

**Maandblad voor
de didactiek
van de wiskunde**

**Orgaan van
de Nederlandse
Vereniging van
Wiskundeleraren**

53e jaargang

1977 / 1978

no 8

april

**Examennummer
Uitgebreide
Boekbeschouwing**

Wolters-Noordhoff

EUCLIDES

Redactie: B. Zwaneveld, voorzitter - Drs. S. A. Müller, secretaris - Dr. W. A. M. Burgers - Drs. F. Goffree - Dr. P. M. van Hiele - Drs. W. E. de Jong - W. Kleijne - Drs. D. P. M. Krins - Drs. J. van Lint - L. A. G. M. Muskens - P. Th. Sanders - Dr. P. G. J. Vredenduin.

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 10 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Secretaris: Drs. J. W. Maassen, Traviatastraat 132, Den Haag.

Penningmeester en ledenadministratie: Drs. J. van Dormolen, Lange Voort 207, Oegstgeest. Postrekening nr. 143917 t.n.v. Ver. v. Wiskundeleraren, te Amsterdam.

De contributie bedraagt f 35,— per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden, die ook lid zijn van de V.V.W.L. f 21,—; contributie zonder Euclides f 15,—.

Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de penningmeester. Opzeggingen vóór 1 augustus.

Artikelen ter opname worden ingewacht bij Drs. G. Zwaneveld, Haringvlietstraat 9^{II}, Amsterdam, tel. 020-738912. Zij dienen met de machine geschreven te zijn.

Boeken ter recensie aan Dr. W. A. M. Burgers, Prins van Wiedlaan 4, Wassenaar, tel. 01751-13367.

Mededelingen, enz. voor de redactie aan Drs. S. A. Müller, Van Lynden van Sandenburglaan 63, Utrecht, tel. 030-710965.

Opgave voor deelname aan de leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan Dr. A. J. E. M. Smeur, Dennenlaan 17, Dorst (N.B.).

Abonnementsprijs voor niet-leden f 32,—. Een collectief abonnement (6 exx. of meer) is per abonnement f 18,50. Niet-leden kunnen zich abonneren bij: Wolters-Noordhoff bv, afd. periodieken, Postbus 58, 9700 MB Groningen. Tel. 050-162189. Giro: 1308949.

Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen.

Abonnementen gelden telkens vanaf het eerst volgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag.

Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven.

Losse nummers f 5,50 (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

Advertenties zenden aan:

Intermedia bv, Prinses Margrietlaan 1, Postbus 371, 2404 HA Alphen a/d Rijn. Tel. 01720-62078/62079. Telex 33014.

0 Inleiding

0.1

Dit is een uitvoerige bespreking van de serie *Moderne Wiskunde voor het LBO* van G. Krooshof e.a., uitgegeven door Wolters-Noordhoff te Groningen. Dit is geen boekbespreking, zoals er elke maand een aantal in Euclides te vinden zijn.

De redactie is van mening, dat in Euclides, als maandblad voor de didactiek van de wiskunde, het belangrijkste didactische hulpmiddel van elke leraar, het boek, niet afgedaan kan worden met een achter een schrijftafel geschreven stukje over één of ander deel uit een hele serie.

De redactie vindt dan ook, dat een dergelijk belangrijk instrument, waar de auteurs al hun creativiteit inleggen en de uitgever zijn technische kennis, dat dagelijks door de leraar, maar vooral door vele leerlingen gebruikt wordt om wiskunde mee te doen, in zijn totaliteit beschouwd moet worden. Hierbij moet ruimte zijn voor zowel de leraren die ermee werken om hun klasse-ervaring naar voren te brengen, als voor de auteurs om hun visie te geven.

Voor de redactie was dit tevens een gelegenheid om haar persoonlijke visie op wat wiskundeonderwijs zou moeten (of kunnen) zijn, naar voren te brengen.

Deze inleiding bevat naast de 'intentieverklaring' van hierboven een verslag van onze werkwijze.

Hoofdstuk 1 geeft zo objectief mogelijk de inhoud van de serie weer.

Hoofdstuk 2, het belangrijkste hoofdstuk, geeft een bewust subjectieve visie op de methode. Hierin is getracht de door ons gekozen criteria voor goed wiskundeonderwijs te onderbouwen met voorbeelden uit de methode. Een verslag van een gesprek met leraren, die met *Moderne Wiskunde* werken is door hoofdstuk 2 heen gegaan.

In *hoofdstuk 3* tenslotte komt onverkort de visie van de auteurs naar voren. Het artikel wordt besloten met verwijzingen naar artikelen uit de laatste jaargangen van Euclides, die aansluiten bij 'onze' criteria.

0.2

We zijn begonnen met het formuleren van onze criteria voor goed wiskundeonderwijs. Daarbij hebben we steeds geprobeerd in het boek situaties op te sporen, die bij onze criteria passen.

Na brainstormen konden we tot klustering van deze criteria komen in 4 hoofdstukken, uitgaande van onze hoofdstelling: *Wiskunde is een menselijke activiteit*. De wiskunde, zoals de leerling dieervaart: *wiskunde leren door wiskunde doen*, was ons uitgangspunt.

De wiskundeleraar, die het allemaal maar met zijn leerlingen moet doen: *Hij is ook maar een mens*.

Het boek spreekt de leerling aan om op zijn nivo wiskunde te doen, maar: *Ook een leerling is maar een mens*, hoewel: *Elke leerling is er één*.

Tenslotte: alles moet gebeuren m.b.v. een boek; dat geeft mogelijkheden, maar meer nog beperkingen: *Een boek is een boek is een*

Deze criteria overlappen elkaar. Steeds is geprobeerd stukjes in de methode te vinden, die op mikro-didaktische schaal aansluiten bij onze criteria. Bij deze subjectieve benadering van de methode horen drie andere stukken: de objectieve inhoud, de ervaringen van de lerarengebruikers, de visie van de auteurs.*)

De hoofdstukken 0, 1 en 2 hebben we toegestuurd aan ongeveer 30 leraren, die met Moderne Wiskunde voor het LBO werken en met een aantal van hen, J. Raes, H. Hildenbrandt (beiden Gem. Techn. School, Bladel), A. Plezier (Technische School, Ridderkerk) en A. Roosink (S.G. Zaanstreek), hebben we een ronde-tafel-gesprek gehouden over de methode, onze visie daarop en hun ervaringen ermee**). Een verslag daarvan is kursief door hoofdstuk 2 heen geweven. Het commentaar van de auteurs op het geheel vindt u in hoofdstuk 3.

De volgende leden van de redactie dragen de verantwoordelijkheid voor dit nummer: Fred Goffree, Daan Krins, Leo Muskens en Bert Zwaneveld.

*) Natuurlijk ook de mening van de leerlingen.

**) Zij vinden dat pas zinvol over een methode gepraat kan worden als je weet wat nu eigenlijk de bedoeling van wiskunde in het LBO is. Wiskunde moet ondersteunend zijn voor de andere vakken, hoewel het dan gauw het aanleren van trucjes wordt.

1 Inhoud

In deze paragraaf zullen we nagaan welke leerstof in de deeltjes 1, 2P, 3P en 4P van de methode aan de orde komen.

1.1 Getalverzamelingen en bewerkingen

Het eerste deeltje begint met een hoofdstuk getiteld 'Natuurlijke getallen'. In dit hoofdstuk komen de begrippen veelvoud, deler en priemgetallen aan de orde. Verder maakt de leerling kennis met verzamelingen, gelijke verzamelingen en deelverzamelingen. In hoofdstuk 7 wordt de doorsnede van twee verzamelingen aan de orde gesteld. Met behulp van een getallenlijn worden in dit hoofdstuk de begrippen groter dan en kleiner dan geïntroduceerd. Hoofdstuk 8 is gewijd aan bewerkingen. De leerlingen maken in dit hoofdstuk kennis met opteltabellen en vermenigvuldigtabelen. Verder worden in dit hoofdstuk de begrippen neutraal element, faktor, coëfficiënt en term ingevoerd. Ook wordt er aandacht besteed aan kommutatieve bewerkingen (wissel eigenschap) en het berekenen van g.g.d. en k.g.v. In hoofdstuk 12 komt de distributieve eigenschap aan de orde en in hoofdstuk 13 het oplossen van ongelijkheden.

In deel 2 wordt veel aandacht besteed aan het werken met negatieve getallen. In hoofdstuk 2 worden de negatieve getallen geïntroduceerd en wordt het optellen van negatieve getallen aan de orde gesteld. In hoofdstuk 5 wordt het aftrekken van negatieve getallen behandeld en in hoofdstuk 8 het vermenigvuldigen en delen van negatieve getallen. Verder wordt in deel 2 aandacht besteed aan machten en wortels. Voor wat betreft de machten worden in hoofdstuk 15 de begrippen grondtal en eksponent geïntroduceerd en wordt het ontbinden in priemfactoren en de standaardvorm ($a \cdot 10^n$, waarbij $1 \leq a < 10$ en $n \in \mathbb{Z}$) behandeld. In hoofdstuk 16 wordt het berekenen van wortels ingevoerd als het omgekeerde van het berekenen van machten.

1.2 Vergelijkingen

In deel 1, hoofdstuk 3, wordt eerst het verschil tussen ware en niet-ware be-

weringen uitgelegd. Vervolgens worden ‘Open beweringen’, ‘Variabelen’ en ‘Variabelen over $\mathbb{N}$ ’ gedefinieerd:

- *In een open bewering komt een open plaats voor;*
- *als we voor x alleen maar natuurlijke getallen mogen kiezen, dan zeggen we: x is een variabele over $\mathbb{N}$.*

In paragraaf 3.2 komen de vergelijkingen aan de orde:

- *Een vergelijking is een open bewering waarin is gelijk aan voorkomt;*
- *Een vergelijking oplossen in het berekenen van de oplossingsverzameling.*

In deze paragraaf wordt ook het begrip ‘lege verzameling’ en de verzameling ‘ $\mathbb{Q}$ ’ geïntroduceerd. Aan het slot van het hoofdstuk wordt een paragraaf gewijd aan ‘klokrekenen’.

In deel 2, hoofdstuk 10, paragraaf 4, wordt aandacht besteed aan vergelijkingen. In deze paragraaf wordt van de leerlingen gevraagd zelf vergelijkingen op te stellen aan de hand van gegevens in een tekening of gegevens in de opgave en vervolgens de gevonden vergelijkingen op te lossen.

In hoofdstuk 14 worden wiskundige beweringen en oplossingsmethoden behandeld. In paragraaf 14.1 wordt aannemelijk gemaakt, dat in een ware bewering bij het linkerlid en het rechterlid eenzelfde getal mag worden opgeteld of afgetrokken. In paragraaf 14.2 komen de zogenaamde ‘*ingeklede vergelijkingen*’ aan de orde.

Ook het tweede hoofdstuk van het vierde deel handelt over vergelijkingen. In paragraaf 2.1 wordt het begrip ‘*gelijkwaardige vergelijkingen*’ aan de orde gesteld en in paragraaf 2.2 wordt het noteren van wiskundige gegevens behandeld. Eén en ander wordt in paragraaf 2.3 toegepast bij ingeklede vergelijkingen. In hoofdstuk 9 wordt het oplossen van eenvoudige kwadratische vergelijkingen door middel van ontbinden in factoren behandeld, nadat in hoofdstuk 3 het ontbinden in factoren aan de orde is geweest. De volgende ‘ontbindingen’ worden in dit hoofdstuk behandeld:

- het buiten haakjes brengen;
- het verschil van twee kwadraten;
- het ontbinden in kwadraten: $a^2 \pm 2ab + b^2$.

1.3 Meetkunde

In het eerste deel zijn zes hoofdstukken gewijd aan onderwerpen uit de meetkunde. Aan de hand van balk en kubus worden in hoofdstuk 2 de begrippen grensvlak, rechthoek, vierkant, ribbe en hoekpunt geïntroduceerd. Naast de balk en de kubus maakt de leerling in dit hoofdstuk ook kennis met de piramide, de bol en de cilinder en de figuren driehoek en cirkel. In het vierde hoofdstuk komen de verschillende soorten hoeken aan de orde. In hoofdstuk 6

eigenschappen van rechthoek, vierkant en ruit en in hoofdstuk 11 eigenschappen van driehoeken. In hoofdstuk 14 worden de oppervlakte en de omtrek van de cirkel behandeld. De begrippen coördinaat, getallenpaar, geordend paar en verzameling van punten worden in hoofdstuk 9 geïntroduceerd.

In deel 2 komen de afbeeldingen in de meetkunde aan de orde. Achtereenvolgens worden behandeld: spiegelen, puntspiegelen, verschuiven en draaien. In het hoofdstuk, dat handelt over spiegelen, komen onder meer de volgende begrippen aan de orde: congruente figuur, beeldpunt, beeldfiguur, symmetrie-as en deellijn. Verder worden in dit hoofdstuk eigenschappen van vliegers en ruiten behandeld. In het hoofdstuk over puntspiegelen wordt het parallellogram geïntroduceerd. De eigenschappen van evenwijdige lijnen komen aan de orde in het hoofdstuk waarin translatie wordt behandeld. Bij rotaties wordt onder meer aandacht geschonken aan positieve en negatieve draaiing. Hoofdstuk 13 handelt over hoeken. In dit hoofdstuk wordt met name het meten en tekenen van hoeken aan de orde gesteld. Ook worden in dit hoofdstuk de begrippen supplement en komplement ingevoerd.

Deel 3 begint met een hoofdstuk, dat gewijd is aan de cirkel. Verder komen in dit deel aan de orde: de stelling van Pythagoras, vergroten en verkleinen van figuren (gelijkvormigheid) en de goniometrische verhoudingen sinus, cosinus en tangens.

In deel 4 wordt het schaalbegrip behandeld en komen verder oppervlakteberekeningen van samengestelde figuren, toepassingen van de stelling van Pythagoras en het berekenen van de inhoud van prisma, cilinder, piramide en kegel aan de orde.

1.4 Statistiek

In deel 2, 3 en 4 worden onderwerpen uit de beschrijvende statistiek behandeld. In deel 2 worden beelddiagrammen, staafdiagrammen, cirkeldiagrammen en lijndiagrammen aan de orde gesteld en wordt verder aandacht besteed aan het berekenen van gemiddelden en interpoleren. In deel 3 wordt deze materie herhaald en uitgebreid en komt het ekstrapoleren aan de orde.

In deel 4 worden geen nieuwe onderwerpen ingevoerd, maar wordt de stof uit deel 2 en 3 herhaald en verdiept.

1.5 Rekenopdrachten

Elk deeltje heeft een hoofdstuk met gevarieerde rekenopdrachten.

2 Wiskunde als activiteit van leraar en leerling

Het ligt niet voor de hand om bij een beschouwing over een leergang wiskunde van het standpunt uit te gaan, dat wiskunde in de eerste plaats een menselijke activiteit is. Daar je slechts de beschikking hebt over de gedrukte tekst, kun je het onderwijs en het leren, dat erdoor geschiedt, alleen maar erbij fantaseren. Dit maakt een beschouwing als deze subjectief, zowel in de keuze van de punten, waarop de methode bekeken wordt, als bij de invulling ervan. De lezer zij gewaarschuwd.

We bekijken de vier boeken van Moderne wiskunde voor het LBO dan ook met betrekking tot de wijze waarop wij menen dat er mee gewerkt – door leraar en leerling – zou kunnen worden. In verband hiermee kunnen we onze opmerkingen plaatsen in het kader van :

- + + wat geeft het boek aan?
- + wat suggereert het boek?
- wat laat het boek toe?
- – waar blijft het boek in gebreke?

Deze vier punten zijn zodanig geordend, dat in toenemende mate een aanspraak wordt gedaan op de vakbekwaamheid van de leraar. We willen proberen onze op- en aanmerkingen zoveel mogelijk van voorbeelden uit de boeken te voorzien. De lezer kan dan, naar we hopen, zijn eigen (persoonlijke) konklusies met betrekking tot de bruikbaarheid e.d. zelf trekken.

2.1 Wiskunde leren door doen

Elk boekje van deze serie begint met een ‘*wegwijzer*’ waarin de auteurs zich richten tot de leerling. Hierin wordt gesteld, dat het maken van de opdrachten het beste middel is om de aangeboden leerstof onder de knie te krijgen. We zullen nagaan op welke wijze men zich dat kan voorstellen.

2.1.1 Onderzoekgericht en probleemgeoriënteerd

Wiskundige opdrachten voor leerlingen kunnen nooit doelloos bedoeld en aangevat worden. Laten we eens zien of de ‘*opdrachten*’ voor de leerling een

onderzoekskarakter hebben. In deel 1, pag. 28 (1 p28) treft men aan:

- 4 *Je kunt een rechthoekig stuk papier zo oprollen dat er een cilindermantel ontstaat.*

Neem nu eens een rechthoekig stuk papier, bijvoorbeeld een bladzijde uit je schrift. Teken op dat papier een rechte lijn die niet evenwijdig loopt met een van de zijkanten. Rol dan het papier op tot er een cilindermantel ontstaat. Is je lijn een rechte lijn gebleven?

Om de opdracht echt het karakter van een onderzoek te geven (en zich niet te beperken tot het konstateren van het antwoord nee) wordt vervolgens gevraagd om lijnen te tekenen, die *wel* recht blijven of die een cirkel worden. (+ +) In hetzelfde deeltje komt een aardige onderzoeksopdracht voor op pag. 72:

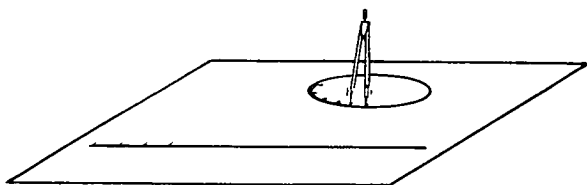
- 1 *Je mag bij deze opdracht geen liniaal gebruiken.*

a. Neem een rechthoekig stuk papier, bijvoorbeeld van een kladblok. Er moet van dat papier een strook worden afgeknipt, zodat een vierkant overblijft. De breedte van die strook kun je vinden door het papier op een geschikte manier te vouwen. Hoe?

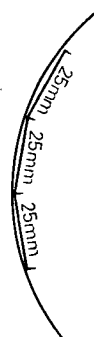
Het is te verwachten, dat de leerlingen de vouwprocedure nog kennen van vroegere activiteiten. De vraag *hoe* suggereert meer, de leraar zal evenwel hier nog goede vragen moeten stellen om het 'vouwen en knippen' tot wiskundige activiteiten te maken. (+)

Opdrachten, die in deze serie veelvuldig voorkomen, zijn die met een sterk gestuurd karakter. Aan de leerlingen wordt dan weinig overgelaten, het onderzoekskarakter gaat daarbij verloren. We geven het volgende voorbeeld (–) (3p8):

- 2 *a. Teken een cirkel met een diameter van 100 mm. Doe dit op een stuk papier van minstens 20 cm bij 35 cm (zie figuur 1.3a).*
b. Stel de benen van je passer nauwkeurig op 25 mm.
c. Zet nu steeds 25 mm achter elkaar uit van punt tot punt op de cirkelomtrek.



Figuur 1.3a



Figuur 1.3b

Je krijgt dan lijnstukjes van 25 mm lengte. Zie figuur 1.3b.

d. Is het stukje tussen het laatste en eerste punt op de omtrek van de cirkel ook precies 25 mm?

e. Tel het aantal lijnstukjes van 25 mm. Zet deze lijnstukjes met de passer achter elkaar uit op een rechte lijn l zoals in figuur 1.3a. Vergeet het laatste lijnstukje niet.

f. Meet nu hoe lang alle lijnstukjes op lijn l samen zijn. Deze lengte is iets kleiner dan de omtrek van de cirkel. Waarom?

g. De omtrek van de cirkel is ongeveer $\dots \times 100$ mm.

We hebben de indruk, dat het onderzoekskarakter van de opdrachten in de hogere delen minder wordt. Een reden kan zijn, dat men meent dat de oudere leerlingen meer in staat zijn tot mentale activiteiten, terwijl bij onderzoek vaak aan 'konkrete' materialen wordt gedacht (onterecht overigens, in dit boek een tegenvoorbeeld (4p33; som *2)). Maar niet-onderzoeken kan leiden tot onderwijs met een informatief karakter, dat in het geval van deze wiskunde de indruk wekt, dat stellingen op gezag aanvaard zouden moeten worden.

Een voorbeeld (— —) in deel 4p62. Er is sprake van een balk en een piramide met kongruente grondvlakken en gelijke hoogten. *'Je kunt zo zien, dat de inhoud niet gelijk zijn, de balk heeft een grotere inhoud.'* Dan komt de vraag: *Maar hoeveel of hoe vaak?*

We kunnen op verschillende manier proberen dit te ontdekken.

1e We zouden deze lichamen zelf kunnen maken van karton en deze figuren kunnen opvullen met droog zand bijv.

2e We kunnen ook massieve lichamen van deze afmetingen in een glas met water laten zakken en de inhoud aflezen van de verhoogde waterstand.

