

Maandblad voor
de didactiek
van de wiskunde

Orgaan van
de Nederlandse
Vereniging van
Wiskundeleraren

54e jaargang

1978/1979

no. 5

januari

Examennummer

Wolters-Noordhoff

EUCLIDES

Redactie: B. Zwaneveld, voorzitter - Drs. S. A. Muller, secretaris - Drs. F. Goffree - Dr. P. M. van Hiele - Drs. W. E. de Jong - W. Kleijne - Drs. J. van Lint - L. A. G. M. Muskens - P. Th. Sanders - Dr. P. G. J. Vredenduin.

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 10 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Secretaris: Drs. J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.
Penningmeester en ledenadministratie: Drs. J. van Dormolen, Lange Voort 207, 2343 CD Oegstgeest. Postrekening nr. 143917 t.n.v. Ver. v. Wiskundeleraren, te Amsterdam.

De contributie bedraagt f 35,— per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. f 25,—; contributie zonder Euclides f 15,—.

Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de penningmeester. Opzeggingen vóór 1 augustus.

Artikelen ter opname worden ingewacht bij Drs. G. Zwaneveld, Haringvlietstraat 9", 1078 JX Amsterdam, tel. 020-73 8912. Zij dienen met de machine geschreven te zijn met een marge van 5 cm en een regelafstand van 1 1/2.

Boeken ter recensie aan W. Kleijne, Trevérlaan 39, 7312 HB Apeldoorn, tel. 055-250834.

Mededelingen, enz. voor de redactie aan Drs. S. A. Muller, Van Lynden van Sandenburglaan 63, 3571 BB Utrecht, tel. 030-71 09 65.

Opgave voor deelname aan de leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan Dr. A. J. E. M. Smeur, Dennenlaan 17, 4849 BD Dorst (N.B.).

Abonnementsprijs voor niet leden f 33,50. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement f 19,50. Niet leden kunnen zich abonneren bij: Wolters-Noordhoff bv, afd. periodieken, Postbus 58, 9700 MB Groningen. Tel. 050-16 21 89. Giro: 1308949.

Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen.

Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag.

Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven.

Losse nummers f 5,80 (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

Advertenties zenden aan:

Intermedia bv, Prinses Margrietlaan 1, Postbus 371, 2404 HA Alphen a/d Rijn. Tel. 01720-6 20 78/6 20 79. Telex 33014.

Inleiding

In dit nummer vindt men allerlei wetenswaardigheden omtrent de examens wiskunde voor LBO, LTO, MAVO-3, MAVO-4, HAVO en VWO eerste periode. Bovendien zijn de opgaven voor de tweede periode afgedrukt.

Door het CITO is een uitgebreid onderzoek gedaan naar de resultaten van de examens eerste periode voor wiskunde bij het MAVO-4, het MAVO-3 en het LTO, het overige LBO, het HAVO en het VWO.

Ten aanzien van de open vragen bij MAVO en de examens HAVO en VWO zijn de onderzoeken gebaseerd op de uitslag van een enquête die onder een vrij groot aantal scholen gehouden is.

In dit examennummer is dankbaar van deze resultaten gebruik gemaakt. Echter slechts van een deel ervan. Wie volledig op de hoogte gebracht wil worden, kan de desbetreffende publikaties bij het CITO aanvragen. Ze worden gratis toegezonden. Het betreft:

CITO-memo 296A De eindexamens wiskunde voor LBO in 1978;

CITO-memo 296B De eindexamens wiskunde voor MAVO in 1978;

CITO-memo 296C De eindexamens wiskunde voor VWO en HAVO in 1978.

Adres van het CITO: Postbus 1034, 6801 MG Arnhem.

Voor de redactie is van belang te weten in hoeverre de lezers de inhoud van het examennummer op prijs stellen. De omvang is meer dan die van een gewoon nummer. Deze extra omvang gaat of ten koste van de omvang van de overige nummers of moet bekostigd worden door middel van een vrij aanzienlijke bijdrage uit de kas van de NVvW.

Daarom zal de redactie het op prijs stellen, als u de enquêtekaart in dit nummer wilt invullen en ons (zonder postzegel) toezenden; ook indien u met de gang van zaken tevreden is.

De redactie

Constructie van de opgaven, bepaling van de normen en de cesuur

Open vragen

Voor het begin van het cursusjaar 1977-1978 zijn in overleg met de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (NVvW) door de Commissie Vaststelling Opgaven (CVO) een aantal docenten van MAVO, HAVO en VWO uitgenodigd voor het maken van een volledig stel examenopgaven.

Op voordracht van NVvW zijn door CVO adviescommissies gevormd bestaande uit 4 docenten van VWO-wiskunde I, VWO-wiskunde II, HAVO en MAVO-4.

De adviescommissie voor MAVO-3/LTO-C bestaat uit 3 vertegenwoordigers van het LBO en 1 vertegenwoordiger van het MAVO.

Deze adviescommissies hebben uit het ingezonden werk, aangevuld met eigen materiaal, voorstellen gemaakt voor 3 examens: het eerste-, tweede- en derde tijdvak.

Tevens hebben zij een voorstel voor de normering gemaakt en aan de CVO gezonden.

De uiteindelijke verantwoordelijkheid voor het werk berust bij de CVO, die in overleg met de voorzitter van de adviescommissie de definitieve tekst van de opgaven en normen vaststelt.

De vergaderingen van de adviescommissie zijn bijgewoond door een CITO-medewerker.

Vierkeuze vragen

Enige docenten zijn door open sollicitatie lid geworden van de schrijfgroep die items produceert en examenvoorstellen maakt voor CVO en Centrale Examencommissie van het LBO (CE-LBO). Er is een schrijfgroep die examenvoorstellen maakt voor MAVO-4 en MAVO-3/LTO-C en een schrijfgroep die examenvoorstellen maakt voor LEAO/LHNO/LLO en LMO.

Cesurbepaling

Een normenadviescommissie, bestaande uit docenten van MAVO en LTO, heeft de CVO en de CE-LBO geadviseerd over de cesuur van het vierkeuzewerk naar aanleiding van de toets- en itemanalyses van ongeveer 1000 kandidaten, terwijl de CE-LBO voor het overige LBO zelf de cesuur vaststelt.

Een normenadviescommissie, bestaande uit docenten VWO-HAVO-MAVO en LTO, heeft de CVO geadviseerd over de cesuur van het open werk naar aanleiding van de resultaten, na eerste correctie, van 5 kandidaten per examen per school.

Een verslag van deze vergadering volgt verderop.

Uitleg over de verstrekte cijfers

In de gegevens van de toets- en itemanalyse komen enige uitdrukkingen en cijfers voor. De betekenis hiervan wordt hieronder uitgelegd.

p-waarde en a-waarde bij vierkeuzevragen

Bij de vierkeuzevragen is één antwoord goed en de andere drie zijn fout. De onjuiste antwoorden noemt men afleiders.

Het percentage kandidaten dat het goede antwoord gekozen heeft, noemt men de p-waarde van het item.

Het percentage kandidaten dat een bepaalde afleider gekozen heeft, noemt men de a-waarde van die afleider.

p-waarde bij open vragen

De gemiddelde score van een opgaveonderdeel, uitgedrukt in procenten van het maximaal te behalen puntenaantal voor dat onderdeel, noemt men de p-waarde van dat onderdeel.

Correlatie tussen een vraag en de totale toets (r_{it})

De r_{it} drukt de discriminerende waarde van een vraag uit. Een hoge r_{it} geeft aan dat de vraag goed discrimineert, d.w.z. 'goede' kandidaten maken de betrokken vraag goed en 'slechte' kandidaten maken de betrokken vraag fout. Een positieve lage r_{it} betekent: zowel 'goede' als 'slechte' kandidaten konden de vraag wel (of niet) maken. Een negatieve r_{it} betekent dat de 'slechte' kandidaten de vraag wel konden oplossen, terwijl de 'goede' kandidaten de vraag niet konden oplossen. Met de betrokken vraag is dan iets (merkwaardigs) aan de hand, omdat dit immers niet de bedoeling is van de toetsconstructeurs.

Indien $r_{it} = -1$ is er sprake van volledig negatieve correlatie en hebben alle 'goede' kandidaten de vraag fout en de 'slechte' kandidaten de vraag goed opgelost.

Indien $r_{it} = 0$ is er geen correlatie.

Als $r_{it} = 1$ is er volledig positieve correlatie tussen de vraag en de gehele toets. (In plaats van bijv. $r_{it} = 0,23$ wordt ook wel vermeld $r_{it} = 23$.)

De toetsconstructeurs trachten voor meerkeuzetoetsen items te construeren met bij voorkeur een r_{it} -waarde $> 0,30$ en een p-waarde die in de buurt van 60 ligt. Items die hieraan voldoen, zijn vanuit psychometrisch oogpunt optimaal aangepast aan de populatie die de vragen moet beantwoorden.

De meerkeuzetoetsen voor MAVO-4, MAVO-3/LTO-C en overig LBO

Verband tussen score en cumulatieve percentages kandidaten met bepaalde score

score	MAVO-4	MAVO-3	LTO	LEAO	LHNO	LLO	cijfer
0	0	0	0	0	0	0	1,2
1	0	0	0	0	0	0	1,5
2	0	0	0	0	0	0	1,8
3	0	0	0	0	0	0	2,1
4	0	0	0	0	1	0	2,4
5	0	0	1	0	2	1	2,7
6	1	1	1	2	5	2	3,0
7	1	1	3	4	9	3	3,2
8	2	3	5	8	14	5	3,5
9	4	5	8	12	21	8	3,8
10	7	8	12	18	29	12	4,1
11	11	12	17	25	39	17	4,4
12	15	17	22	33	47	23	4,7
13	21	23	29	41	56	29	5,0
14	28	30	35	50	65	35	5,3
15	36	38	42	58	71	42	5,6
16	45	46	50	65	77	47	5,9
17	54	54	57	72	82	55	6,2
18	62	62	64	78	86	61	6,5
19	71	69	71	82	89	68	6,8
20	78	76	77	87	92	74	7,1
21	84	82	82	90	95	80	7,4
22	89	88	87	93	96	84	7,7
23	93	92	91	96	97	89	7,9
24	95	95	94	97	98	92	8,2
25	97	97	96	98	99	96	8,5
26	98	98	98	99	100	98	8,8
27	99	99	99	100	100	99	9,1
28	100	99	100	100	100	100	9,4
29	100	100	100	100	100	100	9,7
30	100	100	100	100	100	100	10,0
gemiddelde score	17,1	17,0	16,6	14,9	13,3	16,8	

Gezien het relatief zeer geringe aantal kandidaten (54) voor het LMO zijn deze niet in de tabel opgenomen. Hun gemiddelde score bedroeg 14,2; het percentage voldoende was 54.

Dit jaar bestaat de MAVO-4 examentoets, evenals in vorige jaren, uit 30 items. De examentoets MAVO-3/LTO-C heeft ook 30 items, evenals verleden jaar. De examentoetsen voor MAVO-4 en voor MAVO-3/LTO-C bevatten geen gemeenschappelijke items, in afwijking met wat totnogtoe gebruikelijk was. De examentoets voor het C-programma van LEAO/LHNO/LLO/LMO, die ook dit jaar afwijkend is van de toets voor het LTO, bevat eveneens 30 items, waarvan er 13 gemeenschappelijk zijn met de toets voor MAVO-3/LTO-C.

Bij de examens MAVO-4, MAVO-3/LTO-C en overig LBO-C vindt men in de marge de p-waarde van het item (onderstreept) en de a-waarden van de afleiders. Tussen haakjes is daaronder de r_{it} -waarde van het item vermeld.

Bij het overig LBO-C zijn bij de gemeenschappelijke opgaven met LTO-C ook de p- en de a-waarden bij het LTO-C opgegeven.

EXAMEN MIDDELBAAR ALGEMEEN VOORTGEZET ONDERWIJS IN 1978

MAVO-4

Donderdag 25 mei, 9.30–11.30 uur

Wiskunde I

1. Bij een translatie is het punt $(-3, 4)$ het beeld van het punt $(-4, 3)$.

De translatievector is

2 A $\begin{pmatrix} -7 \\ 7 \end{pmatrix}$

0 B $\begin{pmatrix} 7 \\ -7 \end{pmatrix}$

29 C $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\frac{69}{(25)}$ D $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

2. De inhoud van een kubus is 64.

De lengte van een lichaamsdiagonaal is gelijk aan

22 A $4\sqrt{2}$

11 B $8\sqrt{2}$

$\frac{61}{5}$ C $4\sqrt{3}$

D $8\sqrt{3}$

(39)

3. ϕ is de oplossingsverzameling van de vergelijking

15 A $x^2 - 2x - 2 = 0$

8 B $x^2 - 2x - 1 = 0$

11 C $x^2 - 2x + 1 = 0$

66 D $x^2 - 2x + 2 = 0$

(37)

4. $x(x + 10) =$

15 A $(x + 5)^2 + 25$

8 B $(x + 5)^2 - 25$

3 C $(x - 5)^2 + 25$

2 D $(x - 5)^2 - 25$

(31)

5. $\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{1}{2}x < \frac{1}{4}\} \cap \{x \in \mathbb{Z} \mid -\frac{1}{2}x < \frac{1}{4}\}$ bevat

32 A geen elementen

39 B precies één element

3 C precies twee elementen

26 D meer dan twee elementen

(28)

6. $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 2x < 0\}$ bevat

12 A geen elementen

56 B precies één element

16 C precies twee elementen

16 D meer dan twee elementen

(32)

7. $(2, a) \in \{(x, y) \mid ax - 2y = 0\}$ is waar voor

8 A geen enkele waarde van a

19 B precies één waarde van a

5 C precies twee waarden van a

68 D meer dan twee waarden van a

(35)

8. De grafieken van de functies $f: x \rightarrow px + 5$ en $g: x \rightarrow 3x + q$ snijden elkaar in het punt $(-2, 7)$.

Voor p en q geldt

16 A $p \geq 0 \wedge q \geq 0$

6 B $p \geq 0 \wedge q < 0$

68 C $p < 0 \wedge q \geq 0$

10 D $p < 0 \wedge q < 0$

(32)

9. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 0$ is waar voor
60 A geen enkele waarde van α
 13 B precies één waarde van α
 14 C precies twee waarden van α
 13 D meer dan twee waarden van α
 (25)

10. Bij de rotatie om $O(0, 0)$ over 45° is het beeld van het punt $(4, 0)$ het punt
 10 A $(2, 2)$
76 B $(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$
 9 C $(4, 4)$
 5 D $(4\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$
 (39)

11. Bij een lijnspiegeling geldt:
 $(5, 4) \rightarrow (-2, -3)$
 De spiegelas heeft als vergelijking
79 A $y = -x + 2$
 3 B $y = -x - 1$
 12 C $y = x - 1$
 6 D $y = x + 2$
 (32)

12. Van $\triangle OAB$ met $O(0, 0)$ is $OB = AB$ en $\vec{OA} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$.
 Het punt B kan *niet* liggen in het
 5 A eerste kwadrant
71 B tweede kwadrant
 10 C derde kwadrant
 14 D vierde kwadrant
 (34)

13. Van een ruit $OABC$ is gegeven $\vec{OA} = \vec{a}$ en $\vec{OB} = \vec{b}$.
 Voor $\vec{OC}$ geldt
 18 A $\vec{OC} = \vec{a}$
 6 B $\vec{OC} = \vec{a} + \vec{b}$
 8 C $\vec{OC} = \vec{a} - \vec{b}$
68 D $\vec{OC} = -\vec{a} + \vec{b}$
 (31)

14. $\{0, 3\} \subset \{x \mid x - 3 = x + a\}$ is waar voor
 19 A geen enkele waarde van a
66 B precies één waarde van a
 10 C precies twee waarden van a
 5 D alle waarden van a
 (21)

15. Van een tweedegraads functie f is gegeven

$$f(-2) = f(4) = -2 \text{ en } f(-2) > f(1).$$

(1) f heeft een minimum.

(2) Het volledig f -origineel van 0 is leeg.

16 A (1) en (2) zijn beide waar

44 B (1) is waar en (2) is niet waar

18 C (1) is niet waar en (2) is waar

22 D (1) en (2) zijn beide niet waar

(25)

16. De grafiek van de functie $x \rightarrow x^2 + px + q$ heeft het punt $(0, 5)$ als top.

Voor p en q

62 A $p \geq 0 \wedge q \geq 0$

8 B $p \geq 0 \wedge q < 0$

25 C $p < 0 \wedge q \geq 0$

5 D $p < 0 \wedge q < 0$

(29)

17. $\{x \mid x^2 - 6x + 4 = p\} = \emptyset$ is waar voor

43 A $p \in \langle \leftarrow, -5 \rangle$

14 B $p \in [-5, 0 \rangle$

21 C $p \in [0, 5 \rangle$

21 D $p \in [5, \rightarrow \rangle$

(32)

18. $(2 + x)(8 - x) = -x^2 + 6x + 16$ is waar voor

18 A geen enkele waarde van x

17 B precies één waarde van x

12 C precies twee waarden van x

54 D meer dan twee waarden van x

(37)

19. In nevenstaande $\triangle ABC$ is $BC = 1$.

$$\sin \alpha =$$

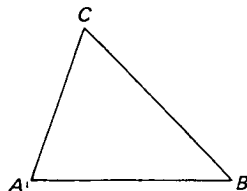
33 A $\frac{\sin \beta}{b}$

29 B $\frac{b}{\sin \beta}$

10 C $b \sin \beta$

28 D $\frac{1}{b \sin \beta}$

(37)



20. In nevenstaande kubus $ABCD.EFGH$

is $\angle DBH = \alpha$

Voor α geldt

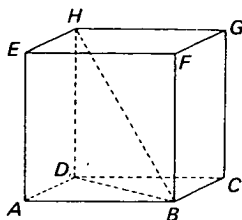
38 A $35^\circ \leq \alpha < 40^\circ$

11 B $40^\circ \leq \alpha < 45^\circ$

43 C $45^\circ \leq \alpha < 50^\circ$

8 D $50^\circ \leq \alpha < 55^\circ$

(41)



21. De driehoeken ABC en PQR zijn gelijkvormig.

Van driehoek ABC zijn de lengten van de zijden 4, 6 en 8.

Van driehoek PQR heeft een zijde de lengte 12.

De omtrek van driehoek PQR kan *niet* gelijk zijn aan

14 A 27

6 B 36

75 C 45

4 D 54

(38)

22. In onderstaande vierhoek $ABCD$ is $AB \parallel DC$, $AB = a$, $DC = b$.

Het snijpunt van de diagonalen is S . Bij een vermenigvuldiging ten opzichte van het centrum S met de factor k is lijnstuk AB het beeld van lijnstuk CD .

Voor k geldt

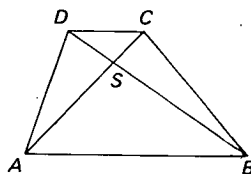
14 A $k = \frac{b}{a}$

32 B $k = \frac{a}{b}$

18 C $k = -\frac{b}{a}$

36 D $k = -\frac{a}{b}$

(27)



23. In nevenstaand histogram is aangegeven hoe de verdeling is van de rapportcijfers van 30 leerlingen.

(1) De modus is 6.

(2) De mediaan is 6.

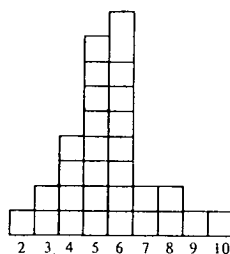
22 A (1) en (2) zijn beide waar

74 B (1) is waar en (2) is niet waar

2 C (1) is niet waar en (2) is waar

1 D (1) en (2) zijn beide niet waar

(24)



24. $\{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid x - y > -1\} \cap \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid 2x + y < 2\}$ bevat
- 32 A geen elementen
 34 B precies één element
 10 C precies twee elementen
 23 D meer dan twee elementen

(17)

25. Gegeven is de functie $f: x \rightarrow x^2$.

- (1) Voor iedere waarde van $p \in \mathbb{N}$ geldt: $f(p + 1) > f(p)$.
 (2) Voor iedere waarde van $p \in \mathbb{N}$ geldt: $f(p - 1) < f(p)$.
 53 A (1) en (2) zijn beide waar
 19 B (1) is waar en (2) is niet waar
 14 C (1) is niet waar en (2) is waar
 14 D (1) en (2) zijn beide niet waar

(9)

26. Voor $a \neq 3$ geldt $\{(x, y) \mid y = 3x + a\} \cap \{(x, y) \mid y = ax + 3\} =$
- 56 A $\{(1, a + 3)\}$
 15 B $\{(-1, a - 3)\}$
 19 C $\{(a + 3, 1)\}$
 11 D $\{(a - 3, -1)\}$

(38)

27. $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 = r^2 \wedge r > 0\} \cap \{(x, y) \mid y = x + 6\}$ bevat precies één element.

Voor r geldt

- 10 A $r = 3$
 24 B $r = 6$
 55 C $r = 3\sqrt{2}$
 10 D $r = 6\sqrt{2}$

(35)

28. De omtrek van een cirkelschijf is 10.

De oppervlakte van deze cirkelschijf is

- 38 A 25π
 20 B $25\pi^2$
 29 C $\frac{25}{\pi}$
 12 D $\frac{25}{\pi^2}$

(35)

7 Eventuele andere opmerkingen en/of suggesties van uw kant:

Kan
ongefrankeerd
verzonden
worden

Naam:

School:

Adres:

Plaats:

Redactie EUCLIDES

Antwoordnummer 13

9700 VB Groningen

- 1 Aan welk schooltype geeft u les ? Wilt u het desbetreffende hokje aankruisen.
(meerdere antwoorden mogelijk)

LBO	☐	HAVO	☐	NLO	☐
MAVO	☐	VWO	☐	geen van alle	☐

- 2 Stelt u het op prijs dat de examenopgaven **eerste** periode in Euclides worden afgedrukt ? Zo ja, voor welke schooltypes zou dit dan moeten gebeuren ?
(meerdere antwoorden mogelijk)

LBO	☐	HAVO	☐	NLO	☐
MAVO	☐	VWO	☐	geen van alle	☐

- 3 Stelt u het op prijs dat de examenopgaven **tweede** periode in Euclides worden afgedrukt ? Zo ja, voor welke schooltypes zou dit dan moeten gebeuren ?

