

**Maandblad voor
de didactiek
van de wiskunde**

**Orgaan van
de Nederlandse
Vereniging van
Wiskundeleraren**

54e jaargang

1978/1979

no. 8

april

Wolters-Noordhoff

EUCLIDES

Redactie: B. Zwaneveld, voorzitter - Drs. S. A. Muller, secretaris - Drs. F. Goffree - Dr. P. M. van Hiele - Drs. W. E. de Jong - W. Kleijne - Drs. J. van Lint - L. A. G. M. Muskens - P. Th. Sanders - Dr. P. G. J. Vredenduin.

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 10 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Secretaris: Drs. J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.

Penningmeester en ledenadministratie: Drs. J. van Dormolen, Lange Voort 207, 2343 CD Oegstgeest. Postrekening nr. 143917 t.n.v. Ver. v. Wiskundeleraren, te Amsterdam.

De contributie bedraagt f 35,— per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. f 25,—; contributie zonder Euclides f 15,—.

Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de penningmeester. Opzeggingen vóór 1 augustus.

Artikelen ter opname worden ingewacht bij B. Zwaneveld, Haringvlietstraat 9^{II}, 1078 JX Amsterdam, tel. 020-73 8912. Zij dienen met de machine geschreven te zijn met een marge van 5 cm en een regelafstand van 1 1/2.

Boeken ter recensie aan W. Kleijne, Treverilaan 39, 7312 HB Apeldoorn, tel. 055-250834.

Mededelingen, enz. voor de redactie aan Drs. S. A. Muller, Van Lynden van Sandenburglaan 63, 3571 BB Utrecht, tel. 030-71 09 65.

Opgave voor deelname aan de leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan Dr. A. J. E. M. Smeur, Dennenlaan 17, 4849 BD Dorst (N.B.).

Abonnementsprijs voor niet leden f 33,50. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement f 19,50. Niet leden kunnen zich abonneren bij: Wolters-Noordhoff bv, afd. periodieken, Postbus 58, 9700 MB Groningen. Tel. 050-16 21 89. Giro: 1308949.

Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen.

Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag.

Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven.

Losse nummers f 5,80 (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

Advertenties zenden aan:

Intermedia bv, Prinses Margrietlaan 1, Postbus 371, 2404 HA Alphen a/d Rijn. Tel. 01720-6 20 78/6 20 79. Telex 33014.

Wat vinden leerlingen van wiskunde?*)

E. J. J. KREMERS

In het onderwijs hebben begrippen als 'Kenniss', 'Inzicht' en 'Bekwaamheid' steeds een centrale plaats ingenomen. De laatste tijd wordt er echter daarnaast ook meer nadruk gelegd op waarden, houdingen, interessen e.d. van leerlingen. In het eerste geval spreekt men ook wel van cognitieve – en in het tweede geval van affectieve vaardigheden.

Ook aan het CITO-project Leerdoelgerichte Toetsen is diverse malen de vraag gesteld of aandacht besteed zou kunnen worden aan het affectieve gebied.¹⁾ Bovendien bestond er meer concreet bij wiskundigen binnen dit project belangstelling voor een instrument dat inzicht zou kunnen verschaffen in de houding van leerlingen ten opzichte van wiskunde. Deze belangstelling vloeide voort uit de problemen die er met name bij wiskunde op dit gebied bestaan: leerlingen zijn dikwijls bang voor wiskunde; leerlingen vinden wiskunde vervelend; leerlingen zien het nut van wiskunde niet in en dergelijke. Vanwege de toenemende belangstelling voor het affectieve gebied werd in 1976 besloten na te gaan of het mogelijk en zinvol zou zijn om ook evaluatie-instrumenten voor affectieve leerdoelen te ontwikkelen. Er werd in 1977 een vragenlijst ontwikkeld die de houding van leerlingen ten opzichte van wiskunde meet. Dit artikel beschrijft de manier waarop daarbij te werk werd gegaan. Ook wordt ingegaan op het gebruik van een dergelijke vragenlijst in het onderwijs.

Verschillende factoren hebben er toe geleid om de oriëntering binnen het affectieve gebied te beginnen met het ontwikkelen van juist deze vragenlijst. Vanzelfsprekend is de belangstelling van wiskundigen binnen het project van invloed geweest. Maar ook heeft het feit meegespeeld dat veel deskundigen een positieve houding van leerlingen ten opzichte van een schoolvak beschouwen als een belangrijke affectieve doelstelling. Sommigen beweren zelfs dat dit de belangrijkste affectieve doelstellingen zijn die de school bij haar leerlingen

* Met dank aan drs. G. Bakker, drs. J. B. A. M. van Bergen en drs. M. W. H. Peters-Sips – allen medewerkers van het CITO – voor hun opmerkingen bij de conceptversie van het artikel.

moet nastreven. Waarom vindt men 'die houdingen' dan zou belangrijk? Op deze vraag hebben deskundigen verschillende antwoorden gegeven. Sommige deskundigen hebben het nastreven van een positieve houding benadrukt omdat dit de prestatie ten goede zou komen. De houding van de leerling wordt dan als een voorwaarde voor een goede leerprestatie gezien. Sommigen hebben het nastreven van een positieve houding ten opzichte van een schoolvak benadrukt ongeacht het eventueel ten goede komen van de prestatie bij dat schoolvak. Positieve houdingen ten opzichte van een schoolvak vormen dan een doel op zich. Dat leerlingen plezier in een vak hebben, zo wordt gesteld, is zeker zo belangrijk dan dat ze er goede cijfers voor halen. Anderen verkondigen de mening, dat een positieve houding ten opzichte van een schoolvak – ongeacht of deze nu als een leervoorwaarde of als een nastrevenswaardig doel op zich beschouwd wordt – zeker het kiezen van een leerling voor verder onderwijs in dat vak zal beïnvloeden. Toegespitst op de Nederlandse onderwijssituatie zou dat betekenen dat dergelijke houdingen wel eens een belangrijke rol kunnen spelen bij het kiezen van een bepaald vak in het eindexamenpakket.

Het opstellen van de vragenlijst

Wanneer men een vragenlijst over een bepaald onderwerp wil gaan ontwikkelen, is het gebruikelijk om eerst na te gaan welke aspecten van dat onderwerp door andere onderzoekers belangrijk gevonden worden. Daarom werd in 1976 begonnen met een onderzoek naar wat in de literatuur onder 'een houding van leerlingen ten opzichte van wiskunde' verstaan wordt.

Ook is er een studie gemaakt van soortgelijke vragenlijsten die reeds in Nederland en in het buitenland ontwikkeld waren.

Uit deze literatuurstudie bleek, dat de houding ten opzichte van wiskunde nog al eens verward wordt met een zogenaamde 'wiskundige houding'. Met dit laatste wordt dan de typisch wiskundige manier van probleem benaderen bedoeld. Omdat bij deze houding echter de nadruk ligt op cognitieve factoren, is daar in dit onderzoek verder geen aandacht aan besteed.

Verder kwam uit de literatuur naar voren, dat globaal vijf belangrijke onderdelen aan de houding ten opzichte van wiskunde te onderscheiden zijn. Besloten werd daarom de vragenlijst hierop te richten. Vervolgens werden bij elk ervan een aantal beweringen geformuleerd. Deze beweringen vormden samen de eerste versie van de vragenlijst. De onderdelen kunnen als volgt omschreven worden:

- 1 *Plezier in wiskunde*: De uitspraken uit dit onderdeel gaan over het plezier dat een leerling beleeft aan het ' bezig zijn met wiskunde'. Geprobeerd is uitspraken over meerdere situaties (klas, later beroep, huiswerk) in dit onderdeel op te nemen.
- 2 *Moeilijkheden om wiskunde te leren*: Hier wordt gevraagd naar de mening die een leerling heeft over de 'leerbaarheid' van wiskunde. In hoeverre zien leerlingen wiskunde als iets wat ze toch nooit onder de knie zullen krijgen of hebben ze het idee dat het toch wel een neembare hindernis is?

- 3 (*Maatschappelijke*) *Relevantie van wiskunde*: De vragen uit dit onderdeel gaan over de opvatting die een leerling heeft over het nut van wiskundige kennis. Behalve beweringen over bruikbaarheid bij 'alledaagse' dingen, zijn er ook beweringen die betrekking hebben op de bruikbaarheid en noodzakelijkheid van wiskundige kennis bij latere beroepen.
- 4 *Bereidheid/geneigdheid om ook buiten klasverband iets aan wiskunde te doen*: Dit onderdeel probeert te achterhalen of een leerling op de een of andere manier nog meer aan wiskunde doet of zou willen doen dan datgene wat hij voor zijn huiswerk moet doen.
- 5 *Angst voor wiskunde*: Dit verwijst naar de angst, onzekerheid en spanning die een leerling ervaart wanneer hij op de een of andere manier 'met wiskunde bezig' is. Geprobeerd is deze angst te onderscheiden van een meer algemene faalangst. Ook in dit onderdeel is getracht meerdere situaties op te nemen.

Het leek de moeite waard om na te gaan wat wiskundeleraren van deze eerste versie van de vragenlijst zouden vinden. Juist zij zouden immers een goede kijk hebben op de houding van leerlingen ten opzichte van wiskunde! Daarom werden de reacties van twintig docenten uit het LBO en het AVO/VWO verzameld op vier vragen over de vragenlijst.

Deze vragen luiden als volgt:

- 1 Bestaat er naar uw mening zoiets als 'een houding ten opzichte van wiskunde', of dient men, als men zoiets wil meten, de houding ten opzichte van afzonderlijke onderdelen van wiskunde, bijvoorbeeld algebra, te meten?
- 2 Zijn alle onderdelen/subschalen belangrijk? Zijn er belangrijke onderdelen over het hoofd gezien?
- 3 Vormen de beweringen/items binnen iedere subschaal een geheel? Is de naam van de subschaal juist?
- 4 Zijn de items duidelijk geformuleerd? Denk hierbij aan de leerlingen die de vragenlijst waarschijnlijk zullen beantwoorden, n.l. LBO-leerlingen uit lagere en hogere klassen.

De eerste vraag werd gesteld, omdat tijdens de literatuurstudie zowel vragenlijsten werden aangetroffen die gericht waren op de houding ten opzichte van wiskunde in het algemeen als ook op afzonderlijke onderdelen uit de wiskunde. De meeste docenten vonden dat er zeker gesproken kon worden van een 'houding ten opzichte van wiskunde in het algemeen'.

Veel wiskundemethodes, zo stelden zij, streven immers een integratie van de afzonderlijke onderdelen uit de wiskunde na. Bovendien zou wiskunde met name door leerlingen uit de lagere klassen als iets 'ongedeelds' gezien worden. Besloten werd daarom de vragenlijst te richten op de houding ten opzichte van wiskunde in het algemeen.

De vijf voorgestelde onderdelen werden over het algemeen belangrijk gevonden. Hierin werden dan ook geen veranderingen aangebracht. Wel was er kritiek op de formulering van de beweringen. Men vond ze zeker voor LBO-leerlingen vaak te moeilijk. Op basis van het dikwijls gedetailleerde commen-

taar werden daarom een aantal uitspraken opnieuw geformuleerd. Ook werd gebruik gemaakt van suggesties voor nieuwe uitspraken.

Het 'beproeven' van de vragenlijst

Een goed evaluatie-instrument moet aan een aantal eigenschappen voldoen. Deze eigenschappen gelden evenzeer voor toetsen voor cognitieve vaardigheden als voor een vragenlijst die de houding ten opzichte van wiskunde meet. Ten dele hebben ze betrekking op de inhoudelijke opbouw van het instrument.

Daarnaast verwijzen ze naar wat men wel de 'psychometrische kenmerken' van een instrument noemt. De vragen aan de docenten hadden vooral betrekking op de inhoudelijke opbouw. Via een verder onderzoek wilden we echter ook nadere informatie verkrijgen over deze 'psychometrische kenmerken' van de vragenlijst. Hiertoe behoren vragen als: Hoe betrouwbaar zijn de afzonderlijke onderdelen (worden de antwoorden van de leerlingen niet te veel door toevallige factoren bepaald)? Zijn de onderdelen wel echt te onderscheiden (het is in theorie bijvoorbeeld denkbaar, dat een leerling die wiskunde moeilijk vindt er nog niet bang voor hoeft te zijn. Is dat echter in de praktijk ook het geval)? Is de vragenlijst bruikbaar voor meerdere groepen, bijvoorbeeld leerlingen van uiteenlopende schooltypen? Overigens blijkt hier al dat het antwoord op deze vragen ook weer van invloed is bij de beoordeling van de inhoudelijke opbouw van de vragenlijst.

Het was verder de bedoeling om na te gaan wat het verband was tussen de houding ten opzichte van wiskunde en een aantal andere factoren. Hierbij was de aandacht gericht op factoren, waarvan uit het literatuuronderzoek gebleven was dat ze van invloed waren op deze houding. Tot deze behoorden de sexe van de leerling, zijn prestatie bij wiskunde, het leerjaar en het schooltype waaruit hij afkomstig was en zijn voornemen om al of niet wiskunde in het vakkenpakket op te nemen.

