

EUCLIDES

TIJDSCHRIFT VOOR DE DIDACTIEK DER EXACTE VAKKEN
ONDER LEIDING VAN J. H. SCHOOT EN P. WIJDENES
OFFICIEEL ORGAAN VAN LIWENAGEL EN VAN WIMECOS

MET MEDEWERKING VAN

DR. H. J. E. BETH, AMERSFOORT - PROF. DR. E. W. BETH, AMSTERDAM
DR. R. BALLIEU, LEUVEN - DR. G. BOSTEELS, ANTWERPEN
PROF. DR. O. BOTTEMA, RIJSWIJK - DR. L. N. H. BUNT, LEEUWARDEN
DR. E. J. DIJKSTERHUIS, OISTERWIJK - PROF. DR. J. C. H. GERRETSEN, GRONINGEN
DR. H. A. GRIBNAU, ROERMOND - DR. B. P. HAALMEIJER, BARNEVELD
DR. R. MINNE, LUIK - PROF. DR. J. POPKEN, UTRECHT
DR. O. VAN DE PUTTE, RONSE - PROF. DR. D. J. VAN ROOY, POTCHEFSTROOM
DR. H. STEFFENS, MECHELEN - IR. J. J. TEKELENBURG, ROTTERDAM
DR. W. P. THIJSSEN, HILVERSUM - DR. P. G. J. VREDENDUIN, ARNHEM

23e JAARGANG 1948

Nr. 3

P. NOORDHOFF N.V. - GRONINGEN

Euclides, Tijdschrift voor de Didactiek der Exacte Vakken verschijnt in zes tweemaandelijks afleveringen. Prijs per jaargang f 8.00*. Zij die tevens op het Nieuw Tijdschrift (f 8.00*) zijn ingetekend, betalen f 6.75*.

De leden van **Liwenagel** (Leraren in wiskunde en natuurwetenschappen aan gymnasia en lycea) en van **Wimecos** (Vereniging van leeraren in de wiskunde, de mechanica en de cosmografie aan Hoogere Burgerscholen en Lycea) krijgen **Euclides** toegezonden als Officieel Orgaan van hun Verenigingen; de leden van **Liwenagel** storten de abonnementskosten ten bedrage van f 2,50 op de postgirorekening no. 59172 van Dr. H. Ph. Baudet te 's Gravenhage. De leden van **Wimecos** storten hun contributië voor het verenigingsjaar van 1 September 1946 t/m 31 Augustus 1947 (waarin de abonnementskosten op **Euclides** begrepen zijn) op de postgirorekening no. 143917 ten name van de Vereniging van Wiskundeleraren te Amsterdam. De abonnementskosten op het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde moeten op postgirorekening no. 6593 van de firma Noordhoff te Groningen voldaan worden onder bijvoeging, dat men lid is van **Liwenagel** of **Wimecos**. Deze bedragen f 6,75 per jaar franco per post.

Artikelen ter opneming te zenden aan J. H. Schogt, Amsterdam-Zuid, Frans van Mierisstraat 112; Tel. 28341.

Aan de schrijvers van artikelen worden op hun verzoek 25 afdrucken verstrekt, in het vel gedrukt.

Boeken ter bespreking en ter aankondiging te zenden aan P. Wijdenes, Amsterdam-Zuid, Jac. Obrechtstraat 88; Tel. 27119.

ATTENTIE.

De aandacht wordt er op gevestigd, dat de abonnementsprijs voor „EUCLIDES” voor de leden van de ver. „Liwenagel” f 2,50 per jaar bedraagt. In de eerste aflevering was abusievelijk f 2,00 vermeld.

INHOUD.

	Blz.
Dr D. J. E. SCHREK, Over de benaming gelijkzijdige hyperbool	113
Prof. Dr O. BOTTEMA, Verscheidenheden:	
XVIII. Het samenstellen van koppels	116
XIX. Een merkwaardige driehoek	117
XX. Over rechten, die elkaar paarsgewijs snijden	118
XXI. Wiskundigen in 1848	121
J. T. GROENMAN, Ongelijkbenige driehoeken met twee gelijke buitenbissectrices	128
Boekbespreking	130
Van de personen	133
Erratum	133
Wimecos, Statuten en Huishoudelijk reglement	134
Ledenlijst	138
Verslag van de jaarvergadering Kerstvacantie 1947	144
Mathematisch Centrum	146
Thomas Stieltjes	152
Vereniging voor logica en wijsbegeerte	152
Prof. Dr KORTEWEG, Levensbericht	153
W. SJOERDSMA, Causaliteit en Determinisme	166
Prof. Dr J. HAANTJES, Vectorrekening met toepassingen in de meetkunde	173

OVER DE BENAMING „GELIJKZIJDIGE” HYPERBOOL.

Voor een hyperbool, waarvan de asymptoten loodrecht op elkaar staan, vindt men naast de op zichzelf duidelijke benaming orthogonale hyperbool ook die van gelijkzijdige hyperbool. Men verneemt soms de meening dat deze laatste naam af te keuren zou zijn; immers — zoo zegt men. — er is niets gelijkzijdigs aan die figuur en men doet daarom beter dat woord niet te gebruiken.

Toch kan men hiermede de zaak niet als afgedaan beschouwen. Niet alleen dat ook in andere talen de term gelijkzijdig of aequilateraal in dit verband gebruikt wordt, maar men mag toch aannemen, dat hij eenigen redelijken zin heeft. Dan rijst echter de vraag: welke „zijden” of „latera” zijn dat dan, die in het algemeen ongelijk, maar in het bijzonder bij een orthogonale hyperbool gelijk zouden zijn?

Een eerste aanwijzing vindt men in het woord „latus rectum”, dat men in Angelsaksische leerboeken-geregeld aantreft ¹⁾, maar in andere, voor zoover ik heb kunnen nagaan, niet. Hieronder verstaat men dan de lengte van de koorde, die door een brandpunt van een kegelsnede loodrecht op de hoofdas wordt getrokken. Wanneer men onder den parameter verstaat de lengte van de loodlijn in een brandpunt op de hoofdas opgericht en gerekend tot haar snijpunt met de kromme, is dus het latus rectum het dubbele van den parameter ²⁾. Men vindt daarnaast echter ook de opvatting, dat met het woord parameter het latus rectum zelf wordt aangeduid, zoo b.v. bij SALMON ³⁾ en CASEY ⁴⁾. DINGELDEY ⁵⁾ vermeldt beide zienswijzen, maar houdt zich in zijn werk aan de laatstgenoemde. CASEY merkt nog op ⁶⁾, dat men z.i. beter doet den term latus rectum te

¹⁾ B.v. in G. SALMON. A treatise on conic sections. London 1900, bl. 185, J. CASEY. A treatise on the analytical geometry of the point, line, circle and conic sections. Dublin 1893, bl. 160, 174, 203, 252.

²⁾ Zie b.v. E. J. DIJKSTERHUIS. Vreemde woorden in de wiskunde. Groningen 1939, bl. 69 s.v. orthia.

³⁾ SALMON, t.a.p. bl. 185: The double ordinate at the focus is called the *parameter*.

⁴⁾ CASEY, t.a.p. bl. 203: The double ordinate is called the *latus rectum* or *parameter*.

⁵⁾ FR. DINGELDEY. Kegelschnitte und Kegelschnittssysteme. Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften. Dritter Band. Zweiter Teil. Erste Hälfte. Leipzig 1903—1915, bl. 9.

⁶⁾ CASEY, t.a.p. bl. 203.

blijven gebruiken, daar het woord parameter, zooals bekend is, ook in andere beteekenis in de wiskunde voorkomt.

Voorts moet nog vermeld worden, dat de term parameter soms ook in ruimere beteekenis wordt gebezigd. Men verstaat dan bij de centrale kegelsneden onder den parameter bij een willekeurige middellijn $2a_1$ de grootheid, waarmede men $2a_1$ moet vermenigvuldigen om het kwadraat van de toegevoegde middellijn $2b_1$ te verkrijgen ¹⁾. Is dus de parameter in de oorspronkelijke beteekenis $\frac{2b^2}{a}$, dan is die in ruimeren zin $\frac{2b_1^2}{a_1}$.

Met dit alles is het antwoord op de gestelde vraag nog niet gegeven. Dit vindt men als men teruggaat tot de Conica van APOLLONIUS.

Het is bekend, dat APOLLONIUS in zijn werk over de kegelsneden methoden gebruikt, die vele eeuwen voor de ontdekking der analytische meetkunde toch sterk aan deze wetenschap doen denken. Hij maakt gebruik van twee coördinaat-assen; bij de centrale kegelsneden gaat de eene door de beide brandpunten en raakt de andere de kegelsnede in een der toppen aan: de kegelsneden hebben dus de ligging waarbij de zoogen. topvergelijking behoort. Bij APOLLONIUS nu heet de koorde door een brandpunt loodrecht op de hoofdas η $\delta\theta\theta\acute{\iota}\alpha$ (scil. $\pi\lambda\epsilon\nu\rho\acute{\alpha}$), de „rechtstaande” zijde, wat men later door het reeds genoemde latus rectum (ook wel erectum) heeft vertaald. Voor de hoofdas zelve heeft APOLLONIUS de benaming η $\pi\lambda\alpha\gamma\acute{\iota}\alpha$ (scil. $\pi\lambda\epsilon\nu\rho\acute{\alpha}$), de „dwarse” zijde, wat men door latus transversum of obliquum heeft weergegeven ²⁾. Bedenkt men nu, dat, zooals boven in herinnering is gebracht, de lengte van het latus rectum door $\frac{2b^2}{a}$ wordt voorgesteld, welke waarde voor $b = a$ in $2a$ overgaat, dan blijkt, dat in het geval van de orthogonale hyperbool deze „latera” gelijk worden, terwijl blijkbaar ook het omgekeerde geldt: als $\frac{2b^2}{a} = 2a$ is, moet $b = a$ zijn. De orthogonale hyperbool heeft dus in dezen zin inderdaad twee gelijke zijden of latera, terwijl omgekeerd iedere hyperbool, waarvoor ze gelijk zijn, orthogonaal moet wezen.

¹⁾ DINGELDEY, t.a.p. bl. 9, noot 9.

²⁾ Apollonii Pergaei quae graece exstant, ed. J. L. HEIBERG, Leipzig 1891, I, bl. 46—47. In moderne vertaling: Les Coniques d'Apollonius de Perge, oeuvres traduites en français par PAUL VER EECHE, Brugge 1924, bl. 27—28. Vgl. ook TH. L. HEATH, A History of Greek Mathematics. Oxford 1921. II bl. 139.

Voor zoover ik heb kunnen nagaan komt de hier gegeven verklaring slechts bij weinig schrijvers voor. DINGELDEY ¹⁾ vermeldt ze in het kort. Men vindt ze eveneens in het oude, maar nog zeer bruikbare woordenboek van KLÜGEL ²⁾. In beide gevallen gaan de schrijvers uit van het geval $b = a$, waarna ze het woord „gelijkzijdig” verklaren. Slechts in één geval vond ik de gelijkzijdigheid als uitgangspunt genomen. In zijn werk over de kegelsneden spreekt DE LA HIRE (1640—1718) de volgende stelling uit ³⁾: Si diameter Hyperbolae sit aequalis suae Parametro, omnes diametri ejusdem hyperbolae suis Parametris erunt aequales, et haec Hyperbola dicitur Aequilatera, et ipsius Asymptoti ad rectos angulos se mutuo decusant (Indien de hoofdas van een hyperbool gelijk is aan haar parameter, zullen alle middellijnen van die zelfde hyperbool aan hunne parameters gelijk zijn; deze hyperbool wordt gelijkzijdig genoemd en hare asymptoten snijden elkaar wederkeerig onder rechte hoeken). Het eerste deel van deze uitspraak is ook onmiddellijk duidelijk: immers als $a = \frac{b^2}{a}$ is, dus $a^2 = b^2$, moet volgens een bekende stelling van APOLLONIUS ($a_1^2 - b_1^2 = a^2 - b^2$) ook $a_1^2 = b_1^2$ zijn, dus $a_1 = \frac{b_1^2}{a_1}$.

Utrecht, Sept. 1947.

D. J. E. SCHREK.

¹⁾ DINGELDEY, t.a.p. bl. 11, noot 16.

²⁾ G. S. KLÜGEL, Mathematisches Wörterbuch II. Leipzig 1805, bl. 714 s.v. Hyperbel. GEORG SIMON KLÜGEL (1739—1812), hoogleeraar aan de destijds bestaande universiteit te Helmstedt, later te Halle, was een verdienstelijk en veelzijdig geleerde, die volgens de Allgemeine Deutsche Biographie door zijn tijdgenooten als een der eerste wiskundigen werd beschouwd. Zijn woordenboek, in 1803 begonnen, is later door C. B. MOLLWEIDE en J. A. GRUNERT voortgezet.

³⁾ PH. DE LA HIRE, Sectiones conicae in novem libros distributae. Parijs 1685. Liber V, Propositio XIII, bl. 95.

VERSCHEIDENHEDEN

door

Prof. Dr O. BOTTEMA.

XVIII. *Het samenstellen van koppels.*

Een der grondslagen voor het samenstellen van krachten in de ruimte is de stelling, dat twee koppels met gelijk moment, in twee evenwijdige vlakken gelegen, gelijkwaardig zijn. Daar gaat dan als regel aan vooraf de eigenschap dat twee koppels, in evenwijdige vlakken gelegen, en met tegengesteld moment, elkaar opheffen. Deze

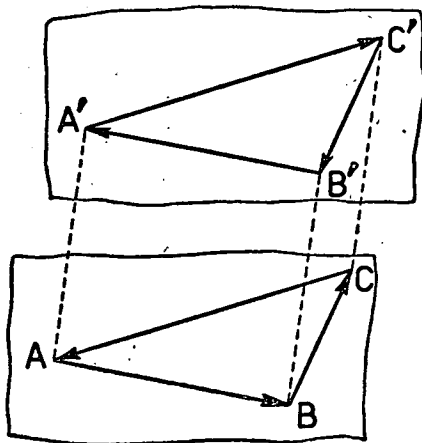


Fig. 1.

wordt vrij algemeen als volgt bewezen. Men wijzig de koppels zo, dat het moment behouden blijft, maar de armen der koppels evenwijdig worden en even groot. Van de vier (gelijke) krachten stelt men dan twee gelijkgerichte samen en ook de overige, eveneens gelijkgerichte en laat door een eenvoudige redenering zien dat de beide resultantes met elkaar in evenwicht zijn.

Bij wijze van afwisseling kan men ook het volgende bewijs

geven. Men stelt het koppel niet voor door twee evenwijdige krachten, maar door drie krachten wier vectoren met de zijden van een in bepaalde zin doorlopen driehoek samenvallen. Deze voorstelling van een koppel is op zichzelf dikwijls zeer nuttig; de overgang van de ene voorstelling naar de andere is een eenvoudige en voor de leerlingen zeer aan te bevelen oefening. Twee koppels met tegengesteld moment kunnen dan worden voorgesteld door (fig. 1) de vectoren AB , BC , CA resp. $A'C'$, $C'B'$, $B'A'$ waarbij de driehoeken ABC en $A'B'C'$ congruent en de overeenkomstige zijden evenwijdig zijn. Voegt men aan het systeem nog toe de vectoren AA' en $A'A$, BB' en $B'B$, CC' en $C'C$ en merkt men op dat de resultante van AB en AA' opgeheven wordt door die van $B'A'$ en $B'B$ etc., dan blijkt

onmiddellijk dat de beide koppels met elkaar in evenwicht zijn.