LBO	☐	HAVO	☐	NLO	☐
MAVO	☐	VWO	☐	geen van alle	☐

- 4 Heeft u belangstelling voor de statistische resultaten van het onderzoek van de meerkeuze-vragen ?

☐ ja ☐ nee

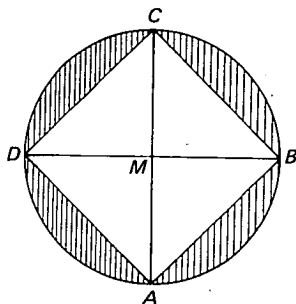
- 5 Heeft u belangstelling voor de statistische resultaten van het onderzoek van de open vragen ?

☐ ja ☐ nee

- 6 Heeft u belangstelling voor oplossingen van opvallende aard die door leerlingen gevonden zijn ?

☐ ja ☐ nee

29. In nebenstaande figuur is M het snijpunt van de diagonalen van vierkant $ABCD$. Verder is getekend de cirkel (M, AM) . Voor elk punt P van het gearceerde vlakdeel geldt



- 7 A $PM \leq AM \wedge PM \leq \frac{1}{2}AB$
 73 B $PM \leq AM \wedge PM \geq \frac{1}{2}AB$
 4 C $PM \geq AM \wedge PM \leq \frac{1}{2}AB$
 16 D $PM \geq AM \wedge PM \geq \frac{1}{2}AB$
 (29)

30. De afstand van de evenwijdige lijnen l en m is 5.

$\{P \mid d(P, l) = 7 \wedge d(P, m) = 2\}$ bevat

- 13 A geen elementen
 15 B precies twee elementen
 7 C precies vier elementen
 65 D meer dan vier elementen
 (38)

EXAMEN MIDDELBAAR ALGEMEEN VOORTGEZET ONDERWIJS IN 1978

MAVO-3

Donderdag 25 mei, 9.30–11.30 uur

Wiskunde I

EINDEXAMEN LAGER BEROEPSONDERWIJS (volgens C-programma)

Donderdag 25 mei, 9.30–11.30 uur

Wiskunde (l.t.o.)

(meerkeuzetoets)

1. waarnemingsgetal	3	4	5	6	7
frequentie	1	2	3	4	5

M3	LTO	Voor de vijftien waarnemingsgetallen in de tabel geldt		
7		8	A	de modus is 5 en de mediaan is 5
7		7	B	de modus is 5 en de mediaan is 6
21		26	C	de modus is 7 en de mediaan is 5
<u>65</u>		<u>59</u>	D	de modus is 7 en de mediaan is 6
(35)		(35)		

2. De verzameling $\{(x, y) \mid 3x - 2y = 12\}$ bevat de elementen

3		4	A	$(0, -6)$ en $(-4, 0)$
9		11	B	$(0, -6)$ en $(-4, 0)$
4		5	C	$(0, -6)$ en $(-4, 0)$
<u>85</u>		<u>80</u>	D	$(0, -6)$ en $(-4, 0)$
(33)		(40)		

3. $\{2\}$ is de oplossingsverzameling van

<u>95</u>		<u>93</u>	A	$-1\frac{1}{2} + x = \frac{1}{2}$
2		3	B	$-1\frac{1}{2} - x = \frac{1}{2}$
2		2	C	$1\frac{1}{2} - x = \frac{1}{2}$
1		1	D	$1\frac{1}{2} + x = \frac{1}{2}$
(23)		(28)		

4. $(a, a) \in \{(x, y) \mid 2x - y = 0\}$ is waar voor

16		20	A	geen enkele waarde van a
<u>47</u>		<u>48</u>	B	precies één waarde van a
7		11	C	precies twee waarden van a
29		21	D	meer dan twee waarden van a
(27)		(31)		

5. $\{x \mid 2(x - 3) - 1 < 0\} =$

10		10	A	$\{x \mid x < 2\}$
10		14	B	$\{x \mid x < 2\frac{1}{2}\}$
<u>69</u>		<u>60</u>	C	$\{x \mid x < 3\frac{1}{2}\}$
11		17	D	$\{x \mid x < -3\frac{1}{2}\}$
(35)		(40)		

6. De grafieken van $f: x \rightarrow 2x - 4$ en g hebben *alleen* het punt $(2, 0)$ gemeen. g kan gegeven zijn door

5		6	A	$x \rightarrow 2x + 4$
15		14	B	$x \rightarrow 2x - 4$
<u>74</u>		<u>74</u>	C	$x \rightarrow -2x + 4$
6		6	D	$x \rightarrow -2x - 4$
(36)		(41)		

7. Gegeven een functie $f = \{(x, y) \mid y = -x + a\}$.

Als $(2, -1) \in f$ dan geldt voor a

M3 | LTO

$$\begin{array}{r|l} 7 & 9 \\ \hline \end{array} \quad \text{A} \quad a = -3.$$

$$\begin{array}{r|l} 6 & 9 \\ \hline \end{array} \quad \text{B} \quad a = -1$$

$$\begin{array}{r|l} 80 & 72 \\ \hline \end{array} \quad \text{C} \quad a = 1$$

$$\begin{array}{r|l} 6 & 10 \\ \hline \end{array} \quad \text{D} \quad a = 3$$

(31)|(44)

8. De lijn l gaat door de punten $(-1, 4)$ en $(3, -2)$.

De richtingscoëfficiënt van l is

$$\begin{array}{r|l} 43 & 46 \\ \hline \end{array} \quad \text{A} \quad -\frac{3}{2}$$

$$\begin{array}{r|l} 33 & 31 \\ \hline \end{array} \quad \text{B} \quad -\frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{r|l} 10 & 10 \\ \hline \end{array} \quad \text{C} \quad \frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{r|l} 14 & 12 \\ \hline \end{array} \quad \text{D} \quad \frac{3}{2}$$

(34)|(41)

9. l en m zijn twee evenwijdige lijnen.

(1) Er is een puntspiegeling waarbij l het beeld is van m .

(2) Er is een lijnspiegeling waarbij l het beeld is van m .

$$\begin{array}{r|l} 68 & 62 \\ \hline \end{array} \quad \text{A} \quad (1) \text{ en } (2) \text{ zijn beide waar}$$

$$\begin{array}{r|l} 8 & 9 \\ \hline \end{array} \quad \text{B} \quad (1) \text{ is waar en } (2) \text{ is niet waar}$$

$$\begin{array}{r|l} 21 & 25 \\ \hline \end{array} \quad \text{C} \quad (1) \text{ is niet waar en } (2) \text{ is waar}$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 4 \\ \hline \end{array} \quad \text{D} \quad (1) \text{ en } (2) \text{ zijn beide niet waar}$$

(34)|(37)

10. Van een vierkant $ABCD$ ligt punt A op de positieve x -as en punt B op de positieve y -as.

Het snijpunt van de diagonalen is het punt $O(0, 0)$.

Bij een rotatie over α met centrum O ligt het beeld van punt D op de lijn $y = x$.

α kan zijn

$$\begin{array}{r|l} 11 & 13 \\ \hline \end{array} \quad \text{A} \quad -90^\circ$$

$$\begin{array}{r|l} 44 & 47 \\ \hline \end{array} \quad \text{B} \quad -45^\circ$$

$$\begin{array}{r|l} 25 & 23 \\ \hline \end{array} \quad \text{C} \quad 45^\circ$$

$$\begin{array}{r|l} 19 & 18 \\ \hline \end{array} \quad \text{D} \quad 90^\circ$$

(42)|(44)

11. De omtrekken van twee vierkanten verhouden zich als 2 en 3.

De oppervlakten van deze vierkanten verhouden zich als

$$\begin{array}{r|l} 8 & 5 \\ \hline \end{array} \quad \text{A} \quad \frac{1}{2} \text{ en } \frac{1}{3}$$

$$\begin{array}{r|l} 12 & 13 \\ \hline \end{array} \quad \text{B} \quad \sqrt{2} \text{ en } \sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r|l} 13 & 13 \\ \hline \end{array} \quad \text{C} \quad 2 \text{ en } 3$$

$$\begin{array}{r|l} 66 & 69 \\ \hline \end{array} \quad \text{D} \quad 2^2 \text{ en } 3^2$$

(34)|(32)

12. (1) Alle rechthoeken met gelijke oppervlakte zijn congruent.
 (2) Alle rechthoeken met gelijke omtrek zijn congruent.

M3 | LTO

- | | | |
|---------|---|---------------------------------|
| 11 12 | A | (1) en (2) zijn beide waar |
| 11 14 | B | (1) is waar en (2) is niet waar |
| 17 14 | C | (1) is niet waar en (2) is waar |
| 61 60 | D | (1) en (2) zijn beide niet waar |
- (33)|(37)

13. In een ruit $ABCD$ verhouden de lengten van de diagonalen AC en BD zich als 5 en 3.

Voor de grootte α van hoek BAD geldt

- | | | |
|---------|---|-----------------------------------|
| 15 11 | A | $\alpha < 40^\circ$ |
| 13 11 | B | $40^\circ \leq \alpha < 50^\circ$ |
| 22 19 | C | $50^\circ \leq \alpha < 60^\circ$ |
| 50 59 | D | $60^\circ \leq \alpha$ |
- (37)|(35)

14. Gegeven zijn twee snijdende lijnen l en m .

$\{P \mid d(P, l) = 3 \wedge d(P, m) = 4\}$ bevat

- | | | |
|---------|---|-------------------------|
| 21 21 | A | geen elementen |
| 26 34 | B | precies twee elementen |
| 33 33 | C | precies vier elementen |
| 19 13 | D | meer dan vier elementen |
- (35)|(28)

15. Van $\triangle ABC$ is $AC = BC$ en $AB = 4$.
 De oppervlakte van deze driehoek is 16.

$AC =$

- | | | |
|---------|---|-------------|
| 11 12 | A | $\sqrt{20}$ |
| 14 12 | B | $\sqrt{32}$ |
| 63 64 | C | $\sqrt{68}$ |
| 12 12 | D | $\sqrt{80}$ |
- (31)|(36)

16. Van $\triangle ABC$ is $\angle A = \alpha$ met $\cos \alpha < 0$.

Er geldt

- | | | |
|---------|---|--|
| 28 33 | A | $\sin \alpha > 0 \wedge \tan \alpha > 0$ |
| 35 32 | B | $\sin \alpha > 0 \wedge \tan \alpha < 0$ |
| 22 23 | C | $\sin \alpha < 0 \wedge \tan \alpha < 0$ |
| 15 12 | D | $\sin \alpha < 0 \wedge \tan \alpha > 0$ |
- (29)|(20)

17. Gegeven is een functie $f: x \rightarrow (a - 1)x + 1 - a$ waarin $a > 1$.

$$f(-1) =$$

M3 | LTO

20 20	A	0
22 22	B	2
24 26	C	$-2a$
34 32	D	$-2a + 2$

(31)|(29)

18. $\{x \mid x^2 = 2x\} =$

9 9	A	$\{0\}$
67 58	B	$\{0, 2\}$
12 19	C	$\{2\}$
11 14	D	$\{-2, 2\}$

(46)|(53)

19. Van $\triangle ABC$ is $\angle A = \alpha$, $\angle B = 90^\circ$ en $BC = 1$.

$$AC =$$

18 15	A	$\sin \alpha$
44 53	B	$\frac{1}{\sin \alpha}$
12 11	C	$\cos \alpha$
27 21	D	$\frac{1}{\cos \alpha}$

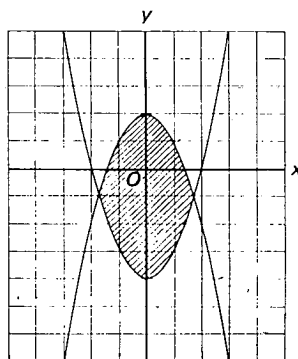
(17)|(23)

20. In nevenstaand assenstelsel zijn de parabolen $y = x^2 - 4$ en $y = -x^2 + 2$ getekend.

Voor de coördinaten x en y van de punten van het gearceerde vlakdeel geldt

8 10	A	$y \geq x^2 - 4 \wedge y \geq -x^2 + 2$
54 52	B	$y \geq x^2 - 4 \wedge y \leq -x^2 + 2$
15 15	C	$y \leq x^2 - 4 \wedge y \geq -x^2 + 2$
23 23	D	$y \leq x^2 - 4 \wedge y \leq -x^2 + 2$

(39)|(43)

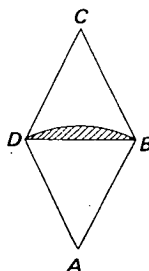


21. In nevenstaande ruit $ABCD$ zijn getekend diagonaal BD en een deel van de cirkel (A, AB) .

Voor elk punt P van het gearceerde vlakdeel geldt

32 28	A	$d(P, AB) \geq d(P, BC) \wedge PA \geq AB$
43 41	B	$d(P, AB) \geq d(P, BC) \wedge PA \leq AB$
13 14	C	$d(P, AB) \leq d(P, BC) \wedge PA \geq AB$
12 18	D	$d(P, AB) \leq d(P, BC) \wedge PA \leq AB$

(25)|(26)



22. Bij spiegelen in de lijn met vergelijking $x = 1$ is het beeldpunt van $(5, -2)$ het punt

M3 | LTO

9 10	A	$(-5, -2)$
<u>75</u> <u>67</u>	B	$(-3, -2)$
6 10	C	$(5, 2)$
10 13	D	$(5, 4)$

(42)|(45)

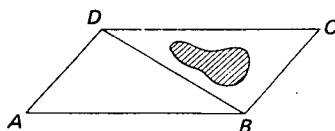
23. Gegeven is het parallellogram $ABCD$.

Bij een afbeelding ligt het beeld van $\triangle ABD$ in het gearceerde vlakdeel.

Deze afbeelding kan zijn een

<u>53</u> <u>43</u>	A	vermenigvuldiging
20 27	B	rotatie
16 17	C	lijnspiegeling
10 14	D	translatie

(35)|(40)



24. Twee congruente kubussen worden samengevoegd tot een balk.

De totale oppervlakte van één van de kubussen en de totale oppervlakte van de balk verhouden zich als

71 58	A	1 en 2
<u>21</u> <u>32</u>	B	3 en 5
4 4	C	5 en 6
5 5	D	6 en 11

(38)|(43)

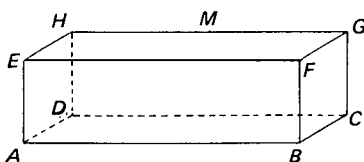
25. Van de balk $ABCD.EFGH$ is $AB = 10$, $AD = 4$ en $AE = 3$.

M is het midden van ribbe GH .

Voor de grootte α van hoek BMH geldt

17 15	A	$90^\circ \leq \alpha < 120^\circ$
31 29	B	$120^\circ \leq \alpha < 135^\circ$
<u>46</u> <u>47</u>	C	$135^\circ \leq \alpha < 150^\circ$
6 8	D	$150^\circ \leq \alpha < 180^\circ$

(32)|(41)



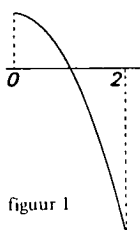
26. De as van symmetrie van de grafiek van een tweedegraads functie heeft als vergelijking $x = 2$.

Het volledig origineel van 0 van deze functie kan zijn

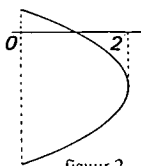
2 4	A	$\{-3, 1\}$
29 32	B	$\{-2, 2\}$
10 12	C	$\{-1, 3\}$
<u>59</u> <u>53</u>	D	$\{0, 4\}$

(35)|(38)

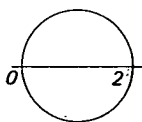
27. f is een tweedegraads functie met domein $[0, 2]$.
Welke van onderstaande figuren kan de grafiek van f zijn?



figuur 1



figuur 2



figuur 3



figuur 4

M3 | LTO

72 | 69
6 | 7

10 | 11

12 | 13

(31) | (35)

A figuur 1

B figuur 2

C figuur 3

D figuur 4

28. Welke van de onderstaande functies heeft een positief minimum?

11 | 10

60 | 54

12 | 13

16 | 22

(23) | (27)

A $x \rightarrow x^2 + 2x - 2$

B $x \rightarrow x^2 + 2x + 2$

C $x \rightarrow -x^2 + 2x - 2$

D $x \rightarrow -x^2 + 2x + 2$

29. Het aantal elementen van de verzameling $\left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{3x + 5}{-2} \leq 0\right\}$ bedraagt

31 | 29

11 | 13

5 | 7

52 | 51

(20) | (27)

A 0

B 1

C 2

D meer dan 2

30. De lege verzameling is de oplossingsverzameling van

46 | 35

11 | 9

31 | 41

12 | 14

(40) | (39)

A $2x = 2(x - 2)$

B $2x = -2(x + 2)$

C $2x + 4 = 2(x + 2)$

D $2x + 4 = -2(x - 2)$

EINDEXAMEN LAGER BEROEPSONDERWIJS 1978 (volgens C-programma)

Donderdag 25 mei, 9.30–11.30 uur

Wiskunde (l.e.a.o., l.h.n.o., l.l.o. en l.m.o.) (meerkeuzetoets)

1. waarnemingsgetal	3	4	5	6	7
frequentie	1	2	3	4	5

Voor de vijftien waarnemingsgetallen in de tabel geldt

	lto	leao	lhno	llo	lmo
A de modus is 5 en de mediaan is 5	8	13	18	15	7
B de modus is 5 en de mediaan is 6	7	7	7	9	9
C de modus is 7 en de mediaan is 5	26	32	29	41	43
D de modus is 7 en de mediaan is 6	<u>59</u>	<u>48</u>	<u>46</u>	<u>36</u>	<u>41</u>
	(35)	(36)	(32)	(78)	

2. De verzameling $\{(x, y) \mid 3x - 2y = 12\}$ bevat de elementen

A (0, 6) en (-4, 0)	4	10	9	7	9
B (0, 6) en (4, 0)	11	28	33	22	28
C (0, -6) en (-4, 0)	5	10	10	8	13
D (0, -6) en (4, 0)	<u>80</u>	<u>53</u>	<u>47</u>	<u>63</u>	<u>50</u>
	(42)	(45)	(46)	(46)	

3. $\{2\}$ is de oplossingsverzameling van

A $-1\frac{1}{2} + x = \frac{1}{2}$	<u>93</u>	<u>87</u>	<u>85</u>	<u>87</u>	<u>89</u>
B $-1\frac{1}{2} - x = \frac{1}{2}$	3	5	8	5	6
C $1\frac{1}{2} - x = \frac{1}{2}$	2	5	5	4	2
D $1\frac{1}{2} + x = \frac{1}{2}$	1	3	2	3	4
	(34)	(31)	(41)	(25)	

4. Gegeven is $x = -3$ en $y = -2$.

$$x^2 - 2xy =$$

A -3	<u>52</u>	<u>47</u>	<u>56</u>	<u>44</u>
B 3	18	20	18	9
C -21	10	14	9	19
D 21	20	19	17	28
	(33)	(36)	(44)	(29)

5. $\{x \mid 2(x - 3) - 1 < 0\} =$

	lto	leao	lhno	llo	lmo
A $\{x \mid x < 2\}$	10	19	26	14	20
B $\{x \mid x < 2\frac{1}{2}\}$	14	13	16	14	15
C $\{x \mid x < 3\frac{1}{2}\}$	<u>60</u>	<u>47</u>	<u>33</u>	<u>55</u>	<u>37</u>
D $\{x \mid x < -3\frac{1}{2}\}$	17	21	24	18	28
		(39)	(39)	(44)	(66)

6. De grafieken van $f: x \rightarrow 2x - 4$ en g hebben *alleen* het punt $(2, 0)$ gemeen. g kan gegeven zijn door

	6	8	8	7	4
A $x \rightarrow 2x + 4$	14	25	30	25	33
B $x \rightarrow 2x - 4$	<u>74</u>	<u>60</u>	<u>54</u>	<u>59</u>	<u>56</u>
C $x \rightarrow -2x + 4$	6	8	8	8	7
D $x \rightarrow -2x - 4$		(38)	(38)	(39)	(61)

7. De functie f is gegeven door $f(x) = x^2 + 4x - 5$.

De vergelijking van de symmetrie-as van de grafiek van deze functie is

	23	27	23	15
A $x = -5$	<u>39</u>	<u>29</u>	<u>37</u>	<u>30</u>
B $x = -2$	26	33	26	41
C $x = 1$	12	11	13	15
D $x = 2$	(40)	(39)	(35)	(49)

8. $4x + 8 < 47$ en $x \in \mathbb{N}$ is gelijkwaardig met

	47	48	43	46
A $x < 9$ en $x \in \mathbb{N}$	<u>41</u>	<u>34</u>	<u>47</u>	<u>39</u>
B $x < 10$ en $x \in \mathbb{N}$	3	4	3	6
C $x < 11$ en $x \in \mathbb{N}$	8	15	7	9
D $x < 12$ en $x \in \mathbb{N}$	(33)	(33)	(34)	(59)

9. l en m zijn twee evenwijdige lijnen.

(1) Er is een puntspiegeling waarbij l het beeld is van m .

(2) Er is een lijnspiegeling waarbij l het beeld is van m .

