

EUCLIDES

TIJDSCHRIFT VOOR DE DIDACTIEK DER EXACTE VAKKEN
ONDER LEIDING VAN Dr H. MOOY EN Dr H. STREEFKERK,
Dr H. A. GRIBNAU VOOR WIMECOS EN J. WILLEMSE VOOR
LIWENAGEL

MET MEDEWERKING VAN

Dr. H. J. E. BETH, AMERSFOORT - Prof. Dr. E. W. BETH, AMSTERDAM
Dr. R. BALLIEU, LEUVEN - Dr. G. BOSTEELS, HASSELT
Prof. Dr. O. BOTTEMA, RIJSWIJK - Dr. L. N. H. BUNT, UTRECHT
Dr. E. J. DIJKSTERHUIS, OISTERWIJK - Prof. Dr. J. C. H. GERRETSSEN, GRONINGEN
Dr. R. MINNE, LUIK - Prof. Dr. J. POPKEN, UTRECHT
Dr. O. VAN DE PUTTE, RONSE - Prof. Dr. D. J. VAN ROOY, POTCHEFSTROOM
Dr. H. STEFFENS, MECHELEN - Ir. J. J. TEKELBURG, ROTTERDAM
Dr. W. P. THIJSSEN, HILVERSUM - Dr. P. G. J. VREDENDUIN, ARNHEM

26e JAARGANG 1950/51

Nr 3

P. NOORDHOFF N.V. GRONINGEN

Euclides, Tijdschrift voor de Didactiek der Exacte Vakken verschijnt in zes tweemaandelijks afleveringen. Prijs per jaargang f 8,00. Zij die tevens op het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde (f 8,00) zijn ingetekend, betalen f 6,75.

De leden van **Liwenagel** (Leraren in wiskunde en natuurwetenschappen aan gymnasia en lycea) en van **Wimecos** (Vereniging van Leraren in de wiskunde, de mechanica en de cosmografie aan Hogere Burgerscholen en Lycea) krijgen **Euclides** toegezonden als Officieel Orgaan van hun Verenigingen; de leden van **Liwenagel** storten de abonnementskosten ten bedrage van f 2,50 op de postgirorekening no. 59172 van Dr. H. Ph. Baudet te 's-Gravenhage. De leden van de **Wimecos** storten hun contributie voor het verenigingsjaar van 1 September 1950 t/m 31 Augustus 1951 (waarin de abonnementskosten op **Euclides** begrepen zijn) ten bedrage van f 5,50 op de postgirorekening no. 143917 ten name van de Vereniging van Wiskundeleraren te Amsterdam. De abonnementskosten op het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde moeten op postgirorekening no. 6593, van de firma Noordhoff te Groningen voldaan worden onder bijvoeging, dat men lid is van **Liwenagel** of **Wimecos**. Deze bedragen f 6,75 per jaar franco per post.

Boeken ter bespreking en ter aankondiging te zenden aan Dr H. Mooy, Churchillaan 107^{III}, Amsterdam, aan wie tevens alle correspondentie gericht moet worden.

Artikelen ter opneming te zenden aan Dr H. Streefkerk, Hilversum, van Lennepaan 16. Latere correspondentie hierover aan Dr H. Mooy.

Aan de schrijvers van artikelen worden op hun verzoek 25 afdrucken verstrekt, in het vel gedrukt.

I N H O U D.

	Blz.
De Zomerconferentie in Baarn	97
Dr JOH. H. WANSINK, Mathematical teaching in Dutch secondary schools.	99
Dr G. BOSTEELS, Het Wiskunde-onderwijs in België.	115
Dr ERWIN VOELLMY, Die Dezentralisierte Organisation des Mathematikunterrichtes in der Schweiz	143
Outline of the address by W. J. LANGFORD, J. P., M. Sc., Headmaster of battersea grammar school, London at the conference of Dutch mathematics teachers held at Baarn, Holland from 16th to 19th August 1950	146
MOGENS PIHL, The teaching of mathematics in the Danish senior secondary school.	152
Mathematiques et cinema d'enseignement.	158
Dr D. J. E. SCHREK, De mathematical association, haar geschiedenis en haar betekenis voor het Engelsche Wiskunde-onderwijs	167

DE ZOMERCONFERENTIE IN BAARN.

In Februari 1950 zocht het Departement van Onderwijs contact met het Bestuur van Wimecos om te komen tot een conferentie, waarop buitenlanders zouden worden uitgenodigd, die over het Wiskundeonderwijs in hun land zouden spreken. De keuze der sprekers werd aan Wimecos overgelaten. De kosten der conferentie zouden voor het grootste deel door het Departement worden gedragen, waarvoor destijds een post op de Begroting was gebracht. Het Bestuur van Wimecos heeft dit plan met enthousiasme ontvangen en terstond werd begonnen, om bekwame buitenlandse sprekers uit te nodigen. Ook bij de leden was, zoals uit een voorlopige aanmelding bleek, belangstelling. Vrij spoedig kon dan ook aan het Departement meegedeeld worden, dat de conferentie door kon gaan.

Bij de voorbereiding deelde één der Bestuursleden mede, dat hij in de Paasvacantie in Engeland z.g. Wiskundefilms had gezien. Er werd een uitnodiging aan de Heer E. Jacquemard uit Neuilly in Frankrijk, ontwerper van deze films, gezonden. Eindelijk kreeg men zodoende thans voor het eerst in ons land de gelegenheid dergelijke films te zien. Dat deze films ook elders de aandacht trekken, blijkt wel uit het feit, dat één er van juist op de Biennale in Venetië bekroond was. Het is ons Bestuur bekend, dat één der grote gemeenten in ons land pogingen in het werk stelt, om via het Departement, deze films opnieuw naar Nederland te krijgen om ze op ruimer schaal bekendheid te verschaffen.

De overige buitenlandse deelnemers waren:

Dr. G. Bosteels, Studieprefect aan het Koninklijk Atheneum te Gent (België).

W. J. Langford M. Sc., Head of the Battersea Grammar School, Streatham, London.

Dr. M. Pihl, leraar Wiskunde te Gentofte (Denemarken)

Dr. E. Voellmy, Mathematiklehrer am Mathematisch-naturwissenschaftlichen Gymnasium in Basel

Al deze Heren hebben een overzicht gegeven van het wiskundeonderwijs op de Middelbare School in hun vaderland

Voor ons land besprak Dr. Joh. H. Wansink de Wiskunde op H.B.S. en Gymnasium.

De conferentie werd gepresideerd door de Heer G. A. Janssen, Voorzitter van Wimecos.

De vierdaagse conferentie werd elke dag door ongeveer veertig personen bijgewoond. De opening en sluiting geschiedde door Dr. Drewes, chef van de afdeling V.H.M.O. van het Departement van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen.

Dat deze conferentie door iedere deelnemer als een succes beschouwd werd, is vooral te danken aan de goede samenwerking tussen het Departement enerzijds en de Wiskundeleraren anderzijds. Als de voortekenen niet bedriegen, zal deze conferentie in 1951 door een tweede gevolgd worden. Op deze wijze wordt een beeld verkregen van de toestand van het Wiskundeonderwijs in andere landen en kan nagegaan worden, waar ons onderwijs verbetering behoeft. Het is voorbarig op de conclusies, die de Algemene Vergadering van Wimecos in Januari 1951 zal formuleren, vooruit te lopen, doch dat er verbeteringen mogelijk en nodig zijn, zal ieder, die de conferentie heeft bijgewoond, onmiddellijk beamen.

Tot slot zij hier nog gewezen op het feit, dat de Heer Kay Piene uit Noorwegen, die de uitnodiging ook had geaccepteerd, op het laatste ogenblik wegens ziekte in zijn gezin verstek moest laten gaan, beloofd heeft zijn (eerst in Noorwegen te publiceren) lezing aan het Departement op te zenden, zodat deze te zijner tijd in Euclides wordt afgedrukt.

MATHEMATICAL TEACHING IN DUTCH SECONDARY SCHOOLS

by

Dr JOH. H. WANSINK.

The subject of my lecture is "mathematical teaching in Dutch secondary schools in our days", but in order to get a passable notion, it will be advisable to make a comparison with the development in other countries. For the development in the past we should look in the first place at Germany. At the turn of the century a reform started under the leadership of Felix Klein with the publication of the "Meraner Vorschläge". On those proposals which have been called the "charter of modern mathematics", the curricula and syllabi of 1925 in Germany are based.

In that year a semi-official committee in the Netherlands — the committee Beth-Dijksterhuis — was instructed by the Board of Inspectors of secondary education to make inquiries about the state of teaching of mathematics in modern grammar schools and was invited to make proposals for the improvement of mathematical teaching. There is a striking analogy between some trends of the reform-movement in Germany and in the Netherlands.

For the development in the future it will be advisable to look in the first place at the Anglo-Saxon countries.

Up to the present, secondary education in the Netherlands is secondary education for a selected group, just as in Germany and different from England. Since 1944 in England it has been a right for all and no longer a privilege of a few.

The Education-act 1944 might serve as an example for the reform in our country. An example not to be copied slavishly.

The emancipation from classical education in the 19th century has pushed back the subjects of Latin and Greek from their sheltered place in the curriculum. What will become of mathematics in the reform of the nearest future?

Without doubt secondary education for all will mean mathematics for all, but it will bring along many changes in the syllabi of secondary schools. Any educational matter should be adapted to personal need, tested once more on its utilitarian and cultural value.

Girls in High Schools for Girls, boys going in for commercial or law careers or intending to become psychologists or clergymen can not be satisfied with a program which is for the greater part copied from the program for the mathematical and scientific departments of our schools. All need some mathematics, some need more, others less: it is not to be expected that mathematics will ever be struck out of the curriculum of any secondary school. But for the curriculummaker of the nearest future a pretty job remains to be done.

How to fight against the dislike for mathematics in our days? Too many pupils and parents ask: what is the use of mathematics? And wrongly believe that no substantial benefit is being derived from mathematics.

"The teaching of mathematics in secondary schools . . . suffered because the reasons why it was taught, and why it was taught in a certain way, were not clear in the minds of those who taught it". This opinion of an author from South-Africa¹⁾ holds good for part of our teaching too.

I hope you will allow me to ask some questions, still waiting for an answer.

- a. What is the place of any topic in the syllabus for mathematics of our school?
- b. What is the place of mathematics in the curriculum of our school?
- c. What is the place of our school in the national schoolsystem?
- d. What does our schoolsystem aim at?

Up to now one may become a teacher of mathematics without ever troubling about such questions. They are not in the list of obligatory subjects for professional training. One may become a teacher of mathematics without any professional training! My questions have a sociological aspect, and the sociological side of teaching is in our country too much neglected, more than it is in the U.S.A. for instance.

The aims of education being clear, the reorganization of the schoolsystem may begin, the methods may be improved, the education may be made more efficient.

As to these aims we will not forget that the ultimate objectives of education are not at all a scientific problem, but depending on religious convictions and conceptions of life. Our Dutch school-system is handicapped by a large divergence of such concepts. On

¹⁾ A. J. van Zijl, *Mathematics at the Cross-Roads*, 1942; pg. 187.

account of this divergence our children are separated in our schools instead of living side by side in the years of adolescence. On the other hand the great liberty, characteristic for our national school-system is a matter of national pride to us, we are not willing to give up. As for the teaching of mathematics no controversies of this kind are setting us at variance.

At this moment a scientific foundation of the curriculum is too often lacking. Many investigations ought to be made before we can scientifically account for our opinion. Research-work ought to be done, and at the moment it is being done in the Netherlands only to a very small extent. The Pedagogical Seminary founded by the Society for Public Welfare at A'dam has in the last decennia under the guidance of Prof. Kohnstamm performed a good deal of research-work. But all publications of this Seminary have reference to primary schools. They are of interest for secondary teachers only in so far as they are related to the entrance-exam of our schools.

For some years there has been another research-centre, the Pedagogical Institute of the University at Utrecht, with a didactic centre for Physics and Mathematics. Director is Dr. Bunt who is instructed as such to organize and direct investigations in relation to our Preparatory Higher and Secondary Education (V.H.M.O.).

A recent publication of this Institute deals with mathematics as a subject matter in our schools. The result shows that the syllabi and the way in which teachers interpret them have brought about a serious overburdening of the curriculum.

The Institute is engaged in another investigation at this moment. Calculation of the exertion required for some subject matter is aimed at. What lessons are given, how much time at home and in the classroom is spent, what is the outcome of the work, what testpapers are given, and what are the marks? This work is being done in collaboration with many teachers all over the country and it is to be hoped that many colleagues will continue to give part of their time to this useful pioneer work.

It may be expedient to give an outline of our Preparatory Higher and Secondary Education, our "V.H.M.O."

It contains the following types of day-schools:

- a. the classical grammar school, called Gymnasium, chiefly preparing for the University in a 6-year course;
- b. the modern grammar school, called H.B.S., partly a preparatory school, partly a school with terminal courses, leading in a 5-year course mainly to the University and to professions;

- c. the lyceum, combining type a and type b;
- d. the high school for girls with terminal courses (5-year), adjusted to the needs of girls who don't want to go to the university;
- e. commercial day schools, with terminal courses.

The classical grammar school is divided in the upper forms in a department α and a department β ; the main objects are respectively:

latin and greek (α);

latin, greek, science and mathematics (β).

The modern grammar school is divided into the upper forms in a department A and a department B; the main subjects are:

modern languages and commercial sciences (A);

modern languages, science and mathematics (B).

The classical grammar school belongs to the "higher education", the modern grammar school to the "secondary education".

Agricultural Education and Industrial Education are special types of secondary education, being outside the scope of our V.H.M.O. Secondary education as given in England and in the U.S.A., is in our country partly given in schools belonging to primary education. These schools are called "U.L.O.-scholen": elementary continuation schools providing advanced elementary education. Of training colleges for secondary teachers there are none; training colleges preparing for primary education also belong to primary education.

We are interested particularly in the modern grammar school B. This type of school nowadays provides the majority of students in the universities.

This assertion may be proved with some statistical figures, taken from the official statistics of the year 1947.

Class. gr. school	gymnasium α	supplied	450	students:	15 %
	gymnasium β	"	628	"	: 20 %
Modern gr. sch.	H.B.S.A	"	249	"	: 8 %
	H.B.S.B	"	1759	"	: 57 %.

57 % of the students: that is a majority!

If we look at the percentages of pupils at the different types of school separately something quite different appears:

Gymnasium α gives 56 % of its pupils to the university;

Gymnasium β " 72 % " " " " " " ;

H.B.S.A " 13 % " " " " " " ;

H.B.S.B " 42 % " " " " " " .

So we see that here the classical grammarschool comes first; but it

is outnumbered by the modern school in the number of its pupils going later on to universities.

However: not before 1917 did the H.B.S.B get the "jus promovendi" for medicine, science and mathematics. Several years before a majority of university teachers came from the modern grammar school, and of a considerable number of dutch Nobel-prize-winners all but one had been educated in this school.

If we consider all types of continued tuition the range of figures runs as follows: 620, 724, 830, 3014.

3014 pupils means a majority of 58 % for the H.B.S.B

If we consider the numbers of pupils going into professions we find: 182, 129, 1093, 1150.

Here too the H.B.S.B comes first, but the H.B.S.A comes nearly to the same level.

From the figures just mentioned, you see that all types of grammar schools come between schools preparing for the university and schools providing a tuition useful for performing a more or less leading function in society. This double character is essential to our national school-system. As you have seen it is especially the modern grammar school B which tries to attain the two ends. Opponents of this type of education speak slightly of the ambiguous character or still worse of the amphibious character of the modern school, which, however, in a practice of three quarters of a century has stood the test.

I hope my assertion "Dutch secondary education is given only to a select group of pupils" will not lead to misunderstanding. It is true that in our country only 7 % of the adolescents attend our V.H.M.O. and that in the U.S.A. round 60 % attend schools of secondary education. But it is impossible to derive from these figures the rate in which education of adolescents in our country is neglected. If we examine the destination or presumed destination of all pupils leaving primary schools in 1948 definitely, we see that out of a number of 170 000 pupils only 52 000 don't get any further tuition at all. That is a small minority, also containing a lot of backward pupils not being able to finish primary schools. 80 % of our boys and 58 % of our girls get some further tuition after leaving the primary school.

A characteristic feature of our secondary education is its early specialization. Pupils of 11, 12 years have to make their choice among the various kinds of schools. As a consequence our secondary schools skim the upper layer, take the pupils with the highest I. Q. This allows us to attain a higher level than is possible in Anglo-

saxon countries. So it is not surprising that an American reviewer of a booklet of Lietzmann ¹⁾ states: The mathematical fare that German secondary schools are able to set before their select clientele astounds the American teacher and may fill him with envy.

The same holds good for Dutch sec. schools. Yet we should be cautious! The requirements for the Higher School Certificate examination surely are not below the level of our final exam.

The organization of Dutch mathematical teachers in unions is narrowly related to the organization of secondary schools, I just summarized.

There are in our country two unions of mathematical teachers: Wimecos and Liwenagel. The members of Wimecos are teachers in modern grammar schools, the members of Liwenagel are teachers in classical grammar schools. The purpose of Wimecos (founded in 1925) is to promote the exchange of opinion among its 300 members, ideas about the teaching of mathematics, mechanics and cosmography. Abbreviations of the three Dutch names of the subject-matter just mentioned, form together the name Wimecos.

Liwenagel is some years older than its sister union. It was founded in 1921. The members are teachers in the subjects of mathematics and physics in classical grammar schools. Its purpose is similar to that of Wimecos, and its name of similar origin. Liwenagel is not an independent association as Wimecos is, but a section of a more general association of teachers in classical grammar schools, called "Genootschap".

Comparing these two Dutch associations with the British Mathematical Association, we may say that the purpose of the latter "to form a strong combination of all persons who are interested in fostering good methods of teaching mathematics" holds good for the Dutch associations.

Wimecos and Liwenagel together with the firm of Noordhoff publish a didactic bimonthly *Euclides* and they manage the circulation of foreign didactical magazines among their members.

In Holland another didactic union has been formed. In 1936 the Working-Group for mathematics of the Fellowship for educational and instructional renewal, a branch of the New Educational Fellowship (N.E.F.) was founded. The group meets monthly or quarterly to discuss didactical and methodical problems in mathematical teaching. It is in "open union", a movement.

¹⁾ Schulreform und Mathematischer Unterricht; Paul Neureiter in: *The Mathematics Teacher*, 1950, XLIII²²⁵.

Now I would like to give you an outline of:

- a. the entrance-examination;
- b. the teaching program;
- c. the final examination;
- d. the professional training,

particularly in relation to the modern grammar school.¹⁾

Not before 1920 were any uniform requirements given out for the entrance examination. In that year the paper for French was abolished. So far instruction in French was only given in schools for the higher and middle classes of society („standenschool”). The abolition of French as an entrance requirement may be looked upon as a democratic measure.

From 1920—1928 the headmaster of the elementary school was entitled to testify that the candidate for the secondary school was fit for sec. education and that his knowledge was sufficient (geschikt en bekwaam”). Pupils not having this certificate had to sit for an entrance-exam. In this period the numbers of pupils missing their remove were on the increase. Teachers of sec. education attributed this increase to the new rules. They complained that the responsibility for admittance rested on primary teachers who did not know sec. education from their own experience at all.

In 1928 the admission on certificate („toelating op verklaring”) was abolished. Now a close cooperation between teachers of secondary and primary schools was established. Primary teachers might join the board of admission with an advisory vote.

In these years a deep interest arose for all problemes connected with the admission of pupils to our schools.

The Pedagogical Seminary at A'dam partly in association with the Working-group and a Committee of teachers at The Hague (Municipal Board of Admission) did a lot of research work. In 1934 a report was presented to the Minister of Education in order to improve the entrance-exam (Report-Bolkestein). After a few years another arrangement was made, which is still in force.

Nowadays the mental capacity of the candidates is taken into account as well as ability and knowledge. The headmaster of the primary school has to fill up a long questionnaire, stating full particulars as to character, ability and behaviour of the candidates as far as it can be of importance for the secondary school. But

¹⁾ Translations of the related program's have been distributed among the members of the conference.

the secondary school remains responsible for the decision about the selection.

In some schools of our country another method for the selection of the candidates is being introduced. The candidates are put together in some test classes. Here teachers of the secondary school teach some subjects which are not in the curriculum of the primary school. The subjects differ from year to year in order to avoid coaching. The duration of a test class is 2—3 weeks.

The result of a test class is given in the shape of an advice to the parents, or it substitutes, for formal legal reasons, only the oral part of the exam. The test class has so far no legal basis.

In our schools at Arnhem, the candidates are tested by teaching them some mathematics, one foreign language, Dutch and science. The reaction of the pupils to this tuition shows what is their receptive faculty, their memory, their power of reproduction, their accuracy, their capability to act in an intelligent way in new circumstances, and so on.

Most teacher-unions recommend instituting a test class for one year, an experimental class, a bridge-form, what's in a name. At the end of the year the pupil will be advised which type of school will suit him.

This test class may prove to be an important feature of our schoolsystem, as soon as the Dutch education-act we are waiting for, is going to provide the organization we need.

Through such classes it will be possible to replace the negative selection practised up to now in our schools by a positive selection, more beneficial for our pupils.

An experimental class will raise new didactic problems. Particularly the help of a well-trained educational psychologist, — who ought to be a qualified teacher too — so far unknown in most of our schools, will be very important.

In the entrance-exam there is no *numerus clausus*.

A pupil is admitted if he gets a sufficient mark for his papers and for the oral exam. The number of failures (ranging in our country from 10 to 30 %) has nothing to do with the number of places available in the school. Grading of pupils in our schools according to ability is unknown in our country.

Nor is there a *numerus clausus* in the final exam.

If any one wants to get a well-founded idea of the controversies in the domain of teaching of mathematics in secondary schools in the last quarter of a century, he should read what is written in reports and magazines and weeklies referring to the Report Beth-Dijk-

sterhuis, published in 1926. Mr. Beth, chairman and Mr. Dijksterhuis, secretary, have orally and in writing, powerfully supported the contents of the report and its consequences, with an ability and assiduity beyond praise.

The results of the research of the Committee were laid down in a project-syllabus with comment and account.

In harmony with the double character of our schools I pointed out to you, the Committee brings out a double task for the secondary school:

- a. this school gives a training for immediate activity in society;
- b. this school provides a pre-university education.

The Committee considers the value of mathematics for mental training higher than the practical value: the first is a value for all pupils, the second only for a few.

Accordingly, the Committee is of the opinion that the first duty of our school is to provide clear notions, to teach fundamental theoretical subjects, and that secondly the technical ability of the pupils should be improved. Complicated difficult problems of no theoretical value should be eliminated from the syllabus. "Dead wood" ought to be cut off. Less insistence on mechanical manipulation and more on the development of comprehension of fundamental theoretical notions ought to be aimed at.

So the Committee gives as the main objects of mathematical teaching: the mental training, the formal education; and as the minor objects: the contribution to useful knowledge.

By acting in this methodical way transfer of teaching will be stimulated better than in the old-fashioned way, by pursuing only mechanical training.

Investigations make it probable that no transfer is likely if what the pupil learns is not full of sense to him, and if he learns by mechanical drill rather than by insight and understanding. In this respect it is to be considered an important thing that Mr. Dijksterhuis introduced in 1934 the didactical term "epistemical tuition". The principle marked by this expression may best be summarized in the precept: "In teaching mathematics put again and again these two questions: What is the meaning of it? How did I come to know it?"

