërarchie: $2 + 3 \times 4 = 5 \times 4 = 20$.
- algebraïsche methode met hiërarchie: $2 + 3 \times 4 = 2 + 12 = 14$.
- de omgekeerde poolse notatie; hierbij worden eerst de getallen en dan de bewerkingssymbolen ingevoerd. De naam is afkomstig van Poolse logici, die functies van twee variabelen – zoals bijv. de optelling – noteerden door eerst het functiesymbool en dan de originelen te vermelden. Omgekeerd Pools is dan: eerst de originelen en dan de functiesymbolen.

Bij apparaten met hiërarchie kan deze ook nog ten dele zijn. Bijvoorbeeld $2 + 3 \times 4 = 14$, maar $2 \times 3^2 = 36$. Het handigst voor het onderwijs lijkt de algebraïsche notatie zonder hiërarchie, $2 + 3 \times 4$ wordt dan $2 + (3 \times 4)$. e De funkties.

Naast de in circulaire VO/AV 78-11 genoemde functies komen vaak de volgende functies voor: %, x!, permutatie, combinatie, allerlei statistische functies als gemiddelde, standaarddeviatie, pool-coördinaten. Getuige het kader hieronder zijn ze niet nodig, maar wel gemakkelijk en leuk. Ze bieden nieuwe mogelijkheden en hebben nauwelijks invloed op de prijs. De lezer zal het subtiële verschil tussen de HAVO- en VWO-lijst wellicht ontgaan. De machine echter die 'log' wel heeft en 'ln' niet heeft, moet nog gemaakt worden.

Alle machines rekenen met logaritmen via natuurlijke logaritmen. Een tweede opmerking is veel serieuzer. De staatssecretaris heeft gemeend de scholen te moeten helpen via richtlijnen van de inspectie als 'handreiking bij aanschaf en gebruik van deze rekenapparatuur' in circulaire VO/AV 78-38:

'Slechts de apparaten met de minimale mogelijkheden zoals genoemd in circulaire VO/AV 78-11 d.d. 19 juni 1978 zullen bij de eindexamens mogen worden gebruikt. De school zelf dient dit, zoals gebruikelijk, vóór de aanvang van de examens te controleren.

Bij afwijkende apparaten diene men zich tot de inspectie te wenden die,

Bij het vaststellen van de opgaven zal er van worden uitgegaan dat de te gebruiken elektronische rekenapparaten (minimaal) de volgende mogelijkheden bieden.

Bij de eindexamens m.a.v.o. de grondbewerkingen $+$, $-$, $\times$, $:$ met een aparte toets voor π ; de speciale functies x^y met aparte toetsen voor x^2 en $1/x$ en de goniometrische functies $\sin$, $\cos$, $\tan$, $\arcsin$, $\arccos$ en $\arctan$ in graden.

Bij de eindexamens h.a.v.o. bovendien de goniometrische functies in radialen en de logaritmische functie $\log$.

Bij de eindexamens v.w.o. daarenboven e^x en een toets voor $\ln$.

als het om geringe afwijkingen gaat, eventueel ontheffing kan c.q. zal verlenen.

Desondanks zal bovendien de Commissie Vaststelling Opgaven bij het opstellen van de examens er nauwkeurig op toezien dat leerlingen die meer mogelijkheden biedende apparatuur gebruiken geen extra voordeel hierdoor krijgen bij de examens.'

Uit de hierboven geciteerde zinsneden kan men lezen dat de minimale mogelijkheden tevens de maximale zijn. Jammer! Gelukkig kan je als school ontheffing bij de inspectie vragen.

Ik denk, dat dat dan veel zal gebeuren, want men zal er als school weinig voor voelen om per afdeling een andere ZRM in te voeren. Verder is er hoogstens een enkele ZRM die precies aan deze minimumeisen voldoet en het is de vraag hoe de overige kwaliteiten van deze uitzondering zijn. Ten slotte kan ik me niet voorstellen hoe een leerling ten onrechte een hoger examen-cijfer kan krijgen door enkele functies meer. Een verbod van het gebruik van programmeerbare apparaten met geheugenkaartjes is vanzelfsprekend op zijn plaats.

Ten slotte iets over het woord 'functie'. Heeft het woord 'functie' in de ZRM-taal dezelfde betekenis als in de wiskundetaal, dus wordt er bij de ZRM-taal ook mee bedoeld 'deelverzameling van een Cartesisch produkt', of 'een bijzondere relatie' etc.? Hoe gaat de leerling het woord 'functie' begrijpen?

f De voeding.

De volgende stroomvoorzieningen komen voor: gewone batterijen; het licht-net via een adapter; oplaadbare batterijen met een adapter; knopcelbatterijen. Een kollega, die al enige jaren met ZRM's in de klas werkt schat de kosten van gewone batterijen op f 20 per jaar. Een adapter met een stel oplaadbare batterijen kost ongeveer f 45. Het gebruik van knopcelbatterijen komt op ongeveer f 5 per jaar.

g De grootte.

Deze varieert van een dun notitieboekje tot iets dat zo groot is, dat het niet in

De prijzen van zakrekenmachientjes (blijven) dalen, de geboden mogelijkheden worden steeds uitgebreider. Is het dan niet wenselijk om enige terughoudendheid te betrachten t.a.v. een technische ontwikkeling die zich zo in een stroomversnelling bevindt?

Dienen de nieuwe ontwikkelingen door de leraren afzonderlijk beoordeeld te worden of komt er een begeleiding, bijvoorbeeld vanuit het ministerie in overleg met de vakorganisaties?

Geweldig, om je zó op je taak als leraar voor te bereiden! Zeker als het ook gaat om de gebruiksmogelijkheden in het onderwijs.

de binnenzak van een colbertje past. De stroombron is bepalend voor de grootte.

h De prijs.

Prijzen worden inclusief en exclusief B.T.W. opgegeven. Het huidige B.T.W.-tarief bedraagt 18%. Ga ook na of een etui en de voeding in de prijs zijn inbegrepen. Wat zijn de kosten van de voeding? Hoe zit het met service en garantie? Wat is de korting bij aankoop van meer exemplaren? Is aankoop via het R.I.B. mogelijk?

i Het bedieningsgemak.

Gebruik met de linkerhand is aan te bevelen voor rechtshandigen. Ze hebben dan een hand vrij om te schrijven. Het is daarom erg handig, dat aan de achter-

Door mij zijn, nu al weer een paar jaar geleden, enige apparaten onderzocht op nauwkeurigheid. Er werden zakrekenapparaten aangeboden, en niet eens de goedkoopste van bekende merken, die de toets niet konden doorstaan:

$$\ln 1,0009 = 8,99\,595\,242\,836 \times 10^{-4}$$

$$\sin 0,001 = 9,99\,999\,833\,333 \times 10^{-4}$$

$$\cos 1,571 = -2,03\,673\,203\,695 \times 10^{-4}$$

Bij uitvoerige reeksen van berekeningen is het noodzakelijk dat de basisfuncties redelijk nauwkeurig zijn: voor mij is dat in tenminste zes, liefst zeven, significante cijfers korrekt. Van acht zakrekenapparaten geef ik hieronder het aantal korrekte cijfers:

$$\ln 1,0009 \text{ op } *10, *10, 7, 7, 6, 6, 5, ^\circ 4 \text{ cijfers korrekt}$$

$$\sin 0,001 \text{ op } *9, *9, 8, 7, 7, 7, 6, ^\circ 5 \text{ cijfers korrekt}$$

$$\cos 1,571 \text{ op } *8, *8, 7, 6, 6, 6, 5, ^\circ 3 \text{ cijfers korrekt}$$

Bij * gaat het steeds over dezelfde twee apparaten en bij ° ook.