In beide gevallen kom je tot dezelfde conclusie, nl. deze: De inhoud van de balk is precies drie maal zo groot als die van de piramide.

Vele hoofdstukken en paragrafen van deze serie beginnen met opdrachten. We zouden kunnen nagaan of deze beginopdrachten echt het karakter dragen van *instapproblemen*. We bedoelen hiermee dat ze enerzijds de leerlingen inspireren om wiskundig actief te worden en anderzijds de essentie van de bedoelde wiskunde in zich dragen.

Laten we in dit licht de allereerste opdracht van het eerste deeltje onder de loep nemen. (—)

Men begint met de eerste zes natuurlijke getallen en deelt dan mede, dat je daar 36 verschillende produkten mee kunt vormen. Alle produkten komen dan in een tabel, die bespreekbaar gemaakt wordt in termen van rijen en kolommen. Dan worden veelvoudens bekeken. Uit de opdrachten blijkt (evenals uit de titel van de paragraaf) dat het hierom gaat: veelvoudens, delers, even, oneven, deelbaarheid door 2, 5, 3 en 9.

Het ging ons om de instap; het boek suggereert een nogal informatieve les. We kunnen ons voorstellen, dat verkenning van het honderdveld tot eigen ontdekkingen van de leerling en het bespreekbaar maken van het bedoelde gebied zou kunnen leiden: het gaat dan om het zien en verklaren van patronen

(bijvoorbeeld de even getallen, de tafel van negen, de plaats van 63) van waaruit een taaltje ontwikkeld kan worden en waarbinnen de essentiële punten bewust gemaakt kunnen worden (bijvoorbeeld door het stellen van kernvragen als: hoe herken je een even getal, hoe vind je een oneven getal, welke getallen staan er om het getal 44 gegroepeerd). Als op een zeker moment dit honderdveld niet meer in concreto aanwezig is, en het denkwerk op mentaal nivo moet gebeuren, dan is een uitbreiding naar een (bijvoorbeeld) 10.000-veld mogelijk. Bij een instap als hierboven is het van belang, dat de leerlingen in de gelegenheid worden gesteld zich op de problematiek *te oriënteren*. Gestelde opdrachten zouden werkelijke problemen van de leerlingen zelf moeten worden, daarvoor moeten ze even de tijd krijgen. Hoe ligt dat met het introduceren van nieuwe begrippen? Met deze vraag komen we bij de beperkingen, die een boek als boek altijd heeft (zie 2.5) en bij de mate van inbreng, die de leraar-gebruiker zou kunnen hebben (zie 2.2). Een voorbeeld (— —) zal dit duidelijker maken. In deel 2 (pag. 186) komen wortels ($\notin \mathbb{N}$) in beeld. Elk natuurlijk getal heeft een (natuurlijk) kwadraat (getal). Omgekeerd, als we bij elk natuurlijk getal de wortel gaan zoeken, vallen er gaten:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\sqrt{n}$	0	1			2					3	

Dan gaat het boek aldus verder:

Je ziet nu, dat lang niet elk natuurlijk getal een tweedewortel heeft die weer een natuurlijk getal is.

Bijvoorbeeld: $\sqrt{5}$ is niet een natuurlijk getal.

We kunnen wel proberen $\sqrt{5}$ te benaderen:

Reken eens uit $2,24^2$

Als je goed rekt krijg je een getal dat iets groter is dan 5.

$\sqrt{5}$ is dus ongeveer 2,24. We schrijven daarvoor

$$\sqrt{5} \approx 2,24$$

Het teken $\approx$ betekent is ongeveer gelijk aan.

Het benaderen van wortels wordt vergemakkelijkt door het gebruik van een wortel-tabel, zoals je die achter in dit boek vindt.

Het zelf vinden van een benadering van $\sqrt{5}$ is een wiskundige activiteit, die naar onze mening van minstens evenveel belang is als het leren opzoeken van $\sqrt{5}$ in een tabel. Dat $2 < \sqrt{5} < 3$ is, dat 2^2 en 3^2 gevisualiseerd kunnen worden door aan de oppervlakte van vierkanten te denken, dat een eerste schatting van 2,5 niet direkt voor de hand ligt, dat je je eigen eerste schatting kunt controleren door te kwadrateren, dat je deze procedure bovendien op visueel nivo kunt begrijpen e.d. zijn overwegingen, die het bedoelde proces inhoudelijk vullen. Bedenkt men hoe het onderwijs in dit geval zal verlopen, dan is men geneigd te denken aan *klassegesprekken*, *leergesprekken* en *samenwerking van leerlingen*. We kunnen stellen, dat het boek wat dit betreft alle ruimte biedt (zie bijvoorbeeld ook een opgave als 12b in 2p 39). De vraag, vooral belangrijk voor anders geaarde leraren, die nu naar voren komt, is die naar de mogelijkheid van het

zelfstandig ontdekken door de kinderen. We vermoeden, dat de meer gestuurde inkleding van de meeste opdrachten – waarschijnlijk gebaseerd op een vermeend profiel van deze LBO-leerlingen – het zelfstandig werken wel mogelijk maken, maar dat er van echte topervaringen bij eigen ontdekking weinig komt. Hoe moeilijk dit punt in een boek te realiseren is, moge blijken uit een voorbeeld (–) uit het hoofdstuk ‘klokrekenen’ in deel 1 (p 43). Men werkt met een vier-urenklok, en de volgende tabel moet geheel ingevuld worden :

+	0	1	2	3
0	0	1		
1			3	
2				1
3		0		

De ‘*wiskundige ontdekking*’ moet hier natuurlijk de geslotenheid van het systeem betreffen. Doet men deze ontdekking niet zelf, dan is het minstens noodzakelijk dat de leerling zich deze geslotenheid bewust kan maken. Gebeurt dit niet, dan is het nivo van de wiskundige activiteit niet hoger dan dat van een trucmatig optellen modulo 4.

2.1.2 *Matematiseren*

Het bedrijven van wiskunde onderscheidt zich van andere activiteiten op zeer specifieke punten. Traditioneel wiskundeonderwijs wordt door heel wat oud-leerlingen herinnert als een opeenvolging van theoretische uiteenzettingen, het bewijzen van stellingen en het maken van vraagstukken. We willen in deze serie van modern wiskundeonderwijs nagaan of en hoe de leerlingen in de gelegenheid worden gesteld wiskundige activiteiten te beoefenen en of ze zich de essenties ervan bewust kunnen worden. Hoewel de wiskunde zijn kracht ontleent aan de logisch deduktieve opbouw is het niet ongebruikelijk – ook op hoog nivo – bij de eerste verkenningen van het probleemveld *inductief* te werk te gaan. Het ligt dus voor de hand dat de leerlingen-gebruikers van deze serie in eerste instantie op deze wijze zich op de problemen oriënteren. In deel 2 treft men hiervan enkele sprekende voorbeelden (++) , pag. 66 opdracht 1, waarin het aftrekken uitgebreid wordt met het aftrekken van negatieve getallen :

$5 - 4 = 1$
 $5 - 3 = 2$
 $5 - 2 = 3$

$5 - 1 = 4$
 $5 - 0 = 5$
 $5 - -1 = 6$

$5 - -2 = 7$
 $5 - -3 =$
 $5 - -4 =$

$5 - -5 =$
 $5 - -6 =$
 $5 - -7 =$

Na een dergelijke opdracht (2), beginnend bij $8 - 3 =$ en eindigend bij

$8 - -5 =$ laat men alle soorten aftrekkingen zien met ('rode' en 'zwarte') vektoren op de getallenlijn. Waar precies het bewustmakingspunt met betrekking tot de wetmatigheid (pag. 67: *Een vector, die aftrekken van een getal voorstelt, is tegengesteld gericht met de vector die optellen van dat getal voorstelt*) ligt, wordt in het boek niet duidelijk. De leraar zal hier attent moeten zijn op de aanpakken van zijn leerlingen. Of hij de inductieve werkwijze – die niet altijd naar de waarheid voert – hierbij ook onder de aandacht brengt, hangt helemaal van zijn eigen inzichten af. Overigens is deze mogelijkheid enige tijd later weer aanwezig (pag. 94) als het vermenigvuldigen aan de orde is:

$4 \times 3 = 12$	$4 \times 5 = 20$	$4 \times 7 =$
$3 \times 3 = 9$	$3 \times 5 = 15$	$3 \times 7 =$
$2 \times 3 = 6$	$2 \times 5 =$	$2 \times 7 =$
$1 \times 3 = 3$	.	.
$0 \times 3 = 0$	.	.
$-1 \times 3 = -3$	.	.
$-2 \times 3 = -6$	.	.
$-3 \times 3 = -9$	$-3 \times 5 =$	$-3 \times 7 =$

In de tafels van 3, 5 en 7 hebben we gebruik gemaakt van de regelmaat in de antwoorden. Je zag dat $-2 \times 3 = -6$.)*

Dit 'zien' van $-2 \times 3 = -6$ kan niet meetkundig – met vektoren op de getallenlijn – ondersteund worden. Ook en juist hier zal de leraar iets moeten bijdragen, wil er voor de leerlingen sprake zijn van een wiskundige activiteit. Op pag. 167 volgt men dezelfde werkwijze om tot de definitie $2^1 = 2$ en $2^0 = 1$ te kunnen komen. Over de 'zin' van deze definities zal ook al weer de leraar moeten reppen, het boek doet het in elk geval niet.

Een nadere analyse van de *definities en stellingen* kan ons ook enig inzicht geven in de wijze waarop de auteurs hebben gedacht aan wiskundige activiteiten van de leerlingen. Het gaat daarbij dan niet alleen om de inhoud ervan, maar vooral ook om de wijze waarop *de behoefte eraan* wordt gekreëerd, *de noodzaak ervan* expliciet gemaakt, *de zinvolheid* aangeduid en *de bruikbaarheid* getoetst kan worden. Voor de LBO-leerlingen verwachten we dan een niet al te lang tijdsverloop tussen deze elementen van het leerproces.

In het zojuist genoemde geval van $2^0 = 1$ komt 5 pagina's later de bruikbaarheid naar voren als men algemeen stelt:

$$\begin{aligned} a^m \times a^n &= a^{m+n} \\ a^m : a^n &= a^{m-n} \quad (m \geq n) \end{aligned}$$

Opdracht 11, op de volgende pagina, is dan bedoeld om dit aspect van bruikbaarheid bewust te maken:

11. De uitkomst van de deling $7^4 : 7^4$ kun je op twee manieren opschrijven. De

*) We laten van nu af aan de plussen en minnen weg. De lezer kan ze beter zelf zetten.

ene keer als macht, de andere keer als getal met een van de afspraken, die we in het begin van dit hoofdstuk maakten. Welke?

In deel 3 (pag. 64) treffen we weer een definitie aan van dezelfde soort als $2^0 = 1$: $\sin 90^\circ = 1$.

Het bestuderen van de verandering van $\sin \alpha$ als hoek α toeneemt van 0° naar 90° , gebeurt in een rechthoekige driehoek. Tenslotte is op pag. 60 de sinus in die kontekst gedefinieerd. Nam men nu in de voorbeelden, die we kozen ter illustratie van het inductief redeneren, het intuïtieve gevoel voor wetmatigheid bij de leerlingen als uitgangspunt, nu baseert men de afspraak omtrent 90° op het idee van continuïteit, overigens zal, indien gewenst, ook hier de leraar de behoefte aan, de noodzaak van en de zinvolheid van deze definitie zelf in zijn onderwijs naar voren moeten brengen. Dit geldt trouwens ook voor de definitie van $\sin$ zelf, die van een ander karakter is. De auteurs laten het overigens niet geheel afweten in dit opzicht. Op pag. 49 (deel 3) wordt 'de tangens' geïntroduceerd. De definitie $\tan \alpha = \frac{a}{b}$ (geg. driehoek) komt pas drie pagina's later.

Deze drie pagina's worden besteed aan het geven van een zin aan het begrip tangens, en wel geheel binnen een wiskundige kontekst van verhoudingen, evenredigheden, rechthoekige driehoeken en de grootte van hoeken. Dat de zin ook in een kontekst buiten de wiskunde gevonden kan worden (helling, stijgingspercentage), is een gedachte, die aan de leraar overgelaten wordt. Op sommige punten zal de leraar trouwens volledig moeten inspringen. Zo vonden we in deel 4 op pagina 15 het begrip 'gelijkwaardig'. Ons bewust van de fundamentele betekenis hiervan, gingen we op zoek van de betekenis die er in deze serie aan wordt gegeven. De trefwoordenregisters van de voorgaande deeltjes maakten ons het zoeken gemakkelijk, maar het woord gelijkwaardig kwam er niet in voor. Wat 'gelijkwaardige vergelijkingen' zijn, wordt dus niet expliciet geformuleerd en wie de intuïtieve betekenis voor zijn leerlingen ervan op wiskundige nivo wil tillen, moet daarvoor zelf tot did'aktie'k overgaan.

In de hele leergang is er één *echte stelling* te vinden. Het ligt voor de hand, dat dit de Stelling van Pythagoras zal zijn. In deel 3 lezen we op pag. 19:

We hebben nu een paar voorbeelden gezien van een regel, die voor elke rechthoekige driehoek geldt. Deze regel noemen we de stelling van Pythagoras. In elke rechthoekige driehoek als in fig. 2.6 met zijden a , b , c geldt: $a^2 + b^2 = c^2$.

De leerlingen hebben hiervoor kennis gemaakt met deze regel (via de oppervlakte van vierkanten op de zijden van de rechthoekige driehoek met zijden 3, 4 en 5) en met de kontrapositie van de bewering (door vierkanten met oppervlakte van 9, 9 en 16 een driehoek te laten insluiten). Vanzelfsprekend komt de logische gelijkwaardigheid hiervan niet ter sprake, evenmin trouwens wordt de onvolledige 'bewijsvoering' ter diskussie gesteld. Wat leerlingen hier wiskundig ervaren, is niet duidelijk. In de volgende opdrachten blijkt, dat men zich kan beperken tot het toepassen van de 'reken'regel op algoritmisch nivo van werken.

Wiskunde heeft meer te bieden dan dit werken met algoritmen. Belangrijk

achten wij ook het redeneren van de leerlingen. Dit kan geschieden op diverse nivo's. Al dan niet beschikbaar materiaal en de mate van aanschouwelijkheid spelen hierbij onder andere een rol. In het geval van de LBO-leerlingen zal ook de mogelijkheid van het uitdrukken (bijvoorbeeld in beelden of in woorden) de aandacht van de didaktikus moeten hebben.

In deel 1 (pag. 32) wordt van de leerlingen gevraagd om van gegeven netwerken te zeggen of je er wel of niet een kubus van kunt vouwen. De meest eenvoudige redenering, bereikbaar voor de meeste leerlingen, is natuurlijk door het netwerk uit te knippen en het vouwerk te verrichten. Met een nadere doordenking van deze activiteit, vooral in die gevallen dat het niet past, kunnen meer verbale redeneringen tot stand komen. De hierbij gebruikte taal zal zeker ook nog verschillende nivo's vertonen (alleen met aanwijzende voornaamwoorden, door het gebruiken van woorden die de elementen van het netwerk onderscheiden en met elkaar in verband brengen of door het maken van een wiskundig taaltje met behulp van symbolen).

De leraar die van mening is dat zijn wiskundeonderwijs het leren redeneren moet bevatten, zal hier zowel in zijn voorbereiding als in zijn praktische klaswerk tot grote didaktische inspanningen moeten komen.

In vele gevallen wordt het de leraar door dit boek gemakkelijk gemaakt. De ingebouwde redenering, zoals in 1p77, geeft een beeld daarvan:

2. a. *Hoeveel graden zijn de hoeken 1 en 2 samen? Waarom?*
- b. *Waarom is $\angle 1 = 180^\circ - \angle 2$?*
- c. *Waarom is $\angle 3 = 180^\circ - \angle 2$?*
- d. *Wat volgt er voor de hoeken 1 en 3 uit de opdrachten van b en c?*

Uit de eerder gemaakte opmerkingen zal duidelijk zijn geworden, dat door deze stroomlijn heel wat wiskundige activiteiten voor de leerlingen onmogelijk gemaakt worden.

Wiskundige redeneringen leiden zo mogelijk tot *generalisering*. Het gebied van de wiskunde, dat door deze leergang bestreken wordt, is vrij beperkt, zodat het voor de hand ligt dat deze wiskundige activiteit niet veelvuldig beoefend zal kunnen worden. Toch zijn er enkele aangrijpingspunten naar voren te brengen.

Reeds in de brugklas (1p9) wordt de vraag gesteld:

Waaraan kun je zien, dat een getal een drievoud is?

Daarna (p 10) komen de bekende kenmerken van deelbaarheid door 2, 5, 3 en 9. De vraag aan de leerlingen met welke zekerheid ze de regels toepassen op grote getallen, zal zeker iets van een wiskundige denktrant naar voren brengen. Of men 'echte bewijzen' in generale zin, moet geven . . .? Dat generaliseren ook – voldoende overtuigend – visueel ondersteund kunnen worden, wordt naar onze mening op te weinig momenten naar voren gebracht. De punten, waarop dit wel gebeurt (zoals het rekenen in $\mathbb{Z}$ op de getallenlijn en $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ met rechthoeken), zouden bovendien voorzien moeten worden van aanwijzingen, waardoor een minder attente leraar ook genood-

zaakt is om de wiskundige aktiviteit zelf tot onderwerp van beschouwing te nemen.

De methode besteedt veel aandacht aan een andere aktiviteit, die nauw verbonden is aan de vorige: *het formaliseren*. In deel 1 is paragraaf 12.2 (p 159) geheel gewijd aan formules, en in de volgende deeltjes komt dit terug. Ook hier geldt evenwel, dat weinig aandacht voor de fundamentele zaken in de wiskunde kan leiden tot wiskundeonderwijs, dat zich richt op het uitvoeren van geregementeerde opdrachten. Een goed voorbeeld van slecht wiskundeonderwijs (vanuit ons standpunt van matematiseren!) vindt men in deel 3p29: (In hoofdstuk: 'werken met formules'):

9. *Het aantal omwentelingen van een dynamo van een fiets noem je n_2 . De diameter van het dynamowieltje noem je d_1 en de diameter van het fietswiel d_2 . Voor het fietswiel en de dynamo geldt de formule: $n_1 \times d_1 = n_2 \times d_2$. Bereken het aantal omwentelingen van het dynamowieltje als het fietswiel drie omwentelingen maakt. Dus bereken n_1 als $n_2 = 3$ is. Natuurlijk moet je ook weten hoe groot de diameter van het dynamowieltje en het fietswiel zijn: $d_1 = 2$ en $d_2 = 65$.*

We vragen ons af wat je nu als leraar zegt wanneer je leerlingen deze substitutieopdracht niet of nauwelijks aankunnen. Enerzijds kun je zeggen: als ze dat al niet eens kunnen, wat zou je dan doen met een eigen onderzoek om tot die formule te komen? We horen het al zeggen. Maar zou het ook kunnen zijn dat het werken met een formule 'zonder betekenis' specifieke problemen met zich meebrengt? Je kunt nooit weten.

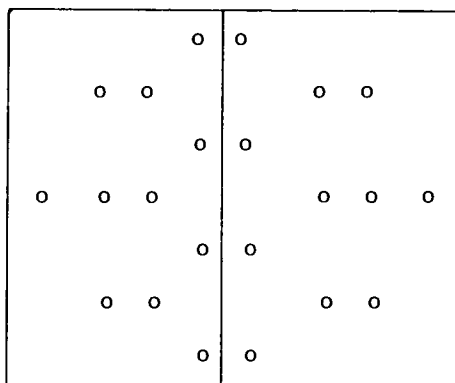
Nog een opmerking over formules is hier op zijn plaats. Het funktionele verband tussen de x- en y-koördinaat, zoals in $x + y = 4$ (zie 1 p 127) wordt ook aangeduid met het woord formule. De betekenis ervan wordt (zie 1 p 123) in de algemene kontekst gegeven:

Iemand heeft een kleurenfilmpje naar de fotograaf gebracht om te laten ontwikkelen en afdrukken. Het ontwikkelen kost 3 gulden. Elke afdruk kost 1 gulden. Alleen goed-gelukte foto's worden afgedrukt Nu kunnen we de volgende formule opstellen: $b = 3 + x$

Dat wiskunde naast de *kunde van het abstraheren* vooral ook de *kunst van het konkretiseren* is, weet iedere wiskundeleraar. Ook de auteurs laten zien dat ze zich dit bewust zijn. Op dit nivo moet het belangrijk zijn begrippen, relaties en procedures visueel te ondersteunen. De aangeleerde 'wiskundige schema's' ontstaan vanuit een aanschouwelijke basis, kunnen gemakkelijker geaktualiseerd worden. In het onderhavige boek gaat het om de getallenlijn en vektoren, het rooster, visualisering van de beschrijvende statistiek, grafieken e.d. Maar ook in geïsoleerde gevallen stelt men de leerlingen in de gelegenheid zijn gedachtengang te ondersteunen met een plaatje. Dat het leren visualiseren ook een element van het wiskundeonderwijs is, komt bijvoorbeeld naar voren op pag. 54 in deel 1, waar een fietswiel nader bestudeerd moet worden. Men stelt daarin:

Je mag het wiel wel door één cirkel voorstellen.