Vervolgens moest bepaald worden bij welke leerlingen het onderzoek zou plaats vinden. Hierbij speelden twee overwegingen een belangrijke rol:

- Het onderzoek diende informatie te verschaffen over de bruikbaarheid van de vragenlijst bij meerdere groepen van leerlingen. Gedacht werd aan een schooltype uit het LBO en een uit het AVO/VWO.
- Onderzocht zou worden of de houding van een leerling ten opzichte van wiskunde samenhang met het leerjaar waarin hij zat. Zo'n vergelijking was echter alleen mogelijk tussen het eerste leerjaar en dat leerjaar, waarin de leerlingen een (voorlopig) vakkenpakket moesten kiezen. Daarna was er immers sprake van een 'geselecteerde' groep. Een voorbeeld moge dit verduidelijken. Derde klas MAVO-leerlingen, die allemaal wiskunde in hun eindexamenpakket gekozen hebben, zullen waarschijnlijk positiever ten opzichte van wiskunde staan dan tweede klas MAVO-leerlingen. Van hen zal namelijk een deel zeker niet voor verder wiskunde-onderwijs kiezen.

Op basis van deze en andere overwegingen viel de keuze op leerlingen uit de eerste twee leerjaren van het LHNO en het MAVO.

Het onderzoek zelf vond plaats bij 688 leerlingen afkomstig uit leerjaar een en twee van vijf LHNO- en zeven MAVO-scholen uit de regio Arnhem-Nijmegen. In totaal namen er 32 klassen aan deel. De afnames in een klas werden niet door de eigen wiskunde-leraar uitgevoerd, maar door een medewerker van het CITO.

De vragenlijst bestond uit 52 uitspraken.

Bij iedere uitspraak moest de leerling aangeven of hij het er 'erg mee eens' was, 'mee eens' was, het 'eigenlijk niet wist', het er 'niet mee eens' was of het er 'erg mee oneens' was (zie voorbeelden in kader).

Dit invullen leverde over het algemeen geen problemen op en duurde gemiddeld een kwartier. Verder vulden de leerlingen in een voorbedrukt hokje hun laatste rapportcijfer in (als aanduiding voor hun prestatie bij wiskunde) en kruisten ze aan of ze een jongen of meisje waren. Tenslotte beantwoordden zij nog een vraag over het al dan niet van plan zijn om wiskunde in het eindexamenpakket op te nemen. Hierbij konden ze weer uit een aantal antwoordalternatieven kiezen, en wel: 'zeker wel', 'waarschijnlijk wel', 'weet ik nog niet', 'waarschijnlijk niet' en 'zeker niet'.

Wat het opleverde

Op de verzamelde gegevens werden eerst analyses uitgevoerd om inzicht te krijgen in de al eerder genoemde 'psychometrische kenmerken' van de vragenlijst. Dat gebeurde afzonderlijk voor alle LHNO-leerlingen, de meisjes binnen het MAVO en de jongens binnen het MAVO.

Uit deze analyse bleek dat een aantal onderdelen van de vragenlijst, die bij de eerste versie onderscheiden werden, in feite samenvielen. Uit de antwoorden van de leerlingen bleek namelijk dat ze nauw samenhangen. Dit 'samenhangen' trad bij alle drie de groepen op. Het resulteerde in drie onderdelen, die wel 'echt' te onderscheiden zijn. Hiermee wordt bedoeld, dat de antwoorden van een leerling bij een onderdeel min of meer onafhankelijk zijn van zijn antwoorden bij de andere onderdelen.

De nieuw gevormde onderdelen kunnen als volgt omschreven worden:

- Onderdeel I vormt een combinatie van uitspraken uit de oorspronkelijke onderdelen '*plezier in wiskunde*' en '*bereidheid en geneigdheid om ook buiten klasverband iets aan wiskunde te doen*'. Dit onderdeel, dat elf uitspraken omvat, wordt verder als de subschaal '*plezier en motivatie*' aangeduid.
- Onderdeel II vormt een combinatie van uitspraken uit de oorspronkelijke onderdelen '*moeilijkheid om wiskunde te leren*' en '*angst voor wiskunde*'. Dit onderdeel, dat twaalf uitspraken omvat, wordt verder als de subschaal '*angst en moeilijkheid*' aangeduid.

- Onderdeel III komt overeen met het oorspronkelijke onderdeel ‘*maatschappelijke relevantie van wiskunde*’. Dit onderdeel, dat acht uitspraken omvat, wordt verder als de subschaal ‘*relevantie*’ aangeduid.

Uit de analyses bleek verder, dat deze drie onderdelen voldoende betrouwbaar waren. Ook dat gold weer voor alle drie de groepen. Het onderzoek heeft dus geresulteerd in een vragenlijst waarbij niet vijf maar drie onderdelen aan de houding ten opzichte van wiskunde onderscheiden worden. Ze lijkt bruikbaar voor meerdere populaties en ook de onderdelen ervan lijken voldoende betrouwbaar. Deze herziene versie bestaat uit 31 uitspraken. Om een indruk te krijgen om wat voor soort uitspraken het gaat staan er in het kader twee uit elk onderdeel. De aanduidingen tussen haakjes verwijzen naar de betreffende onderdelen. Een leerling geeft zijn reactie op een uitspraak door een van de vierkantjes aan te kruisen.

Voorbeelden van uitspraken uit de vragenlijst

	<i>erg mee eens</i>	<i>mee eens</i>	<i>weet ik eigen- lijk niet</i>	<i>niet mee eens</i>	<i>erg mee oneens</i>
Onze wiskundelessen zijn vaak boeiend en interessant (I).	2 ☐	1 ☐	0 ☐	-1 ☐	-2 ☐
Ik wil in mijn vrije tijd wel eens een boek lezen dat iets met wiskunde te maken heeft (I).	2 ☐	1 ☐	0 ☐	-1 ☐	-2 ☐
Op de een of andere manier kan ik die wiskunde maar niet onder de knie krijgen (II).	2 ☐	1 ☐	0 ☐	-1 ☐	-2 ☐
Als ik over wiskunde hoor praten, krijg ik al de kriebels (II).	2 ☐	1 ☐	0 ☐	-1 ☐	-2 ☐
Ik merk aan andere vakken dat ik wat heb aan wiskunde (III).	2 ☐	1 ☐	0 ☐	-1 ☐	-2 ☐
Bij veel dingen die je iedere dag tegenkomt heb je wat aan wiskunde (III).	2 ☐	1 ☐	0 ☐	-1 ☐	-2 ☐

De cijfers bij ieder hokje verwijzen naar de manier waarop een antwoord gescoord wordt. Bij uitspraken waarvan bevestiging op een negatieve houding wijst (bijvoorbeeld de uitspraken vermeld bij onderdeel II) wordt de scoring om-

gekeerd. Een totaalscore per onderdeel krijgt men door de scores op de afzonderlijke uitspraken op te tellen.

Een volgende stap betrof de analyse van het verband tussen de houding ten opzichte van wiskunde en een aantal eerder genoemde factoren. Hierbij werd uitgegaan van de herziene versie van de vragenlijst, die uit drie onderdelen bestond. Nu worden beknopt de voornaamste resultaten geschetst.

- 1 Over het algemeen stonden de leerlingen in beide schooltypen neutraal tot negatief ten opzichte van wiskunde. Zelfs de groep die de meest positieve houding bleek te hebben – nl. de leerlingen die aangaven dat ze wiskunde ‘zeker wel’ in hun eindexamenpakket zouden opnemen – scoorde gemiddeld nog lichtelijk negatief op de subschaal *plezier en motivatie* en neutraal op de subschaal *relevantie*. Alleen op de subschaal *angst en moeilijkheid* viel de score redelijk positief uit.
- 2 Vergelijking tussen meisjes binnen het LHNO en MAVO leerde dat de ‘LHNO-meisjes’ duidelijk minder negatief op de subschaal *plezier en motivatie* scoorden dan de ‘MAVO-meisjes’. De ‘MAVO-meisjes’ daarentegen sloegen de relevantie duidelijk minder negatief aan dan de ‘LHNO-meisjes’. Op de subschaal *angst en moeilijkheid* scoorden de ‘MAVO-meisjes’ in het eerste leerjaar neutraal en in het tweede leerjaar lichtelijk negatief terwijl het omgekeerde optrad bij de ‘LHNO-meisjes’.
- 3 Vergelijking tussen jongens en meisjes binnen het MAVO leerde dat jongens duidelijk positiever ten opzichte van wiskunde stonden dan meisjes. Deze verschillen traden bij alle drie de onderdelen op.
- 4 Er traden geen duidelijke verschillen op tussen leerjaar een en twee wat betreft de houding ten opzichte van wiskunde. Dit gold zowel voor het LHNO als voor het MAVO.
- 5 ‘Zeker wel’-kiezers (zoals reeds gezegd werd iedere leerling tijdens het onderzoek gevraagd op een vijfpuntschaal lopende van ‘zeker wel’ tot ‘zeker niet’ aan te geven of hij, wanneer hij op dat moment moest kiezen, wiskunde in zijn eindexamenpakket zou opnemen) scoorden op alle drie de onderdelen aanzienlijk positiever dan ‘zeker niet’-kiezers. Deze verschillen traden op ongeacht het schooltype en het geslacht van de leerling.
- 6 Over het algemeen gold dat naarmate de score van een leerling op de subschaal *angst en moeilijkheid* positiever uitviel dit gepaard ging met een hoger cijfer voor wiskunde. Van zo’n duidelijk verband was in veel mindere mate sprake tussen de score op de subschaal *plezier en motivatie* en het cijfer voor wiskunde en in nog mindere mate tussen de score op de subschaal *relevantie* en het cijfer voor wiskunde. Met andere woorden: de ideeën die een leerling had over de relevantie van wiskunde of het plezier dat hij aan wiskunde beleefde hingen duidelijk minder samen met zijn cijfer voor wiskunde dan zijn ‘angst en moeilijkheidsgevoelens’. Verder was het verband tussen het wiskundecijfer en deze drie subschalen voor LHNO-leerlingen steeds sterker dan voor MAVO-leerlingen.

Het zou interessant zijn om wat nader in te gaan op mogelijke verklaringen voor de gevonden resultaten. Vanwege de beperkte ruimte moet hier echter van

afgezien worden. Op basis van de resultaten lijkt gesteld te kunnen worden, dat het wel *mogelijk* is om (dergelijke) instrumenten voor het affectieve gebied te ontwikkelen. In hoeverre is het echter ook *zinnig* om dit te doen? Ter beantwoording van deze vraag wordt nu wat nader ingegaan op het gebruik van een dergelijke vragenlijst in het onderwijs.

Gebruik van de vragenlijst

De hier beschreven vragenlijst kan er toe bijdragen dat in het onderwijs meer aandacht aan (dergelijke) affectieve doelstellingen geschonken wordt. In die zin kan ze een bewustwordingsproces in gang zetten. Ze kan daarbij een verduidelijkende rol hebben in de discussie over wenselijk geachte affectieve doelstellingen.

Behalve voor deze algemene functie is de vragenlijst ook geschikt voor een aantal meer concrete gebruiksmogelijkheden. Hierbij kan men denken aan verschillende categorieën van gebruikers. Op de eerste plaats is daar de leerkracht zelf als gebruiker. Daarnaast zouden bepaalde 'instanties' gebruik kunnen maken van deze vragenlijst voor het verkrijgen van relevant geachte gegevens. Met 'instanties' worden dan bedoeld leerplanontwikkelaars, onderwijsonderzoekers en eventueel begeleidingsinstanties.

Voor welke gebruiksmogelijkheden is de vragenlijst zo al geschikt?

- De vragenlijst kan voor een leerkracht een belangrijk hulpmiddel zijn wanneer hij zijn eigen onderwijs ten aanzien van deze houdingsdimensies c.q. 'doelstellingen' wil evalueren. Hij zou deze bijvoorbeeld aan het begin en het eind van het schooljaar kunnen afnemen om te constateren of er bij zijn leerlingen veranderingen in de houding ten opzichte van wiskunde hebben plaatsgevonden.
- Gezien de resultaten van deze studie lijken de gegevens van de vragenlijst een verduidelijkende rol te kunnen hebben voor de leerling (en ook eventueel zijn ouders en de leerkracht), wanneer hij op een gegeven moment voor de keuze komt te staan of hij wiskunde wel of niet in zijn eindexamenpakket zal opnemen. Alle drie de subschalen bleken immers zeer goed in staat om zogenaamde 'zeker-wel'-kiezers van 'zeker-niet'-kiezers te onderscheiden.
- Onderzoek met de vragenlijst door instanties die hierin geïnteresseerd zijn kan inzicht verschaffen in de feitelijke bereikte doelstellingen op dit gebied in diverse schooltypes.
Wanneer men namelijk de verschillende houdingsdimensies van de vragenlijst beschouwt als wenselijke 'doelstellingen', dan kan afname van de vragenlijst duidelijk maken in hoeverre deze 'doelstellingen' bereikt worden.
- De vragenlijst kan inzicht verschaffen in hoeverre bepaalde methodes meer bijdragen tot het realiseren van deze 'doelstellingen' dan anderen. Zij zou met andere woorden ingepast kunnen worden in evaluatief onderzoek van leergangen. Hierbij kan gedacht worden aan reeds ontwikkelde leergangen, maar ook aan nieuw te ontwikkelen leergangen c.q. curricula.