	<u>62</u>	<u>43</u>	<u>40</u>	<u>47</u>	<u>35</u>
A (1) en (2) zijn beide waar	9	12	13	11	4
B (1) is waar en (2) is niet waar	25	37	40	36	50
C (1) is niet waar en (2) is waar	4	8	8	6	11
D (1) en (2) zijn beide niet waar	(35)	(28)	(38)	(54)	

10. $(5x - 8) - (-2x + 4) =$

	<u>37</u>	<u>33</u>	<u>44</u>	<u>33</u>
A $7x - 12$	28	32	25	33
B $3x - 4$	10	15	9	9
C $3x - 12$	25	20	22	22
D $7x - 4$	(28)	(32)	(36)	(35)

11. De omtrekken van twee vierkanten verhouden zich als 2 en 3.

De oppervlakten van deze vierkanten verhouden zich als

		lto	leao	lhno	llo	lmo
A	$\frac{1}{2}$ en $\frac{1}{3}$	5	10	11	7	7
B	$\sqrt{2}$ en $\sqrt{3}$	13	14	15	13	22
C	2 en 3	13	23	21	25	24
D	2^2 en 3^2	<u>69</u>	<u>53</u>	<u>53</u>	<u>55</u>	<u>46</u>
		(16)	(17)	(29)	(37)	

12. (1) Alle rechthoeken met gelijke oppervlakte zijn congruent.

(2) Alle rechthoeken met gelijke omtrek zijn congruent.

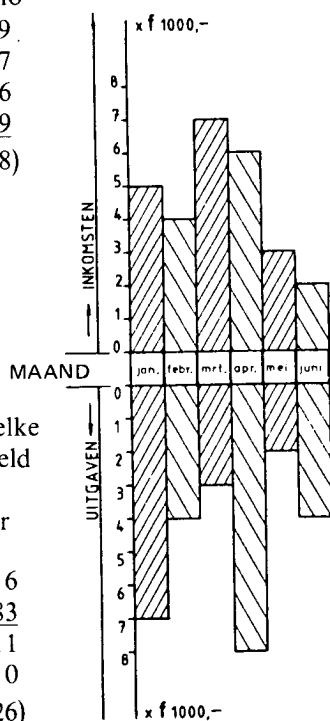
A	(1) en (2) zijn beide waar	12	17	24	12	26
B	(1) is waar en (2) is niet waar	14	15	16	11	24
C	(1) is niet waar en (2) is waar	14	19	21	15	19
D	(1) en (2) zijn beide niet waar	<u>60</u>	<u>49</u>	<u>39</u>	<u>62</u>	<u>31</u>
		(35)	(32)	(40)	(38)	

13. In een fabriek verdienen 5 werknemers elk gemiddeld f400,- per week.

Een zesde werknemer komt erbij en nu is het gemiddelde loon f430,-.

De zesde werknemer verdient

	leao	lhno	llo	lmo	
A	<i>f</i> 405,-	18	34	15	19
B	<i>f</i> 415,-	8	11	6	7
C	<i>f</i> 486,-	6	6	5	6
D	<i>f</i> 580,-	<u>68</u>	<u>49</u>	<u>74</u>	<u>69</u>
	(37)	(38)	(42)	(48)	



14. Een winkelier heeft de eerste helft van 1977 elke maand zijn inkomsten en zijn uitgaven in beeld gebracht.

In hoeveel maanden zijn de inkomsten groter dan de uitgaven?

A	in 1 maand	4	6	4	6
B	in 2 maanden	<u>82</u>	<u>80</u>	<u>84</u>	<u>83</u>
C	in 3 maanden	12	13	11	11
D	in 4 maanden	1	1	1	0
		(20)	(19)	(20)	(26)

15. Van $\triangle ABC$ is $AC = BC$ en $AB = 4$.
De oppervlakte van deze driehoek is 16.
 $AC =$

	lto	leao	lhno	llo	lmo
A $\sqrt{20}$	12	17	22	14	17
B $\sqrt{32}$	12	29	39	21	28
C $\sqrt{68}$	<u>64</u>	<u>34</u>	<u>27</u>	<u>46</u>	<u>35</u>
D $\sqrt{80}$	12	19	11	19	20
	(32)	(37)	(36)	(34)	

16. Van driehoek ABC is $\angle A = x^\circ$ en $\angle B = 2x^\circ$.
 $\angle C$ is 3 maal zo groot als $\angle B$.
 $\angle C$ is gelijk aan

A 60°	19	26	15	24
B 90°	18	21	16	19
C 120°	<u>58</u>	<u>47</u>	<u>64</u>	<u>52</u>
D 150°	5	6	4	6
	(39)	(40)	(46)	(46)

17. Gegeven is de functie $f: x \rightarrow (x + 3)^2$.
Een origineel van het beeld 16 is

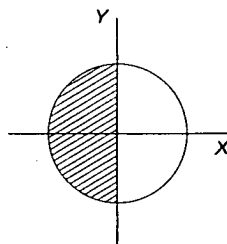
A 1	<u>38</u>	<u>40</u>	<u>40</u>	<u>50</u>
B 4	25	27	26	13
C 256	20	18	19	20
D 361	17	15	15	17
	(38)	(38)	(44)	(49)

18. $\{x \mid x^2 = 2x\} =$

A $\{0\}$	9	22	19	18	19
B $\{0, 2\}$	<u>58</u>	<u>40</u>	<u>39</u>	<u>45</u>	<u>41</u>
C $\{2\}$	19	24	25	22	24
D $\{-2, 2\}$	14	13	16	15	17
	(38)	(38)	(39)	(47)	

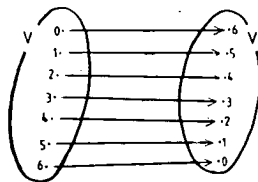
19. Voor elk punt (x, y) van het gearceerde vlakdeel geldt

	leao	lhno	llo	lmo
A $x \leq 0 \text{ en } y \leq 0$	21	25	16	13
B $x \geq 0 \text{ en } y \in \mathbb{R}$	12	14	8	15
C $x \leq 0 \text{ en } y \geq 0$	21	19	12	13
D $x \leq 0 \text{ en } y \in \mathbb{R}$	<u>47</u>	<u>41</u>	<u>63</u>	<u>59</u>
	(42)	(47)	(48)	(46)



20. Hiernaast is een pijldiagram getekend van een relatie van V naar V .
De geordende paren (x, y) van deze relatie voldoen aan

		leao	lhno	llo	lmo
A	$6x = 6y$	15	13	8	6
B	$x - y = 6$	5	4	3	7
C	$x + y = 6$	<u>77</u>	<u>78</u>	<u>88</u>	<u>81</u>
D	$x - y = -6$	3	4	2	6
		(35)	(33)	(34)	(49)



21. Bij de translatie over $\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ is het beeld van het punt $(1, -3)$ het punt

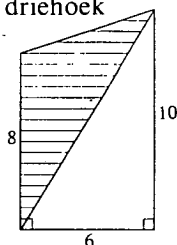
A	$(-2, 1)$	<u>83</u>	<u>81</u>	<u>85</u>	<u>78</u>
B	$(-4, -7)$	8	9	7	13
C	$(4, 7)$	5	6	5	4
D	$(1, -2)$	3	4	3	6
		(32)	(31)	(37)	(50)

22. Bij spiegelen in de lijn met vergelijking $x = 1$ is het beeldpunt van $(5, -2)$ het punt

		lto	leao	lhno	llo	lmo
A	$(-5, -2)$	10	17	20	15	28
B	$(-3, -2)$	<u>67</u>	<u>40</u>	<u>33</u>	<u>56</u>	<u>39</u>
C	$(5, 2)$	10	27	32	18	24
D	$(5, 4)$	13	16	14	11	9
			(42)	(46)	(50)	(59)

23. In nebenstaande figuur is de oppervlakte van de gearceerde driehoek

A	24	<u>56</u>	<u>44</u>	<u>58</u>	<u>43</u>
B	27	15	16	14	20
C	30	14	13	13	19
D	48	15	26	14	19
		(39)	(33)	(43)	(39)



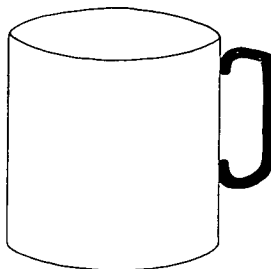
24. Twee congruente kubussen worden samengevoegd tot een balk.
De totale oppervlakte van één van de kubussen en de totale oppervlakte van de balk verhouden zich als

A	1 en 2	58	79	81	70	76
B	3 en 5	<u>32</u>	<u>12</u>	<u>12</u>	<u>23</u>	<u>15</u>
C	5 en 6	4	4	3	4	4
D	6 en 11	5	5	4	4	6
		(19)	(11)	(35)	(-13)	

25. Van de hiernaast staande cilindervormige beker is de straal van het grondvlak 5 en de hoogte 12.

De inhoud van deze beker is

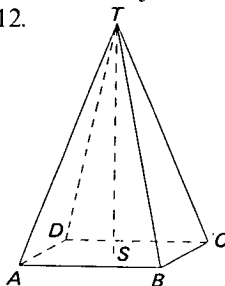
		leao	lhno	llo	lmo
A	$60 \times \pi$	39	48	27	39
B	$100 \times \pi$	4	3	4	6
C	$120 \times \pi$	25	26	27	30
D	$300 \times \pi$	<u>31</u>	<u>23</u>	<u>40</u>	<u>26</u>
		(38)	(35)	(41)	(43)



26. Van een piramide $TABCD$ is het grondvlak een rechthoek van 6 bij 8. S is het snijpunt van de lijnstukken BD en AC . $AT = 12$.

De hoogte TS is gelijk aan

A	$\sqrt{44}$	9	18	9	7
B	$\sqrt{119}$	<u>43</u>	<u>36</u>	<u>55</u>	<u>46</u>
C	$\sqrt{169}$	34	33	29	33
D	$\sqrt{244}$	14	12	7	13
	(36)	(31)	(36)	(36)	



27. Van een rechthoek van 5 bij 7 worden de lengte en de breedte vermeerderd met a .

De nieuwe oppervlakte is

A	$a^2 + 12a + 35$	<u>18</u>	<u>15</u>	<u>30</u>	<u>19</u>
B	$a^2 + 35$	60	60	54	69
C	$a + 12$	4	7	4	2
D	$a + 35$	17	18	12	11
	(26)	(25)	(40)	(22)	

28. Voor het getallenpaar (a, b) geldt: $a \geq 10$ en $b < 12$.

Aan deze gegevens voldoet het getallenpaar

A	(10, 12)	3	5	2	0
B	(11, 12)	3	3	2	2
C	(10, 11)	<u>92</u>	<u>88</u>	<u>94</u>	<u>94</u>
D	(9, 11)	2	4	2	4
		(25)	(29)	(28)	(37)

29. $6 - 4x \leq 10$ is gelijkwaardig met

A	$x \leq -4$	15	18	12	30
B	$x \geq -4$	14	20	14	11
C	$x \leq -1$	34	30	30	30
D	$x \geq -1$	<u>37</u>	<u>32</u>	<u>43</u>	<u>30</u>
		(35)	(32)	(37)	(56)

30. De lege verzameling is de oplossingsverzameling van

		lto	leao	lhno	llo	lmo
A	$2x = 2(x - 2)$	<u>35</u>	<u>26</u>	<u>29</u>	<u>33</u>	<u>30</u>
B	$2x = -2(x + 2)$	9	12	15	10	17
C	$2x + 4 = 2(x + 2)$	41	42	36	42	33
D	$2x + 4 = -2(x - 2)$	14	19	19	15	20
			(24)	(24)	(24)	(21)

De openvragentoetsen voor MAVO-4, MAVO-3/LTO-C en het overig LBO

EXAMEN MIDDELBAAR ALGEMEEN VOORTGEZET ONDERWIJS IN 1978

MAVO-4

Dinsdag 30 mei, 9.30–11.30 uur

Wiskunde II

1. Een groep van 60 leerlingen heeft een proefwerk gemaakt.
Bij een aantal leerlingen staat nog niet vast of het cijfer 5 of het cijfer 6 moet worden toegekend.
Onderstaande frequentietabel vermeldt de reeds vastgestelde resultaten.

cijfer	10	9	8	7	6	5	4	3
aantal leerlingen	8	9	13	7			6	5

- a. Kan uit deze nog onvolledige tabel de mediaan van alle 60 cijfers worden afgeleid?
- b. Kan uit deze tabel de modus van alle 60 cijfers worden afgeleid?
Beredeneer het antwoord.
- c. Stel dat x leerlingen het cijfer 6 en dat y leerlingen het cijfer 5 voor het proefwerk krijgen.
Bereken x en y in het geval dat het gemiddelde van de 60 cijfers precies 7 bedraagt.
2. Van een balk $ABCD.EFGH$ is $AB = \sqrt{6}$, $BC = \sqrt{3}$ en $CG = \sqrt{2}$.
- a. Toon aan dat $\angle ACH = 45^\circ$.
De lijn door H loodrecht op de lijn AC snijdt de lijn AC in het punt P .
- b. Toon aan dat $\tan \angle PAH = 2 \tan \angle PCH$.
- c. De lijn DP snijdt de ribbe AB in het punt Q .
Toon aan dat Q het midden is van de ribbe AB .

3. Gegeven zijn de puntverzamelingen U , V en W gedefinieerd door
- $$U = \{(x, y) \mid (x - 4)^2 + y^2 = 16\},$$
- $$V = \{(x, y) \mid 2x - y = 4\} \text{ en}$$
- $$W = \{(x, y) \mid (x - 4)^2 + y^2 \leq 16 \wedge 2x - y \leq 4\}.$$
- Bereken $U \cap V$.
 - Teken U , V en W in één rechthoekig assenstelsel.
Bij vermenigvuldiging met het punt $O(0, 0)$ als centrum en $-\frac{1}{2}$ als factor is U' het beeld van U , V' het beeld van V en W' het beeld van W .
 - Teken U' , V' en W' in het onder b . genoemde assenstelsel.
 - Schrijf de verzamelingen U' , V' en W' op dezelfde manier als U , V en W gegeven zijn.
4. Gegeven zijn de functies f en g gedefinieerd door
- $$f : x \rightarrow x + 4 \text{ en } g : x \rightarrow \frac{1}{2}x^2$$
- De grafieken van f en g snijden elkaar in de punten A en B .
- Bereken de coördinaten van A en B en teken de grafieken van f en g in één rechthoekig assenstelsel.
Op het lijnstuk AB ligt een variabel punt P . De loodlijn uit P op de x -as snijdt de grafiek van g in een punt Q en de x -as in een punt R met x -coördinaat k .
 - Bereken PQ in het geval dat $k = 3$.
 - Druk PQ uit in k .
Bereken k in het geval dat PQ maximaal is.

Scoreverdeling wiskunde II MAVO-4

onderdeel	maximaal punten-aantal	gemiddelde score	p-waarde	r _{it}
1a	6	3,7	0,61	0,45
1b	6	5,2	0,87	0,33
1c	10	5,5	0,55	0,50
2a	8	5,1	0,63	0,60
2b	7	2,0	0,28	0,54
2c	8	0,4	0,05	0,35
3a	6	2,4	0,40	0,58
3b	5	3,6	0,72	0,61
3c	6	3,1	0,52	0,63
3d	6	2,7	0,45	0,66
4a	8	6,1	0,76	0,62
4b	7	2,9	0,42	0,55
4c	7	0,4	0,06	0,39

	1978	1977
aantal kandidaten	1939	457
gemiddelde score (inclusief 10 bonuspunten)	53,0	62,6
gemiddelde p-waarde	0,48	0,58

Scoreverdeling per onderdeel (in percentages)

onderdeel	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1a	19	11	4	11	5	8	42	—	—	—	—
1b	7	2	1	4	3	4	79	—	—	—	—
1c	18	3	4	10	6	5	6	15	5	5	23
2a	13	3	7	13	4	5	8	19	29	—	—
2b	54	8	6	6	4	5	6	12	—	—	—
2c	91	2	1	1	1	1	1	1	1	—	—
3a	29	18	11	10	8	13	12	—	—	—	—
3b	9	11	5	14	11	50	—	—	—	—	—
3c	27	3	17	4	13	3	32	—	—	—	—
3d	31	6	12	10	14	11	17	—	—	—	—
4a	3	6	4	9	5	6	5	8	54	—	—
4b	48	3	5	2	3	3	5	30	—	—	—
4c	80	13	2	1	2	1	0	1	—	—	—

EXAMEN MIDDELBAAR ALGEMEEN VOORTGEZET ONDERWIJS IN 1978

MAVO-3

Woensdag 24 mei, 9.30–11.30 uur

Wiskunde II

EINDEXAMEN LAGER BEROEPSONDERWIJS 1978 (volgens C-programma)

(volgens C-programma)

Woensdag 24 mei, 9.30–11.30 uur

Wiskunde (l.t.o.)

(Open vragen)

1. In een rechthoekig assenstelsel Oxy zijn gegeven de lijn l met vergelijking $x + 2y - 8 = 0$ en de lijn m met vergelijking $x - 2y + 4 = 0$. Het snijpunt van l en m is het punt S .
 - a. Bereken de coördinaten van S .
 - b. Bereken de hoek van l en m in graden nauwkeurig.
 - c. Bij spiegeling in de x -as is l' het beeld van l .
Stel een vergelijking op van l' .
 - d. Bij translatie over de vector $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ is m' het beeld van m .
Stel een vergelijking op van m' .

2. De functies f en g zijn gedefinieerd door $f(x) = x^2 - 4$ en $g(x) = -x^2 + 2x$, beide met $[-2, 3]$ als domein.
 - a. Los op: $f(x) = 0$ en los op: $g(x) = 0$.
 - b. Bereken de coördinaten van de toppen van de grafieken van f en g .
 - c. Los op: $f(x) = g(x)$.
 - d. Teken de grafieken van f en g in één rechthoekig assenstelsel.
 - e. Met $[-2, 3]$ als domein is een functie h gedefinieerd door $h(x) = f(x) + g(x)$.
Bereken het bereik van h .

3. Van een balk $ABCD.EFGH$ is $AB = 6$, $BC = 3$ en $AE = 3$. Op het verlengde van het lijnstuk BF aan de kant van B ligt het punt P zo dat $BP = 3$.
 - a. Toon aan door berekening dat $\triangle EGP$ gelijkbenig is.
 - b. Bereken de oppervlakte van $\triangle EGP$.
 - c. Bereken $\angle EGP$ in graden nauwkeurig.

4. In een rechthoekig assenstelsel Oxy zijn gegeven de punten $A(3, 0)$, $B(7, 4)$, $C(2, 5)$ en $D(7, 0)$. V is de verzameling van de punten P waarvoor geldt: $PA = PB$.
 - a. Bewijs dat de punten C en D elementen zijn van V .
 - b. Stel een vergelijking op van V .
 - c. Er zijn punten $Q \in V$ waarvan de coördinaten elementen zijn van $\mathbb{N}$.
Voor welke Q geldt: de oppervlakte van $\triangle ABQ$ is zo groot mogelijk?

Scoreresultaten wiskunde II MAVO-3

onderdeel	maximaal punten- aantal	gemiddelde score	p-waarde	r _{it}
1a	6	4.5(4.7)	0.76(0.79)	0.54(0.56)
1b	5	1.9(2.3)	0.38(0.46)	0.60(0.64)
1c	6	2.5(2.8)	0.42(0.46)	0.64(0.67)
1d	6	2.4(2.4)	0.40(0.41)	0.64(0.68)
2a	6	3.2(3.1)	0.53(0.52)	0.60(0.63)
2b	4	1.8(2.0)	0.46(0.49)	0.52(0.65)
2c	4	1.7(1.6)	0.42(0.41)	0.56(0.61)
2d	5	2.4(2.6)	0.49(0.51)	0.62(0.66)
2e	4	0.9(1.0)	0.21(0.26)	0.47(0.58)
3a	7	4.9(5.0)	0.70(0.72)	0.51(0.55)
3b	8	2.7(2.8)	0.33(0.35)	0.63(0.56)
3c	7	1.8(1.8)	0.26(0.26)	0.60(0.52)
4a	7	1.7(2.0)	0.24(0.28)	0.48(0.48)
4b	8	2.1(2.3)	0.27(0.29)	0.67(0.63)
4c	7	2.0(1.9)	0.28(0.28)	0.48(0.52)

	1978	1977
aantal kandidaten	419 (1249)	195
gemiddelde score (incl. 10 bonuspunten)	46.5 (48.4)	51.4
gemiddelde p-waarde	0.41 (0.43)	0.46

Scoreverdeling per onderdeel (in percentages)

onderdeel	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1a	14(14)	3 (2)	5 (2)	3 (6)	4 (1)	8 (5)	62(70)	---	---
1b	47(43)	4 (4)	8 (4)	12 (9)	12(13)	17(28)	---	---	---
1c	36(41)	9 (6)	6 (4)	14 (7)	7 (3)	5 (4)	23(34)	---	---
1d	46(48)	5 (4)	5 (3)	9 (8)	5 (3)	3 (2)	26(31)	---	---
2a	16(19)	11(13)	13(11)	18(14)	9 (9)	5 (6)	28(28)	---	---
2b	30(31)	13 (9)	22(21)	16(10)	20(29)	---	---	---	---
2c	35(40)	19(16)	12(11)	10 (5)	24(27)	---	---	---	---
2d	27(26)	11 (8)	16(19)	9 (8)	8 (4)	28(34)	---	---	---
2e	57(52)	22(24)	8 (6)	5 (6)	8(12)	---	---	---	---
3a	16(14)	2 (4)	2 (2)	10 (9)	2 (2)	3 (2)	23(20)	42(47)	---
3b	37(36)	4 (7)	15(17)	10 (7)	6 (4)	8 (7)	5 (5)	8 (7)	5(11)
3c	61(60)	5 (7)	4 (4)	3 (3)	4 (5)	6 (3)	6 (4)	11(13)	---
4a	55(47)	6(11)	12(13)	5 (5)	4 (5)	8 (6)	2 (2)	8(12)	---
4b	59(63)	4 (2)	4 (4)	1 (1)	12 (5)	1 (0)	3 (1)	3 (2)	14(22)
4c	61(65)	3 (2)	2 (1)	3 (1)	2 (2)	1 (1)	25(19)	3 (8)	---

EINDEXAMEN LAGER BEROEPSONDERWIJS 1978
(volgens C-programma)

Woensdag 24 mei, 9.30–11.30 uur

Wiskunde (l.e.a.o., l.h.n.o., l.l.o., l.m.o.)
(Open vragen)

Opgave 1

Gegeven: Hieronder staan de prijzen vermeld van de auto's die in het laatste kwartaal van 1977 door een garagebedrijf zijn verkocht.

f 8.500,—	f 9.000,—	f 11.900,—	f 11.300,—	f 9.300,—
f 14.800,—	f 17.000,—	f 16.000,—	f 15.000,—	f 11.900,—
f 13.000,—	f 11.200,—	f 12.100,—	f 16.700,—	f 11.700,—
f 18.200,—	f 13.800,—	f 11.000,—	f 14.500,—	f 13.100,—
f 9.500,—	f 8.000,—	f 9.000,—	f 13.500,—	f 15.000,—
f 13.500,—	f 15.500,—	f 19.000,—	f 10.900,—	f 11.100,—

Gevraagd:
a. Neem onderstaande tabel over en verwerk de bovenstaande gegevens daarin.