Ook het samenstellen van koppels in snijdende vlakken kan op overeenkomstige wijze worden behandeld. Stelt men het ene koppel voor door de som der vectoren AB, BC, CD en DA gelegen langs de omtrek van een rechthoek, en het andere door de som van AE, EF, FB en BA, wat blijkbaar steeds mogelijk is (fig. 2), dan ziet men dadelijk in, dat het stelsel in evenwicht is met de vectoren ED, DC, CF en FE, zodat dus het door de som van CD, DE, EF en FC gevormde koppel aequivalent is met de beide gegevenen.

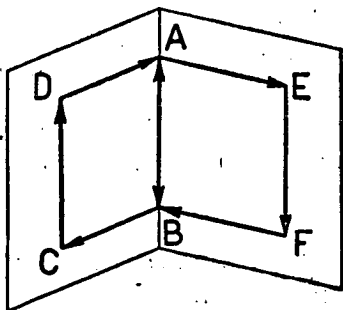


Fig. 2.

XIX. Een merkwaardige driehoek.

In de literatuur over de zogenaamde nieuwere meetkunde van de driehoek komt men soms merkwaardige figuren tegen, die bij nader inzien niet zo merkwaardig zijn als zij schijnen. Zo heeft Thébault (Sur la géométrie du triangle, Ann. Soc. Sci. Bruxelles, 1934, pg. 154) de driehoek onderzocht, waarbij de uiteinden der bissectrices de hoekpunten zijn van een voetpuntsdriehoek. Liggen de punten P_1 , P_2 en P_3 op de zijden BC, CA en AB van driehoek ABC, dan is $P_1P_2P_3$ gelijk bekend, dan en slechts dan een voetpuntsdriehoek, d.w.z. de in P_1 , P_2 en P_3 op resp. BC, CA en AB opgerichte loodlijnen gaan door één punt P, als

$$AP_3^2 + BP_1^2 + CP_2^2 = AP_2^2 + BP_3^2 + CP_1^2. \quad (1)$$

Zijn P_1 , P_2 en P_3 de uiteinden van de bissectrices uit A, B en C, dan is $AP_3 = \frac{bc}{a+b}$ etc., zodat men heeft:

$$\Sigma (AP_3^2 - BP_3^2) = \Sigma \left\{ \frac{b^2c^2}{(a+b)^2} - \frac{a^2c^2}{(a+b)^2} \right\} = \Sigma \frac{c^2(b-a)}{a+b}$$

De voorwaarde (1) luidt dus

$$\Sigma c^2(b-a)(b+c)(a+c) = 0. \quad (2)$$

Het linkerlid van (2) blijkt deelbaar te zijn door $a+b+c$, waarna de voorwaarde geschreven kan worden als

$$a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b) = 0 \quad (3)$$

en dit is de betrekking, die Thébault vindt voor de zijden van een driehoek, opdat deze de genoemde merkwaardigheid vertoont. De schrijver leidt nog enige eigenschappen van zo'n driehoek af,

met name deze, dat het punt P gelegen is op de rechte, die het middelpunt van de omgeschreven met dat van de ingeschreven cirkel verbindt.

Het blijkt intussen, dat men het linkerlid van (3) in lineaire factoren ontbinden kan en dat de relatie geschreven kan worden als

$$(a + b + c)(b - c)(c - a)(a - b) = 0$$

zodat de genoemde merkwaardige driehoeken geen andere zijn dan de *gelijkbenige*.

De vraag of er driehoeken bestaan, waarbij de uiteinden der *buitenbissectrices* een voetpuntsdriehoek vormen, moge hier onbesproken blijven.

XX. *Over rechten, die elkaar paarsgewijs snijden.*

De stelling: „als n rechten elkaar twee aan twee snijden, dan liggen zij in één vlak of zij gaan door één punt (waarbij of betekent dat minstens één der beide mogelijkheden vervuld is), die men in sommige leerboeken der stereometrie onder de vraagstukken aantreft, lijkt mij belangrijk genoeg om in de zogenaamde theorie een blijvende plaats te krijgen. Zij kan uiteraard al vroeg in de ontwikkeling der ruimtemeetkunde worden opgenomen. Het bewijs, hoe eenvoudig ook, moet zorgvuldig geschieden; men doet waarschijnlijk het beste de stelling eerst voor $n = 3$ aan te tonen en daarna gebruik te maken van het beginsel der volledige inductie, waarmede tevens een eenvoudige toepassing en illustratie van deze methode verkregen wordt. Men kan de stelling nog iets uitbreiden (geleerder gezegd: tot een theorema der projectieve meetkunde generaliseren) door de volgende redactie te kiezen: als rechten twee aan twee in een zelfde vlak liggen, dan zijn ze coplanair of concurrent, waarbij onder het laatste woord de begrippen „door één punt gaan” en „onderling evenwijdig zijn” worden samengevat.

Van de toepassingen moeten allereerst genoemd worden de bewijzen voor de existentie van bepaalde merkwaardige punten van een viervlak. Heeft men aangetoond, dat twee zwaartelijnen elkaar snijden, dan volgt het feit dat zij alle vier door één punt gaan, op grond van de stelling onmiddellijk en het is niet nodig de verhouding waarin zij elkaar verdelen in het geding te brengen. Dezelfde opmerking geldt ten aanzien van de hoogtelijnen van een viervlak, welks overstaande ribben loodrecht op elkaar staan. En ook bij de vraag in welke viervlakken de verbindingslijnen van de hoekpunten met de middelpunten van de ingeschreven cirkels der

overstaande zijvlakken door één punt gaan, kan men de stelling met-voordeel te pas brengen.

Zouden onze leerlingen de stelling helder voor ogen hebben, dan kwam het misschien niet zo vaak voor dat zij in gebréke bleven om de beide oplossingen te vinden van het eenvoudige vraagstuk: een transversaal van vier rechten a, b, c en d te bepalen als a en b en ook c en d snijdende lijnen zijn.

Als een uitbreiding van de stelling tot ruimten van meer afmetingen zou kunnen gelden: als in R_4 van n vlakken elk drietal een punt gemeen heeft, dan gaan de vlakken door één punt of ze liggen in één driedimensionale ruimte.

Er geldt een analogon van onze stelling in de (vlakke) cirkelmeetkunde: heeft men n puntenparen $A_i, B_i (i = 1, \dots, n)$ en ligt elk tweetal paren op een cirkel, dan liggen alle puntenparen op eenzelfde cirkel of de n rechten $A_i B_i$ zijn concurrent.

Wij bewijzen deze stelling voor $n = 3$. Zijn $A_i B_i (i = 1, 2, 3)$ niet concurrent, dan zijn het de zijden van een driehoek, zeg PQR (fig. 1). Als de cirkel door

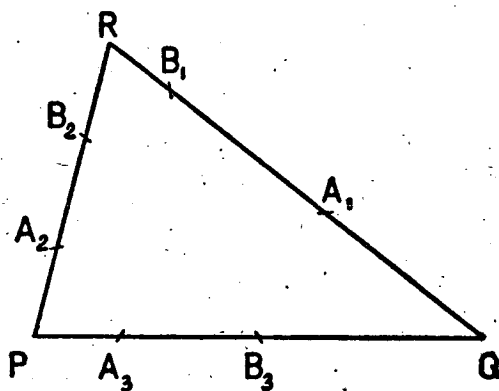


Fig. 1.

$A_1 B_1 A_2 B_2$
de rechte PQ in X en Y snijdt, dan heeft men $PA_2 \cdot PB_2 = PA_3 \cdot PB_3 = PX \cdot PY$ en $QA_1 \cdot QB_1 = QA_3 \cdot QB_3 = QX \cdot QY$, zodat als $PQ = r$, $PX = x$, $PY = y$, $PA_3 = a$, $PB_3 = b$ gesteld wordt, men heeft

$$xy = ab, (r - x)(r - y) = (r - a)(r - b),$$

waaruit door aftrekking volgt: $x + y = a + b$, zodat of $x = a$, $y = b$ of $x = b$, $y = a$. De punten A_3 en B_3 vallen dus met X en Y samen. Ook een meer meetkundig bewijs is mogelijk.

De stelling is eenvoudig genoeg, maar men moet uitdrukkelijk in het gestelde beide mogelijkheden opnemen (die elkaar overigens niet uitsluiten). De formulering, zoals men die b.v. vindt bij Versluys, Inleiding tot de nieuwere meetkunde van den driehoek (Amsterdam 1908), pg. 27: „Als van 3 paren punten elke twee paar op eenzelfde cirkel liggen, dan liggen de 6 punten op een zelfden cirkel-omtrek”, is dan ook onvolledig. De cirkelstelling kan gebruikt worden om van punten op de omtrek van een driehoek te bewijzen

dat zij concyclisch zijn; men kan haar b.v. toepassen bij het existentiebewijs voor de cirkel van Taylor (zie *Verscheidenheden* VII).

Wij willen aantonen, dat de cirkelstelling en ons stereometrisch theorema in wezen indentiek zijn. Daarvoor herinneren wij aan de bekende afbeelding van de cirkels van het vlak V op de punten van een driedimensionale ruimte, zoals die b.v. door middel van de stereographische projectie kan worden verkregen. Aan de nulcirkels van V worden daarbij toegevoegd de punten van een quadratisch oppervlak Q (b.v. een bol). Twee loodrechte cirkels corresponderen met punten, die t.o.v. Q zijn geconjugeerd. Met een puntenpaar A_i, B_i in V komt een paar punten op Q overeen, wier verbindingslijn door l_i worde aangeduid. Als twee puntenparen A_i, B_i en A_j, B_j concyclisch zijn, dan vindt dit in de afbeelding zijn vertaling door het feit, dat l_i en l_j elkaar snijden. Zijn dus drie puntenparen twee aan twee concyclisch, dan snijden de beeldrechten l_1, l_2 en l_3 elkaar twee aan twee, waaruit volgt, blijkens ons stereometrisch theorema, dat zij of in één vlak liggen, dan wel door één punt S gaan. In het eerste geval betekent dit dat de drie puntenparen op één cirkel liggen; de tweede mogelijkheid, gelijkgerechtigd met de eerste, drukt uit dat de drie door de nulcirkels A_i en B_i bepaalde cirkelbundels een gemeenschappelijk exemplaar bezitten (nl. de cirkel met S tot beeld), anders gezegd dat de drie bundels met A_i en B_i tot *basis*-punten een gemeenschappelijke orthogonaalcirkel bezitten. Daarvoor is nodig (maar overigens niet voldoende) dat de rechten $A_i B_i$ een gemeenschappelijke orthogonaalcirkel bezitten, waaruit volgt dat deze rechten door één punt gaan of evenwijdig zijn.

Verwant met bovengenoemde cirkelstelling is een andere stelling uit de cirkelmeetkunde, die als volgt luidt: heeft men vier paren verschillende punten, dan kan men op zes manieren twee paren nemen; krijgt men daarbij vijf malen een concyclisch tweetal paren, dan is ook het zesde tweetal paren concyclisch. Men vindt deze stelling zo geformuleerd en als *bundelstelling* aangeduid bij Van der Waerden en Smid, *Eine Axiomatik der Kreisgeometrie und der Laguerregeometrie* (Math. Annalen, 110, 1935, pg. 753—776). In onze afbeelding zou daar de volgende stereometrische stelling mee overeenkomen: heeft men vier rechten, dan kan men op zes manieren twee rechten nemen; krijgt men daarbij vijf malen een snijdend tweetal, dan bestaat ook het zesde tweetal uit snijdende lijnen. Tracht men echter deze stelling te bewijzen, dan ziet men onmiddellijk in dat zij niet juist is: men neme (fig. 2) de rechten l_1, l_2 en l_3 door één punt S , l_4 in het vlak door l_1 en l_2 , maar niet



Opname Nov. 1947.

Prof. Dr C. S. MEIJER,
geboren te Pieterburen. In 1945 leeropdracht en in 1946 hoogleraar aan
de Rijksuniversiteit te Groningen.

door S. Van de zes tweetallen $l_i l_j$ is dan alleen $l_3 l_4$ niet snijdend. Vertaalt men deze figuur terug in het cirkelvlak, dan krijgt men de

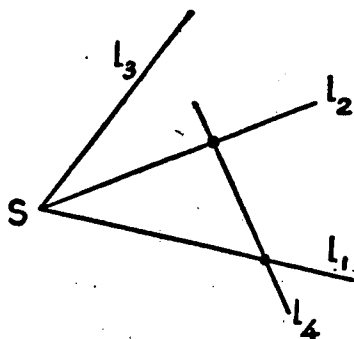


Fig. 2.

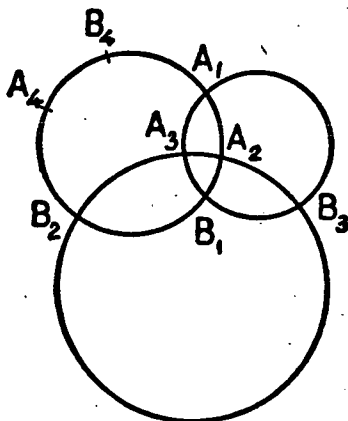


Fig. 3.

situatie van fig. 3: de vier puntenparen $P_i = A_i B_i (i = 1, 2, 3, 4)$ hebben de eigenschap dat alle tweetallen $P_i P_j$ concyclisch zijn behalve $P_3 P_4$. De bundelstelling is dus niet juist.

XXI. Wiskundigen in 1848.

De mens is een gecompliceerd wezen, vervuld van schijnbare tegenstellingen. Het is van algemene bekendheid, dat verschillende heroën der wiskunde, deze abstracte en van staat en maatschappij afgekeerde wetenschap, belangstelling hadden voor en zich actief bezig hielden met de politiek. Vele der fel levende persoonlijkheden uit het dynamische tijdperk der franse revolutie en de napoleontische periode zijn grote mathematici geweest en tegelijkertijd figuren, die in het staatkundig leven een voorname plaats innamen, zoals Monge, Laplace, Fourier en Dupin. De geniale Galois heeft zich in zijn kort, maar stormachtig leven, intensief ingelaten met de agitatorische politiek van zijn tijd en de gebeurtenissen der Juli-revolutie. In de tweede helft der negentiende eeuw, brengen de grote wiskundigen Cremona, Brioschi en Betti het tot hoge waardigheden op politiek en onderwijs-organisatorisch gebied in het nieuwe Koninkrijk Italië. Een latere tijd zag Poincaré belangrijke functies vervullen in het grillige en labiele staatkundige leven van zijn vaderland.

In het bewogen jaar 1848 zijn verschillende grote mathematici, die zich voordien niet of nauwelijks met politiek hadden ingelaten,

gegrepen door de radicale stromingen, zij hebben zich hartstochtelijk bemoeid met de strijd tussen liberalisme en conservatisme, die in dat jaar zijn hoogtepunt bereikte en hun werkkraft gewijd aan geheel andere problemen dan die welke te voren hun geest vervulden. In de gevallen, die wij op het oog hebben waren deze bemoeiingen kortstondig en ook vrij teleurstellend, maar het verschijnsel is misschien merkwaardig genoeg om thans, een volle eeuw later, deze korte notitie te rechtvaardigen.

