

EUCLIDES

MAANDBLAD

VOOR DE DIDACTIEK VAN DE EXACTE VAKKEN

ORGAAN VAN

DE VERENIGINGEN WIMECOS EN LIWENAGEL

MET VASTE MEDEWERKING VAN VELE WISKUNDIGEN
IN BINNEN- EN BUITENLAND

37e JAARGANG 1961/1962

VII - 1 APRIL 1962

INHOUD

De kwantitatief-economische studierichting te R'dam	209
Dr. C. P. Koene: Natuurwetenschappen op de Gymnasiale A-afdelingen	226
Boekbespreking	234
Ontvangen boeken	235
LIWENAGEL	236
Recreatie	237
Examencommissie Wiskunde M.O.	239
Kalender	240

P. NOORDHOFF N.V. - GRONINGEN

Het tijdschrift *Euclides* verschijnt in tien afleveringen per jaar. Prijs per jaargang / 8,00; voor hen die tevens geabonneerd zijn op het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde is de prijs / 6,75.

REDACTIE.

Dr. JOH. H. WANSINK, Julianalaan 84, Arnhem, tel. 08300/20127; voorzitter;
A. M. KOLDIJK, de Houtmanstraat 37, Hoogezand, tel. 05980/3516; secretaris;
Dr. W. A. M. BURGERS, Santhorstlaan 10, Wassenaar, tel. 01751/3367;
H. W. LENSTRA, Kraneweg 71, Groningen, tel. 05900/34996;
Dr. D. N. VAN DER NEUT, Homeruslaan 35, Zeist, tel. 03404/3532;
Dr. H. TURKSTRA, Moerbeilaan 58, Hilversum, tel. 02950/42412;
Dr. P. G. J. VREDENDUIN, Kneppelhoutweg 12, Oosterbeek, tel. 08307/3807.

VASTE MEDEWERKERS.

Prof. dr. E. W. BETH, Amsterdam; Dr. J. KOKSMA, Haren;
Prof. dr. F. VAN DER BLIJ, Utrecht; Prof. dr. F. LOONSTRA, 's-Gravenhage;
Dr. G. BOSTEELS, Antwerpen; Prof. dr. M. G. J. MINNAERT, Utrecht;
Prof. dr. O. BOTTEMA, Delft; Prof. dr. J. POPKEN, Amsterdam;
Dr. L. N. H. BUNT, Utrecht; G. R. VELDKAMP, Delft;
Prof. dr. E. J. DIJKSTERHUIS, Bilth.; Prof. dr. H. WIELENGA, Amsterdam;
Prof. dr. H. FREUDENTHAL, Utrecht; P. WIJDENES, Amsterdam.
Prof. dr. J. C. H. GERRETSEN, Gron.

De leden van *Wimecos* krijgen *Euclides* toegezonden als officieel orgaan van hun vereniging. Het abonnementsgeld is begrepen in de contributie. Deze bedraagt / 8,00 per jaar, aan het begin van elk verenigingsjaar te betalen door overschrijving op postrekening 143917, ten name van *Wimecos* te Amsterdam. Het verenigingsjaar begint op 1 september.

De leden van *Liwenagel* krijgen *Euclides* toegezonden voor zover ze de wens daartoe te kennen geven en / 5,00 per jaar storten op postrekening 87185 van de Penningmeester van *Liwenagel* te Amersfoort.

Indien geen opzegging heeft plaatsgehad en bij het aangaan van het abonnement niets naders is bepaald omtrent de termijn, wordt aangenomen, dat men het abonnement continueert.

Boeken ter bespreking en aankondiging aan Dr. W. A. M. Burgers te Wassenaar.

Artikelen ter opname aan Dr. Joh. H. Wansink te Arnhem.

Opgaven voor de „kalender” in het volgend nummer binnen drie dagen na het verschijnen van dit nummer in te zenden aan A. M. Koldijk, de Houtmanstraat 37 te Hoogezand.

Aan de schrijvers van artikelen worden gratis 25 afdrukken verstrekt, in het vel gedrukt; voor meer afdrukken overlegge men met de uitgever.

DE KWANTITATIEF-ECONOMISCHE STUDIERICHTING TE ROTTERDAM

Onder de titel „*De kwantitatief-economische studierichting; studiejaar 1961—1962*” is van de hand van Prof. dr. H. Theil en drs. T. Kloek een uitvoerig rapport verschenen (26 blz.; rapport nr 6117) dat we gaarne in de belangstelling van de lezers van *Euclides* aanbevelen.

De toenemende mate waarin vooral sedert de tweede wereldoorlog wiskundige en statistische methoden worden gebruikt bij het formuleren, analyseren en oplossen van vraagstukken op algemeen-economisch en bedrijfs-economisch terrein heeft aan de Nederlandse Economische Hogeschool te Rotterdam in 1955 geleid tot het instellen van deze studierichting.

We geven hieronder een uitvoerig excerpt van dit rapport, dat voor de docenten van het V.H.M.O. mede van belang is in verband met de voorlichtende taak aan de wiskundig aangelegde abiturienten onzer scholen inzake de keuze van een universitaire studie.

Zij die er prijs op stellen het complete rapport te bezitten, kunnen een gratis exemplaar krijgen op schriftelijk verzoek aan de Administratie van het *Econometrisch Instituut*, Pieter de Hoochweg 120, Rotterdam.

Met het opnemen van een boekenlijst aan het einde van dit artikel wordt voldaan aan de reeds meermalen geuite wensen van lezers van *Euclides*.

Joh. H. Wansink

1. DOEL EN ALGEMEEN OVERZICHT VAN DE OPLEIDING

1.1. *Doel van de opleiding*

De kwantitatief-economische studierichting is één van de vier studierichtingen die de hogeschool kent; zij onderscheidt zich in zoverre van de drie overige (de bedrijfs-economische, de staatkundig-economische en de sociologisch-economische) dat de specialisatie onmiddellijk na de propaedeuse-opleiding begint. Het doel van deze studierichting is de opleiding van economen, die naast hun economisch-theoretische kennis voldoende inzicht in relevante mathematische en statistische methoden hebben om zelfstandig deze methoden te kunnen toepassen bij de oplossing van economische problemen. Daarbij gaat het zowel om algemeen-economische als om bedrijfseconomische problemen. Teneinde deze meer gespecialiseerde doeleinden te verwezenlijken is de doctorale opleiding van de kwantitatief-economische studierichting in twee varianten gesplitst, t.w. de algemeen-economische en de bedrijfseconomische variant. Beide varianten overlappen elkaar gedeeltelijk, en hetzelfde geldt voor de aard van de functies die door de afgestudeerden van deze opleidingen worden bekleed. Doch er is wel degelijk sprake van een belangrijk accentverschil: de algemeen-economische variant is meer macro-economisch van aard, de bedrijfseconomische richt zich daarentegen i.h.b. op hetgeen hieronder als bedrijfseconometrie wordt aangeduid, maar wat ook bekend staat als operationele research of besliskunde.

1.2. *Globaal overzicht*

De wijze waarop deze doelstellingen in het raam van de kwantitatief-economische studierichting worden verwezenlijkt wordt hieronder nader uiteengezet. Teneinde echter ondanks de vele bomen toch nog het bos te kunnen zien, is een beknopt algemeen overzicht hier op zijn plaats.

De opleiding begint met de propaedeuse in het eerste jaar, en deze studie is dezelfde voor alle studenten van de hogeschool, onafhankelijk van hun latere specialisatie. In dit jaar worden zowel mathematische als niet-mathematische vakken gedoceerd, en de eerste groep omvat colleges in de wiskunde (differentiaalrekening en de beginselen van de integraalrekening) en in de economische statistiek. Op deze colleges wordt voortgebouwd tijdens de kandidaatsopleiding van de kwantitatief-economische studierichting. De colleges van deze kandidaatsopleiding (die uiteraard mede een

aantal niet-mathematische vakken omvat) lopen over één academisch jaar, dus i.h.a. het tweede studiejaar. De mathematische colleges omvatten een voortzetting van de infinitesimaalrekening van de propaedeuse-opleiding, en voorts inleidingen tot de matrix-algebra, tot de mathematische statistiek en tot de statistiek voorzover deze rechtstreeks aansluit op de econometrie. De doelstelling van deze colleges is tweeledig: enerzijds dienen zij als grondslag voor de corresponderende vervolg-colleges in het eerste doctorale jaar van de kwantitatief-economische studierichting, anderzijds vormen zij de wiskundige en statistische basis voor de colleges in de wiskundige economie en de econometrie in dit eerste doctorale jaar. Bij een opleiding als de onderhavige speelt nl. de „toevoer” van kennis van het ene college naar het andere een grote rol. Zo worden wiskundige stellingen gebruikt in de waarschijnlijkheidsrekening en de statistiek (hetgeen al in de eerste colleges van de kandidaats-opleiding tot uiting komt), en hetzelfde geldt voor resultaten op laatstgenoemd terrein die een rol spelen in de econometrie, enz.

Het derde studiejaar pleegt door de student te worden gebruikt ter voorbereiding van het kandidaatsexamen, en in het algemeen slaagt hij voor dit examen in de tweede helft van dit studiejaar. De doctorale studie begint dan in het vierde jaar. Op dat ogenblik dient de student een keuze te maken tussen de algemeen-economische en de bedrijfseconomische variant. Wat de te volgen colleges betreft maakt dit slechts verschil uit t.a.v. de niet-mathematische vakken: voor de algemeen-economische variant liggen deze colleges op het terrein van de staathuishoudkunde, voor de bedrijfseconomische variant daarentegen in de eerste plaats op dat van de bedrijfshuishoudkunde (daarnaast marktanalyse en staathuishoudkunde op verlicht peil). Dit zijn de enige colleges in de niet-mathematische vakken van de doctorale opleiding; de kwantitatief-economische studierichting kent niet de twee verplichte keuzevakken die de overige studierichtingen kenmerken.

Wat de mathematische vakken betreft zijn er in het eerste doctorale jaar (dus i.h.a. het vierde studiejaar) allereerst een aantal vervolgcollections op de kandidaatsopleiding: differentiaal- en differentievergelijkingen als vervolg op de differentiaal- en integraalrekening, en evenzo matrixalgebra, waarschijnlijkheidsrekening en statistiek alsmede de statistische methoden der econometrie als vervolg op de drie corresponderende inleidende colleges van het kandidaats. Voorts zijn er de colleges in de wiskundige economie en de econometrie, waarin (in hoofdzaak) theoretische resp. toegepaste economische problemen worden behandeld met de in dit

stadium van de opleiding beschikbare mathematische en statistische middelen. Tenslotte besteedt de student in dit studiejaar ook nog zijn aandacht aan numerieke problemen, o.a. op het terrein van regressieanalyse en lineair programmeren. Het onderscheid tussen algemeen-economische en bedrijfseconomische variant komt wat betreft de mathematische vakken in het eerste doctorale jaar uitsluitend tot uiting in de literatuurlijst van dat jaar.