Tot slot wordt nog even stil gestaan bij een aantal problemen die specifiek zijn voor het evalueren van affectieve doelstellingen. De problemen vloeien voort uit de geheel eigen aard van affectieve doelstellingen. Zo wordt dikwijls de opvatting verkondigd dat iemand's houdingen, waarden, interesses en dergelijke in eerste instantie een privé aangelegenheid vormen. Men acht het geen taak voor het onderwijs om ook dergelijke (lees: affectieve) doelstellingen bij haar leerlingen na te streven, laat staan te evalueren. Dat zou niet het geval zijn bij prestatie, bekwaamheid, productiviteit en dergelijke (lees: cognitieve doelstellingen). Het is legitiem dat het onderwijs deze cognitieve doelstellingen nastreeft en evalueert. Leerlingen mogen daarbij best met elkaar vergeleken worden. Anderen zijn juist van mening dat de school zich ook op de eerste categorie van doelstellingen moet richten.

Op deze controverse zal nu niet verder worden ingegaan. Wel is het volgende belangrijk. Beide 'partijen' zijn het erover eens dat men bepaalde richtlijnen in acht moet nemen bij het evalueren van affectieve doelstellingen. Deze zijn dus ook van toepassing wanneer men bij leerlingen een vragenlijst afneemt gericht op de houding ten opzichte van wiskunde! Ze hebben tot doel het privé karakter van de gegeven antwoorden te garanderen. We vermelden ze beknopt.

- 1 Leerlingen moeten vooraf de reden voor de afname van een bepaald instrument kennen. Dat betekent, dat ze ook weten waarvoor de resultaten gebruikt zullen worden.
- 2 Het beantwoorden van evaluatie instrumenten voor affectieve doelstellingen dient op vrijwillige basis te geschieden. Leerlingen moeten het recht hebben om medewerking te weigeren.
- 3 De reacties van individuele leerlingen dienen strikt vertrouwelijk behandeld te worden. Gemiddelde scores van een hele klas daarentegen kunnen wel onderwerp van een klasgesprek zijn.

Deze punten maken duidelijk dat aan het verantwoord gebruik van de vragenlijst door leerkrachten hoge eisen gesteld worden. Hun ervaring met dergelijke vragenlijsten is waarschijnlijk echter (nog) gering. Het lijkt dan ook wenselijk om eens een jaar 'proef te draaien' met de vragenlijst in het onderwijs. In zo'n jaar zou men moeten nagaan in hoeverre leerkrachten de genoemde richtlijnen kunnen uitvoeren. Met name zou men moeten nagaan in hoeverre het mogelijk is om het privé karakter van de gevraagde reacties te waarborgen. Daarnaast zou men moeten onderzoeken op welke wijze leerkrachten de gegeven antwoorden verwerken en interpreteren. In een soort voorlopige handleiding zouden voor beide aspecten suggesties gedaan moeten worden. In het 'proefjaar' zou dan blijken in hoeverre het om uitvoerbare suggesties c.q. haalbare eisen gaat.

Dan is er nog een probleem dat samenhangt met de eigen aard van affectieve doelstellingen. Het is namelijk best mogelijk dat leerlingen bij een dergelijke vragenlijst niet hún eigen mening geven, maar dat antwoorden, wat de leraar wel prettig zal vinden! Men spreekt in dat geval ook wel van 'sociaal wenselijke antwoorden'. Komen deze veel voor, dan wordt het erg moeilijk om de resultaten van de vragenlijst te interpreteren. Het is dan ook belangrijk dat af-

name plaats vindt in een 'klimaat' waarin de leerlingen niet bang zijn om hun mening te geven. Zo'n klimaat kan geschapen worden, wanneer leerkrachten de eerder genoemde richtlijnen navolgen. De leerlingen moeten er van overtuigd zijn dat ze niet bekritiseerd zullen worden vanwege hun antwoorden. Benadrukt moet worden dat het niet om een proefwerk of een test gaat, waarvoor ze een cijfer krijgen. In het proefjaar zou men kunnen onderzoeken of 'de sociaal wenselijke antwoorden' dan inderdaad nog weinig voorkomen. Zo niet, dan zullen andere benaderingen gezocht moeten worden.

Hoe nu verder?

Het doel van het onderzoek was na te gaan of het *mogelijk* en *zinvol* is om evaluatie instrumenten voor affectieve doelstellingen te ontwikkelen. De aandacht was daarbij gericht op een speciale categorie van affectieve doelstellingen, namelijk de houding van leerlingen ten opzichte van een schoolvak. Als schoolvak werd vervolgens wiskunde gekozen. Uit het onderzoek is gebleken, dat het in ieder geval mogelijk is voor dergelijke 'houdingen' vragenlijsten te ontwikkelen. Bovendien kan zo'n vragenlijst een aantal zinvolle gebruiksmogelijkheden vervullen.

Een aantal aspecten zullen echter nog nader bekeken moeten worden. Gesuggereerd werd al, dat het wenselijk is om een jaar 'proef te draaien' met de vragenlijst in het onderwijs. Pas dan kan een beargumenteerde beslissing genomen worden over het al dan niet verkrijgbaar stellen van de vragenlijst. Momenteel wordt nagegaan of er mogelijkheden geschapen kunnen worden voor zo'n vervolgonderzoek. Wanneer dat onderzoek tot bevredigende resultaten leidt, kan overwogen worden om in de toekomst ook soortgelijke vragenlijsten voor andere vakken te ontwikkelen.

Een uitvoeriger verslag van dit onderzoek vindt men in CITO-memo 277 *'Affectieve doelstellingen in het onderwijs en een toepassing voor het vak wiskunde'*.

Voor belangstellenden is nog een beperkt aantal exemplaren voorradig. Men kan hiervoor contact opnemen met de Heer W. Pont, 085-45 5555

¹ Van de activiteiten van het CITO-project Leerdoelgerichte Toetsen voor het vak wiskunde werd reeds eerder in Euclides verslag gedaan en wel in het artikel 'Leerdoelgerichte Toetsen Wiskunde' van drs. G. Bakker en drs. J. B. A. M. van Bergen. (Euclides, nr. 7, jaargang 1977-78).

Over de auteur:

E. J. J. Kremers (geboren 1952) studeerde na het eindexamen gymnasium β ontwikkelingspsychologie aan de Katholieke Universiteit van Nijmegen, alwaar hij in 1978 het doctoraal-examen behaalde. Het onderzoek, waar in dit artikel verslag van gedaan wordt, verrichtte hij in het kader van zijn doctoraalstudie tijdens een stage bij het CITO-project Leerdoelgerichte Toetsen. Momenteel is hij als onderwijskundig medewerker werkzaam bij het project Itembank Basis-onderwijs van het CITO te Arnhem.

De zevende wiskunde olympiade in de U.S.A.

Op 2 mei 1978 is de zevende wiskunde olympiade in de Verenigde Staten gehouden. Het aantal deelnemers bedroeg 106, geselecteerd op grond van hun resultaten bij het Annual High School Mathematics Examination.

Degenen die bij deze olympiade de beste resultaten behalen, mogen deelnemen aan de internationale olympiade.

De gemiddelde scores voor de opgaven waren:

opgave 1	gemiddelde score	9.4 (uit 20)
2		6.4
3		4.5
4		het laagst van alle vijf
5		11.2

Opvallend was de geringe planimetrische kennis van de deelnemers.

Verder bleek duidelijk de invloed die het verwijderen van de stereometrie uit het programma van het secundair onderwijs heeft.

Hieronder volgen de opgaven.

SEVENTH U.S.A. MATHEMATICAL OLYMPIAD / 2 MAY 1978

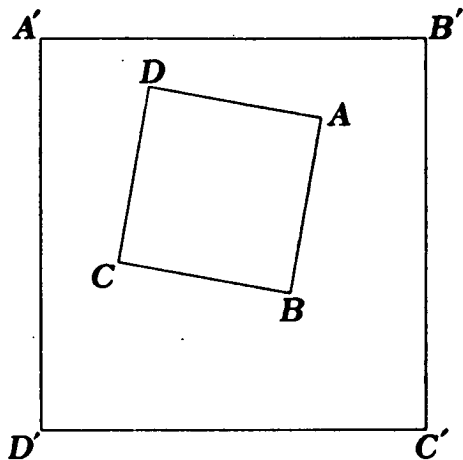
1 Given that a, b, c, d, e are real numbers such that

$$a + b + c + d + e = 8,$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = 16.$$

Determine the maximum value of e .

2 $ABCD$ and $A'B'C'D'$ are square maps of the same region of a country, but drawn to different uniform scales and superimposed as shown in the figure. Prove that there is only one point O on the small map which lies directly over a point O' of the large map such that O en O' each represent the same place of the country. Also, give a Euclidean construction (straightedge and compass) for O .



- 3 An integer n will be called *good* if we can write $n = a_1 + a_2 + \dots + a_k$ where $a_1, a_2, \dots, a_k$ are positive integers (not necessarily distinct) satisfying $1/a_1 + 1/a_2 + \dots + 1/a_k = 1$. Given it is known that the integers 33 through 73 are good, prove that every integer ≥ 33 is good.
- 4 (a) Prove that if the six dihedral angles (i.e., angles between pairs of faces) of a given tetrahedron are congruent, then the tetrahedron must be regular.
 (b) Must the tetrahedron be regular if five dihedral angles are congruent?
- 5 Nine mathematicians meet at an international conference and discover that among any three of them, at least two speak a common language. If each of the mathematicians can speak at most three languages, prove that there are at least three of the mathematicians who can speak the same language.

Overgenomen uit The Mathematics Teacher van oktober 1978.

P. G. J. Vredenduin

Kwantoren¹⁾

HILDE VAN BUGGENHOUT

Uit het artikel van P. Vredenduin over *variabelen* [4], blijkt duidelijk dat het invoeren van variabelen naast constante-, relatie- en functiesymbolen niet voldoende is om zelfs maar basisbegrippen en -beweringen uit de wiskunde te formaliseren.

Inderdaad voor begrippen zoals *continuïteit*, *gelijkmatige continuïteit*, *groepen*, *maxima* en zo meer, is het nodig dat we het onderscheid kunnen maken tussen:

- voor alle . . . er bestaat . . .
- er bestaat . . . , zodat voor alle . . .
- er bestaat niet . . .
- niet voor alle . . . enz.

Om dit te verhelpen, voeren we formeel twee nieuwe symbolen in, namelijk $\forall$ en $\exists$, die we kwantoren noemen.

$\forall$ is de alkwantor

$\exists$ is de bestaanskwantor.

Deze kwantoren zullen aangeven in welke mate (voor hoeveel elementen van het universum) een formule waar is.

I Hoe kunnen we nu deze formele symbolen interpreteren? (semantiek)

Zoals P. Vredenduin reeds aangehaald heeft [4], worden formules (uitspraken) steeds gevormd vanaf een taal $\mathcal{L}$ [1].

Deze taal $\mathcal{L}$ is niets anders dan een verzameling van symbolen nl.:

constante symbolen: $c_0, c_1, c_2, \dots$

functiesymbolen : $f_0, f_1, f_2, \dots$

relatiesymbolen : $r_0, r_1, r_2, \dots$

Naast de taal $\mathcal{L}$, die kan variëren, hebben we altijd de vaste verzameling $\mathcal{S}$ der logische symbolen:

¹⁾ Voordracht gehouden op de gezamenlijke studiedag van de VVWL en de NVvW te Breda op 18 maart 1978.

()	haken
,	komma
$x_0, x_1, \dots$	variabelen (aftelbaar oneindig)
$\wedge \quad \neg$	connectieven
$\forall \quad \exists$	kwantoren
$\equiv$	gelijkheid

Vanaf deze twee verzamelingen worden nu formeel formules gevormd volgens bepaalde regels, waarop we hier niet verder ingaan. Bepaalde van deze formules zal men als axioma's aannemen en men kan dan formeel andere formules bewijzen. We noemen dit *de syntax van de predikatenlogica*.

Onmiddellijk rijst de vraag: 'Kunnen we een betekenis geven aan heel dat formele gedoe?' Dit kan. Deze interpretatie noemen we *de semantiek van de predikatenlogica*.

De symbolen uit $\mathcal{L}$ worden geïnterpreteerd in een niet-lege verzameling U , die we het universum noemen.

De interpretatie gebeurt langs een afbeelding

$$u: \mathcal{L} \rightarrow U \cup R \cup F.$$

R is de verzameling der relaties in U en F die der functies in U .

Hierbij zal

$u(c_i)$	een element zijn van U ,
$u(r_i)$	een element van R ,
$u(f_i)$	een element van F .

We noemen dan $\mathcal{U} = \langle U, u \rangle$ een *model* van $\mathcal{L}$.

De symbolen $\wedge$, $\neg$ en $\equiv$, worden zoals gebruikelijk geïnterpreteerd als respectievelijk 'en', 'niet' en 'gelijk aan'.

We bekijken even het volgende eenvoudig voorbeeld.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \{c_0, c_1, r_0, f_0, f_1\} \\ \mathcal{N} &= \langle \mathbb{N}, u \rangle \text{ met } u(c_0) = 0 \\ &\quad u(c_1) = 1 \\ &\quad u(r_0) = \leq \\ &\quad u(f_0) = + \\ &\quad u(f_1) = \cdot \end{aligned}$$

De interpretatie van de formule $\neg(c_0 \equiv c_1)$ is dan $0 \neq 1$.

Hoe interpreteren we nu de kwantoren?

Onderstel dat P een formule is in een taal $\mathcal{L}$ en dat in P hoogstens de variabele x voorkomt. We schrijven dan $P(x)$. Onderstel ook dat $\mathcal{U} = \langle U, u \rangle$ een model is van $\mathcal{L}$.