Uitvoerig zijn wij ingelicht over de niet in elk opzicht brillante rol, die in de rumoerige Maartdagen te Berlijn op het politieke toneel gespeeld is door J a c o b i. Nadat deze sinds 1826 aan de Universiteit te Koningsbergen verbonden was geweest, waar hij naar eigen uitspraak een „politieke jonkvrouw” was gebleven (al gingen zijn sympathieën, in tegenstelling met die van zijn stad- en ambtgenoot B e s s e l, in liberale richting), werd hij in 1844 naar Berlijn geroepen, waar hij zijn diepgaande studiën op het gebied der elliptische functies en der analytische mechanica voortzette en b.v. over dit laatste gebied in het jaar 1847—'48 college gaf. Meegetroond door vrienden naar politieke bijeenkomsten, werd hij op een avond zo zeer gegrepen door de sfeer, dat J a c o b i, die in hoge mate de gave des woords bezat, zich door zijn temperament liet meeslepen en een rede hield, die met geweldige geestdrift werd ontvangen. Naar hij zelf meedeelt vroegen de volgende dag niet minder dan twaalf uitgevers hem om het manuscript van zijn oratie ten einde deze als brochure uit te geven; hiervan kon alleen daarom al niets komen, omdat de spreker een improvisatie had gehouden en zich vorm en compositie nauwelijks in de herinnering kon terugroepen. Op dit daverende debuut volgde echter voor de nieuwe politicus een zeer onaangename reactie. Enige leiders van de politieke club namen, om welke reden dan ook, stelling tegen J a c o b i en deze was in enige volgende, zeer rumoerig verlopende vergaderingen, het middelpunt van een uiterst vinnig debat. In de taaf van onze dagen zou men moeten zeggen dat van verschillende zijden twijfel werd geuit aan zijn „zuiverheid”, waarbij een aantal uitlatingen en handelingen van Jacobi, ook uit zijn Koningsberger periode, naar voren werden gebracht. De discussies stonden op laag peil en men krijgt sterk de indruk dat afgunst en benepenheid belangrijke elementen waren bij de tegen Jacobi gerichte oppositie. Het verloop van de aangelegenheid was voor hem ten slotte weinig bevredigend; weliswaar werd het voorstel verworpen om zijn candidatuur voor de nationale vergadering te doen vervallen, maar van een politieke loopbaan is niets terecht gekomen. Gelukkig voor de

mathematische wetenschap verdiepte J a c o b i zich spoedig weer geheel in zijn wiskundige problemen en tot aan zijn te vroege dood in 1851 heeft nog belangrijk werk van zijn hand het licht gezien.

De geschiedenis van J a c o b i's politieke ervaringen vindt men in de door K o e n i g s b e r g e r geschreven biographie, terwijl A h r e n s aan de gebeurtenissen een uitvoerig opstel heeft gewijd ¹⁾).

Tot de figuren die het jaar 1848 zo intensief beleefden, dat zij men zou zeggen geheel buiten zich zelf traden, behoort ook H e r m a n n G r a s s m a n n. Deze merkwaardige persoonlijkheid, die als theoloog was begonnen en zich daarna door zelfonderricht een grote mathematische kennis had eigen gemaakt, publiceerde in 1844 dat onbegrepen, ongelezen en vrijwel onleesbare boek, de *Ausdehnungslehre*, dat eerst tientallen jaren later waardering zou vinden maar, achteraf gezien, beschouwd wordt als een geniaal geschrift dat reeds in uitgewerkte vorm ideeën bevat die voor de ontwikkeling der negentiende-eeuwse wiskunde van eminent belang zijn: directe analyse, hogere getallenstelsels, meerdimensionale meetkunde. Het gemis aan waardering stelde G r a s s m a n n uiteraard teleur, maar kon zijn intellectuele energie niet breken; hij wendde zich na zijn veertigste jaar van de wiskunde af en wist op een geheel ander gebied, de philologie, wetenschappelijke resultaten te bereiken van de hoogste rang. Zijn publicaties op het terrein van het sanskriet brachten hem de erkenning, die zijn wiskundige onderzoeken hadden ontbeerd. G r a s s m a n n was een figuur van verbazingwekkende veelzijdigheid en het is eenvoudig verbijsterend kennis te nemen van de vele gebieden des levens, waarop hij werkzaam was. In vrijwel elk opzicht, naar aanleg en karakter, naar temperament en maatschappelijke positie was hij het tegenbeeld van J a c o b i ²⁾).

Als jonge man was G r a s s m a n n leraar geworden aan het gymnasium van zijn geboortestad Stettin en hij is dat, alle illusies van een universitaire loopbaan ten spijt, tot het einde van zijn leven gebleven. In deze provinciale omgeving trad hij weliswaar in verschillende verenigingen op maatschappelijk, kerkelijk en charitatief

¹⁾ Koenigsberger, Carl Gustav Jacob Jacobi (Leipzig 1904), pg. 447—454.

A h r e n s, Ein Beitrag zur Biographie C. G. J. Jacobis, Bibl.-Math. 3 Folge, VII. Bnd. (1906), pg. 157—192.

²⁾ Wij bezitten over Grassmann een zeer uitvoerige en degelijke biographie: Engel, Hermann Grassmans gesammelte mathematische und physikalische Werke; 3. Bnd, 2. Teil: Grassmans Leben (Leipzig 1911). Vgl. ook mijn opstel: *Het eeuwfeest van een ongelezen boek*, De Gids, 109 (1946) pg. 160—173, waar ook verdere literatuur is genoemd.

gebied op de voorgrond, maar met de politiek had hij zich tot 1848 toch niet ingelaten. De gebeurtenissen van dat jaar gaven in Stettin niet tot zulke hartstochtelijke botsingen aanleiding als in Berlijn, maar zij lieten toch de bevolking geenszins onbewogen. Hoe de „revolutie” in een kleine stad aan de Oostzee verliep, kan men nergens inniger uitgebeeld vinden dan bij *Thomas Mann*, waar de strijd tussen de patricische burgerij van de vrije stad Lübeck en de ontwakende arbeidersklasse zijn hoogtepunt vindt in de met fijnzinnige ironie beschreven heldhaftige houding van de consul *Johann Buddenbrook*¹⁾.

Grassmann leefde de gebeurtenissen van het revolutiejaar met grote belangstelling mede. Hoezeer hij zich daarbij vooral ook door de rede liet leiden blijkt wel uit het voor zijn gehele mentaliteit karakteristieke feit dat hij zich verplicht voelde zich door de studie van een aantal werken, o.a. van *Schleiermacher* nader op de hoogte te stellen van het wezen van de staat en ook uit de omstandigheid, dat hij tijd en gelegenheid vond de gebeurtenissen om zich heen in een uitvoerig dagboek vast te leggen. Hoewel *Grassmann* zeker niet reactionnair was, veroordeelde hij de geweldadige methodes der tegenpartij en zijn standpunt is bij uitstek dat van de gematigde burger. Hij was een man van zeldzaam zuiver karakter en van grote zedelijke moed en hij gevoelde de plicht openlijk van zijn opvattingen te getuigen en zijn stadgenoten een waarschuwende stem te laten horen. Aanvankelijk schreef hij enige artikelen voor een *Stettiner* dagblad, maar in Mei bracht hij het plan fen uitvoer om een weekblad uit te geven, waarvan hij samen met zijn begaafde broeder *Robert* de redactie vormde. En zo trad deze bescheiden figuur van de studeerkame in een functie, die men moeilijk met zijn karakter associeert: hij wordt journalist. Met ingang van 1 Juli wordt het weekblad zelfs vervangen door een vrij groot opgezet dagblad, tot welks totstandkoming *Grassmann* bijdraagt door het beschikbaar stellen van zijn van het karige leraarsalaris weggelegde spaargelden. Het dagblad weet goede medewerkers aan zich te verbinden en komt tot betrekkelijke bloei, maar het blijkt al spoedig dat *Hermann*, die in 1848 veel bijdragen heeft geleverd, ten slotte toch in het werk geen bevrediging vindt. In het volgende jaar wordt zijn medewerking beëindigd en wijdt *Grassmann* zich weer geheel aan de school en aan zijn veelomvattende studiën. Ook voor hem is de politiek een tijdelijke aan gelegenheid gebleken.

¹⁾ *Thomas Mann*, *Buddenbrooks*, *Verfall einer Familie*, 4 Teil, drittes Kapitel.

In Frankrijk, van waaruit de revolutionnaire stroming was begonnen, die zich over Europa uitbreidde, hebben verschillende wiskundigen actief met de gebeurtenissen meegeleefd. Wij willen iets nader ingaan op de rol, die Jean Victor Poncelet, één der grondleggers van de projectieve meetkunde, daarbij heeft vervuld.

Deze was geboren te Metz in 1788 en werd in 1807 toegelaten tot dat brillante instituut, ontstaan tijdens de franse revolutie en gesticht en geleid door de grote Monge: de *Ecole polytechnique*. Hij verliet deze school, die zoals men weet een sterk militaire inslag had, in 1810 en voltooide zijn opleiding te Metz waar hij in 1812 de rang verwierf van luitenant bij de genie. Als voor ons curieuse bijzonderheid vermelden wij dat hij aanvankelijk werkzaam was gesteld op Walcheren en aandeel had in de versterking van het fort Rammekens. Spoedig daarna kreeg hij echter bevel zich te voegen bij de grande armée; hij onderscheidde zich bij de gevechten om Smolensk, werd door de Russen krijgsgevangen gemaakt en bracht twee jaren door in een kamp bij Saratow aan de Wolga, waar hij de fundamenteën legde voor het in 1822 verschenen klassieke werk *Traité des propriétés projectives des figures*. Na zijn terugkeer naar het vaderland bleef hij verbonden aan de Militaire school te Metz tot hij in 1835 werd overgeplaatst naar Parijs, waar hij lid werd van de Académie, en professeur de mécanique physique et expérimentale aan de Faculté des Sciences en inmiddels op krom tot kolonel. In al deze jaren was Poncelet zeer productief. Hoewel zijn hoofdwerk van zuiver mathematische aard is, had hij een sterke, later zelfs overheersende neiging voor de toegepaste wetenschap en hij is het type van een wetenschappelijk ingenieur, die ook verschillende nieuwe vindingen deed op het gebied der hydraulica. Mede als gevolg van de aan hem toevertrouwde onderwijsopdrachten ontwikkelde hij zich, naast Coriolis, tot een grondlegger van de theoretische technische mechanica.

Sinds zijn terugkeer uit Rusland was het leven van Poncelet rustig verlopen en hij zou met ingang van 1 Juli 1848 wegens het bereiken van de leeftijdsgrens zijn gepensionneerd. De gebeurtenissen van dat jaar gaven echter aan zijn lot een geheel nieuwe wending. Bij het aftreden van Louis-Philippe werd een voorlopige regering gevormd, waartoe behalve Lamartine en Louis Blanc o.a. de bekende physicus Arago behoorde. Deze laatste was met Poncelet, die eveneens de republikeinse beginselen was toegedaan, zeer bevriend en stelde er een eer in voor het nieuwe Frankrijk op zijn grote capaciteiten, die gesteund werden door een algemeen erkende rechtschapenheid en trouw, beslag te leggen.

Poncelet werd benoemd tot brigade-generaal en bovendien tot commandant van de *Ecole polytechnique*. In deze laatste hoedanigheid riep hij, bij de te Parijs uitbrekende onlusten, de leerlingen onder de wapenen en toonde een dusdanige moed en beleid, dat hem in de meest kritieke dagen de leiding van de nationale garde in het departement van de Seine werd toevertrouwd. Al deze omstandigheden waren min of meer een uitvloeisel van het feit, dat Poncelet ten slotte officier was gebleven, al deed hij sinds jaren geen actieve dienst. Maar 1848 was ook oorzaak dat de consciëntieuze en energieke man zich waagde op het gebied der politiek. Hij werd candidaat gesteld voor de Assemblée nationale constituante in het departement van de Moezel, waaruit hij geboortig was en waar hij zich door zijn werk voor het ambachtsonderwijs en door zijn integer karakter zeer bemind had gemaakt. Op 28 April werd hij met grote meerderheid gekozen. Hij behoorde tot de meerderheid van het parlement, die enige weken later haar stem uitbracht voor het voorstel om het huis Orléans uit Frankrijk te verbannen. Meermalen voerde le citoyen Poncelet het woord in de vergadering; een van zijn eerste redevoeringen had betrekking op een voorstel tot her-uitgave van de werken van Laplace en het spreekt wel vanzelf dat hij dit plan met geestdrift ondersteunde. Zijn parlementaire werkzaamheid betrof vooral het onderwijs, herhaaldelijk trad hij in het krijt om de belangen van zijn geliefde *Ecole polytechnique* te verdedigen, en in het begin van 1849 volgde zijn benoeming tot lid van de commissie ter voorbereiding van „la loi organique sur l'enseignement”. In het voorjaar van 1849 werd de constituanten vervangen door de Assemblée législative. De verkiezingen brachten een conservatieve overwinning; Poncelet werd niet herkozen en daarmee eindigde tevens zijn korte politieke loopbaan.

Tot zijn dood in 1867 heeft hij nog zijn land en de wetenschap door talrijke publicaties en als afgevaardigde naar technische congressen gediend. Een goede biographie van Poncelet, waarin ook met name zijn werkzaamheid in 1848 uitvoerig wordt beschreven, verscheen een aantal jaren geleden van de hand van Henri Tribout¹⁾.

Behalve de drie genoemde wiskundigen zouden nog andere te noemen zijn, die bij de gebeurtenissen van 1848 meer of minder betrokken zijn geweest. Zo is het bekend, dat ook Dirichlet van zijn democratische gezindheid heeft getuigd en gevaar heeft

¹⁾ H. Tribout, *Le général Poncelet, 1788—1867*, (Paris, 1936).

gelopen daarvan de gevolgen te ondervinden en het zelfde wordt van Jacob Steiner bericht¹⁾. Behalve Poncelet was ook Liouville lid van de Constituante. Wij mogen eindigen met het vermelden van een brief van Kummer²⁾ aan Kronecker, geschreven te Breslau den 5den Mei 1848, waaruit blijkt hoezeer de schrijver gegrepen was door de politieke situatie. Met een zekere trots deelt hij mede zijn schuchterheid overwonnen en tot tweemaal toe het woord gevoerd te hebben op een verkiezingsvergadering en hij belooft de tekst van de rede te zenden. Hoezeer het ons verheugen mag, dat ook deze mathematicus menselijk genoeg bleek om open te staan voor de staatkundige problemen, zo is het toch voor de wiskundige wetenschap onmiskenbaar een voordeel dat hij kon schrijven: „Sobald ich meinen Pflichten als Bürger werde genügt haben, nämlich unmittelbar nach den Wahlen für die Frankfurter Versammlung, werde ich sogleich wieder meine mathematischen Arbeiten mit voller Kraft vornehmen”.

¹⁾ Ahrens, t.a.p. pg. 160.

²⁾ Festschrift zur Feier des 100. Geburtstages Eduard Kummers, Abh. zur Gesch. der Math. Wiss. Heft 19 (Leipzig 1910), pg. 82.

ONGELIJKBENIGE DRIEHOEKEN MET TWEE GELIJKE BUITENBISSECTRICES

door

J. T. GROENMAN.

1. Als van de driehoek ABC gegeven is, dat de buitenbissectrices uit A en B gelijk zijn, terwijl $a \neq b$ is, dan moet de betrekking gelden ¹⁾:

$$c^3 - (a + b)c^2 + 3abc - ab(a + b) = 0. \quad (1)$$

Hieruit volgt:

$$c^2(c - a - b) = ab(a + b - 3c)$$

$$c^2(s - a - b) = ab(s - 2c)$$

$$c^2\{s^2 - (a + b)s\} = ab(s^2 - 2cs)$$

$$c^2\{s^2 - (a + b)s + ab\} = ab(s^2 - 2cs + c^2)$$

$$c^2(s - a)(s - b) = ab(s - c)^2.$$

$$\frac{(s - a)(s - b)}{ab} = \frac{(s - c)^2}{c^2} \quad (2)$$

In deze driehoek geldt dus

$$\sin \frac{1}{2}C = \frac{s - c}{c}. \quad (3)$$

Schrijft men (2) in de vorm:

$$\frac{(s - a)(s - b)}{ab} = \sqrt{\frac{(s - a)(s - b)(s - c)^2}{abc^2}}$$

dan blijkt:

$$\sin^2 \frac{1}{2}C = \sin \frac{1}{2}A \sin \frac{1}{2}B. \quad (4)$$

2. In de driehoek van Emmerich

$$(A = 12^\circ, B = 132^\circ, C = 36^\circ)$$

is inderdaad aan deze betrekking voldaan. Immers

$$\sin^2 18^\circ - \sin 6^\circ \sin 66^\circ = \sin^2 18^\circ - \frac{1}{2}\{\cos 60^\circ - \cos 72^\circ\} = \sin^2 18^\circ + \frac{1}{2} \sin 18^\circ - \frac{1}{4} = \{\frac{1}{4}(\sqrt{5}-1)\}^2 + \frac{1}{8}(\sqrt{5}-1) - \frac{1}{4} = 0.$$

3. Omdat steeds

$$r = 4R \sin \frac{1}{2}A \sin \frac{1}{2}B \sin \frac{1}{2}C.$$

geldt voor onze driehoek

$$r = 4R \sin^3 \frac{1}{2}C. \quad (5)$$

In een (niet-gelijkzijdige) driehoek geldt $r < \frac{1}{2}R$, zodat uit (5) volgt, dat de hoek C moet voldoen aan

$$C < 60^\circ. \quad (6)$$

¹⁾ Zie Bottema, Verscheidenheden XVII, Euclides 23^e (1947), pg. 8.