Overigens zal de leraar, die op dit punt erg attent is, vele mogelijkheden meer zien dan de auteurs aangeven. Zo komt b.v. bij het gebruik van Venndiagrammen – onzes inziens een voorbeeld van konkretisering binnen de wiskunde – in deel 1 (pag. 18) de opstelling van twee voetbalelftallen in beeld:



Hiermee laat men deelverzamelingen zien. Een feit is evenwel, dat in 'dit diagram' de *structuur* essentieel is. De opstelling in een 4-2-4-systeem verschilt van die met een 'vooruitgeschoven spits'. Waarmee we maar willen zeggen, dat met visualiseren de essentie van de problematiek concreet gemaakt moet worden. Bij Venndiagrammen zijn dat de *eigenschappen*, waardoor elementen bij elkaar behoren; bij elftal-opstellingen is dat de structuur, waaruit een spelstrategie kan blijken. Vanuit dergelijke overwegingen visualiseert men getallen soms in een Venndiagram (delers van 12 (1 p18)) en veel vaker op de getallenlijn (als ordening, opeenvolging, verschil, tegengestelde, optelling en aftrekking in beeld komen). Het komt ons voor, dat de keuzen in dit opzicht hier verantwoord gemaakt zijn. Wat betreft het maken van tabellen en grafieken heeft men zich evenwel tot het minimum beperkt. In deel 1 ontdekt men bij lineaire verbanden, dat punten op een rechte lijn liggen. Het hoe en waarom wordt niet besproken, slechts een tegenvoorbeeld (1 p126 nr. 6) laat toe, dat men later, in de samenvatting, kan stellen:

Voorbeelden van zulke formules zijn $x + y = 4$ of $y = 2x$ of $x = y$. Bij zo'n formule kan een tabel gemaakt worden. Bij de tabel kan dan weer een grafiek worden getekend. Dikwijls, maar niet altijd, is zo'n grafiek een verzameling punten die op een rechte lijn liggen.

In deel 2 komt men op deze benadering van de grafische voorstellingen niet terug. Visualiseren gebeurt daar vooral binnen de beschrijvende statistiek. Ook in deel 3, waarin een hoofdstuk speciaal aan formules – maar in andere zin – wordt besteed, worden geen grafieken getekend. Precies hetzelfde geldt voor deel 4. Een krachtig wiskundig hulpmiddel, toepasbaar op aanschouwelijk nivo, wordt naar onze mening hier ongegrond aan de leerlingen onthouden.

Oppervlakte en inhoud zijn voor deze leerlingen belangrijke onderwerpen. AR) laat eerst de oppervlakte van iets bepalen door hokjes tellen en dan ontdekken dat het berekenen handiger kan via vermenigvuldigen. AP*) vindt dit tijdverlies, maar is het met JR*) eens dat ze het begrip oppervlakte slecht kennen, ze verwarren het met de omtrek.*

We diskussiëren fel over formules, wel of niet zelf laten ontdekken, over de omtrek en de oppervlakte van de cirkel, hoe je dat moet introduceren. De konklusie waar we op uit komen is: je moet steeds met konkrete materialen beginnen. Met touw en duimstok de omtrek van ronde voorwerpen meten, via rekenen de vaste verhouding tussen omtrek en middellijn ('de grootste afstand door het voorwerp') ontdekken.

Bij inhouden gaat HH) als volgt te werk: de inhoud van een voorwerp bepalen via de hoeveelheid water die na onderdompeling wegloopt, of via de nivostijging van het water in het maatglas. Voor hem is dat gemakkelijk, hij geeft zelf ook natuurkunde en heeft het natuurkunde praktikum bij de hand.*

AP daagt zijn leerlingen uit zelf het verband te ontdekken tussen de 10 cm lange ribbe van een bakje en de liter water of 1000 cm³ die er in gaat. Hier is een mogelijk aangrijpingspunt voor ondersteuning aan andere vakken. Het boek geeft dit te weinig aan.

Een punt waar het boek, afgezien van de instap, het goed doet is de stelling van Pythagoras. De aanbieding is te abstrakt. Het gevaar ontstaat gemakkelijk dat de leerlingen bij het werken met Pythagoras niet weten of ze nu moeten optellen of aftrekken.

Je moet ze de houding leren steeds een tekening te maken, de gegevens er bij te zetten. JR laat ze bovendien niet de moeilijke woorden rechthoekszijden gebruiken maar praat altijd over de korste zijden en de langste.

Ook laat hij ze maar op één manier werken: $a^2 + b^2 = c^2$. Zijn bijvoorbeeld b en c gegeven, laat hij ze a vinden door de vergelijking $a^2 + 5^2 = 13^2$. Een bijkomend probleem, waardoor het zicht op de stelling verloren dreigt te gaan zijn de wortels. Toch loopt het goed, onder andere door de worteltabel achter in het boek. Ook de wortels van getallen kleiner dan 1 gaan goed via het vermenigvuldigen met 100.

Bovendien staan er voldoende oefensommen in het boek.

2.1.3 Van materieel naar mentaal handelen

Omgaan met bijvoorbeeld kubusvormig verpakkingsmateriaal wil nog niet zeggen dat men wiskundig bezig is. Er moeten tenminste problemen worden gesteld, die – eventueel manipulerend met het stuk karton – overdacht en opgelost kunnen worden. Vaak komt pas echt wiskundig denken eraan te pas als de manier van oplossen in beschouwing komt. In deel 1 (pag. 23) worden bijvoorbeeld de aantallen zijvlakken, ribben en hoekpunten geteld. Vooral in het geval van de ribben is het wenselijk een structuur aan te brengen om bij het tellen niet in de war te geraken. Bijvoorbeeld: '4 boven, 4 onder, 4 rondom'. Niet alleen

**) AR is A. Roosink, AP is A. Plezier, JR is J. Raes en HH is H. Hildenbrandt (zie ook noot op blz. 334).*

het antwoord 12 ribben, maar juist ook het ‘denken in structuren’ moet van de aktiviteit geleerd zijn. Het laatste biedt namelijk een gelegenheid om op mentaal nivo dit soort tellingen te verrichten, zij het met een schetsje van het lichaam, zij het helemaal zonder. Een andere manier om aan het materieel handelen de noodzaak van de mentale inzet te koppelen, laat men zien op pag. 24 (deel 1):

2. *Een jongen redeneert zo: Elk grensvlak van een balk is een rechthoek en heeft dus 4 ribben. Een balk heeft zes grensvlakken. Er zijn dus $6 \times 4 = 24$ ribben. Welke fout maakt hij?*

Waar gaat het hier dus om? Een instap met *materialen in konkreto aanwezig*. Vervolgens de goede probleemstellingen en vragen, dit tot wiskundige aktiviteiten leiden, gevolgd door een zekere bewustmaking hiervan, zodat niet alleen het antwoord, maar ook de wiskunde geleerd wordt.

Een analyse van de gegeven leergang op deze punten kan zowel op lokaal als op globaal nivo geschieden. In het tweede geval bekijk je de totale serie en probeert te achterhalen hoe de leerlingen tot *begrips- en theorievorming* worden gebracht. Wat dit betreft kunnen we heel kort zijn. In de vier deeltjes is een afnemende aandacht voor *materieel handelen* te konstaten, maar van een globale *wiskundige theorie* is geen sprake. Men blijft bij lokale theorie'tjes, goniometrische verhoudingen, getallen, machten, wortels e.d. Ons rest dus een onderzoek naar de meer lokaal bepaalde aktiviteiten. Direkt valt dan op hoeveel meer een leerboek-schrijver beperkt is in zijn didaktisch werk dan de leraar in de klas. We volstaan met een opsomming:

- doosjes moeten getekend worden (1p23)
- dat een lucifer zonder kop een balk is, wordt gezegd (1p78)
- een kubus wordt op roosterpapier getekend (1p24)
- voor piramides wordt verwezen naar foto's, die de leerlingen waarschijnlijk eens gezien zullen hebben (1p26)
- van draadmodellen kan alleen maar gezegd worden dat je ze ook kunt maken van ijzerdraadjes e.d. (1p29)
- een pak waspoeder wordt beschikbaar gesteld in de gegevens van hoogte, breedte en dikte (1p30)
- bij inlegvormen moet men zich beperken tot een plaatje en de opmerking: Stel je voor, dat ze op één plaatje getekend zijn en dat je ze voorzichtig uitzaagt (1p47)
- vouwen wordt alleen maar – en heel goed! – voorgetekend (1p48, 49)
- een gradenboog wordt getekend in het boek (1p73)
- de geodriehoek eveneens (1p51, 52)
- het draaien van een fietswiel (1p54)
- een kompasnaald (1p55)
- de elementen uit een konstruktiedoos (1p72)
- de waterstand in een akwarium (1p79)
- van de kilometerpaaltjes langs de weg geeft men niet eens een plaatje (1p82)

- de benadering van de oppervlakte van een cirkel wordt
precies voorgetekend (2p28)
- een plaatje van een echte zwaluw illustreert de zwaluwstaart-
houtverbinding en dat in verband met Z-hoeken (2p81)
- het tekenen van evenwijdige lijnen met behulp van liniaal en
tekendriehoek (2p84)
- peillood en waterpas worden vergeten, winkelhaak en teken-
haak worden afgebeeld (2 p 152)
- de afwikkeling van een cirkel (3p7)
- eksperimenten met 'Pythagoras' wordt aanbevolen (3p18)
- echte tekendriehoeken worden geëist (3p23)
- bij vergrotingen wordt de overheadprojektor of het dia-
projektor niet eens genoemd (3p38 e.v.)
- de formule $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ wordt gevisualiseerd
in stukken karton, die getekend zijn (4p31)

Wie deze lijst bekijkt, moet twee dingen duidelijk worden. Een start op materieel nivo wordt in de loop van de cursus steeds minder mogelijk, maar wie echt met materiaal wil laten werken, krijgt daarvoor zeker de gelegenheid. Een aangepast gebruik van het boek zal dan evenwel noodzakelijk zijn.

2.1.4 Toepassen en oefenen

Wiskunde leer je door het te doen. Zoals hierboven al meermalen is aangeduid, heeft dat *doen* vele aspecten: oriënteren op, verkennen, met materiaal werken, vragen beantwoorden, een probleem oplossen, bewustmaken van eigen aanpak, strategie, procedure e.d. In vele gevallen is het bovendien nodig dat verkregen inzichten toegepast, vaardigheden beoefend, kennis ingestudeerd, terminologie gememoriseerd en algoritmen ingeslepen worden. De vraag hoe door de schrijvers deze activiteiten mogelijk zijn gemaakt, lijkt eenvoudig te beantwoorden. Na elk hoofdstuk wordt immers op een rode pagina een samenvatting gegeven. Wat daar staat, moet gekend worden, zou men kunnen redeneren. We zijn ervan overtuigd, dat we hierdoor de leergang te kort doen. De opgedane kennis van de leerlingen zou niets meer zijn dan een verzameling van oppervlakkige weetjes.

Voor ons ligt deel 4, opengeslagen op de (rode) pagina 34. Het is de samenvatting van hoofdstuk 3 (ontbinden in factoren). Er staan 5 'trefwoorden':

- 1 buiten haakjes
- 2 dubbel produkt
- 3 merkwaardig produkt
- 4 ontbinden in factoren
- 5 verschil van twee kwadraten

We gaan op 5 nader in. Op dezelfde bladzijde staat:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

en even later:

het verschil van twee kwadraten: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Terugbladerend vinden we paragraaf 3.3, die aan het verschil van twee kwadraten gewijd is. Men verwijst naar paragraaf 2.1 (dit moet 3.1 zijn), waar men 'gezien' moet hebben dat $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ is.

Inderdaad treffen we in 3.1 opgave 3c aan:

Bereken $(a + b)(a - b)$

Op die plaats verwachten we, dat dit al berekenend zal gebeuren: $(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2$. Zonder dat het merkwaardige van dit produkt expliciet gemaakt wordt, komt men in opdracht 5 hierop terug:

*Bereken: a) $(x + 7)(x - 7)$
f) $(x - 8)(x + 8)$*

Terug in 3.3 wordt gesteld:

Omgekeerd geldt ook $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Hierop volgen ruim 30 opgaven, van $x^2 - 16 = \dots$ via $1003^2 - 3^2 = \dots$ tot $45x^2 - 5y^2 = \dots$

Heel aardig is dan opdracht 7, waarin de algemene geldigheid van de identiteit nog eens zichtbaar wordt gemaakt met behulp van vierkanten (4p31). Het 'bewijs-karakter' hiervan zal de leraar eventueel zelf in zijn onderwijs kunnen leggen. Daarna volgen nog wat getalsmatige toepassingen van het geleerde. Gevraagd wordt de oppervlakte te berekenen van een vierkant, waaruit een kleiner vierkant is weggelaten (opdracht 9).

Inderdaad is het hier dus mogelijk om aandacht te besteden aan inzicht, vaardigheid, terminologie en algoritmische verwerking.

Bekijkt men de vier deeltjes globaal op deze aspecten, dan kan de indruk ontstaan, dat het aksent vooral ligt op leren van algoritmische vaardigheden. Luie leerlingen onder leiding van niet gemotiveerde leraren krijgen dan ook zeker de kans om van wiskunde het vak van weetjes en regeltjes te maken. De verzamelingen rekenopdrachten, als laatste hoofdstuk toegevoegd aan alle deeltjes, ondersteunen deze gedachte, als men er, zoals wij, vanuit gaan dat het rekenonderwijs op de basisschool voor deze leerlingen juist door algoritmische vaardigheden gekenmerkt wordt.

Bij dit onderwerp is veel samenwerking met tekenen en handvaardigheid mogelijk. AR stelt dat leerlingen het plezierig vinden opdrachten die ze aankunnen vaak te herhalen. De variatie in de opgaven, die er natuurlijk moet zijn, hoeft wat hem betreft maar heel gering te zijn. De auteurs hoeven niet bang te zijn gauw in herhalingen te vallen. Dán ervaren de leerlingen dat het lukt. Net zo lang doorgaan met oefenen tot de leerlingen zeggen: die som doen we nog even.

HH merkt op dat bij te lang dooroefenen de animo er snel af is.

AP laat in zo'n oefensituatie de leerlingen verschillende opgaven maken, zonodig wisselen de opgaven. De leerlingen vragen dan of ze die van hun buurman ook nog even mogen doen.

Deel 4 vindt men een goede uitzondering op de klacht dat er te weinig oefensommen zijn.

Over oefenstof pratend komt het volgende op tafel. Men vindt dat er over het algemeen te weinig oefensommen in het boek staan. Die moet je er dan zelf bij maken. Een plaats waar het wel goed is, is bij het rekenen met positieve en negatieve getallen. Maar bij de invoering van punten met ook negatieve coördinaten weer veel te weinig.

2.1.5 Instelling

Met de laatste opmerking zijn we aangeland bij het lastige onderdeel van een beschouwing over wiskundeonderwijs. Tenslotte is het niet moeilijk om na te gaan welke leerstof wordt aangeboden. Een doordenking van de volgorde stelt hogere eisen, terwijl een beschouwing over de wiskundige leeractiviteiten, die door de leerstof in die volgorde mogelijk worden gemaakt, nog weer moeilijker is. Het bovenstaande geeft daar voldoende blijk van. Maar in elk geval was het mogelijk om daar te beschrijven *wat* en *hoe* de leerlingen bezig zijn geweest. Hoe ze zich wiskundig ingesteld hebben, is moeilijk te zeggen.

Om enige duidelijkheid – reeds op dit moment – te scheppen, nemen we twee uiterste punten op een denkbeeldige attitude-schaal:

De algoritmische instelling, waarbij wiskunde bedrijven niets anders is dan het akkuraat uitvoeren van, ook onbegrepen, opdrachten volgens door anderen vastgestelde regels.

De onderzoeksgerichte instelling, waarbij wiskunde bedrijven het kenmerk heeft van probleem oplossen. Geleerde inzichten en vaardigheden worden daarbij in toenemende mate toepasbaar, het 'gezonde' verstand en 'de moed om te proberen' blijven steeds van groot belang.

Zoals reeds eerder gezegd, menen we dat deze serie de mogelijkheid biedt om beide instellingen van de leerlingen tot stand te brengen. Het hangt in grote mate van de leraar af in welke richting zijn leerlingen zich zullen ontwikkelen. Hij plaatst de aksenten, hij laat leerlingen zich wel of niet bewust worden van fundamentele zaken, hij werpt een bepaald licht op de oefeningen en toepassingen, hij slaat opdrachten over, hij legt de nadruk op inzichten en vaardigheden in zijn proefwerkjes, hij geeft al dan niet gelegenheid tot instappen op eigen nivo, hij laat al dan niet waardering blijken met betrekking tot eigen vondsten, hij bedenkt konkrete materialen en de kernvragen daarbij, hij

Het boek moet daarbij de richting aangeven. Nemen we als non-voorbeeld voor de onderzoeksgerichte instelling pagina 78 van deel 4. Het begrip gemiddelde wordt numeriek gedefinieerd:

Het gemiddelde van 11, 15 en 22 is als volgt te berekenen:

$$\frac{11 + 15 + 22}{3} = 16. \text{ Opdrachten}$$

Het doel is duidelijk. De leerlingen moeten leren het (rekenkundig) gemiddelde van enkele getallen te berekenen. Een neveneffect van het werken op deze manier is ook duidelijk: je werkt aan een algoritmische instelling. Op pagina 43 van hetzelfde deeltje doet men evenwel een poging om ook een meer flexibele aanpak mogelijk te maken:

Opdrachten:

1 Teken in een rooster de punten $A(1,2)$, $B(4,6)$, $C(-1,2)$ en $D(-5, -1)$. Toon aan $AB = CD$, door de lengte van die lijnstukken met de stelling van Pythagoras uit te rekenen. Bedenk ook een manier om aan te tonen, dat $AB = CD$, zonder dat je de lengte van die lijnstukken uitrekent.

Overgaan van het laatste onderdeel zal onzes inziens meer de algoritmische instelling aanmoedigen, het aksentueren ervan de meer flexibele aanpak, terwijl het stellen van het probleem zonder enigerlei aanwijzing met het scheppen van de mogelijkheid tot eigen onderzoek en samenspraak van de leerlingen onderling een meer onderzoeksgerichte instelling kan voeden.

Tenslotte merken we op, dat het opnemen van vierkeuzentoetsen – natuurlijk in verband met de vorm van de examenopgaven – ook invloed zal hebben op de wiskundige instelling van de leerlingen. Hoe deze invloed werkt, en in welke mate, dat kunnen we slechts vermoeden. Een didactisch onderzoek op dit punt kan wel eens gewenst zijn.

De leerlingen verwachten van wiskunde dat ze er wat aan hebben. Ze zijn praktisch ingesteld, ze zijn niet ingesteld op abstrakte theorie. Je moet ze leren zich in te stellen op generalisaties, schematiseren, problemen oplossen. Het boek besteedt hier te weinig aandacht aan, je moet als leraar daar steeds op bedacht blijven, je moet ze daartoe prikkelen.

JR meent dat daarbij gewerkt moet worden vanuit wat de praktijkleraren verwachten dat de leerlingen kennen. Het is toch al gauw zo dat de leerlingen, eenmaal het wiskundelokaal uit en bijvoorbeeld aan de draaibank de wiskunde vergeten zijn.

AP meent dat het nog sterker ligt: ze komen met afkeer het lokaal binnen.

JR: wiskunde moet een hulpmiddel bij het gewone denken zijn, ze moeten leren mogelijkheden van onmogelijkheden te scheiden. Ze moeten steeds ontdekkingen kunnen doen: geen theorie, maar praktische ervaringen.

Overigens vinden alle vier docenten dat de redactie van Euclides een te hoge verwachting van de LBO-leerling heeft.

2.2 Een wiskundeleraar is ook maar een mens

In onze beschouwing over wiskunde leren, waarbij het doen van de leerlingen centraal stond, is de leraar niet buiten schot gebleven. We zijn ons ervan bewust, dat een niet geringe aanspraak werd gemaakt op wiskundig-didactische kwaliteiten van de mens, die het allemaal maar moet doen.

Leraren zijn niet allemaal hetzelfde, zeker wiskundeleraars niet. Het is onder andere daarom dat we het van belang achten dat de keuze van een leergang wiskunde ook op subjectieve gronden kan geschieden. Daarom willen we in deze paragraaf nader ingaan op de steun, die de leraar van het boek mag ver-

wachten, op de mate van inbreng die van hem verwacht mag worden of, voor anders ingestelden, de ruimte die wordt gelaten voor 'eigen inbreng, op de eigen achtergrondkennis in wiskundig-didactische zin en wellicht ook nog op de mogelijkheid om verder te leren in en rond de klaspraktijk.