We zullen dan betekenis geven aan de formele uitspraken $(\forall x) P(x)$ en $(\exists x) P(x)$, door aan te geven wanneer deze uitspraken waar zijn of gelden in het model $\mathcal{U}$.

1

We zeggen dat de uitspraak $(\forall x) P(x)$ waar is of geldt in het model $\mathcal{U}$; notatie $\mathcal{U} \models (\forall x) P(x)$,
a.s.a.
 voor elk element a van U geldt dat $\tilde{P}(a)$ waar is in U .

Hierbij is $\tilde{P}$ de interpretatie van P in U en $\tilde{P}(a)$ is de uitspraak in U , die men krijgt als we in $\tilde{P}$ overal x vervangen door a .

Men moet dus nagaan of de uitspraken $\tilde{P}(a)$, $\tilde{P}(b)$, $\tilde{P}(c)$, ... ($a, b, c, \dots \in U$) waar zijn in de verzameling U .

Opmerking

We zullen in het vervolg ook P schrijven in plaats van $\tilde{P}$. De lezer moet er alleen maar steeds bijdenken dat we met P de interpretatie bedoelen, als we spreken over waar of vals zijn in U .

2

We zeggen dat de uitspraak $(\exists x) P(x)$ waar is of geldt in het model $\mathcal{U} = \langle U, u \rangle$; notatie $\mathcal{U} \models (\exists x) P(x)$,
a.s.a.
 minstens één van de uitspraken $P(a)$, $P(b)$, ... ($a, b, \dots \in U$) is waar in U .

Opmerkingen

1 Uit deze definities volgt onmiddellijk:

als $\mathcal{U} \models (\forall x) P(x)$, dan $\mathcal{U} \models (\exists x) P(x)$

d.w.z. $\mathcal{U} \models (\forall x) P(x) \rightarrow (\exists x) P(x)$

Het is duidelijk dat bovenstaand resultaat onafhankelijk is van het gekozen model.

De 'volledigheidsstelling van Gödel' zegt nu, dat al wat waar is in gelijk welk model, ook formeel bewijsbaar is, en omgekeerd. Met andere woorden, de formele logica werkt uitstekend.

N.B. Heel wat leerlingen hebben vaak problemen met de uitdrukking 'voor sommige'. Het is aan de leerkracht om duidelijk te maken dat zowel 'voor alle' als 'voor een' impliceert 'voor sommige'.

2 We onderstelden dat in P hoogstens de variabele x mag voorkomen, zodat in $(\forall x) P(x)$ en $(\exists x) P(x)$ geen enkele vrije variabele meer voorkomt. Het kan echter zijn dat in P helemaal geen variabele voorkomt.

Onderstel dat men als oplossingsverzameling van één of ander probleem krijgt: $\{x \in \mathbb{N} \mid 1 \neq 0\}$

dan is $\{x \in \mathbb{N} \mid 1 \neq 0\} = \mathbb{N}$, want $\mathcal{N} \models \langle \mathbb{N}, u \rangle \models (\forall x) 1 \neq 0$.

Inderdaad, $\mathcal{N} \models (\forall x) 1 \neq 0$

a.s.a.

$1 \neq 0$ is waar in $\mathbb{N}$ voor alle elementen van $\mathbb{N}$.

Geen enkel element van $\mathbb{N}$ heeft invloed op de waarheid van $1 \neq 0$. Leerlingen hebben vaak moeilijkheden met zulke situaties.

II We gaan nu aan de hand van een voorbeeld trachten duidelijk te maken welke onderlinge betrekkingen er bestaan tussen de kwantoren $\forall$ en $\exists$. Dit voorbeeld hebben we gehaald bij H. Freudenthal [2]. We hebben het genomen, omdat het te maken heeft met de kind-moeder relatie, een relatie die goed gekend is door de leerlingen.

We nemen als uitspraak: $x M y$, waarbij M een relatiesymbool is, dat we interpreteren als '... is moeder van ...' in de verzameling U van alle mensen. $x M y$ wordt 'x is moeder van y'

1° $(\exists y) x M y$ kunnen we dan lezen als 'x is moeder'

Door de binding met de $\exists$ -kwantor verdwijnt als het ware de variabele y ; x alleen blijft nog vrij.

a $(\exists x)(\exists y) x M y$ betekent 'er is een moeder'. Beide variabelen zijn verdwenen. Het is een ware uitspraak in U .

b $(\forall x)(\exists y) x M y$ wordt 'ieder is moeder', wat duidelijk onwaar is in U .

2° $(\exists x) x M y$ 'y is kind (van een vrouw)'

a $(\exists y)(\exists x) x M y$ wordt 'er is een kind'; waar in U .

b $(\forall y)(\exists x) x M y$ 'ieder is kind van een vrouw'; waar in U .

3° $(\forall y) x M y$ 'x is moeder van iedereen'

a $(\exists x)(\forall y) x M y$ 'er is iemand, die moeder is van iedereen'; vals in U .

b $(\forall x)(\forall y) x M y$ 'ieder is moeder van allen'; vals in U .

4° $(\forall x) x M y$ 'y is kind van iedereen'

a $(\exists y)(\forall x) x M y$ 'er is iemand, die ieders kind is'; vals in U .

b $(\forall y)(\forall x) x M y$ 'ieder is kind van iedereen'; vals in U .

We kunnen dus acht uitspraken vormen en we zien dat het waar of vals zijn in U niet beïnvloed wordt door het commuteren van gelijksoortige kwantoren. Bij ongelijksoortige is dit wel het geval:

$(\forall y)(\exists x) x M y$ is waar, terwijl $(\exists x)(\forall y) x M y$ vals is in U .

We kunnen ons nu afvragen of onder de bovenstaande acht uitspraken er zijn, die equivalent zijn.

Laat ons daarom eens een willekeurige uitspraak $P(x, y)$ bekijken in een taal $\mathcal{L}$. Onderstel dat $\mathcal{U} = \langle U, u \rangle$ een model is van $\mathcal{L}$ met $U = \{a, b, c\}$.

We nemen U hier eindig, maar uit wat volgt, zal duidelijk blijken dat het er niet toe doet of U al dan niet eindig is. We doen het alleen, omdat dan alles overzichtelijker blijft.

We stellen nu het volgende schema op:

(1')	(2')	(3')	(4')	(5')	
$(\forall y) P(c, y)$	$(\exists y) P(c, y)$	$P(c, a)$	$P(c, b)$	$P(c, c)$	(1)
$(\forall y) P(b, y)$	$(\exists y) P(b, y)$	$P(b, a)$	$P(b, b)$	$P(b, c)$	(2)
$(\forall y) P(a, y)$	$(\exists y) P(a, y)$	$P(a, a)$	$P(a, b)$	$P(a, c)$	(3)
		$(\exists x) P(x, a)$	$(\exists x) P(x, b)$	$(\exists x) P(x, c)$	(4)
		$(\forall x) P(x, a)$	$(\forall x) P(x, b)$	$(\forall x) P(x, c)$	(5)

A We bekijken nu de uitspraak $(\exists y) (\exists x) P(x, y)$

$\mathcal{U} \models (\exists y) (\exists x) P(x, y)$ a.s.a. er iets waar is in de rij (4).

Dat iets is waar a.s.a. er iets waar is in zijn kolom.

a.s.a. er bestaat een koppel (u, v) in $U \times U$, zodat $P(u, v)$ waar is.

$\mathcal{U} \models (\exists x) (\exists y) P(x, y)$ leidt tot dezelfde conclusie.

We hebben dus $\mathcal{U} \models (\exists y) (\exists x) P(x, y)$ a.s.a. $\mathcal{U} \models (\exists x) (\exists y) P(x, y)$

of

$$\mathcal{U} \models (\exists y) (\exists x) P(x, y) \leftrightarrow (\exists x) (\exists y) P(x, y)$$

B $\mathcal{U} \models (\exists y) (\forall x) P(x, y)$ a.s.a. er iets waar is in de rij (5).

En dat iets is waar a.s.a. zijn hele kolom waar is.

We moeten dus een hele kolom ware kunnen vinden.

$\mathcal{U} \models (\forall x) (\exists y) P(x, y)$ a.s.a. de hele kolom (2') waar is;

d.w.z. in elk der rijen (1), (2) en (3) moet iets waar zijn.

Als we deze twee conclusies vergelijken zien we dat:

als $\mathcal{U} \models (\exists y) (\forall x) P(x, y)$, dan $\mathcal{U} \models (\forall x) (\exists y) P(x, y)$
maar niet omgekeerd.

We hebben dus

$$\mathcal{U} \models (\exists y) (\forall x) P(x, y) \rightarrow (\forall x) (\exists y) P(x, y)$$

Opmerking

Uit wat we hierboven gedaan hebben, volgt weer dat de twee voorgaande formules waar zijn in elk model, d.w.z. dat ze ook formeel, dus los van enige interpretatie, afgeleid kunnen worden.

III Naast het probleem van de verhouding der kwantoren onderling, bestaat er uiteraard ook het probleem van de verhouding der kwantoren t.o.v. de andere logische symbolen. De verhouding t.o.v. $\wedge$ en $\vee$, bespreken we in een volgend artikel. We bekijken nu wat er gebeurt als we de negatie nemen van een uitspraak, waarin kwantoren voorkomen.

Wat is de negatie van de volgende uitspraak?

Alle wiskundeleraars zijn slechte lesgevers. (1)

Deze uitspraak is zeker niet waar. Daar we aan tweewaardige logica doen, moet dan de negatie waar zijn.

Als negatie krijgt men dan wel eens:

Alle wiskundeleraars zijn goede lesgevers.

of

Geen enkele wiskundeleraar is een slechte lesgever.

Uiteraard is geen van beide waar, dus kunnen ze de negatie niet zijn.

Wat is dan wel de negatie?

Iemand zal misschien opmerken dat de uitspraak (1) zeker niet waar is, want zegt die iemand: 'Ik ken toch zeker één wiskundeleraar, die een goed lesgever is'. Deze man (of vrouw) heeft natuurlijk gelijk en meteen hebben we ook de juiste negatie van (1).

Er bestaat een wiskundeleraar (minstens één), die geen slecht lesgever is.

Laat ons eens terugkijken in een model:

$$\mathcal{U} \models \neg(\forall x) P(x)$$

a.s.a.

$$\text{niet } \mathcal{U} \models (\forall x) P(x)$$

a.s.a.

niet $(P(a) \text{ en } P(b) \text{ en } P(c) \text{ en } \dots)$ is waar in U . $a, b, c, \dots \in U$.

a.s.a.

niet $P(a)$ of niet $P(b)$ of niet $P(c)$ of $\dots$ is waar in U

a.s.a.

$$\mathcal{U} \models (\exists x) \neg P(x)$$

We vinden dus: $\mathcal{U} \models \neg(\forall x) P(x) \leftrightarrow (\exists x) \neg P(x)$.

Analoog geldt: $\mathcal{U} \models \neg(\exists x) P(x) \leftrightarrow (\forall x) \neg P(x)$.

Opmerkingen

1 Uit bovenstaande equivalenties volgt dat we de bestaanskwantor $\exists$ kunnen definiëren met behulp van de alkwantor $\forall$.

$\exists$ is de afkorting van $\neg \forall \neg$.

$$\neg(\forall x) \neg P(x) \leftrightarrow (\exists x) \neg \neg P(x) \leftrightarrow (\exists x) P(x).$$

2 Bovenstaande equivalenties rechtvaardigen ook het bewijs met behulp van een tegenvoorbeeld.

Om aan te tonen dat niet alle elementen van een verzameling U de eigenschap P hebben, is het nodig en voldoende een element van de verzameling U aan te geven, dat die eigenschap niet heeft.

We hebben nu enkele van de vele eigenschappen van kwantoren nader bekeken. Het doorschuiven van kwantoren doorheen $\wedge$ en $\vee$, en het vervangen van een

variabele door een andere zijn problemen, die we in een volgend artikel hopen te behandelen. Voor hen, die graag nog wat meer lezen over deze kwantoren is zeker het boekje *Formele logica – een informele inleiding* van D. van Dalen [3] aan te bevelen.

Bibliografie

- 1 C. C. Chang and H. J. Keisler, *Model theory*, Studies in logic and the foundations of mathematics, North-Holland Publishing Company, Amsterdam-New York-Oxford, 1973.
- 2 H. Freudenthal, *Exacte logica*, tweede druk, De Ervan F. Bohn N.V., Haarlem, 1967.
- 3 D. van Dalen, *Formele logica. Een informele inleiding*, A. Oosthoeks Uitgeversmaatschappij N.V., Utrecht, 1971.
- 4 P. G. J. Vredenduin, *Gebruik en misbruik van variabelen*, Wiskunde en Onderwijs 14 (1978), 7–26; Euclides 2 (1978), 41–55.

Over de auteur:

Dr. Hilde Veraverbeke-Van Buggenhout is lerares aan de Vrije Middelbare Normaalschool in Tongeren. Ze verzorgt daar het wetenschappelijke en het didactische deel van de leraarsopleiding.