Verder volgt uit (4):

$$2 \sin^2 \frac{1}{2}C = \cos \frac{1}{2}(A - B) - \cos \frac{1}{2}(A + B).$$

$$\cos \frac{1}{2}(A - B) = 2 \sin^2 \frac{1}{2}C + \sin \frac{1}{2}C.$$

Voldoet C aan (6) dan is het (positieve) rechterlid < 1 ; bij deze hoeken C vindt men dus een waarde voor $|A - B|$. Bovendien is

$$\cos \frac{1}{2}(A - B) = 2 \sin^2 \frac{1}{2}C + \sin \frac{1}{2}C > \sin \frac{1}{2}C = \cos \frac{1}{2}(A + B)$$

waaruit $|A - B| < A + B$.

Dus: Als een hoek C gegeven is, die voldoet aan (6), dan zijn A en B steeds zo te bepalen, dat een driehoek van de genoemde soort ontstaat.

4. Is I het middelpunt van de ingeschreven cirkel, dan is:

$$AI = 4R \sin \frac{1}{2}B \sin \frac{1}{2}C$$

$$BI = 4R \sin \frac{1}{2}C \sin \frac{1}{2}A$$

$$CI = 4R \sin \frac{1}{2}A \sin \frac{1}{2}B.$$

Uit (4) volgt nu onmiddellijk de betrekking van AI en BI

$$CI^2 = AI \times BI. \quad \dots \quad (7)$$

Zij is dus voor deze driehoeken karakteristiek.

5. Zijn I_a , I_b , I_c de middelpunten van de aangeschreven cirkels, dan is

$$AI_c = 4R \sin \frac{1}{2}C \cos \frac{1}{2}B$$

$$BI_c = 4R \sin \frac{1}{2}C \cos \frac{1}{2}A.$$

$$\text{Dus } AI_c \times BI_c = 16R^2 \sin^2 \frac{1}{2}C \cos \frac{1}{2}A \cos \frac{1}{2}B = \text{volgens (4)}$$

$$= 16R^2 \sin \frac{1}{2}A \cos \frac{1}{2}A \sin \frac{1}{2}B \cos \frac{1}{2}B$$

$$= 4R^2 \sin A \sin B$$

$$= ab.$$

Van deze driehoeken geldt dus

$$AI_c \times BI_c = ab. \quad \dots \quad (8)$$

Bovendien is

$$II_a = 4R \sin \frac{1}{2}A$$

$$II_b = 4R \sin \frac{1}{2}B$$

$$II_c = 4R \sin \frac{1}{2}C.$$

zodat onmiddellijk uit (4) volgt:

$$II_c^2 = II_a \times II_b. \quad \dots \quad (9)$$

De betrekkingen (8) en (9) zijn ieder afzonderlijk voor deze driehoeken karakteristiek.

6. Uit (4) volgt, dat $\sin \frac{1}{2}C$ het meetkundig gemiddelde is van $\sin \frac{1}{2}A$ en $\sin \frac{1}{2}B$, waaruit als $A > B$, volgt dat $A > C > B$.

In onze driehoeken is c groter dan de ene en kleiner dan de andere zijde. De gelijke buitenbissectrices moeten die zijn van de grootste en van de kleinste hoek.

BOEKBESPREKING.

Wessel Dr Paul. Physik für das Studium an Technischen Hochschulen und Universitäten und zum Gebrauch in der Praxis. 560 Seiten mit 277 Abbildungen. Ernst Reinhard Verlag A.G. Basel. Fr. 11.50.

Dit boekje houdt het midden tussen een repertorium en een leerboek. De stof gaat nauwelijks boven die onzer middelbare scholen uit. De text is haast systematisch-encyclopaedisch gerangschikt, doordat de schrijver met het invoeren van een nieuw hoofdbegrip een nieuwe alinea begint, waarvan het vetgedrukt het eerste woord vormt. Hierdoor en door de (zeer schematische) figuren is de beoogde overzichtelijkheid in het algemeen wel bereikt. Aan het eind komt nog een korte samenvatting, een 1500 vragen met oplossing, die voor examenstudie diensten kunnen bewijzen, en een aantal tabellen, die uiteraard veel minder rijk aan inhoud zijn dan bijv. die van Kohlrausch, Praktische Physik.

Iemand, die de middelbare school verlaat en *niet* verder gaat studeren, vindt zijn stof samengevat en afgerond in dit boekje terug in een vorm, die het naslaan vergemakkelijkt. Dat het peil voor de meeste onzer eerstejaarsstudenten niet voldoende is, volgt wel uit volgende karakterisering: Noch van differentiaalrekening noch van het begrip vectorproduct (wel vectorsom) wordt gebruik gemaakt. Men vindt er niet de wet van Planck (wel van Stefan—Boltzmann) of iets wat op de vergelijkingen van Maxwell lijkt. Proeven of instrumenten worden of niet of slechts zeer schematisch, niet „in levenden lijve”, beschreven.

Ook op dit peil kan een boekje echter nog wel goed zijn, doordat bij de elementaire beschouwingen de uiterste accuratesse en de hedendaagse stand der wetenschap in acht genomen wordt. In beide opzichten schiet dit boekje echter veel meer tekort dan onvermijdelijk is. De hele geest is die van oppervlakkige leerboeken van 50 jaar geleden, wat opgevijsd en aangevuld met modernere voorstellingen. De schrijver blijkt heel vaak niet boven zijn stof te staan.

Bij de polarisatie van het licht komt niet duidelijk uit, dat het de trillingsrichting en niet de voortplantingsrichting is, die de uitbreidingssnelheid van golven in een kristal bepaalt. Als polarisatie-apparaat wordt de alleroudste vorm van Nörremberg beschreven. Van polarisatiemicroscoop of polaroid wordt niet gerept.

Bij de eerste afbeelding van een electrometer is geen geleidend omhulsel aanwezig, bij de tweede wel, maar draagt het een enigszins misleidende letter —V, terwijl de knop +V draagt. Is het wonder, dat dan bij de inductieklos e.d. steeds van extrastroom in plaats van extraspanning gesproken wordt en dit tot de gebruikelijke misvattingen leidt?

Er is een vrij uitvoerige tabel van eenheden, maar het grote dynamische stelsel van Giorgi komt er niet in voor. In de tekst wordt gewichtskilogram meest door kg* aangeduid (waarom schrijven we eigenlijk niet gkg of kgg, evenals eV?), maar in de tabel staat bij elasticiteitsmodulus en atmosfeer dezelfde grootte als kg. Alle eenheden, maar ook alle symbolen staan rechtop gedrukt, zodat men nooit weet, of V volt dan wel spanning betekent. Voor kcal wordt Cal gebruikt, waarnaast cal voorkomt en tot verwarring moet leiden, temeer omdat zowel Dyn als Volt met een hoofdletter geschreven worden. Een eenheid als poise of newton is in het boek niet te vinden. Als „internationale kaars” wordt de Hefner-kaars betiteld. De omrekeningsfactoren van absolute naar internationale elektrische eenheden, die men nog al eens nodig heeft, ontbreken. Slechts de gebruikelijke internationale definitie van ohm en ampère zijn opgenomen.

Waarom zou in de tabel van thermische gegevens wel seleen, silicium(!) en uraan, maar niet zwavel voorkomen? Waarom ontbreken gegevens voor kwartglas en kunstharsen geheel? Fig. 271 van het periodiek systeem, die trots de naam van de schrijver draagt, is voor begrip en toepassing gelijkelijk waardeloos. Waarom staat na zoveel herdrukken fig. 94 nog op zijn kop? Waarom floreren, illinium en masurium niet alleen in de tabellen, maar ook in de text, terwijl neptunium en plutonium (gezwegen van Am, Cm, Tc, Fr, At) ontbreken — en terwijl op de voorpagina 1947 als jaartal van verschijnen staat. Als eerste druk wordt 1938 opgegeven, als aantal reeds verkochte exemplaren meer dan 70.000. Beide klinkt ongehoorlijk voor iemand, die zich wat meer in de tekst verdiept. Ik geef enkele citaten, waarbij de cursivering van mij is:

Pag. 311: „Je nach dem Aggregatzustand der Leiter, so erkennen wir rückblickend, ändert sich auch die Art der Fortbewegung elektrischer Ladungen in ihnen, und zwar gilt hierfür *ganz allgemein* der unsere gewonnenen Ergebnisse *abschliessende*.”

Satz: In festen Leitern pflanzt sich die Elektrizität durch Elektronen, in flüssigen Leitern mittels Ionen, in gasförmigen Leitern und im Vakuum vermöge Elektronen und Ionen fort.”

Pag. 301: „Der hinter der Röhre” (Debije—Scherrer Methode)

„geschaltete Filter hat daher die Aufgabe, nicht nur den breiten Bereich der Bremsstrahlung zu unterdrücken, sondern auch von der *Kathodeneigenstrahlung lediglich die härteste* Komponente hindurchzulassen“.

Pag. 266: Elektrische Schwingungen, „wobei sich die beiden Kondensatorplatten sozusagen *wie zwei Prellböcke* verhalten, zwischen denen die Elektronen hin und her pendeln.“

J. A. PRINS.

VAN DE PERSONEN.

De Heer K. Gorter, sinds 1925 leraar aan de 1e H.B.S. met 5-jarige cursus te Haarlem, is benoemd tot Directeur van die school.

De Heer G. Lottering, leraar aan de R.H.B.S. te Hoorn is benoemd tot ridder in de orde van Oranje Nassau.

Op 11 Januari 1948 is overleden Dr J. Rozenberg, sinds 1921 verbonden aan de 4e H.B.S. met 5-j. c. te Amsterdam.

Dr C. S. Meijer is in 1946 benoemd tot Professor aan de Rijksuniversiteit te Groningen, Hij bezocht het Stedelijk Gymnasium te Groningen en studeerde vervolgens aan de Rijksuniversiteit aldaar. Zijn academische examen legde hij cum laude af. Hij promoveerde eveneens cum laude op een proefschrift getiteld: „Asymptotische Entwicklungen Besselscher, Hankelscher, und verwandter Funktionen”. Promotor was Prof. Dr J. G. van der Corput.

Zijn publicaties handelen voornamelijk over de functies van Bessel en Whittaker en over de gegeneraliseerde hypergeometrische functie. Na zijn studietijd is hij enige jaren assistent voor Wiskunde geweest aan de Groningse Universiteit. In Juni 1945 ontving hij een leeropdracht van deze Universiteit. Bij Koninklijk Besluit van 27 Juli 1946 werd hij benoemd tot gewoon hoogleraar in de Wiskunde aan de Rijksuniversiteit te Groningen om onderwijs te geven in de Analyse, als opvolger van Prof. Van der Corput. Hij aanvaardde zijn ambt op 12 Dec. 1946 met het uitspreken van een oratie, getiteld: „Convergentie en divergentie”.

ERRATUM.

Bij Korrel LXXXII in nr. 2 (blz. 105) van deze jaargang zijn zowel het hoofd als de ondertekening weggevallen. Het hoofd moet luiden:

De driehoek met 2 gelijke buitenbissectrices.

Het artikel met de gelijkkluidende titel van Prof. Bottema in nr. 1 (blz. 5) inspireerde mij tot het volgende bewijs.

De ondertekening moet zijn H. Streefkerk.

VEREENIGING: Vereeniging van Leeraren in de Wiskunde, de Mechanica en de Kosmographie aan Hoogere Burgerscholen met vijfjarigen cursus B, Lycea en Meisjes-Hoogere-Burgerscholen met 5-/6-jarigen cursus, thans genaamd: Vereeniging van Leeraren in de Wiskunde, de Mechanica en de Cosmografie aan Hoogere Burgerscholen en Lycea, gevestigd te Amsterdam.
(Gewijzigde statuten).

Art. 1. De vereeniging heet: Vereeniging van Leeraren in de Wiskunde, de Mechanica en de Cosmografie aan Hoogere Burgerscholen en Lycea, en is gevestigd te Amsterdam. Haar naam zal afgekort geschreven mogen worden als Wimecos.

Art. 2. De vereeniging is aangegaan voor een tijdvak van 29 jaren, te rekenen van den dag der oprichting, 13 December 1925.

Art. 3. Het doel der vereeniging is aan de leden gelegenheid te geven van gedachten te wisselen over alle onderwerpen, die betrekking hebben op het onderwijs in wiskunde, mechanica en cosmografie aan de in art. 1 genoemde scholen, en eventueel stappen te doen om tot verwezenlijking van de door de leden geuite wenschen, dat onderwijs betreffende, te komen.

Art. 4. De vereeniging tracht haar doel te bereiken langs wettigen weg en wel:

1^o. door vergaderingen van de leden;

2^o. door het verspreiden van haar meeningen door middel van de pers;

3^o. door het nemen van al die wettige maatregelen, die tot het bereiken van het doel wenschelijk geacht worden.

Art. 5. Er wordt jaarlijks ten minste één algemeene ledenvergadering gehouden.

Art. 6. Leden kunnen zijn leeraren of leeraressen in één of meer der in art. 1 genoemde vakken aan één of meer der in art. 1 genoemde scholen of aan daarmee gelijk te stellen onderwijsinrichtingen.

Door het bestuur kunnen ook tot lid worden toegelaten andere personen, op wier lidmaatschap in verband met het doel der vereeniging prijs wordt gesteld.

Art. 7. Om lid te worden, geeft men zich aan het bestuur op. Men houdt op lid te zijn door:

a. een schriftelijke kennisgeving aan het bestuur ten minste één maand vóór het eindigen van het vereenigingsjaar, welk laatste loopt van 1 September tot 31 Augustus;

b. royement, uitgesproken op een algemeene ledenvergadering met ten minste $\frac{2}{3}$ der uitgebrachte geldige stemmen, als het voorstel tot royement op de agenda dezer vergadering voorkomt;

c. overlijden.

Art. 8. De leden betalen jaarlijks een bij huishoudelijk reglement vastgestelde contributie.

Art. 9. Het bestuur bestaat uit ten minste 3 leden, uit en door de leden gekozen. De taak, wijze van aftreden en verkiezing van het bestuur worden bij huishoudelijk reglement geregeld.

Art. 10. Het huishoudelijk reglement stelt de rechten en verplichtingen der leden nader vast. Het mag geen bepalingen bevatten, die in strijd met de statuten zijn.

Art. 11. Eereleden zijn zij, die daartoe door de ledenvergadering worden benoemd. Eereleden hebben stemrecht.

Art. 12. Het bestuur vertegenwoordigt de vereeniging in en buiten rechten.

Art. 13. Wijzigingen in de statuten kunnen, behoudens Koninklijke goedkeuring, aangebracht worden op een algemeene ledenvergadering of op een hiertoe opzettelijk bijeengeroepen vergadering, als $\frac{2}{3}$ van het aantal uitgebrachte stemmen zich er vóór verklaren en het voorstel tot wijziging op de agenda dier vergadering voorkomt.