Tabel: prijzen van 30 auto's

Klasse	Frequentie
f 6.001,— — f 8.000,—	
f 8.001,— — f 10.000,—	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

- b. Maak van de gegevens uit de tabel een histogram.
- c. Welke klasse is de modale klasse?
- d. Noteer de mediaan.
- e. Hoeveel procent van het aantal hierboven vermelde prijzen is lager dan f 10.000,—?

Opgave 2

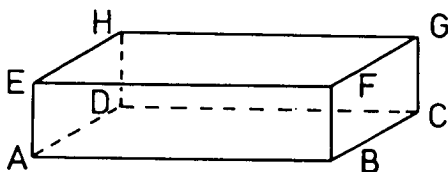
Gegeven: In een rechthoekig assenstelsel XOY
het punt $A(2, 0)$ en het punt $B(2, 4)$

Gevraagd:

- Teken driehoek OAB .
- Bij spiegeling in het punt O is A_1 het beeld van A en B_1 het beeld van B .
Teken vierhoek ABA_1B_1 .
- Bereken de oppervlakte van vierhoek ABA_1B_1 .
- Bij een rotatie is $A_2(0, -2)$ het beeld van A en $B_2(4, -2)$ het beeld van B .
Noteer de coördinaten van het rotatiecentrum.
- Over hoeveel graden is driehoek OAB geroteerd bij bovengenoemde rotatie? Geef daarbij de draairichting aan.

Opgave 3

Gegeven:



De balk $ABCD.EFGH$

$$AB = 24 \quad AD = 16 \quad EA = 6$$

Het punt P is het midden van het lijnstuk BC .

Het punt S is het midden van het lijnstuk FG .

Het punt Q ligt op het lijnstuk DC , zo dat $DQ = 8$

Het punt R ligt op het lijnstuk HG , zo dat $HR = 8$

Gevraagd:

- Bereken de oppervlakte van vierhoek $ABPQ$.
- Bereken de inhoud van het lichaam $ABPQ.EFSR$.
- Bereken de lengte van lijnstuk PQ .
- Bereken de omtrek van vierhoek $PQRS$.

Opgave 4

Gegeven: De functies f en g gedefinieerd door

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 1 \text{ en } g(x) = -\frac{1}{2}x + 5$$

Het domein van beide functies is $[-2, 8]$

Gevraagd:

- a. Teken de grafieken van f en g in één rechthoekig assenstelsel XOY .
- b. Bereken de coördinaten van het snijpunt van de grafiek van f en de x -as.
- c. Bereken de coördinaten van het snijpunt van de grafieken van f en g .
- d. Noteer het bereik van g .
- e. Voor welke x geldt: $f(x) \geq g(x)$?

Opgave 5

Gegeven: De functies f en g gedefinieerd door
 $f(x) = -x^2 + 1$ en $g(x) = x^2 + 4x - 5$
Het domein van beide functies is $[-3, 2]$

Gevraagd:

- a. Teken de grafieken van f en g in één rechthoekig assenstelsel XOY .
- b. Bereken de coördinaten van de snijpunten van de grafiek van f en de x -as.
- c. Bereken het maximum van f .
- d. Bereken het minimum van g .
- e. Noteer het bereik van f en het bereik van g .

De examentoets HAVO

EXAMEN HOGER ALGEMEEN VOORTGEZET ONDERWIJS IN 1978

Donderdag 25 mei, 9.30–12.30 uur

Wiskunde

1. A koopt 50 latten

Hij meet de lengten en stelt de volgende frequentietabel op:

lengte in cm	frequentie
140	2
142	5
144	8
146	19
148	8
150	8

- Bereken de gemiddelde lengte van deze latten.
- Bereken de standaardafwijking in één decimaal nauwkeurig.
- A heeft latten nodig van 145 cm lengte.
Hij pakt aselekt zonder terugleggen drie latten.
Hoe groot is de kans dat twee latten te kort zijn en één te lang is?

2. In R_3 zijn ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel $Oxyz$ de punten $O(0, 0, 0)$, $A(6, 0, 0)$, $C(0, 6, 0)$ en $D(0, 0, 6)$ gegeven.

Deze punten zijn hoekpunten van de kubus $OABC.DEFG$.

Punt P is het midden van de ribbe AE .

Punt Q is het midden van de ribbe DG .

- Bereken de coördinaten van het snijpunt van de lijn OF en het vlak BPQ .
- Bereken de cosinus van de hoek van de vlakken BPQ en ABC .
- Op de lijn OA ligt een punt R zo dat de lijn QR de lijn BP snijdt.
Bereken de coördinaten van R .

3. In $\mathbb{R}_3$ zijn ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel Oxy gegeven de parabool p met vergelijking $y^2 - 4y + 4 - 2x = 0$ en

de lijn k met vectorvoorstelling $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- De lijn k snijdt p in de punten A en B .
Bereken de lengte van het lijnstuk AB .
 - De lijn l is evenwijdig aan k en raakt p .
Stel een vergelijking van l op.
 - De cirkel c met middelpunt op de y -as raakt p in het punt $(2, 0)$.
Stel een vergelijking van c op.
4. Gegeven is de functie van $\mathbb{R}$ naar $\mathbb{R}$
 $f: x \rightarrow (x - 2)^2(x + 1)$.
- Onderzoek de functie f en teken de grafiek van f .
 - Bereken de coördinaten van het punt op de grafiek van f waarin de richtingscoëfficiënt van de raaklijn minimaal is.
 - Los op: ${}^2\log f(x) < 2$.
5. Gegeven is de functie $f: x \rightarrow 1 + 2 \sin(x + \frac{1}{6}\pi)$ met domein $[0, \pi]$.
- Wat is het bereik van f ?
Teken de grafiek van f ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel Oxy .
 - Stel een vergelijking op van de raaklijn aan de grafiek van f die de richtingscoëfficiënt 1 heeft.
 - Bereken de uiterste waarden van $y - x$ als (x, y) een punt is van de grafiek van f .

Scoreresultaten wiskunde HAVO

onderdeel	maximaal punten-aantal	gemiddelde score	p-waarde	r_{it}
1a	4	3,6	0,91	0,21
1b	6	3,7	0,61	0,43
1c	8	4,9	0,61	0,43
2a	6	4,9	0,81	0,54
2b	6	4,2	0,70	0,60
2c	6	3,1	0,52	0,63
3a	6	4,9	0,82	0,52
3b	6	2,8	0,46	0,58
3c	6	1,9	0,31	0,53
4a	7	5,1	0,73	0,63
4b	4	0,7	0,17	0,50
4c	7	2,1	0,30	0,58
5a	6	2,1	0,35	0,61
5b	6	2,0	0,33	0,67
5c	6	0,7	0,11	0,50

	1978	1977
aantal kandidaten	1331	464
gemiddelde score (inclusief 10 bonuspunten)	56.5	63.5
gemiddelde p-waarde	0.52	0.59

Scoreverdeling per onderdeel (in percentages)

onderdeel	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1a	3	2	2	13	80	---	---	---	---
1b	21	7	5	5	10	18	34	---	---
1c	9	10	5	5	10	16	6	13	26
2a	2	1	3	10	13	22	48	---	---
2b	12	4	6	9	10	18	41	---	---
2c	24	11	9	10	8	12	26	---	---
3a	4	3	3	5	7	25	53	---	---
3b	23	20	10	7	8	13	20	---	---
3c	47	12	8	6	5	7	14	---	---
4a	5	5	7	8	7	10	19	39	---
4b	75	5	4	7	8	---	---	---	---
4c	25	19	20	17	7	6	2	4	---
5a	31	17	15	10	10	8	8	---	---
5b	45	12	7	7	6	9	13	---	---
5c	78	5	4	5	2	1	4	---	---

De examentoets VWO wiskunde I

EXAMEN VOORBEREIDEND WETENSCHAPPELIJK ONDERWIJS IN 1978

Donderdag 25 mei, 9.30–12.30 uur

Wiskunde I

1. Voor elke $p \in \mathbb{R}$ is gegeven de functie van $\mathbb{R}$ naar $\mathbb{R}$
 $f_p : x \rightarrow \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + p$.
 - a. Onderzoek de functie f_0 en teken de grafiek f_0 .
 - b. Voor welke p geldt: de grafiek van f_p heeft meer dan één punt met de x -as gemeen?
 - c. Bereken de oppervlakte van het vlakdeel ingesloten door de grafiek van f_p en de raaklijn aan deze grafiek in zijn snijpunt met de y -as.
2. Ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel Oxy is de kromme k gegeven door
 $x = 2\sqrt{t}$ en $y = \frac{e^t}{t}$ waarbij $t \in \mathbb{R}^+$.
 - a. Stel een vergelijking op van de asymptoot van k .
Bereken de coördinaten van het punt van k waarin de raaklijn aan k evenwijdig is aan de x -as.
Teken k .
 - b. Op k ligt een punt P .
De projectie van P op de x -as is punt Q , de projectie van P op de y -as is punt R .
De oppervlakte van rechthoek $OQPR$ is minimaal.
Bereken de coördinaten van P .
 - c. De raaklijn in punt S van k gaat door O .
Bereken de coördinaten van S .

3. Bij een loterij die elke week gehouden wordt, krijgt elke deelnemer één formulier. Op dit formulier staan de getallen 1 tot en met 19. De deelnemer moet drie getallen aankruisen en vervolgens zijn formulier inleveren. Als alle formulieren ingeleverd zijn, worden aselekt drie winnende getallen gekozen. Een deelnemer ontvangt een prijs als hij tenminste twee winnende getallen aangekruist heeft.
- Bewijs dat, afgerond op twee decimalen, de kans op een prijs gelijk is is aan 0,05.
 - Het loterijbestuur neemt aan dat deze kans precies gelijk is aan 0,05. Het laat zoveel deelnemers toe dat de kans op vier of meer prijzen per week kleiner is dan 0,01.
Wat is het maximaal toelaatbare aantal deelnemers?
 - Jan beweert dat zijn kans op een prijs groter is dan 0,05.
Men gaat de bewering van Jan toetsen door gedurende honderd weken het aantal prijzen van Jan te noteren.
Men neemt een onbetrouwbaarheidsdrempel van 1%.
Hoeveel prijzen moet Jan in die honderd weken tenminste gewonnen hebben om gelijk te krijgen?
4. $A = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\pi \wedge -\frac{1}{2}\pi \leq y \leq \frac{3}{2}\pi\}$.
Voor $(x, y) \in A$ is gegeven de differentiaalvergelijking $\sin x \, dy = \cos y \, dx$.
- Bereken de coördinaten van de singuliere punten.
Voor welke $p \in \mathbb{R}$ geldt: $\{(x, y) \in A \mid y = x + p\}$ is een oplossing van de differentiaalvergelijking?
 - Teken de verzameling van de punten waarin het lijnelement dat aan de differentiaalvergelijking voldoet, een richtingscoëfficiënt -1 heeft.
 - Bewijs dat het lijnelementenveld symmetrisch is ten opzichte van het punt $(\pi, \frac{1}{2}\pi)$.

Scoreresultaten wiskunde I VWO

onderdeel	maximaal punten-aantal	gemiddelde score	p-waarde	r_{it}
1a	8	7,3	0,91	0,35
1b	7	3,5	0,50	0,54
1c	8	4,3	0,54	0,58
2a	7	5,5	0,78	0,55
2b	8	3,0	0,38	0,71
2c	7	3,7	0,53	0,69
3a	8	3,7	0,46	0,54
3b	7	3,3	0,48	0,58
3c	7	4,3	0,61	0,47
4a	9	3,7	0,42	0,60
4b	8	2,2	0,27	0,57
4c	6	0,7	0,12	0,50

	1978	1977	1976
aantal kandidaten	1047	545	2807
gemiddelde score (inclusief 10 bonuspunten)	55,2	60,1	58,2
gemiddelde p-waarde	0,50	0,56	0,54

Scoreverdeling per onderdeel (in percentages)

onderdeel	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1a	0	0	0	1	2	4	9	27	57	---
1b	31	4	6	12	5	6	6	30	---	---
1c	17	11	7	5	7	9	11	11	22	---
2a	4	2	4	5	8	14	25	39	---	---
2b	45	3	8	3	4	3	6	13	15	---
2c	27	8	8	5	4	4	12	32	---	---
3a	28	13	6	6	4	4	7	12	20	---
3b	34	8	4	6	6	4	6	31	---	---
3c	19	4	7	5	6	13	15	30	---	---
4a	11	7	15	18	12	12	10	8	6	2
4b	9	40	19	13	8	4	3	2	2	---
4c	78	7	2	2	3	3	5	---	---	---

De 1047 kandidaten van de steekproef zijn verdeeld in 3 deelpopulaties:

- kandidaten met wiskunde II en natuur- en/of scheikunde in hun pakket (217 kandidaten)
- kandidaten met natuur- en/of scheikunde in hun pakket (557 kandidaten)
- kandidaten zonder wiskunde II, natuur- en scheikunde in hun pakket (273 kandidaten).

De resultaten zijn weergegeven in onderstaande tabellen. De verschillen zijn evenals vorig jaar opmerkelijk. Frappant is de grote mate van overeenstemming tussen de gemiddelden van de totale populatie en van de kandidaten zonder wiskunde II en met natuurkunde en/of scheikunde.

onderdeel	1a	1b	1c	2a	2b	2c	3a	3b	3c	4a	4b	4c	totaal	p-waarde
max. puntenaantal	8	7	8	7	8	7	8	7	7	9	8	6	90	1
gem. totale populatie	7.3	3.5	4.3	5.5	3.0	3.7	3.7	3.3	4.3	3.7	2.2	0.7	45.2	0.50
gem. wisk. II + nat./scheik.	7.5	4.9	5.9	5.9	5.2	5.0	4.4	3.9	4.3	4.8	3.1	1.8	56.8	0.63
gem. nat./scheik.	7.3	3.6	4.3	5.6	2.9	3.8	3.7	3.6	4.3	3.7	2.1	0.6	45.4	0.51
gem. alleen wisk. I	7.1	2.0	3.1	5.0	1.7	2.4	3.0	2.3	4.2	3.0	1.6	0.1	35.6	0.40

Voor dezelfde 3 deelpopulaties is in dezelfde volgorde achter elkaar de scoreverdeling in percentages over de opgave-onderdelen gegeven in onderstaande tabel.

Scoreverdeling per onderdeel voor de deelpopulaties (in percentages)

onder- deel	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1a	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 1 1	0 2 3	2 4 5	6 10 9	23 25 34	68 58 47	-- -- --
1b	15 27 54	2 4 5	3 7 7	8 15 10	6 4 5	10 7 3	7 8 2	49 29 15	-- -- --	-- -- --
1c	6 18 22	6 10 16	2 7 12	5 4 7	5 7 8	6 9 10	12 11 8	16 11 8	42 21 9	-- -- --
2a	3 3 5	0 3 2	3 3 5	4 4 9	6 8 11	8 14 17	29 25 22	48 40 29	-- -- --	-- -- --
2b	20 45 65	1 4 3	5 10 5	2 3 4	6 4 4	3 4 3	10 6 5	19 13 7	34 12 4	-- -- --
2c	15 24 44	4 9 10	3 9 9	5 4 5	3 5 4	5 4 4	13 12 9	52 32 16	-- -- --	-- -- --
3a	20 26 37	10 14 13	4 7 5	5 7 5	7 4 3	5 3 5	12 5 7	17 10 12	20 24 12	-- -- --
3b	29 31 47	7 8 10	2 4 5	4 6 7	5 8 5	6 4 3	10 6 3	37 34 19	-- -- --	-- -- --
3c	22 16 22	3 4 4	5 9 7	6 4 5	5 8 5	14 14 12	8 17 18	37 28 28	-- -- --	-- -- --
4a	5 12 13	6 6 10	8 15 19	14 17 23	10 14 9	14 11 12	14 10 7	15 7 4	12 5 1	2 2 1
4b	6 8 14	29 40 48	15 19 21	14 14 8	10 9 4	7 4 2	5 3 3	5 2 0	9 1 0	-- -- --
4c	54 81 92	9 7 5	4 2 1	3 3 1	6 2 0	9 2 0	14 3 0	-- -- --	-- -- --	-- -- --

De examentoets VWO wiskunde II

EXAMEN VOORBEREIDEND WETENSCHAPPELIJK ONDERWIJS IN 1978

Dinsdag 30 mei, 9.30–12.30 uur

Wiskunde II

1. In $\mathbb{R}_3$ zijn ten opzichte van een orthonormale basis gegeven

$$\text{de lijnen } l : \bar{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ en } m : \bar{x} = \mu \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

en de bol $\beta : (x_1 + 1)^2 + (x_2 - 6)^2 + (x_3 - 3)^2 = 48$.

- a. Stel een vectorvoorstelling op van de lijn die β in het punt $(3, 2, -1)$ raakt en die loodrecht staat op l .
- b. De punten A en B liggen beide op l .
De punten $O(0, 0, 0)$, A en B zijn de hoekpunten van een gelijkbenige driehoek waarvan de basis AB de lengte $2\sqrt{6}$ heeft.
Bereken de coördinaten van A en B .
- c. Door een variabel punt P van l wordt een lijn getrokken die m in punt Q en die het vlak $x_1 = 0$ in punt R snijdt.
Het punt Q ligt tussen P en R zo dat $PQ : QR = 1 : 3$.
Stel een vectorvoorstelling op van de verzameling van de punten R .

2. In $\mathbb{R}_3$ zijn ten opzichte van een orthonormale basis gegeven de vlakken

$$V_1 : x_1 + 2x_2 + ax_3 = 1$$

$$V_2 : x_2 + x_3 = a$$

$$V_3 : x_1 + bx_3 = -3 \text{ waarbij } a \in \mathbb{R} \text{ en } b \in \mathbb{R}.$$

- a. Als V_1 , V_2 en V_3 drie verschillende, onderling evenwijdige snijlijnen hebben, dan is $b = a - 2$ en $a \neq 2$.
Bewijs dit.

- b. Voor welke a en b geldt: de snijlijn van V_1 en V_2 is evenwijdig aan V_3 en heeft een afstand $\sqrt{2}$ tot V_3 ?
- c. De afbeelding $A_{a,b}$ is voor elke $a \in \mathbb{R}$ en $b \in \mathbb{R}$ gegeven door de coëfficiëntenmatrix van het bovenstaande stelsel vergelijkingen

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}$$

Als $A_{a,b}$ een singuliere afbeelding is, dan is het $A_{a,b}$ -beeld van de snijlijn van V_1 en V_3 een vast punt.
 Bewijs dit.

3. In $\mathbb{R}_2$ is ten opzichte van een orthonormale basis voor elke $\alpha \in \mathbb{R}$ de afbeelding A_α gegeven door $A_\alpha(\vec{x}) = (\vec{a} \cdot \vec{x})\vec{b} + \alpha\vec{x}$.
 Voor de vectoren $\vec{a}$ en $\vec{b}$ geldt: $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ en $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}$.
- a. Bewijs dat A_α lineair is.
- b. Neem $\alpha = 2$.
 De vector $p\vec{a} + q\vec{b}$ is het A_2 -origineel van de vector $2\vec{a} - \vec{b}$.
 Bereken p en q .
- c. Neem $\alpha = 3$.
 Stel een vectorvoorstelling op van het volledig A_3 -origineel van de lijn $l: \vec{x} = \lambda(3\vec{a} - \vec{b})$.
- d. Voor welke α geldt: er zijn vectoren, ongelijk aan de nulvector, die door A_α op zichzelf worden afgebeeld?

Scoreresultaten wiskunde II VWO

onderdeel	maximaal punten-aantal	gemiddelde score	p-waarde	r_{ii}
1a	10	8,6	0,86	0,46
1b	10	7,7	0,77	0,55
1c	10	6,2	0,62	0,56
2a	10	6,6	0,66	0,62
2b	10	6,7	0,67	0,73
2c	10	7,3	0,73	0,67
3a	8	7,0	0,87	0,40
3b	7	4,8	0,68	0,58
3c	8	3,1	0,44	0,56
3d	8	3,1	0,39	0,59

	1978	1977
aantal kandidaten	973	221
gemiddelde score (inclusief 10 bonuspunten)	70,9	65,3
gemiddelde p-waarde	0,68	0,61

Hoe de scoreverdeling per onderdeel is, blijkt uit onderstaande tabel:
 3% van de kandidaten heeft 7 punten gescoord in onderdeel 1a en 7% van de kandidaten heeft 0 punten in onderdeel 1c gescoord.