Lang niet alle apparaten geven in de uitlezing het goede antwoord:

$$\ln \ln \ln \ln 55\,555$$

e

e

e

e

$$= 55\,555$$

Dit komt omdat een dergelijke macht berekend wordt door middel van de logaritmische functie die natuurlijk ook al gebruikt werd bij $\ln$.

De afwijkingen van het juiste antwoord waren bij de acht onderzochte machientjes: drie keer (waaronder beide *) minder dan 0,00001, één keer ongeveer 0,00001, twee keer ongeveer 0,002, één keer ongeveer 0,04 en bij het apparaat ° liefst 1,6. Een pikante bijzonderheid was hierbij, dat de hogere nauwkeurigheid tevens een besparing inhield.

zijde van de ZRM antislipplaatjes zitten, zodat hij bij gebruik op tafel niet wegschuift.

Is de voedingsschakelaar een druktoets dan moet men oppassen, dat die niet te gemakkelijk wordt ingedrukt; het gebeurt n.l. wel dat de ZRM dan ingeschakeld wordt, terwijl hij in de tas of een jaszak is.

Een paar slotopmerkingen.

Worden op examens antwoorden als 5,1 voor $\sqrt{26}$ en 0,14 voor $\frac{1}{7}$ goedgekeurd? Het is te hopen van wel. Waar blijven we anders. Toch zal in verband hiermee foutendiskussie en afronden een belangrijke plaats gaan innemen.

‘Dringend wordt geadviseerd het gebruik van deze apparatuur te verbieden in de eerste jaren van het voortgezet onderwijs ter bevordering van de eigen rekenvaardigheid van de leerlingen. Om de leerlingen de gewenste vaardigheid in het gebruik van een elektronisch rekenapparaat te laten verkrijgen is het voldoende dit apparaat in de differentiatieperiode te gebruiken.’

De inspectie raadt in de hierboven geciteerde circulaire VO/AV 78-38 af de ZRM in de onderbouw te gebruiken. Dat is jammer. In de onderbouw is allereerst aan de orde, waarbij de ZRM nuttig gebruikt kan worden. Bovendien is dat een geschikte periode om te leren programmeren. De buitenlandse literatuur en ervaringen bevestigen het advies van de inspectie niet.

Machientjes verschillen in prijs, in type, in merk, . . . en in wat al niet. Zo vind je bij 12 $\boxed{:} 2 \boxed{\times} 2 \boxed{=}$ als uitkomsten 3 of 12 of zelfs 36 bij trage machientjes die de laatste faktor 2 niet opmerken en zodoende $\boxed{\times} \boxed{=}$ opvatten als ‘kwadrateer 12 : 2’. Zo is 2 $\boxed{-} 1 \boxed{\times} 2 \boxed{=} \boxed{=}$ aanleiding tot keuze uit 0, 2 en 4.

Ook leerlingen verschillen . . . Je ziet in de klas twee leerlingen met hetzelfde type en merk eenzelfde bewerking met uiteenlopende snelheden uitvoeren. De een ontdekt vlug een volgorde van bewerking die aan zijn machientje is aangepast, de ander niet. De ene gebruikt zijn geheugen, de andere nauwelijks. De een beheerst zijn machientje tot in de perfectie en de ander stuntelt er nog altijd op los.

Zelfs leraren verschillen . . . We veronderstellen dat hij zijn eigen rekenmachientje beheerst, alhoewel je iedere dag nog nieuwe mogelijkheden kunt ontdekken. Maar niemand kan verlangen dat hij voor alle merken en modellen een levende en perfecte handleiding is. Toch zou hij, bijvoorbeeld met het bovenstaande, een discussie in zijn klas kunnen oproepen: juist dank zij die verschillen!

De wiskundesektie en het rekenmachientje



BERT ZWANEVELD

Diskussiepunten, suggesties, keuzemogelijkheden.

Dit artikeltje is gebaseerd op informatie en brieven van allerlei kollega's in den lande. Het bevat een aantal vraagpunten waarover een sectie die tot invoering van het machientje besluit zijn gedachten kan laten gaan. Bij elke vraag heb ik een aantal min of meer persoonlijke notities toegevoegd. Het is absoluut niet de bedoeling van dit artikeltje voor te schrijven wat secties zouden moeten doen, of zelfs maar aanbevelingen te doen. Iedereen moet op de een of andere manier deze vragen voor zichzelf beantwoorden en zelf zijn keuze maken.

1 Gaan we op het machientje over in plaats van door te gaan met de rekenliniaal en tabellen?

Het lijkt goed de voor- en nadelen tegenover elkaar te zetten.

Twee voordelen liggen al in de vraag opgesloten:

- het vervangen van de rekenliniaal, die door de meeste leerlingen toch al nooit als hét hulpmiddel bij het rekenen is ervaren
- het vervangen van tabellenboekjes.

Een veel groter voordeel ligt erin dat het oplossingsproces bij allerlei problemen niet langer gehinderd, onderbroken of zelfs geblokkeerd wordt door rekenwerk dat vaak slechts ondergeschikt is.

Over de auteur:

Bert Zwaneveld is leraar wiskunde aan het Ignatiuscollege, een scholengemeenschap voor havo en atheneum te Purmerend.

Er zijn natuurlijk ook nadelen.

Bij het werken met de rekenliniaal hoorde noodzakelijk het leren schatten van het antwoord. Dit schatten is toch minstens zo belangrijk als het antwoord zelf. Dit schatten is bij het machientje overbodig geworden. Je zult de leerlingen wel helemaal niet meer warm voor dat schatten kunnen krijgen.

Ik denk dat je als leraar in elke situatie die zich daarvoor leent de grootteorde van berekeningen aan de orde zult moeten stellen.

Een ander nadeel is dat de leerlingen het machientje voor allerlei heel eenvoudige berekeningen zullen gaan gebruiken. De vraag is natuurlijk wel: waar ligt de grens van eenvoudig? Bij 3×6 , bij $3 + 6$ of bij $133 - 67$?

Mij lijkt dat de grens per wiskundeleraar en per school(type) anders zal liggen. Ik denk dat de leerlingen mans en vrouws genoeg zijn om zelf uit te maken wanneer ze wel of niet het machientje gebruiken.

Een veel gehoord bezwaar tegen het machientje is dat het er dik in zit dat ze bijvoorbeeld $\frac{1}{2}\sqrt{3} = \sqrt{\frac{3}{4}}$ niet meer zullen kunnen herleiden. En dat is toch nodig voor het inzicht.

Het probleem ligt echter al eerder. Ze moeten toch ook weten dat $\sqrt{9} = 3$ door op te merken dat $3^2 = 9$. Ik heb er geen bezwaar tegen dat het leerproces ongeveer als volgt verloopt.

Bereken $\sqrt{1001}$ en kwadrateer de uitkomst op het machientje. Wat gebeurt er? Zelfde vragen met $\sqrt{121}$ en andere getallen. (Eventueel nog zelfs als volgt: $(\sqrt{1001})^2 - 1001 = \dots$) Daarna met $2\sqrt{3}$. Hè, er komt 12 uit. Hoe kun je $2\sqrt{3}$ dus ook schrijven? Daarna de vraag: hoe kun je met je machientje laten zien dat $\frac{1}{2}\sqrt{3} = \sqrt{\frac{3}{4}}$? Misschien dat daarna, afhankelijk van je doelstellingen als wiskundeleraar, zonder rekenmachine dit soort zaken bewezen kunnen worden.

Ik denk dat je juist door op het machientje veel te 'spelen' de leerlingen op onverwachte dingen kunnen stoten, zoals $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$. Hierdoor raken ze misschien eerder dan vroeger, waar het probleem niet wezenlijk anders lag, intrinsiek gemotiveerd om dit soort gelijkheden te bewijzen. Zolang niet iedereen een machientje heeft kun je als leraar altijd nog vragen hoe je aan iemand zonder zo'n apparaat uitlegt dat $\sqrt{121} = 11$.