Art. 14. De vereeniging wordt ontbonden, als $\frac{2}{3}$ van de aanwezige leden op een daartoe belegde vergadering hiertoe besluiten en het voorstel tot ontbinding op de agenda voorkomt. In geval van ontbinding wordt door de algemeene vergadering over de bestemming van een mogelijk batig saldo beslist, met inachtneming van het bepaalde bij art. 1702 van het Burgerlijk Wetboek.

(Volgen de onderteekeningen).

Goedgekeurd bij Koninklijk besluit dd. 30 Maart 1940 n^o. 16.

Mij bekend,
De Minister van Justitie,

Namens den Minister,
De Secretaris-Generaal,
v. Angeren.

HUISHOUEDELIJK REGLEMENT.

Doel en middelen.

Art. 1. De onderwerpen, die de vereeniging tot bereiking van haar doel in behandeling zal nemen, worden nader omschreven in een werkplan. Het werkplan wordt jaarlijks door het bestuur opgemaakt en door de jaarlijksche ledenvergadering vastgesteld. Het bestuur is bevoegd in de loop van het jaar nieuwe onderwerpen op het werkplan te brengen.

Bestuur.

Art. 2. Aan het bestuur is opgedragen de leiding en vertegenwoordiging van de vereeniging, de afdoening van spoedeisende zaken, het beheer der geldmiddelen en eigendommen der vereeniging en de uitvoering van de besluiten, vastgesteld door de ledenvergadering.

Art. 3. De bestuursleden hebben zitting voor drie jaar; telken jare treedt een bestuurslid af. Het rooster van aftreding wordt de eerste maal door loting vastgesteld. Aftredende bestuursleden zijn terstond herkiesbaar.

Art. 4. Het bestuur stelt voor elke vacature in het bestuur twee kandidaten; elk vijftal leden kan voor elke open plaats één candidaat stellen.

Art. 5. De benoeming tot bestuurslid geschiedt met gesloten briefjes en bij volstreckte meerderheid; wordt deze na twee stemmen niet verkregen, dan heeft herstemming plaats tusschen de beide personen, die bij de tweede stemming de meeste stemmen hebben verkregen. Bij staking van stemmen beslist het lot.

Art. 6. Tusschentijds optredende bestuursleden nemen op de rooster van aftreding de plaats van hun voorgangers in.

Vergaderingen.

Art. 7. Het vereenigingsjaar loopt van 1 Sept. tot 31 Augustus.

Art. 8. De jaarlijksche ledenvergadering, bedoeld in art. 1 van dit reglement, wordt gehouden tusschen 1 September en 15 Januari.

Art. 9. Tenminste vier weken voor de jaarlijksche ledenvergadering deelt de secretaris aan de leden mede, waar en wanneer zij gehouden zal worden, welke bestuursleden na de vergadering zullen aftreden en welke dubbeltallen het bestuur voor de open plaatsen stelt. Wenscht een lid een aangelegenheid onder de agenda opgenomen te zien, dan moet hij dit binnen veertien dagen na

dagteekening van bedoelde mededeeling aan den secretaris berichten. Wenscht een vijftal leden een candidaat te stellen voor een open plaats in het bestuur, dan moet de opgave binnen dezelfde termijn door den secretaris zijn ontvangen.

Art. 10. De secretaris zendt aan alle leden tenminste tien dagen voor de vergadering een oproeping bevattende de agenda en de namen van alle gestelde kandidaten.

Art. 11. Het bestuur brengt in de jaarlijksche ledenvergadering een verslag uit van de lotgevallen en werkzaamheden van de vereeniging.

Art. 12. In de jaarlijksche ledenvergadering wordt de rekening van den penningmeester nagezien door twee leden, door den voorzitter aan te wijzen.

Art. 13. In de jaarlijksche ledenvergadering wordt vastgesteld, waar de volgende jaarlijksche ledenvergadering wordt gehouden.

Art. 14. Het bestuur schrijft een vergadering uit, wanneer het dit wenschelijk acht en binnen drie weken, nadat tenminste tien leden hun wensch daartoe schriftelijk aan het bestuur hebben te kennen gegeven.

Art. 15. De vergaderingen worden geleid door den voorzitter en bij diens ontstentenis door een der andere bestuursleden.

Art. 16. Voorstellen tot wijziging van statuten of huishoudelijk reglement worden niet behandeld, als zij niet op de agenda zijn opgenomen. Geen besluiten worden genomen over punten, welke niet op de agenda voorkomen.

Art. 17. Bij staking van stemmen over zaken is een voorstel verworpen; bij staking van stemmen over personen beslist het lot.

Geldmiddelen.

Art. 18. De contributie voor het volgende vereenigingjaar wordt telken jare op de jaarlijksche ledenvergadering vastgesteld.

Art. 19. De contributie is invorderbaar bij het begin van het vereenigingsjaar. Leden, die in de loop van het jaar toetreden, betalen bij hun toetreding.

Art. 20. Reis- en verblijfkosten door leden van het bestuur ten behoeve der vereeniging gemaakt, worden vergoed.

Algemeene bepalingen.

Art. 21. In gevallen, waarin statuten en huishoudelijk reglement niet voorzien of twijfel overlaten, beslist het bestuur, behoudens verantwoording aan de vergadering.

ADRESLIJST VAN DE LEDEN VAN WIMECOS.

Bestuur:	Naam:	Adres:	Woonplaats:
Voorz.:	Dr. H. H. Buzeman	Apollolaan 179 boven	Amsterdam (Z.).
Penningm.:	G. A. Janssen	Warmonderweg 47	Leiden.
Secret.:	Ir. J. J. Tekelenburg	Bergsche laan 13a	Rotterdam (N.).
Erelid:	Dr. P. G. Tiddens	Oorsprongpark 3	Utrecht.
Leden:			
Acket, G.		Ruusbroeclaan 12	Eindhoven.
Al, W. J.		Prinses Mariannelaan 186	Voorburg.
Alders, C. J.		Verspronckweg 68	Haarlem.
van Andel Jr., J.		v. d. Spiegellaan 3	Heemstede.
Bakker, Dr. N.		Grintweg 57	Wageningen.
Bal, Mej. Ir. J. C. E.		Adrien Mildersstraat 64	Rotterdam.
Barnasconi, D. M. J.		Sint Annastraat 114	Nijmegen.
Bazendijk, G. W. M.		Sophialaan 34	Baarn.
Beeger, Dr. N. G. W. H.		Nicolaas Witsenkade 10	Amsterdam (C.).
Beimers, P.		Breitnerstraat 23	Arnhem.
Bentz van den Berg,			
Mej. M. A. S. W.		's-Gravendijkwal 7a	Rotterdam.
van den Berg, J. J.		Kennemerpark 34	Alkmaar.
Besselse, H.		Laan van Chartreuse 131	Utrecht.
Beth, Prof. Dr. E. W.		Bernard Zweerskade 23	Amsterdam.
Beth, Dr. H. J. E.		Groen v. Prinstererlaan 13	Amersfoort.
Beunes, A. J. M.		Mr. Van Coothstraat 36	Waalwijk.
Biermasz, Th.		Ellekomstraat 30	Den Haag.
Birkenhäger, M. G. H.		Van Breestraat 153huis	Amsterdam (Z.).
Bloos, S.		Koninginneweg 172	Amsterdam (Z.).
Boks, Dr. J. D. A.		Zoeterwoudsche Singel 59	Leiden.
Bolkestein, Ir. G. A.		Kuipersdijk 207a	Enschede.
Boogaard, J. J.		Diepenbrocklaan 18	Bilthoven.
Boot, H. W.		Zuivelplein 28	Amsterdam (O.).
Bos, H. F. C.		Benoordenhoutscheweg 259	Den Haag.
Bosma, J.		Valkenboschkade 547	Den Haag.
Bottema, Prof. Dr. O.		Oranjelaan 27	Rijswijk.
Bouwman, Dr. H. P.		Voordonk 5	Rotterdam (Z.).
Brinkman, H. G.		Paterswoldscheweg 176b	Groningen.
Bronkhorst, Dr. P.		Eksterlaan 7	Eindhoven.
Brouwer, Dr. F.		Mariotteplein 5	Amsterdam (O.).
Brandel, J.		Breitnerstraat 31b	Rotterdam (C.).
Brester, Dr. C. J.		Adm. v. Ghentstraat 41bis	Utrecht.
Broek, Th. van den		Eksterlaan 9	Eindhoven.
Bruin, L. T. de		Emmawijk 15	Zwolle.
Bruinsma, A.		Wierdenschestraat 120	Almelo.
Bruna, H. A.		Schietbaanlaan 38a	Rotterdam (C.).
Bunt, Dr. L. N. H.		Fonteinstraat 49	Leeuwarden.
Burger, Dr. D.		Statensingel 183a	Rotterdam (N.).
Burgers, Dr. W. A. M.		Santhorstlaan 10	Wassenaar.
Byl, Dr. J.		Victorieplein 321	Amsterdam.
Cevaal, P. M.		Wilhelminaweg 24	Appingedam.
Chamuleau, Dr. F. J.		Oude Wolderweg 9	Maastricht.
Choufoer, Dr. J. C.		Deurlloostraat 27	Amsterdam.

Naam:	Adres:	Woonplaats:
Couvée, Mej. A. A. P.	Burggravenlaan 6	Leiden.
Colthof, S. A.	Joos de Moorstraat 28 ¹	Amsterdam (W.).
Cox, H. F.	Ant. Derkinderenlaan 19	Den Bosch.
Cryns, Dr. L.	Heylerhofflaan 19	Maastricht.
Dalfsen, J. W. van	Ged. Singel 10	Groningend.
Deinema, Dr. G.	Goeman Borgesiuslaan 8	Groning.
Doelder, P. J. de	Turfpoortstraat-48a	Naarden.
Dommelen, A. M. van	Heemraadsingel 315	Rotterdam.
Dommissie, J. G. H.	Nederlands Lyceum	Den Haag.
Dorleyn, M.	Graafschap 29a	Kampen.
Doyer, Mej. Ph. E.	Bakenbergseweg 218	Arnhem.
Drewes, A. J.	R. Vinkeleskade 2 ¹	Amsterdam (Z.).
Drooge, Ir. C. van	van Speijkstraat 1	Delft.
Dubbeld, Dr. A.	H. Goovaertsweg 10	Maastricht.
Dunnebie, A. J.	Bakenbergse weg 83	Arnhem.
Duynen, J. van	Prins Hendrikstraat 119	Middelharnis.
Dwinger, Dr. Ph.	Michel Angelostraat 83huis	Amsterdam.
Dijk, K. H. van	Koninginneweg 156	Amsterdam (Z.).
Dijkshoorn, M.	Ananasstraat 36	Den Haag.
Dijksterhuis, Dr. E. J.	Kleine Kamp	Oisterwijk.
Dijkwel, N.	Loosdrechtse weg 23	Hilversum.
Dijl, W. van	Leede 7	Rotterdam (Z.).
Eilander, M.	Koninginneweg 127	Amsterdam (Z.).
Eisberg, W.	v. Irhovenlaan 4	Ede.
Eijck, G. van	Gerarduslaan 22	Eindhoven.
Ferwerda, Dr. H.	Burgem. Falkenaweg 100	Heerenveen.
Gathier, A. C.	Jan van Scorelstr. 50a bis	Utrecht.
Geldrop, Dr. W. Th. L. v.	van Beuningenstraat 9	Rotterdam.
Gerretsen, Prof. Dr. J. C. H.	Gratamastraat 31	Groningen.
Gerver, Dr. A.	Hobbemakade 51	Amsterdam (Z.).
Geuns, H. J. van	Molenwater 107	Middelburg.
Geursen, S. J.	Heiligestraat 16	Tiel.
Geyn, Mej. A. H. M. van de	Baanstraat 2	Alkmaar.
Goedhart, Ir. P. H.	Wassenaarscheweg 106a	Den Haag.
Goeman, J. M.	E 23	's-Heer Arends-kerke (Z.).
Gootjes, J.	Grote Markt 27a	Breda.
Gorter, K.	Kloppersingel 155	Haarlem.
Gouweloos, M. L.	Franschelaan 186c	Rotterdam.
Groenman, Dr. J. T.	Swaefkenstraat 41	Deventer.
Gruting, Dr. C. J. van	Adr. van Ostadelaan 114	Utrecht.
Grijpma, C.	Boerhaavelaan 5	Leiden.
Haan, L. M. de	van Drenkwaertstraat 5	Den Haag.
Hageman, H. W.	Deventerweg 66	Zutphen.
Hartwijk, H. J.	Weverslaan 36	Voorburg.
Hartzema, M.	Sweelincklaan 2	Bussum.
Heinsma, D. S.	Boteringesingel 9	Groningen.
Helleman, J.	Merellaan 24	Bilthoven.
Hensbroek, C.	Ericalaan 4	Wageningen.
Heijden, Ir. P. C. van der	Oranjekade 15	Haarlem.
Heijst, F. P. J. A. van	Joh. Verhulststraat 64	Amsterdam (Z.).
Heyt, D. K. F.	Gevaertsweg 18	Dordrecht.
Hillen, H.	Oldenzaalsche straat 167	Enschede.
Hoegen, H. K.	Waterbergseweg 65	Arnhem.
Hoekstra, Dr. J.	Parkweg 9	Maastricht.

Naam:	Adres:	Woonplaats:
Hofkes, Mej. J. J.	Ipenrodestraat 7	Haarlem.
Hoitsma, Ir. A.	Emmaplein 5	Leeuwarden.
Holwerda, A.	Leede 185	Rotterdam (Z.).
Hoogeveen, Tj.	Atjehstraat 19	Winterswijk.
Hut, J. R.	van Houtenkade 6	Alkmaar.
Jansen, Dr. C. J. A.	Oostduinlaan 50	Den Haag.
Jong, J. D. de	Tuinkade 23	Zaandijk.
Jong, S. de	Stationsweg 18	Leeuwarden.
Jongh, J. H. N. de	Huygensstraat 4	Zwolle.
Jongh, P. C. de	Pijnboomstraat 16	Haarlem.
Kallenberg, G. W. M.	Da Costastraat 30	Leiden.
Kater, A.	Weurden 59	Winterswijk.
Ketel, R. S.	Parkweg 22	Almelo.
Kettner, Dr. A.	Tintorettostraat 10 ^{II}	Amsterdam (Z.).
Key, Dr. Jac.	J. G. v. Blomstraat 9	Drachten.
Kiers, G. E.	Laan v. Nieuw Oosteinde 249	Voorburg (Z.H.).
Kleefstra, B.	Delftlaan 239	Haarlem.
Klein Wassink, Dr. W. J.	Poststraat 38	Zierikzee.
Kleijn, A.	Maagdepalmstraat 37	Den Haag.
Kloosterhuis, G. F.	St. Annastraat 303	Nijmegen.
Kobus, M. L.	Prinses Beatrixlyceum	Glion bij Montreux.
Kofman, R.	Jekerweg 87a	Maastricht.
Kok, Dr. F. de	Edisonstraat 27	Amersfoort.
Kokkelhoren, A. M.	Manpadslaan 3	Heemstede.
Koksma, Dr. J.	Molenweg 28	Haren (Gr.).
Koldyk, A. M.	Jan Huitzingstraat 13	Hoogezand.
Koning, H. W. de	Kerkelaan 3	Bergen (N.H.).
Koning, J. W.	Lindenlaan 24	Zeist.
Köster, J. B. H.	Jan Schofferlaan 9	Den Bosch.
Koster van Groos, Ir. W. H.	Potgieterstraat 5	Leeuwarden.
Kramer, C.	Ampèrestraat 12	Wormerveer.
Kremers, P.	Hertog Reinoudsingel 133	Venlo.
Krans, Dr. R. L.	Izaäk Evertslaan 10	Arnhem.
Krimpen, Mej. N. van	Breitnerstraat 87c	Rotterdam (C.).
Kroon, A. M.	Prins Hendriklaan 25	Overveen.
Krijger, Ir. P. K.	Waltersingel 51	Apeldoorn.
Kuiper, Mej. L. H.	Mecklenburglaan 31	Rotterdam (O.).
Kuiper, Dr. N. H.	Sam. Mullerstraat 19a	Rotterdam.
Laer, Prof. Dr. P. H. van	Haagweg 39	Leiden.
Lamberts, J.	Burgem. Ceulenstraat 46	Maastricht.
Lammers, G.	Koudekerksche weg Oost	Vlissingen.
Lange, L. J. de	Egbert ten Catelaan 22	Almelo.
Lange, Th. de	St. Michaëlstraat 7	Tegelen.
Langeler, Mej. G. M.	Korte Kade 115b	Rotterdam (O.).
Lecq, J. C. van der	Julianastraat 57	Zwolle.
Leeuwen, M. W. van	Molenkamppark 32	Almelo.
Lent, P. van	Akkerstraat 18	Eindhoven.
Linden, Chr. van der	Zonnebrink 2	Winterswijk.
Linden, J. C. M. van der	Emmastraat 21	Helmond.
Lindeijer, Ir. G.	Zuideinde 108	Meppel.
Loevendie, J. J. G.	Mauritslaan 8	Helmond.
Lohuizen, J. P. B. van	Stationsweg 66	Meppel.
Lohuizen, Dr. T. van	van Boetzelaarlaan 94	Den Haag.
Loo, Dr. P. J. van	Pomonaplein 68	Den Haag.
Lottering, G.	Tweeboomlaan 73	Hoorn.