2.2.1 *De steun van het boek*

Opmerkelijk is het feit, dat de vier deeltjes voorzien zijn van een wegwijzer, waarin de auteurs zich tot de leerlingen richten. Er zijn wel konsekventies voor de leraar, die deze wegwijzers serieus neemt. Het betreft dan de organisatie van zijn onderwijs, waarin hij de leerlingen de kans geeft opdrachten te maken en ook de interpretatie van 'een kleine uitleg'*) tussen twee opdrachten in. Steun van het boek in dit opzicht vindt hij alleen in de rode streepjes, die zo'n uitleg aankondigen.

Maar laten we dichterbij de leraar trachten te komen. Waar kan een leerboek hem van dienst zijn?

We denken in de eerste plaats aan de mate van *duidelijkheid met betrekking tot de leerstof*.

De eenvoudige onderwerpen, die in deze leergang worden aangesneden, laten onzes inziens geen onduidelijkheid bestaan. In hoofdstuk 1 vindt men een opsomming.

Anders wordt het evenwel als men probeert deze leerstof te zien in het kader van de globale leerstofgebieden van de wiskunde. Vanzelfsprekend gaat het om meetkunde, algebra en getallenleer (rekenen). Inbedding van deze leerstof in de logisch deduktieve opbouw is vast niet de bedoeling. Bepaalde relaties tussen de aangeboden leerstofstukken kunnen nu moeilijker gelegd worden, het isolement van bepaalde onderdelen (denk onder andere aan de open beweringen, de goniometrische verhoudingen, gelijkvormigheid en de bewegingen van het platte vlak) tekent zich scherper af. Alleen in de algemene kontekst van zinvolle probleemstellingen uit 'het reële leven' – en dat doet het boek niet steeds – kan er één groot geheel gezien worden in de stof van deze vier boekjes.

In een enkel geval laat het boek ook enige twijfel bestaan over de keuze van een onderwerp binnen bepaalde leerstof. Neem bijvoorbeeld deel 1 pag. 35: *Wiskundige bewerkingen en vergelijkingen* heet dit hoofdstuk. De derde paragraaf hierin is 'klokrekenen'. De hele aanpak hierbinnen – matematiseren: een taaltje ontwikkelen, symbolen gebruiken, formaliseren van het rekenen, een opteltabel invullen, het gesloten systeem ontdekken – heeft zijdelings te maken met open beweringen. Het is hier onduidelijk hoe de leraar hier moet onderwijzen. Maar naar onze mening betreft dit een uitzondering, die het vermelden waard was.

Moeilijker wordt het als we kijken of het boek *duidelijkheid schept ten aanzien van de essentiële wiskundige activiteiten van de leerlingen*.

Een dergelijke eis zou je wel aan een handleiding voor docenten mogen stellen, duidelijkheid in het leerboek zelf zou wel eens het leren niet ten goede kunnen komen.

*) In de wegwijzer staat: 'Het komt voor dat tussen twee opdrachten in even een kleine uitleg nodig is ...'.

We moeten dus meer tussen de regels door lezen om tot uitspraken te komen. Daarmee aangevend dat er toch iets bij deze leergang ontbreekt. Neem deel 1 pag. 12, som 6c:

$L = (1, 2, 3, 4, 5)$: Je kunt in L telkens twee elementen kiezen en die bij elkaar optellen, bijvoorbeeld $1 + 4 = 5$ of $2 + 4 = 6$. Schrijf alle optellingen op van twee verschillende elementen van L . De uitkomsten vormen een nieuwe verzameling. Geef die de naam U

Er wordt verder niets aangegeven, maar een kernvraag hier als: Hoe weet je dat je alle elementen van U hebt?, leidt tot activiteiten als schematiseren, een tabel maken en systematisch werken.

Dit zijn belangrijke activiteiten, ogenschijnlijk gaat het er in deze paragraaf slechts om, dat de leerlingen akkoladen gebruiken om te plaatsen rond door komma's gescheiden (symbolen voor) elementen van een gedefinieerde verzameling. Onduidelijk dus.

Een dergelijke onduidelijkheid treffen we aan in deel 4. In verband met het feit, dat het bedoelde verschijnsel van vaagheid ook vaak optreedt in de wereld van de wiskunde-proefwerken, noemen we het hier. Dit voor alle duidelijkheid. Op pag. 17 komen opdrachten over lineaire vergelijkingen voor. Wat denkt u van:

5. Los op:

$$a. \frac{3}{4}x + 3 = \frac{1}{4}x + 6.$$

Wie het nog niet weet, leest verder en komt bij 'Voorbeeld 5' vlak onder opdracht 5:

$$\text{Los op: } -\frac{3}{8}x + 4 = -\frac{1}{8}x - 3.$$

$$\text{Tel } \frac{1}{8}x \text{ bij beide leden op: } -\frac{3}{8}x + \frac{1}{8}x + 4 = -\frac{1}{8}x + \frac{1}{8}x - 3$$

$$\text{Dus: } -\frac{2}{8}x + 4 = -3$$

$$\text{Trek 4 van beide leden af: } -\frac{2}{8}x = -3 - 4$$

$$\text{Dus: } -\frac{2}{8}x = -7$$

$$\text{dus: } -\frac{1}{4}x = -7$$

$$\text{Vermenigvuldig beide leden met } -4: -4 \times -\frac{1}{4}x = -4 \times -7$$

$$\text{Dat geeft: } x = 28$$

Voor de leerlingen ligt hier, dat is duidelijk, het aksent op het breukrekenen. We vermoeden, dat het door de auteurs niet zo bedoeld is. Dan had men vast eerder de 'oorlog aan de breuken verklaard':

$$-\frac{3}{8}x + 4 = -\frac{1}{8}x - 3$$

$$\text{Vermenigvuldig met 8: } -3x + 32 = -x - 24$$

$$-3x + x = -24 - 32$$

$$-2x = -56$$

$$x = 28$$

Onduidelijk dus met betrekking tot de bedoelde wiskundige activiteiten.

In het algemeen mogen we wel zeggen, dat het in deze boeken best meevalt voor de leraar, die met eigen visie tussen de regels door wil lezen. Of *duidelijkheid met betrekking tot de didaktische organisatie* van de wiskundelessen gewenst is, vragen we ons af. Tenslotte heeft de leraar recht op zijn persoonlijke aanpak. Toch vinden we het een voordeel, dat de presentatie van de stof in deze boeken een participatie van de leerlingen suggereert. Een participatie vanaf het prille begin, direkt bij de instap al. We zijn ons ervan bewust, dat er heel wat 'ervaren' kollega's zijn, die een aanpak als deze niet kunnen opbrengen. De duidelijkheid in deze zou hen voor teleurstellingen kunnen behoeden. Daarnaast is voor diegenen, die optimale participatie van de leerlingen in een onderzoeksgericht onderwijs willen realiseren, het boek te zeer voorgestruktuureerd. Zij zullen nieuwe instappen, konteksten, kernvragen en hints moeten ontwikkelen om bij het boek te gebruiken.

Door het bekijken van de opdrachten krijgt men in de meeste gevallen *duidelijkheid met betrekking tot de doelstellingen op korte termijn*, vooral als het de produktdoelen betreft. De rode pagina's met samenvattingen en trefwoorden ondersteunen dit enigszins.

Soms, als men iets verder kijken wil dan de korte termijn leerdoelen, komt men in moeilijkheden. Zo ook in deel 2 op pag. 47, waar het puntspiegelen wordt geïntroduceerd. (Het hoofdstuk heet: '*Puntspiegelen, Parallellogrammen*').

Het verband – zowel op aanschouwelijk als op wiskundig nivo – met lijnspiegelen is zoek. Toch begint men met een vergelijking van beide transformaties, en dat kan dan slechts op het nivo van de 'konstruktie' geschieden. Natuurlijk is er geen 'puntspiegel' bij de hand. Dan wordt er geoefend in het konstrueren. Tenslotte wordt met een plaatje duidelijk dat je veel beter van een rotatie over 180° kunt spreken. Deze gedachte wordt evenwel niet onder woorden gebracht. Pas in de volgende paragraaf wordt de bedoeling hoogstens alleen voor de docent duidelijk: een parallellogram is invariant onder een bepaalde puntspiegeling. En daar je meetkunde kunt beschouwen als de leer van de invariante figuren onder bepaalde groepen van transformaties . . ., is toch weer de bedoeling 'duidelijk' geworden . . . (?!).

Geeft het boek duidelijk aan vanuit *welke visie* op wiskundeonderwijs het is geschreven? We menen, na de voorgaande analyse (2.2) te kunnen stellen, dat dit in grote lijnen wel het geval is. We gaven dit hiervoor ook aan met punten van kritiek en van waardering op de uitwerking ervan.

De leraar, of de wiskundesektie, die deze serie op bruikbaarheid wil beschouwen, is hoogstwaarschijnlijk gediend met deze analyse. We proberen tenslotte onze visie ekspliciet te maken en de uitspraken te konfronteren met stukjes wiskundeonderwijs uit deze boekjes. Misschien was men meer gediend geweest met een eksplicitering van de visie van de auteurs zelf. Wel, wie weet wat nog komt!

Een steun, die het boek minder geeft dan wenselijk, betreft de *evaluatiepunten*. De vorm: 'opdrachten, tussenliggende stukjes uitleg en opgaven daarna' leidt niet zonder meer tot diagnostisch werken. Hier zal de leraar steeds weer attent

moeten zijn en vragen en antwoorden van leerlingen serieus overdenken. Wat *oefenstof* betreft, ook een steunpunt voor leraren, geeft deze serie ruim voldoende. Regelmatig komen herhalingsopgaven voor. Tenslotte kan men steun vinden in een indeling in basisstof en verrijksstof. Een uiterste konsekwentie – de aanpak volgens Mastery Learning – wordt hier – gelukkig – niet gevolgd. In feite doet men in deze boeken heel weinig in die richting. Zegge en schrijve elf opdrachten met een sterretje komen voor. We nemen aan, dat die bedoeld zijn als verrijking, hetgeen inhoudt, dat de leraar uit het overige zijn eigen basis (lees: fundamentele) keuze moet doen. Gelukkig maar.

AR, dit jaar met deze methode begonnen, heeft bewust voor dit boek gekozen. Alles wat van belang is voor deze leerlingen staat er in. Dat betekent wel dat hij sommige stukken weglaat en dat hij vooral de vraagstukken gebruikt (veel bijval van de anderen).

Hij vindt vergelijkingen voor deze leerlingen een centraal probleem. Ook hier speelt weer het probleem van de introductie, er wordt niet concreet genoeg begonnen.

AP vindt dat er teruggegaan moet worden naar het principe van vergelijken. Voor hem is dat het wegen met een balans. Links en rechts hetzelfde bijdoen of weghalen.

Daarna kan het schematischer opgezet worden.

AR vindt dat ook de schrijfwijze met het ekwivalentieteken onduidelijk is. De anderen vullen aan dat het begrip oplossingsverzameling volledig gemist kan worden. Ook is het bij de introductie van het begrip niet nodig beperkende voorwaarden aan de variabele op te leggen. Wel, zo vindt AP, moeten de leerlingen al in het begin met vergelijkingen zonder oplossing gekonfronteerd worden. We sluiten de discussie over vergelijkingen af met een konklusie.

Je moet steeds zo praktisch mogelijk beginnen, het boek geeft die ruimte, je moet het wel als leraar zelf inbrengen.

2.2.2 Eigen inbreng

Traditioneel bepaald is de inbreng van een wiskundeleraar vooral betrokken op het uitleggen. In moderne opvattingen over wiskundeonderwijs komt er het één en ander meer kijken. Laten we evenwel deze paragraaf eenvoudig beginnen. In de eerste plaats zal de leraar dan in het boek voorkomende, niet verantwoorde (eventueel foutieve) uitspraken moeten korrigeren. De vier deeltjes gaven ons niet al te veel in dit opzicht.

In 1(p47) gaat het over loodrecht en in rood staat geschreven:

Als twee lijnen vier rechte hoeken maken, dan zeggen we dat die lijnen elkaar loodrecht snijden.

Fout is het niet, maar vanuit wiskundig standpunt kunnen aanmerkingen gemaakt worden.

In 2(p21) wordt een toepassing van de 'wisseleigenschap van de optelling' gegeven:

Hoeveel is $25 + 37 + -25$? Pas de wisseleigenschap toe, verwissel 37 en -25 van plaats.

$$25 + 37 + -25 = 25 + -25 + 37 = 0 + 37 = 37.$$

Pas in volgende voorbeelden komt iets van de associativiteit naar voren.

In 4(p9) lezen we:

Figuren begrensd door rechte zijden noemen we gelijkvormig, als de overeenkomstige zijden evenredig zijn en de overeenkomstige hoeken gelijk zijn.

In 4(p55):

3. Bereken de inhoud van het prisma in fig. 6.4. Doe het op twee manieren:

a. met de formule $I = G \times h$;

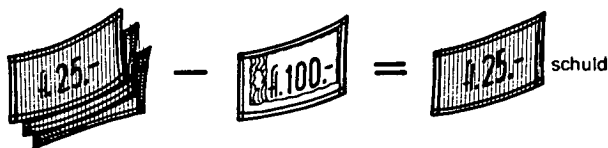
b. door telling van het aantal kubussen of gedeelten daarvan.

En b. om te laten zien, dat het met die formule (kwa uitkomst) in a. wel goed zat!

Uitleggen heeft vele gezichten. We denken meestal aan het achteraf nog een keer duidelijk maken van onbegrepen zaken. Soms treft men nog leraren aan, die dit van tevoren doen, zodat de leerlingen snel aan 'het werk' kunnen gaan. De in dit boek geplande uitleg-punten – na de rode streepjes – staat in dienst van het maken van de opdrachten, het beantwoorden van de bijbehorende vragen en het bewustmaken van de essentiële punten. Met betrekking tot dit laatste zal de leraar evenwel zelf veel moeten bijdragen, het boek alleen geeft hier niet voldoende richting aan.

Uitleggen kan ook te maken hebben met de bedoeling van een opdracht, met het nut ervan, met de zinvolheid, de noodzaak van een oefening, de waarde van een algoritme, de kracht van een plaatje, de overtuigingskracht van een redenering, de beleving van een ontdekking, de formulering van een vondst, het doorbreken van een gewoonte, het opheffen van een fixatie, het aanbrengen van systeemscheiding, het oproepen van een wiskundig schema, het geven van een hint, het stellen van de enig juiste vraag, het aanreiken van materiaal... Dit werk ontmoet je in de klas, dicht bij de leerlingen. De leraar kan niet veel meer doen dan de stof in het boek vanuit dit standpunt bekijken. Voor degenen, die hun eigen bekwaamheden in relatie met deze boekjes willen toetsen, geven we een paar voorbeelden:

2p62: Hoe zou je figuur 52 uitleggen?



2p134: Per wedstrijd maakt AJAX gemiddeld 3,59 doelpunten, ... AJAX scoorde in totaal $34 \times 3,59 = 122,06 \approx 122$ doelpunten. Hoe zit dat?

1 p124: $b = 3 + x \dots$

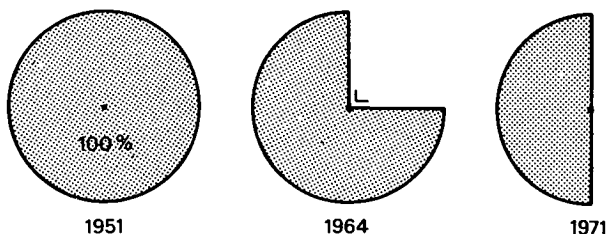
Er wordt een tabel gemaakt ($x \in \mathbb{N}$) en een grafiek. Waarom, zo vraagt een leerling, komen die punten op een rechte lijn?

3 p75 opgave 12:

Een landmeter maakt gebruik van een kijker, die 1.50 meter boven de grond staat. Hij kijkt naar een flat. Voor de voet van de flat moet hij een hellingshoek van 3° omlaag, voor de top 20° omhoog $\dots$

Hoe meet je met een kijker die hellingshoeken?

3 p77: *De eerste schijf stelt de koopkracht van de gulden in 1951 voor. Laten we zeggen, dat die 100% was $\dots$*



Wat is koopkracht? En een hele cirkel is altijd 100% $\dots$

4 p52: *Als een ruimtecapsule een snelheid heeft van 28.000 km/u en zes uur nodig heeft voor een omwenteling rond de aarde in een cirkelvormige baan, hoe hoog bevindt zij zich dan boven de aarde?*

Waarom ligt het middelpunt van de aarde in het vlak van de cirkelvormige baan?

4 p80: Voorbeeld 2:

$$(a + 3)(a + 7) = a^2 + 10a + 21$$

10 is de coëfficiënt van a .

De derde term is 21. In deze term komt geen a voor.

We noemen hem de constante term.

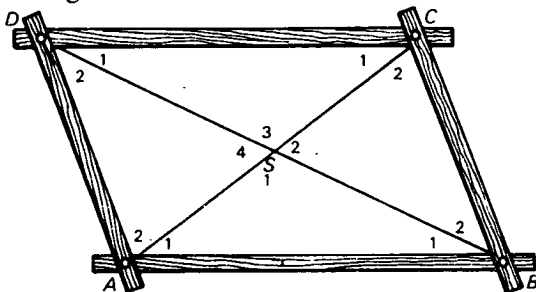
Waarom is 21 wel en 10 niet konstant? En wat is dan variabel in gewone en in kwadratische drietermen?

Wie de wiskundige activiteit ook wil plaatsen in meer *algemene konteksten* van het 'reële leven', zou aan deze boekjes heel wat kunnen toevoegen.

Ter verduidelijking een paar suggesties:

- 1 p8 : even en oneven getallen in de kontekst van huisnummers of zitplaatsnummers in de bus;
- 1 p11 : de verzameling namen van de maanden in de kontekst van de kalender;

- 1 p 54 : draaien in de kontekst van het rijden over een verkeersplein of klaverblad;
- 4 p 13 : ‘van gelijkvormige lichamen, waarvan de afmetingen zich verhouden als 1 en n, verhouden de inhouds zich als 1 en n^3 ’ in de kontekst van ‘het kleinste vogeltje’ en ‘het grootste dier’;
- 2 p 149: veranderende hoeken in de kontekst van wandrekken en kruis-schragen:



- 3 p 49 de introductie van ‘de tangens’ in de kontekst van berghellingen:

Overigens zij opgemerkt, dat ook de schrijvers zich veel moeite getroostten om opdrachten in de kontekst van de techniek te plaatsen.

De inbreng van de leraar kan zich ook richten op het laten gebruiken van ‘konkreet’ materiaal. Het boek geeft hier voldoende aangrijpingspunten. Kontakt met de leraren uit de praktijkvakken zou hier nog uitbreiding aan kunnen geven.

Ook het *plaatsen van aksenten* binnen het onderwijs kan veel inbreng van de leraar vergen. We denken hierbij in het bizonder aan die momenten, waar het proces van wiskunde bedrijven beschouwd kan worden.

Op bepaalde plaatsen in het boek bestaat de mogelijkheid om belangrijke wiskundige inzichten naar voren te laten komen. Voorbeelden hiervan vinden we in deel 2 (p24): Bij twee naar symmetrie duidelijk te onderscheiden werk-tekeningen moeten de leerlingen koördinaten plaatsen om gaatjes aan te geven. De leraar kan hier, zo hij wenst, de zichtbare symmetrie (en asymmetrie) in verband brengen met de getalsmatige symmetrie in de koördinaten.

Bij de beschouwingen over evenredigheid in deeltje 4 (p9) is het heel goed mogelijk, dat de leraar het gebruik van de evenredigheidsmatriks stimuleert. Vooral bij gelijkvormige figuren wordt hiermee de evenredigheid (die zichtbaar is in de zijden) getalsmatig beschreven.

Een belangrijke inbreng van de leraar komt naar voren als hij beslissingen met betrekking tot de leerstofkeuze op grond van ‘de relevantie van de wiskunde’ wil nemen. De vraag welke wiskunde in een gegeven kontekst relevant is, is niet eenvoudig te beantwoorden. We beperken ons hier tot één voorbeeld.

In deel 2 (p81) wordt een bekende houtverbinding – de zwaluwstaart – ten tonele gevoerd. De wiskundige vraagstelling betreft het aantal paren Z-hoeken. Men kan zich afvragen of de vraag naar Z-hoeken relevant is bij het werken

met zwaluwstaarten. De leraar wiskunde in het LBO zal zich zeker dit soort – gewetens – vragen willen stellen.

Het probleem is steeds: hoe kun je de leerlingen de stof zo presenteren dat het ze aanspreekt. Kies steeds zo veel mogelijk onderwerpen uit de techniek. Bij de stelling van Pythagoras zou de instap een bouwhaak kunnen zijn die de leraar bouwkunde wil gebruiken.