Naarmate de student in zijn opleiding voortgang maakt, ziet hij het accent geleidelijk verschuiven van een theoretische behandeling van mathematische en statistische methoden naar een toepassing van deze methoden op economische vraagstukken. In de kandidaatsopleiding zijn er 4 uren hoorcollege in de mathematische vakken, tezamen met een werkmiddag. Niet meer dan 10 à 15 % van de beschikbare tijd wordt besteed aan toepassing in deze fase, verreweg het grootste deel is gewijd aan de methoden zelf. In het eerste doctorale jaar zijn er 5 uren hoorcollege op wiskundig en statistisch terrein, daarentegen ook 4 uren op het gebied van de wiskundige economie en de econometrie. Weliswaar is het noodzakelijk om in de laatstgenoemde vakken ook enige aandacht te besteden aan de gebruikte mathematische en statistische methoden, maar de economische problematiek in engere zin vereist toch verreweg het grootste deel van de beschikbare tijd. Daarnaast verschuiven althans enkele van de wiskundige en statistische colleges van het eerste doctorale jaar, vergeleken met de overeenkomstige kandidaatscolleges, eveneens in de richting van toepassing. Het resultaat is dat voor de groep van alle mathematische vakken in het eerste doctorale jaar het percentage van de beschikbare tijd, dat aan toepassing wordt besteed, ongeveer 40 bedraagt; dus ruwweg driemaal zo hoog als voor de kandidaatsopleiding.

Deze verschuiving komt nog sterker tot uiting in het tweede doctorale jaar (dus i.h.a. het vijfde studiejaar), en wel in dubbele zin. Het aantal hoorcolleges op wiskundig en statistisch terrein is dan nog slechts 2 uren per week, terwijl het aantal voor wiskundige economie en econometrie 4 blijft; het aan toepassing bestede percentage van de totale beschikbare hoorcollege-tijd stijgt daarna tot rond 70. Maar bovendien verandert de werkmiddag van omvang en karakter. Gedurende de kandidaatsopleiding wordt deze besteed aan toelichting, oefeningen, enz., bij de hoorcolleges op het terrein van wiskunde en statistiek. Hetzelfde geldt voor het grootste deel van de werkmiddag van het eerste doctorale jaar, maar daarnaast wordt in deze werkmiddag aandacht besteed aan het praktisch rekenen op elektrische tafelrekenmachines. In het tweede doctorale

TABEL 1. OVERZICHT VAN DE COLLEGES IN DE MATHEMATISCHE VAKKEN VAN DE KWANTITATIEF-ECONOMISCHE STUDIERICHTING

	Wiskunde		Waarschijnlijkheidsrekening en statistiek		Econometrie	Wiskundige economie	Werkmiddag
Kand.	A. Differentiaal- en integraalrekening Boot, 1 uur	B. Inleiding tot de matrixalgebra: Boot, 1 uur	C. Inleiding tot de waarschijnlijk- heidsrekening en de statistiek: Van den Bogaard, 1 uur	D. Inleiding tot de statistische methoden der econometrie: Theil, 1 uur			E. Werkmiddag: Klock
Doct. I	F. Differentiaal- en differentie- vergelijkingen: Boot, 1 uur.	G. Matrixalgebra: Boot, 1 uur	H. Waarschijnlijk- heidsrekening en statistiek: Van den Bogaard, 2 uren	I. Statistische methoden der econometrie: Theil, 1 uur	J. Econometrie: Klock, 2 uren	K. Wiskundige economie: Tinbergen, 2 uren	L. Werkmiddag: Klock
Doct. II	M. Capita selecta der toegepaste wiskunde: Boot, 1 uur		N. Capita selecta der waarschijnlijk- heidsrekening en statistiek: Van den Bogaard, 1 uur		O. Econometrie: Theil, 2 uren	P. Wiskundige economie: Tinbergen, 2 uren	Q. Werkmiddag: Staf Econometrisch Instituut

jaar beslaat de werkmiddag tweemaal zoveel tijd als in de eerdere jaren (waardoor hij gedeeltelijk de plaats gaat innemen van het gereduceerde aantal hoorcolleges), en hij wordt grotendeels besteed aan een onderzoek onder leiding van de staf van het Econometrisch Instituut. Dit onderzoek ligt op het terrein van de algemene econometrie of de bedrijfseconometrie al naar gelang de variant die door de student is gekozen, zodat aldus in het laatste jaar waarin college wordt gelopen de aard van de specialisatie nadrukkelijker tot uiting komt. Het daarop volgende jaar (dus i.h.a. het zesde studiejaar) pleegt te worden besteed aan de voorbereiding voor de doctorale tentamens en het examen. Bijzondere omstandigheden daargelaten is er geen reden om langer dan zes jaren over de studie als geheel te doen.

In Tabel 1 is een overzicht gegeven van de colleges in de mathematische vakken van de kwantitatief-economische studierichting. In § 2 wordt de propaedeuse-studie in het kort geschetst, daarna volgen de successieve studie jaren van de kwantitatief-economische studierichting (§§ 3—8). In § 9 wordt de rol van het Econometrisch Instituut en de daarmee geaffilieerde research-centra in deze opleiding geschetst. Het Instituut is o.a. verantwoordelijk voor de technische verzorging van de onderwijssyllabi.

2. DE PROPAEDEUSE: HET EERSTE STUDIEJAAR

De colleges van de propaedeuse-opleiding strekken zich niet over een volledig studiejaar uit: hun begin valt samen met de aanvang van het academisch jaar en zij eindigen in april.

Het college Wiskunde I is bestemd voor abituriënten van HBS-A en Gymnasium-A en dient om hen op B-peil te brengen. Het college Wiskunde II is voor alle studenten bestemd en omvat: het differentiaalquotiënt, regels voor het differentiëren en de meetkundige interpretatie van afgeleiden, de theorie der maxima en minima van differentieerbare functies, het integraalbegrip meetkundig geïntroduceerd, partiële integratie en integratie door substitutie, en tenslotte de integratie van enkele eenvoudige differentiaalvergelijkingen. Beide colleges worden begeleid door een responsiecollege, dat wordt gegeven voor vier groepen van studenten. Dit laatste geldt ook voor het college in de statistiek, met dien verstande dat het hoorcollege in dit vak 2 uren per week omvat, terwijl het responsiecollege (ook 2 uren per week) in november aanvangt. Het statistiekcollege omvat: het gemiddelde en andere maatstaven van centrale tendentie, spreidingsmaatstaven, beginselen van de as-

sociatie-theorie, beginselen van de enkelvoudige regressie-analyse en de correlatierekening, indexcijfers, trend- en seizoenberekeningen en tenslotte de statistiek van het nationale inkomen en de bevolking.

Het propaedeutisch examen is schriftelijk en wordt in het voorjaar afgenomen. Het omvat vijf onderdelen. Aan het einde van de zomervacantie worden er herexamens gehouden. Vindt afwijzing voor het her-examen plaats, dan wordt de student verwezen naar het propaedeutisch examen van een volgend jaar, waarin hij de gelegenheid heeft deze procedure te herhalen. Indien een student ook in de tweede ronde niet voor het propaedeutisch examen is geslaagd (hetzij omdat hij voor het bijbehorende her-examen is afgewezen, hetzij omdat hij geen gebruik heeft gemaakt van de gelegenheid dit her-examen af te leggen), dan wordt hij niet meer tot dit examen aan de hogeschool toegelaten. In de praktijk blijkt, dat slechts een beperkt percentage van hen, die meer dan één jaar voor de propaedeusestudie nodig hebben, uiteindelijk voor het doctoraalexamen slaagt.

Het eerste studiejaar laat voldoende ruimte voor de studie van het boekhouden en het vervullen van de stageverplichting.

3. DE KANDIDAATSOPLEIDING: HET TWEEDE STUDIEJAAR

3.1. *Vakken en colleges*

De kandidaatcolleges strekken zich uit over een volledig jaar. Zij hebben betrekking op vijf vakken en beslaan in totaal 20 of 21 uren hoorcollege per week, waarvan 4 uren wiskunde. De student in de kwantitatief-economische studierichting dient te kiezen tussen burgerlijk recht en handelsrecht enerzijds en economische aardrijkskunde anderzijds; in het eerste geval bedraagt het aantal uren hoorcollege 21 per week, in het tweede geval 20. Voor de overige studierichtingen zijn beide vakken verplichte onderdelen van het kandidaatsexamen.

De inhoud van de vier colleges van het vak „wiskunde (inleiding tot de econometrie)”, tezamen met de bijbehorende werkmiddag, is in een uitvoerige tabel weergegeven, die we hier niet kunnen opnemen. Hierbij kunnen de volgende kanttekeningen worden gemaakt. Zoals in § 1 is uiteengezet, is één van de doelstellingen van deze colleges het verschaffen van een voldoende wiskundige en statistische basis om in het eerste doctorale jaar colleges in de wiskundige economie en de econometrie mogelijk te maken. Dit vereist o.m. kennis van de beginselen van de statistische schattings-

theorie, i.h.b. de regressieanalyse. Weliswaar is het niet mogelijk de statistische theorie van de meervoudige regressieanalyse in doelmatige matrixnotatie in de kandidaatsopleiding op te nemen; dit wordt daarom uitgesteld tot het begin van het doctorale eerste jaar. Maar de statistische theorie van de enkelvoudige regressieanalyse komt in de kandidaatsopleiding aan de orde, nl. omstreeks de Paasperiode in het college „inleiding tot de statistische methoden der econometrie”. Om dit mogelijk te maken worden in het college „inleiding tot de waarschijnlijkheidsrekening en de statistiek” de eerste beginselen van de waarschijnlijkheidsrekening en van de theorie der verdelingen gedoceerd tot enkele weken na de Kerstvakantie, waarna wordt overgegaan tot de beginselen van de statistische schattingstheorie. Dit is een vrij druk programma, hetgeen de reden is dat laatstgenoemd college op zijn beurt weer hulp ontvangt van de overige colleges. Zo worden in „inleiding tot de statistische methoden van de econometrie” elementaire aspecten van de wachttijdtheorie behandeld, die niet alleen nuttig zijn voor dit bedrijfseconomische onderwerp zelf, maar los daarvan didactisch van waarde zijn als toepassing van de waarschijnlijkheidsrekening. Evenzo worden in het college „differentiaal- en integraalrekening” in een vroeg stadium integralen afgeleid, die in de theorie der verdelingen een rol spelen, en worden in „inleiding tot de matrixalgebra” de permutaties en combinaties behandeld die bijv. voor de binomiale verdeling van betekenis zijn.

De werkmiddag bestaat uit 2 uren responsiecollege per week en verder uit huiswerk; het behoeft geen betoog dat dit schoolse systeem voor een vak als het onderhavige het enig juiste is. De behandelde stof bestaat uit oefeningen en illustratie van de onderwerpen der hoorcolleges; zo wordt bijv. vòòr de Kerstvakantie een Pareto-aanpassing volgens kleinste kwadraten van de Nederlandse inkomensverdeling in 1950 behandeld, die tevens zijn nut heeft als elementaire algemeen-econometrische toepassing. In de eerste weken van de kandidaatsopleiding verschaffen de hoorcolleges uiteraard niet voldoende stof voor vraagstukken ter behandeling in de werkmiddag; deze wordt daarom in die periode besteed aan economische toepassingen van de in de propaedeuse behandelde wiskunde.

3.2. *Tentamens en examen*

De gevraagde stof voor het vak wiskunde (inleiding tot de econometrie) beperkt zich tot hetgeen op college behandeld is en in gestencilde vorm ter beschikking is gesteld. Voor studenten die een

verdere verdieping van de stof wensen zij verwezen naar Tabel B in het Aanhangsel, die een lijst van aanbevolen litteratuur bevat.