As to the proposals in the project-syllabus I cannot give you a broad outline for lack of time, but I'll content myself with a few details.

Most important of all: the report advocates the teaching of calculus in our secondary schools.

Further some details of minor value. Suggestions are made:
for the treatment in the higher forms of geometry on the surface of a sphere;

for the synthetical geometry of conic sections;

for joining descriptive geometry and solid geometry in one subject;

for a thorough treatment of arithmetic in the lower forms;

for a revision of plane geometry paying attention to the axioms;

for the introducing of a notion of non-euclidean geometry;

for technical drawing made subservient to geometrical drawing.

Most of the ideals risen on account of these proposals have proved to be vain and illusive.

It lasted until 1937 before a new syllabus for mathematical teaching in secondary education realized some suggestions of the Committee, but only to a very small extent.

By the syllabus 1937 the extension of the number concept and the function concept are made the pillars on which the tuition of algebra has to be raised.

Principles of calculus with applications on graphs and on problems in aid of the tuition of mechanics and physics found their place in the syllabus.

And so did the theory of conic sections.

The introduction of calculus in the syllabus is to be considered as a consequence of the idea of functional thinking. This idea has been propagated since the turn of the century. In our country the first textbook for this topic was published as early as 1907. Long before the foundation of the Committee Beth a great number of articles were written in our weeklies and magazines, — from the moment Felix Klein had been fighting for this subject in Germany.

Owing to the kindness of Mr. van Andel, member of the Board of Inspectors of sec. ed., who had been also a member of the Committee Beth, the significance of the new syllabus for our schools was discussed in a special well-attended meeting of our association Wimecos (1937). There arose a lot of questions with regard to the extent of the syllabus and to the problems of teaching of the new subject matter. Most of the questions were answered by the Inspector, who insisted on the fact, that the new syllabus had not been imposed by the authorities but ought to be considered as a result of natural growth. The Inspector assured that the new subject matter was not to become subject matter for examination papers in the near future. Otherwise overburdening would have been inevitable.

Now, 13 years later, the syllabus for the final exam is still the same as it was in 1929. In that year some graphs were introduced and after having been dropped for some years, goniometric equations returned.

At this moment a new syllabus for the final examination will be at hand. In 1947 the Board of Inspectors asked the opinion of our association Wimecos as to the adjusting of the final examination to the new teaching program. A new project-program was made by a committee in 1948.

An important point is that this Committee advises to introduce calculus in the examination papers. Only differential calculus confined to the differentiation of some algebraic and some simple goniometric functions. Integral calculus is kept for the oral exam, if at least the teacher should have taught this subject in class-room. Differentiation of logarithmic and power functions is excluded. A committee founded by our sister-union Liwenagel has come to the same conclusion in relation to the classical grammar school. On the condition that traditional subject matter be retrenched, calculus in the syllabus for the final examination is considered to be desirable and possible.

Last but not least: professional training.

A publication of the Committee Beth about professional training of secondary teachers in mathematics and science appeared before the report itself. That early date may be considered to be symptomatic for the great value attributed to professional training.

The authors rightly declare, that the level of instruction is not determined by the syllabus but chiefly by the scientific and didactic qualities of a teacher. On no account will the authors deteriorate the scientific training of the teacher.

Mere scientific training will, however, no longer meet the needs of prospective teachers.

The Committee states that the University ought to be obliged to give a suitable professional training. This is in the end a matter of scientific importance too: a university delivering badly prepared teachers to secondary schools is punished later on by getting back students badly prepared in secondary schools.

The committee indicates the following gaps in the training of our teachers:

- a. elementary mathematics have no place in the University syllabus in spite of its big importance for prospective teachers;
- b. scientific knowledge of the history of mathematics and science is lacking;

- c. until now prospective teachers don't get methodical training;
- d. there is no philosophical background, in particular: no critical theory of knowledge nor any instruction about the nature and the methods of mathematics and science.

In the main these objections still hold nowadays.

I cannot give in a few moments even a superficial survey of the projects published in connection with professional training since 1925.

It may be enough to give some details from a recent Report of a Government Commission on the Reorganization of Higher Education (1949).

This Committee proposes the incorporation of a real professional training for teachers in the education of the university. And that means a great deal. It would be a step in the right direction; each teacher might applaud it. The details of the proposals have met, however, with great resistance among teachers.

The sections D and M of the Committee, discussing admission to the University, professional training of teachers, and tuition of mathematics and science at the University, advocate the bifurcation of the master's degree („splitsing van het doctoraal examen") The students will be divided in two separate groups, one preparing for research work, the other for education. The first university exam („candidaatsexamen") and perhaps part of the second („doctoraal examen") may be the same for both groups.

For prospective teachers subject matter, besides topics of mathematics and science, is mentioned, for instance:

- a. pedagogy of adolescence;
- b. general didactics;
- c. special didactics of the subjects to be taught in secondary schools.

Besides theoretical training there will be obligatory classroom training as well.

In teachers-unions these proposals so far have not met with approval. Teachers fear that a special teacher-exam will decrease the social standing of a teacher. They want to take the same university exams as research men and after that a special teachers exam, analogous to that in the study of physicians. At this moment professional training is possible in our country, but not yet obligatory. This will in the long run be detrimental to our education. For our government the first thing to do is to make professional training obligatory. What subject matter will prove to be most desirable for an adequate training may be discussed later on. It will be necessary,

however, to keep scientific training on a high level. Situation in the U.S.A. sounds a warning note too. An author states quite recently in the *Mathematics Teacher*: "Too often some of our best prospective teachers have been either directly or indirectly influenced against the preparation for teaching in secondary schools by the devastating inference that if one chooses to prepare for teaching in secondary schools, it is a sign of personal inferiority or inability to comprehend mathematics on a higher level".

Training of teachers in our country is complicated by the different ways leading to a job in a secondary school.

In our country one may be qualified as a secondary teacher:

- a. by obtaining a University degree (a master's degree);
- b. by obtaining a secondary certificate;
- c. by the qualification of an engineer at the Higher Technical College at Delft (*Technische Hogeschool*).
- d. by training for military officer in the navy, the artillery and military engineering.

For some time past there has been another way to be qualified as a mathematical teacher.

- e. by obtaining a university-degree as an actuary.¹⁾

Let this new possibility be a warning for us! We see here the *jus docendi* appearing as an accidental byproduct of mere scientific and technical training. Educational motives don't seem to play any part. This situation is alarming for the sake of our education.

In 1949 on a number of 906 mathematical teachers in our VHMO:

- 51 % had a university degree or were qualified as engineers;
- 24 % had a secondary degree; this number has tended to decrease in the last decennia;
- 3.% was qualified in another way;
- 22 % was unqualified or not fully qualified.

The shortage of teachers increases the number of difficulties in our schools and may become detrimental to our secondary education.

Our schools need well trained teachers, and the best of our students may in the near future be attracted to our schools, to a profession which may give so much satisfaction. When a French humorous character in a comedy (*Topaze*, Marcel Paquol) qualifies our job as "*une profession tres considerée, peu fatigante et assez lucrative*", he understates.

In the interest of our pupils it will be necessary that Dutch

¹⁾ *Euclides*, 25e jaargang, blz. 360 e.v.

teachers, mathematical teachers too, become more education-minded than they have been up to now.

Another necessary condition is that the rate of salaries will be on a higher level, but I prefer this condition to be left out of discussion.

As to the first condition: it is characteristic that up to now in the Netherlands no didactical handbook for mathematical teachers has been written. In this respect Dutch teachers may learn from foreign countries. Books as Lietzmann, "Methodik und Didaktik des Mathematischen Unterrichts" and Butler and Wrenn, "The teaching of Secondary Mathematics" are lacking in our country.

As to this I hope for a revival of pedagogical, methodical and sociological interest among the teachers of our country for the good of our secondary education.

Zum SchlusZ möchte ich in deutscher Sprache eine Zusammenfassung nebst einigen Ergänzungen in kurzen Sätzen geben.

1. Die Entwicklung des mathematischen Unterrichts in Holland auf den höheren Schulen musz unter den folgenden Gesichtspunkten betrachtet werden:

- a. im Zusammenhang mit der Reformbewegung in Deutschland im ersten Viertel dieses Jahrhunderts auf Grund der Meraner Vorschläge;
- b. im Zusammenhang mit der Reformbewegung in den Niederlanden im zweiten Viertel dieses Jahrhunderts mit besonderer Berücksichtigung der Vorschläge der Kommission Beth-Dijksterhuis;
- c. im Zusammenhang mit dem Plan, stets größeren Schichten der Bevölkerung höheren Unterricht zu ermöglichen, wie es das Schulgesetz 1944 in England vorschreibt.

In diesen drei Punkten ist Rückblick, Einblick und Ausblick hinsichtlich der Entwicklung des Mathematikunterrichts so kurz wie möglich zusammengefasst.

2. Leider fehlt bis jetzt noch eine wissenschaftliche Unterlage unserer Lehrpläne. Hierdurch wird die Reform des Lehrplans für Mathematik sehr gehemmt. Gründliche Untersuchungen auf diesem Gebiete sind notwendig. In den Niederlanden sind nur wenige Untersuchungsinstitute (Utrecht und, teilweise, Amsterdam). Radikale Vorschläge zur Änderung des Mathematikunterrichtes fehlen auch in den Niederlanden nicht.

3. In den Niederlanden ist das Gymnasium die älteste, die HBS-B, statistisch, die bedeutendste Anstalt, sowohl als Vorbereitung für die Universität als für das öffentliche Leben. 57 % der

Universitätsstudenten haben die HBS-B besucht, die Zahl der Abiturienten der HBS-B, die unmittelbar von der Schule aus ins öffentliche Leben treten, übertrifft die analoge Zahl jeder anderen höheren Schule.

4. Erziehung und Unterricht in den Niederlanden haben mehrere charakteristische Eigenschaften:

- a. die Eltern haben die Möglichkeit in voller Freiheit für ihre Kinder diejenige Schule zu wählen, die ihrer Weltanschauung und ihren pädagogischen Prinzipien entspricht; das heisst: die öffentlichen Schulen, die neutralen Privatschulen und die konfessionellen Schulen werden nahezu in gleicher Höhe aus öffentlichen Mitteln finanziert;
- b. die Koedukation (die meisten katholischen Schulen und die höheren Mädchenschulen ausgenommen);
- c. die vorzeitige Aufteilung der Schüler über die verschiedenen Schultypen; hierdurch wird ermöglicht, dass unser VHMO sich auf den Unterricht an eine ausgewählte Gruppe von Schülern beschränkt;
- d. die Autonomie der höheren Schule in bezug auf die Zulassung als auch auf die Zuerkennung des Reifezeugnisses; die Universität hat keinerlei direkten Einfluss auf die Reifeprüfung; die Grundschule hat nur eine beratende Stimme in bezug auf die Zulassung.

5. Das Bestreben unsres Mathematikunterrichtes ist in Übereinstimmung mit dem Geist des Entwurfs von Beth-Dijksterhuis vor allem auf „mental training“, auf formale Bildung gerichtet und erst danach auf praktische Kenntnisse. Angelernte Fertigkeiten werden möglichst vermieden, der Unterricht wird „epistemisch“ gegeben, das heisst: der Schüler wird immer gezwungen, Rechenschaft zu geben vom Sinn der Begriffe und von der Begründung seiner Behauptungen.

6. Die niederländische Reformbewegung musste bis 1937 auf eine beschränkte Verbesserung des Lehrprogramms warten. In diesem Jahr ist die Infinitesimalrechnung in das Programm aufgenommen worden. Die Ausbreitung des Zahlbereiches und die Begründung des Funktionsbegriffes sind die Grundlagen für die Algebra und für die Analyse geworden. Die synthetische Theorie der Kegelschnitte ist im Programm aufgenommen worden.

7. Stundenzahl für Mathematik in der HBS-B: 5, 5, 5, 5, 5. Zusammen: 25. Im schriftlichen Abschnitt der Reifeprüfung werden vier in 10 Stunden anzufertigende Klausurarbeiten gefordert, näm-

lich in Algebra, in Trigonometrie, in Stereometrie und in der Darstellenden Geometrie.

8. Die Forderungen für die Reifeprüfung sind noch immer nicht dem neuen Programm angemessen; man erwartet diesbezügliche Änderungen in nächster Zeit. Zu den wichtigsten Änderungen der letzten 25 Jahre gehören einfache graphische Darstellungen in der Reifeprüfung.

9. Eine Fachausbildung für Lehrer an Höheren Schulen, wobei Pädagogik, Psychologie, Didaktik, Methodik, Geschichte der Mathematik, schulorganisatorische und soziologische Aspekte des Unterrichts berücksichtigt werden, ist noch stets nicht bindend. Sie ist zum Teil möglich, aber noch nicht obligatorisch. Ein praktisches Handbuch (eventuell: eine Serie Handbücher) für die praktische Vorbildung und die Fortbildung des Mathematiklehrers fehlt uns noch.

10. Eine Kommission für die Reorganisation des Hochschulwesens schlägt vor, die akademische Abschlussprüfung in zwei Prüfungen zu gabeln:

- a. eine rein wissenschaftliche Prüfung;
- b. eine Prüfung für zukünftige Lehrer.

Die Lehrer fürchten durch diese Gabelung eine weitere soziale Zurücksetzung.

11. Die Zunahme der Mathematiklehrer ohne Lehrbefähigung (i. J. 1949 ein Viertel auf gut 900 Lehrer) bedingt Masznahmen seitens der Regierung.

Eine befriedigende Lösung ist meiner Ansicht nach möglich unter folgender Bedingung:

- a. die Lehrergehälter müssen, auch schon im Hinblick auf die soziale Einschätzung des Lehrerstandes, erhöht werden;
- b. die Lehrer müssen mehr "education minded" werden.

HET WISKUNDE-ONDERWIJS IN BELGIË.

door

Dr G. BOSTEELS.

Vooraf stelt zich de vraag, hoe het onderwijs over zijn verschillende graden ingedeeld is.

Het Froebel-onderwijs telt twee klassen en neemt leerlingen van 4 tot 6 jaar op. Het onderricht wordt gegeven door froebelonderwijzeressen.

Het Lager onderwijs telt zes klassen en neemt leerlingen van 6 tot 12 jaar op. Het onderricht wordt gegeven door onderwijzers. Onderwijzers worden opgeleid in Lagere Normaalscholen; hun opleiding duurt vier jaar. De onderwijzersacte wordt afgeleverd door Rijksnormaalscholen. Aangenomen Normaalscholen (Vrije, d.z. Katholieke en Provinciale).

Het programma, dat in het lager onderwijs verwerkt wordt, werd vastgelegd in een programma, dat in pedagogische middens bekend staat als het „Belgisch plan van 1936”. Het Ministerie van Openbaar Onderwijs heeft een „Leidraad bij het Plan van 1936” uitgegeven, leidraad, die bindend is voor de leerkrachten.

De lagere scholen worden geïnspecteerd door Kantonnale Inspecteurs. Elke groep kantonnale inspecteurs staat onder leiding van een Hoofdinspecteur van het Kanton. Om inspecteur te worden legt een onderwijzer een examen af, waarvan het programma door de algemene directie van het Lager Onderwijs opgesteld werd.

Na het verlengen van de Leerplicht tot 14 jaar werden in vele steden aan het lager onderwijs twee studiejaren toegevoegd.

Het zesjarig lager onderwijs was ingedeeld in drie graden van twee jaar; de nieuwe twee jaren werden daarom aangeduid onder de naam „Vierde graad” en is dus te vergelijken met een U.L.O.-onderwijs.

Over 't algemeen schenkt echter dit onderwijs op dit ogenblik geen voldoening meer en zou men geneigd zijn dit af te schaffen, waren er niet de verworven rechten van een groot aantal onderwijzers.

Het Middelbaar Onderwijs telt eveneens zes klassen en neemt leerlingen van 12 tot 18 jaar op. Het onderricht wordt gegeven door regenten en door licentiaten. De regenten verwerven hun diploma

na twee jaar studie op een Middelbare Normaalschool. Er zijn in deze Normaalschool drie afdelingen: een afdeling voor germaanse talen, een literaire afdeling en een wetenschappelijke afdeling. Wegens de verder uitbreiding van specialisaties ligt het waarschijnlijk in de bedoeling van de hogere instanties om de splitsing nog verder door te drijven en bijzondere afdelingen te voorzien voor geschiedenis, aardrijkskunde.

De licentiaten krijgen een academische vorming; vier jaar universitaire studies en daarnaast een pedagogische vorming, gedurende de laatste twee jaar, die bekroond wordt met een „aggregatie van het middelbaar onderwijs van de hogere graad”.

De licentiaten omvatten afdelingen voor: de germaanse philologie, de romaanse philologie, de classieke philologie, de geschiedenis, de aardrijkskunde, de wiskunde, de natuurkunde, de economische wetenschappen, lichamelijke opvoeding, de biologie, de scheikunde.

Er bestaan twee cycli in het Middelbaar onderwijs: de lagere cyclus (12—15) en de hogere cyclus (15—18).

Verticaal wordt het Middelbaar Onderwijs ingedeeld in Moderne (of Nieuwere) Humaniora en in Oude Humaniora.

De lagere cyclus der Moderne Humaniora wordt ook in de Rijks-middelbare scholen uitgewerkt. Het volledig middelbaar onderwijs wordt aan de Koninklijke Athenea gegeven. De meeste scholen zijn gemengd voor jongens en meisjes. Waar de omstandigheden zulks toelaten zijn scholen uitsluitend voor meisjes opgericht: ze worden dan Koninklijke Lycea genoemd. Er bestaan R.M.S. (Rijksmiddelbare scholen) voor jongens, voor meisjes en gemengde.

Het Vrij Middelbaar onderwijs kent een analoge indeling. De namen zijn echter enigszins verschillend; zo spreekt men gewoonlijk van een College (Gemeentelijk, Bisschoppelijk, Vrij) en over 't algemeen zijn in deze scholen slechts de Oude Humaniora ingericht. Het onderwijs loopt er enigszins parallel met dit uit de Rijksscholen, behalve dan dat het wiskunde-onderwijs minder doorgedreven is en dikwijls toevertrouwd is aan niet-geschoold personeel; het grieks vangt één jaar vroeger aan en het latijn wordt wel intensiever onderwezen.

Gelet op het feit dat tegenwoordig de R.M.S. niet verschilt van de lagere cyclus der Moderne Humaniora van het Atheneum zullen wij er verder niet meer over spreken. Alleen willen wij er nog op wijzen, dat de regenten alleen doceren in de R.M.S. of in de lagere cyclus der Athenea. De licentiaten doceren uitsluitend in de Athenea.

De bijzondere vakken zoals tekenen en muziek worden onderwezen door z.g. bijzondere leraars; dit zijn zeer dikwijls onderwijzers

die een bijzondere acte voor teken- of muziekonderwijs verworven hebben.

Het Godsdienstonderwijs wordt gegeven door R.K. priesters en paters, door predikanten of rabbijnen. Deze godsdienstleraars worden door de Minister aangesteld op voordracht van hun hogere geestelijkheid. Zij worden ook geïnspecteerd door inspecteurs.

In tegenstelling met Nederland bestaan er in België inspecteurs voor elke afzonderlijke discipline. Een licentiaat in de wiskunde inspecteert bijvoorbeeld al de wiskundeleraars van al de Rijks-scholen M.O. van het Vlaamse land.

Schets van de indeling der humaniora.

Lagere cyclus.

Oude Humaniora	Nieuwe Humaniora
Zesde latijnse	Zesde moderne
Vijfde latijnse	Vijfde moderne
Vierde latijns-grieks	Vierde moderne
Vierde latijns-wiskunde	

Hogere cyclus.

{ Derde latijn-grieks of	{ Derde wetenschappelijke of
{ Derde latijn-wiskunde of	{ Derde economische
{ Derde latijn-wetenschappen	
Tweede (zelfde indeling)	Tweede (zelfde indeling)
Eerste (zelfde indeling)	Eerste (zelfde indeling)

Aantal uren wiskunde in de verschillende klassen en afdelingen:

Oude Humaniora:

Klas	6	5	4	3	2	1	
	4	4	4	3	3	3	Grieks-latijnse afdeling
	4	4	4	7	7	7	Afdeling latijn-wiskunde
	4	4	4	5	5	5	Afdeling latijn-wetenschappen

Moderne Humaniora:

Klas	6	5	4	3	2	1	
	4	4	4	3	3	3	Economische afdeling
	4	4	4	7	7	7	Wetenschappelijke afdeling

DE HERVORMING VAN 1947.

Het plan van een algemene hervorming van het M.O. was reeds gerijpt voor de tweede wereldoorlog. Een diepgaande studie werd echter slechts in 1945 aangevat en de eerste toepassing van de hervorming dateert van 1947. Progressief wordt elk jaar de her-

vorming in een nieuwe klas doorgevoerd, zodat bij het einde van dit derde jaar (1950—1951) de volledige lagere cyclus van het M.O. aan de hervorming zal beantwoorden.

De leidende idee van de hervorming wordt toegelicht in een brochure „Voorlopige onderrichtingen betreffende de hervorming van het Middelbaar Onderwijs”. *Algemeenheden* die vier documenten bevat, de z.g. documenten A₁, A₂, A₃ en A₄.

Het document A₁ handelt over de taak van de leraars in al de vakken met betrekking tot het Moedertaalonderwijs. Wij lichten er het volgende uit:

„Hoe voortreffelijk ook het moedertaalonderwijs mag georganiseerd en gedoceerd worden, het zal op slot van rekening evenwel nog te kort schieten als het niet gesteund en geschraagd wordt, in formele zowel als in praktische zin, door de leraars in de overige vakken. In het L.O. is de onderwijzer voor alle vakken van het leerplan de enige mentor voor de taalontwikkeling van zijn leerlingen en dus in alle lessen onderwijzer in de moedertaal. In het M.O. moeten de verschillende vakleraren de taak van de onderwijzer overnemen en dus ook, naast specialisten in een bepaald vak, ook leraars in de moedertaal zijn. Trouwens alle leraars zijn opvoeders, die gezamenlijk aan de taalopvoeding de grootste aandacht dienen te besteden. Fouten en slordigheden in het taalgebruik zullen in alle lessen bestreden worden; alle lessen dragen immers bij tot de ontwikkeling van het kennen, het kunnen gebruiken, het kunnen verstaan van de taal.

Formeel reeds zullen de vakleraren de leraar in de moedertaal helpen als ze ieder op een bepaald gebied, de strijd aangaan tegen het verbalisme en het formalisme, d.w.z. als ze hun leerlingen prikkelen tot zelf waarnemen, zelf denken, zelf doen. Het verband van de verschillende vakken met de moedertaal werd tot nog toe te veel uit het oog verloren.

Helemaal ten onrechte, want is de moedertaal niet de veelzijdige kern, die het complexe levensgeheel in vele vakken weerspiegelt?

Hoe zou dan ook, wederkerig het onderwijs in de moedertaal dat in de andere vakken gunstig beïnvloeden.”