2.2.3 Achtergrondkennis

Uit de voorgaande beschouwingen blijkt duidelijk, dat de leraar, die deze leer-gang flexibel wil gebruiken om tot persoonlijk gekleurd en binnen het LBO relevant wiskundeonderwijs te komen, nogal wat didaktische achtergrondkennis kan gebruiken. Ook zijn kennis van eenvoudige toepassingsgebieden van de wiskunde zal hem zeker goede diensten kunnen bewijzen. Een eigen visie op wiskundeonderwijs, van waaruit hij de aksenten in zijn onderwijs kan plaatsen, is onontbeerlijk. Aan de andere kant laat deze methode voldoende ruimte voor een persoonlijke interpretatie en flexibel gebruik.

2.2.4 De leraar als leerling

Er zijn leraren, die ook tijdens het uitoefenen van hun beroep nog openstaan voor leerervaringen, in wiskundige en wiskundig didaktische zin. Werkend met deze boekjes en gevoelig voor zaken als genoemd in 2.1 moet het mogelijk zijn zich didaktisch te ontwikkelen. We nemen enkele oriëntatiepunten:

- leren over motiverende problemen en materialen
- leren over materiaalfactoren
- leren over de organisatie van onderzoeksggericht onderwijs
- leren met betrekking tot evaluatiepunten
- leren met betrekking tot kernvragen
- leren met betrekking tot het geven van uitleg
- leren met betrekking tot standaard moeilijkheden en fouten
- leren met betrekking tot bewustmakingspunten

Een leraar, die zich als leerling opstelt, moet onzes inzien met veel meer genoegen zijn didaktische opdrachten vervullen. Vandaar 2.2.4.

2.3 Een leerling is ook een mens

Wiskunde heeft voor een niet gering aantal mensen het karakter van een wetenschap die ontwikkeld wordt in studeerkamers, onafhankelijk van de realiteit, waarmee de mensheid zich gewoonlijk bezighoudt. Vaak heeft men geen weet van de inspanningen die mensen zich moesten getroosten om maar een klein stapje verder te komen. Op allerlei nivo's van wiskundige arbeid zijn ontdekkingen gedaan, die in elk geval de betrokkenen tot een grote vreugde waren.

Wij beschouwen wiskunde als een menselijke aktiviteit, met al zijn up-and-

downs en met de vele mogelijkheden tot samenspraak. In het wiskundeonderwijs willen we dit tot uitdrukking brengen. We vinden dat de leerlingen de kans moeten krijgen op hun nivo de wiskunde ook als zodanig te beleven. Het (her)ontdekken van nieuwe inzichten zou ook voor hen een vreugdevolle ervaring moeten kunnen zijn, vanuit de eigen aktiviteit en de discussie met medeleerlingen zou men zich wiskundig moeten kunnen ontwikkelen.

Het is om die rede dat we deze paragraaf aan de leerling, als ook een mens, willen wijden. Vanuit dit standpunt bekijken we de voor ons liggende leergang op inhoud, presentatie, volgorde, ruimte, nivo en dergelijke.

2.3.1 De leerling wordt aangesproken

Dat men zich in deze boekjes tot de leerling richt wordt reeds duidelijk in de 'wegwijzers'. Ook de vorm, waarin opdrachten en daaruit voortkomende konklusies zijn gegoten, wijzen in die richting.

Een belangrijk element is nu *de taal*, die men daarbij gebruikt. We letten eerst op de *gewone omgangstaal*, te onderscheiden van de gekonstrueerde wiskundige taaltjes.

Dat de auteurs zich bewust met de taalproblematiek hebben beziggehouden, blijkt op diverse momenten, een voorbeeld vindt men in 2p48, waar *taalhulp* wordt geboden:

Vertel 3 bijzonderheden van OA en OA' in figuur 42.

a. *Gebruik de woorden is gelijk aan*

b. *Gebruik de woorden in elkaars verlengde.*

Ook het *taalgebruik van de leerlingen* zelf blijkt in de aandacht te zijn. Een duidelijk voorbeeld betreft het gebied van de bewerkingen. Kinderen, juist van de basisschool, zien in $a + b$ meer een optelling (een opdracht, om te gaan optellen) dan een som (de uitkomst). (1 p7) Men beschrijft bij $x + 12$ de gang van zaken als *12 opgeteld bij x* . . . (1 p36). Soms kan de attente lezer enige onzorgvuldigheid bemerken. In 1 p53 wordt vermeld dat *de benen OA en OC* in elkaars verlengde *liggen*. Het verlengen (van lijnstukken, uitbreiden van vlakken) is daarvoor evenwel niet aan de orde geweest. Ook met de suggestie op 3p19:

met raden kom je een heel eind . . .

kan men de plank misslaan. Tenslotte is *raden* voor de kinderen iets waarbij je niet hoeft te denken (mag denken^{*)}), terwijl schatten of benaderen wel een mentale aktiviteit vereist.

In 1 p71 denkt men er overigens wel aan in het geval van halveren:

Begrijp je het verschil tussen een lijnstuk in twee stukken verdelen en een lijnstuk middendoordelen.

Inderdaad is deze bewustmaking voor de leerlingen nodig, daar hun taalgebruik op dit gebied misverstanden zou kunnen oproepen.

^{*)} Zie Wiskobas Bulletin jaargang 6, nr. 5/6: Opleiding.

Voor sommige kinderen kan dit vak wel eens overkomen als *die gekke wiskunde*. Deze indruk wordt door bepaalde uitspraken en formuleringen versterkt. Het identificeren van *dezelfde verzameling* met *gelijke verzamelingen* is hiervan wellicht een voorbeeld. Ook de uitspraak (1 p22):

Dat doen we dikwijls in de wiskunde

of (2p103):

De draaiing terug heet in de wiskunde de positieve draaiing

willen we in dit licht plaatsen.

Leraren aksentueren dit als ze leerlingewerk aldus beoordelen:*)

Opgave: $x + 3 = 5 \quad x \in \mathbb{N}$

$x = 2$ fout!

Oplossingsverzameling $\{2\}$ goed.

De wiskundeleraar-auteur heeft het evenwel niet gemakkelijk. Men ziet iets van deze worsteling in deeltje 1 (vanaf p35). Het gaat over het begrip variabele.

We hebben op deze plaats zo lang de letter p gezet. We hadden natuurlijk net zo goed een andere letter kunnen gebruiken, een a, een k of een x bijvoorbeeld.

De indruk, dat het over variabele letters gaat – en niet over getallen – moet hier gewekt worden. Even later:

De letters, die we op de open plaatsen zetten, heten variabelen,

en op de volgende pagina:

De letters zijn variabelen over $\mathbb{N}$.

Pas op pagina 40 kan men lezen:

De letters stellen variabelen voor over $\mathbb{Q}$.

Een meer triviale kompleksiteit in formulering komt ook voor. In 2p65:

Iemand heeft f 20,- schuld. De schuld wordt verminderd met f 10,- schuld, dan heeft . . .

wil men de bijbehorende aftrekking $-20 - (-10) = -10$ illustreren.

Ook de uitdrukking (2p116):

een gemeenschappelijke getalsfaktor in $6a + 9ab + 12ac$

lijkt nogal ingewikkeld.

Didaktische overwegingen leiden soms tot een soort popularisering van de taal. We zouden het gebruik van de termen Z-hoeken en F-hoeken toch positief willen waarderen. Wat we met rode en zwarte vektoren in dit opzicht aanmoeten . . .

*) Autentiek.

Heel geschikt achten we de pogingen om de wiskundige problematiek te formuleren in de taal van een praktikum-gebruiker: stansen, snaaroverbrenging, omwentelingen, diameter, bouwplaat, bouwtekening, cilindertank, kabels spannen en dergelijke.

Het taalgebruik kan ook op *nivo's* bekeken worden. Van hoog nivo achten we zaken als:

1 p 148 *In elke driehoek . . .*

2 p 43 *Een vierkant is een bijzondere ruit*

2 p 55 *Gelijke Z-hoeken en evenwijdige lijnen gaan steeds samen.*

De woorden (elke, een bijzondere, gaan steeds samen) zijn niet moeilijk, maar wat ermee gezegd wordt destemmeer.

Tenslotte een voorbeeld van didaktisch *wishful thinking* in 2 p 38:

. . . heb je een bijzondere vlieger ontdekt,

maar wie zou dat een didaktikus kwalijk durven nemen.

Met het voorgaande hebben we ons niet kunnen beperken tot de pure omgangstaal. Ook *wiskundige taaltjes* kwamen in beeld. We kunnen nu wat meer aandacht besteden aan de pogingen, om van 'gewone'- naar wiskundetaal te komen en aan de geformaliseerde wiskundetaal op zichzelf.

Ten aanzien van het eerstgenoemde hebben we gekonstateerd dat er – vooral in de eerste twee deeltjes – ruime aandacht aan dit proces besteed is. De moeilijkheden die leerboekschrijvers hierbij ontmoeten, zijn al aangeduid (voor een aardige aanpak zie men 4 p 21).

Het combineren van elementen uit beide talen leidt in deze boeken soms tot lachwekkende noteringen. Wat vindt u bijvoorbeeld van:

Een rechte hoek = 90° (1 p 51) of van

$\approx$ = is ongeveer gelijk aan?

Ook de volgende uitspraak vermag enige bevreemding wekken:

b. De grootte van $\angle A$ in deze driehoek stellen we voor door α . Meet de grootte van α met de gradenmeter. (3 p 50)

Daarnaast zijn veel meer positieve elementen aan te wijzen. Vooral de 'taal' van de beschrijvende statistiek – zeg het met beelden – komt hier goed uit de verf. Er is zeker met zorg gewerkt bij het zoeken naar de juiste beschrijvingsmiddelen in gegeven situaties. Men weet dat op dit punt nogal eens slordig wordt omgesprongen met staafdiagrammen en lijnengrafieken.

Ook de taal van de tabellen en die van de grafieken wordt aangeleerd en toegepast. Dat daarbij de taal der koördinaten een intermediaire funktie heeft, ligt voor de hand.

Met enige terughoudendheid willen we de – modieuze – taal van de verzamelingen beschouwen. Afspraken met betrekking tot het noteren van verzamelingen, toegepast op voorbeelden uit

de belevingswereld van de leerling,

leiden tot wrevelferwakkende opdrachten. U kent ze allemaal, ze zien er onder andere zo uit: 1 p 60

Zijn de volgende verzamelingen gelijk?

b. $\{p,o,e,s\}$ en $\{s,o,e,p\}$

c. $\{p,o,e,s\}$ en $\{k,a,t\}$

Waar letters in de wiskunde staan voor variabelen over getalverzamelingen, moet deze poes toch wel de soep ingaan. Een intelligente leerling zal er minstens een kater aan overhouden. Met dit soort verzamelingentaal – en wie van ons heeft zich daar nooit aan bezondigd – hebben we naar onze mening een $\{k,a,t\}$ in de zak gekocht.

We noemen hierboven ‘de belevingswereld’. Wiskundig-didaktisch kan men wellicht beter spreken van *algemene konteksten*. Hierbinnen dient dan de wiskundige probleemstelling passend en zinvol te zijn. We vonden in de boekjes hiervan goede en minder goede voorbeelden. Een belangrijke vraag, die ten aanzien van dit punt gesteld moet worden, betreft hoe lang men de problemen binnen de gegeven kontekst oplost. In deel 2 (p 152) wordt het tekenen en meten van hoeken geïntroduceerd in de kontekst van timmerman en tekenaar. Maar het is slechts een vingerwijzing naar de praktijk, bij de opdrachten is de timmerman en de winkelhaak vergeten. Dit geldt ook voor de zeilboot (3p 15) waarvan het topzeil, een rechthoekige driehoek, de Stelling van Pythagoras moet inleiden.

Het vinden van rijke konteksten bij gegeven wiskundige leerstof is niet eenvoudig. Je bent genooddakt over toepasbaarheid en over fundamenteën na te denken. Het werken met netwerken (1p 30) in de kontekst van verpakkingsmateriaal lijkt ons een goede keus. Minder geslaagd vinden we het begrip rotatie in de kontekst van de molen (2p 102).

Wiskundeonderwijs heeft een doel, nu eens heel duidelijk dan weer wat vaag voor de verantwoordelijke leraar. Wie gemotiveerd wiskunde wil leren, tracht ook de bedoelingen te doorgronden. De leraar, die zijn leerlingen in ‘t ongewisse laat – later zul je wel zien waar ‘t goed voor is – of, op kortere termijn leer die stelling nu eerst maar goed, volgende les kom ik erop terug – krijgt in ‘t algemeen weinig volgelingen.

Ten aanzien van diverse introducties in deze leergang zal de leraar moeten ingrijpen, willen de leerlingen actief blijven volgen. We wijzen op deel 1 p 38, waar vergelijkingen uit de lucht komen vallen met de opmerkingen:

Een open bewering, waarin is gelijk aan voorkomt, noemen we een vergelijking. Een vergelijking oplossen is het berekenen van de oplossingsverzameling.

Voorbeeld 1:

Los de vergelijking $8 = x + x$ op; x is een variabele over $\mathbb{N} \dots$

In 2 p 47, we noemden het reeds, is de bedoeling van de puntspiegeling gedurende lange tijd onduidelijk.

In 3p49 gaat men – vanuit het standpunt van de leerling – ook doelloos te werk :

In figuur 6.1 zijn $\triangle ABC$ en $\triangle ADE$ gelijkvormige rechthoekige driehoeken. We gaan uitrekenen hoe groot de uitkomst is van $\frac{BC}{AC} \dots$

We rekenen ook uit hoe groot $\frac{DE}{AE}$ is Je ziet dat $\frac{BC}{AC} = \frac{DE}{AE} = \frac{2}{3}$.

En daar blijft het bij; ook de volgende opdrachten in deze paragraaf hebben dit karakter.

Alle activiteiten staan evenwel in het teken van de tangens, bij iedere α komt zo'n verhouding (boek: *uitkomst van de deling $\frac{a}{b}$*) en omgekeerd.

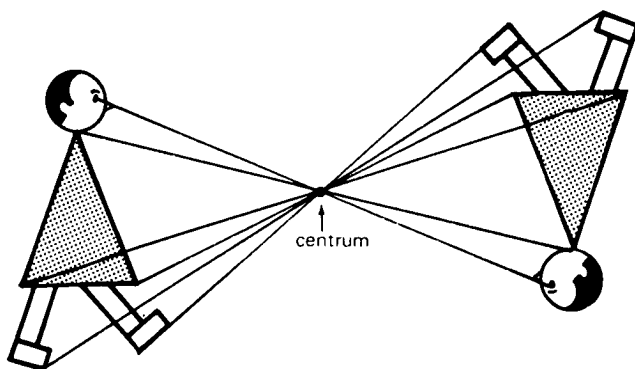
Tenslotte: We schrijven dat zo: $\tan \alpha = \frac{a}{b}$.

Moelijker nog dan het nagaan of de bedoeling duidelijk kan worden voor de leerlingen is het punt van de zinvol- of zinledigheid. Kunnen de leerlingen aan hun werken met de aangeboden stof *een betekenis* geven. Hoe zit dat bijvoorbeeld met de uitbreiding van de getallenlijn naar links (2p13), waar alleen gezegd wordt:

Je komt er gemakkelijk toe de getallenlijn ook links van nul voort te zetten.

En welke 'zin' zullen de leerlingen geven aan het *klokrekenen* (1p42). Over de zinledigheid van enkele definities op bepaalde momenten, hebben we reeds gesproken.

Bij het lezen van wiskunde spelen *materiaalfactoren* een niet geringe rol. Vooral bij het werken met aanschouwelijke problemen moet de leraar enige gevoeligheid ontwikkelen. Een mooi voorbeeld vindt men op pagina 50, deel 2.



De draaiing (180°) springt meer uit de figuur naar voren dan de puntspiegeling, die later het parallellogram moet helpen klassificeren. In dit verband dringt

zich trouwens de vraag aan ons op hoe het toch komt dat je altijd moet zoeken naar puntsymmetrie en dat je lijnsymmetrie *zo ziet?*



Het feit dat er vaak prachtige tekeningen – verduidelijkt door het gebruik van rood – in de boekjes staan, doet ons vermoeden dat deze auteurs enige gevoeligheid op dit punt hebben.

De rekenopdrachten – Fremdkörper – zitten ons dwars. Op basis waarvan wordt verwacht dat de leerlingen deze kunnen maken. In de wiskunde wordt er bijna niets aan gedaan, soms komt het voor dat een (oppervlakte) som (over de cirkel) wordt gegeven voordat deze leerstof in het boek aan de orde gesteld is. We nemen aan dat deze hoofdstukken aan de auteurs zijn opgedrongen en kijken liever naar de aandacht, die binnen de wiskundige hoofdstukken aan de *oriënteringsbasis* van de kinderen besteed is. Laten we niet ingaan op breuken (1p85), legpuzzels (1p46) of rechthoeken (2p41).

Neem 1p80, opdracht 8 D.

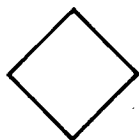
De leerlingen moeten *meten in mm*, maar het werken en denken in *onnauwkeurigheid* is hen vreemd. Hoe valt de gestelde vraag op een oriënteringsbasis van precieze antwoorden? En hoe als men later de nauwkeurigheid expliciet noemt? Een betere benadering vonden we in 3p38, waar vergroten en verkleinen worden bestudeerd. Vergrotingen van foto's worden daar genoemd en zelfs afgebeeld. Men had natuurlijk verder kunnen denken, een foto op zichzelf is al een verkleining van de werkelijkheid, en het verkleinen gebeurde verhoudingstrouw (en hoektrouw). Als dat niet zo was, zou je wat zien, kijk maar eens naar die karikatuur van Wim van Hanegem. Kinderen hebben nog meer in hun oriënteringsbasis. Ze hebben verhoudingen vooral getalsmatig verwerkt, misschien met een verhoudingsblok, dat de toegang tot evenredigheidsmatrices vergemakkelijkt.

Leerlingen moeten in het wiskundeonderwijs, op alle nivo's, serieus genomen worden. Dit betekent onder andere, dat de beweringen en hun motivering ('bewijs') voldoende *overtuigingskracht* moeten hebben. Daar van deductie op dit nivo geen sprake kan zijn, moet deze kracht ergens anders aan ontleend worden. De inductieve redeneringen (onder andere 2p96) noemden we reeds in een ander kader. De 'bewijzen' met een plaatje (onder andere 4p31: $a^2 + b^2 = (a + b)(a - b)$) komen in deze boeken naar onze smaak wat te weinig voor. Wil je van 'wiskunde doen' – vooral in een materiële fase – ook 'wiskunde leren' dan is *voortdurende bewustmaking* noodzakelijk.

We konstateerden wat dit punt betreft nogal wat leemten, in het bijzonder in de beide eerste deeltjes. De rode pagina's met trefwoorden en samenvattingen komen in dit verband vaak te laat en zijn oppervlakkig gevuld.

Kinderen maken soms allemaal dezelfde fout. Als leraar kun je bepaalde fouten al voorspellen. De ene keer wil je ze vermijden, dan effen je het pad voor de leerlingen. Een andere keer denk je, dat ze er meer van leren als ze die fout wel maken. In dit geval laat je de oneffenheden bestaan. Het zou aardig zijn deze

‘geijkte fouten’ voor dit boek te inventariseren opdat leraren er het hunne mee kunnen doen. Wij kunnen er, zonder de leerling erbij, weinig toe bijdragen op dit moment. (Desondanks een voorbeeld:



wordt vaak een ruit genoemd)

De *komplexiteit* van de opdrachten is niet groot, men heeft de problematiek zeer uiteen gerafeld. We kunnen ons voorstellen, dat veel kleine vraagjes voor deze leerlingen ook een zekere complexiteit met zich meebrengen. Het uiteenrafelen heeft nog een ander gevolg: *de ruimte voor de inbreng van de leerling* is in het algemeen niet groot. Wij zeiden dit reeds op het punt van de onderzoeksgerichte aanpak.

De ‘theorie’ wordt klassikaal aangeboden. Soms is het de leerstof uit het boek, maar heel vaak wordt er zelfs iets gemaakt. Als het maar enigszins kan wat de taal betreft dan inderdaad uit het boek.

Maar, zegt JR, daar zit nu juist het probleem: het kunnen lezen. Veel stukken tekst kunnen zijn leerlingen althans niet lezen. Hij denkt dat door de ontstaanswijze van het boek komt: een aftreksel van een voor AVO/VWO geschreven leergang.

AP valt bij: het Nederlands is korrekt, maar onze leerlingen kunnen het niet begrijpen. Dat is met name jammer bij op zich goede opgaven: de leerlingen kunnen ze niet maken omdat ze niet begrijpen wat er staat.