Een laatste opmerking hierbij is van neutrale aard.

Elk machientje heeft zijn eigen eigenaardigheden. Die moet je als leraar onder

Bereken 1234567×9876543 in veertien cijfers nauwkeurig met behulp van een rekenmachientje en geheugenpapiertje.

Kan een dergelijk probleempje gebruikt worden als instap voor een distributieve eigenschap?

de knie krijgen anders zal het werken ermee door de leerlingen tot een aantal misschien onaangename verrassingen leiden. Op veel machientjes worden antwoorden die meer cijfers hebben dan de afleesruimte toelaat in de standaardvorm gegeven. De leerlingen moeten dit kunnen aflezen. Een deling als $8,9 : 3,7$ heeft al gauw als antwoord 2,405405405; zijn al deze cijfers wel zo relevant? Een berekening als $(\sqrt{7})^2 - 7$ heeft als antwoord -1×10^{-8} . Je zult aandacht moeten besteden aan 'gelijk of ongelijk'.

2 Welke doelstellingen kunnen met het machientje beter dan vroeger worden nagestreefd?

In 1 is al genoemd dat alle aandacht op het oplossingsproces zelf gericht kan worden zonder door dat vervelende rekenen gehinderd te worden.

Een volgende doelstelling die binnen het gezichtsveld komt is het zichtbaar maken van allerlei getallenrijen: veelvouden, delers, priemgetallen, limietprocessen, groeiprocessen, enz.

Ik denk dat er gewerkt kan worden aan een beter getalbegrip bij de leerlingen: wortels en logaritmen.

Misschien gaat voor de leerlingen het onderscheid tussen rationale en irrationale getallen helemaal verloren, omdat alles als decimaal getal wordt aangegeven. Toch denk ik dat er best wel wat aan gedaan kan worden via bijvoorbeeld het repeteren van cijfergroepen in de uitkomst van delingen van gehele

Bij het doorrekenen van een aantal funktiewaarden van een funktie $x \rightarrow -4x^2 + 16x - 7$ probeer ik zo zuinig mogelijk in te toetsen.

Om te berekenen dat 5 de funktiewaarde van 3 is, druk ik in:

$$3 \boxed{x^2} \boxed{\times} 4 \boxed{+/-} \boxed{+} 16 \boxed{\times} 3 \boxed{-} 7 \boxed{=}$$

Zou ontbinden winst opleveren? Ik probeer in $x \rightarrow (2x - 1)(7 - 2x)$:

$$3 \boxed{\times} 2 \boxed{-} 1 \boxed{=} \boxed{\times} \boxed{(} 7 \boxed{-} 2 \boxed{\times} 3 \boxed{)} \boxed{=}$$

Meer sukses heb ik door $-4x$ buiten haakjes te halen. Het funktievoorschrift $x \rightarrow -4x(x - 4) - 7$ levert een heldere motivering op voor het gebruik van de distributieve eigenschap in een simpele gedaante. En ... het rekt snel:

$$3 \boxed{-} 4 \boxed{=} \boxed{\times} 3 \boxed{\times} 4 \boxed{+/-} \boxed{-} 7 \boxed{=}$$

De kwadraatafgesplitste vorm is aan herwaardering toe! Bovendien heeft de vorm $-4(x - 2)^2 + 9$ het voordeel, dat het origineel maar één keer hoeft te worden ingetoetst:

$$3 \boxed{-} 2 \boxed{=} \boxed{x^2} \boxed{\times} 4 \boxed{+/-} \boxed{+} 9 \boxed{=}$$

Klopt bovenstaande voor elke kwadratische funktie?

getallen en het ontbreken van dat repeteren bij bijvoorbeeld $\sqrt{2}$. Meer dan dit weet ik op het moment ook niet. Misschien weet iemand onder de lezers een mogelijkheid om hier toch wat aan te doen.

Naast deze leerstofdoelen komt er een ander punt dat voor onze leerlingen van groot belang is: het planmatig leren werken.

Het begint al bij het bepalen van de oplossingen van een eenvoudige tweede-graadsvergelijking als $x^2 + 4x - 1 = 0$ met behulp van een heel eenvoudig machientje dat alleen kan optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen.

Je zult als leerling moeten leren je eigen algoritmes te ontwikkelen voor dit soort problemen. Een nadere uitwerking hiervan vindt de lezer in het artikel van Aad Goddijn.

3 Moeten alle leerlingen (verplicht) er een hebben, moeten ze allemaal dezelfde hebben, welke machine dan, in welke klas?

Een hele cluster van bij elkaar horende vragen en voor sekties die besloten het machientje te gaan gebruiken van groot belang. Vooraf benadruk ik nog maar eens dat ieder voor zich deze vragen moet beantwoorden. Mijn aandeel is slechts het geven van wat aantekeningen.

Vroeger kon je voor pakweg f10 een rekenliniaal laten aanschaffen. Voor dat bedrag kun je nu een machientje laten kopen.

De leerlingen hebben dan een machientje waarmee ze 'slechts' kunnen rekenen. Er zijn wat technische bezwaren aan dergelijke machientjes als het snel op-raken van de batterij, maar als 'ermee rekenen' je doelstelling is kun je er aardig mee uit de voeten. Voor het eerste anderhalve jaar ben je er klaar mee.

Je hebt dan nog geen machine die tabellen kan vervangen, (wortels misschien uitgezonderd), je kunt alleen heel eenvoudige getallenrijen zichtbaar maken. Wil je dit allemaal wel, dan komen andere overwegingen mee om de hoek

Elektronische rekenapparaten zijn ons inziens in de latere praktijk alleen daar nuttig, waar zeer veel routinematige berekeningen verricht moeten worden. Daar kan zo'n apparaat door zijn rekensnelheid veel tijd bespa-ren

Veel leerlingen zullen later helemaal niet in een situatie terecht komen, waar zeer veel routinematige berekeningen verricht moeten worden.

Het is toch veel logischer dat men pas tot aanschaf van een rekenapparaat over gaat als de werk- of studiesituatie zulks echt nodig maakt.

In de schoolpraktijk komen zeer veel routinematige berekeningen niet voor.

kijken: lang niet elke leerling blijft wiskunde na de tweede of derde klas volgen en heeft dus een dergelijke ingewikkelde machine ook niet nodig. De kosten van machientjes die dat wel allemaal kunnen, komen toch al gauw op of boven f 50. De ouders worden nu helemaal een niet te verwaarlozen faktor (alsof ze dat al waren).

Wil je er als leraar klassikale instructie mee geven dan is het in ieder geval handig als de leerlingen allemaal dezelfde machine hebben, maar of het noodzakelijk is, waag ik te betwijfelen.

Ik heb nog nooit mee gemaakt dat ze allemaal dezelfde rekenliniaal hadden. Er waren er altijd wel een paar die een afwijkende van een oudere broer of zus of vader of moeder hadden. Klassikale instructie met een bordmodel was dan wel lastig, maar het is toch al niet eenvoudig bij een dergelijk onderdeel klassikale instructie te geven. Ik vraag me dus af of die klassikale instructie wel zo zinvol is. Een betere aanpak lijkt mij de klas in aantal groepen te verdelen en een stel berekeningen te laten maken. De goede leerlingen van zo'n groepje helpen de wat onhandigere. De enkele groep die er toch niet uitkomt kun je zelf heel goed helpen.

Overigens is de kwestie van verplicht een hebben, allemaal dezelfde en in welke klas een beetje academisch, ze hebben er al een. En wie ben jij als wiskundeleraar dat je het gebruik zou verbieden. Beter lijkt mij het ding dan zo zinvol mogelijk te gebruiken.

Over de vraag naar welke machine wil ik verwijzen naar het artikel van Jan Sloff hierover.