Naam:	Adres:	Woonplaats:
Lowey Ball, J. J.	Spoorsingel 66	Delft.
Lub, G. K.	Sluiskade W.Z. 86	Almelo.
Lucieer, A. A.	Goolkatenweg 178	Enschede.
Lijklama, Dr. H.	van Hasseltlaan 14	Apeldoorn.
Maas, A. L. v. d.	Burgem. Martenssingel 23	Gouda.
Zr. Marie Elise O. P.	Huize Bijdorp	Voorschoten.
Matthey, F. A. M.	Agricolastraat 24	Sittard.
Meihuizen, Dr. J. J.	Rusthoekstraat 52	Den Haag.
Meijers, W.	Binnen Kalkhaven 9	Dordrecht.
Meijler, D. P.	Bleek 13	Middelburg.
Monkhorst, H. F.	Anninksweg 129	Hengelo (O.).
Muilwijk, J.	Oostreedijk 71b	Rotterdam (O.).
Mullender, Dr. P.	Jachtlaan 102	Apeldoorn.
Munzebrock, H. J.	Ferdinand Huijcklaan 36	Baarn.
Neut, Dr. D. N. van der	Homeruslaan 35.	Zeist.
Nieubuur, Mej. D. M.	Rhynvis Feithstraat 2	Leeuwarden.
Notenboom, J.	Voorschoterlaan 149	Rotterdam (O.).
Oort, Dr. R.	Fr. Haverschmidtlaan 23	Schiedam.
Oussoren, Dr. H. L.	Backershagenlaan 22	Wassenaar.
Peet, J.	Oosteinde 20	Voorburg.
Pekelharing, Dr. N. R. Az.	Meentweg 48	Bussum.
Pelser, J.	Cronjéstraat 16	Dordrecht.
Peperzak, Pater fr.B.o.f.m.	G. W. Burgerplein 14	Rotterdam.
Pino, J.	Wilhelminasingel 38	Nijmegen.
Pleysier, H.	Nobelstraat 105b	Rotterdam (C.).
Pool, Dr. G. M.	Papesteeg 33	Tiel.
Post, Dr. W. C.	Emmakade 2	Purmerend.
Pot, H.	Harmoniehof 58 bov.	Amsterdam (Z.).
Prak, F.	Tollensstraat 8	Arnhem.
Prins, Dr. D. H.	Kiplaan 23	Den Haag.
Quaadgras, Ir. Joh.	Brederolaan 2	Aerdenhout.
Raamsdonk, W. van	van Pallandtstraat-1	Arnhem.
Reyenga, W.	E. E. Stolperlaan 5	Veendam.
Rocholl, Dr. A. M. P.	Maliesingel 61	Utrecht.
Rooth, G. A. J.	Wed 9	Rotterdam (Z.).
Ruiters, Mej. C. M. W.	Hertogsingel 72	Maastricht.
Rijen, L. C. W. van	Eksterlaan 9	Eindhoven.
Rijnders, Ir. H. v. d. Heuvel	Crayensterlaan 34	Haarlem.
Santing, J.	Prinsessekade 51	Haarlem.
Schaafsma, J.	Waalsdorperweg 71	Den Haag.
Schamhardt, Dr. H.	Platolaan 75.	Zeist.
Scheevelenbos, J. C. F.	Joan Maetsuykerstraat 151	Den Haag.
Scheltens, J.	Zuidsingel 78	Middelburg.
Schepel, Dr. D.	Westersche Drift 29a	Haren (Gr.).
Scheps, A.	Spotvogellaan 24	Den Haag.
Scherpbier, A. J.	Chr. Lyceum	Alphen a/d Rijn.
Schogt, J. H.	Frans van Mijrisstraat 112	Amsterdam (Z.).
Scholtes, L. H. M.	de Ruyterstraat 64	Den Haag.
Schouten, K.	Frans Halslaan 36	Arnhem.
Schutte, K. W.	Vriezenveensche weg 117	Almelo.
Schweers, Dr. J.	Statensingel 118a	Rotterdam (C.).
Simon Thomas, Ir. M. J. J.	Jan Steenlaan 34	Naarden.
Slooten, E. J. M. van der	Wittevrouwensingel 29	Utrecht.
Smit, Mej. J. P. S.	Reinier Vinkeleskade 26	Amsterdam (Z.).
Smits, Alb.	Thorbeckelaan 79	Den Haag.

Naam:	Adres:	Woonplaats:
Snoep, Ir. J.	Cellebroedersweg 9	Kampen.
Specht Grijp, A.	„Adjoeng”	Maarn.
Sprengers, P.	Maasstraat 74	Steyl-Tegelen.
Spijkerboer, Dr. J.	Emmalaan 18	Utrecht.
Staring, Dr. Ir. A. J.	Julianaweg 2	Appingedam.
Steenis, A. van	Patrijslaan 30	Den Haag.
Steenis, J. van	Roodenburgerstraat 47	Leiden.
Stoutjesdijk, Ir. J. W.	Stephensonstraat 34	Den Haag.
Streefkerk, Dr. H.	Van Lennepleaan 16	Hilversum.
Siroboer, B.	Churchillaan 201	Amsterdam (Z.).
Stubenrouch, Ph.	Berg en Dalsche weg 112	Nijmegen.
Stuiver, Ir. O. H.	Berg en Dalsche weg 158	Nijmegen.
Swaân, J. N.	Loosdrechtsche weg 12	Hilversum.
Swierenga, J. B.	Jozef Israëlsstraat 34	Groningen.
Sylva, H. W.	Fernhoutstraat	Kampen.
Taal, M. A.	Stationslaan 9	Stadskanaal.
Teepe, Ir. J. H. L.	Mariënpoolstraat 4	Leiden.
Terwisga, Ir. M. E. van	Emmakade Z.Z. 26	Leeuwarden.
Thijssen, Dr. W. J.	Klooster 15	Enkhuizen.
Thyssen, W. P.	Strobloemstraat 6	Eindhoven.
Tol, Dr. M. G. van	Baronielaan 80	Breda.
Tolsma, C. S.	Westerparkstraat 16	Leeuwarden.
Truijens, J. H. J.	Ant. Derkinderenlaan 15	's-Hertogenbosch.
Turkstra, Dr. H.	Sophialaan 13	Hilversum.
Ubbels, S.	Nobelstraat 16bis	Utrecht.
Vaessen, F. Th.	Julianaplein 13	Sittard.
Veen, Ir. A. van	Admiraal de Ruyterlaan 190	Voorburg.
Veen, Prof. Dr. S. C. van	Dubbeldamsche weg 214	Dordrecht.
Veldhuis, Ir. W. H.	van Montfoortlaan 21	Den Haag.
Veldman, D. J.	Prins Bisschopsingel 17	Maastricht.
Velthoven, J. C. van	Willem van Oranjelaan 12	Den Bosch.
Velthuisen, Mej. C. A.	Terborchstraat 22	Zwolle.
Verdenius, W.	Irisstraat 3	Wassenaar.
Vermeer, J.	Parklaan 4	Bilthoven.
Vernout Jr., H.	Gedempte Oude Gracht 123	Haarlem.
Veuger, Mej. A. B.	Goudsbloemlaan 46	Den Haag.
Vink, A. D.	Fr. Haverschmidtlaan 21	Schiedam.
Visser, Prof. Dr. C.	Tweemolentjeskade 16	Deift.
Visser, J. M.	St. Ant. van Paduastr. 29a	Heer (Limburg).
Visser, P.	Laan van Meerdervoort 450	Den Haag.
Visser, P. J.	Koepoortsweg 82	Hoorn.
Vlaardingen, Dr. M. van	van Beuningenstraat 4d	Rotterdam.
Vollewens, Ir. W. J.	Hoornbruglaan 84	Rijswijk (Z.H.).
Vonk, W. C.	Eiklaan 51	Rijswijk.
Vos, J.	Van Dortstraat 88	Haarlem.
Vos, W. J. de	Parkweg 92	Vlaardingen.
Vreeken, Dr. W.	Kanarielaan 19	's-Gravenhage.
Vries, A. de	Bosboom Toussaintstr. 57	Harlingen.
Vries, Ir. G. C. J. J. de	Reelaan 15	Den Dolder.
Vijverberg, Dr. W. R.	Genistalaan 14	Apeldoorn.
Waard, Ir. D. de	Utrechtsche weg 100	Hilversum.
Wansink, Dr. Joh. H.	Julianalaan 84	Arnhem.
Wasscher, E. J.	Galvanistraat 29	Den Haag.
Wely, H. A. van	Aristoteleslaan 34	Zeist.
Wertenbroek, Dr. J. A.	Allard Piersonstraat 3a	Rotterdam (W.).

Naam:	Adres:	Woonplaats:
Westerbeek, G.	Prins Hendriklaan 81	Utrecht.
Westerhof, O. H.	Geulstraat 7 ^{II}	Amsterdam (Z.).
Weijenbergh, K. F.	Schepenstraat 18a	Rotterdam (N.).
Wichers, J.	v. d. Brandelerkade 30	Leiden.
Wiegman, R. A.	Schoolstraat 48	Sneek.
Wieringa, Mej. E.	Noorder Havendijk 14	Enkhuizen.
Wiessing, J. J.	Roodborststraat 46	Leiden.
Wieten, J.	Ootmarsumsche straat 52	Almelo.
Willemsen Jz., H.	Linnaeushof 40 ^I	Amsterdam (O.).
Winter, D. T.	Hofdijklaan 31	Driehuis (Velsen).
Zaanen, Prof. Dr. A. C.	Technische Hogeschool, Hogeschoolweg	Bandoeng.
Zee, E. H. van der	Gerard Terborgstraat 57 ^{II}	Amsterdam (Z.).
Zutphen, A. van	van Lennepaan 5	Hilversum.
Zuur, C. K.	Vriezenveensche weg 69	Almelo.
Zwaan, Dr. A.	Gasthuisstraat 25	Zalt-Bommel.
Zwaan, Ir. W.	Zonnelaan 33	Haarlem.
Zweden—Rijser, Mevr. S. v.	v. Lawick van Pabststr. 31	Arnhem.

WIMECOS.

Jaarvergadering.

Op 30 December j.l. werd de Algemene Vergadering gehouden. Na goedkeuring der notulen kwam het jaarverslag aan de orde. Hierin werd gewag gemaakt van het Congres van 31 October 1946 door Liwenagel, Velines, Velebi en Wimecos, alsmede van de daarbij aansluitende vacantiecursus van het Mathematisch Centrum. Ook aan het eind van Augustus 1947 werd door het M.C. een driedaagse cursus georganiseerd. Wimecos is in het M.C. door de H. H. Dr Buzeman en Birkenhäger vertegenwoordigd. De antwoorden, die door de Vereniging ontvangen zijn van de Senaat der Economische Hogeschool te Rotterdam en van de Economische Faculteit van de Gemeente-Universiteit te Amsterdam naar aanleiding van de plaats der Wiskunde in het Schema-Bolkestein voor het Lycum C, welke in extenso in Euclides zijn gepubliceerd, zijn evenals de opmerkingen op de vorige Algemene Vergadering over dit Schema aan Dr Bolkestein doorgegeven.

Het Wiskundig Genootschap heeft het voornemen zich meer met de onderwerpen bezig te gaan houden, die voor de wiskundeleraar van belang zijn. In verband hiermede zal Wimecos zich door Dr W. A. M. Burgers bij het Bestuur van het W. G. doen vertegenwoordigen. Het is te hopen, dat deze poging van het W. G. ook de leraren er toe moge brengen, meer belangstelling voor het W. G. te tonen. De contributie voor het W. G. bedraagt f 7,50 per jaar.

In het jaarverslag werd verder gewag gemaakt van de groeiende belangstelling voor de wiskunde, waarbij gewezen werd op de activiteit van het Mathematisch Centrum, van disputen als Thomas Stieltjes, enz. Gewezen werd op het belang van samenwerking voor al deze verenigingen.

In het Bestuur werd de Heer Janssen bij acclamatie op voorstel van de Heer Pleysier herkozen.

Het financieel verslag deed uitkomen, dat er zuinig omgesprongen moet worden met de contributie. Toch is deze onveranderd op f 4,50 gehandhaafd. Er is echter in de Paasvacantie weer een Congres, dat nu reeds zijn financiële schaduwzijden doet zien.

Dé Penningmeester werd gedechargeerd. De nieuwe kascommissie bestaat uit de H.H. Gorter en J. D. de Jong. Naar aanleiding van een door de Inspectie aan het Bestuur gerichte brief over nieuwe

eindexameneisen in overeenstemming met het wiskundeprogramma van 1937 werd na overleg met de beide aanwezige Inspecteurs de H.H. Van Andel en Van Dam besloten, dat deze als aan de Vereniging gericht beschouwd mocht worden. Hierna werd een Commissie benoemd, bestaande uit de H.H. J. C. Alders, Dr J. A. v. d. Neut en Dr Joh. H. Wansink, die met de H.H. Dr H. H. Buzeman en G. A. Janssen deze zaak nader zal bestuderen. Uitdrukkelijk vestigde de Heer Van Andel er de aandacht op, dat men niet bang behoefde te zijn, dat eventuele wijzigingen in het eindexamenprogramma niet tijdig genoeg zouden worden aangekondigd. Men make zich niet nodeloos ongerust! Trouwens zal het advies van bovengenoemde commissie eerst in de Kerstvacantie van 1948 in de Algemene Vergadering worden behandeld. Op de vergadering van 5 Januari j.l. van Liwenagel is door deze vereniging toegezegd, ook een lid naar deze commissie af te vaardigen.

Op verzoek zullen de ledenlijst van Wimecos en de Statuten worden gepubliceerd. Er zal een krachtige actie voor ledenwerving op touw worden gezet. De medewerking van ieder lid wordt hierbij ingeroepen. Aan elke school zullen kaarten worden toegezonden, om deze actie te doen slagen.

In de middagvergadering zijn de aangekondigde lezingen van Prof. Dr J. Haantjes en Dr M. v. Vlaardingen gehouden.

Rotterdam.

Jan. 1948.

De Secretaris:

J. J. TEKELBURG.

L.I.W.E.N.A.G.E.L.