Scoreverdeling per onderdeel (in percentages)

onderdeel	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1a	3	1	3	4	3	2	1	3	3	12	66
1b	2	3	3	4	5	5	4	7	9	26	32
1c	7	1	13	9	8	4	4	5	9	14	27
2a	6	2	4	3	5	22	6	8	10	8	28
2b	9	3	4	7	4	7	5	6	11	12	31
2c	5	1	12	3	4	3	5	5	6	12	45
3a	6	1	2	1	4	1	3	6	76	--	--
3b	12	5	6	4	7	14	19	34	--	--	--
3c	37	7	6	4	5	7	11	23	--	--	--
3d	24	9	18	7	13	5	9	3	12	--	--

Kort verslag vergadering d.d. 14 juni 1978 voor de cesuurbepaling wiskunde-examens in open vraagvorm

I *MAVO-3 LTO-C*

De aanwezige leraren, leden van de adviescommissie, waren het er over eens dat het werk leuk, fris en origineel was, maar bij nadere beschouwing toch te zwaar, wat ook veroorzaakt is door de lengte van het examen.

Opgave 3 was nogal lastig en vaak kwam opgave 4 niet tot zijn recht door tijdgebrek en vanwege de wat abstracte formulering.

Gezien het bovenstaande en het resultaat van de steekproef is de cesuur bepaald op 49/50 door de CVO en de CE-LBO.

Hierdoor kwam in de steekproef het percentage onvoldoenden van LTO-C op 55% en van MAVO-3 op 59%.

Tevens is bepaald dat in het tweede tijdvak dezelfde cesuur gelegd wordt. De examenconstructeurs is verzocht het volgend jaar een iets minder origineel en iets eenvoudiger werk te produceren.

II *MAVO-4*

Opgave 1 vond men een leuke, originele en niet te moeilijke opgave.

Opgave 2 is mislukt: weinig leerlingen konden 2b en 2c maken.

Opgave 3 is een goede opgave, normaal niveau.

Opgave 4 is te origineel, Het is niet verstandig te experimenteren met de MAVO-4 populatie, zoals naar de mening van de adviescommissieleden gedaan is met de onderdelen 4b en 4c.

De cesuur is door de CVO vastgesteld op 49/50 (idem voor het tweede tijdvak), gezien de zwaarte en ook de omvang van het werk.

De examenconstructeurs kregen het verzoek volgend jaar een iets gemakkelijker en minder omvangrijk werk te produceren.

Het percentage onvoldoenden wordt hierdoor 45%.

III *HAVO*

Volgens de aanwezige leraren waren er wel wat kandidaten die de tijd wat

krap vonden. Overigens was men vol lof voor de goede opgaven, die wel standaard waren.

Ook door de pers is dit werk goed beoordeeld.

Jammer dat de invloed van rekenfouten zo groot is als voor de stapjes, zoals in onderdeel 4c, slechts 1 punt te geven is.

Gezien het bovenstaande was er voor de aanwezigen, ondanks 46% onvoldoende in de steekproef, geen aanleiding de cesuur te verlagen.

De CVO heeft de cesuur bepaald op 54/55, wat ook voor het tweede tijdvak geldt.

IV *VWO wiskunde I*

Opgave 1 vond men redelijk, misschien wel wat gemakkelijk.

Men had waardering voor opgave 2.

Er was kritiek op opgave 3 doordat in onderdeel 3c het gegeven van onderdeel 3b nodig was, wat niet vermeld was.

Opgave 4 vond men zwaar.

Onderdeel 4c is slechts door zeer weinigen gemaakt.

Gezien het voorgaande en de afwezigheid van de mogelijkheid de normen vooraf bij te stellen was men unaniem voor een kleine verlaging van de cesuur.

De CVO heeft de cesuur vastgesteld op 51/52 waardoor in de steekproef 46% van de kandidaten een onvoldoende resultaat gescoord heeft. Deze cesuur geldt ook voor het tweede tijdvak.

V *VWO wiskunde II*

Er is van gedachten gewisseld over opgave 3 vanwege de schrijfwijze van in-produkt, maar niemand zag hierin aanleiding de cesuur te verlagen, mede gezien het geringe aantal onvoldoenden in de steekproef, 17% bij cesuur 54/55.

De CVO heeft de cesuur bepaald op 54/55, wat ook voor het tweede tijdvak geldt.

Bepaald is de gemiddelde score van alle kandidaten bij de cesuurbepaling en ook de gemiddelde score van de kandidaten die voorkomen in de steekproef genomen door het CITO.

De grote overeenkomst tussen beide uitkomsten is een bevestiging ervan dat de door het CITO genomen steekproef voldoende representatief is.

Het overig LBO-C is niet in de tabel opgenomen, omdat de gegevens ons ontbreken. De cesuur is daar gelegd tussen 52 en 53.

Cumulatief percentage bij cesuurbepaling

score	wisk. I	wisk. II	HAVO	MAVO-4	MAVO-3	LTO-C
10	0	0	0	0	1	2
11	0	0	0	0	1	2
12	0	0	0	0	1	3
13	0	0	0	1	2	3
14	0	0	0	1	3	4
15	0	0	0	1	4	5
16	0	0	0	1	4	6
17	0	0	0	2	4	7
18	1	0	1	2	5	9
19	1	0	1	2	6	10
20	1	0	1	3	7	11
21	2	0	1	3	8	12
22	2	0	2	4	10	13
23	2	1	2	5	11	14
24	3	1	3	5	13	15
25	4	1	3	6	15	17
26	4	1	4	7	17	18
27	5	1	4	8	19	19
28	6	1	5	9	20	20
29	7	1	5	10	23	22
30	8	1	6	11	24	24
31	9	2	7	12	25	25
32	10	2	8	14	28	26
33	11	2	9	15	29	28
34	12	2	9	17	31	29
35	13	2	10	18	33	31
36	15	3	12	20	35	32
37	16	3	13	21	36	34
38	18	3	14	23	38	36
39	20	4	16	25	40	39
40	22	4	17	26	42	40
41	24	5	18	29	44	42
42	26	5	20	31	45	44
43	28	6	22	33	47	45
44	30	7	24	35	48	47
45	32	8	27	37	50	49
46	34	9	28	39	52	50
47	37	9	31	41	54	51
48	39	10	32	43	57	53
49	41	11	34	<u>45</u>	<u>59</u>	<u>55</u>
50	43	13	37	47	61	57
51	<u>46</u>	14	38	49	63	58
52	<u>48</u>	15	41	52	63	60
53	49	16	43	54	65	61
54	51	<u>17</u>	<u>46</u>	56	66	63

score	wisk. I	wisk. II	HAVO	MAVO-4	MAVO-3	LTO-C
55	53	19	48	59	68	65
56	55	20	50	62	70	66
57	57	22	52	63	72	68
58	60	24	55	66	74	69
59	61	25	57	67	75	71
60	63	27	60	69	77	72
61	65	28	62	71	79	74
62	67	31	64	73	81	75
63	68	32	67	76	82	76
64	70	34	68	77	83	77
65	71	36	70	80	83	78
66	73	38	73	82	84	79
67	75	40	74	83	84	81
68	76	42	76	85	86	82
69	78	44	78	87	87	83
70	79	46	80	88	88	84
71	81	48	82	89	88	85
72	83	50	84	90	89	86
73	84	52	85	92	90	87
74	85	55	86	93	91	88
75	86	56	88	93	91	88
76	88	58	89	95	92	89
77	89	60	90	95	92	89
78	90	63	91	96	93	91
79	90	65	92	97	94	91
80	91	67	93	97	95	93
81	92	68	94	98	96	93
82	93	70	95	98	96	94
83	94	72	96	98	97	95
84	94	74	96	99	97	96
85	95	77	97	99	97	96
86	96	79	97	99	98	97
87	96	81	98	99	98	97
88	97	83	98	99	98	97
89	97	85	98	100	98	98
90	98	86	99	100	99	98
91	98	88	99	100	99	99
92	98	89	99	100	99	99
93	98	91	99	100	100	99
94	99	92	100	100	100	99
95	99	94	100	100	100	100
96	99	95	100	100	100	100
97	100	96	100	100	100	100
98	100	98	100	100	100	100
99	100	99	100	100	100	100
100	100	100	100	100	100	100

gem. score bij steekproef cesuurbepaling 55,0 71,2 56,2 51,2 46,4 47,7

gem. score bij steekproef CITO 55,2 70,9 56,5 53,0 46,5 48,4

Uittreksel uit de resultaten van de enquête betreffende de open vragen die gehouden is door het CITO

MAVO-4 (175 terugontvangen formulieren)

- lab er is discrepantie tussen vraagstelling en correctievoorschrift;
de mediaan resp. de modus wordt niet gevraagd (90)¹⁾
- 1c men komt er vrij gemakkelijk uit door proberen, terwijl het opstellen van
de vergelijking belangrijk moeilijker is (17)
- 2a bezwaren tegen de wortels (18)
liever: bereken $\angle ACH$ (6)
- 2b te moeilijk zonder tussenstap (10)
- 2c meer tussenvragen (11)
- 4b taalkundig moeilijk (34)
verschillende kandidaten tekenen de loodlijn in P op de lijn AB i.p.v. de
loodlijn uit P op de x -as (22); dit kost veel punten niet alleen in 4b maar
ook in 4c
- Veel waardering voor het geheel (34), we missen de vectorsom (16), als
geheel te moeilijk (16), te veel (21)

MAVO-3/LTO-C (200 terugontvangen formulieren waarvan 67 van MAVO-3
en 133 van LTO-C)

- 1b eerst de tekening van l en m vragen (6)
liever: bereken de *scherpe* hoek die l en m met elkaar maken (26)
- 1cd correctiemodel onvolledig en enigszins onlogisch (ongeveer 40)
vragen naar de tekening van l' resp. m' (9)
- 2c voor $h(x) = 2x - 4$ 2 punten toekennen (5)
- 3 kettingkarakter ongewenst
- 3a voor een goede tekening punten toekennen (5)
- 3b te veel wortelvormen (6)
- 4a leerlingen schrikken van het woord 'bewijs'; liever: toon door berekening
aan (20)
- 4b kwam ook al voor in 1c en 1d (25)
- 4c te moeilijke formulering (22)
 $Q(0, 7)$ overgewaardeerd in verhouding tot de motivering (18)

¹⁾ Tussen haakjes staan de aantallen docenten die het bezwaar geopperd hebben.

veel waardering voor het geheel (27), opgave 4 te moeilijk (velen), we missen de statistieksom (11), te veel vergelijkingen (11), tijdgebrek (9)

HAVO (240 terugontvangen formulieren)

- 1b normering anders; meer punten voor de formule (21)
 - 1c in normering ook opgeven hoe het weglaten van de factor 3 in de kans gehonoreerd moet worden (30)
 - 2b jammer dat één van de vlakken uit 2a genomen is (5)
 - 3b methode door middel van de raaklijn $\binom{x}{y} = \binom{a}{b} + \lambda \binom{1}{-2}$ ook in normen opnemen (5)
 - 4b f'' hoort niet in normering thuis, want de tweede afgeleide komt niet voor in het programma van de HAVO (14)
 - 4c liever meer oplossingsmethoden in normering opnemen (13)
te veel afhankelijk van 4a (5)
 - 5a vreemd dat eerst het bereik en daarna de grafiek gevraagd wordt (62)
 - 5c tweede lokale minimum ontbreekt in normering (10)
- hele werk eenvoudig (23), redelijk (28), goed (26), iets te moeilijk (8)

VWO wiskunde I (239 terugontvangen formulieren)

- 1c in de normering ontbreekt de waardering voor het zonder verdere motivering alleen geven van het antwoord voor f_0 (25)
- 2a s.v.p. vast omschreven betekenis vaststellen voor: onderzoek k en teken k (24)
bezwaar tegen de opdracht: stel een vergelijking op van *de* asymptoot (is er precies één?) (8)
 $\frac{dy}{dx}$ overbodig in normering (8)
- 2b coördinaten van P te hoog gewaardeerd (25)
- 2c te veel punten voor eenvoudige onderdeeljes (22)
- 3a de benadering 0,0506 mag niet in de normering opgenomen worden (61)
- 3b idem 0,9912 en 0,9891 (87)
- 3c bezwaar tegen redactie, omdat de nulhypothese niet vermeld is (sommige namen als nulhypothese: de kans is groter dan 0,05, en strandden daardoor) (71)
- 4b mogen de singuliere punten uitgezonderd worden? (12)
(een netelig probleem; eigenlijk moeten ze uitgezonderd worden, omdat in de opgave staat '*het* lijnelement' en er in een singulier punt meer dan één lijnelement voldoet; zie ook de aanvulling bij het uittreksel uit het rapport van de nomenclatuurcommissie in de eerste herziening van het Vademecum. P.G.J.V.)

ook normering voor intuïtieve oplossing zonder juiste oplossingsmethode (9)
hele werk makkelijk (14), normaal (22), goed (31)

VWO wiskunde II (216 terugontvangen formulieren)

- 1a meer oplossingsmethoden in normering (6)
 - 1b id. (6)
 - verwisseling van A en B in normering overbodig (63)
 - 1c 8 punten voor de coördinaten van R uitgedrukt in λ en μ is, als het gegeven $PQ : QR = 1 : 3$ niet gebruikt is, veel te veel (29)
 - 2a formulering met 'als . . . dan' slecht (27)
 - meer gedetailleerde norm (15)
 - 2b bezwaar tegen toekennen van punten voor $b = a - 2$, omdat dit al in 2a staat (17)
 - 2c bezwaar tegen de honorering van $b = a - 2$ (8)
 - redactie kan beter: wat is een *vast* punt? (22)
 - 2 de drie onderdelen vertonen te veel overeenkomst (18)
 - 3a bezwaar tegen het niet toelichten van de notatie $\bar{a} \cdot \bar{x}$ (101)
 - te veel punten toegekend (19)
 - 3b onafhankelijkheid van $\bar{a}$ en $\bar{b}$ ook normeren (26)
 - 3c lijkt te veel op 3b (42)
- hele werk te eenvoudig (31), vergt te weinig inzicht (13), geschikt (59), eenzijdig (10)

Samenvatting van de examenbesprekingen LTO-C/MAVO-3

F. F. J. GAILLARD

Op vrijdag 26 mei 1978 van 16.00 h tot 18.00 h heeft de NVvW op zes plaatsen in Nederland bijeenkomsten georganiseerd ter bespreking van de open vragen van het examen wiskunde voor LTO-C en MAVO-3. Alle docenten uit het LBO en het MAVO waren uitgenodigd door een oproep in de verschillende vakbladen.

De bijeenkomsten werden bijgewoond door 79 docenten. Op een totaal van ongeveer 200 scholen en in vergelijking met voorgaande jaren is dat erg weinig. De oorzaak van deze geringe opkomst moet gezocht worden in het feit dat er op die middag van 14.00 h tot 16.00 h een zitting was van het examen natuurkunde/mechanica voor LTO-C. Uit veel telefonische en schriftelijke reacties blijkt dat de belangstelling voor de bijeenkomsten veel groter was dan het kleine aantal aanwezigen zou doen vermoeden.

Ook dit jaar was er weer vraag naar het bespreken van de andere examens wiskunde volgens een C-programma voor het LBO. Op dit moment is dat niet mogelijk, omdat het organisatorisch erg moeilijk is. Overigens blijkt uit de verslagen van de gehouden bijeenkomsten dat de roep om één C-examen wiskunde voor het hele LBO steeds luider wordt. De NVvW ondersteunt dat graag, zij het dat ze de relatie met het MAVO in een of andere vorm gehandhaafd wil zien. Uit de verslagen blijkt ook, dat met name docenten aan scholengemeenschappen voor LBO voor, wat zij zeggen, onrechtvaardige situaties komen te staan. De leerling van de LTO-afdeling moet een zwaarder examen afleggen dan de leerling van de LLO-afdeling, terwijl beide dezelfde rechten aan het afgelegde examen kunnen ontleen.

Een zekere onrust is merkbaar over het al of niet handhaven van twee zittingen voor het wiskundeëxamen. Men vindt dat onvoldoende onderzocht is, wat de beste oplossing zou zijn. Een meerderheid wil zeker de open vragen behouden. Bovendien is er op de meerkeuze vragen nogal wat kritiek (o.a. Prof. Freudenthal, Wiskrant 12, IOWO).

Wat de open vraagstukken van dit jaar betreft springen een paar punten uit de verslagen eruit:

- 1 Men vindt dat de tekening bij een opgave, zeker voor LBO-leerlingen, beter gewaardeerd moet worden.
- 2 Als de tekening te ingewikkeld is en dus te veel tijd vergt, geef de tekening dan (zonder waardering) bij de opgave.
- 3 De brief over enige afspraken omtrent de nomenclatuur e.d. van de voorzitter

- van de Centrale Commissie Examen L.T.O. no. C.C.T.-ex. 3-78 was bij een aantal docenten onbekend. Anderen vonden dat de brief te laat was gekomen.
- 4 Het Vademecum voor de wiskundeleraar van de NVvW (in genoemde brief werd ernaar verwezen) is in het LBO nog vrij onbekend.
 - 5 Formuleer de vraagstukken niet te compact.
 - 6 De samenstelling van het werk is traditioneel geworden. De moeilijkheidsgraad mag niet meer stijgen. Zoek naar opgaven die de wiskunde laten functioneren in concrete problemen. Dan toetst men wat een leerling kan doen met zijn wiskundekennis. De abstracte wiskunde heeft een te grote plaats gekregen in het LBO.

Enkele grepen uit de verslagen over de afzonderlijke opgaven.

- Opgave 1. Er was verschil van mening over de waardering in het geval dat bij onderdeel a de oplossing gevonden was uit de tekening.
Er moet expliciet naar een tekening gevraagd worden.
Een tekening is vaak een uitstekend hulpmiddel om een probleem op te lossen.
Bij c en d was niet bepaald, hoe te waarden bij foutieve rotatie of translatie.
- Opgave 2. In de normering kwam niet tot uitdrukking, dat bij het oplossen van vergelijkingen en ongelijkheden de oplossingsverzameling bepaald dient te worden.
Het niveau van de opgave werd als juist beoordeeld, de normering iets te streng.
- Opgave 3. Traditionele opgave met de traditionele bezwaren uit het LBO tegen wortelvormen.
Een moeilijkheid bij de normering was: hoe zwaar moeten benaderingen gewaardeerd worden?
- Opgave 4. Liever niet: bewijs, maar: toon door berekening aan.
Een bezwaar is dat LBO-leerlingen vaak niet weten wat aangetoond en toegelicht moet worden.
Bij onderdeel b bleken veel leerlingen te hebben geantwoord: $V = \{ P \in V \mid PA = PB \}$. Dat wilde men met twee punten gewaardeerd zien.
Veel leerlingen blijken bij het lezen van de derde regel van deze opgave geen enkel aanknopingspunt te hebben gevonden. Hoewel in principe in de opgave geen stapeffect aanwezig was, had deze schrikreactie toch een soortgelijk gevolg.

Het gehele werk overziende kan men aan de hand van de verslagen zeggen: het niveau was juist met een tendens naar moeilijker, de wens het meerkeuze werk en het open werk beter op elkaar af te stemmen, zodat er meer variatie in het gehele werk komt.

Samenvatting van de examenbesprekingen MAVO-4

L. BOZUWA

Op 2 juni j.l. werden in 29 plaatsen de langzamerhand traditionele bijeenkomsten gehouden om het open werk wiskunde van het MAVO-4 examen te bespreken. Ongeveer 800 leraren woonden de besprekingen, die door de NVvW georganiseerd werden, bij. Deze bijeenkomsten worden nog steeds erg gewaardeerd door de deelnemers: er gaat een zekere autoriteit van uit waardoor de eerste en tweede corrector elkaar gemakkelijker kunnen vinden, zeker als beiden dezelfde vergadering hebben bijgewoond. Ook het contact met collega's van andere scholen die met dezelfde moeilijkheden kampen, werd als zeer positief ervaren.

De plannen om het wiskunde examen MAVO-4 van twee naar één zitting terug te brengen, konden geen genade vinden in de ogen van de deelnemers. En zeker niet als dan tot alleen meerkeuzewerk besloten zou worden. Bij het bestuur van de NVvW werd er sterk op aangedrongen dit standpunt nog eens nadrukkelijk aan de betreffende instanties kenbaar te maken.

Het is een hachelijke onderneming alle opmerkingen die op de 29 vergaderingen gemaakt zijn, in een nog leesbaar verslag samen te vatten. Alleen de allerbelangrijkste zult u daarom in dit verslag aantreffen. De overige zullen rechtstreeks aan de belanghebbenden worden doorgegeven.

Het open werk

Ruim 40% van de deelnemers aan de besprekingen vond het niveau van het totale werk aan de hoge kant. Bijna 70% vond de beschikbare tijd te weinig. Doordat de onderdelen 2c en 3bc ook voor goede leerlingen te moeilijk waren, werkte dit examen nivellerend. Omdat opgave 2 nogal wat tijd vergde, kwamen leerlingen in tijdnood, werden nerveus en kwamen bij de andere sommen in moeilijkheden. Velen hadden aanvankelijk de indruk dat het niveau van het werk juist was, maar de resultaten van de kandidaten vielen erg tegen.

Opgave 1. Ruim 90% vond het niveau en de normering van dit vraagstuk goed. De tegenstanders vonden vooral dat de redactie anders had moeten. Onderdeel c gaf nogal wat problemen ook v.w.b. de normering.

Opgave 2. Bijna 70% vond het niveau van dit vraagstuk te hoog. Als iemand in

onderdeel b AP niet kon berekenen, kwam hij ook niet uit onderdeel c. Verder heeft vooral dit vraagstuk de leerlingen veel tijd gekost. Kritiek was er ook tegen het driemaal 'toon aan', dat als te zwaar werd aangemerkt. Sommigen vonden dat er te veel wortelvormen in voor kwamen.

Opgave 3. Over deze opgave waren de meningen het minst verdeeld. 95% van de leraren vond niveau, normering en redactie goed. Wel is vermenigvuldigen van figuren een moeilijke zaak voor veel leerlingen. Toch alle waardering voor deze opgave.