Meer in 't bijzonder voor wat de wiskunde betreft, gaat dit document verder:

„Al te lang is de wederkerige beïnvloeding van het onderwijs in de wiskunde en de moedertaal verwaarloosd geworden. Zeker, taal is geen wiskunde, en de ratiocinerende spraakkunstmethodes zijn hopeloos uit de tijd. Maar er is een rationeel taalgebruik en het moedertaalonderwijs impliceert een ontwikkeling van het denken,

die uit het onderwijs in de wiskunde veel voordeel halen kan. Immers de wiskunde bevordert, volgens haar eigen methode, de innerlijke kracht van de leerling om tot waarheid te komen, tot klaarheid, tot een gesloten persoonlijkheid in het levensgeheel. Hoe ook de leraar er toe komt, ten slotte zal het de leerling duidelijk moeten worden dat de wiskunde een deductieve, uit zichzelf op te bouwen wetenschap is. De humanistisch-vormende waarde van het mathematisch denken wordt inderdaad gekenmerkt door de zin voor het ruimtelijke en het functionele. Het verwezenlijken van een vormvoltooide wiskundige opbouw stelt echter grotere eisen aan de taalvaardigheid, waartoe de leraar in de moedertaal in de eerste plaats moet bijdragen. Maar aan de andere kant wordt de taalvaardigheid ook door de wiskundige activiteit geoefend, als de leraar in de wiskunde maar streng genoeg is en nauwkeurige uitdrukkingvormen in taal eist. In dat opzicht is de leraar in de wiskunde een onschatbare hulp voor zijn collega in de moedertaal. Hij kan de behoefte aan nauwkeurige formulering wekken, de gewoonte aan een heldere betoogtrant bijbrengen, de waarde van de logische indeling van een betoog, de scherpzinnigheid van een stel syllogismen leren beseffen en begrip voor relaties ontwikkelen. Van zijn kant kan de leraar in de moedertaal een wederdienst bewijzen. Bij de behandeling van zakelijke taal zal hij ook teksten kunnen gebruiken die de exactheid van de wiskundige taal laten uitkomen en het practisch nut belichten, dat in de studie ervan voor het uitdrukkingsvermogen besloten ligt. Zo kan aan de hand van een meetkundige stelling aangetoond worden hoe een gedachte met een minimum van woorden volledig, nauwkeurig en eenvoudig geformuleerd wordt.

Voorbeeld: Opdat een rechte en een cirkelomtrek slechts één gemeenschappelijk punt zouden hebben, is het nodig en voldoende dat de afstand van het middelpunt van de cirkelomtrek tot de rechte gelijk is aan de straal van de cirkelomtrek, of, wat op hetzelfde neerkomt, is het nodig en voldoende dat de rechte loodrecht op een straal in het eindpunt van de straal staat.

Of de bespreking van een definitie kan de geest scherpen voor de analyse van een begrip en de betekenis van een beperking.

Voorbeeld: Een identiteit of identieke gelijkheid is een gelijkheid, die geldt voor elk stel waarden van de letters, waarvoor beide leden gedefinieerd zijn."

Het document A_2 wijst er op dat een nauwgezette toepassing van de programma's slechts een klein deel uitmaakt van wat de hervorming beoogt.

Het is vooral een nieuwe geest die allen moet bezielen. Het

begrijpen van deze nieuwe geest onderstelt de voorkennis van de critiek die op het M.O. uitgebracht werd. Deze critiek slaat in hoofdzaak op de slechte resultaten van onze kinderen bij de examens in het eerste jaar der universiteit.

Ongunstige toestanden voor de hervorming:

- overlading der programma's; te groot aantal specialisten; gebrek aan concentratie van de vakken; overbevolking van klassen; onvoldoende kennis van de psychologie van het kind tussen zijn twaalfde en achttiende jaar.

Hoe aan die toestanden te verhelpen:

ontlasten van de programma's; specialisaties verschuiven naar hogere leeftijd; concentratie van de vakken om het moedertaal-onderwijs; maximum-aantal leerlingen per klasse verminderen; betere vorming van de toekomstige leraars.

Als uitgangspunt van de hervorming wordt vooropgesteld, dat de eisen die de Universiteit aan haar toekomstige studenten stelt, dezelfde zijn als de eisen die de maatschappij mag stellen aan alle afgestudeerde leerlingen van het M.O.

Als eerste richtlijnen werden dan ook de eisen aangenomen geformuleerd door de Nederlandse Commissie-Bolkestein, zij het dan in licht gewijzigde vorm. Daaraan werden echter toegevoegd:

1. De afgestudeerde moet een ontwikkeld verantwoordelijkheidsgevoel bezitten tegenover de maatschappij waarin we leven en de leden die ze samenstellen;
2. Hij moet enig inzicht verworven hebben in haar instellingen, haar doeleinden en haar werkwijzen;
3. Aan de verworven eigenschappen en bekwaamheden, dienen te worden toegevoegd:
 - een beter-gefundeerde vaderlandsliefde, die ook de waardering voor andere volken bevordert;
 - een grondiger scholing van het karakter;
 - een ontwikkeld gevoel van verdraagzaamheid.

Het document geeft verder inlichtingen over de taak van de Centrale Commissie en van de Sub-Commissies; hoe bepaalde aspecten door bevoegde commissies werden bestudeerd; over wat tot nog toe verwezenlijkt werd; over wat nog te doen valt.

HET WISKUNDE-PROGRAM IN DE LAGERE CYCLUS.

Noot. - Om te vermijden dat de overgang van één afdeling naar een andere tijdens of vlak na de lagere cyclus moeilijk of onmogelijk zou zijn, werd voor heel de lagere cyclus het zelfde wiskunde programma vastgesteld.

De aansluiting met het L.O. kon bevorderd worden door het opstellen van het

„Kennis-barema Lager-Onderwijs". Dit document geeft de conclusies van een commissie die onderzocht:

- a) wat het L.O. bieden kan als eindvorming en eindkennis van haar leerlingen;
- b) wat het M.O. ten minste nodig acht opdat de leerlingen van het L.O. (drie graden) met vrucht het M.O. kunnen volgen. Dit barema staat bekend als het document B/O.

De nummering der klassen daalt; zo is de zesde klasse, de eerste klasse van het middelbaar onderwijs; de eerste klasse is de hoogste klasse.

Instructies die vanwege het Departement aan de leerkrachten overgemaakt worden.

LAGERE CYCLUS VAN HET M.O.

Pedagogische wenken.

Algemene beschouwingen.

Het onderwijs in de wiskunde in de Athenea en de Middelbare Scholen is, indien goed opgevat, van een hoge vormende waarde. Zijn utilitaire waarde is niet minder groot, indien men in acht neemt, hoeveel de wiskunde bijdraagt tot de studie en de voortdurende ontwikkeling der overige wetenschappen.

Zonder in enige mate de belangrijkheid van het laatste oogmerk te verwaarlozen, wil de hervorming die aan gang is, vóór alles de ware vorming van de geest waarborgen. Het is haar hoofddoel de jonge humanist geschikt te maken tot het objectief en methodisch behandelen van elk probleem dat hij zal moeten oplossen, niet enkel in het hoger onderwijs, dat slechts voor een kleine minderheid toegankelijk is, maar bovenal in het dagelijks leven. Wij moeten bijgevolg zijn critische geest opwekken en de kostelijke gaven der analyse en der synthese in hem ontwikkelen. Een goed onderwijs in de wiskunde moet meer naar de diepte gaan dan naar de oppervlakte en meer beroep doen op het oordeel dan op het geheugen. De hoeveelheid vereiste kennis mag de redelijke grenzen niet overschrijden ten koste van de werkelijke vorming. Ons programma moet derhalve ontlast worden van het overdreven boekachtige, en een ruimere plaats moet toegekend worden aan de toepassingen die bij uitstek doeltreffend beroep doen op de persoonlijkheid der leerlingen. De keuze dezer toepassingen zal overigens met het meeste doorzicht moeten geschieden. Te vaak verzuimt de leraar een bepaalde richtlijn te volgen in hun dosering, in hun onmiddellijk verband met de aangeleerde theorie, in hun volgorde, alsmede in hun aanpassing bij het practisch leven. In het begin zullen de toepassingen eenvoudig zijn om de leerlingen toe te laten zich voldoende

te concentreren op, en inzicht te krijgen in het wiskundig begrip dat dient verworven te worden.

Wat de methoden betreft, moeten wij steeds indachtig zijn, dat onze ideeën hun oorsprong vinden in het domein van het concrete; bij het aanbrengen van elk nieuw begrip moeten wij dus vermijden onmiddellijk tot de abstrahering over te gaan. Deze zal integendeel steeds worden voorafgegaan door inleidende concrete beschouwingen. De abstracte begrippen zullen immers des te beter begrepen worden, naar gelang de aanschouwelijke grondslagen waarop zij steunen, eenvoudiger en steviger zijn. De leraar zal trouwens vaak ondervinden dat het noodzakelijk is de kennis die hij definitief verworven achtte, opnieuw te toetsen aan het concrete. Deze belangrijke aanbevelingen zijn in het bijzonder toepasselijk op de lagere cyclus, waarin de intuïtie een vooraanstaande rol speelt.

De leraar zal in zijn lessen het dogmatisch onderricht vermijden. Dergelijk onderwijs doet inderdaad een zeer beperkt beroep op de activiteit van de toehoorder, wie een louter passieve rol wordt toegewezen. De leerkracht zal veeleer gebruik maken van de socratische werkwijze die, door een opeenvolging van goed geordende vragen, in de geest der leerlingen het onderling verband tussen de gegevens en het besluit openbaart, en die hen op natuurlijke manier de methode helpt ontdekken welke tot de oplossing voert. Dergelijke werkwijze schept een levendige atmosfeer in de klasse; zij versterkt het zelfvertrouwen der leerlingen, wekt hun geestdrift op en scherpt hun zin voor onderzoek.

De leraar zal er eveneens zorg voor dragen de voornaamste methoden van onderzoek geleidelijk in het licht te stellen, ze te rangschikken, te vergelijken en aan te tonen, dat hun aantal ten slotte eerder beperkt is. Derwijze zal de leerling de overtuiging opdoen, dat het oplossen van een wiskundig probleem, verre van het gevolg te zijn van een gelukkig toeval, integendeel niets anders is dan een logisch ingrijpen van het verstand, dat aanknopingspunten zoekt met de uiteengezette werkwijzen. Het oplossen van één zelfde probleem aan de hand van verschillende werkwijzen, biedt daarenboven gelegenheid tot het onderling vergelijken der verschillende oplossingen, in het opzicht van sierlijkheid en efficiëncy.

Een degelijk onderwijs in de wiskunde moet eveneens, zonder daarom de leeftijd der hogere klassen af te wachten, gebruik maken van alle gelegenheden om de leerlingen het belang te doen inzien van de begrippen van analogie en symmetrie, die men later voortdurend zal terugvinden in de formules der meetkunde en der driehoeks-meting.

De leraar zal zijn toevlucht nemen tot veelvuldige herhalingen, tot samenvattingen na elke theorie, tot het vergelijken van gelijkwaardige theoriën. Elke les moet daarenboven een gelegenheid zijn om te verwijzen naar vroegere leerstof. De leraar zal daarbij aantonen, dat de verschillende takken der wiskunde niet hoeven gescheiden te zijn door ondoordringbare tussenschotten, maar dat zij in elkander grijpen en dat hun wederzijdse disciplines elkaar onderling helpen.

Ten slotte eist de wiskunde, krachtens haar geest van gestrengheid, een nauwkeurig taalgebruik. Iedereen betreurt het, dat de onbekwaamheid in het nauwkeurig uitdrukken der gedachte en de armoede van de woordenschat bijna algemeen zijn. Dit ernstig tekort moet met energie bestreden worden van de zesde af, en de wiskundige discipline kan daar zeer doeltreffend toe bijdragen. De leraar zal derhalve de neiging tot en de zorg voor nauwkeurigheid opwekken door telkens het juiste woord, de nauwgezette definitie en opgave, het korte heldere, volledige antwoord te eisen.

In verband hiermede is het nuttig, dat de degelijk verworven begrippen onthouden worden in de vorm van vaste en nauwkeurige regels. Maar het is duidelijk, dat bij het formuleren de leraar de leerlingen niet mag onderwerpen aan een strak automatisme, dat zich enkel tot het geheugen richt en zodoende elke inmenging van het oordeel uitsluit. Hij zal hun integendeel een zekere vrijheid laten, maar steeds zijn eisen stellen voor wiskundige nauwgezetheid en zuiverheid van vorm.

LEERPLAN VOOR DE ZESDE (alle afdelingen).

Rekenkunde

1. Telling der gehele getallen.
2. Optelling, aftrekking en vermenigvuldiging van gehele getallen: eigenschappen, hun letterformulering; gedurig product, eigenschappen. Toepassingen op het snelrekenen, op het hoofdrekenen. Machten; tafel der volkomen kwadraten; gebruik van de tafel voor het opsporen van enkele vierkantswortels.
3. Deling der gehele getallen: herhaling der regels; constateren der grondbetrekkingen $a = bq + r$; $r < b$; eigenschappen.
4. Kenmerken van deelbaarheid door 10, 100, 1 000, ...; 2 en 5; 4 en 25; 8 en 125; 9 en 3. Negenproef der vermenigvuldiging.
5. Practische regels voor het ontbinden van een getal in priemfactoren en voor het opzoeken van de g.g.d. en van het k.g.v. van twee en meer getallen.
6. Gewone breuken; definities; gelijke en ongelijke breuken; vereenvoudiging van breuken; gelijknamige breuken; groter en kleiner voor breuken; toepassingen; bewerkingen met breuken.
7. Tiendelige getallen: definitie en bewerkingen; toepassingen op het

snelrekenen en het hoofdrekenen (bv. op het vermenigvuldigen met en het delen door 5, 25, 50, ...; 0,5; ... 0,05; ...)

8. Rekenkundige gemiddelde.

9. Herhaling van de grondslagen van het metriek stelsel. Oefeningen aan de hand van vraagstukken betreffende het berekenen van lengten, oppervlakten, inhoud.

10. Eenvoudige, concrete vraagstukken, ontleend aan het dagelijks leven.

Intuïtieve meetkunde

Vervaardiging in ware gedaante of op schaal van concrete meetkundige figuren (vierkanten, rechthoeken, parallelogrammen, ruiten, driehoeken, trapezia, cirkels, kubussen, parallelepipeden, viervlakken, cilindren, kegels, bollen, ...)

Studie in 't bijzonder van de rechthoek, de kubus, de cilinder.

Aan de hand van dit onderwijs zullen de volgende begrippen aangebracht worden:

1. Lichaam-inhoud; oppervlak-oppervlakte; lijn-lengte; punt.

2. Rechte, halve rechte, lijnstuk; gelijke en ongelijke lijnstukken; groter en kleiner voor lijnstukken; midden van een lijnstuk; bewerkingen met lijnstukken; optelling; aftrekking, vermenigvuldiging met een natuurlijk getal, met een breuk.

3. Hoek; gelijke en ongelijke hoeken; groter en kleiner voor hoeken; bissectrice van een hoek; aanliggende hoeken; nevenhoeken; bewerkingen met hoeken: optelling; aftrekking, vermenigvuldiging met een natuurlijk getal, met een breuk; uitspringende hoek; inspringende hoek; gestrekte hoek; rechte hoek; scherpe hoek; stompe hoek; hoeken, die elkaars supplement, elkaars complement zijn; het meten van hoeken; verdeling van de rechte hoek in negentig graden.

4. Middelloodlijn van een lijnstuk.

5. De cirkel: gelijke cirkels; gelijke en ongelijke bogen van gelijke cirkels; groter en kleiner voor bogen van gelijke cirkels; bewerkingen met bogen van gelijke cirkels; optelling, aftrekking, vermenigvuldiging met een natuurlijk getal, met een breuk; middelpuntshoek op een gegeven boog; kwadrant; booggraad; het gebruik van de graadboog.

Methodologische wenken bij dit programma.

De taak van de leraar in de wiskunde in de zesde is bijzonder delicaat. Zij bestaat er in, de kennis die verworven werd op de lagere school, over te nemen, te rangschikken en uit te breiden om geleidelijk de weg te openen naar de disciplines van het middelbaar onderwijs. De leraar zal vermijden een al te theoretisch karakter te geven aan zijn lessen; zijn onderwijs zal aanschouwelijk zijn en hij zal vooral de nadruk leggen op het rekenen, zowel schriftelijk rekenen als hoofdrekenen; het rekenen moet overigens in deze klasse de spil van het onderricht uitmaken. Hij zal slechts langzaam te werk gaan en er zorg voor dragen, dat de moeilijkheden verdeeld worden; bovendien zal hij steeds eenvoudig blijven en toch de gestrengheid van behandeling niet prijsgeven. In principe moet elke theorie opgehelderd worden door middel van toepassingen, en in de keuze daarvan zal de leraar er aanhoudend voor zorgen de school

nader te brengen tot het leven. Er mag ook niet uit het oog verloren worden, dat men in de zesde de aandacht van de kinderen niet te lang voor een bepaald onderwerp mag opeisen. De leraar zal daarom in het verloop van zijn lessen grote verscheidenheid aanbrengen in zijn methoden van onderricht. Hij zal in het bijzonder de lange theoretische lessen vermijden, die eentonigheid veroorzaken.

A. Rekenkunde.

De studie van de telling zal beperkt worden tot een praktische kennis van de vorming der getallen, terwijl de noodzakelijkheid van een talstelsel aanschouwelijk zal gerechtvaardigd worden.

Met betrekking tot punt 2 en 3 van het leerplan dient opgemerkt, dat het kind dat de lagere school verlaat, de regels der vier hoofdbewerkingen kan toepassen op de gehele getallen, de breuken en de decimale getallen. Zijn aandacht is daarbij meer gevestigd geworden op de uitkomst der bewerking dan op het innerlijke van het mechanisme. Het zal tot de taak van de leraar van de zesde behoren, terug te komen op de verklaring van dat mechanisme en er de eigenschappen der bewerkingen uit af te leiden. Van deze eigenschappen, welke aldus gesuggereerd werden door middel van concrete voorbeelden, zal men vervolgens een aanschouwelijke verklaring geven, zelfs een bewijs, indien het voor de hand ligt.

Om alle misverstand te vermijden, is het wellicht niet zonder nut nauwkeuriger te omlijnen welke de eigenschappen zijn, die dienen aangeleerd: commutatieve en associatieve eigenschappen van som en product; product van een som en een verschil met een getal, en omgekeerd; product van een som met een som; product van een product met een getal en omgekeerd; product van product met een product; deling van een som of een verschil door een getal; deling van een product door één van zijn factoren en door een getal dat één der factoren deelt; deling van een product door een product. De leraar zal vermijden een stelselmatige theorie te geven van de gedurige producten.

Elk dezer eigenschappen zal onmiddellijk toegepast worden op het snelrekenen en het hoofdrekenen. Aan dit laatste zullen 8 à 10 minuten van elke les in de rekenkunde gewijd worden in de vorm, die in Nederland gebruikelijk is en die „commando-rekenen” wordt genoemd. In principe bestaat deze methode er in, de leerlingen uit het hoofd een reeks bewerkingen te doen uitvoeren, waarvan ze enkel de uitkomsten onder elkaar in hun schrift neerschrijven; deze uitkomsten worden dan schriftelijk opgeteld. De verkregen som wordt dan, als controle, aan de leraar medegedeeld.

Dergelijke oefeningen, op voorwaarde dat ze goed geleid worden, zijn zeer nuttig. Zij scheppen in de klasse een atmosfeer van wedijver en laten een vlug nazicht der uitkomsten toe. Zij bieden bovenal de gelegenheid om de toegepaste eigenschappen opnieuw in herinnering te brengen. Deze oefeningen vinden hun oorsprong in één der essentiële doeleinden van de lagere cyclus der humaniora: de leerlingen een voldoende rekentechniek bijbrengen voor de rekenkunde en de algebra, opdat ze, bevrijd van de belemmeringen die eigen zijn aan alle omslachtig gereken, de meer abstracte studiën van de hogere cyclus met gemak zullen kunnen aanvatten.

De studie van de kenmerken van deelbaarheid zal afgeleid worden uit de beschouwing van een som van twee termen waarvan er één deelbaar is door het beschouwde getal. De negenproef voor de vermenigvuldiging zal gegeven worden zonder bewijs.

Met betrekking tot punt 5 en steunende op de regel der deling van een product door een product, kan de leraar de leerlingen er aanschouwelijk toe brengen een deler te vormen van een getal, en nadien de gemene delers van enige getallen, tot en met de grootste. Hij zal dan de regel voor het vormen van de grootste gemene deler afleiden. Een analoge gang zal gevolgd worden voor het kleinste gemeen veelvoud.

De leraar zal al zijn zorgen wijden aan de studie der breuken. Hij zal deze gebruiken gedurende het ganse schooljaar, namelijk in de verschillende soorten van vraagstukken die hij zal behandelen: deze laatste opmerking is eveneens toepasselijk op de decimale getallen.

Het oplossen van vraagstukken moet vanzelfsprekend verdeeld worden over de drie trimesters. De uitleg over elke nieuwe soort moet gebeuren op een opgave, die ontdaan is van iedere verdere verwikkeling en die slechts zeer eenvoudige getallen bevat. Op deze manier kan de aandacht der leerlingen bijna uitsluitend gevestigd blijven op het mechanisme van de oplossing. Enkel wanneer de redenering goed begrepen is geworden, kan de leraar lichte verwickelingen aanbrengen; de leerlingen moeten echter de hoofdgedachte, die het onderwerp van het beschouwde type-vraagstuk uitmaakt, steeds kunnen onderscheiden.

Men moet er zich vooral voor hoeden de type-vraagstukken systematisch te doen bestuderen en deze te beschouwen als mechanisch na te bootsen modellen. Dergelijk automatisme schaadt de vorming der leerlingen. Al te dikwijls zijn deze inderdaad geneigd met de berekeningen te beginnen alvorens het verloop van de oplossing te hebben opgezocht. Een der vier wekelijkse lesuren zal

besteed worden om, onder de vorm van geleide oefeningen, de leerlingen met deze beredeneerde werkwijze vertrouwd te maken.

De opgaven der vraagstukken moeten geput worden uit de economische werkelijkheid, uit het plaatselijk, het gewestelijk en het nationale milieu. De leerkracht zal van de gelegenheid gebruik moeten maken om de kennis der leerlingen te verruimen betreffende de behandelde praktische onderwerpen: tarra, commissie, percent, intrest, betaling contant en op termijn, korting, menging, enz.

Zo zal de leraar bijvoorbeeld, in verband met de betaling contant en op termijn, eenvoudige uitleg verschaffen over het gebruik van de check, de overschrijving, de wissel en het orderbriefje; hij zal daarbij niet nalaten enkele authentieke documenten te tonen. Zo zullen insgelijks de vraagstukken over korting gepaard gaan met elementaire begrippen over de verhandeling van handelseffecten.

Het metriek stelsel in 't bijzonder kan aanleiding geven tot toepassingen, die even verscheiden als nuttig zijn voor de algemene vorming der kinderen: praktische meting van een oppervlakte door middel van de ketting met enkele elementaire beginselen over landmeten, bepaling van een afstand met behulp van de kaart, meting van de oppervlakte en de inhoud van een lichaam dat door de leerlingen vervaardigd werd, vraagstukken over het soortelijk gewicht, eenvoudige vraagstukken over de eenparige beweging, over de verplaatsingen in zelfde of in tegengestelde zin, enz. Deze laatste vraagstukken kunnen niet nalaten de leerlingen levendig te boeien, indien ze betrekking hebben op de verplaatsing van vliegtuigen, treinen, enz.