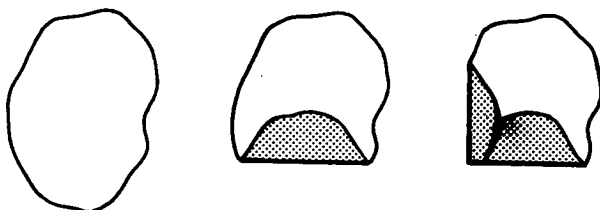
2.3.2 Wiskunde leren

Waar je het eerste aan denkt in dit verband zijn vanzelfsprekend *begrip(pen)* en *inzicht(en)*. Belangrijke begrippen, die hier als zodanig aan de orde komen, zijn onder andere: getal, variabele, hoek, symmetrie, coördinaten, oppervlakte, inhoud, transformatie, verhouding, goniometrische verhouding, afbeelding, diagram. Hiermee is niet alles gezegd, enerzijds omdat aan elk van de genoemde begrippen andere gekoppeld zijn – in wiskundige zin en ook in psychologische zin – anderzijds omdat het interessant is om na te gaan hoe men via deze leergang de begripsvorming laat plaatsvinden.

In dit licht bezien nemen we het begrip *hoek*.

In deel 1 (p46) oriënteert men zich op dit begrip door middel van inlegvormen. De verschillende hoofdletters kan men op een verschillend aantal manieren in de eigen opening terugleggen. Of bij het proberen en dus het draaien van de letters het begrip hoek een rol speelt, is het niet duidelijk. De leraar zal door middel van specifieke vragen op dit punt de essentie bewust moeten maken. Dan wordt van een papieren rechthoek – *iedereen weet wat dat is* – een rechte hoek afgescheurd. Door dit vlakdeel te leggen op de andere rechte hoeken,

wordt duidelijk dat ze gelijk zijn. Inmiddels is de rechte hoek van het vlakdeel losgemaakt: 'Aan dat afgescheurde stuk zitten twee rechte kanten. Deze rechte kanten vormen samen een rechte hoek.' Dat men hier voorbijgaat aan de bekende moeilijkheid van kinderen, die als ze hoeken moeten vergelijken op grootte naar andere grootten kijken (oppervlakte, lengte), is naar onze mening een manko. Ook maken we aanmerking op de niet expliciet gemaakte tweeduidigheid in het verkennen van hoeken: vlakdeel of figuur begrensd door halve lijnen. Het feit, dat het woordje *rechte* in de aanduiding van rechte hoek in twee betekenissen voorkomt, lijkt ook verwarrend. Via de hoeken, die de wijzers op de klok met elkaar maken, gaat men – we hopen de leerlingen ook – aan het vouwen:



Er wordt gevraagd naar scherpe vouwen. *) De mededeling, dat je zo een rechte hoek krijgt, wordt geverifieerd door deze hoek te vergelijken met bekende rechte hoeken.

Het waarom wordt niet ter discussie gesteld; wel kan gekonstateerd worden dat vier rechte hoeken het vlak rondom een punt precies vullen. Tegelvloeren leveren dan een kontekst, waarbinnen deze verworvenheid bevestigd wordt. Nu komen – weer vlakdelen – kleinere hoeken ter sprake, en grotere dan rechte hoeken. Via onderzoekjes aan de geodriehoek gaat men hoeken tekenen – halve rechten – om ze te kunnen ordenen. Op de gradenboog kun je dan zien dat 'Een rechte hoek = 90° '. Nu kunnen allerlei hoeken tussen 0° en 180° getekend en gemeten worden.

Na de oefeningen wordt het hiervoor gevormde hoekbegrip uitgebreid (niet toegespitst!) door draaiingen te beschrijven. Fietswielen, wijzers op de klok, de draaiing van de aarde (rotatie) en de kompasnaald leveren de stof.

Ook binnen de wiskunde kan het gevormde begrip gaan functioneren. Reeds vlug na de geschetste introductie komen rechthoek en vierkant – en enkele eigenschappen ervan – aan bod. Veel langer duurt het tot de driehoeken bestudeerd gaan worden. Vooral de som van de hoeken (180°) – eerst gemeten, later 'bewezen' – krijgt hier een aksent. Dat de basishoeken van een gelijkbenige driehoek gelijk zijn, volgt uit de mogelijkheid, dat je deze op twee manieren in zijn opening kunt leggen. Eenzelfde aanpak overigens bij het aantonen van de gelijkheid van overstaande hoeken.

Het onderwerp spiegelen, in de volgende klas, geeft een nieuwe impuls. Evenwijdigheid en loodrechte stand worden vanzelfsprekend bestudeerd op basis

*) Een vraag aan de lezers: Wie kan uitleggen, dat je op die manier een rechte lijn krijgt?

van het aanwezige hoekbegrip. Nu komen ook de rechthoeken weer terug. Wat iedereen al wist in de vorige klas wordt nu expliciet gesteld: *‘Een rechtehoek is een vierhoek met vier rechte hoeken. Elke hoek van een rechtehoek is dus 90°’* Wil deze uitspraak betekenis krijgen binnen het leerproces van de leerlingen, dan ontkomt de leraar er onzes inziens niet aan om ook de werkwijzen van de wiskunde in de beschouwingen op te nemen (Zie hierboven bijvoorbeeld onder ‘definities’, ‘bedoeling’, ‘zinnelijkheid’ en ‘die gekke wiskunde’). Puntspiegeling en parallellogrammen brengen ons in het gebied van de Z-hoeken, translaties later in dat van de F-hoeken. Het is evident, dat op dit moment het begrip hoek aanwezig moet zijn.

In de hogere leerjaren oriënteren we ons dan op basis van deze begripsbepaling en die met betrekking tot het begrip verhouding – ook alleszins een dergelijke analyse waard – op de goniometrie. Het meten van hoeken door middel van bepaalde verhoudingen wordt via het begrip tangens geïntroduceerd.

Nu kunnen hoeken ook helpen bij het vinden van andere grootheden (bijvoorbeeld afstand).

Met een beschouwing als hiervoor moet het mogelijk zijn om een indruk te krijgen van de wijze waarop een begrip vulling heeft gekregen voor de leerlingen. Dit is ook te formuleren in termen van een *wiskundig schema*, dat in bepaalde situaties door de kinderen geaktualiseerd wordt. In 2p61 treffen we een aardige illustratie hiervan aan. Hier wordt het begrip *‘tegengesteld van een getal’* gevisualiseerd op de getallenlijn. Van tevoren heeft die getallenlijn al een rol gespeeld bij het optellen en aftrekken van natuurlijke getallen. Los daarvan is binnen het schema van wiskundige transformaties de puntspiegeling vastgelegd. Nu, in verband met *‘tegengesteld’* moeten beide schema’s gaan werken. Alleen de leraar in de klas, dicht bij zijn leerlingen, kan naar onze mening iets daaromtrent konstateren.

Naast begrippen noemden we ook *inzichten*. In groot verband willen we daaronder verstaan het begrijpen van globale(re) wiskundige structuren en wiskundige werkwijzen. Wat dit betreft moet de leraar zelf actief worden. Het boek staat dit in ieder geval niet in de weg.

Vaardigheden moet je ook leren. Het oplossen van een vergelijking, het tekenen van een diagram, het benaderen van een wortel, het opzoeken van de tangens, het tekenen van een cirkel met de passer, aftrekken binnen $\mathbb{Z}$, de distributieve eigenschap toepassen, een oppervlakte berekenen, al dit soort activiteiten moet verkend, begrepen, geoefend en toegepast worden. Het toepassingsbereik hangt ten nauwste samen met factoren als kontekst, zin, oriënteringsbasis, materiaal-factoren e.d. Het boek geeft heel wat ruimte wat dit betreft aan leraar en leerling. Overigens is het ook heel goed mogelijk zeer geïsoleerd te werken. De vaardigheden blijven dan kunstjes voor het oplossen van de sommen in het boek. Op sommige punten heeft een dergelijke *algoritmische* benadering zelfs de voorkeur van de auteurs. Een voorbeeld hiervan is het begrip schaal, dat al op de basisschool – door de te snelle getalsmatige benadering – ge‘regel’d is (4p7). Het opzoeken van wortels (twee cijfers achter de komma) in tabellen neigt onzes inziens ook ietwat naar de algoritmische aanpak. De eigen activiteit

van het benaderen lijkt ons echter meer waard dan het kunnen vinden van $\sqrt{7} \approx 2,65$ (3 p 107).

Met betrekking tot het *memoriseren* kunnen we kort zijn. Wat de leraar in dit verband opgeeft, staat hem geheel vrij.

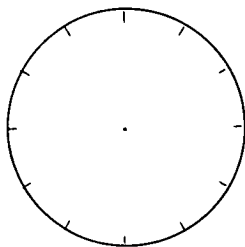
De rode pagina's wekken evenwel een verkeerde indruk. Wiskunde leren is niet alleen weetjes leren. Vaak zijn de gevolgde procedures, die niet genoteerd staan op die plaatsen, van grotere waarde.

Herhalingsparagrafen komen veelvuldig voor. Ze geven gevarieerde opdrachten. Daardoor maakt alles wat de indruk van een rekenboek vol geïsoleerde oefeningen. Een paar grotere theemaatjes of kleine projecten zijn in de LBO-wereld wellicht meer welkom.*)

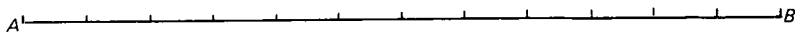
In het bijzonder voor de LBO-leerlingen wil je ook graag weten op welk nivo zich dat leren van wiskunde nu wel afspeelt. De begrippen *abstrakt en concreet* dringen zich bij deze overweging direkt al op. Bij concreet denkt men aan zaken als netwerken, verpakkingen, inlegvormen, tekenhaak, geodriehoek e.d. Abstrakt denken vindt plaats bij het oplossen van vergelijkingen, het aftrekken van negatieve getallen, het berekenen van $(a + b)^2$. Zo beschouwd is dit een evenwichtige wiskundemethode. Maar pas op, we hadden het over het leren van de kinderen. Het werken met inlegvormen is niet zo concreet als je er iets wiskundigs mee wilt doen en het aftrekken van negatieve getallen kan concreet gemaakt worden in het nadenken over schulden. Maak je hier dan weer een plaatje bij, zoals we hiervoor (pag. 369) al lieten zien, dan is dat niet zo zeer concreet.

Al het voorgaande heeft voornamelijk betrekking op het leren in kort verband. *Grote lijnen, globale structuren en theorieën van enige omvang*, komen in deze leergang niet naar voren, ze liggen blijkbaar niet binnen het bereik van de LBO-P-stroom (AB-nivo) leerlingen.

Tenslotte een opmerking over de mogelijke inzet van de leerlingen zelf. De presentatie van de stof, in de vorm van opdrachten, wekt de suggestie, dat een *aktieve participatie* wordt verlangd. Ook hier moeten we een kanttekening plaatsen. In 3p7, de eerste opdracht voor klas 3, kan de leerling zeer passief blijven:



Figuur 1.1



Figuur 1.2

*) Zie bijvoorbeeld Wiskobas-Bulletin: Gulliver, Sproeteldam, Eksperimenten, Schaakbord.

In figuur 1.1 is de omtrek van een cirkel verdeeld in twaalf gelijke stukken. In figuur 1.2 zijn deze twaalf stukjes achterelkaar op een rechte lijn getekend:

Opdrachten:

1. a. *meet de diameter van de cirkel;*
b. *meet de lengte van het lijnstuk AB;*
c. *de omtrek is meer dan . . . maal zo groot als de diameter van de cirkel.*

2.3.3 Instelling

We maken onderscheid tussen de instellingen ten opzichte van de wiskunde (hoe vind je 't, hoe sta je er tegenover e.d.) en de wiskundige instelling (systematische aanpak, vaardigheid in het visualiseren, de kunst hoofd- en bijzaken te onderscheiden, het herkennen van wiskunde in algemene konteksten e.d.). Met betrekking tot het eerste punt zouden we de leerlingen zelf aan het woord moeten laten. Misschien komen we hierop later in deze beschouwing terug. Aan een zekere wiskundige instelling wordt hier zeker gewerkt. Zowel positieve als negatieve elementen – in onze opvattingen – krijgen de kans. We geven weer enkele voorbeelden:

- de rekenopgaven, in de leergangen zelf niet onderbouwd, grijpen terug op een stukje onderwijs, waar het algoritmisch werken de boventoon voerde;
- een aksent op het memoriseren van de tekst op de rode pagina's geeft voedsel aan een passieve, 'konsumptieve' instelling;
- het laten tekenen van getallenlijnen, zoals dat in verschillende opdrachten gesuggereerd wordt, ondersteunt het leren konkretiseren;
- het bewustmaken van het feit, dat niet de stelling, maar het omgekeerde ervan wordt toegepast, richt de aandacht op een specifieke wiskundige benadering (2p84);
- aanwijzingen om complexe situaties schematisch weer te geven (2p92, opdracht 7) laten ervaren, dat de wiskunde een instrument kan zijn om problemen aan te pakken;
- het verbinden van 'plaatjes' aan vergelijkingen stelt de leerlingen in de gelegenheid zelf tot inzichten te komen; wellicht wordt hiermee de instelling om niet te durven instappen op een probleem enigszins afgezwakt;
- de vraagstelling, die na een eerste oriëntatie op de problematiek wordt gesteld: 'Merk je wat bijzonders op?' is bedoeld om een onderzoekende houding aan te leren (3p18);
- het domweg substitueren in niet begrepen formules is een activiteit, die juist het algoritmisch nadoen versterkt (3p29 en 4p55);
- het geven van een bewijs door middel van een plaatje (bijvoorbeeld oppervlakte van vierkanten om kwadraten voor te stellen) laat mogelijkheden zien om op aanschouwelijk nivo tot overtuigende redeneringen te komen.

Van rekenen weten de leerlingen heel weinig. Ook de eenvoudigste redeneringen achter het rekenen kunnen ze niet aan.

De vraag naar het doel van de wiskunde komt terug.

JR meent: het praktisch in de wereld kunnen staan, het eenvoudige meten en

rekenen, oppervlakte kunnen bepalen; neem deze vloerbedekking, hoeveel is ervan nodig voor deze kamer? hoeveel kost het? Dat is voor mij wiskunde!

We pakken een ander stuk leerstof: de goniometrie in deel 3.

Er wordt even aan geproefd, maar weer onmiddellijk losgelaten, terwijl er toch heel wat aansluitingsmogelijkheden met de praktijk zijn: elektrotechniek, draaien en frezen, tandwieloverbrenging.

Er zijn verrassende ontdekkingen te doen: geef de leerlingen veel (gelijkvormige) rechthoekige driehoeken en laat ze de verhouding van de twee rechthoekszijden berekenen. Ook een praktikumopdracht: 'vindt met zijn drieën de hoogte van de school uit', leidt tot allerlei eigen activiteiten.

Met hulp van de leraar komen ze eruit! En er zijn zelfs leerlingen die met het verband met de tangens aankomen.

Ook hier konkluderen we: vooral bij het invoeren van nieuwe begrippen moet je als leraar erg veel toevoegen. Gebruik de materialen van het natuurkundepraktikum maar!

JR drukt het als volgt uit: iemand die nieuw met deze methode moet werken kan ik geen proficiat wensen.

AP heeft eens een les van een kollega over priemgetallen meegemaakt.

Het was een zware klus, maar ja die priemgetallen, wat zegt het die jongens nou, ze komen ook nergens terug, hoogstens bij k.g.v. en g.g.d.

AR slaat het dan ook over.

We discussiëren over: moet je beweringen bewijzen?

JR: in ons onderwijstype speelt bewijzen geen rol, ze begrijpen het toch niet.

AP: er zijn heel af en toe best wel leerlingen die willen weten waarom de stelling van Pythagoras nu klopt. Je kunt dan best iets geven, als het maar met knippen is.

HH: het belangrijkste is dat je ze er warm voor moet krijgen en dat is heel moeilijk.

2.4 Elke leerling is er één

Met de speciale aandacht voor wiskundige activiteiten van leerlingen komt het probleem van de differentiatie sterk naar voren. In Moderne Wiskunde voor het LBO wordt hieraan geen expliciete aandacht besteed. Het feit, dat in de 4 deeltjes ruim 10 opgaven met een sterretje zijn opgenomen, doet aan deze vaststelling niets af. *)

Anderzijds achten wij het niet onmogelijk, dat, als nogal wat randvoorwaarden vervuld zijn, de individuele leerling tot op zekere hoogte ook als individu benaderd wordt. We bedoelen te zeggen, dat de inbreng van de individuele leerlingen met betrekking tot hun eigen leerproces mogelijk is (gemaakt moet kunnen worden). Bij het ontbreken van een indeling in *basisstof en de verrijking ervan* – hetgeen wij niet negatief willen beoordelen – wordt het tegemoetkomen

*) We beperken ons hier tot de deeltjes 1, 2P, 3P en 4P. Naast deze deeltjes bestaan de deeltjes 2T, 3T en 4T, bestemd voor het C-nivo.

aan de differentiatieproblematiek een vakdidaktische kunst op de vierkante meter.

In het voorgaande is reeds voldoende gezegd over de verschillende aanpakken op diverse *nivo's*. Een opmerking als (2p19): '*Teken, indien nodig, getallenlijnen*' wijst erop, dat de auteurs dit aspect niet helemaal verwaarloosd hebben.

We voegen er direkt aan toe, dat de leraar-gebruiker met de – schaarse – opmerkingen in het boek niet klaar is.

Wat de *individuele verwerking* van de stof betreft, lijkt dit boek op maat gesneden. Of van *zelfstudie* sprake kan zijn, willen we voor de LBO-leerlingen betwijfelen. De eventuele inbreng van de leraar hierbij is onzes inziens onontbeerlijk. Zijn *diagnostiek* en *hulp* zal trouwens op regelmatige kontakten gebaseerd moeten zijn. Dat het *werken in groepen*, met duidelijke opdrachten en vragen, hem ook informatie kan geven over individuele leerlingen, is bekend. Tenslotte nog een opmerking over de verschillende *oriënteringsbases*, waarmee de leerlingen de probleemgebieden binnenstappen. Vooral zij, die de gegeven konteksten serieus nemen, zullen hierop attent moeten zijn. Zo zal voor bouw-pakketlieffhebbers de instap naar de netwerken anders plaatsvinden dan voor anderen. Een belangrijk element hier is onzes inziens de wijze waarop deze leerlingen het rekenonderwijs op de basisschool ervaren hebben. We vermoeden dat LBO-leraren, al of niet met deze boekjes onderwijzend, hier boekdelen over kunnen vullen.

2.5 Een boek is een boek is een

2.5.1 De leerstof

We zijn gewend, dat een wiskundeboek in de eerste plaats de leerstof geeft. Een beschouwing als deze is in die zin ongebruikelijk, omdat ook de leerling, de leraar en de visie op wiskundeonderwijs in beeld komen. Desondanks kun je in het boek in eerste instantie kennis nemen van de leerstof. Vandaar ook hoofdstuk 1 van dit artikel.

We kunnen de *leerstofkeuze* eenvoudig aldus karakteriseren: zeer pragmatisch, weinig globale structuren en grote gebieden, weinig formele wiskunde en zeer gedetailleerd van opbouw.

De *ordering* van de leerstof draagt niet het karakter van grote deelleergangen. De hoofdstukken bestrijken in het algemeen geïsoleerde topics, waarin weliswaar reeds geleerde begrippen en vaardigheden toegepast worden, maar waar geen sprake is van voortdurende abstraktie en theorievorming. Op details kunnen zeer zeker (didaktische en logische) verbeteringen worden aangebracht. We denken hierbij onder andere aan het konstateren van de gelijkbenigheid van een driehoek, door te meten, terwijl lijnspiegeling binnen bereik is.

De *presentatie* van de leerstof is onzes inziens erg aantrekkelijk voor leraren die niet gewend zijn aan de 'basisopstelling: uitleggen – vraagstukken maken – behandelen.'

De vele opdrachten ter oriëntering, de voorbeelden ter illustratie en de opgaven ter beoefening hebben we hiervoor al naar waarde geschat.

De stof is zeer *overzichtelijk* gerangschikt. Hoofdstukken, paragrafen en samenvattingen zijn duidelijk gekarakteriseerd door hun titels. De misser bij 'open beweringen' en 'klokrekenen' signaleerden we al eerder. Met de trefwoorden is ook het '*naslaan*' vergemakkelijkt. Beide laatste punten zijn natuurlijk in het geval van deze leerstofkeuze zeer eenvoudig te realiseren. Toch zullen leraren en leerlingen op alle nivo's van wiskundeonderwijs een dergelijke zorgvuldigheid zeer waarderen.