Opgave 4. Ruim 75% van de aanwezige leraren vond het niveau van deze opgave te hoog. Ook de redactie werd te moeilijk gevonden. Veel leerlingen trokken de loodlijn in P inplaats van uit P . Dat kostte ze dan 14 punten. Beter was misschien geweest te spreken van de lijn door P evenwijdig aan de y -as. Nu waren er maar weinig leerlingen die dit vraagstuk tot een goed einde konden brengen.

De examenbesprekingen VWO-wiskunde I en II en HAVO georganiseerd door de NVvW

TH. J. KORTHAGEN

Het bestuur van de NVvW organiseerde dit jaar regionale bijeenkomsten waar de examens VWO-wiskunde I en HAVO en de bindende normen werden besproken. Het was de bedoeling de gelegenheid te geven kennis te nemen van de meningen van collega's over de opgaven en de normen.

Het gemiddeld aantal deelnemers per bijeenkomst was 35.

De bijeenkomsten waren op 29 mei in Bergen op Zoom, Rotterdam, Amsterdam, Groningen, Deventer en Roermond. Voor de bespreking van het examen VWO wiskunde II was er één bijeenkomst, op 2 juni te Utrecht.

Van de meeste besprekingen is een verslag gemaakt.

Hier volgt een overzicht van de meest gemaakte opmerkingen.

Er bleek onbehagen te bestaan t.a.v. de voor dit jaar vastgestelde procedure ter bepaling van het cijfer voor het c.s.e.

In de eerste plaats werden tijdens alle bijeenkomsten bezwaren geuit tegen het feit dat de bindende normen vooraf waren opgesteld. Er waren onvolkomenheden in de normen, die na correctie van het werk van een aantal kandidaten er zeker zouden zijn uitgehaald. Daarom wilde men gaarne de vroegere regeling weer ingevoerd zien.

Ook de procedure voor het bepalen van de cesuur voldoende-onvoldoende ondervond veel kritiek. Men was van mening, dat het voor de docenten niet goed meer mogelijk is de belangen van hun leerlingen, die op de rand voldoende-onvoldoende eindcijfer balanceren, te behartigen. Het knokken voor een leerling is volgens velen een belangrijk menselijk aspect in de beoordeling. Men vond het onjuist dat, als de cesuur is vastgesteld, geen contact mogelijk is tussen examinerator en tweede corrector. Deze moeilijkheden worden groter als de garantie voor dit jaar, dat het eindcijfer niet lager is dan de behaalde score, vervalt.

Was men t.a.v. deze kwestie eensgezind, er waren ook zaken waarin men van mening verschilde. Sommigen betreurden het dat de zin 'Motiveer ieder antwoord' niet bovenaan het blad met opgaven was gedrukt, anderen bleken bereid bij bepaalde onderdelen een antwoord waarbij iedere motivatie ontbrak, goed te rekenen.

Hoewel de normering te strak werd gevonden, was er toch behoefte aan meer bindende afspraken over vragen zoals: Moeten breuken vereenvoudigd worden? moeten wortelvormen vereenvoudigd worden?: Wat wordt precies gevraagd

als een kromme, gegeven in parameter-voorstelling, moet worden getekend? etc. Velen vonden het onjuist dat bij het onderzoek van een functie het tekenoverzicht van de functie behoort. Dit is echter een afspraak die enkele jaren geleden is gemaakt door de CVO en waaraan men zich dient te houden.

Tijdens de besprekingen van het examen HAVO bleek, dat enkele collega's van mening waren, dat het onderwerp statistiek beter uit het examenprogramma kon worden geschrapt, omdat het een geïsoleerde positie inneemt.

Algemeen vond men dit een goed HAVO-examen.

Van het examen VWO wiskunde I was het opgave 3, waarover de meeste opmerkingen werden gemaakt.

Het noemen van het getal 0,0506 bij de oplossing van onderdeel 3a, zoals in de normen geëist werd, en waarvoor 1 punt werd toegekend, werd algemeen overbodig gevonden. ✓

Ook bij 3b was er kritiek op de normering. Het gebruik van de tabel is alleen te controleren als het antwoord goed is. Men vroeg zich af waarom hiervoor dan 1 punt werd toegekend.

Verder bleek dat de meeste collega's hun leerlingen leren het antwoord op een dergelijke vraag direct af te lezen in de tabel, zodat ook hier veel moeilijkheden met de normen voorkwamen.

Veel bezwaren waren er tegen de redactie van opgave 3c. Sommigen vonden niet duidelijk 'wat tegen wat getoetst moest worden'. Anderen merkten op, dat het beter was geweest als in de tweede zin was geschreven 'toetsen tegen de bewering van het loterijbestuur'. Enkelen vroegen zich af of het misschien de bedoeling was, dat de kandidaten de hypothesen zelf zouden opstellen.

Opgave 4 werd zeer moeilijk gevonden.

Men vond de moeilijkheidsgraad van dit examen nogal hoog.

Ook bij de bespreking van het examen VWO wiskunde II vroeg opgave 3 de meeste tijd. Er waren moeilijkheden ontstaan, doordat verschillende leraren slechts de schrijfwijze $(\bar{a}, \bar{b})$ voor het inproduct aangeleerd hebben, zoals in twee veel gebruikte leerboeken voorkomt.

In opgave 3 kwam echter de schrijfwijze $\bar{a} \cdot \bar{b}$ voor. Dit was aanleiding voor de minderheid van de aanwezigen om de samenstellers van dit examen onzorgvuldigheid te verwijten, wat door de meerderheid niet gesteund werd omdat de inspectie reeds in 1973 geschreven heeft dat de examenopgaven overeenkomstig de voorstellen van de Nomenclatuurcommissie geredigeerd zullen worden. Dit examen werd niet moeilijk gevonden en de normering vriendelijk.

Reacties van lezers

Enkele lezers hebben gereageerd op onze vraag op- en aanmerkingen, leuke of bijzondere oplossingen van leerlingen en karakteristieke fouten aan de redactie te sturen. Hieronder hun reacties. De op- en aanmerkingen die een dubbele waren van de punten die in de enquête van het CITO naar voren gebracht zijn, zijn niet opnieuw vermeld.

Oplossing door een leerling van MAVO-4 opgave 1c

Als aangenomen gemiddelde werd 7 gekozen.

cijfer	aantal ll.	deviatie	
m_i	f_i	d_i	$f_i \cdot d_i$
10	8	-3	-24
9	9	-2	-18
8	13	-1	-13
7	7	0	0
6	x	1	x
5	y	2	$2y$
4	6	3	18
3	5	4	20
			$-55 + 38 + x + 2y$

Verder:

$$\begin{cases} x + 2y = 17 \\ x + y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} \text{(oplossing)} \\ \dots\dots\dots \end{matrix} \begin{cases} x = 7 \\ y = 5 \end{cases}$$

Ingezonden door A. J. Schouten, leraar Prins Mauritschool voor Chr. MAVO, Middelharnis.

Voorbereidend werk

$\bar{a} \cdot \bar{b} = \frac{1}{2} \neq 0 \Rightarrow \bar{a}, \bar{b}$ is een basis van R_2

$$A_x(\bar{a}) = \bar{b} + \alpha\bar{a} \text{ en } A_x(\bar{b}) = \frac{1}{2}\bar{b} + \alpha\bar{b}$$

T.o.v. de basis $\bar{a}, \bar{b}$ heeft A_x de matrix $\begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 1 & \alpha + \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ ¹⁾

Det (matrix A_x) = $\alpha^2 + \frac{1}{2}\alpha$, dus A_x is regulier, als $\alpha \neq 0$ en $\alpha \neq -\frac{1}{2}$.

$$A_x \text{ regulier} \Rightarrow \text{matrix } A_x^{\text{inv}} = \frac{1}{\alpha^2 + \frac{1}{2}\alpha} \begin{pmatrix} \alpha + \frac{1}{2} & 0 \\ -1 & \alpha \end{pmatrix}$$

a A_x heeft een matrix en is dus lineair.²⁾

$$\text{b } A_2^{\text{inv}} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 2\frac{1}{2} & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{4}{5} \end{pmatrix} \quad \text{Dus } p = 1 \text{ en } q = -\frac{4}{5}$$

$$\text{c } A_3^{\text{inv}} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{10\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} 3\frac{1}{2} & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{2}{21} \begin{pmatrix} \frac{21}{2} \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{4}{7} \end{pmatrix}$$

A_3 is lineair, dus het volledig origineel is $\{\bar{x} \mid \bar{x} = \lambda(\bar{a} - \frac{4}{7}\bar{b})\}$

$$\text{d } \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 1 & \alpha + \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \text{ heeft niet-triviale oplossing} \Leftrightarrow$$

$$\begin{pmatrix} \alpha - 1 & 0 \\ 1 & \alpha - \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ heeft niet-triviale oplossing} \Leftrightarrow$$

$$\begin{vmatrix} \alpha - 1 & 0 \\ 1 & \alpha - \frac{1}{2} \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow (\alpha - 1)(\alpha - \frac{1}{2}) = 0 \Leftrightarrow \alpha = 1 \vee \alpha = \frac{1}{2}$$

N.B. Voor $\alpha = 1$ wordt $p\bar{a} + q\bar{b}$ op zichzelf afgebeeld voor

$$p + \frac{1}{2}q = 0 \text{ en}$$

voor $\alpha = \frac{1}{2}$ wordt $p\bar{a} + q\bar{b}$ op zichzelf afgebeeld voor

$$p = 0.$$

Ingezonden door Drs. C. Gondrie, leraar Gymnasium Beekvliet, Sint-Michiels-gestel.

¹⁾ Bij het opstellen van deze matrix gaat de leerling ervan uit, dat de afbeelding lineair is. (noot van de red.)

²⁾ En hier gebruikt hij de aanwezigheid van de matrix om de lineariteit aan te tonen. Een prachtige cirkelredenering. (noot van de red.)

Enkele opmerkingen naar aanleiding van het examen VWO wiskunde I

H. W. VAN TILBURG

1 Singuliere punten van een differentiaalvergelijking

Definiëring: een singulier punt van een D.V. is een punt waarin elk lijnelement aan de D.V. voldoet.

a In de oude versie van de methode 'Moderne Wiskunde' moesten integraalkrommen door singuliere punten in deze punten geperforeerd worden, omdat nu eenmaal in deze punten geen eenduidig bepaald lijnelement gedefinieerd was.

M.i. is de nieuwe versie eleganter: in een singulier punt voldoet steeds het tripel

$\left(x, y, \frac{dx}{dy}\right)$ aan de D.V., omdat steeds $0 \cdot dx = 0 \cdot dy$ zijn geldigheid be-

houdt.

Als consequentie voldoet in zo'n punt dan elke richtingsverhouding én behoeft een gevonden integraalkromme in een dergelijk punt niet meer geperforeerd te worden. Dr. P. G. J. Vredenduin zit volgens 'Euclides' jrg. 52, bladz. 301 op ditzelfde spoor.

Interessant in dit verband is echter de vraag of in vraagstuk 4a2 $p = 1\frac{1}{2}\pi$ en $p = -2\frac{1}{2}\pi$ per se moeten vervallen. Immers de rechten $y = x + 1\frac{1}{2}\pi$ en $y = x - 2\frac{1}{2}\pi$ zijn zonder de beperking tot gebied A integraalkrommen: beperking tot gebied A geeft nog juist de (singuliere) punten $(0, 1\frac{1}{2}\pi)$ en $(2\pi, -\frac{1}{2}\pi)$!!!

b Verzamelingen van dragers met eenzelfde richting van het lijnelement. Consequent zou m.i. de afspraak zijn dat tot zo'n verzameling ook de singuliere punten zouden behoren. 'Moderne Wiskunde', derde herziene druk, doet dit dan ook, blijkens de toegevoegde antwoorden. Volgens de normering van vraagstuk 4b moeten de singuliere punten echter weer wél uitgesloten worden. Voor alle duidelijkheid: ook daarmee zou ik me wel kunnen verenigen: het geeft het voordeel dat niet steeds aan elke verzameling van dragers de (geïsoleerde) singuliere punten behoeven te worden toegevoegd.

Dé moeilijkheid hier is echter, dat – zoals me uit gesprekken met collega's duidelijk is geworden – velen met mij niet meer weten wat nu eigenlijk

de bedoeling is, welke afspraak op het v.w.o.-examen gehanteerd dient te worden en welke normering daar kan worden verwacht t.a.v. dit onderdeel.

2 Continuïteit enz.

Momenteel zijn drie versies in omloop:

- a $x \rightarrow f(x)$ van $\mathbb{R}$ naar $\mathbb{R}$ is continu in a als bij elke $\varepsilon > 0$ een $\delta > 0$ bestaat zó dat: $|x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon$
- b als zich in elke gereduceerde omgeving van a minstens één domein-element van f bevindt en bij elke $\varepsilon > 0$ een $\delta > 0$ bestaat zó dat de domein-elementen van f in $|x - a| < \delta$ voldoen aan $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$
- c als bij elke $\varepsilon > 0$ een $\delta > 0$ bestaat zó dat voor elke $x \in D_f$ geldt: $|x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon$

In definitie a (b.v. van de oude versie in 'Moderne Wiskunde') dient dus $f(x)$ op een volle omgeving van a gedefinieerd te zijn;

in definitie b (b.v. van de nieuwe versie van 'Moderne Wiskunde') kan a een verdichtingspunt zijn en wel zó dat geen enkele omgeving van a volledig tot D_f behoort;

in definitie c (b.v. van de eerste herziene druk van Sigma) is $f(x)$ b.v. in elk geïsoleerd punt continu.

Het gaat te ver om met deze drie definities in de hand de geijkte eigenschappen nader te onderzoeken plus de gevolgen voor de hiermee samenhangende definities en eigenschappen van limieten en differentieerbaarheid. De hamvraag is hier wederom: wat wil men nu eigenlijk op v.w.o.-niveau en wat is diens gevolg de normering m.b.t. dergelijke onderwerpen op het examen. Ondergetekende wil met alle definities meegaan, al ligt zijn duidelijke voorkeur bij definitie a: hij ziet n.l. niet in waarom juist in een tijd dat vele stemmen opgaan om voor A-leerlingen een meer aangepast programma te ontwerpen – de dit jaar door deze leerlingen behaalde scores spreken weer boekdelen! – een dergelijke ommezwaai naar academische spitsvondigheden noodzakelijk is.¹⁾

¹⁾ Een analyse van dit probleem vindt men ook in P. G. J. Vredenduin, Continuïteit en limieten, Euclides 51, no. 10, blz. 395-400. Zie ook de aanvulling bij het uittreksel uit het rapport van de nomenclatuurcommissie in de eerste herziening van het Vademecum. (noot van de red.)

De examenopgaven voor de tweede periode

EXAMEN MIDDELBAAR ALGEMEEN VOORTGEZET ONDERWIJS IN 1978

MAVO-4

Donderdag 31 augustus, 9.30–11.30 uur

Wiskunde I

1. De grafiek van de functie $x \rightarrow -2x^2$ gaat door het punt
 - A $(-2, 1)$
 - B $(-1, 2)$
 - C $(-2, -1)$
 - D $(-1, -2)$

2. $\sqrt{3} \in \{x \mid x^2 + ax = 0\}$
Voor a geldt
 - A $a = -3$
 - B $a = -\sqrt{3}$
 - C $a = \sqrt{3}$
 - D $a = 3$

3. $\{x \in \mathbb{Z} \mid (x + 2)^2 \leq x + 2\}$ bevat
 - A geen elementen
 - B precies één element
 - C precies twee elementen
 - D meer dan twee elementen

4. Van een aantal leerlingen zijn de bij een proefwerk behaalde cijfers in onderstaande tabel gegeven.

cijfer	9	8	7	6	5	4
aantal leerlingen	1	5	6	p	3	1

De mediaan is gelijk aan de modus.

p kan *niet* zijn

- A 3
 - B 5
 - C 7
 - D 9
5. $(x^2 + 9)(x + 3)(x - 3) = 0$ is waar voor
- A precies twee waarden van x
 - B precies drie waarden van x
 - C precies vier waarden van x
 - D meer dan vier waarden van x

6. $(-1, -1) \in \{(x, y) \mid 4x - ay = -6\}$.

$a =$

- A -2
- B 2
- C -10
- D 10

7. Van een functie $f: x \rightarrow px + q$ is $f(3) = 0$ en $f(-2) = 5$.

Voor p en q geldt

- A $p = 1 \wedge q = -3$
- B $p = -1 \wedge q = 3$
- C $p = -1 \wedge q = 7$
- D $p = -5 \wedge q = -5$

8. $\left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{-6x + 3}{-7} \geq 1\right\}$ bevat

- A geen elementen
- B precies één element
- C precies twee elementen
- D meer dan twee elementen

9. De grafiek van $y = 2x - 2$ wordt gespiegeld in de y -as.

Het beeld is de grafiek van

- A $y = 2x + 2$
- B $y = 2x - 2$
- C $y = -2x + 2$
- D $y = -2x - 2$

10. $p \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} + q \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Voor p en q geldt

A $p \geq 0 \wedge q \geq 0$

B $p \geq 0 \wedge q < 0$

C $p < 0 \wedge q \geq 0$

D $p < 0 \wedge q < 0$

11. Op een cirkel met middelpunt M liggen drie verschillende punten A , B en C .
 $\angle AMB = 60^\circ$, $\angle BMC = 60^\circ$

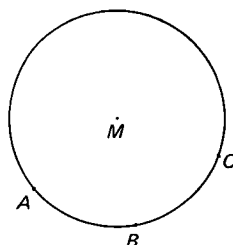
Er geldt

A $\vec{MC} = \vec{MA} + \vec{MB}$

B $\vec{MC} = \vec{MA} - \vec{MB}$

C $\vec{MC} = -\vec{MA} + \vec{MB}$

D $\vec{MC} = -\vec{MA} - \vec{MB}$



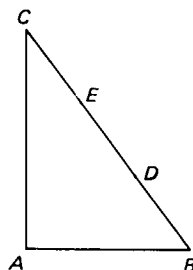
12. Van $\triangle ABC$ is $\alpha = 90^\circ$
 D en E zijn punten op BC zo dat $BD = DE = EC$.
 Als $c = 6$ en $b = 8$ dan geldt voor de oppervlakte p van $\triangle ADE$

A $p < 7$

B $7 \leq p < 8$

C $8 \leq p < 9$

D $9 \leq p$



13. Van kubus $ABCD.EFGH$ is P het midden van ribbe EF en Q het midden van ribbe AB .

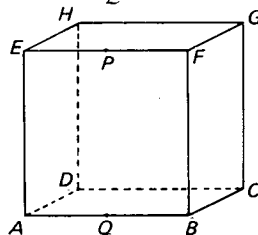
Voor de grootte α van hoek PCQ geldt

A $\alpha \leq 30^\circ$

B $30^\circ < \alpha \leq 45^\circ$

C $45^\circ < \alpha \leq 60^\circ$

D $60^\circ < \alpha$



14. $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \wedge 0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$ is waar voor

A geen enkele waarde van α

B precies één waarde van α

C precies twee waarden van α

D meer dan twee waarden van α

15. De functie f is gedefinieerd door $f(x) = -x^2 + 3x - p$.
 Het maximum van f is 0 voor

A $p = -2\frac{1}{4}$

B $p = 0$

C $p = 2\frac{1}{4}$

D $p = 4\frac{1}{2}$

16. $\{(x, y) \mid y = x^2 + 4x - 4 \wedge y = 1\} =$

- A $\{(-1, 1), (-5, 1)\}$
- B $\{(-1, 1), (-5, 1)\}$
- C $\{(-1, 1), (3, 1)\}$
- D $\{(-1, 1), (-3, 1)\}$

17. $V = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 2\}$

$W = \{(x, y) \mid x + y = 2 \vee x + y = -2\}$

$V \cap W$ bevat

- A geen elementen
- B precies één element
- C precies twee elementen
- D meer dan twee elementen

18. l en m zijn twee snijdende lijnen.

Welke van onderstaande beweringen is waar?

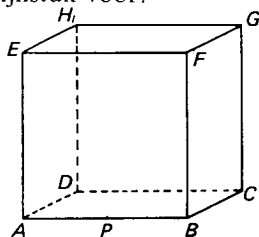
- A Er is een vermenigvuldiging waarbij l wordt afgebeeld op m .
- B Er is een translatie waarbij l wordt afgebeeld op m .
- C Er is een puntspiegeling waarbij l wordt afgebeeld op m .
- D Er is een lijnspiegeling waarbij l wordt afgebeeld op m .

19. Van een kubus $ABCD.EFGH$ is de lengte van een ribbe 2. P is het midden van ribbe AB .

P wordt met het midden van elke andere ribbe verbonden.

Welk getal stelt *niet* de lengte van zo'n verbindingslijnstuk voor?

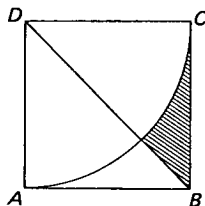
- A 1
- B $\sqrt{2}$
- C 2
- D $2\sqrt{2}$



20. In nevenstaand vierkant $ABCD$ zijn de diagonaal BD en een deel van de cirkel (D, DA) getekend.

Voor elk punt P van het gearceerde vlakdeel geldt

- A $d(P, CD) \geq d(P, AD) \wedge PD \geq AB$
- B $d(P, CD) \geq d(P, AD) \wedge PD \leq AB$
- C $d(P, CD) \leq d(P, AD) \wedge PD \geq AB$
- D $d(P, CD) \leq d(P, AD) \wedge PD \leq AB$



21. In nevenstaande $\triangle ABC$ snijdt de bissectrice van hoek A de zijde BC in punt E en de bissectrice van hoek C de zijde AB in punt D .