Een schematische voorstelling van de opgave is doorgaans aan te bevelen.

De leraar zal de opgaven niet uitsluitend putten uit de boeken. Hij zal er zelf samen stellen volgens de gegevens, opgeleverd door het milieu en het ogenblik, en hij zal beroep doen op de medewerking der leerlingen door gebruik te maken van het materieel, dat zij verzameld en de inlichtingen, die zij ingewonnen hebben.

Tijdens het oplossen van deze verschillende vraagstukken is het nodig de leerlingen te gewennen aan orde in de schikking der bewerkingen en aan eigen controle over de bekomen resultaten. Een degelijk onderwijs stelt overigens voorop, dat bestendig beroep gedaan wordt op het gezond verstand en op de rede.

Te vaak wordt er overdadig gebruik gemaakt van de methode der herleiding tot de eenheid en haar toepassing neemt dan het karakter aan van een routine, wat volkomen in strijd is met het vormende doel der wiskunde. Zo mogelijk, moet beroep gedaan worden op

andere werkwijzen, die minder omslachtig zijn, meer afdoend, en die zich veel rechtstreeks richten tot het verstand.

Tenslotte is het nodig bij de aanduiding der maat van een oppervlakte of een inhoud, eenheid te brengen in de notaties en in de terminologie. Verdere onderrichtingen hierover zullen later gegeven worden.

Wij zijn er van overtuigd dat de leerkrachten van de zesde, indien zij alles in het werk stellen om het onderwijs in de wiskunde aan te passen aan het psychologisch en intellectueel peil van kinderen van 12 jaar, een fundamenteel doel zullen bereiken: de weg openen naar de studie van een tak der wiskunde die ten huidige dage erg verwaarloosd wordt en die nochtans de basis van de overige takken uitmaakt.

B. Meetkunde.

De studie van de beginselen der meetkunde in de zesde moet praktisch en aanschouwelijk zijn. Zij moet er toe leiden de opmerkingsgave te ontwikkelen en te zelfder tijd dienen als inleiding tot de beredeneerde meetkunde.

Zij moet de leerling er toe brengen, de hem omringende vlakke figuren en ruimtefiguren waar te nemen: vervolgens moet zij hem over die figuren een kennis bijbrengen, die zo volledig en zo veelzijdig mogelijk is, door hem die figuren te doen bezigen en, beter nog, door ze hem te laten vervaardigen, hetzij in ware gedaante, hetzij op gegeven schaal.

Het constructieve karakter dat zodoende aan het onderwijs in de wiskunde gegeven wordt, zal, terwijl het de leerlingen langzamerhand vertrouwd maakt met de eigenschappen der figuren, ze tevens in staat stellen zich vlot te bedienen van de tekeninstrumenten: liniaal, winkelhaak, passer en graadboog.

Terzelfder tijd zal de leraar geleidelijk de theoretische begrippen aanbrengen, die vervat zijn in het leerplan en die tot grondslag moeten dienen van de beredeneerde meetkunde. Hij zal in de studie van elke vorm stof vinden tot suggesties en tot opzoekingen, die belangwekkend zijn voor de leerlingen. Deze lessen moeten levendig zijn, zij moeten gebruik maken van de intellectuele activiteit der leerlingen, hun reacties opwekken en hun verbeelding ontwikkelen. Zij moeten ontdaan zijn van alle dogmatisme. De leraar zal het parallelisme opmerken, dat ten grondslag ligt aan de verdeling der leerstof in punt 2, 3, 5 van het leerplan dezer intuitieve meetkunde. Hij zal er op steunen om nuttige vergelijkingen te maken en orde te scheppen in de gedachten der leerlingen. De begrippen van gelijkheid

en ongelijkheid, van maat, van som en verschil, bevat in de drie hierboven vermelde punten, moeten een concrete basis hebben. Bij de studie der hoeken in 't bijzonder, zal de leerling modellen in karton vervaardigen, die hem zullen toelaten de bewerkingen van vergelijking, optelling, aftrekking, enz. uit te voeren, bewerkingen waarvan de beschrijving in de handboeken uitsluitend beroep doet op zijn al te onervaren verbeelding. De analoge studie voor de bogen kan bijv. geschieden door middel van stukken ijzerdraad, gebogen volgens een zelfde straal. De studie van punt 5 zal bovendien moeten leiden tot een beredeneerd gebruik van de gradenboog.

Het verwerven van al deze begrippen moet gepaard gaan met toepassingen, die beroep doen op het rekenen en het tekenen.

Voorbeelden: nagaan of een liniaal volkomen recht is; twee lijnstukken tekenen, waarvan som of verschil gegeven zijn in centimeter en die daarenboven verbonden zijn door een eenvoudige betrekking; twee hoeken berekenen, die elkaars complement of supplement zijn en die daarenboven verbonden zijn door een betrekking; op verschillende driehoeken doen nagaan dat de som der hoeken gelijk is aan twee rechte hoeken; de eigenschap der basishoeken van een gelijkbenige driehoek doen nagaan; door middel van vouwen de loodlijn oprichten in een punt of neerlaten uit een punt op een rechte; nagaan of een winkelhaak nauwkeurig is; de eigenschap van elk punt der middelloodlijn van een lijnstuk doen nagaan; door middel van vouwen, nagaan dat de drie middelloodlijnen in een driehoek door eenzelfde punt gaan en de eigenschappen van dat punt doen vaststellen; de verzameling van alle punten doen vinden, die op een gegeven aantal centimeter gelegen zijn van een gegeven rechte; een punt doen vinden, dat op gegeven afstanden ligt van twee gegeven rechten; de verzameling van alle punten doen ontdekken, die op gelijke afstand liggen van twee gegeven rechten; met behulp van de graadboog enkele merkwaardige hoeken construeren: 45° , 60° , 30° , . . . , de hoeken van een gelijkbenige driehoek doen berekenen als één hoek gegeven is; de waarde der hoeken van een gelijkzijdige driehoek doen berekenen, enz.

Als toepassing op de ontwikkeling der lichamen bijv. zal de leerkracht eveneens vraagstukken opgeven, die op natuurlijke wijze het kader van het lager onderwijs verwijden en die tevens nuttig zijn voor het inoefenen van het metrieke stelsel. Voorbeeld: een doos doen vervaardigen, waarvan men de totale oppervlakte, de zijdelingse oppervlakte en één afmeting geeft.

Op aanschouwelijke manier zal de leraar zijn leerlingen insgelijks belangrijke meetkundige begrippen verklaren zoals de gelijkvormig-

heid, de symmetrie, de voortbrenging van een lijn door de beweging van een punt, van een oppervlak door de beweging van een lijn, van een lichaam door de beweging van een oppervlak, enz.

Zo is het bijvoorbeeld gemakkelijk, ter gelegenheid van het vervaardigen op een gegeven schaal van oppervlakken en lichamen, in de geest der leerlingen het begrip „gelijkvormigheid”, te doen ontstaan, waarbij de uitdrukking „gelijkvormigheidsfactor” synoniem is met „schaal”. Het berekenen der oppervlakten en der inhouden van de aldus gevormde figuren zal eveneens toelaten de eigenschap van de verhouding der oppervlakten en inhouden van gelijkvormige figuren na te gaan. Zonder moeite kan men dan dergelijke meetkundige begrippen in verband brengen met opgaven van vraagstukken van practische rekenkunde, wat aanleiding geeft tot belangrijke toepassingen met hoge vormende waarde.

Evenzo zal de leraar de symmetriën van het vierkant, de rechthoek, de kubus, de cirkel, de bol doen vaststellen. Hij zal eveneens de aandacht der leerlingen vestigen op het aantal hoekpunten, ribben en zijvlakken der beschouwde figuren, op hun ligging rondom een hoekpunt, een ribbe, een zijvlak en de wijze waarop deze elementen samenhangen.

Om aanzienlijk tijdverlies te vermijden, zal de les in de constructieve meetkunde gecoördineerd worden met de tekenles en de les in de handenarbeid.

C. Handenarbeid.

Wenken betreffende de interpretatie van het leerplan van handenarbeid met het oog op de coördinatie handenarbeid-intuïtieve meetkunde-tekenen.

Tijdens de om de drie weken gehouden vergadering voor de leraars van de zesde zal de leraar in de intuïtieve meetkunde overleg plegen met zijn collega's in de handenarbeid en het tekenen over het didactisch materieel, dat met het oog op de coördinatie van de drie leervakken tijdens de volgende periode van drie weken vervaardigd of getekend moet worden. Het didactisch materieel omvat: te vervaardigen lichamen, gemakkelijk te plooien vlakke figuren, gecoteerde schetsen.

Iedere leerling houdt een schrift met geruit papier groot formaat dat hij medebrengt telkens als er les is in de intuïtieve meetkunde, de handenarbeid of het tekenen. Dit schrift zal bevatten:

a) ontwikkelingen van het vervaardigde lichaam, de vlakke figuren. Deze ontwikkelingen en vlakke figuren vervaardigd tijdens de les in de handenarbeid worden ook onder deze lessen in het

schrift geplakt, doch enkel nadat de leraar in de intuïtieve meetkunde ze niet meer als te manipuleren didactisch materieel nodig heeft.

b) traceeroefeningen met instrumenten, uitgevoerd tijdens de lessen in het tekenen en de intuïtieve meetkunde.

c) gecoteerde schetsen te maken onder de leiding van de leraar in het tekenen.

d) samenvattingen van de voornaamste eigenschappen van de lichamen en de vlakke figuren als ook definities van nieuw aangeleerde begrippen, zoals: bissectrice, zwaartelij, enz. Deze samenvattingen en definities worden tijdens de lessen in de intuïtieve meetkunde in het schrift geschreven.

Daar het vervaardigen van sommige meetkundige figuren te veel tijd vergt, zal het niet mogelijk zijn ieder jaar alle oefeningen uit te voeren. Derhalve is het raadzaam een serie houten meetkundige lichamen voorhanden te hebben, in hoofdzaak doorgesneden meetkundige lichamen.

Volgorde waarin de te vervaardigen meetkundige lichamen aan de beurt kunnen komen: rechthoekig parallelepipedum, kubus, recht driezijdig prisma waarvan het grondvlak een rechthoekige driehoek is, recht parallelepipedum, regelmatig viervlak, regelmatige zeszijdige pyramide, omwentelingscylinder en omwentelingskegel.

De vlakke figuren voor de les in de intuïtieve meetkunde worden vervaardigd al naar gelang de leraar in dit vak ze nodig heeft.

Op enkele van de vervaardigde lichamen zal men vlakke doorsneden aanbrengen, b.v. doorsneden die een rechthoekig parallelepipedum laten uiteenvallen in een recht parallelepipedum en twee driezijdige prisma's, enz.

Omgekeerd zal men door samennemen van lichamen van een zelfde soort het verband tussen twee soorten van lichamen aantonen, b.v. drie bepaalde pyramiden geven kubus, twee congruente regelmatige viervlakken geven achthoek.

Het spreekt vanzelf dat, bij het vervaardigen van lichamen, niet uitsluitend de weg "ontwikkeling — lichaam", zal gevolgd worden, maar ook de weg "eerste lichaam — tweede lichaam". Wenselijk is, dat van ieder lichaam twee ontwikkelingen gemaakt worden, één in karton uitsluitend voor de les in de handenarbeid, en één in papier.

LEERPLAN VOOR DE VIJFDE (alle afdelingen).

Rekenkunde

1. Gelijkheden: eigenschappen. Ongelijkheden: begrippen.
2. Herhaling van de hoofdeigenschappen betreffende de hoofdbewerkin-

gen van de natuurlijke getallen, en uitbreiding tot de breuken. Letter-formulering.

3. Machten. Stellingen.

4. Samengestelde breuken: herleiding tot gewone breuken. Berekenen van vormen waarin samengestelde breuken voorkomen.

5. Quotiënt van twee natuurlijke getallen op één eenheid nauwkeurig. Definities. Twee stelsels van grondbetrekkingen. Aanschouwelijke verklaring van de regels voor de deling.

6. Benaderde waarde van een getal op een eenheid en op een tiendelige eenheid nauwkeurig. Benaderde quotiënten van twee getallen tot op een tiendelige eenheid nauwkeurig.

7. Hoofdrekenen. Niet-tiendelige maten (hoek-, boog-, en tijdmaten); bewerkingen. Methoden van de voorlopige onderstelling en van de teruggaande oplossing. Mengsels, legeringen, enkelvoudige intrest en disconto. Vraagstukken ontleend aan de andere vakken en aan het dagelijks leven. Gebruik van diagrammen.

Algebra

1. Eenvoudige vraagstukken die leiden tot een vergelijking van de eerste graad met één onbekende.

2. Relatieve getallen. Bewerkingen met relatieve getallen: regels en hoofteigenschappen. Getallenschaal. Breuken.

3. Algebraïsche vormen; getal waarde. Optelling, aftrekking en vermenigvuldiging van eentermen en veeltermen. Merkwaardige producten. Deling van een eenterm en van een veelterm door een eenterm.

Meetkunde

In de lessen van handenarbeid worden de volgende meetkundige figuren in ware grootte of op schaal vervaardigd: regelmatige veelhoeken, ellips, parabool, schroeflijn, regelmatige prisma's, regelmatige pyramiden, afgeknotte pyramide, kegel, afgeknotte kegel.

Deze vervaardigde figuren zullen bestudeerd worden in de lessen van wiskunde en bij deze studie zal de aandacht vooral gevestigd worden op de kenmerkende elementen, de eigenschappen en in het bijzonder op de gebeurlijke symmetriën. In de lichamen zal men merkwaardige doorsneden aanbrengen: de doorsnede van een cylinder met een willekeurig vlak, het verdelen van een kubus in drie congruente vierzijdige pyramiden, en andere.

Samen met het voorgaande zullen de theoretische begrippen, aangebracht in de zesde, grondig herhaald en aangevuld worden en zal men de volgende punten bestuderen:

1. Congruentiegevallen van willekeurige driehoeken.
2. Eigenschappen van gelijkbenige en gelijkzijdige driehoeken.
3. Loodlijnen en schuine lijnen. Congruentiegevallen van rechthoekige driehoeken.
4. Ongelijkheden in een driehoek.
5. Evenwijdige rechten.
6. Som der hoeken van een convexe veelhoek.
7. De vierhoek en de bijzondere gevallen.
8. Eerste begrippen van meetkundige plaatsen.
9. Merkwaardige punten in een driehoek.

*Methodologische wenken bij dit programma.**Algemene beschouwingen.*

Dat de wiskundige vorming van de leerlingen grotendeels afhangt van de wijze waarop de leraar in de vijfde klasse zich van zijn taak kwijt, is duidelijk. Het is misschien niet overdreven te beweren, dat het welslagen van het latere wiskunde-onderwijs in grote mate van hem afhangt. Hij staat voor de zware taak de eerste stappen van de leerlingen op het terrein van het abstracte te leiden. Hij zal derhalve de gids zijn die de leerlingen regelmatig van het concrete naar het abstracte voert. En de lust van het betreden van en het zich bewegen op dat nieuwe terrein zal voor een zeer groot gedeelte afhangen van de wijze waarop de leraar de weg kiest, alsmede van het aantal keren dat hij met hen van het ene naar het andere over en weer gaat.

Dat de rekenkunde, de algebra en de meetkunde niet gescheiden zijn door ondoordringbare tussenschotten, doch integendeel met de overige takken van de wiskunde een organisch deel vormen, zal wel door niemand worden ontkend. Indien dus in het programma de te behandelen punten van rekenkunde, algebra en meetkunde afzonderlijk werden aangeduid, zo gebeurde dat niet om er op te wijzen dat ze als zelfstandige entiteiten dienen opgevat, doch wel om vast te leggen wát van elk dient gegeven te worden. Het zal tot de taak van de leraar behoren, zijn leerstof in overeenstemming te brengen met deze van zijn collega's in de andere vakken zoals de wetenschappen, de handenarbeid en het tekenen.

Rekenkunde.

Hoewel reeds in de zesde, ja zelfs op de lagere school, letterformuleringen van eigenschappen gegeven worden, is het slechts van de vijfde klasse af, dat letters systematisch zullen gebruikt worden. Hierbij moet men zeer omzichtig te werk gaan; resultaten zullen enkel bereikt worden indien men aanschouwelijke bewijzen en bewijzen met getallen aan de algemene bewijzen laat voorafgaan. Het is aan te raden het bewijs met letters naast het bewijs met getallen te stellen, want het abstracte ontvangt steeds zijn helderheid van het concrete. Het hoeft geen betoog, dat de intuïtief-bevatelijke eigenschappen van gelijkheden en de eerste begrippen van ongelijkheden een uitstekende gelegenheid bieden om het nut te doen uitschijnen van het gebruik van letters bij het in formule brengen van algemene eigenschappen.

Om alle misverstand te vermijden, is het wellicht niet zonder belang te omlijnen wat gegeven dient te worden over de ongelijk-

heden; de transitieve eigenschap en de ongelijkheden afgeleid uit één ongelijkheid of uit meerdere ongelijkheden in dezelfde zin. In de, ter toelichting, gekozen numerieke voorbeelden zal men bij voorkeur gebruik maken van breuken; dit zal de gelegenheid bieden om bij het begin van het schooljaar de rekenregels voor de breuken te herhalen.

Punt 2 van het programma laat ons toe letters te gebruiken voor het leveren van algemene bewijzen. Indien de leraar enkele bewijzen te subtiel acht voor zijn leerlingen, moet hij deze er van verwittigen, dat hij voorlopig een leemte laat bestaan, die later wordt aangevuld.

Onder de stellingen over machten zijn deze begrepen over het kwadraat van een som en van een verschil van twee getallen, alsmede over het product van een som met het verschil van twee getallen.

Bij de behandeling der samengestelde breuken zal men zich beperken tot het strikt onontbeerlijke: definitie, herleiden tot gewone breuk en hoofdeigenschap. Men zal de leerlingen zonder meer mede delen, dat de eigenschappen van de bewerkingen met gewone breuken eveneens toepasselijk zijn op de samengestelde breuken; de aldus gewonnen tijd zal besteed worden aan het maken van talrijke oefeningen.

Punt 5 gewaagt van de twee stelsels grondbetrekkingen tussen deeltal, deler, quotiënt en rest. De gelijkwaardigheid van deze stelsels zal niet bewezen worden. Hoofdzaak is dat de leerlingen klaar zien in de betrekking

$$bq \leq a < b (q + 1)$$

Het gebruik van een getallenas is aan raden, dit met het oog op punt 6. Van de algorithmus voor de deling zal enkel een aanschouwelijke verklaring gegeven worden.

Ook in de vijfde moet aan het hoofd- en cijferrekenen een ereplaats worden toegekend, en de leraar zal geen gelegenheid laten voorbijgaan, integendeel: hij zal systematisch naar gelegenheden zoeken, om de leerlingen aan het rekenen te zetten.

Het oplossen van vraagstukken moet over het hele jaar verspreid worden, en de wenken, die geven werden voor de zesde, gelden ook voor de vijfde.

Algebra.

Men beginne de studie van de algebra met het oplossen van eenvoudige vraagstukken die leiden tot een vergelijking van de eerste graad met één onbekende. Hierbij is het aan te raden dezelfde

vraagstukken langs rekenkundige weg te behandelen en de twee methoden van oplossing naast elkaar te plaatsen om enerzijds het nut te doen uitschijnen van het gebruik van letters die onbekenden voorstellen, en anderzijds het ongekunstelde, het éénvormige van de algebraïsche oplossingsmethode op de voorgrond te plaatsen.

Al moet de leraar over een grote vrijheid beschikken bij de keuze der methode voor het invoeren van relatieve getallen, toch verdient het aanbeveling deze getallen in te voeren door middel van meetbare grootheden zoals winst en verlies, ligging boven of onder de zeespiegel, stand t.o.v. een bepaalde oorsprong.

Het is nodig, dat de leerlingen een grote vaardigheid verwerven in het algebraïsch rekenen. De leerlingen kunnen de zin van een enigszins ingewikkelde redenering niet vatten indien de rekentechniek al hun aandacht opslokt. De leraar moet dus de moeilijkheid voorkomen door de leerlingen vele bewerkingen op te leggen, door ze gewend te maken aan orde in de bewerkingen wat, zo nodig, toelaat bewerkingen naar goeddunken te onderbreken en te hervatten. Men vermijde echter rekenoefeningen op te ingewikkelde vormen, die later van generlei nut zijn.

Meetkunde.

Meestal kennen de leerlingen slechts zeer oppervlakkig de op het programma vermelde en in het leven veelvuldig voorkomende figuren. In samenwerking met haar collega's die de lessen in handenarbeid en het tekenen geven zal de leerkracht die kennis verstevigen en verruimen. Het ontleden van die figuren zal de gelegenheid bieden om reeds geziene algemene begrippen te herhalen, vast te leggen en eventueel uit te breiden. Deze herhaling zal te baat genomen worden om langs deductieve weg enkele eenvoudige eigenschappen te bewijzen, zoals de gelijkheid van overstaande hoeken en de loodrechte stand van de bissectrices van twee nevenhoeken. In de vijfde klasse is het immers, dat de deductieve methode voor het eerst wordt toegepast, om na geleidelijk de voorrang genomen te hebben op de intuïtieve en proefondervindelijke methode, de gebruikelijke methode te worden voor het bewijzen van meetkundige eigenschappen.

In verband met het aanwenden van deze methode dienen nochtans enkele reserves en aanbevelingen gemaakt, waarvan de meeste ook voor de vierde klasse gelden.

Eigenschappen, die de leerlingen vanzelfsprekend lijken, zullen niet bewezen worden. We halen aan: het existentiebewijs van de loodlijn op een rechte, van de bissectrice van een hoek, van het

midden van een lijnstuk. Het bewijs van deze eigenschappen kan de leerlingen slechts afkerig maken van de meetkunde. Daarom stellen men dergelijke bewijsvoeringen uit totdat de vorming van de leerlingen er hen toe brengt de noodzakelijkheid daarvan in te zien. De aldus gewonnen tijd zal toelaten vlugger de studie van de driehoek aan te vatten. Het onderwijs over de meetkundige eigenschappen mag geen axiomatisch-droog en abstract uitzicht krijgen. Het moet aanknopingspunten zoeken in de aanschouwing, en de intuïtie en de waarneming tot uitgangspunten kiezen; hierbij kan de constructieve meetkunde een zeer belangrijke rol spelen. Zo kan de constructie in ware gedaante van driehoeken er de leerlingen toe brengen het minimum aantal voldoende elementen te vinden nodig voor de congruentie. Hierop zullen de classieke bewijzen van de congruentiegevallen van driehoeken volgen.

De vervaardigde figuren zullen bij iedere geschikte gelegenheid gebruikt worden om aangeleerde eigenschappen te illustreren en uiteenzettingen aan te vullen. Zo zal bij het invoeren van het begrip evenwijdige rechten ook het bestaan aangetoond worden — op de vervaardigde lichamen — van een ander soort niet snijdende rechten. Op de lichamen zullen bovendien vlakke doorsneden aangebracht worden, die de nader te bestuderen vlakke figuren opleveren. De leerkracht verliese nooit uit het oog dat geen resultaten kunnen bereikt worden zonder de belangstelling van de leerlingen te hebben opgewekt. Om die reden zal de leerkracht haar onderwijs plaatsen in het teken van het „ontdekken” en zal zij steeds de nieuwsgierigheid van de leerlingen prikkelen. Bewijzen worden dan ook niet louter megedeeld; ieder bewijs moet integendeel een ontdekkingsoefening zijn.