Korrel

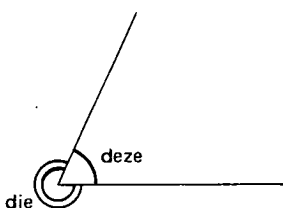
Begripsverwarring

We weten tegenwoordig dat we in een brugklas kindertaal moeten spreken. Men laat zich daardoor gemakkelijk verleiden zich onzorgvuldig uit te drukken en begrippen vaag te omlijnen. In een discussie hierover rijst nogal eens de vraag: is dat allemaal nu wel belangrijk? Hieronder volgt een protocol van een deel van een (overigens goede) les gegeven door een hospitant die het met de begripsvorming niet zo nauw nam. Commentaar achteraf.

Lr (de hospitant) stelt vast (conform het boek Getal en Ruimte): een hoek bestaat uit twee halve lijnen met hetzelfde eindpunt. Hij tekent een hoek. Hij legt op de gebruikelijke manier uit wat een gestrekte, een scherpe, een stompe hoek is (een stompe hoek is groter dan een rechte en kleiner dan een gestrekte hoek).

Ll (leerling). Kan een hoek ook wel eens scherp en stomp tegelijk zijn?

Lr. Ik begrijp wat je bedoelt.

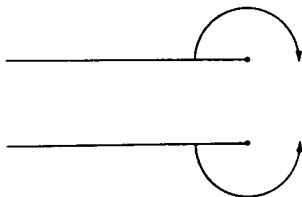


Je bedoelt dat 'deze' hoek scherp is en 'die' stomp. Maar 'die' hoek is niet kleiner dan een gestrekte hoek.

Als we het over een hoek hebben zullen we altijd 'deze' bedoelen en niet 'die'. Dus de kleine.

Ll. Waar moet je nou het boogje zetten in een gestrekte hoek?

Lr. Als je een gestrekte hoek wilt krijgen, kun je beginnen met één halve lijn. Die kan je dan zo roteren (deze term is de leerlingen bekend).



of zo

Op de ene manier krijg je deze hoek



en op de andere manier die



Commentaar. Lr maakt een afspraak omtrent de betekenis van 'hoek'. Dat is een figuur die bestaat uit twee halve lijnen met hetzelfde eindpunt. Hij denkt daar iets concreets bij en zijn leerlingen ook. Het is vanzelfsprekend dat de leerlingen een concrete voorstelling aan hun meetkundige begrippen verbinden. Hoe zouden ze het vak anders leren? De abstracte begripsomschrijving moet dus vergezeld worden van een bijpassend concreet model. Lr verzuimt zelf met zo'n model te komen. Passend zou geweest zijn de passer; de benen van de passer corresponderen met de benen van de hoek. Je kan de hoek groter en kleiner maken. Je kan hem gestrekt doen worden.

Maar Lr komt niet met dit model. Ll bedenkt zelf een model. Voor hem is 'hoek' op de een of andere manier verbonden met een deel van het vlak dat door twee halve lijnen begrensd wordt. Dit is zijn model. Vandaar de vraag of een hoek ook scherp en stomp kan zijn. Lr onderkent het misverstand niet, maar neemt het model van Ll over. 'Deze' hoek en 'die' hoek zijn hoeken in de zin van vlakdelen.

De klas aanvaardt nu het nieuwe model, dus de nieuwe betekenis van 'hoek'. Vandaar de vraag: waar moet je in een gestrekte hoek het boogje zetten?

Om dit uit te leggen grijpt Lr naar een derde betekenis van 'hoek'. Hij laat de hoek ontstaan door een rotatie. Een hoek bestaat uit een halve lijn en het beeld daarvan bij een rotatie om het eindpunt. Deze hoek is weer essentieel verschillend van de eerste, want hij heeft een eerste en een tweede been. Maar dat wreekt zich verder niet in het lesgebeuren.

Ondertussen is er een nieuw ongeluk gebeurd. Lr heeft uitgelegd dat de gestrekte hoek kan ontstaan door een halve lijn 180° om het eindpunt te roteren in positieve richting, maar ook door de halve lijn 180° te draaien in negatieve richting. Dat zijn echter geen twee verschillende rotaties. Bij een rotatie denkt Lr aan een beweging. Een rotatie is echter geen beweging, maar een toevoeging.¹⁾ Deze associatie is allicht aanwezig bij kinderen (evenals bij de translatie). Toch zal Lr verstandig doen de associatie niet te bevorderen door een taal te gebruiken die op beweging betrokken is. Hij kan dus beter niet spreken over de baan die het punt beschrijft. Lr kiest echter heel duidelijk een terminologie die het bewegingsmodel bevordert. Hij komt expliciet tot het resultaat dat er twee ver-

¹⁾ Wie rotatie en translatie als bewegingen ziet, schept een kunstmatig verschil tussen rotatie en translatie enerzijds en spiegeling, puntspiegeling, vermenigvuldiging e.d. anderzijds.

schillende rotaties over 180° zijn (en er in de figuur twee gestrekte hoeken staan). Is dit nu weer zo erg?

Ik stel me een volgende les voor. Lr heeft de puntspiegeling behandeld en zegt: een puntspiegeling in P is hetzelfde als een rotatie om P over 180° .

Ll herinnert zich dat er twee dergelijke rotaties zijn en vraagt welke van de twee nu hetzelfde is als de puntspiegeling in P .

Lr. Allebei.

Ll. Zijn er dan twee puntspiegelingen in P ?

Lr.

Ik weet niet wat er nu komt. Ik heb er een vast vertrouwen in dat Lr zich er wel uit zal praten. Misschien voelt hij zich daarbij wat onbehaaglijk. Hoe het ook zij: verantwoord wiskundeonderwijs is dit niet.

P. G. J. Vredenduin

Rectificatie

De laatste alinea van blz. 186 had moeten luiden:

Het gehele werk overziende kan men aan de hand van de verslagen zeggen: het niveau was juist met een tendens naar moeilijker, de beschikbare tijd was voldoende. Enkele verslagen vermeldde de opmerking, het meerkeuze werk en het open werk beter op elkaar af te stemmen, zodat er meer variatie in het gehele werk komt.

Het is natuurlijk de vraag of men bij een beperkt examenprogramma als voor lbo-c/mavo-3 voldoende ruimte voor variatie heeft.

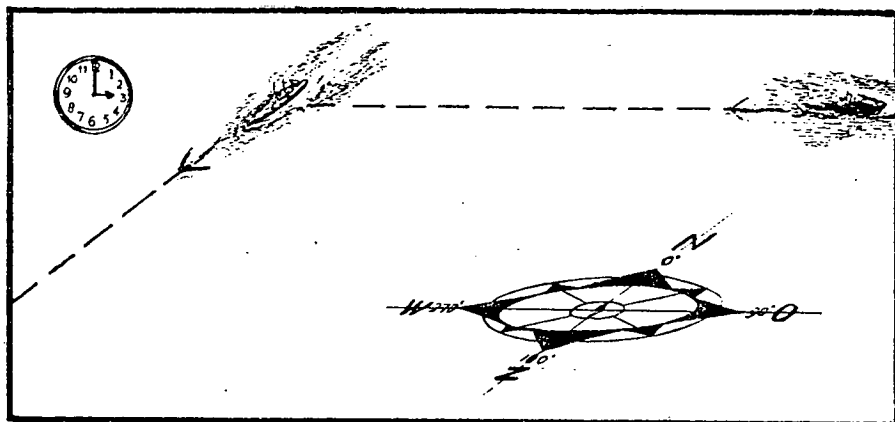
Een woord van dank aan de gespreksleiders voor hun inzet en aan de deelnemers voor hun welgemeende kritiek mag zeker niet ontbreken.

Recreatie

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Dr. P. G. J. Vredenduin, Dillenburg 148, 6865 HN Doorwerth.

Op de jaarvergadering van de NVvW op 28 oktober 1978 zijn de aanwezigen een aantal opgaven voorgezet die voor hen moesten dienen als uitgangspunt van didactische beschouwingen. Het waren echter ook opgaven met recreatief karakter. Vandaar dat ik er een tweetal in deze rubriek opneem.

401. 25 mei 1941. De Suffolk achtervolgt de Bismarck. Het is zeer slecht weer. Een donkere nacht met dichte mist. Bovendien is de bemanning van de Suffolk uitgeput. Tot overmaat van ramp moeten ze een zig-zag-koers varen vanwege de Duitse duikboten. Daardoor raakt de Bismarck nogal eens buiten het 20 km bereik van Suffolk's radar. Ook nu om 03.00 uur is dat weer het geval.



De Bismarck vaart zuidwaarts met een snelheid van 40 km per uur. Ze is licht beschadigd in het gevecht met de Hood en kan daardoor niet op volle snelheid varen. De Suffolk is het spoor bijster en vaart in westelijke richting met een snelheid van 60 km per uur.

Om 03.00 uur is de afstand tussen beide schepen 39 km, zodat de Bismarck royaal buiten het bereik van Suffolk's radar is.

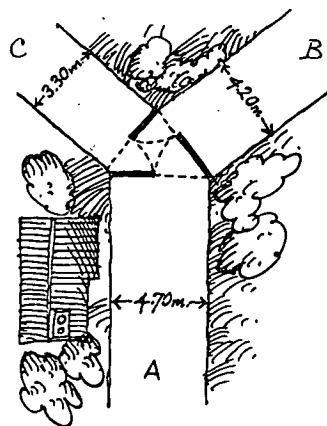
Het daarop volgende uur veranderen de beide schepen niet van koers.

Probleem: Bleef de Bismarck onzichtbaar op het radarscherm van de Suffolk?

402. Op een zekere plaats in het land Polygonesië komen drie wegen bij elkaar. Regelmatig worden er over die wegen grote kudden vee geleid. Als er zo'n kudde onderweg is van *A* naar *B* (of van *B* naar *A*), moet de weg naar *C* door middel van draaihekken afgesloten kunnen worden.

Ook kan het nodig zijn om de weg naar *A* of die naar *B* af te sluiten. De landsdienst voor vee-teelt heeft met toestemming van de landsdienst voor wegtransport de volgende goedkope oplossing laten uitvoeren. In elk hoekpunt van de drie hoeken heeft men een draaihek opgehangen aan een paal. De breedte van die hekken is zodanig dat elke weg door twee hekken precies kan worden afgesloten. De wegen zijn respectievelijk 4.70 m, 4.20 m en 3.30 m breed.

Hoe breed is elk van deze drie hekken?



In hoeverre kan men de oplossing generaliseren voor het geval het aantal wegen *n* bedraagt?

Oplossingen

Voor de opgaven zie het vorige nummer.

399. Neem aan dat Julia scherphoekig kiest.

Kiest Fatme 3, dan doet het er niet toe wat Julia kiest. Kiest Fatme iets anders, dan kiest Julia 3. Julia maakt daarmee het maken van een scherphoekige driehoek onmogelijk. Winst voor Fatme is dus uitgesloten. Fatme kiest daarom 3. Wat Julia dan ook kiest, Fatme kan er steeds voor zorgen, dat geen driehoek gevormd kan worden. Uitslag: remise.

Julia kiest rechthoekig.

Julia kan weer steeds het maken van een rechthoekige driehoek onmogelijk maken. Fatme kiest ook nu 3. Uitslag: remise.

Julia kiest stomphoekig.

Fatme kiest 3 en nu kan Julia het maken van een stomphoekige driehoek niet meer voorkomen. Fatme wint dus.

Conclusie. Julia kiest niet stomphoekig. De uitslag wordt remise.

400. Wijst de dobbelsteen scherphoekig aan, dan kiest Fatme 6 en wint.

Wijst de dobbelsteen stomphoekig aan, dan kiest Fatme ook 6 en wint.

Wijst de dobbelsteen rechthoekig aan, dan kiest Fatme 4 en forceert remise.

ad. **395 c.** In de opgaaf stond, dat het aantal oplossingen L is. Dit moet zijn $L = 1$.

Boekbesprekingen

S. L. Salas, Einar Hille, *Calculus*, derde druk, John Wiley & Sons, New York, 1978, 948 blz., £ 15,15.

Dit vrij uitgebreide werk geeft een inleiding tot de klassieke analyse van functies van één en van meer variabelen. Het gehele, bekende, scala van onderwerpen passeert de revue: limieten, differentiaal- en integraalrekening, rijen, reeksen, herhaalde integralen, dubbelintegralen, lijn en oppervlakte integralen, inleiding tot de vectoranalyse, toepassingen.

Het geheel maakt een uiterst verzorgde indruk. Een bijzonder heldere explicatie van de leerstof wordt op zeer veel plaatsen toegelicht met voorbeelden, waarbij de schrijvers vaak situaties kiezen, ontleend aan de natuurkunde, de biologie en de economie.

Bij het uitwerken van de problemen geven de schrijvers telkens weer aanwijzingen over en toelichtingen op de gebruikte oplossingsmethoden. Talrijke vraagstukken van diverse moeilijkheidsgraad zijn na de betreffende paragrafen opgenomen. Van de opgaven, die van een sterretje zijn voorzien zijn de antwoorden achterin vermeld. Een uitgebreide index besluit dan het boek.

Het boek lijkt me mede geschikt voor zelfstudie, ten behoeve waarvan voor de studenten supplementen beschikbaar gesteld worden.

Mijns inziens een uitermate goed leerboek van de analyse, én wat betreft de stofbehandeling (grondig en precies), én wat betreft de gerichtheid op de student (bevordering van belangstelling, zelfwerkzaamheid, zorg voor duidelijkheid etc.).

Geschikt voor pre-kandidaats en m.o.-studenten, studenten NLO e.d. en voor ieder, die het vroeger bestudeerde bij de hand wil hebben.