4. HET DERDE STUDIEJAAR

Zoals uit het bovenstaande blijkt wordt het grootste deel van het derde studiejaar besteed aan het zich voorbereiden voor het kandidaatsexamen. Het is van groot belang dat de student inderdaad voor dit examen slaagt voordat het vierde studiejaar begint, omdat anders het eerste doctorale jaar dreigt te verbrokkelen met als gevaar een tijdverlies in de doctorale studie.

5. DE NIET-MATHEMATISCHE VAKKEN VAN DE DOCTORALE STUDIE

Van alle studenten, die aan de hogeschool voor enig doctoraal-examen werken, wordt een bewijs van bekendheid met de beginselen van de methodologie verlangd. Voorts zijn er natuurlijk colleges in de economische vakken, t.w.: drie onderdelen van de staathuishoudkunde (waarvan één gecombineerd met een werkcollege) voor de algemeen-economische variant, en voor de bedrijfs-economische variant: kostprijs- en resultatenberekening, marktanalyse, en een algemeen college in de staathuishoudkunde. Voor verdere details zij verwezen naar het oorspronkelijke rapport.

6. DE MATHEMATISCHE VAKKEN VAN HET EERSTE DOCTORALE JAAR (HET VIERDE STUDIEJAAR)

6.1. *Vakken en colleges*

Terwijl de mathematische colleges van de kandidaatsopleiding in één vak gegroepeerd zijn, waaieren zij in het eerste doctorale jaar in vier vakken uiteen, t.w. de wiskunde, de waarschijnlijkheidsrekening en de statistiek, de econometrie en de wiskundige economie. Dit is op zichzelf al een indicatie van een geringere noodzaak tot coördinatie van de verschillende colleges vergeleken met die van de kandidaatsopleiding, al is deze noodzaak nog niet geheel verdwenen. Het college in de econometrie begint met de techniek van de lineaire programmering, en vrijwel onmiddellijk daarna volgen toepassingen van deze techniek in de werkmiddag. Vervolgens worden in de econometrie macro-economische vergelijkingenstelsels behandeld en daarna de theorie van het consumentengedrag. De bij dit laatste onderwerp behorende empirie vereist kennis van de regressie-analyse. Met dit onderwerp begint het college in de statistische methoden van de econometrie (als vervolg op de behandeling van

de kandidaatsopleiding), en het wordt spoedig daarna numeriek in de werkmiddag toegepast. Daarna wordt in de econometrie een aantal merendeels empirische studies van algemeen-econometrische en bedrijfseconometrische aard behandeld; vooralsnog overweegt de eerste groep, hetgeen niet verwonderlijk is gezien het verschil in geaccumuleerde kennis tussen beide, maar het voornemen bestaat om binnen een beperkt aantal jaren tot een zekere pariteit te komen. Het college in de waarschijnlijkheidsrekening en de statistiek begint met een voortzetting van de behandeling van de waarschijnlijkheidsrekening van de eerste helft van de kandidaatsopleiding, hetgeen leidt tot de behandeling van momenten, karakteristieke functies en de centrale limietstelling. Daarna komt een aantal verdelingen aan de orde, i.h.b. die welke gerelateerd zijn aan de normale (χ^2 , t , F); tijdsgebrek maakt het onmogelijk al deze verdelingen op college te behandelen, wel echter zullen de afleidingen in gestencilde vorm beschikbaar zijn. Daarna wordt overgegaan tot de schattings- en toetsingstheorie. De asymptotische schattingstheorie wordt behandeld in het college over de statistische methoden der econometrie, zulks i.v.m. de problematiek van stelsels van simultane vergelijkingen. De economische aspecten van deze stelsels worden, zoals hierboven reeds gesteld, behandeld in het econometriecollege. De wiskundige economie is het enige mathematische vak van de doctorale opleiding dat in de vorm van een tweejaarscyclus wordt gedoceerd, zodat de colleges in dit vak voor de studenten van het eerste en het tweede doctorale jaar in 1961—62 identiek zijn.

6.2. *De onderzoeken van het eerste doctorale jaar*

De mathematische colleges van het eerste doctorale jaar (met uitzondering van die van de wiskundige economie) worden geëxamineerd op een wijze analoog aan die van de kandidaatsopleiding. In de zomer, onmiddellijk na afloop van de colleges van dit jaar, wordt een onderzoek gehouden betreffende de stof van de colleges op het terrein van de wiskunde en de waarschijnlijkheidsrekening en statistiek, en in geval van afwijzing kan de kandidaat deze herhalen in december van het tweede doctorale jaar. Analoog wordt na de zomer, onmiddellijk vòòr de colleges van het tweede doctorale jaar beginnen, een onderzoek gehouden op het terrein van de econometrie en de statistische methoden der econometrie; in geval van afwijzing vindt herhaling plaats in januari van het tweede doctorale jaar. Er zijn geen beperkende bepalingen t.a.v. verdere herhaling en geldigheidsduur, maar de onderzoeken dienen met goed gevolg

te zijn afgelegd voor toelating tot de bijbehorende doctorale tentamens plaats heeft. Voor de aanbevolen maar niet verplichte literatuur wordt naar tabel B verwezen.

7. DE MATHEMATISCHE VAKKEN VAN HET TWEEDE DOCTORALE JAAR (HET VIJFDE STUDIEJAAR)

Een gedetailleerd overzicht van de mathematische colleges in het tweede doctorale jaar treft men in een afzonderlijke tabel aan van het oorspronkelijke rapport. De colleges in de wiskunde en de waarschijnlijkheidsrekening en statistiek dragen nu een capita-selecta-karakter. In het wiskundecollege wordt veel aandacht geschonken aan lineaire en niet-lineaire programmeringstechnieken, zulks als vervolg op de behandeling van de lineaire programmering in het econometriecollege van het eerste doctorale jaar. In het statistiekcollege komen principale componenten en factoranalyse aan de orde, die aan het einde van het jaar hun toepassing vinden in de econometrie. Tevoren wordt in laatstgenoemd college de dynamische strategietheorie van Von Neumann en de techniek van het maximeren van een kwadratische voorkeursfunctie met inachtneming van lineaire gelijkheidsrestricties behandeld (als vervolg op de behandeling van het consumentengedrag in het eerste doctorale jaar) en toegepast zowel op macroëconomische beslissingsproblemen van een centrale overheid als op microëconomische beslissingsproblemen van kostenminimering. De werkmiddag omvat naast een algemeen- of bedrijfseconometrisch onderzoek een beleidsspel (business game, management decision game), dat doorgerekend zal worden op de GAMMA ET die het Econometrisch Instituut in de loop van dit academisch jaar zal installeren; tevoren (tijdens de werkmiddag van het eerste doctorale jaar) wordt de werking van de rekenautomaat voor de studenten geïllustreerd.

Aanbevolen wordt het doctorale tentamen in de wiskunde of dat in de waarschijnlijkheidsrekening en de statistiek (liefst beide) aan het begin van de zomer van het tweede doctorale jaar af te leggen. Beide tentamens omvatten elk de stof van het bijbehorende capita selecta-uur alsmede verplichte literatuur. Wat deze literatuur voor het vak waarschijnlijkheidsrekening en statistiek betreft, deze wordt in overleg met de docent vastgesteld. Voor de wiskunde bestaat de literatuur uit (naar keuze) één van de drie volgende werken:

S. I. Gass, *Linear Programming*,

D. Gale, *The Theory of Linear Economic Models*,

R. Dorfman, P. A. Samuelson and R. Solow, *Linear Programming and Economic Analysis*, alsmede drie artikelen in overleg met de docent vast te stellen.

8. HET ZESDE STUDIEJAAR

In de loop van het zesde studiejaar worden de overige tentamens in de mathematische en niet-mathematische vakken afgelegd, voorzover deze niet reeds in het vijfde jaar zijn afgelegd, en tenslotte het examen. Alvorens toelating tot het examen plaats heeft moet een scriptie worden geschreven op het terrein van één van de vier mathematische vakken of één van de niet-mathematische vakken (zie § 5) en door de desbetreffende docent zijn goedgekeurd.

Naast de twee doctorale tentamens genoemd in de laatste alinea van § 7 zijn er twee andere voor de mathematische vakken, nl. in de wiskundige economie en de econometrie. Het eerste omvat de collegestof over twee doctorale jaren, het laatste alleen de stof over het tweede doctorale jaar.

Alle vakken van de doctorale opleiding worden in tentamenvorm geëxamineerd en zij maken ook alle deel uit van het eigenlijk doctoraal examen; de hoeveelheid stof die de kandidaat voor het examen dient te bestuderen is geringer naarmate de uitslag voor het bijbehorende tentamen beter is. Het doctoraal examen van de kwantitatief-economische studierichting is steeds in twee delen gesplitst. Het eerste deel omvat de niet-mathematische vakken, het tweede de mathematische.

9. HET ECONOMETRISCH INSTITUUT

De werkzaamheden van de wetenschappelijke staf en de buitenlandse gasten van het Econometrisch Instituut van de hogeschool zijn nauw met de kwantitatief-economische studierichting verbonden. Hetzelfde geldt voor de met het Instituut geaffilieerde research-centra. Dit zijn er twee: het International Center for Management Science, dat zich met bedrijfseconometrische onderzoeken bezighoudt en onder auspiciën staat van The Institute of Management Sciences (TIMS), een internationale vereniging op dit terrein; en het Research Center of CIRET, dat zich met de bewerking van bedrijfsenquêtes bezighoudt en onder auspiciën staat van CIRET, het Contact International de Recherches Economiques Tendanciellles.

Het contact tussen het Econometrisch Instituut en de kwanti-

tatief-economische studierichting is (afgezien van de reeds eerder genoemde verzorging der syllabi) drieledig van aard. In de eerste plaats maken de docenten van drie van de vier mathematische vakken (econometrie, wiskunde, en waarschijnlijkheidsrekening en statistiek) deel uit van de wetenschappelijke staf van het Instituut. In de tweede plaats worden de werkmiddag van het eerste doctorale jaar, voorzover het numerieke werkzaamheden betreft, en die van het tweede doctorale jaar door het Instituut verzorgd. Sinds zijn oprichting in 1956 zijn in het Instituut een aantal onderzoeken verricht waarvan de resultaten in omstreeks 100 rapporten zijn neergelegd, gedeeltelijk in samenwerking met studenten van het tweede doctorale jaar; en een deel van deze rapporten vormt het onderwerp van behandeling in de mathematische colleges, i.h.b. de econometrie. In de derde plaats verzorgt het Instituut de veertiendaagse Colloquia, in de regel eens in de veertien dagen op vrijdagmiddag en in de Engelse taal, waar econometristen van de hogeschool en daarbuiten bijeenkomen om recente resultaten van stafleden van het Instituut en van anderen te bespreken.