Op de jaarvergadering te Utrecht op 5 Jan. 1948 is het bestuur van L.i.w.e.n.a.g.e.l als volgt samengesteld:

G. H. Frederik, Warmonderweg 51, Leiden, Voorzitter.

Mej. Dr A. T. M. Kramer, Kruisbessenstr. 12, 's Gravenhage, secretaresse.

J. Willemse, Kethelweg 19, Vlaardingen, 2e secretaris.

Dr H. Ph. Baudet, Koetlaan 8, 's Gravenhage, penningmeester.

Dr J. C. v. d. Steen, Mauritsstraat 70, Utrecht.

Bij het Mathematisch Centrum wordt L.i.w.e.n.a.g.e.l vertegenwoordigd door de heren: Dr G. Wielenga en H. Mooy en bij het Wiskundig Genootschap door Dr M. van Rees.

A. T. M. KRAMER, *secretaresse*.

Kruisbessenstraat 12, 's Gravenhage.

MATHEMATISCH CENTRUM.

Hoofdgebouw
Wijtenbachstraat 5
Amsterdam (O.).

Bibliotheek
Nieuwe Kerkstraat 124
Amsterdam (C.).

Rooster voordrachten en cursussen. (Eerste helft 1948).

De voordrachten zijn ondergebracht onder drie hoofden: Zuivere Wiskunde, Toegepaste Wiskunde en Grondslagenleer. Onder elk hoofd is de indeling naar de plaats van de voordracht.

ZUIVERE WISKUNDE.

Amsterdam.

Alle voordrachten en cursussen *Zuivere Wiskunde* te Amsterdam vinden plaats in de Laboratoria der Vrije Universiteit, de Lairessestraat 174.

1. Een serie voordrachten *Elementaire onderwerpen, van hoger standpunt bezien*, te houden op Woensdagavonden om de 14 dagen, aanvang 20 uur precies. (Duur ongeveer $1\frac{1}{2}$ uur). Het voorstel tot het houden van deze voordrachten is afkomstig van het Dispuut Didactiek, dat thans onder leiding staat van de heer H. Mooy. Het spreekt vanzelf, dat ook welkom zijn zij, die niet tot de geregelde bezoekers van het Dispuut Didactiek behoorden. De eerste van deze serie voordrachten wordt gehouden door Prof. Dr N. G. de Bruyn, (Delft), die op Woensdagavond 14 Januari zal spreken over het onderwerp: *Combinatorische aantalbepalingen bij bomen*. Verder hebben toegezegd Prof. Bottema (Delft) en Prof. Breme-kamp (Delft). Met verscheidene andere hoogleraren zijn besprekingen gaande. De onderwerpen worden Woensdag 14 Januari nader bekend gemaakt.
2. Colloquium *Moderne Algebra* onder leiding van Dr J. de Groot en Dr F. Loonstra. Voortzetting van het in 1947 gestarte colloquium. Elke Woensdagavond om de 14 dagen bespreekt een van de deelnemers een onderwerp uit de abstracte algebra. Hervatting 7 Januari, om 19.30 u.
3. Colloquium *Asymptotische Ontwikkelingen* onder leiding van Prof. Dr J. G. van der Corput en Prof. Dr S. C.

van Veen. Voortzetting van het colloquium van 1947. Het doel is om te komen tot de samenstelling van een standaardwerk over asymptotische ontwikkelingen met al hun toepassingen. Hervatting 15 Januari, aanvang 19.15 u. Het colloquium vindt plaats elke Donderdagavond.

4. „Actualiteiten”. Enkele korte voordrachten over actuele onderwerpen door Dr F. van der Blij en J. Korevaer op de laatste Zaterdag van de maand (Januari tot Mei), op een zodanig tijdstip (11 u. 's morgens), dat vroege bezoekers van de vergaderingen van het Wiskundig Genootschap deze voordrachten kunnen bijwonen. Op 31 Januari spreekt de heer J. Korevaer over het onderwerp: *De nulpunten van de afgeleiden van een functie en zijn analytisch karakter*. Volgende onderwerpen worden op 31 Januari bekend gemaakt.

Avondcolleges. (Voortzetting van de 2-jarige cursus). De behandelde stof staat in tusschen hetgeen in Delft voor het propaedeutisch examen behandeld wordt en de stof van het universitair candidaatsexamen. De cursus is begonnen op 3 October 1947. Het rooster is voor dit jaar:

5. *Meetkunde* door Dr A. Heyting. 's Maandags van 20—22 uur; 12 Januari—15 Maart; 12 April—grote vacantie.
6. *Analyse* door J. Korevaer. Op Dinsdag van 20—22 uur; 13 Januari—16 Maart; 13 April—grote vacantie.
7. *Algebra; Techniek Differentieren en Integreren* door Dr F. v. d. Blij. Elke Vrijdag van 20—22 uur; 16 Januari—19 Maart; 16 April—grote vacantie.

's-Gravenhage.

8. Cursus *Moderne Algebra* door Dr F. Loonstra. Op Dinsdag om de drie weken, 's avonds om 19.30 uur. Begint 13 Januari en wordt gehouden in het Stedelijk Gymnasium, Laan van Meerdervoort 57.
9. *Herhalings- en Aanvullingscursus Wiskunde* door Dr F. Loonstra. Deze cursus, opgezet als aanvulling bij de cursussen 25 en 26, is ook toegankelijk voor hen, die niet aan 25 of 26 deelnemen. De cursus is reeds een maand aan de gang en zal nog 2 maanden duren; hij wordt voortgezet op de Donderdagen 8 Januari tot 26 Februari, 's avonds om 19.50 uur, in het Gebouw van de Postchèque- en Girodienst, Spaarneplein.

Rotterdam.

Voor deze voordrachten wende men zich tot de Secretaris van

het Wiskundig Dispuut „Thomas Jan Stieltjes”, de heer H. Pleysier, Nobelstr. 105b. De voordrachten vinden plaats in het St. Franciscus College, Beukelsdijk 91.

10. Drie voordrachten over *Topologie* door Dr J. de Groot. Op de Dinsdagen 13 Januari, 3 Februari, 24 Februari, 's avonds om 19.45.
11. Op 27 Januari zal voor het Dispuut spreken Dr Bernard Johnson, Accrington, Engeland, over „*Mathematics in English Secondary Schools*”. Aanvang 19.45.

Eindhoven.

12. Cursus *Moderne Algebra* door Dr A. Heyting. Voortzetting van de op 12 December begonnen cursus op 9 Januari, 23 Januari, 6 Februari enz. Wordt 's avonds van 8—10 uur gehouden in het Gebouw van het Academisch Genootschap, Ten Hagestraat 1.

Sittard.

13. Colloquium *Moderne Algebra* onder leiding van Dr F. Loonstra. Voortzetting van het in het najaar van 1941 aangevangen colloquium op 17 Januari, 14 Februari, 13 Maart en verder volgens afspraak. Aanvang 14 uur. Plaats: Hotel „de Zwaan”.

TOEGEPASTE WISKUNDE.

Amsterdam.

14. *Aerodynamica*. Een serie voordrachten van Prof. Dr J. M. Burgers (Delft) over „*Gasstromingen met hoge snelheden*”. Op Dinsdag van 15—17 uur in het Laboratorium van Prof. Dr J. Clay, Plantage Muidergracht 6.
Data: 27 Januari, 3, 10, 17, 24 Februari en eventueel nog 2 Maart.
15. *Tensorrekening voor Physici* door Prof. Dr J. A. Schouten. Voortzetting van de op 3 October 1947 begonnen cursus op de Vrijdagen 16 Januari, 23 Januari, 30 Januari enz. De cursus wordt gehouden in het Laboratorium van Prof. Dr J. Clay, Plantage Muidergracht 6, van 14—16 uur.

Een reeks cursussen van de *Rekenafdeling* van het Mathematisch Centrum wordt geopend door Dr Ir A. van Wijngaarden, chef der Rekenafdeling, met de cursus

16. *Principes der electronische rekenmachines*. Zes voordrachten

op de Zaterdagen 17, 24 Januari, 7, 14, 21 Februari en 6 Maart, van 15.30—17 uur, in de Laboratoria der Vrije Universiteit, de Laïressestraat 174.

17. Bizonderheden over de geprojecteerde cursussen 17 en 18, die
18. op 16 zullen volgen, worden t.z.t. bekend gemaakt.
3. Colloquium *Asymptotische Ontwikkelingen* onder leiding van Prof. Dr J. G. van der Corput en Prof. Dr S. C. van Veen. Zie onder Zuivere Wiskunde, nr. 3.
19. Cursus *Statistiek en Wiskunde voor Medici en Biologen* door Dr F. van der Blij en J. Korevaer. Een reeks voordrachten over nieuwe onderwerpen vangt aan op 19 Januari. De cursus wordt gehouden op Maandagavond om de veertien dagen in het Wilhelmina-Gasthuis, zijvleugel Paviljoen I (afdeling van Prof. Formijne). Aanvang 20 uur precies.

Utrecht.

Voortzetting der cursussen *Numerieke en Grafische Methoden* door Prof. Dr H. Freudenthal in het Universiteitsgebouw, Domplein.

20. (Vooropleiding gelijkwaardig met prop.ex. Delft of cand.ex. A—D der Universiteit). Elke Vrijdag vanaf 16 Januari. Aanvang 19.30 uur.
21. (Vooropleiding minder uitgebreid). Elke Dinsdag vanaf 20 Januari: aanvang 13.30 uur.

's-Gravenhage.

Binnenkort zullen te 's-Gravenhage beginnen drie cursussen *Practisch Rekenen*, te geven door de heer F. Harkink, Landmeter van het Kadaster. De cursussen zullen worden gehouden in het Centraal Tekening- en opleidingsbureau van het Kadaster, Nieuwe Haven 6. Zij, die aan een van deze cursussen wenschen deel te nemen, gelieven zich ten spoedigste op te geven bij het Mathematisch Centrum, Wijtenbachstraat 5, Amsterdam. De deelname is kosteloos, maar, althans voor cursus 22, enigszins beperkt.

22. *Machinerekenen*. (Vooropleiding tenminste MULO-B). Een algemene opleiding in het werken met Brunsviga-machines, voorzien van tekenknop. Op Maandag van 19.30—21 uur. Duur van de cursus is circa drie maanden. Bij voldoende belangstelling wordt de cursus na afloop herhaald. Aanvang 12 Januari.
23. *Benaderde waarden en verkorte bewerkingen*. (Vooropleiding H.B.S.-B of daarmee gelijkwaardig). De invloed van het afronden van gegevens en van tussenresultaten op het eind-

resultaat. Op Maandag van 21.15—22.15 uur. Duur 2 à 3 maanden. Aanvang 12 Januari.

24. *Interpolatie*. (Vooropleiding H.B.S.-B of daarmee gelijkwaardig). Formules van Newton, Gauss, Stirling, Everett, Lagrange. Buitenschema van Fraser en de throw-back methode van Comrie. Op Maandag, op nader vast te stellen data. Duur 2 à 3 maanden.

Voortzetting der kadercursussen Statistiek. In samenwerking met de Vereniging voor Statistiek organiseert het Mathematisch Centrum twee cursussen over Statistiek, die gehouden worden in het Gebouw van de Postchèque- en Girodienst, Spaarneplein, den Haag. Deze cursussen zijn bestemd voor hen, die reeds enigszins met de Mathematische Statistiek bekend zijn en hun kennis willen aanvullen tot een niveau, dat ongeveer met dat van de toekomstige universitair gevormde statistici zal overeenkomen.

25. *Elementaire en Beschrijvende Statistiek* door Dr J. J. J. Dalmulder. Elke Vrijdag van 17.30—18.30 uur. Hervatting 23 Januari.
26. *Mathematische Statistiek* door Prof. Dr van Dantzig. Elke Vrijdag van 19.30—21.30 uur. Hervatting 23 Januari.
9. *Herhalings- en Aanvullingscursus Wiskunde*. Deze cursus, bedoeld als aanvulling bij 25 en 26, wordt gegeven door Dr F. Loonstra. Hij is ook toegankelijk voor hen, die niet aan 25 of 26 deelnemen. Voor data en tijd zie men onder Zuivere Wiskunde nr. 9.

GRONDSLAGENLEER.

Twee series voordrachten in Amtserdam, de Lairessestraat 174.

27. Een cursus *Logistiek* door Dr A. Heyting op de Maandagen 2, 9, 16, 23 Februari, 1, 8, 15 en eventueel 22 Maart, van 14—16 uur.
28. *Inleiding in de Algemene Signifika. Begripscritiek der Ervarengswetenschappen*. Een serie voordrachten van Prof. Dr D. van Dantzig, parallel aan zijn universitaire Zaterdagmorgencolleges. Elke Zaterdagmiddag van 14—15 uur. Aanvang 17 Jan. De voordrachten 28, die in hoofdzaak gedacht zijn voor ingenieurs, leraren in wiskunde, natuurwetenschappen, biologie e.d., psychologen en anderen, die belang stellen in grondslagenonderzoek, hebben in hoofdzaak ten doel, de signifiante methoden van begrippenonderzoek te demonstreren aan

de hand van enige fundamentele voorbeelden, b.v. het wiskundige „oneindigheids”-begrip, de wiskundige „zekerheid”, het „causaliteits”-begrip in de fysika, het „doelmatigheids”-begrip in de biologie, het „behaviorisme” in de psychologie, e.d. Ook zullen de betrekkingen tussen wiskunde, logika en ervaringswetenschappen worden onderzocht, en zullen de betrekkingen van de signifika tot de logische syntaxis en semantiek ruw worden geschetst. Voorkennis van hogere wiskunde of symbolische logika wordt niet vereist.

Opmerking: Alle cursussen en voordrachten zijn kosteloos toegankelijk, behalve de nrs. 5, 6, 7, 9, 25, 26.

Het Mathematisch Centrum is bereid om bij gebleken belangstelling ook in andere plaatsen van ons land Wiskunde-cursussen en -voordrachten te doen houden.

N.B. Prof. Dr J. Haantjes heeft toegezegd een serie van 6 voordrachten over afstandsmeetkunde te houden voor het Dispuut Stieltjes te Rotterdam in het voorjaar. (Zie boven bij 10.)

WISKUNDIG DISPUUT „THOMAS J. STIELTJES”.

- 13 Januari : Dr. J. de Groot, Amsterdam: Topologie.
27 „ : Dr. B. Johnson, Accrington: Mathematics in English
Secondary Schools.
3 Februari: Dr. J. de Groot, Amsterdam: Topologie.
17 „ : J. R. M. Sanders, Rotterdam: over de vlakke C_3
(vervolg).
24 „ : Dr. J. de Groot, Amsterdam: Topologie (laatste
lezing).
9 Maart, 23 Maart, 6 April: Prof. Dr. J. Haantjes, Amsterdam:
Afstandsmetkunde.

Over verdere lezingen in April zullen nog nadere mededelingen volgen.

Voor de genoemde lezingen wordt niet meer extra geconvoceerd, zodat verzocht wordt deze convocatie te bewaren.

Alle lezingen vinden plaats te 19.45 uur in het St. Franciscus College, Beukelsdijk 91, Rotterdam.

INTERNATIONALE VERENIGING VOOR LOGICA EN DE WIJSBEGEERTE DER WETENSCHAP.

Op 15 November 1947 is de oprichting van de reeds eerder in dit tijdschrift aangekondigde Nederlandse afdeling van bovengenoemde internationale vereniging een feit geworden. Een zestigtal leden zijn toegetreden. Op het programma staan een zestal wetenschappelijke bijeenkomsten per jaar, die te Utrecht gehouden zullen worden. Daarnaast ook, op verzoek van belangstellende leden, streeksgewijze studiekringen ter beoefening van de techniek der symbolische logica, zonder welke tal van wijsgerige vraagstukken, die thans in het middelpunt van de belangstelling staan, niet goed aangepakt kunnen worden. Inlichtingen bij het secretariaat: Cort van der Lindenlaan 12, Enschede.