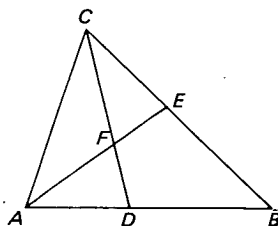
Het snijpunt van AE en CD is F .

$$V = \{P \mid d(P, AB) < d(P, AC)\}$$

$$W = \{P \mid d(P, BC) < d(P, AC)\}$$

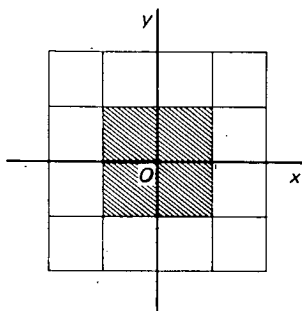
$V \cap W$ bevat punten binnen

- A driehoek ADF
- B vierhoek $DBEF$
- C driehoek ECF
- D driehoek AFC



22. Voor de coördinaten van de punten van het gearceerde vlakdeel in nevenstaande figuur geldt

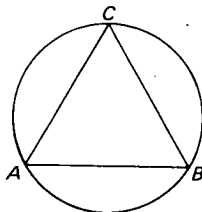
- A $x^2 \geq 1 \wedge y^2 \geq 1$
- B $x^2 \geq 1 \wedge y^2 \leq 1$
- C $x^2 \leq 1 \wedge y^2 \geq 1$
- D $x^2 \leq 1 \wedge y^2 \leq 1$



23. Gegeven is de gelijkzijdige driehoek ABC met zijde 6 en de cirkel door de punten A , B en C .

De oppervlakte van de cirkelschijf is gelijk aan

- A 12π
- B 27π
- C 36π
- D 48π



24. Van $\triangle ABC$ is $c = 5$ en $b = 4$.

De oppervlakte van $\triangle ABC$ is 12 voor

- A geen enkele waarde van α
- B precies één waarde van α ; deze waarde is kleiner dan 90°
- C precies één waarde van α ; deze waarde is groter dan 90°
- D precies twee waarden van α

25. De top van de grafiek van een functie $x \rightarrow -x^2 + ax + b$ ligt in het vierde kwadrant.

Voor a en b geldt

- A $a > 0 \wedge b > 0$
- B $a > 0 \wedge b < 0$
- C $a < 0 \wedge b > 0$
- D $a < 0 \wedge b < 0$

26. Het volledig origineel van 0 van de functie

$$x \rightarrow x^2 + a^2 \text{ bevat voor } a \neq 0$$

- A geen elementen
- B precies één element
- C precies twee elementen
- D meer dan twee elementen

27. $\{x \mid 3x + p = px - 3\} = \{3\}$.

Voor p geldt

- A $p = -6$
- B $p = -3$
- C $p = 3$
- D $p = 6$

28. $\{(x, y) \mid x^2 = 9\}$ bevat punten uit precies

- A één kwadrant
- B twee kwadranten
- C drie kwadranten
- D vier kwadranten

29. Bij de translatie $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ wordt de grafiek van $y = ax + 1$ op zichzelf afgebeeld.

Voor a geldt

- A $a = \frac{1}{2}$
- B $a = \frac{3}{4}$
- C $a = 1$
- D $a = \frac{4}{3}$

30. De bewering $2\begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix}$ is juist voor

- A geen enkele waarde van a
- B precies één waarde van a
- C precies twee waarden van a
- D meer dan twee waarden van a

EXAMEN MIDDELBAAR ALGEMEEN VOORTGEZET ONDERWIJS IN 1978

MAVO 3

Donderdag 31 augustus, 9.30–11.30 uur

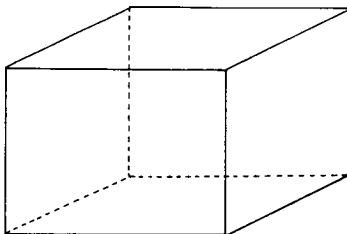
Wiskunde I

HERKANSING OF UITGESTELD EXAMEN LAGER BEROEPSONDERWIJS 1978 (volgens C-programma)

Donderdag 31 augustus, 9.30–11.30 uur

Wiskunde (l.t.o.) (meerkeuzetoets)

- In welk van onderstaande rijen waarnemingsgetallen is de modus gelijk gelijk aan de mediaan?
A 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4
B 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4
C 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4
D 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4
- De lengte van een lichaamsdiagonaal van een kubus is $3\sqrt{3}$.
De inhoud van deze kubus is
A $9\sqrt{3}$
B 18
C 27
D $27\sqrt{3}$
- Van een balk zijn de lengten van de ribben 3, 4 en 5.
Het aantal diagonaalvlakken die vierkanten zijn, bedraagt
A 0
B 1
C 2
D meer dan 2
- 3 is een element van
A $\{x \mid x + 6 < 2x + 3\}$
B $\{x \mid x + 6 < 2x - 3\}$
C $\{x \mid -x + 6 < -2x + 3\}$
D $\{x \mid -x + 6 < 2x + 3\}$



5. $\{x \mid \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x \leq 0\} =$

- A $\{x \mid x \leq -1\}$
- B $\{x \mid x \geq -1\}$
- C $\{x \mid x \leq 1\}$
- D $\{x \mid x \geq 1\}$

6. $\{x \mid x - 3 = -4x\} =$

- A $\{-1\}$
- B $\{-\frac{3}{5}\}$
- C $\{\frac{3}{5}\}$
- D $\{1\}$

7. Het volledig origineel van 0 van $x \rightarrow 2(-x - 3)$ is

- A $\{-6\}$
- B $\{-3\}$
- C $\{3\}$
- D $\{-3, -2\}$

8. De grafiek van $\{(x, y) \mid x + 2 = 0\}$ bevat punten van het

- A eerste en tweede kwadrant
- B tweede en derde kwadrant
- C derde en vierde kwadrant
- D eerste en vierde kwadrant

9. Bij een rotatie met centrum $(0, 0)$ over 180° is het beeld van de grafiek van $y = x - 1$ de grafiek van

- A $y = -x - 1$
- B $y = x - 1$
- C $y = -x + 1$
- D $y = x + 1$

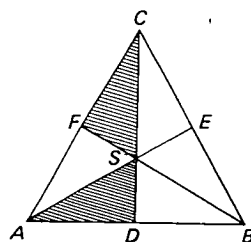
10. Bij de translatie $\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ is het punt $(-1, -4)$ het beeld van het punt

- A $(0, -8)$
- B $(0, -4)$
- C $(-2, 0)$
- D $(-2, -8)$

11. Nevenstaande gelijkzijdige driehoek is in zes congruente driehoeken verdeeld.

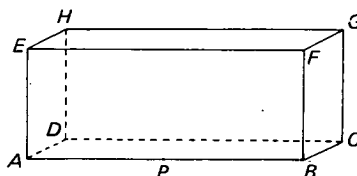
$\triangle ADS$ is het beeld van $\triangle CFS$ bij een rotatie ten opzichte van S over

- A 60°
- B -60°
- C 120°
- D -120°



12. Van een ruit is de oppervlakte 36 en de lengte van een der diagonalen 9.
De lengte van de andere diagonaal is
- A 4
 - B 6
 - C 8
 - D 9

13. Van de balk $ABCD.EFGH$ is $AB = 20$, $AD = 6$ en $AE = 8$.
 P is het midden van de ribbe AB .
Voor de grootte α van hoek APG geldt



- A $\alpha \leq 90^\circ$
- B $90^\circ < \alpha \leq 135^\circ$
- C $135^\circ < \alpha \leq 150^\circ$
- D $150^\circ < \alpha$

14. $\sin \alpha > 0 \wedge \tan \alpha > 0$ is waar voor

- A $0^\circ < \alpha < 90^\circ$
- B $90^\circ < \alpha < 180^\circ$
- C $180^\circ < \alpha < 270^\circ$
- D $270^\circ < \alpha < 360^\circ$

15. De grafiek van $\{(x, y) \mid x > 0 \wedge y < 0\}$ bevat punten van het

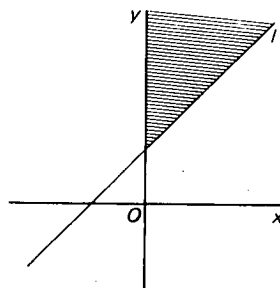
- A eerste kwadrant
- B tweede kwadrant
- C derde kwadrant
- D vierde kwadrant

16. In nevenstaand assenstelsel Oxy is l

de grafiek van $y = x + 1$.

Voor de coördinaten van de punten van het gearceerde vlakdeel geldt

- A $x \geq 0 \wedge y \geq x + 1$
- B $x \geq 0 \wedge y \leq x + 1$
- C $x \leq 0 \wedge y \geq x + 1$
- D $x \leq 0 \wedge y \leq x + 1$



17. Voor $a > 0$ snijden de grafieken van $y = x + a$ en

- A de positieve x -as
- B de negatieve x -as
- C de positieve y -as
- D de negatieve y -as

18. Gegeven is de functie $x \rightarrow 3x - 3$ met $\mathbb{N}$ als domein.

Welk van onderstaande getallen is een element van het bereik?

- A 4
- B 9
- C 8
- D 10

19. $\{x \in \mathbb{N} \mid x + 2 = 2\} =$

- A $\emptyset$
- B $\{-2\}$
- C $\{0\}$
- D $\mathbb{N}$

20. $\{x \mid (-x)^2 = -x\} =$

- A $\{0\}$
- B $\{0, 1\}$
- C $\{-1, 0\}$
- D $\{-1, 0, 1\}$

21. De top van de grafiek van een tweedegraads functie f ligt op de x -as.
Het functievoorschrift kan zijn

- A $f(x) = x^2 - 2x - 1$
- B $f(x) = x^2 - 2x$
- C $f(x) = x^2 - 2$
- D $f(x) = x^2$

22. Van welke van onderstaande functies gaat de grafiek door $O(0, 0)$?

- A $x \rightarrow -x^2 + x - 4$
- B $x \rightarrow x^2 - x$
- C $x \rightarrow x^2 + 4$
- D $x \rightarrow -x^2 - 4$

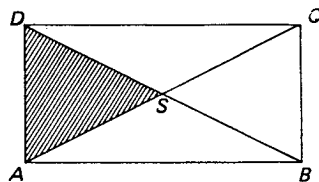
23. In nevenstaande rechthoek $ABCD$ met $AB > AD$ is S het snijpunt van de diagonalen.

Voor elk punt P van het gearceerde vlakdeel geldt

(1) $d(P, AD) \leq d(P, BC)$

(2) $d(P, AD) \leq d(P, AB)$

- A (1) en (2) zijn beide waar
- B (1) is waar en (2) is niet waar
- C (1) is niet waar en (2) is waar
- D (1) en (2) zijn beide niet waar



24. Gegeven is een ruit $PQRS$.

Bij een vermenigvuldiging van $PQRS$ kan het beeld van lijnstuk PQ zijn het lijnstuk

- A PS
- B QR
- C QS
- D RS

25. Gegeven is lijnstuk AB met lengte 6.

$$V = \{P \mid PA \leq 2 \wedge PB \leq 4\}.$$

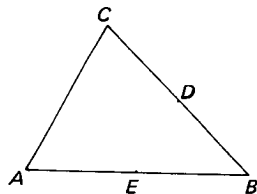
Het aantal elementen van V bedraagt

- A 0
- B 1
- C 2
- D meer dan 2

26. In nevenstaande driehoek ABC is D het midden van de zijde BC en E het midden van de zijde AB .

De oppervlakten van de driehoeken EBD en ABC verhouden zich als

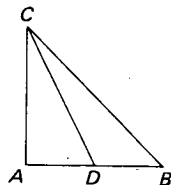
- A 1 en 2
- B 1 en 3
- C 1 en 4
- D 1 en 8



27. In een gelijkbenige driehoek ABC is $\alpha = 90^\circ$. D is het midden van lijnstuk AB .

Voor de grootte φ van hoek DCB geldt

- A $\varphi < 17^\circ$
- B $17^\circ \leq \varphi < 18^\circ$
- C $18^\circ \leq \varphi < 19^\circ$
- D $19^\circ \leq \varphi$



28. $V = \{(1, 1), (1, -1), (-1, 1), (-1, -1)\}$.

$$W = \{(x, y) \mid -x + y = 2\}.$$

Het aantal elementen van $V \cap W$ bedraagt

- A 0
- B 1
- C 2
- D meer dan 2

29. Van een eerstegraads functie f is $f(-2) = -1$ en $f(1) = 2$.

Het functievoorschrift van f luidt

- A $x \rightarrow 2x$
- B $x \rightarrow x + 1$
- C $x \rightarrow x - 1$
- D $x \rightarrow -x + 3$

30. $\sqrt{5} + \sqrt{8} = p$.

Voor p geldt

A $4,5 < p$

B $3,5 < p \leq 4,5$

C $2,5 < p \leq 3,5$

D $p \leq 2,5$

HERKANSING OF UITGESTELD EXAMEN LAGER BEROEPSONDERWIJS 1978 (volgens C-programma)

Donderdag 31 augustus, 9.30–11.30 uur

Wiskunde (l.e.a.o., l.h.n.o. en l.m.o.)

(meerkeuzetoets)

1. In welk van onderstaande rijen waarnemingsgetallen is de modus gelijk aan de mediaan?

A 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4

B 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4

C 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4

D 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4

2. $a = b - 4$, $b = c + 7$, $c = 48$.

$a =$

A 44

B 51

C 59

D 37

3. Van een balk zijn de lengten van de ribben 3, 4 en 5.

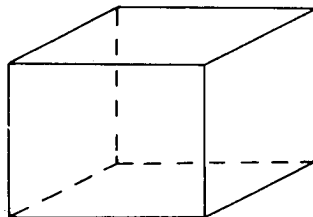
Het aantal diagonaalvlakken dat een vierkant is, bedraagt

A 0

B 1

C 2

D meer dan 2



4. 3 is een element van

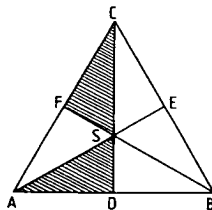
A $\{x \mid x + 6 < 2x + 3\}$

B $\{x \mid x + 6 < 2x - 3\}$

C $\{x \mid -x + 6 < -2x + 3\}$

D $\{x \mid -x + 6 < 2x + 3\}$

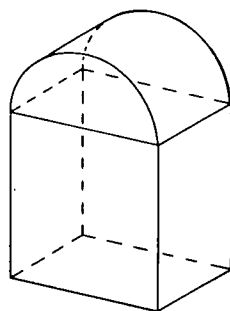
5. $\{x \mid \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x \leq 0\} =$
 A $\{x \mid x \leq -1\}$
 B $\{x \mid x \geq -1\}$
 C $\{x \mid x \leq 1\}$
 D $\{x \mid x \geq 1\}$
6. De vergelijking $x - 3 = -4x$ heeft als oplossing
 A -1
 B $-\frac{3}{5}$
 C $\frac{3}{5}$
 D 1
7. De oplossingsverzameling van $x^2 + 3x - 4 = 0$ is
 A $\{-4, 1\}$
 B $\{-1, 4\}$
 C $\{1, 4\}$
 D $\{-4, -1\}$
8. De grafiek van $\{(x, y) \mid x + 2 = 0\}$ bevat punten van het
 A eerste en tweede kwadrant
 B tweede en derde kwadrant
 C derde en vierde kwadrant
 D eerste en vierde kwadrant
9. De lijn $y = x + 3$ wordt gespiegeld in de x -as.
 Het beeld van deze lijn gaat door het punt
 A $(1, 4)$
 B $(1, -4)$
 C $(4, 1)$
 D $(4, -1)$
10. Bij de translatie $\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ is het punt $(-1, -4)$ het beeld van het punt
 A $(0, -8)$
 B $(0, -4)$
 C $(-2, 0)$
 D $(-2, -8)$
11. Nevenstaande gelijkzijdige driehoek is in zes congruente driehoeken verdeeld.
 $\triangle ADS$ is het beeld van $\triangle CFS$ bij een rotatie ten opzichte van S over
 A 60°
 B -60°
 C 120°
 D -120°



12. Van een ruit is de oppervlakte 36 en de lengte van een der diagonalen 9.
De lengte van de andere diagonaal is
- A 4
 - B 6
 - C 8
 - D 9

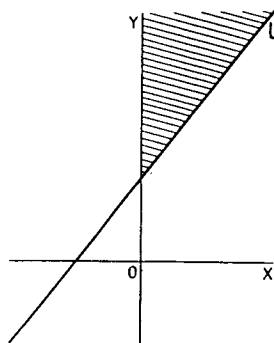
13. Een balk heeft de volgende afmetingen:
lengte a , breedte b en hoogte c .
De totale oppervlakte van deze balk is
- A $a^2 + b^2 + c^2$
 - B $2a^2 + 2b^2 + 2c^2$
 - C $ab + bc + ac$
 - D $2ab + 2bc + 2ac$

14. Nevenstaande figuur is opgebouwd uit een
kubus met ribbe x en een halve cilinder.
De totale inhoud van deze figuur is
- A $x^3 + \frac{1}{2} \pi x^3$
 - B $x^3 + \frac{1}{4} \pi x^3$
 - C $x^3 + \frac{1}{8} \pi x^3$
 - D $x^3 + \frac{1}{16} \pi x^3$



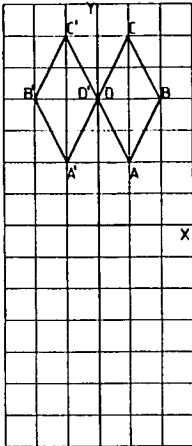
15. De grafiek van $\{(x, y) \mid x > 0 \wedge y < 0\}$ bevat punten van het
- A eerste kwadrant
 - B tweede kwadrant
 - C derde kwadrant
 - D vierde kwadrant

16. In nevenstaand assenstelsel XOY is l
de grafiek van $y = x + 1$.
Voor de coördinaten van de punten van het
gearceerde vlakdeel geldt
- A $x \geq 0 \wedge y \geq x + 1$
 - B $x \geq 0 \wedge y \leq x + 1$
 - C $x \leq 0 \wedge y \geq x + 1$
 - D $x \leq 0 \wedge y \leq x + 1$

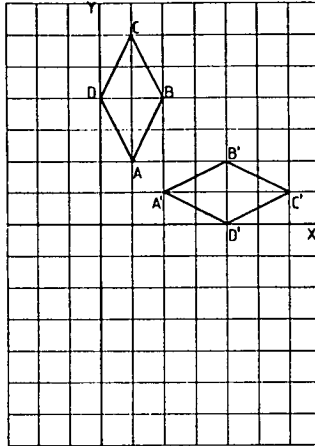


17. Iemand koopt voor precies $f40,-$ platen.
Hij kan platen kopen van $f5,-$ en van $f10,-$ per stuk.
Hoeveel verschillende mogelijkheden heeft hij om platen te kopen?
- A 3
 - B 4
 - C 5
 - D 8
18. Gegeven is de functie $x \rightarrow 3x - 3$ met $\mathbb{N}$ als domein.
Welk van onderstaande getallen is een element van het bereik?
- A 4
 - B 6
 - C 8
 - D 10
19. $\{x \in \mathbb{N} \mid x + 2 = 2\} =$
- A $\emptyset$
 - B $\{-2\}$
 - C $\{0\}$
 - D $\mathbb{N}$
20. $\{x \mid (-x^2) = -x\} =$
- A $\{0\}$
 - B $\{0, 1\}$
 - C $\{-1, 0\}$
 - D $\{-1, 0, 1\}$
21. De ongelijkheid $10 < 2x + 4 < 30$ is gelijkwaardig met
- A $7 < x < 17$
 - B $7 < x < 13$
 - C $3 < x < 17$
 - D $3 < x < 13$
22. Van welke van onderstaande functies gaat de grafiek door $O(0, 0)$?
- A $x \rightarrow -x^2 + x - 4$
 - B $x \rightarrow x^2 - x$
 - C $x \rightarrow x^2 + 4$
 - D $x \rightarrow -x^2 - 4$

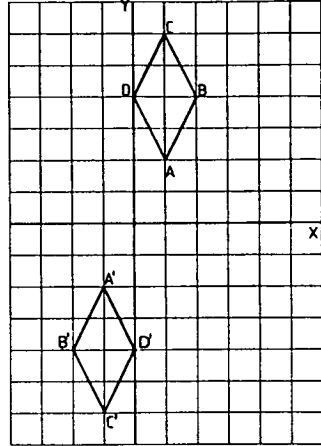
23. Bij spiegeling in de lijn $y = x$ heeft de ruit $ABCD$ als beeld de ruit $A'B'C'D'$.
In welke van onderstaande figuren is dit juist weergegeven?



FIGUUR 1

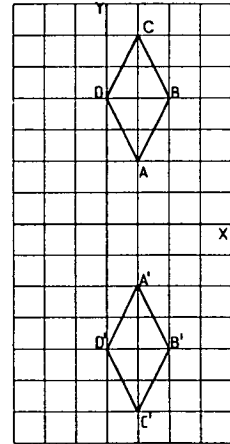


FIGUUR 2



FIGUUR 3

- A in FIGUUR 1
- B in FIGUUR 2
- C in FIGUUR 3
- D in FIGUUR 4



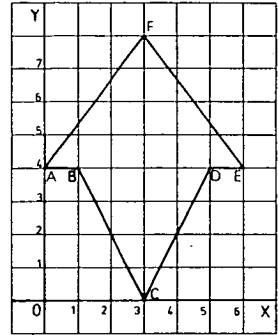
FIGUUR 4

24. Gegeven is een ruit $PQRS$.
Bij een vermenigvuldiging van $PQRS$ kan het beeld van lijnstuk PQ zijn het lijnstuk
- A PS
 - B QR
 - C QS
 - D RS

25. In nevenstaande figuur is zeshoek $ABCDEF$ getekend.

De omtrek van deze zeshoek is

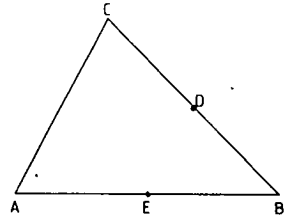
- A $6 + \sqrt{20}$
- B $10 + 2\sqrt{20}$
- C $12 + 2\sqrt{20}$
- D $14 + 2\sqrt{20}$



26. In nevenstaande driehoek ABC is D het midden van de zijde BC en E het midden van de zijde AB .

De oppervlakten van de driehoeken EBD en ABC verhouden zich als

- A 1 en 2
- B 1 en 3
- C 1 en 4
- D 1 en 8

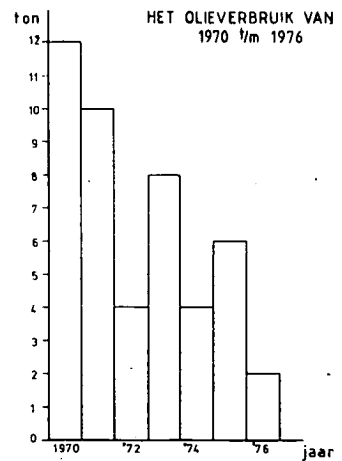


27. Viermaal daalt het olie-verbruik ten opzichte van het jaar ervoor.

In welk jaar is de daling in procenten ten

opzichte van het voorgaande jaar het grootst?