Schaf er op een school zoveel aan dat je in een aantal klassen tegelijkertijd op elke bank één machientje kunt laten gebruiken. Dat kost dan wel wat geld, want ik zou dan er een aanschaffen waar je lekker veel mee kunt, dus een van zo'n f 70. Je kunt die machines dan ook op het examen laten gebruiken. Eventueel kun je er klassikale instructie mee geven. Ook de andere potentiële rekenvakken als handelsrekenen, natuurkunde, scheikunde en biologie kunnen dan mee profiteren. Overleg met de ouders is dan natuurlijk wel nodig, want je zult er met de subsidie alleen wel niet komen. Bovendien zou je de aanschaf bekend kunnen maken en ieder die er een in eigendom wil hebben moeten laten meedoen. De kosten per apparaat worden lager en je hoeft er als school minder aan te schaffen.

Een laatste opmerking over dit artikeltje.

Zoals gezegd, het zijn slechts wat vragen, discussiepunten, persoonlijke notities, suggesties. Ik heb zeker niet naar volledigheid gestreefd. Wel heb ik gebruik gemaakt van de notulen van een aantal vergaderingen van wiskundesecties in den lande.

Rekenmachientjes bij examens



W. E. DE JONG

Vanaf 1980 mag de rekenmachine bij de examens gebruikt worden. Veel deining in onderwijsland. Ten onrechte. De maatregel is beperkt; in oorsprong passief. Actief alleen door het scheppen van ruimte voor nieuwe mogelijkheden. Een opening waaraan dit Euclides-nummer is gewijd.

Het fenomeen verscheen niet onverwacht.

Enkele jaren geleden was er één belangrijke hindernis die de verschijning van de rekenmachine tegenhield. Toen was voor een overwegend deel van de kandidaten een rekenmachine onbetaalbare luxe. Om de gelijkheid van kansen niet in gevaar te brengen, moest men de apparaten weren van de examens. Nu de prijzen drastisch gedaald zijn, lijkt de belangrijkste hinderpaal weggenomen te zijn en heeft de rekenmachine groen licht gekregen. Een revolutie? Zeker niet. De betekenis van de rekenmachine bij de examens is voorshands zeer beperkt. Het apparaat zal, evenals de tafel en de rekenliniaal in het nabije verleden, bij de examens voorlopig een randverschijnsel blijven.

Dit zou een reden kunnen zijn het gebruik van de rekenmachine aan geen enkele beperkende bepaling te onderwerpen.

Sommigen vrezen in dat geval ongelijkheid van kansen.

Ik zie niet in dat de leerling met een programmeerbare machine een ongewenst voordeel zou hebben, vergeleken met de kandidaat die een eenvoudig apparaat bezit. Het programmeren kost tijd! Bovendien vraag ik me af of een kandidaat die geleerd heeft wiskundige problemen te programmeren, daarvan niet eniger-

Over de auteur:

De schrijver was leraar bij het vmo in Rotterdam en in Dordrecht, later rector van een scholengemeenschap vwo-havo-mavo in 's-Gravenhage.

Sinds 1971 is hij inspecteur van het algemeen voortgezet onderwijs.

mate zou mogen profiteren. De leerling die door veel oefening sommige wiskundige technieken vaardig heeft leren gebruiken, heeft soms ook 'voordeel', vergeleken met anderen van wie de leraar geen hoge prioriteit toekende aan die training. Dat accepteren we toch?

Desondanks geloof ik dat de school, om de schijn van ongelijke kansen te vermijden, er goed aan doet één en hetzelfde apparaat voor te schrijven voor alle leerlingen die hetzelfde examen afleggen, zoals men vroeger meestal één tafel en één uitvoering van de rekenliniaal voorschreef.

Zoals gezegd is het belangrijkste argument dat pleitte tegen de invoering van de rekenmachine niet meer geldig.

Zijn er ook pro-argumenten te noemen?

Zonder het gewicht ervan te overschatten, geef ik er twee.

1 Als in de praktijk de tafels steeds minder gebruikt gaan worden, moet men ze niet via de eindexamens kunstmatig in de school houden.

2 Vraagstukkenmakers moeten soms vreemde capriolen maken om ervoor te zorgen dat de opgaven niet overwoekerd worden door rekenwerk.

Niemand heeft ooit opgegeven dat hij een bureau wenst van $87\sqrt{3}$ cm breed of dat hij een caravan zoekt met een lengte van $2,9\sqrt{2}$ meter. Toch hebben we honderden $\sqrt{2}$ - en $\sqrt{3}$ -rechthoeken, -kubussen, -balken en -piramides verblonden. Misschien komen we althans iets dichterbij de realiteit wanneer de zorg voor 'mooie' uitkomsten niet meer overheerst.

De vrijheid van onderwijs is in Nederland een groot goed.

We accepteren van de overheid alleen dat deze fungeert als bewaker van de examens en van de deugdelijkheid van het onderwijs.

Niemand zal ontkennen dat de overheid via de examens de inhoud en de vorm van het onderwijs kan beïnvloeden. In dit geval is de beïnvloeding minimaal gehouden. Er is slechts een opening gegeven, een mogelijkheid rekenliniaal en tabel te vervangen door de rekenmachine.

Sommigen betreuren dat omdat zij ongaarne de rekenliniaal zien verdwijnen.

'Schoolonderzoek 1984 l.b.o.-C en m.a.v.o.' (van het IOWO).

De ANWB plaatst waarschuwborden bij wegen met een flinke helling. Wat betekent het als daar 8% op staat?

Wegen met hellingen steiler dan 30% komen bijna niet voor. Onder de 7% zijn eigenlijk geen waarschuwingen nodig.

Maak een tabel voor het verband tussen hellingspercentages (van 7% tot 30%), hoeken, sinus van de hoek en tangens van de hoek.

Waarom gebruikt men op deze verkeersborden procenten in plaats van hoeken? Bedenk een aannemelijke verklaring.

Dit apparaat vinden zij didactisch beter omdat het de leerling, b.v. bij verwerking van waarnemingsresultaten, zou noodzaken de nauwkeurigheid in het oog te houden, terwijl de rekenmachine de leerling zou verleiden een veel grotere nauwkeurigheid te veronderstellen dan verantwoord is.

In wezen lijdt de rekenliniaal echter aan dezelfde kwaal.

Als men bij een natuurkunde-proef twee waarnemingsgetallen, elk met een nauwkeurigheid van 4%, met elkaar moet vermenigvuldigen, zal de rekenliniaal zich van die 2 maal 4% niets aantrekken, maar onveranderlijk een nauwkeurigheid van zo'n 2 per mille kunnen suggereren. Bij de rekenmachine komt, vanwege het grote aantal decimalen, misschien niet alleen de leraar maar ook de leerling op het idee dat een onderzoek naar de nauwkeurigheid geen luxe is. In dat geval heeft de rekenmachine het didactisch van de rekenliniaal gewonnen.

De vroegere voorschriften remden de entree van de rekenmachine in de school

In gesprekken over rekenmachientjes wordt onderscheid gemaakt tussen onderwijs en examen. Dit themanummer richt de schijnwerper in alle glorie op onderwijs met rekenmachientjes. Examens zullen zich te richten hebben naar in redelijkheid te geven onderwijs. Daarom vragen sommigen zich af of het onderwijs voldoende kan inspelen op een op examens gerichte maatregel.

Er zijn praktische gronden waarop bij examens gepleit wordt voor wat uniformiteit in de vorm van reserve-apparaten of -voeding en het weren van geluidsproducerende schrijvers en pieptuig. Omwille van het behoud van haar functie als uniforme test voor alle leerlingen, wordt verstoring door ongelijke hulpmiddelen geweerd door beperking tot de 'minimale' rekenapparaten en van het aantal geheugens. Heel begrijpelijk, deze (voorlopige?) maatregelen. Maar zijn we daarmee ook beperkingen voor het onderwijsgebeuren in de klas aan het opleggen? Het doceren in klasverband en het opstellen van lesmateriaal kán om wat eenheid vragen. Maar er worden ook goede argumenten genoemd voor een gepast gebruik van programmeerbare machientjes in de klas. En is uniformiteit een slim antwoord op verschillen tussen leerlingen?