Het voorafgaandelijke mededelen van het besluit vergemakkelijkt blijkbaar de taak van de leerlingen. Zij zullen voor het leveren van het bewijs op de goede weg gebracht en gehouden worden door de leerkracht, die hierbij de socratische methode zal volgen en bestendig beroep doen op de opmerkingsgave en het redeneervermogen der leerlingen.

De leerkracht zal echter niet uitsluitend de voorgaande werkwijze aanwenden. Wanneer het te behandelen probleem er zich toe leent, zal men ook als volgt te werk gaan: zonder het te bereiken doel voorop te stellen zal men, uitgaande van duidelijk in het licht gestelde gegevens, de analyse van die gegevens leiden, de gevonden resultaten doen coördineren, om zo ten slotte tot het besluit te komen. Deze methode draagt er daadwerkelijk toe bij de leerlingen te gewennen aan een juist waarnemen en een correct besluiten, en

verwekt bij hen de indruk dat zij zelf een eigenschap ontdekt hebben in de figuur.

Toegepast in de zin van bovenstaande richtlijnen zal de deductieve methode de beginnelingen er van overtuigen, dat een bewijsvoering geen louter geheugenwerk is, en men zal aldus bereiken, dat de leerlingen bewijzen heropbouwen door uitsluitend te steunen op redenering en op een minimum aan het geheugen toevertrouwde begrippen. Men zal er zelfs toe komen, dat de leerlingen, na korte tijd bij aangepaste toepassingen zelfstandig bewijzen zullen vinden. De leerkracht zal vermijden te veel definities ineens te geven; deze zullen slechts geleidelijk en ten gepaste tijde ingevoerd worden. Ten einde bij de leerlingen de zorg te wekken voor het juiste woord en voor de nauwkeurigheid van de taal zal hij strenge, bondige en duidelijke formuleringen van de eigenschappen eisen.

Het programma van de vijfde slaat vooral op de eigenschappen van driehoeken en vierhoeken; de leerkracht zal nochtans, waar het mogelijk is, steeds de cirkel erbij betrekken, onder meer bij de studie van de merkwaardige punten van de driehoek.

De begrippen van symmetrie ten opzichte van een rechte en ten opzichte van een punt, die reeds aangebracht werden in de zesde, zullen hernomen en bij elke gelegenheid op de voorgrond geplaatst worden. In die gedachtengang zal men niet nalaten figuren te groeperen die om reden van symmetrie nauw met elkaar verwant zijn, zoals bijvoorbeeld rechthoekige driehoek, gelijkbenige driehoek, en ruit. Men zal ook wijzen op het verband tussen rechthoek en rechthoekige driehoek en van deze laatste zal de hoofdeigenschap van de zwaartelijns op de hypotenusa bewezen worden, alsmede de eigenschap dat de hypotenusa middellijn is van de omgeschreven cirkel.

Het verwerken van de leerstof zal gebeuren aan de hand van goed gekozen toepassingen, die men zal gebruiken om duidelijk de oplossingsmethoden te belichten. De leerkracht mag niet nalaten ook enkele constructievraagstukken te behandelen, om het belang te doen uitschijnen van de reeds bestudeerde meetkundige plaatsen (middelloodlijn, bissectrice, cirkel, koppel rechten, evenwijdige met een gegeven rechte en op een gegeven afstand daarvan). Men zal er op wijzen dat de ellips en de parabool ook meetkundige plaatsen zijn. Het verdient aanbeveling de leerlingen al hun nota's over meetkundige plaatsen te doen groeperen. Wij willen deze wenken niet besluiten zonder er de nadruk op te leggen, dat een samenwerking tussen de leerkrachten voor wiskunde, tekenen en handenarbeid volstrekt noodzakelijk is.

LEERPLAN VOOR DE VIERDE (alle afdelingen).

Rekenkunde

1. Verhoudingen (getallen en grootheden). Maatgetal van een grootheid. Evenredigheden: definities en eigenschappen. Recht en omgekeerd evenredige grootheden.

2. Deling van twee natuurlijke getallen: herhaling der grondbetrekkingen. Eigenschappen van de deling en van de deelbaarheid (met bewijs).

3. Grootste gemene deler door de methode der opeenvolgende delingen: beredeneerde studie, eigenschappen. Kleinste gemeen veelvoud. Betrekking tussen de grootste gemene deler en het kleinste gemeen veelvoud van twee getallen.

4. Gebruik van een tafel der kwadraten der natuurlijke getallen. Nauwkeurige vierkantswortels en vierkantswortels op één eenheid en op een tiendelige eenheid nauwkeurig. Worteltrekking (zonder bewijs).

6. Vraagstukken op te lossen door de methoden bestudeerd in de vorige klasse; Samengestelde intrest en gebruik van de tafels.

Algebra

1. Algebraïsch rekenen: herhaling.

2. Deling van een veelterm door een tweeterm. Proefondervindelijk vaststellen van de reststelling en van de regel voor het quotiënt bij deling door $x - a$.

3. Ontbinding in factoren. Grootste gemene deler en kleinste gemeen veelvoud. Rationale breuken.

4. Identiteiten en vergelijkingen: definities. Oplossen van een lineaire vergelijking met één onbekende. Vraagstukken.

5. Getallenongelijkheden. Ongelijkheden van de eerste graad met één onbekende.

6. Oplossen van stelsels van lineaire vergelijkingen. Vraagstukken.

7. Eenvoudige bewerkingen met wortelvormen van de tweede graad.

8. Invoeren van het begrip veranderlijke en functie, uitgaande van problemen ontleend aan de natuurkunde en de meetkunde. Men beperke zich tot de functies ax , $\frac{a}{x}$ en x^2 waarbij a positief en numeriek is. Die functies grafisch voorstellen.

Meetkunde

1. De cirkel: herhaling van de in de vorige klassen aangeleerde begrippen. Onderlinge ligging van rechte en cirkel. Raaklijn aan een cirkel. Boog en koorde. Onderlinge ligging van twee cirkels. Het meten van hoeken door cirkelbogen. Meetkundige plaatsen. Werkstukken over de rechte en de cirkel. Constructies van driehoeken.

2. Evenredige lijnstukken. Gelijkvormige driehoeken en veelhoeken. Oppervlakte van veelhoeken. Metrieke betrekkingen in rechthoekige driehoeken. Constructies.

Goniometrische verhoudingen van een scherpe hoek; gebruik van de tafels der natuurlijke waarden; oplossen van rechthoekige driehoeken.

3. Inschrijven in een cirkel van de volgende regelmatige veelhoeken; vierkant, achthoek, zeshoek, driehoek; berekening van de elementen uitgedrukt in de straal. Elementaire begrippen van de verhouding van de cirkel tot de middellijn.

4. Begrippen van de meetkunde in de ruimte; eenvoudige berekeningen van elementen van regelmatige lichamen.

Methodologische wenken bij dit programma.

A. Rekenkunde.

Bij de theorie der verhoudingen zal men niet nalaten de eigenschappen van een reeks ongelijke verhoudingen en het rekenkundige gemiddelde te behandelen.

Van de twee stelsels grondbetrekkingen der deling zal de gelijkwaardigheid bewezen worden. In verband met punt 3 zal men zich beperken tot het opzoeken van het kleinste gemeen veelvoud volgens de natuurlijke methode, de methode door ontbinding in ondeelbare factoren (vanzelfsprekend zonder bewijs) en de methode gesteund op de te bewijzen betrekking $ab = D(a;b) \times v(a;b)$.

Men zal de leerlingen inwijden in het gebruik van een tafel der kwadraten van de natuurlijke getallen van 1 tot 100 om de benaderde vierkantswortels van een getal tot op een eenheid of op een tiendelige eenheid nauwkeurig te laten berekenen.

Aan de theorie van de vierkantswortel zal vanzelfsprekend een herhaling van de eigenschappen der machten met exponent twee voorafgaan.

Van de regel der worteltrekking zal geen bewijs worden gegeven; zo mogelijk geve men een aanschouwelijke verklaring van de regel; in elk geval moet aan de hand van een proef de juistheid van het bekomen resultaat nagegaan worden.

Het gebruik van de tafels in verband met vraagstukken over samengestelde intrest beperke men tot de u^n en v^n -tafels.

B. Algebra.

Een grondige herhaling van het algebraïsch rekenen aan de hand van zorgvuldig gekozen oefeningen zal het onderwerp uitmaken van de eerste lessen in de algebra.

In verband met punt 2 mag men ook een drieterm tot deler nemen

Voor de ontbinding in factoren beperke men zich tot 2,3 en 4-termen; men zal steeds de aandacht vestigen op het verband: graad veelterm — maximum aantal lineaire factoren. Van de vierde af moeten de leerlingen zeer heldere begrippen hebben van vergelijkingen en stelsels van vergelijkingen. De woorden wortel, stel oplossingen, gelijkwaardige oplossingen moeten voor hen een welbepaalde betekenis hebben. Van de stellingen over de gelijkwaardigheid zal nog geen bewijs gegeven worden; men zal de te gebruiken stellingen aanhalen en de leerlingen mededelen, dat deze stellingen zullen bewezen worden in de volgende klasse.

Het kunnen oplossen van vergelijkingen en stelsels blijft de hoofdzaak.

Men bestede een gans bijzondere aandacht aan de keuze der vraagstukken.

In verband met punt 8 weze opgemerkt, dat hier enkel het begrip functie van een onafhankelijk veranderlijke dient gesticht te worden. Uitgaande van rechtevenredige grootheden en omgekeerd evenredige grootheden, die zo talrijk optreden in problemen van de natuurkunde en de meetkunde, zal men het verband tussen functie en argument aanschouwelijk voorstellen aan de hand van grafieken, waarvan men punten zal bepalen (zonder te gewagen van abscis en ordinaat) uitgaande van een waardentabel.

Deze grafische voorstellingen zullen ook gebruikt worden om de waarde van het argument af te leiden uit de functiewaarde.

C. Meetkunde.

In de vierde wordt de meetkunde hoofdzakelijk langs zuiver deductieve weg verder uitgebouwd, wat niet wil zeggen dat het aanschouwelijk element helemaal dient geweerd.

De voornaamste punten uit het leerplan voor de vijfde, in het bijzonder de meetkundige plaatsen zullen herhaald en aangevuld worden. Zo zal de cirkel stelselmatig bestudeerd worden en deze studie zal toelaten de theorie van de meetkundige plaatsen uit te breiden.

Aldus zal men, o.a., naast de classieke meetkundige plaatsen ook nog de volgende beschouwen: die van de middelpunten van de cirkels met gegeven straal en rakend aan een gegeven rechte of cirkel die van de cirkels rakend in een gegeven punt aan een gegeven rechte of cirkel; die van de middens der gelijke koorden in een cirkel; of van de middens van de koorden, die door een zelfde punt van de cirkel gaan.

De kennis van een stel meetkundige plaatsen vereffent de weg tot het oplossen van werkstukken betreffende de driehoeken en de cirkels.

In verband met de constructievraagstukken dient bijzondere aandacht geschonken aan de te volgen methode. Men moet de leerlingen daarbij gewennen aan het maken van een analyse op een met zorg getekende figuur, die de gegevens duidelijk doet uitkomen. Na de uitvoering der constructie, gevolgd door het bewijs, zal men overgaan tot de bespreking, indien ze niet te moeilijk is.

Aan de hand van goed gekozen toepassingen zal de leerkracht het belang doen blijken van het meten van hoeken door cirkelbogen en van de eigenschappen van ingeschreven vierhoeken.

Aan de theorie van de gelijkvormigheid zal de leerkracht bij-

zondere aandacht wijden. De definities zullen langs intuïtieve weg aangebracht worden; hiertoe zal de leerkracht steunen op de reeds aangeleerde begrippen in verband met de reproductie op schaal van een gegeven figuur. Het zal wel overbodig zijn te wijzen op het feit, dat een parallel dient getrokken tussen de congruentie en de gelijkvormigheid van driehoeken.

Als oefening zullen de leerlingen de voorwaarden tot gelijkvormigheid opzoeken voor de gebruikelijke figuren zoals: gelijkbenige en rechthoekige driehoeken, parallelogrammen, rechthoeken, ruiten. Het belang van de hoofdeigenschap over de verhouding van de oppervlakten van twee gelijkvormige figuren zal men aantonen door oefeningen zoals de constructie van een figuur, gelijkvormig met een gegeven figuur, waarbij de verhouding van de oppervlakten gegeven is, het verdelen in een onbepaalde verhouding van driehoeken door constructie van een evenwijdige met één der zijden, enz. De klassieke elementaire constructies (vierde evenredige; derde evenredige, middelevenredige, vierkant waarvan de oppervlakte de som of het verschil is van de oppervlakten van twee andere vierkanten) zullen aangewend worden om lijnstukken te construeren, waarvan de maatgetallen gegeven worden door eenvoudige betrekkingen (bv. $x = \sqrt{ab + cd}$).

In verband met de eigenschap dat de verhouding van de oppervlakten van veelhoeken steeds terug te brengen is tot de verhouding van twee lijnstukken, zullen enkele toepassingen over het verdelen van oppervlakten gegeven worden.

Gelet op de coördinatie van natuurkunde en wiskunde, en ten einde de leerlingen, die enkel de lagere cyclus van het middelbaar onderwijs doorlopen, enige nuttige begrippen van driehoeksmeting mee te geven, bevat het leerplan de elementaire studie van de goniometrische verhoudingen ($\sin$, $\cos$, $\tan$) van een scherpe hoek, alsmede het gebruik van de tafels der natuurlijke waarden. De toepassingen op rechthoekige driehoeken zullen uitsluitend een praktisch en numeriek karakter dragen, bv. eenvoudige topografische oefeningen, over afstanden, berekeningen in verband met de beweging op een hellend vlak.

Bij de elementaire studie van de regelmatige veelhoeken zal men zich beperken tot de gelijkvormigheidsstelling van regelmatige veelhoeken met eenzelfde aantal zijden en het berekenen van de elementen van een convexe regelmatige 4-, 8-, 6-, 3-hoek. Deze berekening zal de gelegenheid bieden om te wijzen op de waarden van de goniometrische verhoudingen van 30° , 45° , 60° . Steunend op de intuïtie zal men de stelling over de verhouding van de cirkel-

omtrek tot de middellijn aanbrengen en experimenteel zal men van deze verhouding benaderde waarden opzoeken.

In verband met het gedeelte van het leerplan, dat handelt over de meetkunde in de ruimte zal men zich houden aan, zuiver intuïtieve begrippen van de onderlinge stand van twee rechten (loodrechte stand), van een rechte en een vlak (loodrechte stand) van twee vlakken; (loodrechte stand); verder de eigenschap van de loodlijn en de schuine lijnen ten opzichte van een vlak, de tweevlakshoek en de drievlakshoek (rechte tweevlakshoek en rechte drievlakshoek). Men zal tot die begrippen geraken door te steunen op de waarneming van de in de vorige klassen vervaardigde lichamen. Van enkele lichamen zal men elementen berekenen als toepassing op de betrekkingen in de rechthoekige driehoek.

De programma's voor de hogere cyclus liggen nog ter studie en zullen in de loop van dit schooljaar bekend gemaakt worden.

Wij stellen ons dan ook voor in een volgende bijdrage hierop terug te komen.

Bij die gelegenheid kunnen we dan ook een en ander vertellen over de vorming van de leerkrachten M.O.

Dr. G. Bosteels

Studieprefect van het Koninklijk Atheneum te Gent.

DIE DEZENTRALISIERTE ORGANISATION DES MATHEMATIKUNTERRICHTES IN DER SCHWEIZ.

von

Dr. ERWIN VOELLMY.

Der *Aufbau* des Schweiz. Mathematikunterrichtes lässt sich nur aus der *Geschichte* und *Struktur* meines Vaterlandes verstehen. *Die Demokratie kommt bei uns von unten*. Ländliche wie Städtische Gemeinden waren zunächst unabhängig. Sie verzichteten auf einen Teil ihrer Rechte zugunsten der Kantone; diese wieder delegierten dem Schweizerbund die wichtigen Hoheiten wie Post, Zoll, Armee und äussere Politik. Sie beharrten jedoch auf ihrer Schulhoheit schon wegen der verschiedenen Sprachen (deutsch, französisch, italienisch, romanisch). Ein Versuch des Bundes, die Schulen insgesamt zu beaufsichtigen, ist unter dem Schlagwort des „Schulvogtes“ vom Volk abgewiesen worden.

Aber die *Eidgenossenschaft* hat durch eine moralische und eine praktische Massnahme einen gewissen Einfluss gewonnen.

Einmal verpflichtet die Bundesverfassung die Kantone, ihre Jugend unterrichten zu lassen und zwar kostenlos und obligatorisch; der Bund unterstützt mit beträchtlichen Mitteln diese Volksschule; er kontrolliert sie aber nicht. Das tun die Kantone. Soviele Kantone, soviele Schulgesetze!

Zweitens hat der Bund die Ausbildung der medizinischen Personen (Aerzte, Zahn- und Tierärzte, Apotheker und Lebensmittelchemiker) durch das sogenannte *Medizinalgesetz* dermassen genau geregelt und zwar mit der Mittelschule beginnend, dass die Kantone nicht umhin können, ihre Mittelschulen darnach zu richten! Das eidgenössische Reglement vom Jahre 1925 sieht drei Typen der Matur vor: A klassisch mit Griechisch und Latein, B neusprachlich mit Latein, C ohne Latein (nur fakultativ), aber mit mehr Mathematik, Biologie, Physik und Chemie. Das Maturitätsreglement schreibt für diese Typen die Prüfungsanforderungen und damit das Niveau vor. Darüber macht als eidgenössische Behörde die Maturitätskommission, zusammengesetzt aus Professoren, Lehrern und Aerzten, u. stark unter medizinischem Einfluss.

Diese Kommission anerkennt durch ein Konkordat einige 20

höhere Mittelschulen als fähig, ihre Maturprüfungen unter kantonaler Kontrolle selber abzuhalten; sie organisiert jedoch diese Prüfungen genau so, wie Sie es in Holland halten, für die übrigen Schulen und die privat Vorbereiteten.

Eine ganz zentrale Organisation würde bei uns an der Verschiedenheit der Sprachen, Rassen und Schularten scheitern.

Zugunsten einer freiwilligen Einheitlichkeit wirkt jedoch die Einsicht der einzelnen, modern auf Universitäten ausgebildeten Mathematiklehrer; zusammengefasst wird diese Kraft im Verein Schweiz. Mathematiklehrer. Er ist eine Sektion des Gymnasiallehrervereins (zu den Gymnasien zählen wir alle Schulen, die zur Matur führen). Der Verein der Mathematiklehrer ist die zahlreichste, am besten zusammenhaltende und unternehmungslustigste Sektion.

Sie hat durch Vorträge und Fortbildungsferienkurse schon früher viel geleistet, ihren stärksten Aufschwung aber seit 1928 genommen. Damals hat sie auf den Antrag meines, leider seither verstorbenen, Kollegen Dr. Otto Mautz beschlossen, der Vielzahl der Lehrmittel ein eigenes *Unterrichtswerk* entgegenzustellen, bestehend aus Leitfäden und Aufgabensammlungen; 1939 ist noch meine 5-stellige Log.-Tafel hinzugekommen (1950 achte Auflage).

Die deutschsprachigen Mitglieder stehen unter der vom Verein ernannten *Lehrmittelkommission*, präsiert von Prof. Dr. Buchner in Basel; die französ. sprechenden haben ihre eigene „Commission romande des manuels“ unter Prof. Marcel Post, Lausanne. Beide lassen ihre Werke von verschiedenen Autoren behandeln und von privaten Verlegern drucken; sie haben keine staatliche Hilfe beansprucht. Der Verleger für die deutschsprechende Schweiz, Orell Füssli in Zürich, hat bis Ende 1949 in runden Zahlen 200 000 Bändchen verkauft und einen Umsatz von 500 000 Fr. überschritten. Sie werden verstehen, dass der Einfluss der reichsdeutschen Bücher und sogar der Pariser Einfluss auf null zurückgegangen sind. Wir waren darüber besonders froh während der Nazizeit und des Krieges, da wir ohne unsere Selbsthilfe überhaupt nicht genügend Bücher gehabt hätten.

Wenn ich noch auf die Logarithmentafel eintrete, so deshalb; weil sie neben allem, was man in einer solchen Tafel findet, noch eine Formelsammlung von 29 Seiten enthält. Die eidg. Maturitätskommission hat es gestattet, diese Formeln in den Prüfungen nachzuschlagen. Natürlich gilt das auch für andere schriftliche Arbeiten, und es hat den methodischen Fortschritt gebracht, das Schwergewicht vom Auswendiglernen auf den Bau und die Anwendung der Formeln zu verlegen.

Unter den Lehrmitteln französischer Sprache, die etwas später herausgebracht wurden, befinden sich eine „Arithmétique“, eine „Planimétrie“ und neuerdings eine auf dem Vektorbegriff aufgebaute „Trigonométrie“ von Post und Pauli (Neuchâtel); nach dieser soll die deutschsprachige Trigonometrie umgebaut werden, und ebenso werden die Bücher über Analytische Geometrie, noch im Druck, auch auf dem Vektor basieren. Mein Genfer Kollege Paul Exterman hat auch die Log.-Tafel für französische Gebräuche angepasst, z.B. in der Formelsammlung.

Die italienisch-sprechende Schweiz macht leider nicht mit: noch ist sie zu stark nach Italien orientiert, da sie keine eigene Universität besitzt.

Als Ersatz für entsprechende ausländische Zeitschriften geben wir die „*Elemente der Mathematik*“ heraus, 6 Nummern im Jahr; 8 sind geplant. In Prof. Dr. Louis Locher, Winterthur, haben wir einen sehr rührigen Redaktor, in Rud. Birkhäuser, Basel, einen opferwilligen Verleger.

Endlich gestattet uns die Maturkommission, zu unserem persönlichen Gebrauch, aber nicht zur Veröffentlichung, Maturaufgaben zu reproduzieren; ihnen beigelegt sind Aufgaben aus der Aufnahmeprüfung der E.T.H., der Eidgenössischen Technischen Hochschule. Es stehen welche hier zur Verfügung, aber ebenso für Ihren eigenen Gebrauch, nicht zur Veröffentlichung.

Alle diese nicht-offiziellen Mittel tragen zu einer gewissen Vereinheitlichung bei. Ich enthalte mich eines Vergleiches mit Ihrem System. Nur eine Frucht unseres freieren Systems sei kurz erwähnt: der schweizerische Ingenieur kommt auf der ganzen Welt gut herum.

Da Ihr gemüthlicher Kongress auch mit dem *Stoff* zu tun hat, möchte ich eine mögliche Frage kurz vorweg beantworten, die nach der *Infinitesimalrechnung auf der Mittelschule*. Sie ist beim Typus C obligatorisch, in A und B fakultativ. Aber die Lehrer nehmen auch dort die einfachsten Fälle gern durch. Sie halten dafür, dass die Schüler das wichtigste Werkzeug des modernen, dynamischen Denkens in der Mathematik wenigstens als Begriff und Vorstellung kennen lernen soll.

OUTLINE OF THE ADDRESS BY W. J. LANGFORD, J. P.,
M. SC., HEADMASTER OF BATTERSEA GRAMMAR SCHOOL,
LONDON AT THE CONFERENCE OF DUTCH MATHEMATICS
TEACHERS HELD AT BAARN, HOLLAND FROM 16TH TO
19TH AUGUST 1950.