LITTERATUUR

A. VERPLICHTE LITTERATUUR VOOR DE DOCTORALE TENTAMENS IN DE WISKUNDIGE ECONOMIE EN DE ECONOMETRIE

Auteurs	Titel	Hoofdstukken
<i>Wiskundige economie</i> Een keuze uit de volgende 10, samenstelling en hoofdstukken in overleg met de docent vast te stellen:		
R. G. D. Allen	Mathematical Economics	
W. J. Baumol	Economic Dynamics	
Centraal Planbureau	Centraal Economisch Plan 1961	
R. Dorfman	Linear Programming and Economic Analysis	
P. A. Samuelson		
R. M. Solow		
G. E. Evans	Mathematical Introduction to Economics	
L. R. Klein	An Econometric Model of the United States, 1929—1952	
A. S. Goldberger		
C. F. Roos	Dynamic Economics	
H. Schultz	The Theory and Measurement of Demand	

Auteurs	Titel	Hoofdstukken
<i>Econometrie, algemeen-economische variant</i>		
Enkele tijdschriftartikelen, in overleg met de docent vast te stellen, benevens:		
H. Theil	Economic Forecasts and Policy, 2nd ed.	§ 6.C, 6.D, 7—9
H. Theil	Linear Aggregation of Economic Relations	1—4
H. B. Chenery	Interindustry Economics	alle
P. G. Clark		
S. J. Prais	The Analysis of Family Budgets	alle
H. S. Houthakker		
<i>Econometrie; bedrijfseconomische variant</i>		
Enkele tijdschriftartikelen, in overleg met de docent vast te stellen, benevens:		
H. Theil	Economic Forecasts and Policy, 2nd ed.	7—9
H. B. Chenery	Interindustry Economics	alle
P. G. Clark		
C. C. Holt	Planning Production, Inventories, and Work Force	in overleg
F. Modigliani		
J. F. Muth		
H. A. Simon	Queues, Inventories, and Maintenance	in overleg
P. Morse		

**B. AANBEVOLEN LITTERATUUR VOOR DE MATHEMATISCHE VAKKEN
VAN DE KANDIDAATSOPLEIDING**

Auteurs	Titels
<i>A. Differentiaal- en integraalrekening</i>	
J. C. H. Gerretsen	Raaklijn en oppervlakte
R. R. Middlemiss	Differential and Integral Calculus
R. G. D. Allen	Mathematical Analysis for Economists
<i>B. Inleiding tot de matrixalgebra</i>	
A. Heyting	Matrices en determinanten
S. Perlis	Theory of Matrices

Auteurs	Titels
<i>C. Inleiding tot de waarschijnlijkheidsrekening en de statistiek</i>	
H. Cramér	The Elements of Probability Theory and Some of Its Applications
E. Parzen	Modern Probability Theory and Its Applications
W. Feller	An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Vol. I, 2 nd ed.
S. S. Wilks	Elementary Statistical Analysis
P. G. Hoel	Introduction to Mathematical Statistics, 2 nd ed.
D. A. S. Fraser	Statistics, An Introduction
N. L. Johnson, H. Tetley	Statistics, Vol. I and II
R. V. Hogg, A. T. Craig	Introduction to Mathematical Statistics
A. M. Mood	Introduction to the Theory of Statistics
<i>D. Inleiding tot de statistische methoden der econometrie</i>	
J. Tinbergen	Econometrie
J. Tinbergen	Economische bewegingsleer

**C. AANBEVOLEN LITTERATUUR VOOR DE MATHEMATISCHE VAKKEN
VAN DE DOCTORALE OPLEIDING**

Auteurs	Titels
<i>Wiskunde</i>	
Aanvullingen op de collegestof op iets hoger peil:	
R. Frisch	Maxima et minima
W. J. Baumol	Economic Dynamics
R. Dorfman, P. A. Samuelson, } R. M. Solow } R. Zurmühl }	Linear Programming and Economic Analysis
	Matrizen
Moeilijker litteratuur:	
R. S. Burington, C. C. Torrance	Higher Mathematics
R. Courant	Differential and Integral Calculus, Vol. I and II
F. R. Gantmacher	The Theory of Matrices
O. Schreier, E. Sperner	Modern Algebra and Matrix Theory
G. Birkhoff, S. Mac Lane	A Survey of Modern Algebra

Auteurs	Titels
<i>Waarschijnlijkheidsrekening en statistiek en statistische methoden der econometrie</i>	
Algemeen:	
F. E. Croxton, D. J. Cowden	Applied General Statistics
H. J. Dixon, F. J. Massey	Introduction to Statistical Analysis
R. A. Fisher	Statistical Methods and Scientific Inference
M. G. Kendall	The Advanced Theory of Statistics
J. F. Kenney, E. S. Keeping	Mathematics of Statistics, Vol. II, 2 nd ed.
S. S. Wilks	Mathematical Statistics
H. Cramér	Mathematical Methods of Statistics
Speciale litteratuur voor bedrijfseconometristen:	
H. Chernoff, L. Moses	Elementary Decision Theory
F. E. Croxton, D. J. Cowden	Practical Business Statistics
R. Schlaifer	Probability and Statistics for Business Decisions
Waarschijnlijkheidsrekening:	
M. Loève	Probability Theory, 2 nd ed.
J. G. Kimeny, J. L. Snell	Finite Markov Chains
M. S. Bartlett	Stochastic Processes
A. T. Bharucha-Reid	Elements of the Theory of Markov Processes and Their Applications
J. L. Doob	Stochastic Processes
Verdelingsvrije toetsen:	
S. S. Siegel	Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences
D. A. S. Fraser	Nonparametric Methods in Statistics
Multivariate Analysis:	
T. W. Anderson	Introduction to Multivariate Statistical Analysis
S. Kullback	Information Theory and Statistics
S. N. Roy	Some Aspects of Multivariate Analysis
H. H. Harman	Modern Factor Analysis
K. J. Holzinger, H. H. Harman	Factor Analysis
S. S. Wilks	Mathematical Statistics
<i>Econometrie</i>	
Bibliographisch:	
G. Tintner	Econometrics
Case Institute	A Comprehensive Bibliography on Operations Research

Auteurs	Titels
Consumentengedrag: R. Stone S. J. Prais, H. S. Houthakker H. Wold R. G. D. Allen, A. L. Bowley	
	The Measurement of Consumers' Expenditure and Behaviour in the United Kingdom, 1920—1938, Vol. I The Analysis of Family Budgets Demand Analysis Family Expenditure
Bedrijfseconometrie en Operations Research: C. W. Churchman, R. L. Ackoff, E. L. Arnoff T. L. Saaty C. C. Holt, F. Modigliani, J. F. Muth, H. A. Simon P. M. Morse J. Johnson	
	Introduction to Operations Research Mathematical Methods of Operations Research Planning Production, Inventories, and Work Force Queues, Inventories, and Maintenance Statistical Cost Analysis
Sectorenanalyse: H. B. Chenery W. W. Leontief W. W. Leontief (ed.) L. Johansen	
	Interindustry Economics The Structure of the American Economy Studies in the Structure of the American Economy A Multi-Sectoral Study of Economic Growth
Macro-econome: L. R. Klein L. R. Klein, A. S. Goldberger L. R. Klein, R. J. Ball, A. Hazlewood, T. Vandome A. S. Goldberger Centraal Planbureau	
	Economic Fluctuations in the United States, 1921—1941 An Econometric Model of the United States, 1929—1952 An Econometric Model of the United Kingdom Impact Multipliers and Dynamic Properties Centraal Economisch Plan 1955 en 1961
Diverse onderwerpen: W. Marquardt, W. Strigel L. M. Koyck	
	Der Konjunkturtest, Eine neue Methode der Wirtschaftsbeobachtung Distributed Lags and Investment Analysis

NATUURWETENSCHAPPEN

OP DE GYMNASIALE A-AFDELINGEN ¹⁾

door

Dr. C. P. KOENE

Heemstede

In de notulen van de ledenvergadering van LIWENAGEL op 5 jan. 1957 staat o.a.: — Na de koffiepauze deelde de voorzitter mee, wat het eigenlijke hoofddoel van deze vergadering was. Het bestuur is namelijk bezorgd over het onderwijs in de Natuurwetenschappen in 5 alfa, in het bijzonder wat het chemisch-fysisch gedeelte betreft. Het meent, dat de docenten vaak te veel op de bèta-opleiding ingesteld zijn en het ontbreekt hun meestal aan tijd om een geheel nieuwe alfa-didactiek op te zetten. Het bestuur zal in verband hiermee na afloop van de vergadering een werkgroep installeren, die tot taak krijgt: het nemen van maatregelen om te komen tot verbetering van bedoeld onderwijs. —

Op diezelfde vergadering werden er twee lezingen gehouden, min of meer om die werkgroep, de z.g. commissie Schuyl, te instrueren. Voor zéér korte samenvattingen van de inhoud van die twee lezingen citeer ik weer de reeds genoemde notulen.

Dr. Ubbink sprak over „Filosofie en Natuurwetenschappen”. — Dr. Ubbink kwam tot de conclusie, dat de alfa's geen uittreksel van de bèta-stof moet worden voorgezet. Ook verwierp hij een populaire uiteenzetting van misschien wel actuele, maar feitelijk zeer moeilijke kwesties. Hij pleitte voor een onderwijs, waarbij aan eenvoudige problemen wordt duidelijk gemaakt, hoe de methode van de moderne natuurkundige is. —

Prof. Dijksterhuis besprak de vraag: „Kan de Geschiedenis van de Natuurwetenschappen iets bijdragen tot het onderwijs in de Natuurwetenschappen in de A-afdeling van het Gymnasium?”

— Prof. Dijksterhuis kwam tot de conclusie, dat een historische behandeling van de Natuurwetenschappen in genoemde afdeling wel wenselijk is, maar dat de praktische uitvoerbaarheid twijfelachtig is. —

Het lezen van deze voordrachten kan ik van harte aanbevelen. Ze zijn volledig opgenomen in Faraday 1957 no. 5 en no. 7.

De reeds genoemde werkgroep, de commissie Schuyl, heeft een

¹⁾ Voordracht gehouden voor Liwenagel op 1 september 1961 te Driebergen.

paar keer vergaderd. Door tijdgebrek van de leden heeft deze commissie haar werkzaamheden gestaakt. Eén van haar leden kreeg kort geleden van het bestuur van LIWENAGEL het verzoek op deze vergadering voor u over deze materie te spreken.

Het is nu niet mijn bedoeling een diep gefundeerd theoretisch betoog te leveren. Dáárvoor zijn de reeds genoemde lezingen uit 1957 nog steeds zeer waardevol. Mijn opdracht is meer het kort aanstippen van enkele moeilijkheden, mogelijkheden en wenselijkheid voor de praktijk. Het zal wel zonder meer duidelijk zijn dat ik niet kan komen met een geheel nieuwe visie en allerlei spiksplinternieuwe vondsten en voorstellen. Ik zal putten uit de reeds genoemde en uit andere voordrachten, uit opmerkingen van de leden van de commissie Schuyt en uit al dan niet gepubliceerde opmerkingen van andere collega's. Uiteraard zijn er ook wel enkele gedachten van mezelf bij.

Eerst een paar losse opmerkingen:

In een uitgebreid betoog van een hoogleraar in de theologie lees ik o.a.: — Of er een kwantitatief astronomisch middelpunt bestaat, moet onbeslist gelaten worden. Maar als dit bestaat, zou ik deze hypothese niet te gewaagd vinden, dat de hemel ook het astronomische middelpunt is. — Ik geef toe dat dit betoog ruim 30 jaar oud is. Maar het is nog geen jaar geleden dat ik een preek beluisterde van een doctor in de theologie over Psalm 110. Daar wordt gesproken over de dauw, die uit de schoot van de aarde oprijst. „De dauw is een wonder, niemand begrijpt waar die vandaan komt”, werd toen van de kansel meegedeeld.

Het heeft niet veel zin om „wat dom” te zeggen. We moeten eenvoudig constateren dat er iets ontbroken heeft aan de natuurwetenschappelijke opleiding van deze theologen. En hier moeten we een gedeelte van de schuld bij onszelf zoeken. Onlangs vertelde een predikant me dat zijn scheikundeleraar vroeger in zijn klas heel gezellig praatte over allerlei interessante onderwerpen. Aan de scheikunde kwam hij echter op die manier niet toe. „En”, verzuchtte mijn zegsman, „nu betreur ik het dat ik toen niet iets van de natuurwetenschappelijke werkmethoden geleerd heb.”