Terecht worden in circulaire VO/AV 78-11 argumenten voor het toestaan van elektronische rekenapparatuur bij examens ontleend aan het onderwijs. Maar in circulaire VO/AV 78-38 worden de zaken omgekeerd: vanuit de eindexamens wordt naar het onderwijs toe geadviseerd. Het is goed te bedenken dat enige van de richtlijnen achter de eerste, derde en vijfde gedachtenstreepjes slechts opgesteld zijn als handreiking.

sterk af. De rem is nu weg. Een in wezen weinig revolutionaire gebeurtenis. De invloed op de examens zal voorlopig gering zijn. We moeten ons dus niet laten verleiden tot langdurige discussies erover.

Er kan wel wat belangrijks gebeuren als de leraren de geboden kans in positieve zin weten te gebruiken. Discussies daarover zijn waardevol. Dit nummer van Euclides geeft daarvoor het startschot.

Wat dacht u van de volgende berekeningen? (zie ook blz. 363)

(De foutenberekening is gemaakt door de relatieve fouten op te tellen en daarna de absolute fout in het antwoord te berekenen)

$$\frac{8,9 \pm 0,05}{3,7 \pm 0,05} \sim 2,40541 \dots \pm 0,0461 \dots = 2,41 \pm 0,05 \text{ dus de 4 uit 2,41}$$

is nog net betrouwbaar.

$$\frac{8,9 \pm 0,05}{2,7 \pm 0,05} \sim 3,29629 \dots \pm 0,0796 \dots = 3,3 \pm 0,08 \text{ dus de tweede 3 uit}$$

3,3 is niet meer betrouwbaar.

$$\frac{8,9 \pm 0,4}{3,7 \pm 0,8} \sim 2,40540 \dots \pm 0,629 \dots = 2,4 \pm 0,6 \text{ dus de 4 is niet meer}$$

betrouwbaar.

Nabericht



F. VAN DER BLIJ

De laatste bladzijden van dit speciale nummer over handrekenmachines zullen niet de laatste bladzijden over dit onderwerp in Euclides worden. De redactie verwacht in de komende jaargangen regelmatig nog over dit 'tuig' te publiceren. Er zijn genoeg redenen om er op terug te komen. In de eerste plaats is het in hoofdzaak een onderbouw-nummer geworden. Er liggen nu al artikelen over de rekenarij in de bovenbouw te wachten. Maar ook omdat de techniek niet stil staat, over één à twee jaar zijn er weer andere machines voor andere prijzen. Nu kan het onderwijs niet zo snel veranderen als de maatschappij, maar toch De generaties rekenmachines volgen elkaar haast met dezelfde snelheid op als de generaties scholieren. En niet in de laatste plaats zal Euclides op dit onderwerp terugkomen omdat u er zelf op terug zult komen. Ook zou nog wel eens een oekaze van het departement op uw bureau terecht kunnen komen. Maar goed, nu we zeker weten dat we op het onderwerp terugkomen, is het voldoende nog eens terug te bladeren. En bovendien wil ik nog wat eigen bemoeizieke adviezen aan u kwijt.

Enkele uitgangspunten. U moet er niet over praten als u er niet zelf (mee bezig) geweest bent! Bezit van één rekenmachine is nodig om recht van spreken te hebben. Voldiende is het niet, u moet ook wel eens op de toetsen gedrukt hebben. Zo niet, dan gaat u naar de winkel op de hoek om er één te kopen. (Hoe bent u eigenlijk zo ver met lezen gekomen?, zie pagina 342 in het artikel

Over de auteur:

Frederik van der Blij werd op 13 mei 1923 te Leiden geboren. Na enkele jaren als leraar bij het middelbaar onderwijs werkzaam te zijn geweest, werd hij in 1953 benoemd aan de Rijksuniversiteit te Utrecht, waar hij thans gewoon hoogleraar in de zuivere wiskunde is. Bovendien is hij hoogleraar-directeur van het IOWO.

van A. Goddijn). Overigens zijn rekenmachientjes als boeken, wie er éénmaal twee of drie heeft wil er altijd nog wel een ander bij.

Nu beginnen we te praten, u over uw machientje(s); ik over de mijne. Eerst zullen we nauwelijks naar elkaar willen luisteren, kijk eens wat de mijne doet! Luister, wat ik nu ontdekt heb! Dit soort verhalen gaat u naar ik hoop vrij snel zelf vertellen. En daar tussen door voeren we bizarre gesprekjes *met* de rekenmachine. Ik vraag $1 \div 7 =$. Ik lees in het venster 0,1428571429. Maar hij weet meer; dus trek ik er af 0,1428571428. Hij zegt dan dat het verschil is $5,71 \cdot 10^{-11}$. Dus wist hij, in zijn geheugen, wel dat $1 \div 7 = 0,1428571428571$. Maar ik moest het hem nadrukkelijk vragen! Zo ook $10^{12} + 27 = 10^{12}$, maar vraag ik dan $-10^{12} =$ dan komt er $2,7 \times 10^1$. Zie je wel, je wist het wel beter! Dit soort maniakale gesprekken (zie de artikelen voor twee tientjes rekenpret en vijfkeer het minimum in Wiskrant 9 en 10) mag u best in uzelf voeren. Maar u moet er niet vanuit gaan dat een ander dit leuk vindt. Het is zo iets als met verre familie en kennissen vakantiedia's kijken. De herinnering, het herbeleven dat je zelf ondergaat kun je niet eenvoudig op de anderen overbrengen. Ik schrijf deze waarschuwing voor mijzelf, nu ik nog een enkele pagina mag vullen. Maar ook voor u, voor de situatie waarin u na het eerste weekend knopjes drukken op uw nieuwe machine de klas op maandagochtend binnenkomt.

Laat ik maar meteen met zo'n verhaal beginnen (ik kan het toch niet laten. . .). Op mijn Casio fx-105 ontdekte ik bij $2 \div 3 = \times 3 =$ achtereenvolgens op het venster: 2; 3; 0.6666666; 3; 1.9999998. Heel begrijpelijk als u aan het

Het lijkt gewenst dat de leerlingen ook in de toekomst gelegenheid wordt geboden de eigen rekenvaardigheid te verbeteren.

Naar ons idee verdient het aanbeveling om in de eerste twee leerjaren het getalbegrip, het schatten en de elementaire rekenvaardigheden te trainen. . .

Natuurlijk: getallen begrijpen, schatten en hoofdrekenen blijven ontwikkelen. Maar trainen heeft vaak iets mechanisch, tot je het als een machine kunt uitvoeren . . . als een rekenmachine. . .

De rekenmachine 'dus' pas invoeren in de vóór-examenklassen? Maar dat ontkent gebruik op de basisschool, gebruik thuis.

Toch is het begrijpelijk: we staan pas voor de eindexamens 1980 en weten nu nog niet hoe we er tegen die tijd over zullen denken. Waarschijnlijk kunnen we dan beter beslissen over het gebruik in de lagere klassen: met meer zicht op de mogelijkheden. Daarom toch: sluit gebruik in de onderbouw niet uit, maar probeer eens wat. . .

afronden denkt. Maar bij $2 \div 3 \times 3 =$ komt er te zien: 2; 3; 0.6666666; 3; 1.9999999. Toch wel raar.

Vervang ik de 2 overal door het cijfer 5, dan zien we in beide gevallen hetzelfde en wel: 5; 3; 1.6666666; 3; 4.9999998.