We sommen onderwerpen op die achterwege kunnen blijven:

- *verzamelingen;*
- *lege verzamelingen;*
- *merkwaardige produkten, ook niet als 'handig' hulpmiddel bij het gewone rekenen, ze gebruiken toch een rekenautomaatje;*
- *klokrekenen; AR doet dit onderdeel wel, hij vindt het juist goed dat leerlingen ontdekkingen kunnen doen als de geslotenheid van de tabel; hij vindt het niet zo erg dat dit onderwerp niet meer terugkomt; wel had hij graag een gewone twaalf-urenklok.*

2.5.2 De lay-out

De bladzijden zijn niet volgeperst met teksten. Men heeft zeer de ruimte genomen en veel aandacht besteed aan *indeling* en *vormgeving*. Het gebruik van rood maakt het geheel erg aantrekkelijk. De *illustraties* – op twee na 2p62 (schuld) en 2p81 (zwaluw) – zijn bijzonder duidelijk en functioneel. De zorg hieraan besteed kan zijn uitwerking op de leerlingen zeker niet missen.

We zijn het er over eens dat er meer plaatjes in het boek zouden moeten staan en de tekst zich tot een minimum zou moeten beperken. Allerlei aanwijzingen en tips voor de leraar dan maar in een handleiding.

2.5.3 Beperkingen

De auteurs van een boek als dit zijn natuurlijk zeer beperkt in hun ontwerp. Veel *materiaal*, dat de kinderen echt zouden moeten gebruiken, wordt slechts in plaatjes of in woorden aangeduid. Iedereen begrijpt, dat een passpiegel, als introductie van het spiegelen, niet achter in het boek kan worden 'ingevouwen'. Maar ook afgezien van dit soort zaken mist een boek iets anders, namelijk de *aktualiteit voor leerling en leraar*. De miljoenennota, waarin 'onze gulden als een sektordiagram besteed' wordt, is elk jaar tenslotte anders. En de grafieken van autotests zijn slechts interessant als ze over de nieuwste modellen gaan. In dit boek mag niet geschreven worden. We vermoeden, dat inventieve leraren zeker beperkingen weten op te heffen door het maken van *aanvullende werkbladen*, waaronder bouwplaten, sektordiagrammen en aktuele grafieken. Ook de overheadprojektor kan – bijvoorbeeld bij vergroten en verkleinen – aanvullend werken.

Het 'lezen' van ruimtefiguren uit vlakke plaatjes geeft veel problemen. Ze kunnen zich geen voorstelling maken van zo'n ruimtefiguur, maar ja, geef de 'echte' figuren maar eens via het boek. Het werken met verpakkingsmaterialen

moet! Het tellen van de ribben van een kubus uit een vlak plaatje lukt niet. Laat ze een doos maar langs de randen openknippen.

Ze zien een piramide als een vlieger met een stippellijn er in. Om het onderwijs te verbeteren is ook hier een samenwerking met handvaardigheid goed mogelijk. Ook bij de invoering van punten met negatieve coördinaten doet zich het gemis aan 'konkrete' voorbeelden sterk voelen. De leerlingen moeten in een situatie gebracht worden waarbij er behoefte ontstaat aan een systematische plaatsbepaling. De aanvulling die hier gemaakt wordt, is die van het bekende spel 'zeeslag'. De schepen moeten dan wel als kruisjes op de roosterpunten gezet worden. Omdat de leerlingen slecht gedrukte tekst opnemen, laat zo'n spel zich moeilijk in een boek beschrijven. Als de leraar het mondeling uitlegt, gaat het goed.

2.5.4 Foutjes

We hebben zorgvuldig moeten zoeken, maar onze ijver is beloond. In elk deeltje vonden we tenminste één klein foutje.

Voor eventuele recensisten noemen we ze hieronder :

1 p 83, fig. 7.2 : (volgens tekst moet de 1 rood zijn)

2 p 33, opdracht 7 : figuur 3.7

3 p 20, voorbeeld 4: $b = \sqrt{176} \approx 1,33$

4 p 11 : figuur 1.2

Twee notatiekwesities: het algemeen gebruikte symbool voor oppervlakte is A en niet 0 ; dit geeft veel verwarring bij de leerlingen;

het symbool voor de lege verzameling $\emptyset$ betekent voor deze leerlingen de diameter van rond materiaal.

3 De visie van de auteurs

3.1 Een stukje geschiedenis

De serie Moderne Wiskunde werd in 1966 in Nederland geïntroduceerd als een bewerking van de Schotse methode *Modern Mathematics for Schools*. Oorspronkelijk alleen bedoeld voor het HAVO, later ook voor MAVO en VWO en ook voor het LBO.

Hoewel de in Nederland verschenen bewerkingen geleidelijk aan een steeds meer eigen karakter naar leerstofinhoud kregen en in vele opzichten van de oorspronkelijke Schotse methode gingen verschillen, zouden de Schotten ook in de huidige boeken nog hun invloed kunnen aantonen.

De volgende verantwoording werd door de Schotse auteurs aan hun methode meegegeven:

- a. Die twintigste-eeuwse onderwerpen zijn erin opgenomen, die voor de leerlingen interessant en bruikbaar zijn. Daarbij werd zorgvuldig in het oog gehouden welke wiskunde de leerlingen in de toekomst nodig zouden hebben.
- b. De onderwerpen uit de nieuwe wiskunde zijn zodanig gemengd met de traditionele, dat er een evenwichtige opbouw is verkregen.
- c. De nadruk is gelegd op die onderwerpen die de verschillende onderdelen van de wiskunde met elkaar verbinden (bijvoorbeeld: verzamelingenleer, getallensystemen, relaties, afbeeldingen, functies, coördinaten en grafieken).
- d. De opzet van de boeken is erop gericht de leerlingen tot actief denken en handelen te brengen.

Voor de volledigheid noemen we ook het punt e van deze verantwoording nog, hoewel dat niet van toepassing is op de in dit artikel besproken boeken

- e. In elk der onderdelen zijn onderwerpen opgenomen die als voorbereiding beschouwd kunnen worden van studieonderwerpen op hoger niveau bijvoorbeeld de verdere studie van afbeeldingen, functies, infinitesimaalrekening, matrices, groepen, rijen, vectoren, bewijsmethoden, enz.

Men zal begrijpen dat een bewerking van de Schotse methode voor het LBO eigenlijk neerkwam op opnieuw schrijven (zie o.a. e).

In de eerste plaats werd de vraag gesteld, welke wiskunde de leerlingen van de

P-stroom in hun boeken zouden moeten aantreffen. Een reden namelijk voor het verschijnen van de nieuwe methodes was het (internationaal o.a. door de OEEC*) gestimuleerde) streven naar een totale vernieuwing van de wiskunde-programma's in de richting van het herkennen en gebruiken van structuren. Er moest gekozen worden voor of tegen het invoeren van verzamelingen, relaties, logica, het invoeren van woorden als 'variabele' enz.

Het kon niet missen dat de auteurs van schoolboeken zich in de eerste plaats gingen afvragen 'wat moeten ze leren?' en pas later zich afvroegen 'hoe moeten ze deze nieuwe wiskunde leren?'.

Het was een verdienste van de Schotse methode dat deze niet revolutionair te werk ging, maar op gematigde wijze de nieuwe begrippen introduceerde.

Toch blijft het een vraag of leerlingen van de P-stroom (het B-programma) van het LBO een wiskunde-onderwijs moeten krijgen dat gericht is op het herkennen van geavanceerde wiskundige structuren. In hun verdere opleiding zullen ze niet geconfronteerd worden met groepen, ringen of lichamen.

Natuurlijk werd de vraag *hoe* er geleerd moet worden niet helemaal overstemd door het *wat* moet er geleerd worden. Getracht werd bijvoorbeeld de volgende principes in het oog te houden :

- a. Laat de taal van de boekjes zo eenvoudig mogelijk zijn (het is bijvoorbeeld gebleken dat er LBO-leerlingen zijn die zulke 'gewone' woorden als 'minstens' of 'ten hoogste' niet kunnen gebruiken).
- b. Geef de wiskunde zo dat de leerlingen die interessant vinden, bijvoorbeeld zo dat ze die kunnen toepassen op ervaringen bij de praktijkvakken van de school.
- c. Geef de leerlingen gelegenheid tot onderzoeken en experimenteren.
- d. Getracht moest worden de methode zo te ontwerpen dat deze gebruikt kon worden bij differentiatie binnen klasverband. Dè grote moeilijkheid hierbij is de taalarmoede van sommige LBO-leerlingen.

Deze moeilijkheid heeft de volledige aandacht van de auteurs. Bij een herziening van de methode zal dan ook nog meer gelet worden op de taal van de boeken. Daarbij zal waarschijnlijk het aantal figuren en 'plaatjes' sterk moeten worden uitgebreid. Overigens moet niet vergeten worden de leerlingen zelf hun figuren te laten maken.

Bij het schrijven van de boeken moest met nog een aspect rekening gehouden worden, namelijk dat de boeken niet alleen door de leerlingen, maar eveneens door de leraren gebruik moesten worden. Voor hen was de komst van de 'nieuwe wiskunde' een ommezwaai. Ze waren geholpen geweest met een hand-leiding. Ze moesten een deel van hun kennis afschrijven en nieuwe begrippen leren hanteren. Ook voor hen was de eerste vraag: *wat* is al dit nieuwe?

Pas na de verwerking van dit nieuwe konden ze zich met didactische vragen bezig houden. Ook hierom konden de boeken niet te revolutionair zijn.

*) Organisation for European Economic Cooperation.

3.2 De keuze van de leerstof

Opmerking vooraf: Toen de beoordeelde boeken geschreven werden was er in het LBO sprake van een P-stroom en een T-stroom. Hoewel nu drie programma's (A, B en C) onderscheiden worden zullen we ons in dit artikel houden aan de benamingen P- en T-stroom.

Het lijkt aantrekkelijk een methode te mogen ontwerpen voor een P-stroom die niet te sterk beïnvloed wordt door een dreigend examen. De auteurs hebben daardoor een grotere mate van vrijheid in de keuze van hun onderwerpen.

Toch was die vrijheid niet onbeperkt, want er moest rekening gehouden worden met de mogelijkheid dat een goede P-leerling naar de T-stroom zou willen overstappen.

In de huidige situatie komt het nogal eens voor dat een leerling die geslaagd is voor het examen na een B-programma verder wil werken aan het C-programma. Verder moest rekening worden gehouden met de mogelijkheid dat een leerling terecht zou komen in het leerlingenstelsel, dat zijn eigen eisen stelt aan de wiskundekennis.

Tenslotte hebben de praktijkvakken ook hun eigen wensen ten opzichte van het wiskundegebruik.

Deze bestaande bindingen verhinderden de auteurs een project op te zetten, dat van de wekelijkse wiskunde-uren een vrijblijvend gebruik kon maken. Misschien kon dat in het LHNO beter dan in het LTO, maar de boeken werden niet alleen voor het LHNO gemaakt.

De nu in de P-delen aangeboden wiskundestof zou gekarakteriseerd kunnen worden met de naam 'gebruikers-wiskunde'.

Het zich richten op deze soort wiskunde houdt voor de auteurs het gevaar in soms teveel te willen sturen. Hier en daar is dat – terecht – in het verslag van de redactie gesignaleerd.

De redactie zegt: 'We vermoeden dat de meer gestuurde inkleding van de meeste opdrachten – waarschijnlijk gebaseerd op een vermeend profiel van deze LBO-leerlingen – het zelfstandig werken wel mogelijk maken, maar dat er van echte topervaringen bij eigen ontdekking weinig terecht komt.'

Ons commentaar hierop:

De meer gestuurde inkleding van de opdrachten is meer een gevolg van 'vermeende mogelijkheden' bij leraren en leerlingen dan van het door de redactie genoemde 'vermeend profiel'.

Ook de Schotten zeggen in hun leerboeken dat terwille van de leraar die moeilijkheden zou kunnen hebben met de nieuwe wiskunde in de opdrachten meer gestuurd wordt dan wel wenselijk is.

We vragen ons af of de redactie van Euclides een profiel zou kunnen geven van de P-leerling. En wat zijn de door de redactie genoemde 'topervaringen'? Hoe zijn ze te herkennen? Is het met plezier kunnen werken aan een gestuurd stuk wiskunde een topervaring? In dat geval zouden we kunnen zeggen dat naast het ontbreken van 'topervaringen' er dan ook sprake is van het ontbreken

van ‘ravijnervaringen’ hetgeen, menen wij, ook positief beoordeeld moet worden.

De door de redactie voorgestelde behandeling van het vinden van een benadering van $\sqrt{5}$ is inderdaad een voorbeeld van de mogelijkheid om meer wiskundige ervaringen op te doen, van zulke voorbeelden zullen we graag gebruik maken.

Daarnaast echter zouden we niet graag het voorstel overnemen om te trachten het begrip ‘gelijkwaardig’ meer betekenis te geven. Eigenlijk hoort dit fundamentele begrip tot die begrippen, waarvan we – misschien op grond van een vermeend profiel van de LBO-leerling – menen dat het te moeilijk is.

3.3 De stelling van Pythagoras

De redactie bespreekt de manier waarop de stelling van Pythagoras in deel 3P aan de orde wordt gesteld. Ze vraagt zich daarbij af ‘wat de leerlingen hier wiskundig ervaren’.

Niet de gelijkwaardigheid van de bewering en de kontrapositie daarvan. Ook niet het gevoel hier afgescheept te worden met een onvolledig bewijs. (Vermoeden wij, wie constateert het?)

Wel het feit dat er iets bijzonders aan de hand is met de rechthoekige driehoeken. Dat je dat ontdekken kunt door tegels te leggen rondom een driehoek (soms klopt het wel, soms niet). Of dat je dat controleren kunt door meten en kwadrateren. De auteurs meenden het hierbij te moeten laten. De docent zou het van zijn klas kunnen laten afhangen of hij dieper wil ingaan op het bewijzen en de noodzaak daarvan. Het zou de moeite waard zijn van de LBO-docenten te horen in hoeverre ze menen dat hun leerlingen eenvoudige redeneringen als noodzakelijk aanvaarden kunnen. In ieder geval meenden we de leerlingen de Stelling van Pythagoras niet te moeten onthouden, vooral ook omdat de LTO-leerling er zeker mee te maken krijgt, al was het alleen maar met de ‘3-4-5-steek’. Dit hoofdstukje over de Stelling van Pythagoras kan dan deze 3-4-5-steek in een iets ruimer verband plaatsen.

De toepassingen in de opdrachten zijn niet helemaal van een algoritmisch karakter. De leerlingen kunnen ervaren dat je bij het berekenen van a , b of c in $a^2 + b^2 = c^2$ een heel eind komt met schatten. Ook het feit dat soms de uitkomst van de berekening een geheel getal is, maar in de meeste gevallen niet, waarbij je dan de schrijfwijze met een wortelteken kunt gebruiken. Het controleren van een berekening door meten is ook al weer één van de mogelijkheden om het ‘domweg’ vervallen in een algoritme te voorkomen.

Overigens heeft de redactie gelijk wanneer ze beweert dat een aantal problemen gesteld zouden kunnen worden die op dit niveau door experimenteren met concreet materiaal opgelost kunnen worden, en ook bij het ‘redenerend tellen’ van de aantallen ribben van kubus of piramide. We zijn het dan ook volledig eens met de redactie wanneer die zegt: (dat er gezorgd moet worden voor) ‘de goede probleemstellingen en vragen, die tot wiskundige activiteiten leiden,

gevolgd door een zekere bewustmaking, zodat niet alleen het antwoord, maar ook de wiskunde geleerd wordt'. Het is echter vooral de docent die deze bewustmaking in klassegelassen (bijvoorbeeld) zou moeten doen plaats vinden. We moeten dan evenwel wel uitgaan van de veronderstelling dat het leerlingen- en docentencorps uit gemotiveerde mensen bestaat.

3.4 De duidelijkheid van de boeken ten aanzien van de essentiële wiskundige activiteiten van de leerlingen

Het ontwikkelen van wiskundige activiteiten bij de leerlingen is voornamelijk een taak voor de docent. In het boek zelf, dat zich uitdrukkelijk tot de leerlingen richt (zie de 'Wegwijzer') kan een aanwijzing omtrent die ontwikkeling niet opgenomen worden.

De vraag naar deze duidelijkheid kan aanleiding zijn tot het uitgeven, naast de leerlingenboekjes, van lerarenmateriaal, bijvoorbeeld in de geest van informatiebulletins, het coachen van leraren door collega's of door cursussen of werkbijeenkomsten. Deze activiteiten zouden kunnen worden ondersteund door zulke instanties als indertijd de commissie (CCBMW) die de bijscholing van de MAVO-leraren verzorgde. Het is ons gebleken dat de door de CCBMW bijgeschoolde MAVO-docenten dikwijls beter de mogelijkheden van de boeken begrepen en konden toepassen dan de niet bijgeschoolde. Dit was voornamelijk te danken aan het feit dat in de CCBMW-cursussen de nadruk werd gelegd op het in de dagelijkse lespraktijk gebruiken van de boekjes. Er werd min of meer terloops aandacht geschonken aan de nieuwe wiskunde, maar de gesprekken over ervaringen in de klas hadden de overhand. In gesprekken als deze kan pas duidelijk worden wat de volgende door de redactie genoemde activiteiten inhouden: mathematiseren, een taaltje ontwikkelen, symbolen gebruiken, formaliseren van het rekenen, een opteltabel invullen, een gesloten systeem ontdekken, enz. Dit zijn allemaal activiteiten die zich kunnen voordoen bij het zogenaamde klokrekenen.

Als in het boek voor de leerling nadere aanwijzingen zouden worden gegeven, dan zouden de auteurs teveel op de stoel van de docent gaan zitten. Het is nu al zo dat er docenten zijn die zich door het boek beroofd voelen van hun plaats voor de klas waar ze een onemanshow konden opvoeren. Toch zeggen de Schotten in hun inleiding tot de boeken dat ze het gebruik van 'talk and chalk' als voornaamste bezigheid van de docent blijven zien. De overstap naar alternatieve onderwijsmethoden (een andere did'actie'k) is volgens de beoordeling van de redactie zeker mogelijk. De boeken worden daarvoor flexibel genoeg geacht. Bij een herziening kan aan dit aspect nog meer aandacht gegeven worden.

3.5 Een paar grotere themaatjes of kleine projecten

Het verdient zeker overweging of bij een herziening een plaats kan worden

ingeruimd voor een 'groter theemaatje' of klein project. Daarbij is dan de gemotiveerde medewerking van de docent een eerste voorwaarde. Het maakt een heel verschil of zo'n thema of project ontwikkeld en geprobeerd wordt door een paar zeer gemotiveerde en op het punt van de didactiek geschoolde medewerkers van Wiskobas, Wiskivon of IOWO op een paar scholen die daarvoor voldoende tijd beschikbaar stellen, dan dat een willekeurig docent met beperkte gelegenheid tot voorbereiding en beperkte tijd zo'n thema of project moet verwerken. Hij zal het al een stuk gemakkelijker krijgen als er voldoende hulpmateriaal en informatie wordt verschaft. Dat is iets dat bij opname van zo'n project een zaak is voor auteur en uitgever.

3.6 Tenslotte

We nemen het bij deze opmerkingen te moeten laten. Een aantal punten die we bij een voorbespreking aangekruist hadden, zijn niet besproken. Ook hier moet de globale indruk prevaleren boven detailwerk. Het doet ons genoeg dat de redactie van Euclides de niet-geringe moeite heeft genomen de methode zo uitvoerig en kritisch door te lichten. Haar artikel zou een eerste aanzet voor een eventuele handleiding kunnen zijn. Deze manier van werken verdient ons inziens een herhaling.

Wie de geschiedenis van de Schotse methode iets uitvoeriger wil bestuderen kan daarvoor terecht in *Didactische oriëntatie voor wiskundeleraren* deel II van Dr. Joh. H. Wansink (Groningen 1971, 2e druk), bladzijden 375-392.

H. Jasper
G. Krooshof
H. Lolkema
N. J. Rommes
D. W. Soeteman

Literatuurverwijzingen

Voor verder geïnteresseerden verwijzen we naar:

1 'Wiskunde leren door doen'

J. van Dormolen: *Vaardigheden, 1001 redenen waarom leerlingen geen goede routine hebben*; brochure van de Ned. Ver. van Wisk. leraren, uitgebracht door het IOWO, aldaar te bestellen voor f 4,40.

Bert Zwaneveld en Joop van Dormolen: *Handelen om te begrijpen*; idem.