Enkele jaren geleden was een van de onderwerpen die ik met mijn 5-alfa-klas besprak het bepalen van de ouderdom van de aardkorst met behulp van de radioactiviteit. Een paar van de jongens uit die klas gingen later theologie studeren. Eén van hen ontmoette ik later nog eens en hij vertelde mij toen dat hij op catechisatie soms

gebruik maakte van de aantekeningen die ik hem op de les had laten maken. Dat deed me goed.

Dit waren toevallig een paar „theologische voorbeelden”, die het nut van natuurwetenschappelijk onderwijs voor de alfa’s aantonen. Het zal echter niemand moeilijk vallen ook uit andere gebieden dergelijke voorbeelden te noemen. Met de predikanten staan ook de advocaten, de rechters en de litteratoren (óók de classici!) midden in de moderne wereld met de moderne problemen op natuurwetenschappelijk gebied. Het heeft weinig zin zich af te vragen of het wellicht beter ware geweest als de natuurwetenschappen zich niet in een zo stormachtig tempo hadden ontplooid. Zelfs de meest verstokte bèta-verachters (die zijn er helaas) zullen moeten toegeven dat het aanzicht van de wereld veranderd is door de ontwikkeling van de natuurwetenschappen. Als ik u de retorische vraag voorleg wiens invloed op de moderne samenleving groter geweest is, die van Napoleon of die van Faraday, en als ik u daarnaast de zeer reële vraag voorleg over wie van die twee een alfa-gymnasiast méér moet leren, dan zult u het waarschijnlijk met mij eens zijn dat hier iets niet helemaal klopt. Het belang van de natuurwetenschappen voor het mensdom is niet te ontkennen. En is de studie van de historië van het mensdom niet een van de belangrijkste programmapunten van de gymnasiast?

Hiermee moge ik voldoende aangetoond hebben dat studie van de natuurwetenschappen voor de alfa-leerling, die later leiding moet geven, nuttig en zelfs noodzakelijk is.

Nu komt de vraag naar voren: *Hoe* moet het onderwijs in de natuurwetenschappen plaatsvinden? . . . Niemand zal van ons verwachten dat wij de alfa’s over alle gebieden instrueren, die ze later nog wel eens tegen zouden kunnen komen. Het is beslist niet de bedoeling dat ze over alles mee kunnen praten. „Leer ze liever hun mond houden, als ze er niets van weten”, werd op de vorige vergadering opgemerkt. Maar wel moeten we ze „wat mee geven voor hun latere leven”. Dat eist een zorgvuldige keuze van onderwerp en een zorgvuldige behandeling daarvan. We moeten ons daarbij goed realiseren: aan de alfa’s geven we de natuurwetenschappen als *eindonderwijs*, voor de bèta’s zijn de natuurwetenschappelijke vakken in het algemeen propaedeuse. Dit eist van de docent een geheel andere instelling.

Ik meen dat we onze alfa-leerlingen iets willen laten zien over:

1. de natuurwetenschappelijke methode,
2. de natuurwetenschappelijke resultaten,

3. het natuurwetenschappelijke wereldbeeld.

Deze punten zijn uiteraard niet streng van elkaar te scheiden. Zo hangt bijv. het ontworpen wereldbeeld nauw samen met de gebruikte methode. Zeer in het kort geformuleerd zou men kunnen zeggen:

Voor de klassieken was de visie primair en werden de verschijnselen vanuit die visie bekeken. Voor de modernen staan de experimenten op de eerste plaats en heeft ook het experiment het laatste beslissende woord.

De klassieken zochten naar de eigenschappen van de dingen, dus naar hun diepste wezen. De modernen zoeken naar de relaties tussen de dingen: wat doet een ding onder die en die omstandigheden?

De klassieken maakten het onderzoek ondergeschikt aan de wijsgerige bezinning. De modernen erkennen dat het wezen van de dingen niet meetbaar is. Ze vragen naar de wel meetbare eigenschappen en krijgen dan uiteraard alleen antwoord op die vragen.

De klassieken beschouwden *hun* wereldbeeld als *het* wereldbeeld. De modernen erkennen dat ze met „modellen” werken en dat die modellen een betrekkelijke waarde hebben. Weliswaar hebben de z.g. natuurwetten absolute geldigheid, maar alléén in de gebieden die tot de natuurkunde behoren. En buiten die gebieden bestaan er óók vele zaken. Zou, dit tussen haakjes, het vergeten van dit laatste niet een punt zijn, waardoor vele misverstanden zijn ontstaan? Een voorbeeld: Als een mijnwerker na een instorting op honderden meters diepte precies 24 uur opgesloten geweest is en na zijn redding verklaart dat het langer geduurd heeft dan tien jaar van zijn leven, dan staat de man van de natuurwetenschappen tegenover iets dat buiten zijn onderzoeksgebied ligt. Dan mag hij zijn kalender en horloge niet raadplegen om te proberen te bewijzen dat de geredde ongelijk heeft. Dat doet hij ook niet als hij de grenzen van zijn natuurwetenschappelijk onderzoek kent en erkent. Als het goed is, is het een *on*redelijk verwijt, als een alfa tegen een bèta zegt: „Jij altijd, met je ijzeren natuurwetten . . .”. De moderne natuurwetenschappelijke onderzoeker erkent dat elk experiment een menselijke vraag is aan de natuur. De natuur wordt gedwongen op *die* vraag van de mens een antwoord te geven. Heisenberg, een van de zéér grote modernen, zegt het ergens zó: — Auch in der Naturwissenschaft ist also der Gegenstand der Forschung nicht mehr die Natur an sich, sondern die der menschlichen Fragestellung ausgesetzte Natur, und insofern begegnet der Mensch auch hier wieder sich selbst. —

De „modellen” die de mens van de natuur maakt, zijn dus menselijke modellen, afhankelijk van de vragen die de onderzoeker de natuur heeft gesteld en afhankelijk van de manier van vragen. De erkenning van dit menselijke element is m.i. een sterk argument ten gunste van de bestudering van de natuurwetenschappen door de alfa-leerling.

De drie punten, methode, resultaten en wereldbeeld, zijn dus niet streng te scheiden. Toch kan men in zijn lessen wel de ene keer meer nadruk leggen op het ene aspect en de andere keer op het andere. Ik stel me voor dat een cursus natuurwetenschappen in 5-alfa zou kunnen beginnen met een niet al te lange historische inleiding, waarin aan één of meer voorbeelden de klassieke en de moderne beschouwing wordt gedemonstreerd.

Zo een historische inleiding heeft ten eerste het voordeel aan te sluiten bij de denkmethode, die de alfa's zich aangewend hebben, waardoor misschien ook een zekere onbewuste tegenzin tegen dit vak kan worden voorkómen. Ten tweede biedt dit de gelegenheid uitdrukkelijk te wijzen op fouten in de oude beschouwingen. Doet men dit niet, dan bestaat er een zeer reëel gevaar dat de leerlingen onbewust óók volgens die zo voor de hand liggende foutieve methode gaan denken. Een enkele voorbeeld: Volgens de aristotelische opvattingen hebben alle lichamen van hun wezen uit een natuurlijke plaats en een natuurlijke beweging. Wat zwaar is, gaat van nature naar de aarde toe, wat licht is van de aarde af. Hemelse lichamen hebben van nature een volmaakte cirkelbeweging en aardse voorwerpen komen vanzelf in rust als men ze niet voortdurend opzettelijk in beweging houdt. Wij weten tegenwoordig dat „zwaarte” en „lichtheid” geen wezenskenmerken van een lichaam zijn, maar dat de bewegingsrichting van de omgeving afhangt (denk aan de wet van Archimedes). En we weten ook dat allerlei bewegingen helemaal niet natuurlijk zijn, maar dat er een centripetale kracht nodig is om een eenparige cirkelbeweging in stand te houden en dat het de wrijving is, die een lichaam tot stilstand brengt, en niet een traagheidswet. Uitdrukkelijk zij opgemerkt dat dit tegenover elkaar stellen van de klassieke en de moderne opvatting nooit mag ont-aarden in een belachelijk maken van het oude.

Hoe lang moet deze historische beschouwing duren en welke onderwerpen zijn daarvoor geschikt? . . . De tijdsduur hangt af van de gehele opzet van de cursus. We moeten, meen ik, vooral niet te veel tijd aan de geschiedenis besteden. Maar aan de andere kant kan men in dit gedeelte reeds een flinke dosis moderne op-

vattingen verwerken. In zijn reeds enkele keren genoemde voordracht somt Dijksterhuis een tiental onderwerpen op, die zich zeer goed lenen voor historische behandeling. Ik noem ze nog even:

1. De ontwikkeling van het astronomisch wereldbeeld van de Oudheid tot aan Newton.
2. De geschiedenis van het mechanisme.
3. De theorieën van warmte en verbranding.
4. De leer van evenwicht van vaste lichamen en vloeistoffen.
5. Theorieën van het zien.
6. Het wezen van het licht.
7. Van horror vacui tot luchtdruk.
8. Natuurwetenschap en scheepvaart.
9. De verlenging van de menselijke blik naar het grote en het kleine.
10. Magnetisme en elektriciteit.

Het zal niemand van u moeite kosten, deze lijst verder uit te breiden, voegt Dijksterhuis er aan toe.

Ik stel me voor dat de docent, als hij inderdaad volgens deze methode te werk wil gaan, slechts een paar van die onderwerpen kan behandelen omdat de tijd beperkt is. Bovendien, zelfs bij het voorbereiden en uitwerken van enkele van de historische onderwerpen zal hij zijn handen vol hebben, wil het verantwoord gebeuren. En dat laatste is een dwingende eis.

Vervolgens kan een aantal moderne onderwerpen besproken worden, waaraan de moderne wijze van aanpakken uitvoeriger wordt toegelicht. Het is daarbij enerzijds niet de bedoeling diep af te dalen in allerlei technische details, maar aan de andere kant moeten wij ons voor te grote oppervlakkigheid wachten. Dat te veel bijzonderheden schadelijk zijn en we grote lijnen moeten trekken, zal wel zonder meer duidelijk zijn. Maar ook het te weinig noemen van de moeilijkheden en het alléén maar trekken van grote lijnen, heeft een bezwaar. De alfa's moeten immers enig inzicht krijgen in de werkmethode van de natuurwetenschappen en daarbij behoort óók detailwerk. Een enkele keer eens een stukje „uitbenen”, precies laten zien van welke (misschien aanvechtbare) gronden men uitgaat, wat alleen maar een onaantastbare wiskundige afleiding is, welke benaderingen daarbij gemaakt worden en waarom die toelaatbaar zijn, dat alles kan zeer verhelderend werken. Niet elk onderwerp leent zich daartoe, maar het is ook niet nodig zo iets te vaak te doen. Dus, zonder in het andere uiterste te vervallen, moeten we er ons voor wachten genoeg te nemen met kwalitatieve

vaagheden, die ternauwernood goed onder woorden te brengen zijn. Een van de eisen van de moderne natuurwetenschap is immers dat men precies zegt wat men bedoelt te zeggen. Op die manier komt dan ook duidelijk uit waarover men praat. Dat is *niet* over alles, er zijn grote gebieden waarover we niet praten. Het niet goed afbakenen van het gebied van onderzoek heeft vele misverstanden en ongeoorloofde extrapolaties veroorzaakt. Dat moeten de alfa's óók weten.