Machientjes zijn als leerlingen, het is veel boeiender als ze fouten maken. Daarvan kun je iets leren! Wat is er toch in het brein van het machientje omgegaan toen hij 1.9999999 als antwoord gaf?

Nu hoop ik dat u nog niet op de 'off' knop gedrukt hebt, d.w.z. met de lectuur gestaakt bent. Maar erg leuk vond u het bovenstaande toch niet. Ieder normaal mens, die in het maatschappelijk verkeer met zo'n machientje werkt geeft niet om al deze flauwekul. Als je zoveel negens ziet, is er iets mis met het afronden en je ziet direct wat het goede antwoord is. Overigens is het niet de bedoeling om sommen als $\frac{2}{3} \times 3$ op de machine te doen. Als je de machine een 'silly question' stelt kun je een 'silly answer' verwachten. Maar bij het normale echte gebruik, bij de berekening van de kostprijs van een stuk spaanplaat, bij de berekening van de afbetaling van de tweede boot, bij de B.T.W.-berekening speelt dit heus geen rol. En ook de bepaling van de soortelijke massa van lood bij de praktikum proef wordt er niet beter of slechter door.

Maar ik, gekke wiskundige, moest zo nodig weer iets verzinnen om de machine op een gekke fout te betrappen. Net op dezelfde manier als ik vroeger proefwerksommen maakte (en nu tentamenopgaven?). Maar leerlingen en studenten zijn mondig geworden, protesteren en vragen waarom ik zulke perverse problemen opgeef. De machientjes zijn willige blikken-chips-soldaten en onverbeterlijke slaven, die ik het denken niet behoef te leren. Maar we moeten bedenken dat de gekke spelletjes alleen leuk zijn voor diegenen die reken-

Uit balorigheid. . .

Zou de staatssecretaris er zelf al een hebben?

En heeft die inspecteur het in een klas geprobeerd?

Zo'n circulaire vlak voor de grote vakantie!

Rekenlinialen en tabellenboeken waren al besteld!

Rekenvaardigheid bevorderen door rekentuig te verbieden!

Zouden zij op het gezond verstand van leraren rekenen?

Wanneer komt de derde circulaire met verbeteringen?

Met voldoening hebben wij kennis genomen van uw besluit om met ingang van 1980 rekenmachines op het eindexamen toe te staan.

machines als speeltuig exploiteren. Voor alle anderen is de machine alleen een nuttig en gemakkelijk bruikbaar instrument.

Je moet de leerlingen eerst maar wat voorzichtig er mee leren werken, al is dat dan ook wat omslachtig. Dus liever niet direct $a \div b \times c =$ met hoe staan de haakjes? Maar gewoon $a \div b =$ en als we dit even in het venster hebben zien staan dan $\times c =$. De machine is in de eerste plaats gebruiksvoorwerp, dan speeltuig en misschien in de laatste plaats ook nog didactisch hulpmiddel. Al weet ik niet zo zeker of het wel een erg bruikbaar hulpmiddel voor de periode 12-16 is.

Als je $\sqrt{38}$ wilt weten kun je opnieuw Griek met de Grieken worden en zeggen: het mag alleen met $+$, $-$, $\times$ en $\div$. Je mag de $\sqrt{\quad}$ niet gebruiken hoor! Evenmin als je bij de constructies met passer en lineaal de centimeterverdeling op de lineaal mag gebruiken. Dat is tegen de spelregels! Een geodriehoek is helemaal taboe, de Grieken kenden toch geen plastic! Als je natuurlijk in de handicaprace wilt meedoen, als je dat leuk vindt, moet je je aan de spelregels houden. Maar als je $\sqrt{38}$ wilt weten, net zoals je die vroeger met de rekenlineaal of in een tabel opzocht, dan zou ik de $\sqrt{\quad}$ knop maar gebruiken! En als hij er niet op zit? Zouden we onze rekenmachine dan maar niet gaan inruilen voor een nieuwer type; dat doen we toch ook met onze wasmachine en onze auto? Natuurlijk zijn er maniakken die in een tobbe met ribbelbord wassen of die vol trots in een echte 'Spijker' rijden, maar u en ik zijn maar gewone mensen. . . Laat de wiskundige een lijnstuk midden door delen met alleen een passer, wij gebruiken een centimeter, latje of een touwtje!

Mensen met een klassieke wiskundige opleiding zullen lineaire en vierkantsvergelijkingen oplossen via formules voor de wortels. Bij een derdegraadsvergelijking zullen degenen met een uitvoerige wiskundeopleiding grijpen naar de formule van Cardanus met worteltekenen of naar de goniometrische formule. Maar zelfs de meest verstokte theoreticus zal bij een vijfdegraadsvergelijking naar benaderingsmethoden grijpen. En vanzelfsprekend zullen we toch ook

De school beschikt over enkele programmeerbare rekenmachientjes. Die staan achter in de klas en worden o.a. gebruikt bij de introductie van limieten, om te zien 'waar het naar toe gaat'. En ook voor het opsporen van 'vergeten' limieten en weerspannige exemplaren. Soms worden ze aan belangstellende leerlingen voor enkele weken uitgeleend. Met een opdracht als: maak een programma dat alle delers van een getal bepaalt, of: maak een gelijklopende klok. Veel leerlingen schaffen zich nu, via school, een (niet)programmeerbaar rekenmachientje aan.

de derde- en vierdegraads-vergelijkingen maar liever zo behandelen. Waarom de vierkants-vergelijking dan niet op dezelfde manier aangepakt voor sommige leerlingen? Dat ze een lineaire vergelijking zo aan zouden pakken lijkt ons wat vreemd, de algorithmen is ons immers zo vertrouwd. Maar geldt dat ook voor de L.B.O.-brugklasleerling? En dat $\sqrt{7803} = 88.33459119$ en $51\sqrt{3} = 88.33459119$ is een wonder, dat kan geen toeval zijn! En daar blijf ik bij, zelfs als ik de machine dwing het achterste van de tong te laten zien en vind dat $\sqrt{7803} = 88.33459118579$, en $51\sqrt{3} = 88.33459118596$ dan nog geloof ik in het wonder en dan nog zeg ik dat de afwijking wel door de onnauwkeurigheid zal komen! Ik kan het trouwens foutloos controleren omdat $51 \times 51 \times 3$ zonder fout is uit te rekenen!

Ik ben nog niet toe aan log, ln, exp, sin, cos, enzovoorts. Heeft u al eens geprobeerd, hetzij in graden, hetzij in radialen om 0 $\boxed{\cos}$ $\boxed{\cos}$... $\boxed{\cos}$ in te drukken? En wat dacht u van 1 $\boxed{\tan}$ $\boxed{\tan}$... $\boxed{\tan}$? Houdt op! We zouden niet spelen, maar onze leerlingen tot mondige burgers maken, die zich geen rekenverhaal meer op de mouw laten spelden, maar zelf alles op hun rekenapparaat kunnen controleren of zelfs zelfstandig berekenen. De opstellers van

Het leek zo eenvoudig na die circulaire van de staatssecretaris ...

Maar het is voor mij o zo moeilijk. Maar laat ik eerst eens een verstandige volgorde kiezen.