1. *The English System of Secondary Education.*

The situation described in this lecture refers only to England and Wales: Scotland and Northern Ireland have a separate organisation, though the fundamental work in mathematics is no doubt similar. Early English education was entirely in the hands of the Church, but from the 14th Century onwards Grammar Schools were founded by private benefactors — (Eton by King Henry VI in 1440, Winchester by William of Wykeham in 1382, St. Paul's School by Dean Colet in 1509 and my own School by Sir Walter St. John in 1700) — usually for the education of 'poor' scholars. The name 'grammar' implies that the essential element in the teaching was Latin grammar, but the ultimate scope in the education of a University graduate was facility in the seven liberal Arts. Mathematics played some important part, though the range of the work was little more than Euclid (in Latin) and the elements of Algebra. In the 19th Century many of the English public Schools (e.g. Marlborough) were founded on a proprietary basis and the Education Act of 1902 made possible the creation of County Schools for secondary education. The latest Act of 1944 has done much to clarify the system, though it is even now by no means simple.

2. *The Development of Public Examinations.*

Until the early years of the 20th Century there were few facilities for public examination in any subject apart from the matriculation examinations of the various Universities, but about 1920 a national system was established. There were 8 Examining authorities and two main examinations; School Certificate taken at the age of about 16 and Higher Certificate taken after 2 or 3 years more work in advanced subjects. Both examinations were taken by boys and girls, and, in both, mathematics had a distinguished place. In School Certificate the candidate could take Elementary Mathema-

tics, Mechanics and Advanced Mathematics as three separate subjects, while in Higher Certificate, Pure Mathematics and Applied Mathematics ranked as 2 of the main subjects. This system has served its purpose and comes to an end this year. In 1951 we shall have a unified system with only one examination — the General Certificate of Education — though there will still be the same 8 Examining Boards. The earliest age at which the candidate may now sit is 16 years.

These public examinations led to prescribed syllabuses in mathematics, and most Schools have used them in planning the scope of their work; it was always possible, and will still be so, for a School to submit its own special syllabus for approval by the examining authority which had been chosen. A great change came about in 1944 when a conference of teachers and examiners presided over by Professor G. B. Jeffery of the London Institute of Education published the Jeffery report. This advocated an "alternative" syllabus in elementary mathematics and suggested that there should be three mixed papers instead of the customary 3 separate papers in Arithmetic with Trigonometry, Algebra and Geometry. This alternative is now widely used in the Schools, and is supported strongly by the Mathematical Association.

3. *The History of Mathematical Teaching.*

This is largely the history of the Mathematical Association, since this is the only organisation to deal to any extent with recommendations about methods of teaching the subject. Founded in 1871 as the Association for the Improvement of Geometrical Teaching this organisation of teachers of mathematics drawn from Schools, Colleges and Universities, concerned itself to remove Euclid's Elements — a book written over 2,000 years ago for mature Greek minds — from the harmful position it had always occupied in English Schools for 300 or 400 years. This revolution took about 40 years to accomplish and it would be safe to say now that the Elements is not used as a text book in any English School. The Association then turned its attention to the wider field of mathematical teaching, and now, as the Mathematical Association, it exercises a profound influence on teaching methods in English Schools of all kinds, Secondary, Primary and Preparatory; Public or State; Grammar, Technical or Modern. In the years from 1902 onwards a long succession of reports has been published for the guidance of teachers, and this work still continues. There are at present 6 major reports available (Arithme-

tic, Algebra, Mechanics, Trigonometry and 2 on Geometry), another on Calculus will be published this year, and several others are being drafted.

4. *The Syllabus in Mathematics in a Grammar School.*

Boys and girls enter our grammar Schools at the age of about 11 years and stay for 5, 6, 7 or in a few cases 8 years. In this first 5 years almost all will cover a syllabus in elementary mathematics comprising Arithmetic, Algebra, Pure Geometry, and a little Trigonometry. The more able ones, who intend to continue with mathematics as a subject in the Advanced Course, may also make a start in Mechanics, Calculus and Coordinate Geometry in this first 5 years. For those who continue the subject into the Advanced Course — our so-called Sixth Form which usually consists of pupils in 3 separate years of study in a wide variety of subjects — about one fifth of the week's instruction will be devoted to Pure Mathematics and another fifth to Advanced Mechanics (called in the syllabuses Applied Mathematics), and with this work the student usually reads Physics and possibly also Chemistry. The pupil who has successfully completed this 7 year course is sufficiently advanced to enter the first year degree course at a University and to read for an Honours degree in Mathematics which should be obtained in another 3 year's work.

The lecturer's own syllabus in Mathematics, compiled when he was a Senior Mathematics Master in a large London Grammar School was available, and it showed the sub-division of the work in each section of the subject over the 8 years of the full course from entry at 11 years old to the University Open Scholarship candidate at 19 years of age.

5. *Entry to Secondary Education.*

At the age of about 11 years all boys and girls in the State primary Schools, as well as many others in private preparatory Schools, take an examination on which is based the transfer of each child to secondary education. These examinations are conducted by the "local authorities" and the number entering English secondary grammar Schools over the whole country is between 15 % and 20 % of the age-group. In some areas, notably London, the proportion is higher and may reach as much as 25 %. The remainder enter what are now known as secondary modern Schools in which the statutory leaving age is now 15 years, but will in the future be 16 years as soon as new buildings and more teachers are available.

6. *Organisation of a grammar School.*

The following scheme is that which operates in Battersea Grammar School, a day School for 550 boys, but the same fundamental principles exist in many English Schools, though it must be emphasized that the decision concerning the curriculum in any School will rest entirely with the Governors and the Headmaster.

The School is organised in 3 parts. In the junior School, i.e. the first 3 years of the course, there are 9 forms of about 30 to 35 boys. On admission the boys are graded by ability, the best third becoming 1A, the next third 1B and the remainder 1C. The work includes elementary mathematics (Arithmetic, Algebra, and Constructional Geometry) and French, and the syllabus in each subject is the same for all three forms, though the more able boys cover a wider field; nevertheless the examination papers at the end of the year are the same for all these forms, being set on the complete syllabus as laid down by the various Senior Subject masters. In the second and third years the same scheme prevails; Latin is introduced in the second year in all forms and the mathematics is extended to include a little numerical trigonometry in the third year. During a boy's progress through the three years he may be moved from one "stream" to another according to his progress.

In the middle School, at the fourth year, a complete revision takes place. The boys are again divided into 3 forms, but now by consideration of their natural aptitude for School studies rather than by their ability. In form 4 Arts are the 30 boys whose main strength is in languages; in addition to French and Latin they will study English, History, Geography, Mathematics and either German *or* Greek. In form 4 Science are the 30 boys whose main strength is in Science; in addition to Mathematics they will study English, History *or* Geography, French, Physics, Chemistry and either Mechanics *or* Biology. The remaining boys go into a form in which they receive a general education comprising English, History, Geography, French, Mathematics and General Science.

In the fifth year the courses are the same though the number of subjects is slightly reduced. Throughout the five years all boys receive some training in Art and Crafts (wood and metal work) while in the last two years technical drawing and the theory of music are also available.

In the Upper School, or Sixth Form, there are three main courses.

- (a) In Arts where the boys choose 3 or 4 subjects from the following scheme:

1. English or Pure Mathematics. 3. History or German or Greek.
2. French or Geography. 4. Latin.
- (b) In Natural Science where the boys study Pure Mathematics, Applied Mathematics, Physics and Chemistry.
- (c) In Medical Science where the boys take Physics; Chemistry, Botany and Zoology.

The scope of the work in Mathematics in the middle School includes trigonometry, a little Calculus and Coordinate Geometry with the elements of statics, dynamics and hydrostatics. In the Upper School all these branches are carried forward to a reasonable level and by the end of his School career a boy who has been through the Science course should have done a certain amount of analysis, some projective geometry and differential equations, with a working knowledge of homogeneous coordinates, determinants and vectors.

7. *Conclusions.*

It will be seen that with the revision of the public examinations, the impact of the Universities through their Scholarship examinations and the powerful influence of the Mathematical Association, the work in Mathematics now being done in English Schools is in a healthy state. There is general approval of the syllabuses as now prescribed and opportunity is available for the opinion of teachers to influence future progress. One great source of anxiety is the small number of really qualified mathematicians now entering the teaching profession. Most of them are now being attracted to industry, to scientific research or to commerce by financial rewards far greater than those available in the Schools.

In the best Schools the standard of mathematical teaching is high and has risen steadily in the last 20 years; in some of the smaller Schools, especially some private Schools for girls, the standard is all too low due mainly to lack of teaching technique on the part of poorly qualified or ill-trained teachers. It is to give help to teachers in all Schools that the Mathematical Association publishes its reports, and it is now turning its attention seriously to a new and vast problem which has been created by the Education Act 1944 in raising the School leaving age from 14 to 15 years at present, and in the future to 16. This has extended the School life of about 80 % of the School population by a year, and this clearly calls for an extension in the mathematics which is to be taught to these children. The fact that they are not in grammar Schools implies that their intelligence level is not high so that most of the work which has been

discusses is quite beyond them, and they can tackle little more than Arithmetic with the simplest ideas in Algebra and Geometry. Thus to give these children a worth-while mathematical training clearly calls for a new technique in teaching and for new syllabuses of work.

It is the hope of those who are both mathematicians and teachers that in the years which lie ahead this will be achieved so that all our children will receive a mathematical training suitable to their needs and in keeping with their ability.

8. *Religious Education.*

The Education Act of 1944 contained, for the first time in English educational history, the deliberate provisions that the school day must begin with a religious service and that there must be religious instruction in all schools. The first of these provisions is merely the statutory recognition of what was already the established practice in the great majority of Schools, but the second ensures that some instruction in spiritual matters is continued throughout the School education of all boys and girls. If the School's foundation was a religious one then the service and the instruction will quite properly be according to the appropriate formulary, though adequate safeguard on grounds of conscience exists for children whose upbringing has been of another persuasion. Moreover, in such a School a certain number of the teaching staff will be "reserved" i.e. chosen to be of the same religious faith as that named in the foundation. If there is no religious tradition associated with the School then none of the Staff will be "reserved", the daily service will be undenominational and the instruction according to a syllabus published by the local authority and "agreed" by a Committee which includes representatives of the Church of England and the Free Churches (unhappily the Roman Catholics have not found it possible to join these Committees though membership was offered to them). In such a School if parents desire that the child should receive denominational instruction then, in certain conditions, the pupil may be withdrawn from School for this purpose.

THE TEACHING OF MATHEMATICS IN THE DANISH SENIOR SECONDARY SCHOOL.

by

MOGENS PIHL.

The Danish Senior Secondary School is divided into three sides: the classical side, the modern language side, the science side. This division takes place after the ninth or tenth school year at the end of the so-called Middle-School, which begins with the sixth or seventh year of school attendance. Before entering the Middle School the pupils have been selected so that the ones not qualified for the Middle School are sorted out and given a special type of education.

The teaching of mathematics in the Middle School comprises *plane geometry* to an extent corresponding to the first books of Euclid's Elements, with their abstract and axiomatic character of course considerably toned down, and *algebra*: rational numbers, theory of proportions, equations of the first and second degree, powers with positive integers as exponents, square roots. On this basis each of the two language sides gives for two years two weekly 50-minute lessons in mathematics, whereas the science side gives six weekly lessons through three years.

The instruction given on the two language sides is identical and comprises: powers with rational exponents, roots and theory of logarithms, the polynomial of 2nd degree, trigonometry, the basic ideas of analytic geometry, arithmetic and geometric progressions, and theory of compound interest. This instruction has always been subject to severe criticism because of its inability to captivate the interest of the pupils, and recently a committee for the revision of Senior Secondary School education has proposed its abolishment, — from which, however, there has been a strong reaction on many parts, not only among Secondary School Teachers in mathematics, and the matter is still pending. If this instruction is kept up, there is no doubt that it will be thoroughly revised, and here two tendencies are clearly discernible. One group wants to make the instruction more utilitarian by emphasizing such aspects of mathematics as will be of immediate use in later life, e.g. statistics and knowledge of such simple financial operations as every citizen may come across.

Another group, for which I am a spokesman, wants to emphasize the epistemologic importance of mathematics and the value of acquainting the pupils on the language sides with the history of mathematics in antiquity, as this history to a particular degree bears witness to the interrelations of the ancient cultures. By refraining from a strictly systematic structure, and not being obliged to pay attention to any direct utilitarian purpose, but concentrating on interesting, freely chosen, concrete problems the holders of these views hope to be able to awaken the pupils' interest in the mathematical world and understanding of its humanistic value, if I may say so. I have myself tried this kind of instruction in the Danish Teachers' High School for Elementary School Teachers seeking further education, and have now applied for permission to try out the same ideas on the two language sides of the Senior Secondary School. The plan is that the instruction should comprise: History of the concept of number, the most fundamental ideas of the theory of irrational numbers with special attention paid to the historical development, the geometric algebra of the Greeks and its use in solving equations of the 2nd degree, Eudoxos' theory of proportions, approximation of irrationals by rationals, the non-denumerable infinity of real numbers, logarithms, powers and roots starting with logarithms as the fundamental concept, demonstration by induction, elementary infinitesimal determinations of some areas and volumes, the theory of similar figures and its practical applications including the introduction of the trigonometrical functions. Everywhere emphasis should be laid on a thorough treatment of concrete problems rather than on the representation of systematic theories, and through a number of examples, taken e.g. from the history of mathematics, it should be attempted to awaken the pupils' interest in and understanding of the mathematical argument.

If we now turn to the instruction given on the science side, the most conspicuous fact is that in the course of the last twenty years this instruction has assumed a more and more exact and abstract character as a reaction from the more reckless methods of earlier times. The consequence is a theoretical system so rigorous that it even surpasses what is elsewhere ventured by the university professors in their introductory lectures on mathematics. There is given not only an exhaustive theory of irrational numbers with its "epsilon-logic", i.e. the exact formulation of any process involving the concept of infinity, but also such concepts as continuity and the existence of the definite integral of a continuous function are subjected to exhaustive treatment. The pupils learn the proofs of

such propositions as for instance the one saying that a continuous function in a closed interval reaches its upper and lower bounds, and some textbooks operate with the distinction between a function increasing at a point or in an interval belonging to the domain of definition. Moreover axiomatic considerations have of late years gained more ground, so that for instance one textbook begins by stating the axioms for the use of the fundamental operational symbols $+$, $-$, $.$, and $:$ and also attempts an axiomatic structure of geometry stating e.g. the axioms used in the concepts of congruence and moving of figures.

I believe that many Danish teachers of mathematics realize that this development has gone too far, but also that it would be unreasonable to return to the less exact arguments based on immediate — and often deceptive — imagination. Pedagogically the mistake is, of course, that the pupils are confronted with an exact structure before the need for such a structure has been awakened in them. That e.g. a continuous function which is positive for one value of the argument and negative for another is zero somewhere between the two values, seems so evident to most pupils that they do not immediately realize the necessity of a proof of this. On the other hand there is in the realization of the fact that the immediate imagination may fail, or that it may be a sport to evade it, so much pedagogic instruction as to the ease with which we are hampered by prejudice that it seems to me unreasonable not to a certain degree to cultivate the abstract tendency of modern mathematics also when teaching in the Senior Secondary Schools. Still it seems to me unpedagogic to do so by means of theoretical systems as is now the case. My point of view is this: through concrete examples we should accustom our pupils to the sort of criticism from which the need for the exact and abstract argument arises, and, — also from examples — show how this argument can be carried through, after which we often need not shrink from postulating that this argumentation can also be carried through in a more general sense. Or expressed in a slightly different way: it does not matter that the teaching of mathematics is founded on a larger number of unproved presumptions than necessary if only these presumptions are clearly formulated and the pupils from suitable examples have realized their necessity; the reduction of presumptions to a minimum is not matter for Secondary School teaching, but the pupils should clearly realize the existence of this problem. In this connection it is worth noticing that Danish textbooks in mathematics often begin their statement of some complex of problems in such a way that it is not made clear to

the pupils from the outset what is aimed at, and why it is aimed at, whereas the whole necessary preparatory apparatus is immediately developed systematically, the authors resigning themselves to the hope that the logical conviction is enough for the pupils — which, of course, it is not, nor is it for us. Features from the history of mathematics might occasionally be of value here as an appropriate introduction to the problems in question, as done by O. Toeplitz in a recent book (*Die Entwicklung der Infinitesimalrechnung I*, Verlag Springer, 1950), which I can warmly recommend to my audience. In this connection there is also reason to mention Courant and Robbins's excellent book "What is Mathematics?", which will no doubt for some time to come be a source of inspiration to the teaching of higher mathematics.

As for the subject matter of the teaching of mathematics on the science side of the Danish Sec. Schools it does not, as far as I can see, differ very much from what is taught in other countries, so a short enumeration will suffice: elementary number theory finishing with the theorem of the unique decomposition of a number in primes elementary algebra finishing with the corresponding theorem of the unique decomposition of a polynomial, trigonometry, including trigonometrical equations, geometrical loci including the conic sections, analytic geometry, differential — and integral calculus of a real function of one variable, powers, roots, and logarithms, generally based upon the natural logarithm defined as the well-known integral, geometry of solids including the regular polyhedras, compound interest, permutations and combinations, complex numbers, demonstration by induction.

As for written work the usual practice is for the pupils to hand in their answers to six problems every week, contained in two papers at most. The problems generally aim at training the application of the matter previously gone through, and in the questions set for the final examination by a committee the above-mentioned exact and abstract teaching is not felt, these questions always being of a very concrete nature. In contradistinction to what is the case in many other countries the final examination is entrusted to the school itself, the assessors nearly always being colleagues from other schools; the university and other colleges for advanced education do not interfere with any part of the examinations but admit the students sent up by the schools; the Technical High School of Denmark and certain other colleges for advanced education — but not the university — only admit pupils who have reached a sufficiently high mark.

While attendance was originally greatest on the language sides, this state of affairs has for the last decades been reversed. This rush to the science side has resulted in a considerable number of pupils being detained for another year in the first form of the Senior School, or they give up attendance. Also in the second form a number of pupils are kept back for a year, but it is seldom that the pupils do not pass the final examination at the end of the third form.

At the moment there is a considerable want of mathematics and science masters with academic training — and such are almost exclusively used in the Sec. Schools — a want which is particularly felt outside Copenhagen and its environs. A main reason is the fact that the majority of students with a talent for mathematics choose to become civil engineers, for whom the financial prospects are much better; another reason is to be sought in the fact that the study of the exact sciences at the university of Copenhagen is rather difficult so that many must give up half-way.

This study of the exact sciences at the university of Copenhagen endures 5—7 years and is divided into three steps. The first 2—3 years all the students of mathematics physics, astronomy and chemistry are studying the same subjects: calculus, geometry, theoretical mechanics, experimental physics, the elements of astronomy, inorganic, organic and a little physical chemistry, practical exercises in physics, chemistry and astronomical observations. It is this part of the study which is so difficult and often three quarter of the number of students do not pass the examination for the first time, but they are allowed to try once again. The next step is the so called teachers examination which also is the same for the students of the different subjects who, however, at the same time are studying their special subjects. The study for the teachers examination originally was intended to prepare the students directly for the problems of instruction in the exact sciences but has now more the character of the study of the elementary problems from an advanced standpoint in the spirit, so to say, of Felix Kleins famous *Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint*, so that stress is laid upon the fundamental problems of epistemological nature often viewed at in the light of the history of the sciences. Especially in mathematics this study is very interesting and stimulating and of great importance for the teachers to be. The senior secondary school has nothing to do with the instruction given here, which is purely theoretical, and this is, in my opinion, a very good thing. I must confess that I am a little afraid of mixing up pedagogical problems with the university studies, as this interference—advocated

by some students and teachers—very easy may result in a devaluation of the scientific studies, which must be the foundation of the training of senior secondary school teachers.

Soon after the examination for the first part of the study of the exact sciences the students have chosen their special subjects for the final examination and in the last year or two they are studying only this subject.

After — occasionally some years before — the final university examinations the students must pass through the so called pedagogical course, which consists of a theoretical and very easy study of the history of pedagogics, childrens psychology and the most fundamental facts concerning sanitation at the schools and legal problems of the Danish schools, and a practical course at a school under the direction of experienced teachers. After having passed through all the examinations mentioned the student can be appointed as a senior secondary school teacher with the title of an adjunct, but the fixed appointment first occurs after two years. After 15—18 years the adjunct generally is appointed to a lecturer, which only means a higher salary, the duties being the same. As over all in the world the salaries are very low. So low that there is now a danger of not getting first-class teachers in sciences and mathematics. An adjunct or a lecturer is obliged to teach 27 lessons—each 50 minutes—every week and gets ordinarily for correcting of problems an extra salary corresponding to 3—5 lessons every week. In average a lecturer earns about 7000 fl at the year which is much lesser than the income of all other university-trained people in Denmark.

Only few of the Danish secondary school teachers have time enough left to continue their scientific studies. But there is among the teachers of mathematics actually a vivid interest for the problem connected with the teaching of mathematics, and a relative large number of text-books have appeared in the last decades. The problem in question now, I suppose, is to tone down the rather abstract character of this instruction and to concentrate the efforts on the more pedagogical problems.

MATHEMATIQUES ET CINEMA D'ENSEIGNEMENT

Conférence avec présentation de films faite au Congrès des Professeurs de Mathématiques de Baarn (Hollande) le 19 Aout 1950 par Monsieur Jacquemart, Professeur agrégé de Mathématiques au Lycée Pasteur (Neuilly—France), Membre du Conseil Supérieur de l'Education Nationale.

Monsieur le Ministre,
Monsieur le Directeur de l'Enseignement Secondaire,
Mes chers Collègues,

Avant d'aborder mon sujet, je vous prierai de vouloir bien m'excuser de m'exprimer en français et non dans votre propre langue; les films que je vous présenterai tout à l'heure auront, par contre, l'avantage de développer mes idées dans ce langage mathématique qui ne connaît pas de frontières et peut être compris universellement.

Pourquoi ai-je eu l'intention d'introduire le film de mathématiques dans notre enseignement?

Quels sont les principes directeurs de ce procédé pédagogique nouveau?

Comment et vers quel but ont été réalisés les films qui vous seront présentés?

Telles sont les questions auxquelles je me propose de répondre ici.

Vous savez aussi bien que moi, par expérience, que l'élève n'accepte pas facilement le „tout fait”. Plus son intelligence est grande, plus il cherche instinctivement le „pourquoi” d'un résultat ou d'une propriété. En particulier, il aime à voir se créer progressivement les figures de géométrie les plus complexes. A la progression des idées correspond une progression dans la structure des symboles qui les expriment; or cette progression, pour être féconde et laisser une empreinte durable dans les esprits, doit être prudente et nuancée, souvent complétée par des répétitions, des retours en arrière, qui soumettent le dynamisme du professeur à une épreuve continue. Et pourtant, quel que soit ce dynamisme, il se présente un moment où, limité dans son effort par ses propres moyens matériels d'expression, il préfère abandonner le tableau noir, pour s'exprimer par des gestes. Il m'est arrivé, personnellement, et je

suis sûr que c'est le cas pour beaucoup d'entre vous, de faire une démonstration entière en suggérant les divers aspects de la figure à la manière d'un mime; et de nombreuses expériences m'ont confirmé que ce procédé d'expression donnait d'excellents résultats auprès d'une grande majorité d'élèves.