Welke onderwerpen? Hoeveel?

Dat hangt natuurlijk samen met de omvang van de gekozen onderwerpen en met de beschikbare tijd. Dat moet vóór het begin van de cursus al in hoofdlijnen uitgezocht zijn. Ik kom daar zo meteen nog even op terug.

Het is mogelijk, dat er vanuit de klas grote belangstelling is voor een actueel onderwerp, dat we zelf niet gekozen zouden hebben omdat het niet zo mooi in ons schema past. Ik meen dat we dan toch wél op dat onderwerp in moeten gaan omdat belangstelling van de zijde van de leerlingen gewaardeerd moet worden. Uiteraard zijn er grenzen, die men in het oog moet houden om te voorkomen dat de evenwichtige opzet van het geheel verloren zou gaan.

Men zou de cursus kunnen afronden met enkele beschouwingen over het moderne wereldbeeld van de natuurwetenschappen, wat intussen ook reeds bij de eerste beschouwingen ter sprake is gekomen. Hierbij zouden ook onderwerpen met een filosofisch tintje naar voren kunnen komen. Von Weizsäcker noemde de moderne natuurwetenschap een kind uit het huwelijk tussen filosofie en handwerk . . .

Heeft het vak natuurwetenschappen voor de alfa's op die manier nut?

Ik meen op deze vraag met overtuiging bevestigend te kunnen antwoorden. Niet dat alle alfa's de natuurwetenschappelijke methode later zelf zullen gaan toepassen bij hun werk, dat zal wel een uitzondering zijn. Wél kan het een bijdrage geven tot waardering voor „de andere kant”. Ze leren erkennen dat de uitkomsten van de natuurwetenschappen inderdaad waarde hebben en niet slechts uit de lucht gegrepen speculaties zijn. Ze krijgen ook enige kennis van die uitkomsten (bijv. over het astronomisch wereldbeeld in zijn machtige opbouw, over de ouderdom van de aardkost, enz.). Tenslotte kunnen ze enig inzicht meekrijgen in het natuurwetenschappelijke wereldbeeld.

Mocht onverhoopt, door een van de reorganisaties die ons te

wachten staan, het vak natuurwetenschappen van Gymnasium alfa weer verdwijnen, dan zou dat m.i. een grote stap terug betekenen, die zeer te betreuren zou zijn.

Nu heb ik nog twee punten te bespreken:

1. Hoe vindt de docent de geschikte onderwerpen en hoe zet hij deze aan zijn leerlingen voor?
2. Wie is de docent, die dit doet?

U verwacht, hoop ik, van mij geen definitief antwoord op de eerste vraag. Het was een van de taken van de reeds genoemde commissie Schuyt om daar antwoord op te geven. We zijn er in blijven steken. Als we dóórgestaan waren, hadden we wellicht ongeveer het volgende schema gevolgd: De voor bespreking in aanmerking komende onderwerpen worden in vier groepen gerubriceerd:

- A. Onderwerpen die geschikt zijn voor de historische beschouwingen.
- B. Onderwerpen van algemeen belang, die geschikt zijn om er de moderne natuurwetenschappelijke methode aan te demonstreren.
- C. Onderwerpen uit de praktijk, die desgewenst in het kort ter sprake kunnen komen als er in de klas belangstelling voor is.
- D. Onderwerpen met een filosofisch tintje.

Het zou natuurlijk heel mooi zijn als er dan een boek zou bestaan (of *ontstaan*), waarin elk van die onderwerpen uitgewerkt is (of wordt); eventueel zou bij elk van die onderwerpen vermeld kunnen worden wáár men nadere bijzonderheden kan vinden (maar dat moet dan gemakkelijk toegankelijke literatuur zijn!). De docent zou uit de zo gerubriceerde onderwerpen een keus kunnen maken.

Ten slotte: *Wie geeft deze lessen?*

Ik meen dat goed les geven in 5 Gymn.-alfa moeilijker is dan goed les geven in 5 Gymn.-bêta. En als er niet *goed* les gegeven wordt, is het middel erger dan de kwaal. Dan sturen we de alfa's het leven in met een verkeerde visie op de moderne natuurwetenschappen en dat is nóg erger dan géén visie. De schoolleiding mag beslist *niet* redeneren: „daar volgt geen eindexamen op, dus kan er geen kwaad gedaan worden. We zullen meneer X maar in 5G-alfa zetten, dan kan hij de eindexamenstatistiek niet bederven . . .”.

Wie in 5G-alfa natuurwetenschappen mag geven, beschouwe dit als een voorrecht. Maar een voorrecht dat grote verplichtingen

oplegt. De voorbereiding van die lessen zou wel eens véél meer tijd kunnen kosten dan die voor de lessen in een examenklas.

Wie zal dat kunnen? Als bemoediging voor allen die er, met mij, toch wel wat voor voelen, moge ik besluiten met een heel kort citaat uit een artikeltje in *Euclides* van 1947, van de hand van mijn zeer hooggeschatte oud-leermeester prof. Hendrik de Vries, een van de beste docenten, die ik ooit beluisterde: — . . . als mijn overtuiging uit te spreken, dat de goede docent niet al te begaafd moet zijn, want dan begrijpt hij van zijn leerlingen niets; hij moet zelf de wiskunde zijn leven lang „erg moeilijk” blijven vinden en er onafgebroken mee hebben te worstelen. —

Toëgegeven, dit slaat niet precies op ons probleem van vanmiddag. Maar ik heb er vele keren troost uit geput en misschien kunnen sommigen van u dat ook doen.

BOEKBESPREKING

Dr. A. van Dop en Dr. A. van Haselen: *Leerboek der goniometrie met vectoren*. J. B. Wolters, Groningen 1960; 115 blz., Prijs: ing. f 3.10, geb. f 3.90.

Na een korte inleiding wordt het vectorbegrip gebruikt om de gon.functies te behandelen. De fraaiste toepassing is de afleiding van de formules voor $\sin(a+b)$ enz., daar deze nu direct algemeen gegeven kan worden. De uiteenzettingen zijn scherp en duidelijk, maar of het vectorbegrip er bij de leerlingen in zal gaan, moet de praktijk uitwijzen. Het is jammer, maar onvermijdelijk, dat bij de verdere leerstof de vectoren geen diensten meer bewijzen. Toch is het één interessante poging om het anders, wat flauwe begin van de goniometrie wetenschappelijk boeiender te maken.

Over de rest van het boek kan ik kort zijn. Het bevat overvloedige en vaak interessante oefenstof. Persoonlijk zou ik sommige grafieken en ongelijkheden korter willen behandelen, maar dat is een kwestie van smaak. Zo kan b.v. de ongelijkheid $\sin x - \cos x > 0$ direct met de nulpunten van het linkerlid worden behandeld en is het niet nodig het eerste lid eerst tot één sinus te herleiden, hoe nuttig die afleiding op zichzelf ook moge zijn. Bij: $-2 \sin^2 x + 3 \sin x + 2 > 0$ is het overbodig een grafiek van $-2u^2 + 3u + 2$ te tekenen, daar dadelijk uit de ontbinding: $(2 \sin x + 1)(-\sin x + 2) > 0$ volgt: $\sin x > -\frac{1}{2}$.

Natuurlijk weten de schrijvers dat even goed; ze hebben echter de behoefte om ook bij eenvoudige problemen nog zoveel mogelijk interessante theorie te geven. Dit kan echter soms de dingen wat topzwaar maken.

P. Bronkhorst

Ir. G. L. Ludolph en Ir. A. P. Potma, *Coördinatenleer voor het hoger technisch onderwijs en voor zelfstudie*; herzien door Ir. G. L. Ludolph en Ir. H. Montagne; twaalfde sterk gewijzigde herdruk; J. B. Wolters; Groningen; 1961; 200 blz.; prijs geb. f 6.90.

Het boek bevat de beginselen van de analytische meetkunde, de oplossing van vergelijkingen van hogere graad met één onbekende, het onderzoek der functies en de beginselen van de nomografie.

Eigenlijk heb ik maar één bezwaar tegen het boek en dat is dat nergens van

differentiaalrekening wordt gebruik gemaakt; is dat vak taboe op de H.T.S.? Zo wordt de raaklijn aan de ellips afgeleid door de ellips als projectie van de cirkel te beschouwen, die aan de parabool met behulp van de eigenschap, dat de middens van evenwijdige koorden op een lijn evenwijdig aan de as van de parabool liggen en ten slotte die aan de hyperbool door het + teken van de ellips door het - teken van de hyperbool te vervangen. Spitsvondig, maar toch wel ingewikkeld is de manier, waarop op blz. 116 de uiterste waarden van de functie $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ worden berekend.

Men stelt $y = n$ en $x_1 = x_2$, waarna met behulp van de elementair-symmetrische functies alles wordt uitgerekend.

Een ander bezwaar vind ik de uitdrukking: grafische voorstelling van een vergelijking. Als men grafieken beschouwt als een meetkundige toelichting bij algebra en analytische meetkunde, als een algebraïsche behandeling van meetkunde, dan wordt door bovenstaande uitdrukking dit wel helemaal door elkaar gehaald. Maar misschien is voor HTS-leerlingen dit geen bezwaar, omdat ze toch alleen praktisch er mee moeten werken.

Overigens niets dan goeds over dit boek; de betoogtrant is zeer duidelijk; het aantal vraagstukken meestal direct aansluitend bij de theorie; de figuren overzichtelijk.

P. Bronkhorst

C. J. Alders en D. W. Oort, *Planimetrie, Gonio- en trigonometrie voor de kweek-school*. Noordhoff; Groningen 1961. 136 blz.; prijs ing. f 4.50; geb. f 5.40.

„Bij het samenstellen van dit boekje is gestreefd naar een zodanige vorm, dat enige, voor de gemiddelde leerling uit de eerste leerkring, nieuwe begrippen uit de planimetrie worden behandeld. Hierbij wordt tevens de belangrijkste stof gerepeteerd, zonder dat de leerling zich deze herhaling te zeer bewust wordt.” Aldus de schrijvers in hun voorwoord. Inderdaad gaan de schrijvers nogal kriskras door de stof heen. Zo wordt op blz. 16 opgegeven om een aantal stellingen te repeteren over o.a. parallellogrammen, terwijl op blz. 33 de congruentiegevallen worden behandeld. Op blz. 76 wordt de formule $r = O/s$ afgeleid, maar op blz. 78 komt de oppervlakte van een driehoek ter sprake. Ik kan dit niet zo bewonderen. Als nu toch de vlakke meetkunde herhaald wordt, lijkt het mij persoonlijk beter, dat de leerlingen de logische opbouw zoveel mogelijk leren begrijpen, juist omdat dit in de eerste klassen niet gaat.

Ook heb ik bezwaar tegen de vorm, waarin vraagstuk 36 op blz. 16 gegeven wordt. Er staat: „repeteer de volgende stellingen. Zeg of ze omkeerbaar zijn, en breng ze in dat geval onder woorden. B.v. 36 j: in een gelijkbenig trapezium zijn de basis-hoeken gelijk.” Natuurlijk is de bedoeling wel dat een trapezium met gelijke basis-hoeken gelijkbenig is, maar dat is een bijzondere omkering; als de bedoeling was om *alle* omkeringen te onderzoeken, zou ik er vrede mee hebben.