2 'Probleemgeoriënteerdheid en onderzoeksgericht'

Verschillende vakdidactische notities van F. Goffree:

Euclides, 52e jaargang, 1976/1977:

- nummer 8, april, pag. 281
- nummer 9, mei, pag. 324
- nummer 10, juni/juli, pag. 365

Euclides, 53e jaargang, 1977/1978:

- nummer 1, augustus/september, pag. 8
- nummer 2, oktober, pag. 57
- nummer 3, november, pag. 83
- nummer 4, december, pag. 129
- nummer 6, februari, pag. 267
- nummer 7, maart, pag. 293

3 'Nivo's' (taalnivo's, denknivo's), waarop leerlingen zich bewegen

- interview met H. Freudenthal, nummer 3 (1976/1977), november, pag. 104
- P. Vredenduin: *Het aanvangsonderwijs in de meetkunde*, nummer 5, (1976/1977), pag. 121

- P. van Hiele: *Hoe moet men, ...*, idem, pag. 128
- S. Kemme: *Denknivo's en het beginonderwijs in de wiskunde*, nummer 10, (1976/1977), juni/juli, pag. 370

4 'Leerstof'

- H. Bosscher: *Keuze en ordening van vraagstukken*, nummer 8 (1976/1977), april, pag. 284
- S. Kemme: zie onder 3
- K. van Baalen: *De zwaartekracht te Ransdorp*, nummer 10 (1975/1976), juni/juli, pag. 389

Het waarom van de regionale bijeenkomsten ter bespreking van de examens

Het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren spaart kosten noch moeite om elk jaar weer regionale bijeenkomsten te organiseren ter bespreking van de normen van de wiskunde-examens. Dit jaar worden deze activiteiten zelfs uitgebreid tot het VWO. Van heinde en ver komen de wiskundeleraren naar deze bijeenkomsten. 't Is voor hen de moeite waard. Corrigeren van examenwerk en tot een vergelijk zien te komen met die soms zo lastige gecommiteerde is niet zo eenvoudig. Zo'n bespreking met collega's geeft je wat meer houvast.

Toch hebben, naar mijn mening, deze bijeenkomsten nog een aantal andere, even belangrijke, doelen.

Daar is in de eerste plaats het contact met collega's van andere scholen, uit andere plaatsen. De ervaring dat anderen met dezelfde moeilijkheden zitten als jijzelf, het gezamenlijk over mogelijke oplossingen van deze moeilijkheden discussiëren, is een ervaring die je weer nieuwe moed geeft. Je kunt je eigen onderwijs evalueren aan de ervaringen van anderen. De accu weer eens opladen, noemen we dat. De vroegere ULO-leraren denken met plezier terug aan de examenweken van weleer, toen door de organisatie van de toenmalige examens zulke contacten jaarlijks terugkerende evenementen waren. De regionale examen besprekingen kunnen de ontstane lacune enigszins opvullen.

In de tweede plaats is het bijwonen van zo'n regionale bijeenkomst voor velen het enige contact dat ze met de vereniging hebben. De Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren zou zonder deze bijeenkomsten een papieren vereniging worden. Het bestuur vergadert van tijd tot tijd, er zijn nog wat commissies die af en toe eens bij elkaar komen, de redactie van Euclides schrijft maandelijks het verenigingsorgaan vol en daar blijft het bij. Het honderdtal bezoekers van de jaarvergadering is een magere afvaardiging van de drieduizend leden en vormt dan de enige responsgroep die het bestuur helpt haar koers te bepalen.

Op de regionale bijeenkomst kan kritiek geuit en kunnen ideeën gespuid worden waar de vereniging wat mee kan doen. De ontwikkeling en het beheer van het wiskundeonderwijs in Nederland is voor een groot deel in onze handen. In het beleid van het bestuur moet de stem van de leden doorklinken. Maar dan moet die stem ook gehoord worden. Op de agenda van de regionale bijeenkomsten willen we graag een plaats inruimen voor dit soort zaken.

Ik denk dat dit dermate belangrijke redenen zijn om een regionale bijeenkomst

bij te wonen, dat geen enkele wiskundeleraar daar mag ontbreken.

Bij de Mededelingen vindt u de plaatsen en tijden genoemd waar en waarop de besprekingen worden gehouden. Noteer uw bijeenkomst meteen even in uw agenda.

Leen Bozuwa
Dordrecht

Mededelingen

Examenbesprekingen VWO, HAVO, MAVO en LTO-C 1978

Evenals voorafgaande jaren organiseert de NVvW ook dit jaar weer bijeenkomsten ter bespreking van de normen open werk MAVO-4 en MAVO-3/LTO-C examen 1978. Een noviteit is dat dit jaar ook in zes plaatsen regionale besprekingen ter bespreking van de normen van wiskunde I en HAVO georganiseerd worden.

Deze bijeenkomsten worden gehouden

voor MAVO-3/LTO-C op vrijdag 26 mei a.s.

voor wiskunde I en HAVO op maandag 29 mei a.s.

voor MAVO-4 op vrijdag 2 juni a.s.

Voor wiskunde II zal er één centrale bijeenkomst gehouden worden op vrijdag 2 juni.

De normen zijn bindend, zodat daar geen wijzingen in kunnen worden aangebracht. Er kunnen wel afspraken gemaakt worden over een bepaalde verfijning van de normen. Tijdens deze bijeenkomsten zullen bovendien de opgaven worden besproken. De gemaakte op- en aanmerkingen worden opgenomen in een verslag, dat de Commissie Vaststelling Opgaven zal worden aangeboden.

De bijeenkomsten, die ook door niet-leden van de NVvW kunnen worden bijgewoond, beginnen indien hieronder niet anders vermeld om 16.00 uur en eindigen ongeveer 18.00 uur.

Bijeenkomsten ter bespreking van de normen MAVO-3/LTO-C examens 1978 op vrijdag 26 mei 1978.

<i>Plaats</i>	<i>Adres van de school</i>	<i>Gespreksleider</i>
Amsterdam	Osdoorper Schoolgemeenschap Hoekenespad 3, 020-198399	E. G. Doevendans Klara Bartonstraat 14, Amsterdam 020-362049
Arnhem	Technische School Boulevard Heuvelink 48, 085-453455	J. van de Wijk Nassaulaan 74, Lochem 05730-3320 J. Bargeman Graaf Hendriklaan 3, Lochem 05730-2090
Breda	K.T.S. De Blauwe Kei Van Riebeecklaan 2, 076-139352	A. Braat Albastdijk 48, Roosendaal 01650-37242 W. Heynen W. H. Bollaertstraat 19 Huijbergen, 01644-502
Drachten	Christelijke Technische School Splitting 63, 05120-19155	F. de Boer Linthorst Hohmanstraat 24 Franeker, 05170-3610 S. A. K. Kooiman Illegaliteitslaan 11, Groningen, 050-251289
Roermond	L.T.S. Dr. Cuypers St. Otgerusstraat 1, 04750-22940	P. Knops Rukkerweg 58, Heerlen, 045-410149

<i>Plaats</i>	<i>Adres van de school</i>	<i>Gespreksleider</i>
Rotterdam	Christiaan Huygensschool Bentheimstraat 15, 010-65 6088	O. P. D. Bolech Burg. Schrijenstraat 10, Sittard, 04490-18522 L. Bozua Abeelstraat 7, Dordrecht 078-63946 F. F. J. Gaillard Jorisstraat 43, Breda, 076-653218

Bijeenkomsten ter bespreking van de normen wiskunde I en HAVO examens 1978 op maandag 29 mei 1978.

<i>Plaats</i>	<i>Adres van de school</i>	<i>Gespreksleider</i>
Amsterdam	Ignatiuscollege Antonie van Dijkstraat 1, 020-763868	wisk. I W. Kuyk Govert Flinkstraat 57, 020-733183 HAVO P. Versnel Chrysanten 9, Purmerend 02990-30931
Rotterdam	Montessorilyceum Schimmelpenninckstraat 20, 010-654022	wisk. I F. J. Ossweyer Lindelaan 79, Dordrecht, 078-607576 HAVO J. H. J. Joosten Van Wanrooystraat 6, Vleuten, 03407-2554
Bergen op Zoom	Rijksscholengemeenschap Burg. Stoelemeierlaan 24, 01640-42150	wisk. I A. L. D. van Mérode Kerkstraat 8, Dongen, 01623-13746 HAVO J. van Loon Beeklaan 11, Wouw, 01658-1973
Groningen	Heymanscollege Nieuwe St. Jansstraat 11	wisk. I J. Houttuin HAVO van 19.00 tot 21.00 uur J. V. Jansen
Deventer	Alexander Hegiusscholengemeenschap Het Vlier 1	wisk. I van 19.00 tot 21.00 uur G. Brandenbarg HAVO van 16.00 tot 18.00 uur J. de Groot
Roermond	Rijksscholengemeenschap Jezuïtenstraat 4	wisk. I van 19.00 tot 21.00 uur J. H. L. Amkreutz HAVO van 16.00 tot 18.00 uur Drs. J. M. Rietjens

Bijeenkomsten ter bespreking van de normen open werk wiskunde MAVO-4 1978 op vrijdag 2 juni 1978.

<i>Plaats</i>	<i>Adres van de school</i>	<i>Gespreksleider</i>
Zwolle	Thorbecke Scholengemeenschap Eikenstraat 2 (achter GAK), 05200-35403	S. R. Zwaan Zwette 28, Zwolle, 05200-41764

<i>Plaats</i>	<i>Adres van de school</i>	<i>Gespreksleider</i>
Balk	Chr. school voor MAVO Jachthavendijk, 05140-22 16	T. de Jong Herman Gorterstraat 6, 05140-25 52
Leeuwarden	MAVO 'Nijlan' Prinsesseweg 4, 05100-2 76 24	A. J. Langelaar Grietmanslaan 92, Oosterwolde 05160-25 74
Groningen	Menno van Coehoornschool Goeman Borgesiuslaan 161, 050-2502 12	L. Wesselink Jan Ensinglaan 7, 050-56 50 40
Hoogezand	Dr. Aletta Jacobs Scholengemeenschap Nieuweweg 67, 05980-9 23 84	W. Visser Amalia van Solmslaan 11, Hoogezand, 05980-203 03
Emmen	MAVO-Allee Oranjelaan 4, 05910-1 12 23	H. Hendriks Wekingeslag 10, Emmen 05910-233 01
Nijmegen	Chr. Scholengemeenschap De Klokkenberg Zwanenveld 43-01, 080-22 13 45	C. M. Bos Heilige Stoel 5252, Wijchen, 08894-44 76
Apeldoorn	Van Klinkenbergmavo Sterrenlaan 15, 055-25 36 38	B. J. den Boer Anna van Gelrestraat 3, Putten, 03418-25 12
Lochem	Mr. A. C. W. Staringschool voor MAVO Van Luterveltplein 4A, 05730-14 53	J. Bargeman Gr. Hendriklaan 3, Lochem, 05730-2090
Hengelo	R.K. School voor MAVO 't Lansink' Lansinkweg 80, 05400-1 32 97	C. Th. J. Hoogsteder Borgsche Rieten 5, Terborg, 08350-43 37
Arnhem	Thorbeckescholengemeenschap Thorbeckestraat 17, 085-42 30 28	L. Hoekstra Rondehof 40, Elst (Gld.), 08819-38 60
Tiel	Gemeentelijke Mavoschool Rozenstraat 44, 03440-35 92	J. Stel Burgemeester Stolklaan 5, Tiel, 03440-64 51
Alkmaar	Gemeentelijke School voor MAVO Krelagestraat 5, 072-1 34 38	R. Pijning Tesselschadestraat 7, Alkmaar 072-1 22 70
Amsterdam	MAVO-Oostschool Polderweg 7 (bij Muiderpoort station invalsweg Diemen), 020-35 18 50	A. O. J. Custers Fannius Scholtenstraat 9, Amsterdam, 020-84 12 72
Naarden	Scholengemeenschap 'Godelinde' Tenierslaan 2 (Oude Rijksweg bij voetbrug), 02159-406 64	H. J. Moerman Frans Halslaan 14, Naarden 02159-4 39 26
Haarlem	R. K. Mavoschool Jeroen Overtonstraat 42, 023-25 17 49	A. A. Rommelse Hammar skjöldstraat 43, Hoofddorp, 02503-1 21 83
Leiden	Chr. Scholengemeenschap 'Visser 't Hooft' Kragerstraat 1, 071-15 17 40	J. van Daatselaar Oranje Nassaumavo, Asserstraat 1, Leiden 071-12 54 35
's Gravenhage	Groen van Prinsterercollege Albardastraat 25, 070-25 62 60	W. van der Ley Heiloostraat 391, 's Gravenhage, 070-25 44 11
Utrecht	R.K. MAVO 'Overvecht' Pahud de Montagneweg, 030-61 69 46	G. Hiltén Tigrisdreef 198, Utrecht, 030-62 26 28

<i>Plaats</i>	<i>Adres van de school</i>	<i>Gesprek-leider</i>
Amersfoort van 15.00-17.00 uur	Chr. Andreasmavo Ringweg Koppel 7, 033-20103	J. Chr. Vos Godivastraat 9, Amersfoort, 033-51719
Breda	R.K. Scholengemeenschap 'Markenhage' Markendaalseweg 27, 076-141512	A. L. J. Dolle Oudelandstraat 99, 's Gravenzande 01748-5612
Rotterdam	Chr. school voor MAVO 'Het Lage Land' Kromhoutstraat 3-5, 010-205393	L. Bozuwa Abeelstraat 7, Dordrecht, 078-63946
Roosendaal	MAVO 'De Roosenborch' Bovendonk 1, 01650-43871	A. Joosen P. C. Hoofdlaan 30, Roosendaal 01650-35661
Middelburg	Oranje Nassauschool voor Chr. MAVO Oranjelaan 11, 01180-25274	A. J. L. Osté Talmalaan 11, Vlissingen 01184-13471
Heerlen	R.K. MAVO 'St. Henricus' Schimmelpenninckstraat 2, 045-714912	A. H. T. Heutinck Schumannstraat 36, Schaesberg, 045-313664
Roermond	R.K. MAVO 'Kapel-Lindanus' Roersingel 28, 04750-14054	W. Crijns Den Roover 17, Reuver, 04704-1946
Eindhoven	Eckhartcollege, scholengemeenschap voor VWO, HAVO en MAVO Argonautenlaan 26, 040-436403	J. C. G. W. van den Berg Haakakker 26, Mierlo, 04927-1744
's Hertogenbosch	St. Leonardusmavo Emmamplein 19, 073-135647	F. J. Mahieu Dommeldal 12, Bostel, 04116-3468
Tilburg	St. Jozefmavo Oude dijk 3, 013-432816	A. G. J. Klomberg Esschebaan 44, Oisterwijk, 04242-3202
Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren		

Verslaggeving eindexamens in open vraagvorm AVO/VWO 1978

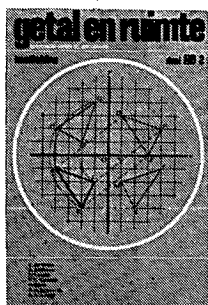
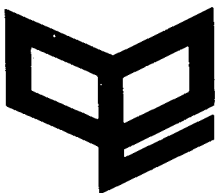
In 1976 is het CITO gestart met het project 'Eindexamens in open vraagvorm AVO/VWO'. Tot de projectactiviteiten behoorde in het afgelopen jaar de verslaggeving van de eindexamens 1977. Aan de hand van een steekproef van 50 scholen werden gegevens verzameld over de resultaten van het eindexamen en vond een opiniepeiling plaats onder vakdocenten over de moeilijkheidsgraad en de vakinhoudelijke relevantie van de examenopgaven. Alle gegevens waren strikt anoniem en werden op basis van vrijwillige medewerking door de betreffende docenten verstrekt. Publikatie van de gegevens heeft plaatsgevonden in CITO-publikatie no. 51 (op aanvraag verkrijgbaar bij het CITO, postbus 1034 te Arnhem). Naast de gebruikelijke publikaties over de eindexamens in meerkeuze-vraagvorm gold bovengenoemde publikatie als de eerste verslaggeving op grote schaal van de eindexamens in open vraagvorm.

Gezien het belang van deze verslaggeving: openbaarheid van gegevens over de samenstelling van de opgaven, de resultaten van eindexamenkandidaten, de moeilijkheidsgraad en de kwaliteit van de verschillende opgaven en de opinies van docenten over de getoetste doelstellingen, zijn wij voornemens ook dit cursusjaar weer een beknopt algemeen verslag en uitvoerige vakverslagen te maken van de eindexamens-in-open vraagvorm AVO/VWO. Medwerking van docenten is hiervoor onontbeerlijk. Het betreft hier de vakken: Klassieke talen, Nederlands, wiskunde, scheikunde, natuurkunde, economie/handelskennis, aardrijkskunde, muziek en kunstbeschouwing/kunstgeschiedenis.

Terwille van de betrouwbaarheid van de gegevens zal dit jaar een aanzienlijk groter aantal scholen worden aangeschreven met het verzoek hun medewerking te verlenen. Tevens is door deze uitbreiding van het aantal scholen het werk voor de docent aanzienlijk verlicht, vergeleken met het vorige jaar: hij zal slechts van een vijftal eindexamenkandidaten de gegevens over de behaalde resultaten behoeven door te geven. Daarnaast zal voor enkele vakken een beknopt enquêteformulier meegestuurd worden.

Nogmaals zij benadrukt dat alle verstrekte gegevens anoniem zijn. Wij doen langs deze weg een beroep op de betrokken vakdocenten de formulieren die via de schooldirectie in de eindexamentijd zullen worden toegezonden, in te vullen en te retourneren naar het CITO. Wij zijn ons terdege bewust van de drukke werkzaamheden van een docent, met name gedurende de examenperiode. Anderzijds willen wij nogmaals wijzen op het belang van verslaggeving en evaluatie van het C.S.E. waardoor bovendien meer grond gegeven kan worden aan de discussie over eindexamens. Door middel van voor-structurering van de formulieren en pre-codering van de enquêtevragen hebben wij getracht het werk voor de docent tot een minimum te beperken.

Namens de medewerkers van het CITO-project 'Eindexamens AVO/VWO in open vraagvorm'
Drs T. Luijten, projectleider.



Verschenen:

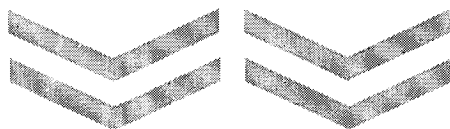
getal en ruimte

Handleiding bij NB2

ISBN 9011 81134 8/64 blz./f 8,50

educaboek bv

culemborg



Educaboek b.v., Industrieweg 1,
4100 AA Culemborg Tel. 03450-3143

Wim Klein (Pascal)

Nederlands Rekenwonder, zou ook de leerlingen van
uw school willen laten genieten van zijn voordracht.

Inlichtingen: WIM KLEIN

Brouwersgracht 32^I - Amsterdam (c) - Tel. 020-262810

Sigma/Wiskunde Bovenbouw wordt herzien!

sigma

In het voorjaar van 1978 verschijnt de herziening van de huidige delen 'Analyse met Gonio' en 'Wiskunde Bovenbouw havo' deel 1, 2 en 3.

De herziene delen zullen verschijnen onder de nieuwe naam 'Sigma/Wiskunde Bovenbouw vwo' (*Analyse*) en 'Sigma/Wiskunde Bovenbouw havo' (*Analyse en Vectormeetkunde en Statistiek*). Het aantal delen voor de bovenbouw van het havo wordt dus twee.

De herziening van 'Sigma/Wiskunde Onderbouw' verschijnt in de daarop volgende jaren. De herziene uitgave van het brugklasdeel zal het eerst verschijnen: in het voorjaar van 1979.

Nadere informatie over de herziening verschijnt regelmatig in **INFORMATIEF**

U kunt ook bellen: Wolters-Noordhoff bv
Postbus 58 Groningen
Tel. 050-162314

Wolters-Noordhoff Groningen

4355-244/04

INHOUD:

Uitgebreide boekbeschouwing

0 Inleiding 333

1 Inhoud 335

- 1.1 Getalverzamelingen en bewerkingen
- 1.2 Vergelijkingen
- 1.3 Meetkunde
- 1.4 Statistiek
- 1.5 Rekenopdrachten

2 Wiskunde als activiteit van leraar en leerling

- 2.1 Wiskunde leren door doen 338
 - 2.1.1 Onderzoeksgericht en probleemgeoriënteerd
 - 2.1.2 Matematiseren
 - 2.1.3 Van materieel naar mentaal handelen
 - 2.1.4 Toepassen en oefenen
 - 2.1.5 Instelling
- 2.2 Een wiskundeleraar is ook maar een mens 353
 - 2.2.1 De steun van het boek
 - 2.2.2 Eigen inbreng
 - 2.2.3 Achtergrondkennis
 - 2.2.4 De leraar als leerling
- 2.3 Een leerling is ook een mens 361
 - 2.3.1 De leerling wordt aangesproken
 - 2.3.2 Wiskunde leren
 - 2.3.3 Instelling
- 2.4 Elke leerling is er één 373
- 2.5 Een boek is een boek is een ... 374
 - 2.5.1 De leerstof
 - 2.5.2 De lay-out
 - 2.5.3 Beperkingen
 - 2.5.4 Foutjes

3 De visie van de auteurs 377

- 3.1 Een stukje geschiedenis
- 3.2 De keuze van de leerstof
- 3.3 De stelling van Pythagoras
- 3.4 De duidelijkheid van de boeken ten aanzien van de essentiële wiskundige activiteiten van de leerlingen
- 3.5 Een paar grotere theemaatjes of kleine projecten
- 3.6 Tenslotte

Literatuurverwijzingen 383

Leen Bozuwa: Het waarom van de regionale bijeenkomsten ter bespreking van de examens 385

Mededelingen 387