L'inconvénient de cette méthode pédagogique est qu'elle ne laisse qu'à des traces visuelles passagères et qu'elle n'est utilisable que pour expliquer certaines situations.

Ainsi notre effort pédagogique est limité tout d'abord par le fait qu'une figure déjà tracée est statique et, en outre, parce que le dynamisme du professeur se trouve nécessairement limité, soit au tableau, soit même dans les gestes, avec ou sans tracé.

Enfin, si le mouvement continu d'un point est réalisable par le professeur, il faut bien reconnaître que celui d'une ligne entière est totalement impraticable.

Ces constatations conduisent tout naturellement à l'emploi du film de dessins animés mathématiques chaque fois qu'il sera nécessaire:

1 — de présenter des figures ou un ensemble de symboles mathématiques variables en satisfaisant à la fois à la perfection graphique et à un dynamisme capable d'exprimer avec souplesse et dans toutes ses nuances les variations de forme ou de structure;

2. — de donner à l'élève une idée d'ensemble et la synthèse rapide d'un problème afin de satisfaire complètement son esprit,

3. — d'attirer l'attention des élèves, encore peu familiarisés avec les beautés abstraites des mathématiques, sur une forme semi-matérielle sans doute moins élevée de ces beautés, mais déjà suffisante pour les débutants que leur curiosité ainsi aiguïlée pourra conduire progressivement et plus facilement vers une esthétique mathématique plus abstraite.

Quels ont été maintenant les principes directeurs de la création de ces films destinés à l'enseignement secondaire?

Il est ici nécessaire de revenir en arrière et de constater que les expériences antérieures faites par M. d'Ocagne, MM. Ste-Lague, professeur au Conservatoire National des Arts et Métiers, en 1930, Painlevé et Ste-Lague, en 1937 et M. Cochin à la même date, offraient peu de renseignements sur ce point *car elles s'adressaient à un public différent*. M. le Professeur St-Lague a eu le grand mérite, il y a vingt ans, de créer et de réaliser lui-même quelques courtes bandes sur la Géométrie élémentaire. Son film le plus court durait 22 secondes, le plus long 6 minutes, ce qui représentait, pour ce dernier, 5.300 dessins photographiés un à un.

Ces films s'adressaient, au Conservatoire des Arts et Métiers, à un public de culture moyenne, très inégale, désirant recevoir des notions élémentaires de mathématiques.

Pour les élèves, dont beaucoup, déclarait M. Ste-Lague, étaient des visuels plutôt que des intellectuels, les films présentés au cours de la leçon ont été souvent une véritable révélation.

Les bandes créées par Monsieur Ste-Lague ont une valeur historique indiscutable et je tiens à rendre un cordial hommage à ce pionnier du cinéma récemment disparu.

En 1937, les films „Homothétie et Similitude” et „Quatrième Dimension” créés par M. Painlevé & Ste-Lague s'adressaient au grand public de l'Exposition internationale de 1937. Enfin, à la même date, un film sur la „Division” de M. Cochin était destiné aux jeunes élèves de l'enseignement primaire.

Comme on le voit, il m'était impossible de trouver un précédent dans le cadre même de l'Enseignement Secondaire. Après mûre réflexion, je me suis trouvé en présence de deux solutions possibles correspondant à des principes différents. Voici celle que j'ai adoptée:

Le film ne peut remplacer le professeur; il ne peut, à lui seul, remplacer une leçon ou même une démonstration; rien ne peut être substitué à ce travail patient et difficile qui consiste à expliquer, à analyser, à mesurer l'effort en fonction des réactions de la classe. Mais le rôle du film présenté après la leçon est d'illustrer ce qui vient d'être expliqué, de montrer dans toute sa perfection le développement d'une question que les nécessités pédagogiques n'avaient permis de présenter que par fragments et d'une manière discontinue.

Le film éclairera les points délicates, les ajustements difficiles. Sur ce tableau parfait qu'est l'écran, où s'inscrivent et s'effacent, sans laisser de ratures, les symboles et les traits les plus délicats; où les lignes jusqu'alors immobiles se meuvent et prennent vie, les yeux de l'élève, et ceux mêmes du professeur, découvriront des images de cet idéal mathématique auquel ils rêvaient sans pouvoir y atteindre.

Il est à peine besoin de dire à des pédagogues avertis l'intérêt que peut avoir aussi la présentation, par des procédés modernes, des propriétés mathématiques. Les films récréatifs de dessin animé ont toujours eu la faveur enthousiaste des petits et même des grands. Les créations d'un Walt Disney, et je pense en particulier à son „Fantasia”, où nous nous trouvons très près des mathématiques puisque l'auteur interprète la musique en symboles graphiques, sont dans toutes les mémoires. Il y a là un élément psychologique

précieux pour attirer l'enfant et le jeune étudiant vers le film purement mathématique.

Les *recoupements* entre la leçon et le film qui l'illustre seront des facteurs précieux de compréhension, et, chacun sait l'aide que peuvent apporter les *recoupements* d'une même idée, venue de sources différentes, pour sa fixation dans l'esprit.

En résumé, je considère le film mathématique comme un réanimateur d'idées et de propriétés déjà connues, comme un instrument de recoupement et de synthèse, et enfin comme un initiateur à la beauté purement abstraite des mathématiques par l'intermédiaire d'une esthétique, imparfaite sans doute, mais entièrement accessible aux jeunes esprits.

On s'étonnera peut être de ne pas m'avoir encore entendu évoquer, dans cet exposé, les possibilités du film pour le développement de l'intuition des jeunes élèves. Si j'ai réservé ce sujet, c'est en raison de sa complexité et des discussions qu'il peut soulever.

Le film, tel que je le conçois, est avant tout un procédé d'illustration; il sert à éclairer, à compléter, sans les remplacer, des démonstrations déjà faites. De sorte que l'appel à l'intuition ne s'y rencontre qu'occasionnellement, comme j'aurai l'occasion de le signaler lors de la présentation. J'estime, en effet, que l'appel systématique et trop fréquent à l'intuition, par la mise en évidence de propriétés non encore démontrées, risque d'habituer l'élève à se contenter d'enregistrer les propriétés sans démonstration, parce que le film les rend évidentes. Il y a là un danger sur lequel je crois utile d'insister et qu'il faut à tout prix éviter.

Lorsque, très rarement, mes films font appel à l'intuition, je recommande toujours aux usagers de donner à leurs élèves, dans le plus bref délai, les explications destinées à éclairer et à démontrer la propriété suggérée.

Je voudrais maintenant attirer votre attention sur la seconde solution qui pourra être ultérieurement envisagée pour la création de films de mathématiques, solution qui est d'ailleurs compatible avec celle que j'ai adoptée, mais qui ne semble pas encore réalisable, aussi longtemps que chaque professeur ne pourra pas disposer, dans sa classe, d'un appareil utilisable au cours d'une leçon.

Cette solution consisterait en la projection de très courtes bandes sur un sujet limité dans le cadre de la leçon elle-même; elle exige, comme il est facile de l'imaginer, un appareillage individuel assez onéreux dans un lycée où une dizaine de classes (et même plus) peuvent fonctionner en même temps, et, exigeraient autant d'appareils prêts à servir au cours de ces leçons.

Cette formule, préconisée par Monsieur Nicolle, mathématicien suisse, mérite de retenir notre attention; elle permettrait évidemment un appel plus fréquent à l'intuition, puisque la démonstration pourrait suivre immédiatement la présentation filmée de la propriété.

Mais, d'une part, les difficultés et le coût très élevé de l'installation d'appareils individuels de projection dans chaque classe, et, d'autre part, l'étude des expériences analogues faites pour l'utilisation d'appareils radiophoniques dans les établissements secondaires français, permettent de douter, au moins actuellement, du succès d'une telle entreprise.

Sous ces réserves, je ne verrai qu'avantage, avec Monsieur Painlevé, à utiliser un film très court „comme on utilise un morceau de craie pour écrire au tableau noir, sur un sujet extrêmement précis, à l'arrêter sur une image, à le projeter plusieurs fois de suite, et à le faire commenter par les élèves sous la surveillance du maître et avec l'entraide des élèves, car ce nouvel enseignement doit être entièrement basé sur l'entraide.”

Le tout est de savoir si cette solution est actuellement dans le domaine du possible. Par contre les réalisations qui vous seront présentées dans quelques instants sont utilisable par tout établissement doté d'un seul appareil et les principes de leur emploi en permettent l'usage sans bouleversement des emplois du temps.

Les principes pédagogiques qui m'ont guidé sont donc compatibles avec les conditions matérielles déjà réalisées, ou assez facilement réalisables dans tout établissement secondaire.

Il me semble maintenant utile de vous expliquer comment ont été exécutés les films.

La création d'une bande pose à l'auteur des problèmes complexes: en réalité, il s'agit ici d'un travail d'équipe, fruit de la collaboration de trois personnes.

L'auteur, pédagogue et scénariste, qui fournit le sujet, les idées et les premiers travaux de présentation; le réalisateur, homme de métier et cinéaste, qui connaît toutes les possibilités de l'expression de ces idées par le cinéma et qui est chargé de traduire, image par image, en minutant leur présentation, la pensée du pédagogue; enfin, le dessinateur photographe à qui revient la tâche matérielle de l'exécution et de la photographie des dessins.

Une bonne réalisation exige la collaboration continue de ces trois activités. Il est d'abord nécessaire que le pédagogue scénariste ait quelque expérience des nécessités de la traduction cinématographique; il risque, dans le cas contraire, de présenter des sujets

insuffisamment dynamiques, des figures matériellement irréalisables, des textes mal adaptés à la vision ou à la sonorisation.

Par ailleurs, il doit concilier l'adaptation de sa pensée avec la volonté de faire respecter les traditions, les méthodes, le vocabulaire et les notations classiques.

De son côté, le réalisateur, metteur en scène et spécialiste de cinéma, doit posséder une solide culture générale doublée, en ce qui concerne les films qui nous intéressent ici, de bonnes connaissances mathématiques. J'ai eu le bonheur de rencontrer en Monsieur Cantagrel, réalisateur de mes films, un véritable mathématicien et un technicien de haute valeur; auteur ou réalisateur d'une centaine de bandes dont beaucoup font au dessin animé une très large place, et, je suis heureux de lui rendre devant vous un hommage bien mérité.

Quant au dessinateurs, Monsieur Motard, ingénieur des Arts et Métiers et Madame Motard, il est à peine besoin de vous dire que leur habileté manuelle a également pour complément une bonne formation mathématique. Vous aurez tout à l'heure l'occasion d'apprécier la qualité exceptionnelle de leurs travaux; peut-être vous sera-t-il plus difficile d'imaginer avec quelle patience de bénédictin ils ont composé et photographié un à un, souvent avec plusieurs surimpressions sur pellicules, dont chacune avait un numéro d'ordre, les vingt mille dessins que comporte une bande dont la durée moyenne de projection est de quinze minutes environ. A eux aussi, vous me permettrez d'adresser un hommage reconnaissant.

J'en arrive maintenant aux films qui vont vous être présentés.

La création de „Polygones réguliers” et de „Familles de droites — Familles de paraboles” remonte à 1946/47. Ce sont mes premiers essais; comme dans toutes les tentatives de ce genre, et en l'absence de toute expérience antérieure, ils comportent des imperfections inévitables que je me suis efforcé d'éviter dans le troisième film sur les „Lieux géométriques”, présenté pour la première fois en janvier 1950.

Je serai d'ailleurs très intéressé par les remarques, les suggestions et les critiques que vous voudrez bien me présenter; elles compléteront le dossier très important que j'ai déjà réuni, depuis les impressions de nombreux élèves jusqu'aux observations des techniciens et des professeurs.

Voici d'abord les „*Polygones Réguliers*”

Ce film est muet; comme le suivant; j'avais, en effet, jugé cette

formule préférable au film sonore, de manière à réserver au professeur son entière liberté d'explication: car bien que la leçon soit supposée déjà faite, un tel film muet exige néanmoins un commentaire.

Après les expériences des deux premiers films, il est apparu que la sonorisation respectait quand même ce principe de liberté, puisqu'elle peut être supprimée facilement si on le désire. Le troisième film est donc sonore, en version anglaise et française.

Mais revenons aux „Polygones réguliers.”

Ce film de géométrie élémentaire est destiné aux élèves de 4ème, de 3ème et de 2°, ainsi qu'aux classes techniques de même niveau. Son déroulement vous paraîtra peut-être un peu rapide, comme dans tous les cas où un film muet passe sur un appareil sonore. Normalement cette vitesse devrait être réduite de 30 %.

Je crois inutile de faire le commentaire habituellement réservé aux élèves; peut-être pourrez-vous imaginer celui que vous leur présenteriez.

(Présentation du 1er Film)

„Familles de Droites — Familles de Paraboles” qui vous est présenté maintenant est un autre film muet sur la Géométrie analytique élémentaire.

La première partie „Familles de Droites”, est accessible au début aux élèves de 2°, et pour la plus grande partie de l'ensemble, aux élèves de 1ère et Math-Elem.

Cette bande a été pour nous l'occasion de remarques importantes sur la distribution et la densité des textes qui accompagnent les figures. Vous remarquerez facilement vous-mêmes les parties bien équilibrées et celles où le dosage croissant du texte finit par surcharger l'écran. En fait, nous sommes arrivés à cette conclusion que toutes les parties extérieures au graphique devaient être rédigées avec la plus grande concision de manière à ne pas détourner l'attention du spectateur de la figure elle-même.

(Présentation du 2ème Film)

„Lieux Géométriques”, le troisième film, qui traite des lieux géométriques élémentaires, est destiné aux élèves de 3ème et de 2°. Comme je l'ai déjà dit, ce film est sonore, aussi sobrement que possible, ce qui à d'ailleurs permis d'alléger sérieusement le texte écrit, conformément aux conclusions des expériences précédentes. Il existe en version anglaise et en version française.

(Présentation du 3ème Film)

Le film „*Famille de Droites — Familles de Paraboles*” a obtenu une médaille d'argent à la Biennale de Venise en 1948.

Le film „*Lieux Géométriques*” a obtenu une „Mention spéciale” à la Biennale de Venise en 1950.

VEREENIGING VAN LEERAREN IN DE WISKUNDE, DE
MECHANICA EN DE COSMOGRAFIE AAN HOOGERE
BURGERSCHOLEN EN LYCEA (WIMECOS)

De Jaarlijkse Algemene Vergadering zal op Woensdag 3 Januari a.s. in het Parkhotel, Stadhouderskade 25 te Amsterdam, worden gehouden. Aanvang half elf.

De definitieve agenda luidt als volgt:

1. Opening.
2. Notulen vorige algemene vergadering.
3. Jaarverslag.
4. Financieel verslag van de Penningmeester.
5. Vaststelling contributie volgend verenigingsjaar.
6. Verslag kascommissie.
7. Benoeming kascommissie.
8. Verslag commissie Leesportefeuille.
9. Wijziging Huishoudelijk Reglement.
10. Dispensatie Huishoudelijk Reglement.
11. Bestuursverkiezing wegens periodiek aftreden van de Heer G. A. Janssen als Voorzitter. Het Bestuur stel candidaat:
 - a. G. A. Janssen (aftr.)
 - b. Dr. D. N. van der Neut.
12. Lezing door Prof. Dr. G. Golst van de Philipsfabrieken over „Techniek en wiskunde”.
13. Nabeschouwing over de Wiskundeconferentie in Baarn.
14. Voortzetting van het debat over het Mechanicarapport.
15. Rondvraag.
16. Sluiting.

De Secretaris, Ir. J. J. Tekelenburg,
Bergselaan 13a, Rotterdam.

LEESPORTEFEUILLE-WIMECOS.

In aansluiting op het verslag van de lezing van Mr W. J. Langford delen we mede dat met ingang van 1 Januari 1951 onderstaande rapporten van de Mathematical Association over het onderwijs in Wiskunde en Mechanica in circulatie zullen worden gebracht:

- a.* The teaching of arithmetic in schools; 81 blz. (1929) 1948.
- b.* The teaching of algebra in schools; 113 blz. (1929) 1948.
- c.* The teaching of geometry in schools; 74 blz. (1923) 1948.
- d.* The teaching of trigonometry in schools; 100 blz. (1950).
- e.* The teaching of mechanics in schools; 84 blz. (1929) 1950.
- f.* The second report on the teaching of geometry in schools; 190 blz. (1939) 1948.

Een binnenkort te verschijnen rapport over de didactiek der differentiaal- en integraalrekening zal zo spoedig mogelijk aan deze reeks worden toegevoegd.

De leestijd voor elk der rapporten is niet 7 dagen, zoals voor de tijdschriften, maar 4 weken. Het leesgeld bedraagt 1,50 gld voor de gehele serie.

Opgaven voor deelneming kunnen vanaf heden worden ingezonden aan:

Drs P. Beimers, Breitnerstraat 23, Arnhem.

DE MATHEMATICAL ASSOCIATION, HAAR GESCHIEDENIS EN HAAR BETEKENIS VOOR HET ENGELSCH WIS- KUNDE-ONDERWIJS.

Inleiding. De opvatting dat Groot-Brittannië zeer conservatief is ten aanzien van het onderwijs in wiskunde aan de middelbare school is zeer verbreid; is niet b.v. — zoo zegt men — in Engeland „Euclid” synoniem met „meetkunde”? In het algemeen is deze meening ook juist of was ze dat althans. Veertig jaar geleden verklaarde FELIX KLEIN: „In England stand man am längsten im Banne der mittelalterlichen Euklidtradition, die dort zum Teil auch noch heute nachwirkt”¹⁾. En LIETZMANN, die in 1926 een studiereis naar Engeland maakte, schreef na zijn terugkomst: „Bei der Behandlung des Stoffes fällt in der Geometrie noch immer die starke Anlehnung an Euklid auf. Man weiss offenbar in allen englischen höheren Schulen sofort, welcher Satz bei I, 43 im Euklid steht, während es in Deutschland wahrscheinlich keiner unserer Tertianer wissen würde”²⁾. Aan den anderen kant heeft het juist in Engeland niet ontbroken aan pogingen, zelfs zeer radicale, om het wiskunde-onderwijs te vernieuwen. Het was immers daar, dat BENCHARA BRANFORD zijn „Study of mathematical education” schreef en dat JOHN PERRY een tot het uiterste doorgevoerd praktisch wiskunde-onderwijs verdedigde, met het gevolg, dat men omstreeks 1900 van een ware „Perry-beweging” kon spreken, welke heftige meningsverschillen en debatten verwekte³⁾. In het begin dezer eeuw was het T. PERCY NUNN, de bekwame directeur van het Institute of Education der Londensche Universiteit, die met zijn boeken het algebra-onderwijs in geheel nieuwe banen leidde⁴⁾.

¹⁾ F. KLEIN. Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus, 3. Aufl. 1925, II. bl. 231.

²⁾ Zeitschr. f. math. u. naturwiss. Unterr. 58. 1927. bl. 132.

³⁾ Vgl. de ook nu nog belangrijke monographie van J. WOLFF, Der mathematische Unterricht der höheren Knabenschulen Englands. Leipzig. 1915, bl. 67 vlgg.

⁴⁾ T. PERCY NUNN. The teaching of algebra (including trigonometry). London 1919. Dezelfde: Exercises in algebra (including trigonometry) I, II. London 1913—1914.

Trouwens, wie algemeene onderwijsrapporten in Engeland ¹⁾ en Schotland ²⁾ bestudeert, wordt getroffen door de vooruitstrevende meeningen, die daarin ten aanzien van het vak wiskunde worden uitgesproken.

Voorgeschiedenis en oprichting. „The contention that England was the greatest stronghold of Euclid is borne out by the large number of protests against it in that country”, zegt de Zuid-Afrikaner A. J. VAN ZIJL in zijn werk over het wiskunde-onderwijs in zijn land en elders ³⁾. En inderdaad, wie kennis neemt van de literatuur van ons onderwerp omstreeks 1865 wordt getroffen door de felheid, waarmede voor- en tegenstanders van Euclides elkaar bestreden, een heftigheid, die bij mijn weten op het vasteland niet is aangetroffen. Terwijl de eene partij de *Elementa* hoog prees als het beste wat men een leerling in handen kon geven, hielden anderen vol, dat het letterlijk volgen van dit meesterwerk wel het slechtste meetkunde-onderwijs beteekende, dat denkbaar was. De jeugd zelf schijnt tot de laatste zienswijze over te hellen, zooals kan blijken uit het gedichtje, dat, naar verhaald wordt, een jongen voor in zijn „Euclid” schreef:

If there should be another flood
Hither for refuge fly,
Were the whole world to be submerged,
This book would still be dry.

Hoezeer de partijen tegenover elkaar stonden blijkt o.a. uit de bespreking van een volgens nieuwere inzichten geschreven leerboek van J. M. WILSON in het tijdschrift *Athenaeum* ⁴⁾, waarin de recensent verklaarde: „It is obvious that the forces are mustering for a battle.” Een ding vooral was het, dat de conservatieven den vooruitstrevenden kwalijk namen. In deze jaren was een Fransch rapport over het onderwijs in Engeland en Schotland verschenen ⁵⁾, dat door de schrijvers in opdracht van hun Regeering was samengesteld. Hun ongunstig oordeel over het Engelsche wiskunde-onder-

¹⁾ Secondary Education with special reference to Grammar Schools and Technical High Schools (zoogen. Spens Report). London 1938. bl. 235—242.

²⁾ Secondary Education. A report of the Advisory Council on Education in Scotland. Edinburgh 1947. bl. 92—99.

³⁾ A. J. VAN ZIJL. Mathematics at the Cross-Roads. Cape Town 1942. bl. 95.

⁴⁾ The *Athenaeum*, Journal of Literature, Science and the Fine Arts, July—Dec. 1868, bl. 71—73.

⁵⁾ J. DEMOGEOT et H. MONTUCCI. De l'enseignement secondaire en Angleterre et en Ecosse. Paris 1868.

wijs, dat, volgens hen zich meer richtte tot het geheugen dan tot het begrip van den leerling, werd door de vooruitstrevenden met voorliefde aangehaald, wat dan weer de ergernis van de andere partij opwekte.

Voor de vernieuwers was het van groot belang, dat een man van invloed en gezag, tevens een man van temperament, zich openlijk aan hun zijde schaarde. Het was JAMES JOSEPH SYLVESTER (1814—1897), destijds hoogleeraar in de wiskunde aan de Militaire Academie te Woolwich. Op het congres van de British Association for the Advancement of Science te Exeter in 1869 hield hij als voorzitter van de sectie voor wis- en natuurkunde een openingsrede ¹⁾, waarin hij ook enkele gedachten geeft over het onderwijs in wiskunde. Hij zou wenschen — aldus zijn later vele malen aangehaalde uitspraak — „Euclid honourably shelved or buried „„deeper than did ever plummet sound”” out of the schoolboy's reach” ²⁾, ja, hij verklaarde zelfs: „The early study of Euclid made me a hater of geometry.”