Gelukkig is er ook veel goeds in het boekje; de typografische verzorging is uitstekend; er zijn vele aardige vraagstukken; de bewijzen zijn kort en overzichtelijk.

P. Bronkhorst

ONTVANGEN BOEKEN

Maurice Curie, *Physique II*, Presses universitaires de France, Paris, 1962, 648 blz.

Supplement bij Wiskunde-Opgaven van de Toelatingsexamens tot de universiteit van 1959 tot en met 1961 (Dr. Th. G. D. Stoeltinga en Dr. M. G. van Tol), W. E. J. Tjeenk Willink, Zwolle, 1961. f 0.30.

- Van J. B. Wolters, Groningen:
- W. J. de Tombe, Dr. R. L. Krans en Dr. J. Rekvelde: *Fysica voor de kweekscholen II*, 1961, 184 blz. ing. f 6,25.
- Drs. I. Abram, *Inleiding in de Stereometrie*, 1961, 7e dr., f 2,75
- Drs. A. Holwerda en Dr. D. N. van der Neut, *Werkschrift ter inleiding in de meetkunde*, 5e druk. f 1,60.
- Dr. Joh. H. Wansink, *Algebra voor het V.H.M.O. II*, 3e dr., f 3,60.
- Dr. A. van Dop en Dr. A. van Haselen, *Vlakke Meetkunde voor het V.H.M.O. I*, 6e dr., f 2,25.
- Dr. A. van Dop en Dr. A. van Haselen, *Goniometrie voor het V.H.M.O.*, 6e dr.
- Dr. D. van Hiele-Geldof en G. Krooshof (met medewerking van Dr. P. M. van Hiele en Dr. J. de Miranda) *Wiskunde voor de M.M.S. I*, 2e dr.
- Dr. D. N. van der Neut en Drs. A. Holwerda, *Meetkunde met de beginselen der goniometrie I*, 13e dr. f 1,75.
- Dr. A. van Dop en Dr. A. van Haselen, *Stereometrie voor V.H.M.O.*, 8e dr., f 3,75.
- Dr. P. G. J. Vredenduin, *Differentiaal- en Integraalrekening voor V.H.M.O.*, 3e dr., f 2,25.
- Ir. G. L. Ludolph en Ir. A. P. Potma, *Leerboek Mechanica voor het Technisch Onderwijs en voor zelfstudie II* (Sterkteleer) Met 418 vraagstukken. 17e dr., geb. f 12,50. Deze druk is gelijk aan de 16e.
- S. C. Th. van de Paardt en I. Abram, *Ruimteconstructies*. Een verzameling opgaven ten gebruike bij het onderwijs in de stereometrie aan de middelbare scholen. 13e dr., f 1,50.
- Schriftelijke Opgaven van het eindexamen van de H.B.S.-5 j. c.-B 1961*, Eerste bijlage van de 24e dr. van Schriftelijke opgaven bijeengebracht door Ir. D. J. Kruyt-bosch, voortgezet door Ir. S. J. Richter f 0,75.

LIWENAGEL

NOTULEN van de ledenvergadering op vrijdag 1 september 1961 om 14.30 uur in het Eykmanhuis te Driebergen

Dr. Krans heette de aanwezigen hartelijk welkom; een speciaal woord werd gericht tot de heren Hufferman (Wimecos), Groen (Velines), dr. van der Steen (Velebi), Vernout (Wiskundewerkgroep van de W.V.O.), dr. Bunt, Koning en de sprekers, de heren Alders en dr. Koene. Van alle andere uitgenodigde officiële personen was bericht van verhindering binnengekomen. Ook erelid dr. Schrek kon wegens ziekte niet aanwezig zijn.

De notulen van de vorige ledenvergadering werden ongewijzigd goedgekeurd.

De heer C. J. Alders besprak daarna de wiskundeopgaven van het schriftelijk eindexamen gymnasium-B in 1961.

Van de *algebra* waren de opgaven 1 en 3 geschikt, al had spreker in opgave 3 bezwaar tegen de vaagheid in de vraag naar de aard van uiterste waarden: wordt daarmee alleen bedoeld maximum of minimum, of ook absoluut of niet-absoluut? Opgave 2 vond spreker niet zo'n leuk vraagstuk, waarbij bovendien de formulering niet gelukkig geacht werd. Dat het keuzevraagstuk 4 van een type was, dat de Wimecos-commissie wilde laten vervallen (zie Wimecosrapport), werd jammer gevonden. De wenselijkheid werd uitgesproken, dat van hogerhand bekendgemaakt wordt, of dergelijke vraagstukken bij de komende examens nog verwacht moeten worden.

Bij de bespreking bleek, dat de vergadering het met de heer Alders eens was.

De *gonio-* en *analytische meetkunde*-opgaven vond spreker geschikt. Alleen de redactie liet hier en daar te wensen over. Zo werd in opgave 2 gesproken over de „m.pl. van die punten” en in opgave 3 over de „m.pl. van dit punt”. Inplaats van „een vergelijking van de bundel” prefereerde spreker „de vergelijking van de bundel”, maar daarover was men het in de vergadering niet eens.

Voor de *stereometrie*-opgaven had de heer Alders geen goed woord over. Opgave 1 ging desnoods nog wel, maar opgave 2 was als examenopgave ongeschikt en opgave 3 veel te lastig, terwijl deze laatste opgave ging over wat spreker noemde, een dood stuk wiskunde. Bovendien — maar dit is een klacht, die niet alleen voor dit jaar geldt — bleek het werk te veel voor de beschikbare tijd te zijn. Bij bespreking bleek de vergadering eveneens de stereometrieopgaven ongeschikt te achten. De meerderheid meende, dat het tijdnoodprobleem waarschijnlijk opgelost kon worden door het opgeven van 4 vraagstukken zonder onderverdeling.

Nadat de voorzitter de heer Alders had dank gezegd voor de prettige manier, waarop hij zijn bespreking had gehouden en voor de moeite, die hij zich ervoor had getroost, kreeg de volgende spreker het woord.

Dr. C. P. Koene hield een sympathiek pleidooi voor het onderwijs in de natuurwetenschappen op de gymnasiale A-afdelingen, en belichtte daarbij de moeilijkheden en de mogelijkheden. De voordracht zal in „Euclides” gepubliceerd worden.¹⁾

De vergadering toonde zich dankbaar voor het gebodene door haar instemming te betuigen met de woorden van de voorzitter tot de spreker gericht.

Bij de discussie werd het betoog van Dr. Koene door verschillende sprekers onderstreept, waarbij dr. van der Steen wees op het Velebi-Velines-rapport van 1955 over deze materie.

Bij de rondvraag werd door de voorzitter nog gevraagd, hoe de moeilijkheden in de klassen 5B van de Van Andel-lycea in verband met de natuurwetenschappen worden opgelost. Uit de antwoorden uit de vergadering bleek, dat geen algemene richtlijnen zijn uitgegeven en dat er scholen zijn, waar nu de gymnasium- en h.b.s.-afdelingen gescheiden zijn, welke oplossing het beste werd gevonden.

Nadat de heer Hufferman namens de gasten voor de ontvangen uitnodiging had bedankt, sloot de voorzitter de vergadering.

De secretaris, D. Leujes

RECREATIE

Nieuwe opgaven met oplossing (s.v.p. persklaar) en correspondentie over deze rubriek gelieve men te zenden aan Dr. P. G. J. Vredënduin.

63. Een roltrap beweegt eenparig. A en B lopen de roltrap op en daarna af, beide steeds met dezelfde snelheid t.o.v. de trap. De snelheid van B t.o.v. de trap is 2 maal zo groot als die van A. Bij het naar boven gaan telt A 35 treden meer dan B, bij het naar beneden gaan telt B 10 treden meer dan A. Hoeveel treden telt A bij het naar boven gaan?

64. Plaats 11 bomen zo, dat ze op zoveel mogelijk rijen van 3 komen te staan. (Rijen van meer dan 3 zijn verboden.)

Desgewenst kan men als voorbereiding de vraag beantwoorden 9 bomen op 10 rijen van 3 te plaatsen.

¹⁾ Zie blz. 226 van dit nummer.

OPLOSSINGEN

(zie voor de opgaven het vorige nummer)

61. Het gevraagde aantal is $\binom{10}{5}$ vermenigvuldigd met het aantal manieren, waarop we 5 elementen zo permuteren kunnen, dat geen enkele zijn plaats behoudt. In plaats daarvan berekenen we het aantal permutaties, waarbij minstens 1 element zijn plaats behoudt. Om dit laatste aantal uit te rekenen, maken we eerst een foutieve berekening, die we achteraf gaan corrigeren.

Het aantal permutaties, waarbij 1 element op zijn plaats blijft, is $\binom{5}{1} \cdot 4! = 5!$. Immers het ene element kunnen we op $\binom{5}{1}$ manieren kiezen en is het eenmaal gekozen, dan kunnen we de overige elementen nog op $4!$ manieren permuteren.

Het aantal permutaties, waarbij 2 elementen op hun plaats blijven, is analoog $\binom{5}{2} \cdot 3! = \frac{5!}{2!}$.

Voor 3 elementen vinden we $\frac{5!}{3!}$, voor 4 elementen $\frac{5!}{4!}$ en voor 5 elementen $\frac{5!}{5!}$.

Nu hebben we bij het geval van 1 element de aantallen keren, dat 2 elementen op hun plaats bleven 2 maal gerekend. We moeten deze er dus 1 maal aftrekken. D.w.z. we moeten de gevonden $5!$ verminderen met $\frac{5!}{2!}$.

Verder hebben we het aantal keren, dat er 3 elementen op hun plaats blijven aanvankelijk 3 maal gerekend, daarna hebben we dit aantal er $\binom{3}{2}$ maal, dus weer 3 maal afgetrokken. We hebben dit aantal dus 0 maal gerekend i.p.v. 1 maal en moeten de uitkomst dus nog met $\frac{5!}{3!}$ vermeerderen.

We gaan nu over op het aantal keren, dat er 4 elementen op hun plaats blijven. Dit aantal hebben we in totaal $\binom{4}{1} - \binom{4}{2} + \binom{4}{3} = 2$ maal gerekend i.p.v. 1 maal. We moeten dus van de uitkomst nog $\frac{5!}{4!}$ aftrekken.

En ten slotte hebben we het aantal keren, dat er 5 op hun plaats blijven $\binom{5}{1} - \binom{5}{2} + \binom{5}{3} - \binom{5}{4} = 0$ maal gerekend, waardoor we de uitkomst nog met $\frac{5!}{5!}$ moeten vermeerderen.

Het aantal permutaties, waarbij geen element op zijn plaats blijft, is dus

$$5! - \left(5! - \frac{5!}{2!} + \frac{5!}{3!} - \frac{5!}{4!} + \frac{5!}{5!} \right).$$

Dit getal vermenigvuldigd met $\binom{10}{5}$ levert 11088, het gevraagde aantal.

Blijft nog over de verklaring van het alterneren van het teken. Als we bedenken,

$$\text{dat} \quad \binom{n}{1} - \binom{n}{2} + \binom{n}{3} - \dots + \binom{n}{n-1} = - (1-1)^n + 1 \pm 1,$$

waarbij het $+$ teken geldt voor n even en het $-$ teken voor n oneven, dan ziet men, dat men om beurten 2 en 0 krijgt, terwijl men steeds 1 moet hebben, zodat om beurten -1 en 1 toegevoegd moet worden.