Het werk is eveneens in twee delen te verkrijgen.

Deel 1 behandelt functies van één variabele, analytische meetkunde, rijen en reeksen (de hoofdstukken 1 t/m 13 van het volledige werk). Deel 2 herhaalt de stof van rijen en reeksen en vervolgt met functies van meer variabelen en vectoranalyse (de hoofdstukken 12 t/m 19 van het volledige werk).

W. Kleijne

K. de Bruin e.a., *Getal en ruimte*, handleiding bij NB2, Educaboek bv, Culemborg 1978, 64 blz., f 8,50.

Na een kort algemeen gedeelte bestaat het boek uit een bespreking van de basisstof met vermelding van de doelstellingen, gevolgd door een aantal diagnostische toetsen. In de genoemde bespreking geven de auteurs o.a. aan welke opgaven van meer of minder belang zijn, waar al of geen moeilijkheden te verwachten zijn bij de behandeling van de stof, welke de doelstellingen en de achtergronden zijn van een groot aantal opgaven. Kortom een grondige bespreking van die zaken, die normaliter in handleidingen worden aangetroffen. Ook het feit, dat in dit werk een aantal toetsen zijn opgenomen, is een waardevol facet van deze handleiding. Het boekje zal daarom zeker goede diensten bewijzen aan de gebruikers. Toch nog enkele kritische geluiden. Ik mis in dit boek een aantal dingen, die n.m.m. zeker op hun plaats zijn in een handleiding, die belangrijk zijn voor de dagelijkse onderwijspraktijk. Ik doel hier op aanwijzingen omtrent bevordering van motivatie, wekken van belangstelling, te hanteren werkvormen, bevordering van zelfwerkzaamheid e.d. Naast aandacht voor datgene wat geleerd wordt, dient er m.i. ook aandacht te zijn voor het leerproces zelf. Als de auteurs in een volgende druk ook aan deze zaken aandacht zouden schenken, zal het boekje nog meer aan bruikbaarheid winnen.

W. Kleijne

Hermann Athen, Heinz Griesel, *Mathematik heute, Vorkurs Analysis*, Schroedel Verlag, Hannover, 1977, DM 13,80.

Dit boek is verschenen in de serie 'Materialien für die Sekundarstufe als Eingangsband für das 1. Halbjahr des 11. Schuljahres'. Het boek geeft een vrij grondige inleiding tot de analyse. De 10 hoofdstukken behandelen achtereenvolgens:

lijn en cirkel in het coördinatenvlak, functiebegrip, verschuivingen in het vlak en de gevolgen hiervan voor de vergelijking van krommen, rationale functies, omkeerfuncties en samengestelde functies, exponentiële en logaritmische functies, hoekfuncties, diverse bewijsmethoden, rijen en limieten. Bovendien zijn er zeer veel opgaven opgenomen. Een grondig boek voor leerlingen van de bovenbouw van het VWO.

W. Kleijne

Drs. J. de Koning, J. Smit, drs. T. V. J. Galama, *Wiskunde voor het economisch onderwijs*, Educaboek, Culemborg, 2e druk 1977, f 18,50.

Dit wiskundeboek is bestemd voor leerlingen van het economisch onderwijs. Vanuit wiskundig-didactisch oogpunt zijn er nogal wat opmerkingen te maken.

Ziehier een bloemlezing:

bl. 1: Wanneer vormt een aantal voorwerpen één geheel, zodat ze een verzameling vormen?

bl. 2: De gegeven definitie van priemgetallen is onjuist (1 immers is niet priem).

bl. 4: De opmerking over $\sqrt{-10}$ is voor de leerlingen zinloos.

bl. 6: Er is slechts één lege verzameling, dus niet een, maar de lege verzameling.

bl. 17: Wat zijn algebraïsche bewerkingen van de eerste graad?

bl. 27: Het gegoochel met de plus- en mintekens vindt onvoldoende grond. De regels (zoals 'twee mintekens mogen worden vervangen door één plusteken') wijzen op het produktgericht zijn van dit boek, werken inzichtbelemmerend, zijn vanuit wiskundig standpunt zinloze beweringen.

bl. 28: Waarom toch altijd de volgorde haakjes, accolades, teksthaken? Waarom niet de kern van de zaak aangepakt en ook eens een vorm als $-(+[-\{-4\}])$ laten uitwerken?

bl. 34: Wat zijn absolute getallen?

bl. 40: - De leerling moet het stellen zonder definitie van macht, terwijl dit begrip wel gebruikt wordt in de definitie van eerstegraadsvergelijking.

- Wat is de zin van het noemen van de zeven mogelijkheden?

- De termen valse en identieke vergelijkingen kunnen achterwege blijven.

bl. 68: Het economisch karakter van het boek komt tot uiting in de zin: 'In plaats van deze laatste notering schrijven we vaak gewoon.' Het is duidelijk, dat hier notatie wordt bedoeld.
 bl. 93: Ook de termen strijdige en afhankelijke stelsels kunnen achterwege blijven.
 Al met al een vrij teleurstellend geheel. Met weinig moeite meer zou de kwaliteit van het boek heel wat verbeterd kunnen worden. Het is te hopen, dat men aan genoemde, en andere zaken, bij een volgende druk aandacht zal schenken.

W. Kleijne

Prof. Dr. A. M. Monna, *Klassieke algebra en analyse, opnieuw gezien, naar colleges 'Achtergronden van de Schoolwiskunde'*, Mathematisch Instituut Rijksuniversiteit Utrecht 1978, 134 blz., f 10,-.

Deze uitgave is door de auteur samengesteld uit idealistische overwegingen. Zijn bedoeling is de leraren te stimuleren zich met wiskunde te blijven bezighouden. Inderdaad is dit geschrift daartoe uitermate geschikt. In kort bestek wordt er enorm veel in behandeld. Een grote verscheidenheid van structuren wordt onder de loep genomen en bovendien is nog een hoofdstuk toegevoegd over het maatbegrip, integralen en derivaties.

Het boek onderscheidt zich van een leerboek doordat men er vrijwel geen bewijzen in vindt. Het onderscheidt zich van een compendium doordat het desondanks leesbaar is. Begrippen worden ingevoerd, er wordt mee geopereerd om de draagwijdte ervan duidelijk te maken. Eigenschappen worden vermeld op een zodanige wijze dat de lezer veelal zelf de eenvoudige bewijzen ervan kan vinden. Daardoor is het werk nuttig voor hen die hun kennis willen opfrissen, verdiepen en uitbreiden. Voor een eerste kennismaking is het werk natuurlijk niet bedoeld.

Ik beveel dit bekwaam geschreven boek in ieders aandacht aan. Men kan het verkrijgen door storting van f 10,- op giro 3345924 ten name van de Penningmeester Pers. Ver. Math. Inst. te Amsterdam, onder vermelding van de bestelling. (Voor alle zekerheid: 'Amsterdam' is geen vergissing.)

P. G. J. Vredenduin

H. J. Pain, *The Physics of Vibrations and Waves*, John Wiley and Sons Ltd, London/New York/Sidney/Toronto; second edition, 357 pages, 1976; £ 9,75.

Dit boek is bestemd voor beginnende studenten. Het centrale thema is dat een middenstof waardoor energie via golf-voortplanting wordt getransporteerd, zich als een continuum van gekoppelde oscillatoren gedraagt. In de achtereenvolgende hoofdstukken komen de volgende onderwerpen ter sprake: ongedempte en gedempte harmonische trillingen; de gedwongen harmonische trilling; gekoppelde oscillatoren; transversale resp. longitudinale golven; golven langs geleidende draden en kabels; elektromagnetische golven; meerdimensionale golfbewegingen; optische interferentie en buiging; niet-lineaire trillingen; golfmechanica. In één van de hoofdstukken wordt een inleiding in Fourier-analyse gegeven.

Het fysische gedeelte van het boek is interessant en een aanbeveling waard. Daarom is het jammer dat de wiskundige behandeling van een aantal problemen ontoelaatbaar slordig en zelfs fout is. De mathematisch georiënteerde lezer voelt dit reeds in het eerste hoofdstuk aankomen. In het tweede hoofdstuk blijkt duidelijk dat de auteur van de grondbeginselen van de Lineaire algebra niet op de hoogte is en daardoor grote blunders slaat (hij heeft het over 'quotiënten van vectoren' en schrijft in vergelijkingen aan de linkerzijde van het gelijktaken vectoren, aan de rechterzijde scalair, enz.). Het is gewenst dat bij een volgende druk de medewerking van een mathematicus wordt gezocht om het wiskundig gedeelte van de tekst zorgvuldig van alle ongerechtigheden te zuiveren.

W. J. Claas sr.

Kolchin, V.F., Sevast'Yanov, B.A. and Chistyakov, V.P., *Random allocations*, V.H. Winston & Sons, 1978, 262 blz., prijs £ 14.05.

Enige tijd geleden heb ik het boek 'Urn models and their application' van N. L. Johnson en S. Kotz (uitgever J. Wiley) voor dit tijdschrift besproken. In dit boek worden, na een inleiding, veel resultaten, veelal zonder bewijs of met een bewijsschets, vermeld. Bij de namen van mensen die over urnmodellen hebben geschreven zijn we die van de drie auteurs van dit boek verschillende keren tegengekomen.

De problemen welke de auteurs in dit boek behandelen zijn van het volgende type: n knikkers worden over N vazen verdeeld. Bepaal de kansverdelingen van de aantallen knikkers per vaas, het aantal vazen zonder knikkers, het aantal vazen met precies 5 knikkers etc. Deze problemen kan men bijvoorbeeld tegenkomen in de statistische mechanica, informatica, astronomie en biologie. Komen we eenmaal de verdeling, voor vaste n en N , dan kunnen we beide aantallen naar oneindig laten gaan en de limiet verdeling (als deze bestaat) bestuderen. Het blijkt dat de verhouding n/N het type van de limiet verdeling bepaalt.

Men kan drie methoden onderscheiden waarmee men de limietverdeling kan bepalen. Deze zijn:

1. Momenten methode
2. Vergelijk met voorwaardelijke verdelingen van sommen van onafhankelijke stochasten
3. Zadelpunt methoden.

De auteurs hebben, afzonderlijk of te samen, met deze methoden resultaten verkregen. Veel van hun onderzoek wordt in dit boek beschreven. Wie de bewijsmethoden kent zal het niet verbazen dat de bewijzen in dit boek nogal gekompliceerd zijn.

Het boek bevat een groot aantal referenties en hoort thuis in elke instituutsbibliotheek.

J. L. Mijnheer

Williams, B., *A sampler on sampling*, Wiley and Sons, New York, 1978, 254 blz., prijs £ 11.25.

De auteur wil, zonder veel wiskundige hulpmiddelen te gebruiken, de lezer begrip bij brengen over het nemen van steekproeven, het verwerken hiervan en de interpretatie van de resultaten. Het boek is bedoeld voor studenten in de sociologie, psychologie, politicologie, bedrijfskunde enz., dus voor niet wiskundig geschoolden. Het vereiste wiskunde niveau is dat van de middelbare school. Toch wil de auteur geen receptenboek geven.

De eerste hoofdstukken behandelen het gebruik en misbruik van statistieken. Dit is het aardigste gedeelte van het boek. De voorbeelden zijn recent en helder geschreven. De titels van de hoofdstukken spreken voor zich. (Confusion. More Confusion? What are you talking about?)

In de verdere hoofdstukken wordt dan ingegaan op de verwerking van de steekproeven. Dit gaat aan de hand van veel getallen voorbeelden. Mijns inziens is dit het minder geslaagde deel van het boek. De auteur krijgt hier moeilijkheden omdat hij geen wiskundige hulpmiddelen kan gebruiken. Dit komt bijvoorbeeld duidelijk naar voren op p. 59 waar hij de begrippen verwachting en zuivere schatter definieert.

J. L. Mijnheer

Mededelingen

Herverkaveling Wiskunde I en Wiskunde II

Eind december 1978 heeft de door de staatsecretaris van onderwijs en wetenschappen ingestelde *Werkgroep van advies voor herverkaveling eindexamenprogramma wiskunde I en wiskunde II* een interimrapport uitgebracht. Dit rapport is aan alle rectoren van scholen voor v.w.o. toegestuurd. De werkgroep wil graag meningen horen van verschillende groeperingen, die belang hebben bij de herverkaveling. Daartoe heeft de *Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren* een drietal forum-bijeenkomsten georganiseerd waarop docenten hun oordeel kunnen geven over de voorlopige voorstellen van de werkgroep en nadere inlichtingen kunnen vragen. Op elke bijeenkomst zal dan ook een aantal leden van de werkgroep aanwezig zijn.

Gezien de urgentie van het onderwerp heeft het bestuur van de vereniging niet willen wachten tot na de eindexamens van dit jaar, omdat dat zou betekenen, dat de bijeenkomsten pas op zijn vroegst in september kunnen plaatsvinden. De volgende data en plaatsen zijn daarom uitgekozen:

Woensdag 18 april 1979 van 19.00 – 21.30 te Rotterdam

in het Marnixgymnasium, Essenburgsingel 58 (Het gebouw is vanaf het station Rotterdam CS te bereiken met buslijn 38, of te voet in ca. 15 minuten: vanaf de hoofdingang van het station langs het groothandelsgebouw parallel aan de spoorlijn blijven lopen. Het Marnixgymnasium en Diergaarde. Blijddorp liggen aan weerszijden van de spoorlijn.)