- 1 Dat eerste advies heb ik begrepen: eerst zélf zo'n rekendoosje gaan gebruiken. Welk(e) machientje(s) koop ik, een duur en een heel goedkoop machientje? Hoe kom ik snel aan betrouwbare documentatie, of toch maar gewoon naar de winkel gaan ...
 - 2 Hoe leer ik (me)zélf op dat ding spelen? Een handleiding erbij? Waarvoor gebruik ik het zelf: stukjes uit de krant en varianten narekenen bij voorbereiden en nakijken van een proefwerk? Het vraagt een week tot enkele maanden om er wat mee vertrouwd te raken ...
 - 3 Ik wil nadenken over gebruik in mijn klas, maar vooral: het af en toe eens even proberen met enkele machientjes. Gebruiksmogelijkheden als tabel, voor eenvoudig rekenwerk, voor veeleisende berekeningen of controles, voor wat planmatig werken, voor ontdekkend leren, voor. ...
 - 4 Nu pas kan ik mijn leerlingen een machientje adviseren dan wel voor-schrijven. Liever samen met kollega's. Moet de elektronikahandel extra verdienen aan Cor die via de havo naar de hts gaat?
- Gelukkig dat ik mijzelf inmiddels georiënteerd heb in zowel hardware als software. . . en dat je leert van jezelf en van elkaar!

de advertenties van vele financieringsinstellingen, van die lokkertjes tussen de kleine advertenties, zijn nu gewaarschuwd. We kunnen zelf zien wie echt de voordeligste is!

Het onderwerp 'rekenmachientjes in het onderwijs' zal niet alleen beschreven kunnen worden vanuit het gebruik van rekenmachientjes bij het wiskunde-onderwijs. Studenten in de andragogie krijgen een handleiding hoe met de Casio, de Texas of de Hewitt Packard om te gaan. Eerstejaars wiskunde-studenten leren de basisstelling van een lineaire ruimte. leren de doorlopendheid van een continue functie. En ontdekken zelf wel dat de iets minder eenvoudige programmeerbare handrekenmachines zelfs determinanten 6×6 (zonder te vegen?) kunnen uitrekenen en de nulpunten van $\tan x - \frac{1}{2}x$ even berekenen!

Rekenmachientjes in het onderwijs. Na deze artikelen in Euclides is het woord aan u, in gesprek met elkaar in de sectie, in gesprek met de collega's economie en natuurkunde. Maar vooral in experimenterend gesprek met de leerlingen!

P.S. Denkt u er even aan nu uw rekenmachientje uit te zetten? Zonde van de 'energie' als hij voor niets aan zou blijven staan.

Boekbesprekingen

D. Winia, *Allerhande met populaire rekenapparaten*; uitgave Vroom en Dreesmann, september 1978, prijs f4,95.

In het Woord Vooraf zegt de schrijver: '... In dit boekje willen we de jeugd van pakweg 10 jaar en ouder op een verantwoorde wijze kennis laten maken met de werking en mogelijkheden van eenvoudige rekenapparaten op verschillende gebieden van het dagelijks leven'.

Dit is een goed leesbaar en bruikbaar boek. Na een karakterisering van en een handleiding voor het gebruik van zakrekenmachines volgen vier hoofdstukken met toepassingen in de praktijk en spelletjes. Uit de toepassingen: persoonlijke leningen met aflossingsschema's, samengestelde interest, inkomstenbelasting, energiebesparing, autokosten enz. De voorbeelden zijn zeer duidelijk uitgewerkt. De gebruiker kan stap voor stap volgen hoe een formule omgezet wordt in een direct intoetsbaar programma voor een concreet geval. Het boekje besluit met een hoofdstukje over de techniek en het onderhoud van het apparaat.

Ik kan volledig met de uitgever instemmen als hij zegt: 'ook volwassenen zullen de veelheid van onderwerpen met plezier bestuderen'.

J. J. Sloff

D. Winia, *Wegwijs in wetenschappelijke calculators*; uitgave Vroom en Dreesmann, juli 1977, prijs f9,95.

In het 'Woord vooraf' zegt de schrijver, dat dit boek bedoeld is als studiebegeleiding bij wetenschappelijke (zak)rekenapparaten. In die zin is het een goed bruikbaar boekje. De verschillende typen zakrekenmachines worden duidelijk behandeld. Er wordt inzicht gegeven in de werkwijze van elk type afzonderlijk voor zover dit belangrijk is voor de gebruiker. De voorbeelden zijn met een duidelijke, direct op het apparaat toepasbare notatie uitgewerkt. Het is geen leerboek voor het rekenen met zakrekenmachines. Het geeft een goed overzicht van de mogelijkheden van de verschillende typen.

Bij het lezen van dit boekje moet men wel rekening houden met de datum van uitgave: juli 1977. Sedertdien is er wel het een en ander veranderd, maar dat doet aan de waarde van het boekje niets af. Ook enkele taal- en reken- of drukfouten doen dit niet.

J. J. Sloff

Harald Schummy, *Taschenrechner Handbuch*; Vieweg, ISBN 3528 14935 6.

Dit boekje geeft een beschrijving van en handleiding voor de vier grondtypen van zakrekenmachines. Verder bevat het een behandeling van de organisatie van het apparaat en de ingebouwde programma's

J. J. Sloff

Tijdschrift *Der Mathematikunterricht*; Jahrgang 24, Heft 1, März 1978.

Het gehele nummer is gewijd aan gebruik en mogelijkheden van de zakrekenmachine in de verschillende klassen van het lager- en voortgezet-onderwijs. De onderwerpen variëren van het behandelen van hoofdbewerkingen in de lagere school tot en met berekeningen in de mechanica, in groeiprocessen en het benaderen van bepaalde integralen in de bovenbouw van het V.O. of het H.B.O. Zeer veel voorbeelden; duidelijke programma's; zeer veel literatuurverwijzingen.

J. J. Sloff

Een duidelijk geschreven boekje. De programma's zijn in een duidelijke, direct intoetsbare notatie uitgevoerd. Korte, bondige stukjes theorie worden gevolgd door een groot aantal opgaven en aan de praktijk ontleende voorbeelden. Het boekje besluit met een hoofdstuk over benaderingsmethoden en limieten. Dit boekje geeft een goed zicht op de vele mogelijkheden, die men met een eenvoudig apparaat al heeft.

J. J. Sloff

Lennart Rade, *Aventyr met Räknedosan*; 1976, Biblioteksförloget AB Stockholm, 103 blzn.

In dit boekje heeft de auteur rond een twintigtal thema's die hieronder worden opgesomd in samenwerking met zijn zoon van elf een stel vragen en problemen gerangschikt waarbij het reken-doojsje een centrale rol speelt.

Hierbij is de auteur erin geslaagd een machientje te gebruiken dat slechts de vier hoofdbewerkingen, optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen tot zijn mogelijkheden heeft. Dit heeft soms wat nadelen zoals bijvoorbeeld bij het thema over priemgetallen.

In dit hoofdstuk komt de uitdrukking $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} = 0,57722$ voor als benadering voor $\ln n$. Deze uitdrukking komt uit de lucht vallen. Er blijkt alleen dat met het machientje te verifiëren is dat het aantal priemgetallen tot men met n ongeveer $1/0,86 \times n$: bovenstaande uitdrukking is. Daarna is er voor de machine met $\ln$ erop nog de mogelijkheid te verifiëren dat dit aantal ook ongeveer $1/0,86 \times n : \ln n$ is. Mijn kommentaar hierbij is toch wel een beetje: gooi het maar in mijn pet.

Tegenover deze, zeg maar schoonheidsfout staan tal van aardige vragen en problemen die in het 'gewone' wiskundeonderwijs geen plaats kunnen krijgen wegens het vervelende en vaak onoverkomelijke rekenwerk. Met het rekendoosje is dat euvel bezworen.

Ook staan er af en toe aardige aanwijzingen in om problemen met de beperkte afleesmogelijkheden van eenvoudige rekenmachientjes te ondervangen. Een aardig voorbeeld is het verjaardagenprobleem.

Hoeveel mensen heb je nodig om met een kans van groter dan 0,5 er minstens twee te hebben die op dezelfde dag jarig zijn?