62. a. Na x km verdeelt één van de auto's zijn benzine zó, dat hij daarmee de tanks van de overige zes geheel bijvult, terwijl hij juist genoeg overhoudt om op zijn basis terug te keren. Zijn tank bevat nog $a-x$ liter. Hiervoor wordt x liter voor de terugrit gereserveerd. Dus moet

$$a - 2x = 6x.$$

Hieruit volgt, dat $x = \frac{1}{8}a$. Analoog gaat na weer $\frac{1}{8}a$ km de tweede auto terug.

Zodat in het geheel wordt afgelegd $6 \cdot \frac{1}{8}a$ km door de zes auto's, die terugkeren, en nog a km door de zevende. Dus is $b = \frac{7}{4}a$.

b. De achtste auto bevat $\frac{1}{4}a$ liter benzine. Men rekent zonder veel moeite na, als men de slag te pakken heeft, dat het het voordeligst is deze auto het eerst terug te laten keren. Dit geschiedt na $\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{4}a = \frac{1}{36}a$ km. Onderstel, dat de tweede auto nu weer y km verder terugkeert. Dan is

$$a - \frac{1}{36}a - 2y = 6y$$

en dus $y = \frac{35}{288}a$. In totaal leggen de auto's nu af $\frac{1}{36}a + 6 \cdot \frac{35}{288}a + a$ km, hetgeen dus gelijk aan $b + 1$ km is.

Door combinatie van dit resultaat met $b = \frac{7}{4}a$ vinden we $b = 252$.

58b. De heer A. W. Monster te Gorinchem maakt mij erop attent, dat in nr. 58b weliswaar niet expliciet staat, dat het onmogelijk moet zijn, dat de brandkast geopend kan worden door één directeur en één boekhouder, maar dat het waarschijnlijk is, dat dit impliciet meebedoeld is. Gaan we hiervan uit, dan is de gegeven oplossing niet meer juist. Het minimale aantal sloten is dan 19, b.v. als volgt te verdelen:

A	.	.	.	.	.	.	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	.	2	3	4	5	6	.	.	.	.	.	12	13	14	15	16	17	18	19
C	1	.	3	4	5	6	.	8	9	10	11	.	.	.	.	16	17	18	19
D	1	2	.	4	5	6	7	.	9	10	11	.	13	14	15	.	.	.	19
E	1	2	3	.	5	6	7	8	.	10	11	12	.	14	15	.	17	18	.
F	1	2	3	4	.	6	7	8	9	.	11	12	13	.	15	16	.	18	.
G	1	2	3	4	5	.	7	8	9	10	.	12	13	14	.	16	17	.	.

Er zijn namelijk 18 tweetallen, waaronder minstens 1 directeur A, B, C of D, en 1 drietal E, F, G, die een bepaalde sleutel niet mogen hebben, terwijl de overigen deze sleutel juist moeten hebben.

EXAMENCOMMISSIE WISKUNDE M.O.

Het ligt in de bedoeling om op dinsdag 10 april a.s. 's avonds te Utrecht een bijeenkomst te organiseren waarop gesproken zal worden over het examen ter verkrijging van het bewijs van pedagogische en didactische voorbereiding, behorende bij de akte wiskunde m.o. A resp. de akte wiskunde m.o. H.

Deze bijeenkomst is bedoeld voor hen die als opleiders voor de examens wiskunde m.o. werkzaam zijn.

Er zal gelegenheid zijn tot het stellen van vragen.

Opleiders, die deze bijeenkomst wensen bij te wonen, kunnen zich daartoe tot uiterlijk 31 maart a.s. wenden tot de voorzitter van de examencommissie, Prof. H. Th. M. Leeman, Comeniusstraat 677, Amsterdam W 3, waarna zij een uitnodiging voor deze bijeenkomst zullen ontvangen.

De voorzitter van de examencommissie.

KALENDER

Mededelingen voor deze rubriek kunnen in het volgende nummer worden opgenomen; indien zij binnen drie dagen na verschijnen van dit nummer worden ingezonden bij de redactie-secretaris, de Houtmanstraat 37, Hoogezaand.

MATHEMATISCH CENTRUM

In de serie „*Actualiteiten*” in „Krasnapolsky”, Warmoesstraat 173-199, Amsterdam op zaterdag 28 april 1962:

P. C. Baayen: Onderwerp onbekend. Aanvang 14,00 uur.

In de serie „*Elementaire onderwerpen vanuit hoger standpunt belicht*” in het MC, 2e Boerhaavestraat 49, Amsterdam op woensdag 11 april 1962:

Prof. Dr. E. van Spiegel: Onderwerp onbekend. Aanvang 20,00 uur.

14e CONGRES

VAN LERAREN IN DE WISKUNDE EN DE NATUURWETENSCHAPPEN
te Utrecht op donderdag 19 april 1962

Thema:

Ruimte en tijd.

Uit het programma ontlenen wij:

Eerste algemene bijeenkomst.

Grote collegezaal Botanisch Laboratorium, Lange Nieuwstraat 106.

10,30 Opening van het congres door de voorzitter Dr. J. C. van der Steen

Prof. Dr. A. G. M. Melsen, Nijmegen: Ruimte en tijd in wijsgerig perspectief.

Sectie wiskunde en natuurkunde.

Grote collegezaal van het Fysisch Laboratorium, Bijlhouwerstraat 6.

12,15 Prof. Dr. H. Freudenthal; Utrecht: De georiënteerde ruimte.

Sectie wiskunde.

Kleine collegezaal van het Botanisch Laboratorium, Lange Nieuwstraat 106.

15,00 Dr. P. Bronkhorst, Eindhoven: Wiskunde als „spel” (buiten ruimte en tijd).

Sectie natuurkunde.

Grote collegezaal van het Fysisch Laboratorium, Bijlhouwerstraat 6.

15,00 Dr. G. J. B. Bremer, Utrecht: Visies op het tijdbegrip.

Tweede algemene bijeenkomst.

Grote collegezaal van het Botanisch Laboratorium, Lange Nieuwstraat 106.

16,15 Prof. Dr. G. B. van Albada, Amsterdam: Ruimte en tijd in verband met theorieën over het heelal.

17.15 Sluiting.

De kosten van deelneming bedragen voor leden van de organiserende verenigingen (Wimecos, Liwenagel, Velines, Velibi) f 3,50, voor anderen f 6,00. Wie dit wenst kan deelnemen aan een maaltijd in de „Mensa”, Lepelenburg, à f 1,75.

Het congresverslag zal verschijnen als afzonderlijk nummer van „Faraday”, dat voor deelnemers, die dit tijdschrift niet als abonnee of anders ontvangen verkrijgbaar is voor f 1,50.

Indien men aan het congres wenst deel te nemen, de maaltijd wenst te gebruiken of het verslag wenst te ontvangen, wordt men verzocht de verschuldigde bedragen te storten op postgirorekening 581627 t.n.v. Penningmeester van het Congres van leraren in Wiskunde en Natuurwetenschappen te Delft en wel uiterlijk 4 april a.s. Toezending van toegangskaart etc. zal dan volgen. Penningmeester is de heer D. Leujes, Thorbeckestraat 47, Delft.

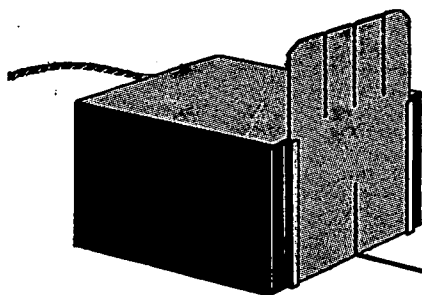
Voor deelnemers verbonden aan een school voor V.H.M.O. kunnen de reiskosten, voor zover deze meer bedragen dan f 2,50 worden vergoed (rijkssubsidie).

Secretaris van het congresbestuur is de heer J. F. Hufferman, Ch. de Bourbonstr. 64, Zeist.

DR. J. H. RAAT:

**deel I: algemeen gedeelte,
vloeistoffen, gassen, warmte**

f1,90



deel II:

**licht, geluid,
magnetisme, elektriciteit**

f1,90

deel III in voorbereiding

zojuist verschenen:

**Verantwoording en
toelichting voor docenten**

**bij Natuurkunde-Practicum I, II en III
f1,25**

P. NOORDHOFF N.V. - GRONINGEN

NATUURKUNDE - PRACTICUM I

„eenvoudig, zonder kostbare apparatuur“

Tot mijn grote genoegen is dit een practicumboekje waar ik enthousiast over kan zijn.

(G. Boekhoff in WEEKBLAD VAN DE A.V.M.O.

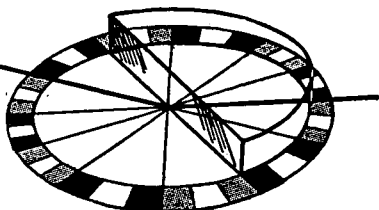
Bij alle voordelen, die het werken met een practicum kan bieden, zouden wij i.v.m. dit werkje nog willen noemen, dat hier inderdaad een aantal proeven geboden wordt, die binnen het vermogen van de leerlingen liggen.

(De MULO-SCHOOL)

Zesentwintig eenvoudige leerlingenproeven die geen kostbare apparatuur vergen en elk binnen een lesuur van 50 minuten kunnen worden uitgevoerd. Een boekje waarvan elke natuurkundeleraar profijt zal hebben.

(ADVIES)

(Een bijbehorend instrumentarium is in de handel gebracht door de fa. Luctor te Baarn)



25 proeven, vrijwel alle geïllustreerd en waar nodig van een inleiding voorzien; steeds met een opgave van benodigheden, opdrachten en gelegenheid tot het aantekenen van meetresultaten.

De auteur wil hierin laten zien, wat de opzet is van Natuurkunde-Practicum en wat het beoogt. Tegelijk kan men hier lezen, hoe men er mee zou kunnen werken.

Ook via de boekhandel verkrijgbaar

PROF. DR. P. H. VAN LAER: VREEMDE WOORDEN IN DE NATUURKUNDE

EN NAMEN DER CHEM. ELEMENTEN

ingenaaid f3.75, gebonden f4.50

**„Dit boekje dient iedere leraar in de natuur- en scheikunde steeds bij de hand te hebben,
één exemplaar thuis en één op school!“**

(Faraday)

P. Noordhoff N.V. - Groningen



NOORDHOFF

**bledt een
complete
ALDERS
wiskunde-
leergang
voor het
V.H.M.O.**



- algebra (3 delen)
- planimetrie
- stereometrie
- goniometrie
- driehoeksmeting
- inleiding tot de analytische meetkunde

11e-50e drukken
prijs per deeltje gem. f 2,50

„Beknopt, helder, degelijk!
Voorzien van
overvloedig oefenmateriaal, met alle
ballast overboord”,
aldus beoordeelde de heer
J. Koksma in „Chr. Gymn. en M.O.”
de Alders-serie in haar totaal

Waardevolle hulpmiddelen

bij de analytische meetkunde:

Prikmallen

met volledige aanwijzingen.

4 ellipsen, 3 hyperbolen, 3 parabolen met assen,
brandpunten en asymptoten.
35 cent per stel; minimum afname 10 stel.

bij de goniometrie:

Grafiekenbladen

voor de goniometrie

met volledige aanwijzingen.

15 bladen in envelop 75 cent; 100 bladen los f 4,—.

Leraren, die deze hulpmiddelen niet kennen, ge-
lieven een exemplaar aan te vragen bij de uitgever.

P. NOORDHOFF N.V. - GRONINGEN