Donderdag 19 april 1979 van 19.00-21.30 te Eindhoven

in het Auditorium van de Technische Hogeschool. (Het Auditorium is te voet te bereiken vanuit de noorduitgang van het station in een minuut of 10. Het gebouw ligt ten noord-oosten van het station.)

Vrijdag 20 april 1979 van 19.00-21.30 te Zwolle

in de Rijks Scholen Gemeenschap, Lassuslaan 230, Holterbroek. (Het gebouw is vanaf het station Zwolle te bereiken met buslijn 4, uitstappen hoek Bachlaan-Lassuslaan.)

In het maartnummer van Euclides staat een artikel van J. van Lint over de voorstellen van de werkgroep.

Wiskundeleraren kunnen het interimrapport bij hun rector opvragen. Losse exemplaren zijn in beperkte mate verkrijgbaar bij het Ministerie van Onderwijs en Wetenschappen, afd. VO/AV/B, tel. 070 - 742170 te 's Gravenhage.

Schriftelijk commentaar kan worden gezonden naar de secretaris van de werkgroep, drs. W. E. de Jong, postbus 609, 9200 AP Drachten.

De Minister van Onderwijs en Wetenschappen

brengt ter kennis van belanghebbenden, dat

I zij, die zich in 1979 wensen te onderwerpen aan het examen *wiskunde m.o. A*, hetzij volgens het oude programma, hetzij volgens het nieuwe programma, zich uitsluitend kunnen aanmelden door het examengeld à f60, – vóór 1 mei 1979 over te maken op postrekening 172007 ten name van de voorzitter examencommissie wiskunde m.o., p/a Aardbeistraat 11, 's-Gravenhage, met vermelding van *volledige* naam en adres van de kandidaat en de vermelding m.o. A.;

II zij, die zich in 1979 wensen te onderwerpen aan het examen *wiskunde m.o. B*, hetzij volgens het oude programma, hetzij volgens het nieuwe programma, zich uitsluitend kunnen aanmelden door het examengeld à f60, – vóór 1 mei 1979 over te maken op postrekening 172007 ten name

van de voorzitter van de examencommissie wiskunde m.o., p/a Aardbeistraat 11, 's-Gravenhage, met vermelding van *volledige* naam en adres van de kandidaat en de mededeling m.o. B.

Na 1 mei 1979 ontvangen de aangemelde kandidaten nadere instructies van de examencommissie. Zij ontvangen dan tevens een formulier waarop zij kunnen aangeven of zij het examen volgens het oude programma, dan wel volgens het nieuwe programma wensen af te leggen.

Het schriftelijk gedeelte van het A-examen wordt afgenomen op 14 en 15 augustus 1979;
Het schriftelijk gedeelte van het B-examen wordt afgenomen op 16 en 17 augustus 1979. Deze schriftelijke zittingen zijn toegankelijk voor iedereen die zich aangemeld heeft.

De nieuwe programma's zijn omschreven in het 'Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde' Jrg. 63, aflevering 2, november 1975, blz. 86 t/m 93.

Men kan deze programma's verkrijgen door storting van f2,- op postgiro 172007 ten name van voorzitter examencommissie m.o., p/a Aardbeistraat 11, 's-Gravenhage, met vermelding 'examen-programma'.

De overgangsregeling luidt als volgt:

OVERGANGSREGELING M.O.-A

Met ingang van 1 januari 1978 is aanmelding voor het examen volgens het nieuwe programma mogelijk. Na 1 januari 1981 is aanmelding voor het examen volgens het oude programma niet meer mogelijk, tenzij men over geldige vrijstellingen beschikt. In de periode 1 januari 1978 t/m 31 december 1980 kan men zich aanmelden voor het examen volgens het oude, dan wel volgens het nieuwe programma. Vrijstellingen, behaald in enig jaar, blijven 2 jaar geldig. Dit betekent in het bijzonder dat degene die zich in 1979 of 1980 opgegeven heeft voor het examen volgens het oude programma, in de gelegenheid is dit examen volgens het oude programma te voltooien in 1981, resp. 1982.

Indien men in de periode 1 januari 1978 t/m 31 december 1980 enige vrijstellingen behaalt bij het examen oude stijl, maar bij nader inzien het examen in nieuwe stijl wenst te voltooien, dan meldt men zich aan voor het examen nieuwe stijl (onder betaling van het verschuldigde examengeld). Vrijstellingen voor Algebra, Analyse of Analytische Meetkunde blijven in dat geval geldig met inachtneming van de gebruikelijke termijn. Uiteraard dient men dan het examen Statistiek en Waarschijnlijkheidsrekening zowel schriftelijk als mondeling af te leggen.

Tenslotte zij nog opgemerkt dat bij het examen nieuwe stijl de keuze van de vakken die een deel-examen vormen, aan de kandidaat wordt overgelaten, met dien verstande dat een deelexamen twee vakken dient te omvatten.

De samenstelling van een deelexamen oude stijl blijft ongewijzigd en is aldus voorgeschreven: of Algebra met Analyse of Analytische Meetkunde met Projectieve en Beschrijvende Meetkunde.

OVERGANGSREGELING M.O.-B

Met ingang van 1 januari 1978 is aanmelding voor het examen volgens het nieuwe programma mogelijk. Na 1 januari 1981 is aanmelding voor het examen volgens het oude programma niet meer mogelijk, tenzij men over geldige vrijstellingen beschikt. In de periode 1 januari 1978 t/m 31 december 1980 kan men zich aanmelden voor het examen volgens het oude, dan wel volgens het nieuwe programma. Vrijstellingen, behaald in enig jaar, blijven 2 jaar geldig. Dit betekent in het bijzonder dat degene die zich in 1979 of 1980 opgegeven heeft voor het examen volgens het oude programma, in de gelegenheid is dit examen volgens het oude programma te voltooien in 1981 resp. 1982.

Een dealexamen dient ofwel te bestaan uit Analyse met Functietheorie, ofwel uit de Meetkunde-vakken. Dit geldt zowel bij de oude als bij de nieuwe regeling.

De minister, namens deze, A. Th. Eijzenring

Examenbesprekingen vwo, havo, mavo en lto-c 1979

Evenals voorgaande jaren organiseert de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren ook dit jaar weer bijeenkomsten ter bespreking van de normen van de wiskunde-examens 1979. Deze bijeenkomsten worden gehouden

- voor mavo-4 op *donderdag 10 mei a.s.*
- voor mavo-3/lto-c op *vrijdag 11 mei a.s.*
- voor wiskunde I en havo op *vrijdag 11 mei a.s.*

Voor wiskunde II zal er één centrale bijeenkomst zijn op maandag *14 mei a.s. om 19.00 uur* in het Jaarbeurscongrescentrum te Utrecht.

De normen zijn bindend, zodat daar geen wijzigingen in kunnen worden aangebracht. Er kunnen wel afspraken gemaakt worden over een bepaalde verfijning van de normen. Bovendien zullen tijdens deze bijeenkomsten de opgaven worden besproken. De gemaakte op- en aanmerkingen worden opgenomen in een verslag dat de Commissie Vaststelling Opgaven zal worden aangeboden.

De bijeenkomsten, die ook door niet leden van de NVvW kunnen worden bijgewoond, beginnen indien hieronder niet anders vermeld om *16.00 uur* en eindigen ongeveer *18.00 uur*.

Bijeenkomsten ter bespreking van de normen van het open werk wiskunde-examen lto-c en mavo-3

Op 11 mei 1979 organiseert de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op zes plaatsen in Nederland een bijeenkomst ter bespreking van de examens wiskunde 1979 voor lto-c en mavo-3. Het doel van de besprekingen is aandacht te besteden aan de vastgestelde normen voor de open vragen, terwijl tevens het niveau en de redactie van de opgaven ter sprake gebracht zullen worden. In het belang van de leerlingen wil men tot een zo groot mogelijke eenheid komen bij het toepassen van de normen.

Alle docenten uit het lbo en mavo-3 worden uitgenodigd deze besprekingen bij te wonen.

De bijeenkomsten worden gehouden van 16.00 h tot 18.00 h in de volgende plaatsen:

Plaats	Adres van de school	Gespreksleider
Amsterdam 1068 HX	Osdorper Schoolgemeenschap Hoekenespad 3, 020-198399	E. G. Doevendans Klara Bartonstraat 14 Amsterdam 020-362049
Arnhem 6828 KS	Technische School De Boulevard Boulevard Heuvelink 48 085-453455	J. van de Wijk Nassaulaan 74 Lochem 05730-3320 J. Bargeman Graaf Hendriklaan 3 Lochem 05730-2090

Breda 4818 EB	K.T.S. De Blauwe Kei Van Riebeecklaan 2 076-139352	A. Braat Albastdijk 48 Roosendaal 01650-37242 W. Heynen W. H. Bollaertstraat 19 Huijbergen 01644-502 F. de Boer Linthorst Hohmanstraat 24 Franeker 05170-3610 S. A. K. Kooiman Illegaliteitslaan 11 Groningen 050-251289 P. Knops Rukkerweg 91 Heerlen 045-410149 O. P. D. Bolech B. Schrijenstraat 10 Sittard 04490-18522 L. Bozuwa Abeelstraat 7 Dordrecht F. F. J. Gaillard Jorisstraat 43 Breda 076-653218 S. H. Schaafsma Betuwepad 25 Son en Breugel 04990-3896
Drachten 9202 LD	Christelijke Technische School Splitting 63 05120-19155	
Roermond 6045 ET	L.T.S. Dr. Cuypers St. Odgerusstraat 1 04750-22940	
Rotterdam 3032 AA	Christiaan Huygensschool Benthamstraat 15 010-656088	

Bijeenkomsten ter bespreking van de normen van het open werk wiskunde examen mavo-4 1979

Groningen	Menno van Coehoornschool Goeman Borgesiuslaan 161 050-250212	L. Wesselink Jan Ensinglaan 7 Groningen 050-565040
Leeuwarden	Mavo 'Nylan' Princesseweg 4 05100-27624	A. J. Langelaar Grietmanslaan 92 Oosterwolde 05160-2574
Emmen	Mavo Allee Smedingeslag 1 05910-23456	H. Hendriks Wekingeslag 10 Emmen 05910-23301
Zwolle	Thorbecke Scholengemeenschap Eikenstraat 2 05200-35403	S. R. Zwaan Zwette 28 Zwolle 05200-41764
Hengelo	R.K. School voor Mavo, 't Lansink Lansinkweg 80 05400-13297	C. Th. J. Hoogsteder Prins Mauritsshof 4 Terborg 08350-4337
Arnhem	Thorbecke Scholengemeenschap Thorbeckestraat 17 085-423028	L. Hoekstra Rondehof 40 Elst 08819-3860
Schaesberg	Petrus en Paulusmavo Lopersbergweg 2 045-313755	J. P. Habets Kerkstraat 29 Bochholz 04442-2117
Roermond	R.K. Mavo Kapel. Lindanus Roersingel 28 04750-14054	W. Crijns Den Roover 17 Reuver 04704-1946
Alkmaar	Gem. School voor Mavo Rubenslaan Hoefplan II 072-113438	R. Pijning Tesselschadestraat 2 Alkmaar 072-12270

Naarden	Scholengemeenschap 'Godelinde' Tenierslaan 2 02159-40664	H. J. Moerman Frans Halslaan 14 Naarden 02159-43926
Haarlem	R.K. Mavoschool 'Jeroen' Overtonstraat 42 023-251749	A. A. Rommelse Hammarskjöldstraat 43 Hoofddorp 02503-12183
's-Gravenhage	Groen van Prinsterercollege Albardastraat 25 070-256260	W. van der Ley Heiloostraat 391 's-Gravenhage 070-254411
Utrecht	R.K. Mavo 'Overvecht' Pahud de Montagneweg 030-616946	G. Hilten Tigrisdreef 198 Utrecht 030-622628
Rotterdam	Chr. School voor Mavo 'Het Lage Land' Kromhoutstraat 3-5 010-205393	L. Bozuwa Abeelstraat 7 Dordrecht 078-163946
Roosendaal	Mavo 'De Roosenborch' Bovendonk 1 01650-43871	A. Joosen P.C. Hooftlaan 30 Roosendaal 01650-35661
Middelburg	Oranje Nassauschool voor Chr. Mavo Oranjelaan 11 01180-25274	A. J. L. Osté Talmalaan 11 Vlissingen 01184-65712
Eindhoven	Eckhartcollege Argonautenlaan 26 040-436403	J. C. G. W. van den Berg Haakakker 26 Mierlo 04927-1744
's-Hertogen- bosch	St. Leonardusmavo Emmaplein 19 073-135674	F. J. Mahieu Dommeldal 12 Boxtel 04116-73468

Bijeenkomsten ter bespreking van de normen wiskunde I en havo op vrijdag 11 mei 1979

Groningen	Prædiniusgymnasium Turfsingel 82	wisk 1	J. Houttuin Otto Ehrelmanweg 12 Eelde 05907-3644
	Heymanscollege Nieuwe St. Jansstraat 11 050-120430	havo van	19.00 tot 21.00 uur J. V. Jansen Boterdiepwestzijde 5 Bedum 05900-3043
Deventer	Alexander Hegiussscholen- gemeenschap Het Vlier 1 05700-12064	wisk 1	J. de Groot Oudaenstraat 2 Deventer 05700-19708
		havo van	19.00 tot 21.00 uur G. Brandenburg Boedekerstraat 24 Deventer 05700-15561
Roermond	Rijksscholengemeenschap Jagerstraat 2 04750-24949	havo	J. M. Rietjens Houthemerweg 3 Heel 04747-1689
		wisk 1	van 19.00 tot 21.00 uur J. H. M. Almkreutz Jan van Abroeckstraat 6 St. Odiliënberg 04752-1503

Amsterdam	Ignatiuscollege Antonie van Dijkstraat 1 020-763868	wisk 1	P. Versnel Oosterveen 53 Purmerend 02990-20567
		havo van	19.00 tot 21.00 uur G. Zwaneveld Haringvlietstraat 9II Amsterdam 020-738912
Rotterdam	St. Franciscuscollege Beukelsdijk 91 010-770033	wisk 1	H. Ekstijn Mathenesserlaan 368 b Rotterdam 010-765926
		havo van	19.00 tot 21.00 uur B. Hillebrand Paulus Potterstraat 17 Krimpen a/d Lek 01807-15210
Bergen op Zoom	Rijksscholengemeenschap Burg. Stoelemeierlaan 24 01640-42150	havo	J. van Loon Beeklaan 11 Wouw 01658-1973
		wisk 1	van 19.00 tot 21.00 uur A. L. D. van Mérode Kerkstraat 8 Dongen 01623-13746

Verslaggeving eindexamens in open-vraag-vorm avo/vwo in 1979

Door de CITO-projectgroep Open Vragen zijn in de afgelopen twee jaar verslagen uitgebracht over de eindexamens in open-vraag-vorm avo/vwo. *)

Het vorig jaar werden alle scholen aangeschreven met het verzoek aan de vakdocenten de scores per vraag of vraagonderdeel van de eerste vijf kandidaten in te vullen op optisch leesbare formulieren en deze in te zenden naar het CITO. Na overleg met de Commissie Vaststelling Opgaven zal het verzamelen van de benodigde gegevens dit jaar weer op dezelfde wijze geschieden.