In de kolommen van het toen juist opgerichte tijdschrift „Nature” vond deze uitspraak herhaaldelijk weerklank. In een ingezonden stuk „Euclid as a Text-book” in het nummer van 26 Mei 1870 (vol. 2, May—Nov. 1870, bl. 65—66) opperde RAWDON LEVETT, leeraar te Birmingham, het denkbeeld een „Anti-Euclid Association” (sic!) op te richten. In den loop van het jaar namen de plannen vastere vorm aan en werd een circulaire rondgezonden met het doel te geraken tot een Association for the Reform of Geometrical Teaching. Deze circulaire, die ook in „Nature” werd opgenomen (vol. 3, Nov. 1870—April 1871, bl. 169—170), was ondertekend door RAWDON LEVETT en drie anderen. De oprichtingsvergadering had — zoo lezen we een maand later in „Nature” (t.a.p. bl. 248) — op 17 Jan. 1871 in University College te Londen plaats: er was veel belangstelling, ook van de zijde van enkele der groote Public Schools (o.a. Eton, Harrow, Rugby en Dulwich). Tot voorzitter werd gekozen Dr. T. A. HIRST, waarna een werkprogramma werd opgesteld.

¹⁾ Report of the 39th meeting of the British Association for the Advancement of Science held at Exeter 1869, bl. 1—9, met name bl. 6 en 8. Ook in: JAMES JOSEPH SYLVESTER. The Collected Mathematical Papers, Cambridge 1904—1912, vol. II, bl. 650—661, en, verkort, in „Nature”, vol. I, (Nov. 1869—April 1870), bl. 237—239 en bl. 261—263. Een levensbeschrijving van dezen merkwaardigen en strijdberen man vindt men in zijn bovengenoemde Collected Mathematical Papers, vol. IV bl. XV—XXXVII en o.a. in het aardige boekje van ALEX. MACFARLANE. Lectures on ten British Mathematicians of the nineteenth century. New York 1916, bl. 107—121.

²⁾ Het citaat is uit SHAKESPEARE, The Tempest V. 1. 56.

Dr. THOMAS ARCHER HIRST (1830—1892) was van zijn jeugd af bevriend met JOHN TYNDALL, dien hij naar Marburg volgde. Na aldaar gepromoveerd te zijn vertrok hij naar Göttingen, waar hij in aanraking kwam met GAUSS en WILHELM WEBER, en naar Berlijn, waar hij verder studeerde onder LEJEUNE DIRICHLET, STEINER en JOACHIMSTHAL. In 1857—'58 volgde hij te Parijs colleges bij CHASLES en LAMÉ, waarna hij te Rome van nabij LUIGI CREMONA leerde kennen. Na deze breede opleiding keerde hij naar Engeland terug, waar hij verschillende ambten bekleedde, het laatst van studie-leider aan het Royal Naval College te Greenwich, dat toen (1873) juist was gesticht ¹⁾).

Op de oprichtingsvergadering werd nog besloten, dat de naam der Vereeniging zou luiden *Association for the Improvement of Geometrical Teaching* (A.I.G.T.); de vervanging van „Reform” door „Improvement” had wellicht ten doel de tegenstanders niet noodeloos te verbitteren. Het aantal leden bedroeg bij de oprichting 61.

De eerste jaren tot 1894. Dr. HIRST bleef voorzitter tot 1878, terwijl RAWDON LEVETT tot 1883 het secretariaat waarnam. Onder de bekwame leiding van deze mannen nam het ledental geleidelijk toe tot het in 1896 omstreeks 190 bedroeg. Een eigen orgaan bezat de Association nog niet, maar er werden in het tijdvak 1871—'93 „Reports” uitgegeven, verslagen van de werkzaamheden der vereeniging ter grootte van 20 à 80 bladzijden, in het geheel 19.

De groote moeilijkheid in den strijd was voor de A.I.G.T. gelegen in de omstandigheid, dat in Engeland de examencommissies voor de toelating tot de universiteiten — met name Oxford en Cambridge — de eischen vaststelden en daardoor ook indirect het onderwijs op de middelbare school beheerschten. Deze eischen hielden in, dat niet alleen de stellingen volgens Euclides moesten worden bewezen, maar dat ook in hun volgorde geen verandering mocht worden gebracht. Het streven van de A.I.G.T. was dan ook rechtstreeks tegen genoemde universiteiten gericht, voorloopig nog te vergeefs.

Een der eerste werkzaamheden van de Association was het instellen van een commissie, die tot taak had een leerplan in modernen zin op te stellen. Deze commissie, waarvan Dr. HIRST zelf deel uitmaakte, ontwierp een Syllabus, die na eenige omwerking ten slotte in de jaarvergadering van 1875 werd aangenomen. Teneinde het gezag ervan te vergrooten werd aan de British Association for the Advancement of Science verzocht het leerplan te bestudeeren en er verslag over uit te brengen, wat op het congres te Glasgow (1876)

¹⁾ Voor het leven van Dr. HIRST kan men, behalve den Dictionary of National Biography (Supplement II) ook raadplegen de Mathematical Gazette **30**, 1946, bl. 249. Voor RAWDON LEVETT aldaar **31**, 1947, bl. 297. Beide met portret.

geschiedde ¹⁾). Het oordeel van de commissie van onderzoek, waarvan o.a. SYLVESTER deel uitmaakte, was zonder voorbehoud gunstig en de wenschelijkheid werd uitgesproken, dat de universiteiten en de examencommissies met het nieuwe leerplan rekening zouden houden. In het algemeen heeft de A.I.G.T. steeds steun gevonden bij de British Association. Deze heeft dus in Engeland een soortgelijke taak vervuld als later in Duitschland de Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte, aan welker initiatief immers het zoogen. Meraner Leerplan zijn ontstaan heeft te danken ²⁾).

Ook werd in 1881 besloten een Textbook of Elementary Plane Geometry uit te geven; het kwam in de volgende jaren bij gedeelten gereed en werd gevolgd door andere, over stereometrie, nieuwere meetkunde en meetkundige behandeling der kegelsneden. Overigens strekte sedert 1881 de A.I.G.T. haar bemoeiingen ook uit tot de andere onderdeelen der lagere wiskunde, al kwam dit voorshands in den naam nog niet tot uiting.

De British Association bleef ook na het congres te Glasgow aandacht schenken aan het werk der A.I.G.T. Zoo de Londensche hoogleeraar O. HENRICI in zijn openingsrede op het 53e congres te Southport in 1883. Na zich een overtuigd voorstander te hebben verklaard van een grondige herziening van het meetkunde-onderwijs vraagt hij zich af of nu het werk der A.I.G.T. tot dusver een succes is geweest, een vraag, die hij niet bevestigend durft beantwoorden: de tegenstanders zijn nog sterk en ook komen in de gepubliceerde leerplannen moderne stroomingen nog te weinig tot uiting. Twee jaren later (congres te Aberdeen, 1885) sprak de Schotsche hoogleeraar G. CHRYSTAL in denzelfden geest, maar toch met grooter optimisme. Inderdaad werd ook wel *iets* bereikt: in 1887 en 1888 verklaarden de universiteiten van Oxford en Cambridge zich bereid „to accept proofs other than Euclid's provided that they do not violate Euclid's order." Ons moge dit onbelangrijk lijken, in die dagen beteekende het een groote concessie. Trouwens — zoo merkte een halve eeuw later A. W. SIDDONS, dan voorzitter der Association, op — men moet de zaken in grooter verband zien. In zijn bekende

¹⁾ Report of the 46th meeting of the British Association for the Advancement of Science held at Glasgow 1876, bl. 8—13.

²⁾ De zetel van de British Association is Burlington House, Piccadilly, London W. 1, het gebouw, dat ook verscheiden andere geleerde genootschappen (o.a. de Royal Society) herbergt. Haar geschiedenis vindt men beschreven in het aardige geïllustreerde boekje: The British Association for the Advancement of Science. A Retrospect, 1831—1931, in eigen beheer aan bovenstaand adres uitgegeven (3 s. 6 d.).

Presidential Address „Progress” geeft hij het aanvankelijk geringe succes toe. „But, when we look deeper, it is clear that the spade work that was begun in 1871 produced some result in the last century, but its real harvest has been reaped in this century”¹⁾. Ook buiten de engere kringen van het onderwijs drongen de nieuwe begrippen door en bekend is de uitspraak van den natuurkundige HEAVISIDE: „Euclid for children is barbarous”²⁾.

Toch had de Association nog geduchte tegenstanders. Een ervan was ISAAC TODHUNTER³⁾ (1820—1884). Behalve een aantal wetenschappelijke werken, voor een deel van historischen aard, gaf deze ook een bundel opstellen over onderwijsvraagstukken in het licht⁴⁾. In een ervan „Elementary Geometry” (t.a.p. bl. 136—192) keert TODHUNTER zich tegen hen, die Euclides als leerboek willen afschaffen. In het bijzonder vraakt hij het getuigenis van DEMOGEOOT en MONTUCCI, waarop de vernieuwers zich steeds maar blijven beroepen. „Mogelijk,” zoo zegt hij, „zijn deze heeren op ander terrein competent, maar met welk recht oordeelen ze over de wiskunde?” Hij eindigt met de verzekering, dat niemand meer dan hijzelf voorstander kan zijn van verbetering van het meetkunde-onderwijs, „but I think that this may be attained without the hazardous experiment of rejecting methods the efficacy of which a long experience has abundantly demonstrated.”

Een anderen, door zijn geestigen spot wellicht gevaarlijker tegenstander vond de A.I.G.T. in CHARLES LUTWIDGE DODGSON (1832—1898). In 1879 verscheen van zijn hand een merkwaardig boek: „Euclid and his Modern Rivals”. Hij kleedt zijn opmerkingen in den vorm van een tooneelspel, waarin voor den rechter MINOS in de Onderwereld Euclides en zijn bestrijders verschijnen om hun twistzaak te laten beslechten. In de inleiding tot het eigenlijke boek komt DODGSON zelf aan het woord in de volgende drie stellingen:

1. men moet zich bij een bepaald leerboek aansluiten,
2. er zijn gewichtige redenen om daarvoor Euclides te behouden,
3. er zijn geen voldoende gronden om Euclides te laten varen.

Overbodig te zeggen, dat Euclides ten slotte zegevierend uit het rechtsgeding te voorschijn komt. Het klinkt wonderlijk, dat dit boek in sommige scholen als leerboek is gebruikt tot in 1930 toe.

¹⁾ A. W. SIDDONS. Progress. The Mathematical Gazette 20. 1936 bl. 7—26, in het bijzonder bl. 16.

²⁾ O. HEAVISIDE. Electromagnetic Theory. I. 1893. bl. 148.

³⁾ Vgl. MACFARLANE. Lectures on ten British Mathematicians of the nineteenth century. bl. 134—146.

⁴⁾ I. TODHUNTER. The Conflict of Studies and other essays on subjects connected with education. London 1873.

DODGSON is in vele opzichten een merkwaardige figuur. Na de Public School te Rugby te hebben bezocht werd hij student te Oxford, waar hij later lecturer werd in Christ Church. Aan Tom Quad, het uitgestrekte binnenplein van dit beroemde college, speelde zich een groot deel van zijn weinig bewogen leven af. Hoewel hij ook kerkelijke examens aflegde en in 1861 tot geestelijke werd gewijd — in Engeland gaat de theologie dikwijls met de wiskunde samen — was hij nooit in dit ambt werkzaam. Van nature was hij schuw en teruggetrokken en zijn leven in Christ Church had dan ook veel van dat van een kloosterling.

Een groot aantal boeken en verhandelingen van wiskundigen aard heeft DODGSON geschreven, maar oneindig veel groter is zijn roem op een geheel ander terrein. Onder den schuilnaam LEWIS CARROLL schreef hij een boekje „Alice's Adventures in Wonderland” (1865), een verhaal, dat hij verzonnen had en verteld aan drie kleine meisjes tijdens een roeitochtje op de Isis. In 1871 volgde „Through the looking-glass and what Alice found there”. Algemeen bekend is, dat met Alice een der dochttertjes van DEAN LIDDELL bedoeld is, die destijds aan het hoofd stond van Christ Church. Weinig kinderboeken zijn zoo over de geheele wereld (niet alleen in de Angelsaksische landen) bekend en geliefd geweest als dit; de omstandigheid dat de bekende teekenaar Sir JOHN TENNIEL ze illustreerde heeft hun waarde nog verhoogd ¹⁾.

Er bestaan van DODGSON verscheiden biographieën. Een zeer bekende is die van zijn neef COLLINGWOOD ²⁾, waarin op bl. 201—207 uitvoerig over „Euclid and his Modern Rivals” wordt gesproken. Zeer recent is het werk van Mrs. LENNON ³⁾, waaraan de bekende Amerikaansche mathematicus E. T. BELL heeft meegewerkt voor zoover het de wiskunde betreft. Dit boek bevat een zeer uitvoerige bibliographie van werken en artikelen zoowel van als over DODGSON, alsmede platen naar photo's door hemzelf vervaardigd.

Van 1894 tot heden. Op de jaarvergadering van Maart 1897 werd besloten tot een verandering van naam; deze zou voortaan luiden: *The Mathematical Association, an Association of Teachers and Students of Elementary Mathematics*. Hiermee werd in den naam vastgelegd wat reeds lang practijk was geworden.

Het tijdvak, dat nu begon, was zeer belangrijk in het leven der Association. Vooreerst door het groote succes bij de universiteiten van Oxford en Cambridge, die in 1903 eindelijk verklaarden, dat de kandidaten voor haar examens niet meer zouden zijn gebonden door de volgorde van Euclides en dat zij ieder bewijs zouden erkennen in een systematische behandeling van het onderwerp.

Tot nu toe had de Association geen eigen orgaan gehad, maar de

¹⁾ Een handige uitgave van beide verhalen in één deeltje is die van Collins (Collins' Pocket Classics No. 296).

²⁾ STUART DODGSON COLLINGWOOD. *The Life and Letters of Lewis Carroll* (Rev. C. L. Dodgson). Illustrated. London 1899.

³⁾ FLORENCE BECKER LENNON. *Lewis Carroll*. London, Cassell, 1947.

behoefte aan een eigen tijdschrift deed zich meer en meer gevoelen. Het was E. M. LANGLEY, die in de jaarvergadering van 1893 aandrang op het oprichten van zulk een tijdschrift, dat — zoo meende hij — het karakter moest hebben van het Journal des Mathématiques Élémentaires van VUIBERT. In 1894 kwam het eerste nummer uit van „The Mathematical Gazette, a Terminal Journal for Students and Teachers”, aanvankelijk onder redactie van LANGLEY zelf. De eerste jaren verscheen het tijdschrift op ongeregelde tijden en vormden de afleveringen van twee of zelfs drie jaren één deel. Van 1931 af werd een nieuw vast systeem gevolgd: de vier of vijf afleveringen per jaar vormen één deel. Behalve naar deel en jaar bestaat er ook een *doorloopende* nummering der afleveringen. Zoo verscheen in 1948 deel 32; daarin viel het speciale jubileumnummer 300 van Juli 1948.

LANGLEY werd als redacteur spoedig opgevolgd door W. J. GREENSTREET, die ruim dertig jaren (1899—1930) het tijdschrift heeft geleid. Zijn werk werd voortgezet door T. A. A. BROADBENT, hoogleeraar aan het Naval College te Greenwich, die tot op den huidigen dag deze functie vervult. Beide mannen hebben de Gazette op een hoog peil gebracht, zooals ook een even deskundig als onpartijdig beoordeelaar, de Amerikaansche hoogleeraar R. C. ARCHIBALD verklaart. De Gazette — zoo zegt hij — behoort met de Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht tot de beste der kleinere wiskundige tijdschriften over de geheele wereld ¹⁾.

Sedert 1934 is het de gewoonte in elke aflevering een plaat op te nemen, veelal een portret (o.a. steeds van een nieuw verkozen voorzitter), soms een facsimile. Zoo geeft het jubileumnummer 300 naast vele portretten een facsimile van het uiterlijk van het eerste nummer van April 1894.

De inhoud van de Gazette bestaat vooreerst uit artikelen, meer of minder elementair. Men heeft wel eens het bezwaar gemaakt, dat ze te geleerd, te veel „high-brow” waren, zooals men dat uitdrukte. De lezerskring is nogal verschillend in wiskundige ontwikkeling, maar de redacteur is er op uit om ieder het zijne te geven. Een vraagstukkenrubriek heeft het tijdschrift niet. Een belangrijke plaats nemen de boekbesprekingen in, die niet te kort zijn en zeer verzorgd. Artikelen van didactischen aard, korte mededeelingen,

¹⁾ Vgl. R. C. ARCHIBALD. Notes on some minor English mathematical serials The Mathematical Gazette, **14**, 1928 en 1929. bl. 379—400, in het bijzonder bl. 398. Het geheele artikel is trouwens belangrijk.

vereenigingsberichten en voordrachten op de jaarvergaderingen of in de afdeelingen gehouden, vullen verder het tijdschrift ¹⁾).

In de laatste halve eeuw is het ledental sterk toegenomen: op 1 Nov. 1949 bedroeg het 2679.

Onder de voorzitters, dikwijls hoogleeraren en geleerden van naam, treffen we bekende, zelfs beroemde mannen aan: J. J. SYLVESTER, Sir ROBERT S. BALL, A. R. FORSYTH, E. W. HOBSON, A. N. WHITEHEAD, Sir THOMAS L. HEATH, G. H. HARDY, A. S. EDDINGTON. Onder de andere voorzitters, uit de practijk van het onderwijs afkomstig, is vooral A. W. SIDDONS te noemen, die een groot deel van zijn leven als Senior Mathematical Master in Harrow heeft gewerkt en een belangrijke figuur in het Engelsche wiskunde-onderwijs is. Alleen reeds door de leerboeken, die hij schreef, veelal in samenwerking met anderen (GODFREY, SNELL, DALTRY, e.a.), is hij, ook in het buitenland, algemeen bekend, evenals door het werk van didactischen aard, dat hij samen met GODFREY heeft geschreven²⁾. Zijn reeds vermelde openingsrede van 1935, „Progress”, is een bron van informatie omtrent de geschiedenis der Mathematical Association, waarmede hij een halve eeuw lang in nauwe betrekking heeft gestaan.

Wat de verdere publicaties betreft (alle, evenals de Gazette, uitgegeven bij Bell & Sons, York House, Portugal Street, London W.C. 2), deze zijn, van verschillenden aard. Vooreerst een aantal rapporten over het onderwijs in bepaalde onderdeelen. Bekend zijn vooral:

The Teaching of Geometry in Schools, 1923, herhaaldelijk herdrukt (4e druk 1948).

A Second Report on the Teaching of Geometry in Schools, 1939, herdrukt in 1946.

The Teaching of Algebra in Schools, 1934, herdrukt in 1948.

The Teaching of Trigonometry in Schools, 1950.

Op dit oogenblik zijn in bewerking een dergelijk rapport voor infinitesimaalrekening en een voor „visual aids to the teaching of mathematics”. Overigens is het duidelijk, dat de Education Act van 1944 ook de M. A. voor nieuwe problemen heeft geplaatst; deze hebben aanleiding gegeven tot het publiceeren van twee kleinere rapporten:

Mathematics in the Secondary Technical School en *The Teaching of Mathematics in Secondary Modern Schools*, beide in 1949.

¹⁾ Vgl. T. A. A. BROADBENT. The Mathematical Gazette: our history and aims. The Mathematical Gazette **30**, 1946, bl. 186—194.

²⁾ CH. GODFREY and A. W. SIDDONS. The Teaching of Elementary Mathematics. Cambridge University Press. 1946.

Onder de overige publicaties zijn te vermelden de catalogus van de bibliotheek met eenige supplementen, alsmede een werk over NEWTON, dat in 1927, bij de 200-jarige herdenking van zijn dood, is uitgegeven ¹⁾).

De Bibliotheek der M.A. bevat een groot aantal boeken en tijdschriften, waaronder vaak belangrijke en zeldzame, zoowel zuiver wetenschappelijke als op het gebied van het wiskunde-onderwijs. Ze is na den oorlog overgebracht naar de Universiteit te Reading. Bibliothecaris is Prof. E. H. NEVILLE, aldaar. Het zal binnenkort weer mogelijk zijn per post boeken uit te leenen, ook naar het buitenland.

Teneinde het contact der leden onderling te bevorderen heeft de M.A. van 1907 af plaatselijke afdeelingen gesticht. Van deze „Branches” zijn er thans ruim 20, waarvan drie in Australië en een in Nieuw-Zeeland.

Tot besluit eenige zakelijke mededeelingen.

Het adres der Mathematical Association is: Gordon House, Gordon Square, London W.C. 1, dat der secretarissen: Mr. F. W. KELLAWAY, 87 Pixmore Way, Letchworth, Herts. en Miss M. E. BOWMAN, Maria Grey College, Brondesbury, London N.W. 6.

Het lidmaatschap staat ook voor buitenlanders open, de contributie bedraagt één guinea (21 s.) per jaar. Men ontvangt daarvoor de Mathematical Gazette en alle in dat jaar verschijnende publicaties, terwijl men verder gebruik kan maken van de bibliotheek en andere hulpdiensten. Dit rechtstreeksche lidmaatschap is het voordeeligt en wordt ook van de zijde der Association het meest aanbevolen. Het is echter ook mogelijk zich bij den boekhandel op de Gazette te abonneeren, in welk geval men eveneens 21 s. betaalt.

Utrecht. October 1950.

D. J. E. SCHREK.

¹⁾ ISAAC NEWTON 1642—1727. A memorial volume edited for the Mathematical Association by W. J. GREENSTREET. London. Bell & Sons 1927. Dit is een bundel opstellen van verschillende schrijvers met talrijke illustraties.

Verschenen:

P. WIJDENES

Beknopte Algebra

EERSTE DEEL — ELFDE DRUK

Voor H.B.S., Zeevaart- en Machinisten-scholen, Technische scholen, Seminaria en andere inrichtingen van onderwijs, waar men met een beperkt wiskundeprogramma kan volstaan

f 2.50

Verschenen:

P. WIJDENES

ALGEBRA

voor examens in

HANDELSREKENEN

VIERDE DRUK

ing. f 5,90, geb. f 6,75

Verschenen:

H. SCHWERDTFEGER

Introduction of Linear Algebra

and

The Theory of Matrices

f 15.—

In kunstleren band f 17.50

Uitgaven P. NOORDHOFF N.V. — Groningen - Djakarta

Ook verkrijgbaar door de boekhandel

HISTORISCHE BIBLIOTHEEK

VOOR DE

EXACTE WETENSCHAPPEN

- I De Elementen van Euclides I
door Dr E. J. Dijksterhuis f 4,70
- II Inleiding in de Niet-Euclidische Meetkunde
op historischen Grondslag
door Dr H. J. E. Beth f 4,70
- III De Elementen van Euclides II
door Dr E. J. Dijksterhuis f 6,05
- IV Newton's „Principia” I
door Dr H. J. E. Beth f 4,45
- V Newton's „Principia” II
door Dr H. J. E. Beth f 4,45
- VI Archimedes
door Dr E. J. Dijksterhuis f 4,70
- VII Ontwakende Wetenschap - Egyptische, Baby-
lonische en Griekse Wiskunde
door Prof. Dr B. L. van der Waerden f 13,50

Verschenen:

Logarithmen-, Intrest- en Discontotafels

Uitgave E van

NOORDHOFF's LOG- EN RENTETAFEL

door

P. WIJDENES en Dr. P. G. VAN DE VLIET

Zevende druk

Prijs met Hulpboekje f 4,50, geb. f 5,75

Uitgaven P. NOORDHOFF N.V. — Groningen - Djakarta

Ook verkrijgbaar door de boekhandel