- A 1971
- B 1972
- C 1974
- D 1976



28. Van een aantal kinderen is de schoenmaat genomen:

schoenmaat	35	36	37	38	39	40	41
meisjes	4	3	3	1	0	1	0
jongens	0	1	3	2	4	4	3

De modus van de schoenmaat voor alle kinderen samen is

- A 37
B 38
C 39
D 40
29. Van een eerstegraads functie f is $f(-2) = -1$ en $f(1) = 2$.
Het functievoorschrift van f luidt
- A $x \rightarrow 2x$
B $x \rightarrow x + 1$
C $x \rightarrow x - 1$
D $x \rightarrow -x + 3$
30. Peter heeft x gulden.
Henk heeft 4 gulden *meer* dan Peter.
Bert heeft 3 gulden *minder* dan Henk.
Hoeveel gulden hebben Henk en Bert samen?
- A $x + 1$
B $2x + 1$
C $2x + 5$
D $3x + 5$

EXAMEN MIDDELBAAR ALGEMEEN VOORTGEZET ONDERWIJS IN 1978

MAVO 4

Dinsdag 5 september, 9.30–11.30 uur

Wiskunde II

1. In een rechthoekig assenstelsel Oxy zijn gegeven
de lijn l met vergelijking $y = 2x - 8$ en
de cirkel γ met vergelijking $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 10$.
De punten A en B zijn de snijpunten van l en γ .
- Bereken de coördinaten van A en B .
 - Het middelpunt van γ is M . Bewijs dat $\angle AMB = 90^\circ$.
 - Bereken de oppervlakte van het kleinste van de twee vlakdelen ingesloten door l en γ .

2. Met domein $[-4, 6]$ zijn gegeven de functies
 $f: x \rightarrow \frac{1}{2}x^2 - x - 4$ en $g: x \rightarrow -\frac{1}{2}x + 2$.
- Los op $f(x) = g(x)$.
 - Teken de grafieken van f en g in één rechthoekig assenstelsel Oxy .
 - Bereken $\frac{f(0)}{g(0)}$.
 - Lees uit de grafiek af voor welke x geldt: $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$.
3. In een rechthoekig assenstelsel Oxy zijn gegeven het punt $A(2, -1)$ met de plaatsvector $\vec{OA}$ en de verzameling V van de plaatsvectoren $\vec{v}_k = \begin{pmatrix} k+3 \\ 2k+1 \end{pmatrix}$, waarbij $k \in \mathbb{R}$.
- Toon aan dat $\vec{OA} \in V$.
De lijn door A en loodrecht op $\vec{OA}$ is l .
 - Stel een vergelijking op van l en bewijs dat voor elke k het eindpunt van $\vec{v}_k$ op l ligt.
 - Voor welke k geldt: $|\vec{v}_k| = 5$?
4. Van een balk $ABCD.EFGH$ is $AB = 6$ en $BC = CG = 2$.
Op de ribbe GH ligt een variabel punt P met $HP = x$.
- Neem als eenheid van lengte 1 cm en teken het diagonaalvlak $ABGH$ op ware grootte.
 - Bewijs dat voor elke x geldt: oppervlakte $\triangle ABP = 6\sqrt{2}$.
 - Neem $x = 1$ en bereken $\angle APB$ in graden nauwkeurig.
 - Voor welke x geldt: $\angle APB = 90^\circ$?

EXAMEN MIDDELBAAR ALGEMEEN VOORTGEZET ONDERWIJS IN 1978

MAVO 3

Woensdag 30 augustus, 9.30–11.30 uur

Wiskunde III

HERKANSING OF UITGESTELD EXAMEN LAGER BEROEPSONDERWIJS 1978 (volgens C-programma)

Woensdag 30 augustus, 9.30–11.30 uur

Wiskunde (l.t.o.)

(Open vragen)

1. Met domein $[-2, 5]$ zijn gegeven
 $f: x \rightarrow -x^2 + 3x + 4$ en $g: x \rightarrow -x + 4$.
 - a. Los op $f(x) = g(x)$.
 - b. Teken de grafieken van f en g in één rechthoekig assenstelsel Oxy .
 - c. Lees uit de figuur af voor welke x geldt: $0 \leq f(x) \leq g(x)$.

2. Van een balk $ABCD.EFGH$ is $AB = 8$, $BC = 6$ en $CG = 5$.
 De zijvlaksdagonalen EG en FH snijden elkaar in het punt S .
 Op het lijnstuk SG ligt het punt P zo dat $\angle PAC = 30^\circ$.
 - a. Bereken EP en PG .
 - b. Toon door berekening aan dat $AS = BS$.
 - c. Neem als eenheid van lengte 1 cm en teken $\triangle ABS$ op ware grootte.

3. In een rechthoekig assenstelsel Oxy zijn gegeven
 de punten $A(6, 0)$, $B(0, 4)$ en $C(6, 8)$ en
 de lijn l met vergelijking $x + y + 7 = 0$.
 - a. Bewijs dat $\triangle ABC$ gelijkbenig is.
 - b. Bereken de hoeken van $\triangle ABC$ in graden nauwkeurig.
 Van een vermenigvuldiging is gegeven dat $O(0, 0)$ het centrum is.
 De beeldpunten van A , B en C zijn achtereenvolgens A' , B' en C' , waarbij ge-
 geven is dat C' op l ligt.
 - c. Bereken de coördinaten van C' .
 - d. Bereken de vermenigvuldigingsfactor en teken de beeldfiguur van $\triangle ABC$.

4. In een rechthoekig assenstelsel Oxy zijn gegeven
 de punten $A(6, 0)$ en $B(0, 8)$ en
 de lijn l met vergelijking $3x - 4y + 12 = 0$.
 l snijdt de x -as, de y -as en de lijn AB achtereenvolgens in de punten C , D en E .
 - a. Bereken de coördinaten van C , D en E .
 - b. Bewijs dat $\angle OAB = \angle ODC$.
 - c. Bewijs dat $\angle BED = 90^\circ$.
 - d. Bereken de oppervlakte van vierhoek $OAED$.

HERKANSING OF UITGESTELD EXAMEN LAGER BEROEPSONDERWIJS 1978 (volgens C-programma)

Woensdag 30 augustus, 9.30–11.30 uur

Wiskunde (l.e.a.o., l.h.n.o. en l.m.o.)

(Open vragen)

Opgave 1

Gegeven: In een ziekenhuis werden in een maand baby's geboren met de volgende lengten in centimeters:

47	52	49	52	49	48
51	49	48	48	47	47
49	50	51	50	51	50
46	51	50	47	50	49

Gevraagd:

a. Neem onderstaande tabel over en verwerk de bovenstaande gegevens daarin.

Tabel: de lengten van 24 baby's

Lengte in cm.	frequentie
46	
47	

b. Maak van de gegevens uit de tabel een histogram.

c. Bereken de gemiddelde lengte van de baby's (afronden op hele centimeters).

d. Noteer de mediaan.

e. Verwerk bovenstaande gegevens in een cirkeldiagram, zodanig dat daarin aangegeven wordt:

I Het aantal baby's, dat bij de geboorte 50 cm. of kleiner was.

II Het aantal baby's, dat bij de geboorte groter dan 50 cm. was.

Opgave 2

Gegeven: In een rechthoekig assenstelsel XOY de punten $A(-1, 2)$, $B(3, -1)$, $C(3, 4)$, $D(-1, 7)$, en $P(1, 3)$.

Gevraagd:

a. Teken de ruit $ABCD$.

b. Bij een rotatie over een hoek van $+90^\circ$ met als centrum het punt P , zijn de punten A' , B' , C' en D' de beelden van resp. A , B , C en D .

Noteer de coördinaten van de punten A' , B' , C' en D' .

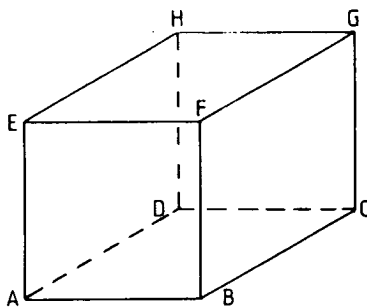
c. Bereken de oppervlakte van vierhoek $BB'DD'$.

d. Hoe verhouden zich de oppervlakten van driehoek $CB'D$ en driehoek $PB'D$?

e. Bereken de omtrek van driehoek $C'B'D$.

Opgave 3

Gegeven:



De balk $ABCD.EFGH$

$$AB = BF = 4 \quad BC = 8$$

Het punt P is het midden van het lijnstuk BC .

Het punt Q is het midden van het lijnstuk AD .

Gevraagd:

- Bereken de totale oppervlakte van de gegeven balk.
- Wat voor een bijzondere figuur is driehoek BPF ?
- Bereken PF .
- Bereken de oppervlakte van driehoek BPF .
- Bereken de inhoud van het prisma $BPF.AQE$.
- Bereken de oppervlakte van QPF .
- Bereken PE .

Opgave 4

Gegeven: De functies f en g gedefinieerd door

$$f(x) = -2\frac{1}{2}x + 4 \text{ en } g(x) = \frac{1}{2}x - 2$$

Het domein van beide functies is $[-2, 4]$

Gevraagd:

- Teken de grafieken van f en g in één rechthoekig assenstelsel XOY .
- Bereken de coördinaten van het snijpunt van de grafieken van f en g .
- Bereken voor welke x geldt: $f(x) > g(x)$.
- Toon door berekening aan of het punt $P(-54, -29)$ op een van de grafieken van f en g ligt, indien het domein van beide functies $[-54, 54]$ wordt.

Opgave 5

Gegeven: De functies f en g gedefinieerd door

$$f(x) = 4 - x^2 \text{ en } g(x) = x - 2$$

Het domein van beide functies is $[-3, 3]$

Gevraagd:

- Bereken de coördinaten van de snijpunten van de grafiek van f en de x -as.
- Bereken de coördinaten van de top van de grafiek van f .
- Teken de grafieken van f en g in één rechthoekig assenstelsel XOY .
- Bereken de coördinaten van de snijpunten van de grafieken van f en g .
- Voor welke x geldt: $g(x) > f(x)$?

EXAMEN HOGER ALGEMEEN VOORTGEZET ONDERWIJS IN 1978

Donderdag 31 augustus, 9.30–12.30 uur

Wiskunde

1. In R_3 zijn ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel Oxy gegeven de punten $A(3, 0, 0)$, $B(0, 6, 0)$, $C(0, 0, 3)$ en $D(3, 6, -6)$.
- Bereken de cosinus van de hoek van de vlakken ABC en CDO .
 - Bewijs dat de lijn DO evenwijdig is aan het vlak ABC en bereken de afstand van de lijn DO en het vlak ABC .
 - Van een punt E is gegeven dat het vlak ABC het middelloodvlak is van het lijnstuk DE .
Bereken de coördinaten van E .

2. In een doos zitten tien kaarten.

Op elke kaart staat één cijfer.

De cijfers zijn 5, 5, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 8 en 9.

Men trekt aselekt zonder terugleggen twee kaarten.

- Bereken de kans dat op beide kaarten een 7 staat.
- Bereken de kans dat op ten minste één van de beide kaarten een 7 staat.
- Bereken de kans dat het gemiddelde van de cijfers op de twee kaarten 7 is.

3. In R_2 zijn ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel Oxy voor elke $p \in \mathbb{R}$ gegeven

de lijn l_p met vectorvoorstelling $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} p \\ 1 \end{pmatrix}$ en

de lijn m_p met vectorvoorstelling $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ p \end{pmatrix}$

- Bereken de coördinaten van het snijpunt van de lijnen l_4 en m_4 .
Teken de lijnen l_4 en m_4 ten opzichte van het assenstelsel.
- Voor welke p geldt: l_p en m_p vallen samen?
- Voor welke p geldt: l_p en m_p snijden elkaar in een punt van de x -as?

4. Gegeven zijn de functies van $[0, 2\pi]$ naar $\mathbb{R}$

$$f: x \rightarrow \frac{1}{1 + 2 \sin x} \text{ en } g: x \rightarrow \sin x.$$

- Bereken de coördinaten van de gemeenschappelijke punten van de grafieken van f en g .
- Onderzoek de functie f en teken ten opzichte van één rechthoekig assenstelsel Oxy de grafieken van f en g .
- Los op: $f(x) < g(x)$.

5. Gegeven zijn de functies van $\mathbb{R}$ naar $\mathbb{R}$
 $f: x \rightarrow 2\log x$ en $g: x \rightarrow 2\log(5 - x)$.
- De grafieken van f en g snijden elkaar in de punten A en B .
 Bereken de coördinaten van A en B .
 - Geef van elke functie het domein en het bereik.
 Teken ten opzichte van één rechthoekig assenstelsel Oxy de grafieken van f en g .
 - Een lijn l met vergelijking $x = p$ waarbij $p \in \mathbb{R}$, snijdt het lijnstuk AB .
 De lijn l snijdt de grafiek van f in punt C en de grafiek van g in punt D .
 Voor welke p geldt: de lengte van het lijnstuk CD is maximaal?

EXAMEN VOORBEREIDEND WETENSCHAPPELIJK ONDERWIJS IN 1978

Donderdag 31 augustus, 9.30–12.30 uur

Wiskunde I

- Gegeven is de differentiaalvergelijking $ydy = (xy^2 - x)dx$.
 - Bereken de coördinaten van het singuliere punt.
 Teken de verzameling H van de punten waarin de lijnelementen die aan de differentiaalvergelijking voldoen evenwijdig aan de x -as zijn.
 Teken de verzameling V van de punten waarin de lijnelementen die aan de differentiaalvergelijking voldoen evenwijdig aan de y -as zijn.
 Geef door arcering aan in welke delen van het vlak de lijnelementen die aan de differentiaalvergelijking voldoen een positieve richtingscoëfficiënt hebben.
 - Bereken de coördinaten van de niet-singuliere punten waarin een integraalkromme de lijn met vergelijking $y = x$ raakt.
 - Los de differentiaalvergelijking op.
- De kromme K is ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel Oxy de grafiek van de relatie $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2(x + 1) + x - 1 = 0\}$.
 - Bereken de coördinaten van de snijpunten van K met de coördinaatassen.
 Bereken de hoeken waaronder K de coördinaatassen snijdt.
 - Bewijs dat de x -as symmetrie-as van K is.
 Leid een vergelijking af van de asymptoot van K .
 Teken K .
 - Het vlakdeel ingesloten door K en de y -as wordt om de x -as gewenteld.
 Bereken de inhoud van het omwentelingslichaam.

3. In een fabriek worden door drie machines, A, B en C, flesdoppen gemaakt. Op een dag maakt machine A een aantal doppen waarvan 5% ondeugdelijk is, en maakt machine B een aantal doppen waarvan 10% ondeugdelijk is en maakt machine C een aantal doppen waarvan 15% ondeugdelijk is.
- a. Uit de productie van elke machine wordt aselect één dop gepakt. Hoe groot is de kans dat tenminste twee van de drie doppen ondeugdelijk zijn?
- Men wil machine C bijstellen als meer dan 15% van het aantal door C gemaakte doppen ondeugdelijk is.
- De kans dat men ten onrechte besluit machine C bij te stellen, dient kleiner dan 0,05 te zijn.
- Uit een steekproef van n door C gemaakte doppen blijken er k ondeugdelijk te zijn.
- b. Bereken in het geval dat $n = 100$ is de kleinste waarde van k waarbij men besluit machine C bij te stellen.
- c. Bereken in het geval dat $k = 6$ is de grootste waarde van n waarbij men besluit machine C bij te stellen.
4. Gegeven zijn met domein $\langle 0, \pi \rangle$ de functies
 $f: x \rightarrow \sqrt{1 + \cos x}$ en $g: x \rightarrow \sqrt{1 - \cos x}$.
- a. Los op: $f(x) - g(x) = 1$.
- b. Bewijs dat voor elke x geldt: $f'(x) - 2g'(x) = 0$.
- c. Ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel Oxy is F de grafiek van f . Bereken de oppervlakte van het vlakdeel ingesloten door F , de x -as en de lijn $x = \frac{1}{3}\pi$.

EXAMEN VOORBEREIDEND WETENSCHAPPELIJK ONDERWIJS IN 1978

Dinsdag 5 september, 9.30–12.30 uur

Wiskunde II

1. In $\mathbb{R}_3$ zijn ten opzichte van een orthonormale basis gegeven de vlakken
- $$U: x_2 - x_3 = -2,$$
- $$V: x_1 - 3x_2 - x_3 = 0 \text{ en}$$
- $$W: x_1 + x_2 + x_3 = 0.$$
- a. Bereken de tangens van de hoek van W en de snijlijn van U en V .
 In U ligt de cirkel γ met middelpunt $(1, 2, 4)$ en straal 3.
- b. Bewijs dat de x_3 -as een punt met γ gemeen heeft.
 Stel een vectorvoorstelling op van de lijn in U die γ in dat punt raakt.
- c. Bewijs dat V precies één punt met γ gemeen heeft.

2. In $\mathbb{R}_3$ zijn ten opzichte van een orthonormale basis met oorsprong O gegeven het vlak $V: x_1 - 2x_3 = 0$ en

de lijnen $l: \bar{x} = \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $m: \bar{x} = \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ en $n: \bar{x} = \nu \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- a. Op l ligt een punt A en op de x_1 -as ligt een punt B zo dat $AO = BO$.
Op het lijnstuk AB ligt een punt C zo dat $BC = 2AC$.

Stel een vectorvoorstelling op van de verzameling van de punten C .

De afbeelding F voegt aan elk punt P van $\mathbb{R}_3$ het punt P' in V toe zo dat de lijn PP' evenwijdig is aan n .

- b. Stel een vectorvoorstelling op van het F -beeld van l .

- c. Bereken de hoek van het volledig F -origineel van de x_2 -as en het volledig F -origineel van m .

3. In $\mathbb{R}_3$ is ten opzichte van een orthonormale basis voor elke $a, b \in \mathbb{R}$ gegeven

de afbeelding $A_{a,b}$ met matrix $\begin{pmatrix} a & 1-a & 1-a \\ b & -b & 1-b \\ b & 1-b & -b \end{pmatrix}$.

- a. Bewijs dat voor elke $a, b \in \mathbb{R}$ geldt:

het $A_{a,b}$ -beeld van het vlak $V: \bar{x} = \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ valt met V samen.

Stel een vectorvoorstelling op van de lijn in V die onder elke $A_{a,b}$ punts-gewijs invariant is.

- b. Bewijs dat voor elke $a, b \in \mathbb{R}$ de dimensie van de kern van $A_{a,b}$ ten hoogste 1 is.
c. Voor welke a en b geldt: de beeldruimte van $A_{a,b}$ is een vlak dat met de kern van $A_{a,b}$ een hoek φ maakt waarbij $\sin \varphi = \frac{1}{3}$?

Wim Klein (Pascal)

Nederlands Rekenwonder, zou ook de leerlingen van uw school willen laten genieten van zijn voordracht.

Inlichtingen: WIM KLEIN,

Brouwersgracht 32^I - Amsterdam (c) - Tel. 020-262810

K. de Bruin A. Kelfkens D. Leujes P.C. Schnetz H. Steur
A.H. Syswerda R.A.J. Vuijk

getal en ruimte

de leergang die af is en bij blijft.

- degelijke aanpak
- functioneel gebruik van steunkleur.
- veel opgaven.
- uitvoerige losse antwoorden-lijsten.
- differentiatie volgens BHV model in brugklas en tweede klas mavo.
- handleidingen.

Voor informatie:
Tel. 03450-3143

educaboek culemborg

INHOUD

Inleiding 137

Constructie van de opgaven, bepaling van de normen en de cesuur 138

Uitleg over de verstrekte cijfers 139

De meerkeuzetoetsen voor MAVO-4, MAVO-3/LTO-C en het overig LBO 140

De openvragentoetsen voor MAVO-4, MAVO-3/LTO-C en het overig LBO 161

De examentoets HAVO 169

De examentoets VWO wiskunde I 172

De examentoets VWO wiskunde II 176

Kort verslag vergadering d.d. 14 juni 1978 voor de cesuur-bepaling wiskunde-examens in open vraagvorm 179

Uittreksel uit de resultaten van de enquête betreffende de open vragen die gehouden is door het CITO 182

Samenvatting van de examenbesprekingen LTO-C/MAVO-3 door F. F. J. Gaillard 185

Samenvatting van de examenbesprekingen MAVO-4 door L. Bozuwa 187

De examenbesprekingen VWO wiskunde I en II en HAVO georganiseerd door de NVvW door Th. J. Korthagen 189

Reacties van lezers 191

Enkele opmerkingen naar aanleiding van het examen VWO wiskunde I door H. W. van Tilburg 193

De examenopgaven voor de tweede periode 195

ADRESSEN AUTEURS:

L. Bozuwa, Abeelstraat 7, 3329 AA Dordrecht

F. F. J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda

Th. J. Korthagen, Torenlaan 12, 7231 CB Warnsveld

H. W. van Tilburg, Huize Limburgstraat 21, 4902 BA Oosterhout (NB)