Wij zijn ons bewust van het feit dat we ons verzoek richten aan vakdocenten die met name in de eindexamenperiode druk bezet zijn. Het is echter tot dusverre niet mogelijk bij de examens in open-vraag-vorm de benodigde gegevens langs een andere weg te verzamelen: op de officiële lijsten met eindexamenresultaten staan alleen de eindcijfers vermeld en niet de scores per opgave. Daarover beschikt alleen de docent-examinator.

Aangezien de verslaggeving voor een belangrijk deel bestaat uit het bespreken van de kwaliteit en de moeilijkheidsgraad van de afzonderlijke opgaven, zijn de gegevens over deelscores onontbeerlijk. Daarnaast wordt in de verslagen informatie verwerkt over het aantal kandidaten per vak, het percentage onvoldoendes en over de wijze van totstandkoming van de opgaven en de wijze waarop de cesuurbepaling (de vaststelling van de grens voldoende/onvoldoende) tot stand gekomen is. Het spreekt vanzelf dat alle verzamelde informatie strikt anoniem is, zowel wat betreft de kandidaten als de scholen.

Evenals in voorgaande jaren worden uitsluitend de gegevens over het eerste tijdvak verzameld. De docenten-examinatoren in de vakken Klassieke Talen, Nederlands, wiskunde, scheikunde, natuurkunde, economie/handelskennis, aardrijkskunde, muziek, kunstgeschiedenis/-beschouwing

*) Examenverslagen 1978 zijn vanaf eind februari 1979 leverbaar.

CITO-memo 296 A De eindexamens wiskunde voor lbo in 1978;

CITO-memo 296 B De eindexamens wiskunde voor mavo in 1978;

CITO-memo 296 C De eindexamens wiskunde voor vwo en havo in 1978.

Verzoeken om toezending kunt U richten aan het CITO, postbus 1034, Arnhem t.a.v. Mevr. T. Plant-Kooy.

in het mavo/havo/vwo ontvangen via hun schooldirecties de benodigde formulieren met het verzoek deze ingevuld te retourneren naar het CITO vóór 6 juni (de aanvangsdatum van het herexamen). Uit de respons in het afgelopen jaar mogen wij concluderen dat het belang van de verslaggeving, te weten: openbaarheid van gegevens over de samenstelling, de kwaliteit van de opgaven en over de eindexamenresultaten, algemeen onderkend wordt. Vandaar dat wij erop vertrouwen dat de docenten-examinatoren opnieuw hun medewerking aan de totstandkoming van het verslag zullen verlenen.

Namens de medewerkers van het CITO-project Open Vragen, T. Luijten

Het Vijftiende Nederlands Mathematisch Congres

1 Het congres wordt gehouden op *woensdag 11 en donderdag 12 april 1979* in het auditorium van de Technische Hogeschool te Eindhoven.

PROGRAMMA

Woensdag 11 april

- 9.00 – 10.15 uur Aankomst deelnemers, uitreiking congresbescheiden, koffie.
- 10.15 – 10.30 uur Opening door de voorzitter van het Wiskundig Genootschap en welkomstwoord door de Rector Magnificus van de TH Eindhoven.
- 10.30 – 11.30 uur Openingsvoordracht door Prof. dr. F. van der Blij over 'Schoksgewijze groei: differentievergelijkingen voor liefhebbers en voor gebruikers'.
- 11.30 – 12.45 uur 201ste Algemene Vergadering van het Wiskundig Genootschap.
- 12.45 – 14.00 uur Lunchpauze.
- 14.00 – 16.30 uur Programma verzorgd door werkgemeenschappen, **sectie didactiek**.

Donderdag 12 april

- 9.00 – 10.30 uur Sectievoordrachten.
- 11.00 – 12.30 uur Lunchpauze.
- 12.30 – 14.00 uur Sectievoordrachten.
- 14.00 – 15.30 uur Slotvoordracht door Prof. dr. ir. P. J. Zandbergen over 'De stromingen en werkelingen in de toegepaste wiskunde'.
- 15.30 – 17.00 uur Sluiting.

2 Voor de **sectie didactiek** op woensdagmiddag zijn de volgende voordrachten (duur: 25 minuten) aangemeld:

- | | |
|------------------------|---|
| J. van Dormolen | : Bezetters of vervangers. |
| R.U.U. | : Over het begrijpen van het begrip-variabele. |
| M. Kindt | : Hervervakeling van de wiskunde in de bovenbouw van het vwo. |
| I.O.W.O. | |
| E. M. Koerts | : Het gebruik van de rekenmachine in 2 havo. |
| leraar te Waalwijk | |
| R. P. Nederpelt | : De ene onderstelling is de andere niet – iets over de structuur van bewijzen. |
| T.H. Eindhoven | |
| C. P. van Nieuwkastele | : Waar naar toe met de meetkunde? |
| T.H. Eindhoven | |
| G. Schoemaker | : Oriënterende meetkunde in de brugklas. |
| I.O.W.O. | |
| J. J. Seidel | : Didactiek van de wiskunde aan de T.H. Eindhoven. |
| T.H. Eindhoven | |

3 Belangstellenden kunnen zich nog melden bij de secretaris van de congrescommissie. De kosten van deelname aan het congres bedragen f 10, – voor leden en f 15, – voor niet-leden

van het Wiskundig Genootschap. Tijdens het congres bestaat er gelegenheid gezamenlijk de lunch te gebruiken; de kosten van een lunch bedragen f 7,50.

Het bedrag voor deelname en zonodig lunch(es) gelieve men te storten op girorekening nr. 1667577 ten name van de Penningmeester van het Nederlands Mathematisch Congres te Eindhoven.

De secretaris van de congrescommissie, Drs. J. van der Kleij, onderafdeling der Wiskunde, Technische Hogeschool Eindhoven, Postbus 513, 5600 MB Eindhoven, tel. 040-472908/472761.

VVWL Lustrumcongres

30 juni, 1, 2 juli 1979

OOSTMALLE

Meetkundeonderwijs
knpunten

Voorlopige affiche

PLENAIRE SPREEKBEURTEN

zaterdag:	opening door de minister	
	Prof. Dr. Franz Bingen	Ruimtemeetkunde
zondag:	Prof. Dr. Dirk van Dalen	Delen door nul
	Jan Ade	Spelen met isometrieën
maandag:	Prof. Dr. Freddy Dumortier	Elementaire catastrofes
	Rik Verhulst	Economie naar analogie

WERKGROEPEN

Jan Ade:	titel wordt later meegedeeld
Reinhilde Claessens:	Inbedding van affiene meetkunde in projecties
Kristien de Bruyn:	Een stelling van WITT
Guido Dedene:	Meetkunde van het Minkowski-vlak
Fernand Goethals:	Verband tussen equivalentierelaties en groepen in de meetkunde
René Laumen:	1. Constructies in de meetkunde 2. Originele oefeningen voor klasgebruik
Edmond van Vreckom:	Het omkeringsprincipe in de meetkunde
Rik Verhulst:	De koninklijke weg van de bilineaire vormen

Inschrijvingsformulier te verkrijgen bij Kristien de Bruyn, Secretariaat VVWL, Pol de Jaerlaan 26, 1060 Brussel.

Internationaal onderzoek naar wiskundeonderwijs

Binnen een internationaal samenwerkingsverband zal de onderzoeksgroep van de vakgroep Onderwijskunde van de TH Twente een vergelijkend onderzoek gaan instellen naar het wiskundeonderwijs in het voortgezet onderwijs.

Het project is een onderdeel van een wereldomvattend onderzoek van de International Association

for the Evaluation of Educational Achievement (IEA) dat wordt uitgevoerd in 23 landen. Naast een aantal Westeuropese landen zullen onder meer Nieuw Zeeland, Japan, Ivoorkust en Hongarije deelnemen.

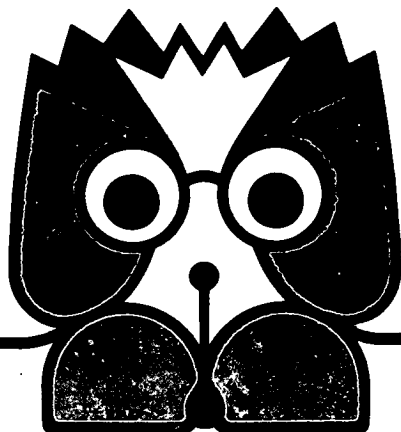
13-JARIGEN

Het onderzoek zal zich richten op het wiskundeprogramma, de wijze van lesgeven en de resultaten van dit onderwijs in het Nederlandse schoolsysteem in vergelijking tot het buitenland.

In ons land zal speciaal aandacht besteed worden aan het onderwijs aan 13-jarige leerlingen van VWO, HAVO, MAVO, LTO en LHNO.

Het project zal vier jaar in beslag nemen en wordt voor een belangrijk deel gefinancierd door de Stichting voor Onderzoek van het Onderwijs (SVO). Het zal worden uitgevoerd door ir. T. J. H. Eggen onder supervisie van prof. dr. E. Warries, hoogleraar in de algemene en vergelijkende onderwijskunde aan de TH Twente en de wiskundige dr. Tj. Plomp, die als onderwijskundige aan deze hogeschool is verbonden.

Op nationaal niveau wordt het project begeleid door een werkgroep, waarin naast de TH Twente ook het CITO (Centraal Instituut voor Toets Ontwikkeling), het IOWO (Instituut voor Ontwikkeling van het Wiskunde Onderwijs), de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraars, de Nederlandse Onderwijscommissie voor de Wiskunde en de Inspectie voor het voortgezet onderwijs vertegenwoordigd zijn.



nationale onderwijs tentoonstelling

jaarbeurs **Ů** utrecht

wo. 4 t/m vr. 6 en ma. 9 t/m wo. 11 april 1979. dagelijks v. 9.30-17.30 u.

voorlichting over onderwijs
boeken en methoden
kreatieve vakken
fysika- en biologieinstrumenten
leer- en hulpmiddelen
scholenbouw en -inrichting
schoolbehoeften en -administratie
vakliteratuur
lezingenprogramma

catalogus: bestel nu de catalogus om een efficiënt bezoek aan de tentoonstelling voor te bereiden. Stort f 7,75 op postgiro 12778 t.n.v. Jaarbeurs te Utrecht onder vermelding van catalogus Nat. Ond. Tentoonst. **toegangsprijs f 6,-** p.pers. **voordelig reizen per trein.** reductiebonnen van de N.S. verlenen u 20% korting op uw treinkaartje. **NOT-kranten, en verdere informatie** s.v.p. schriftelijk aanvragen bij de Kon. Ned. Jaarbeurs, postbus 8500 3503 RM Utrecht - tel. 030-914 914

**gelijktijdig in de marijkehal MEDIAVISIE, manifestatie
van audio-visuele communicatieaspecten.**

INHOUD:

E. J. J. Kremers: Wat vinden leerlingen van wiskunde? 301

P. G. J. Vredenduin: De zevende wiskunde olympiade in de U.S.A. 311

Hilde van Buggenhout: Kwantoren 313

P. G. J. Vredenduin: Korrel 320

Recreatie 323

Boekbesprekingen 324

Mededelingen 328

ADRESSEN AUTEURS:

Hilde van Buggenhout, Royerheidestraat 73, B 3610 Diepenbeek, België.

E. J. J. Kremers, Cito, Oeverstraat 65, 6811 JD Arnhem.

P. G. J. Vredenduin, Dillenburg 148, 6865 HN Doorwerth.