Deze kans is $1 - \frac{365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot \dots \cdot (365 - n + 1)}{365^n}$, d.w.z. hier staat de kans dat er van n men-

sen minstens twee op dezelfde dag jarig zijn. Al bij kleine n gaan teller en noemer de beschikbare afleesruimte verre te boven. In de tekst staat de volgende rekenmethode aanbevolen:

$365 : 365 \times 364 : 365 \times 363 : 365$ enz

Het boekje is als volgt opgebouwd. In het eerste deel worden per thema de vragen en problemen gegeven. Het tweede deel bestaat weer per thema uit uitwerkingen, toelichtingen, verdere mogelijke problemen, enz.

Een probleem met dit boekje is natuurlijk dat het in het Zweeds geschreven is. Hoewel ik tot de lezing van dit boekje geen woord Zweeds kende, had ik betrekkelijk weinig problemen met het lezen, het Zweeds is tenslotte een Germaanse taal. Toch zou het misschien goed zijn als een uitgever dit boekje in een voor Nederlanders toegankelijker taal zou uitbrengen.

Het boekje lijkt mij vooral geschikt om gericht onderzoek met leerlingen te doen naar getallen, getallenrijen, kans. Het aanbod is daarbij zo ruim dat er voor alle schooltypen van ons vaderlandse bestel wat in te vinden is. De volgende lijst van thema's moge dat illustreren: magische vierkanten, cijfergrapjes, kleinste gemene veelvoud, kwadraten, palindromen (bijv. 361 en 163), het getal 37, de kern van een getal, papier knippen, onopgeloste problemen, welke weekdag, priemgetallen, het getal π , Fibonacci en de gulden snede, iteratie, toevalsgetallen en poker, toevalsgetallen kans en simuleren, het verjaardagenprobleem, rekords, toevalsgetallen en steekproeven, toevalsgetallen en permutaties.

B. Zwaneveld

Wim Klein (Pascal)

Nederlands Rekenwonder, zou ook de leerlingen van uw school willen laten genieten van zijn voordracht.

Inlichtingen: WIM KLEIN

Brouwersgracht 32^I - Amsterdam (c) - Tel. 020-262810



K. de Bruin A. Kelfkens D. Leujes
P.C. Schnetz H. Steur
A.H. Syswerda R.A.J. Vuijk

getal en ruimte

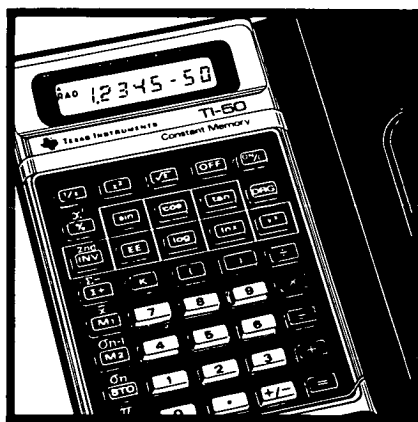
de leergang die af is en bij blijft.

- degelijke aanpak
- functioneel gebruik van steunkleur.
- veel opgaven.
- uitvoerige losse antwoorden-lijsten.
- differentiatie volgens BHV model in brugklas en tweede klas mavo.
- handleidingen.

educaboek culemborg

Postbus 48 Tel: 03450-3143

TI-50



Een logische stap verder

Mede door strakke samenwerking tussen schoolinstanties en de Educatieve Diensten van Texas Instruments zijn de TI-25 en TI-30 zeer bruikbare calculators gebleken voor scholieren en studenten over de hele wereld.

De nieuwe TI-50 is een logische stap verder in deze traditie. De uitvoering is extra plat, de uitlezing extra groot.

De permanente geheugens van de TI-50 onthouden ingevoerde gegevens ook, als de machine uitgeschakeld is. Het rendement van de batterijen is zeer groot, omdat de machine zichzelf uitschakelt als hij per ongeluk aan blijft staan. En een confrontatie met lege batterijen op cruciale momenten is uitgesloten, omdat de TI-50 zelf waarschuwt als er nog 10 batterij-uren over zijn.

Uiteraard is de TI-50 in een handige plastic omslag gestoken. De Educatieve Dienst van Texas Instruments in Amstelveen verstrekt graag alle verdere inlichtingen.

TEXAS INSTRUMENTS

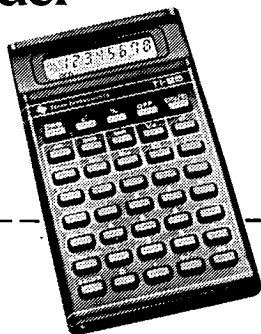


Texas Instruments Holland BV, European Consumer Division
Laan van de Helende Meesters 421A, 1186 AL Amstelveen, tel. 020 - 47 33 91

TI-25

Economisch, veelzijdig

Dun, licht,
grote LCD uitlezing,
52 functies, geheugen,
zelfuitschakelend,
plastic omslag.



Stuur mij nadere informatie over:

☐ TI-25

☐ TI-50

Verlangde type s.v.p. aankruisen.

naam: _____

schooltype: _____

adres: _____

plaats/postcode: _____

zenden aan:
Educatieve Dienst Texas Instruments Holland BV Antwoordnummer 81
1180 VB Amstelveen
(geen postzegel plakken)

EU



Kan het u wat schelen dat er een nieuwe wiskundeleergang voor mavo en lbo verschijnt?

Dat zal wel afhangen van de eisen die u aan een wiskundemethode stelt. U kunt aankruisen wat u belangrijk vindt:

- ☐ differentiatie binnen klasverband
- ☐ veel aandacht voor het rekenen
- ☐ naadloze aansluiting op de examens
- ☐ motivatie van de leerlingen door afwisseling in activiteiten
- ☐ een tot in details doordachte didactiek

Als u een of meer kruisjes plaatst, is het de moeite waard kennis te maken met de nieuwe methode

Passen en Meten

wiskunde voor mavo en lbo

Een experimentele versie heeft vier jaar proefgedraaid in het lbo. De definitieve versie kan daardoor volledig op de praktijkbehoeften worden afgestemd. Dat merkt u wel als u de nieuwe deeltjes inziet. U kunt een gratis informatiepakket met beoordelingsexemplaren en toelichting aanvragen. Schriftelijk: Wolters-Noordhoff bv, Postbus 58, 9700 MB Groningen. Telefonisch: (050) 16 23 14.

**Passen en Meten: een methode die u
verrassend veel kan schelen.
In de resultaten!**

244-26



Wolters-Noordhoff

INHOUD:

Voorbericht 337

Aad Goddijn: Rekenmachientjes: een opgave 342

Dr. P. M. van Hiele: Het rekenmachientje als tabel 346

Leen Bozuwa: Probeersels van een mavo-leerling; een begin? 352

Sjoerd Schaafsma: Mijn ervaringen in een leso 356

Anton Dona: Enkele notities bij gebruik op een reken 359

Theo Kristel: Rekenen met onnauwkeurige getallen 361

Jan Sloff: Informatie over zakrekenmachines 367

Bert Zwaneveld: De wiskundesekcie en het rekenmachientje 374

W. E. de Jong: Rekenmachientjes bij examens 379

F. van der Blij: Nabericht 383

Boekbesprekingen 389

ADRESSEN AUTEURS:

Prof. Dr. F. van der Blij, Ruysdaellaan 6, 3723 CC Bilthoven

L. Bozuwa, Abeelstraat 7, 3329 AA Dordrecht

A. J. M. Dona, Prunusstraat 6, 5061 AT Oisterwijk

A. Goddijn, W. S. Occam, Ruysaalkade t/o 207, 1072 BA Amsterdam

Dr. P. M. van Hiele, Dr. Beguinlaan 64, 2272 AL Voorburg

Drs. W. E. de Jong, Uthof 44, 9202 HM Drachten

Theo Kristel, Weezenhof 82-01, 6536 CA Nijmegen

S. Schaafsma, Betuwepad 25, 5691 LM Son en Breugel

J. J. Sloff, Kostvliet 10, 9462 TR Gasselte

B. Zwaneveld, Haringvlietstraat 9, 1078 JX Amsterdam