LEVENBERICHT

van

D. J. KORTEWEG

(31 Maart 1848—10 Mei 1941) ¹⁾).

Diederik Johannes Korteweg was van geboorte, op 31 Maart 1848, een Bosschenaar. Hij volgde te 's-Hertogenbosch, waar zijn vader advocaat was, op de Nutsschool het gewone lager onderwijs en bezocht daarna een school, die in de eerste plaats voor Breda en Den Helder opleidde. In dien tijd, nu bijna een eeuw geleden, was het peil van het onderwijs op dergelijke scholen zeer verschillend en ook dikwijls voor de afzonderlijke vakken zeer ongelijk.

Volgens Korteweg's eigen herinneringen kreeg hij geringe kans tot vorderingen in de moderne talen, maar werd hij in de wiskunde, het vak waarheen zijn aanleg hem dreef, behoorlijk gedresseerd. Als schrijvers van de door hem in dien tijd gebruikte leerboeken noemt hij Provily en De Gelder. Zijn voorliefde voor dat vak deed hem toen besluiten te Delft voor ingenieur te gaan studeeren. Maar de toegang tot de nieuw ingestelde „Polytechnische School” ging via het zoogenaamde examen A, gelijk staande met het tegenwoordige eindexamen H.B.S.; afschrikkend alleen al door den overvloed van vakken. In zijn studie krachtig gesteund door den heer Ringeling, leeraar aan het gymnasium in zijn woonplaats, slaagde hij er in deze hindernis te nemen; maar hij zelf

¹⁾ Overdruk uit het Jaarboek der Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen 1945/46. Dit levensbericht is samengesteld door Dr H. J. E. Beth en Prof. Dr W. van der Woude.

Gedurende de studiejaren 1899—1900 en 1900—1901 heb ik het voorrecht genoten de colleges in Analytische Meetkunde van Prof. Korteweg te volgen; als „toehoorder” (voor het examen K V). De studenten, met wie ik in de banken zat, waren voor zover ik me herinner: H. J. E. Beth, L. E. J. Brouwer, L. Crijns, B. M. van Dalssen, E. L. Elte, J. Geest, D. de Lange, L. van der Lugt, E. E. Mogendorff, E. A. F. Schoevers en A. Vas Nunes. Wie er nog van hen over zijn, die houden een innige verering levendig voor de persoon Korteweg. Zijn sprankelend vuur, zijn liefde voor het mooie vak, zijn medeleven met ons jongeren blijft ons bij, zolang we nog iets te maken hebben met de Mathesis.

Het dacht mij goed een eeuw na de geboorte van Korteweg dit levensbericht door middel van „Euclides” in wijde kring te verspreiden.

P. W.

terecht of ten onrechte verklaart, mede door de groote welwillendheid der examencommissie. Hij behoorde uit een groot aantal examinandij tot het tweetal geslaagden.

Ziedaar dan de zeventienjarige student Korteweg vol geestdrift te Delft aangekomen en spoedig ontgoocheld. Hij was geen technicus van aanleg. Het toeval wilde, dat het hem voorloopig zoo gemakkelijk viel aan de richting, die hem niet lag, te ontsnappen. Door een fout in de wet kon op het eerste examen te Delft geen techniek-gevraagd worden. Maar na daarvoor geslaagd te zijn kon of wilde hij zijn ijver niet in de technische richting dwingen. In plaats daarvan legde hij de examens wiskunde M.O. af, zoodat hij na een vierjarig verblijf te Delft diploma's genoeg had, maar niet dat van ingenieur.

Hij nam nu een benoeming tot leeraar aan de H.B.S. te Tilburg aan. Het is merkwaardig en teekenend voor Korteweg, dat hij die benoeming aannam met eenige aarzeling op grond van gering vertrouwen in zijne capaciteiten voor dat bedrijf; een wantrouwen, waarvan hij spoedig genezen werd. Op het leeraarsambt te Tilburg volgde een dergelijke functie te Breda, waarnevens hij zich tevens voorbereidde voor het staatsexamen tot toelating van de Universiteit.

Toen ook dat nieuwe toelatingsexamen achter den rug was, legde hij te Amsterdam binnen een jaar tijds het candidaatsexamen en nogmaals binnen een jaar het doctoraal-examen af en promoveerde daarna cum laude op 18 Juli 1878 als eerste aan de stedelijke Universiteit, waarin het aloude Athenaeum Illustre kort geleden was omgezet. De titel van het proefschrift luidde: „Over de voortplantingssnelheid van golven in elastische buizen”; promotor was J. D. van der Waals, toenmaals een rijzende ster.

Korteweg was toen dertig jaar. Wij waren bij deze episode uit Korteweg's jeugd vrij uitvoerig. Ten eerste omdat zij een kijk geeft op zijn doorzettingsvermogen, maar ook omdat hierbij blijkt, hoe een jonge man van gaven, en zeker niet in minder gunstige omstandigheden geplaatst, toen nog meer dan nu te strijden had, als zijn eerste opleiding niet met zijn latere wenschen harmonieerde.

Het proefschrift was niet Korteweg's eerste pennevrucht. Die pen begint te vloeien in zijn Tilburgschen tijd. Het is niet onze bedoeling op zijn publicaties — een 25-tal zeer uitvoerige en een aantal kleinere — stuk voor stuk in te gaan; maar er is ook bij hem iets aantrekkelijks in, de eerste uitingen van een zich geleidelijk vormenden geest na te gaan.

De eerste publicatie is van practisch belang. Het leerboek der Analytische Meetkunde, toen aan de Universiteiten en te Delft bijna

uitsluitend in gebruik, was het bekende „Leçons de Géométrie Analytique” par Briot et Bouquet. Ten gebruike van de studenten gaf Korteweg de oplossingen der eerste vijf serie's vraagstukken; maar daar er iets op te lossen moet blijven, voegde hij een gelijk aantal geheel bij den tekst passende nieuwe vraagstukken hieraan toe¹⁾. Zooals wij zeiden „ten gebruike van de studenten”, maar ook ongetwijfeld als een uiting van overvloeiende energie, die een uitweg zoekt. Deze publicatie is merkwaardig, als men er bij bedenkt, dat de problemen, die Korteweg later aangreep, misschien juister gezegd: „die hem aangrepen”, bijna steeds die der *toegepaste* wiskunde waren.

Tot die laatsten kan men ook rekenen een paar artikelen in het „Nieuw Archief voor Wiskunde” (1875), uitgegeven door het Wiskundig Genootschap, en het Journal des Actuaire Français (1875); „Over de verschillende mogelijkheden en uitkomsten van stemmingen eener verkiezing, waarbij stemmers van tweeërlei kleur zich bij loting in afdeelingen verdeelen”.

In hetzelfde nummer van het Archief (1874) komen van zijn hand bekroonde oplossingen voor van een tweetal prijsvragen. Die van de eerste bevat iets, dat voor Korteweg eigenaardig is. De prijsvraag luidde: „Door het zwaartepunt van een gelijkslachtige massieve driehoekige pyramide verlangt men een lijn te trekken, zoodanig dat bij een draaiende beweging der pyramide om die lijn als as, de middelpuntvliedende krachten, door die beweging ontwikkeld, met elkaar in evenwicht zijn”.

Vermoedelijk zal deze opgaaf, feitelijk een vraag naar de hoofdassen der centrale traagheidsellipsoïde van een homogene driesijdige pyramide, Korteweg niet al te veel moeite gekost hebben. Hij loste haar door berekening volledig op en kon het daarbij laten. Maar hij *ziet* zijn ellipsoïde niet; ook blijkt er geen verband met eenig ander hem bekend vraagstuk. Hij heeft dus geen rust, voordat hij ontdekt heeft, dat het antwoord op de gestelde vraag hetzelfde is als dat op een tweetal meer bekende vragen; ten overvloede toont hij aan, dat het voldoende is van deze beide één op te lossen, waarna de andere door een affiene transformatie tevens opgelost is. Bedoeld zijn de opgaven om de hoofdassen aan te geven van de grootste ingeschreven of van de kleinste omgeschreven ellipsoïde van een gegeven tetraëder²⁾.

¹⁾ 's Hertogenbosch, van Heusden; 1872.

²⁾ Zie ook D. J. Korteweg. Ueber einige Anwendungen eines besonderen Falles der homographischen Verwandtschaft (Schlömilch's Zeitschrift für M. und Ph. 21 (1876).

Van Korteweg's verdere geschriften uit dien tijd noemen wij de titels zonder meer: een discussie met prof. Van Geer, nog een bekroond antwoord op een prijsvraag: „Over Arved Walter's Untersuchungen über Molecularmechanik” (Maandblad voor Natuurwetenschappen 5 (1874), vertaling in Schlömilch's Zeitschrift für Math. und Phys. 22 (1877)); „Over benaderingsformulen voor de som van reeksen, welke uit een groot aantal termen bestaan” (N. A. v. W. 2, 1876).

Keeren wij tot Amsterdam terug. Het spreekt van zelf, dat daar spoedig het werk van Van der Waals een diepen indruk op Korteweg maakte. Reeds vóór zijn promotie publiceerde hij in de Mededeelingen der K. Ak. v. W., 2de Reeks 10 (1876) een paar artikelen over Thermodynamische vraagstukken. In het tweede gaf hij een afleiding van een der aannamen, die den grondslag vormden van de theorieën van Van der Waals. Zooals we zeiden, promoveerde hij aan de nieuwe Amsterdamsche Universiteit, op 12 Juli 1878, waarna hij reeds op 25 Juni 1881 aan dezelfde Universiteit tot hoogleeraar in de wiskunde en de mechanica werd benoemd, welke betrekking hij op 10 October 1881 aanvaardde met het uitspreken eener inaugureele rede: „De Wiskunde als Hulpwetenschap”.

De titel van deze rede geeft tevens een levensprogramma voor Korteweg aan. Inderdaad sproten de problemen, waaraan hij zich wijdde, bijna steeds voort uit de mechanica of de physica. Toch was zijn wetenschappelijk werk niet geheel aan dit programma gewijd; daarnaast heeft hij zich verdiept in een bepaald tijdperk van de ontwikkeling der wiskunde in Nederland, dat men als den tijd van Christiaan Huygens zou kunnen aanduiden. Korteweg zelf noemt het in zijn rectorrede, 8 Februari 1894, „het bloeitijdperk der wiskundige wetenschappen in Nederland”. De rede is behalve aan de verdiensten van Huygens vooral gewijd aan die van den raadpensionaris Jan de Witt en van den Amsterdamschen burgemeester Johannes Hudde.

Zoo kon Korteweg dus op drieëndertigjarigen leeftijd aan de nog veel jongere Amsterdamsche Universiteit zijn volle kracht geven. Het was hem beschoren, dat in lengte van dagen te kunnen doen, want bij de viering van haar vijftigjarig bestaan liep hij, hoewel natuurlijk als hoogleeraar afgetreden, nog in volle gezondheid in den optocht harer dienaren mee.

Zooals wij reeds zeiden, kan het niet onze bedoeling zijn Korteweg's geschriften alle te memoreeren. Het zou trouwens zeer moeilijk vallen, nu de natuurkundige publicaties, uitingen van de toenmalige physica, naar waarde te schatten. Wij noemen hier slechts

enkele der meest bekende en, naar wij hopen, meest karakteristieke. Voor het verkrijgen van een overzicht is daarbij eenigszins van de chronologische volgorde afgeweken.

In het Nieuw Archief voor Wiskunde IV (1900) vindt men een uitvoerig en zeer belangrijk artikel (p. 120—162) van Korteweg, onder den titel: „Ueber eine ziemlich verbreitete unrichtige Behandlungsweise der rollenden Bewegung und ins Besondere über kleine rollende Schwingungen um eine Gleichgewichtslage”.

Hoewel reeds in 1892 A. Vierkant tegen het gebruik der hier besproken onjuiste methode had gewaarschuwd, werd zij nog dikwijls aangetroffen zelfs bij zeer bekende auteurs. Men vond haar o.a. in den eersten druk van het uitstekende en door Korteweg zeer gewaardeerde leerboek van P. Appell, *Traité de Mécanique Rationnelle* II, ook in een artikel van E. Lindelöf (Note sur le mouvement de roulement, *Acta Soc. Scient. Fennicae* Txx, N° 10 (1895)). Korteweg wijst zeer duidelijk de begane fout aan, leidt op andere wijze dan Vierkant de juiste behandelingswijze af en bewijst, wat zeer belangrijk is, dat deze methode, hoewel in het algemeen af te keuren, bij *kleine* slingeringen voor het verkrijgen der eerste benadering gepermitteerd is. Appell, ook van andere zijde gewaarschuwd, heeft zich gehaast deze fout te herstellen.

Ongetwijfeld komt ook uit de studie der kleine oscillaties, hetzij om een evenwichtstoestand hetzij om een stationnaire beweging, voort het geheel wiskundige artikel: „Sur un théorème remarquable qui se rapporte à la théorie des équations algébriques à paramètres réels, dont toutes les racines restent constamment réelles”.

De stelling luidt: Laat $\Phi(a, b, c, \dots, x) = 0$ een algebraïsche vergelijking zijn, die voor alle reële waarden der parameters $a, b, c, \dots$ slechts reële wortels bezit. Laat $a = a_1, b = b_1, \dots$ waarden zijn, waarvoor de vergelijking m gelijke wortels x heeft. Dan hebben de afgeleiden

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \frac{\partial \Phi}{\partial a}, \frac{\partial \Phi}{\partial b}, \dots, \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial a}, \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial b}, \dots$$

tot en met die van de orde $(m - 1)$ de waarde nul voor $x = x_1, a = a_1, b = b_1, \dots$

Inderdaad blijkt deze stelling van groot belang niet alleen bij kleine bewegingen. Korteweg bespreekt ook de gevaren, aan hare omkeering verbonden.

Op de eigenaardige moeilijkheden, die bij opeenvolgende benaderingen van oscillaties zich kunnen voordoen, wijst Korteweg in de Verhandelingen der K. A. v. W. (1897):

„Over zekere trillingen van hoogere orde (relatietrillingen) van abnormale intensiteit bij mechanismen met meerdere graden van vrijheid”: Zie hiervoor de dissertatie van zijn leerling H. J. E. B e t h (Amsterdam 1910) waarin een bijzonder geval van deze relatietrillingen wordt behandeld.

De vorm der banen van een zwaar punt onder den invloed eener centrale kracht is het onderwerp van een artikel in de Mededeelingen K. Ak. v. W., 2de Reeks 20 (1886).

Zeër bekend onder Korteweg's geschriften zijn die, welke ontstaan zijn in samenwerking met zijn promotor V a n d e r W a a l s en later met zijn Leidschen collega F. A. H. S c h r e i n e m a k e r s. Zij hebben betrekking op den eigenaardigen vorm van het beroemde ψ -vlak van V a n d e r W a a l s. Hierdoor kwam Korteweg weer tot een onderzoek, eerst over den vorm, die een oppervlak in de buurt van bepaalde singulariteiten kan aannemen, later tot een meer algemeen onderzoek over singulariteiten en hun invloed op de gedaante van het oppervlak. Hij vestigde speciaal de aandacht op de „plooi punten”, aldus door hem genoemd. Zij zijn te vergelijken met de buigpunten van een vlakke kromme; men kan ze bij een zich continu deformeërend oppervlak-K o r t e w e g's methode-ontstaan denken door de beide raakpunten van een dubbelraakvlak te laten samenvallen. De studie der flecnodale en spinodale krommen op het oppervlak sluit zich hierbij aan. Men vindt deze theorie uiteengezet in de artikelen:

„Sur les Points de Plissements”. Archives Néerlandaises des Sc. Ex. et Nat. 24 (1891) p. 51—98; Soc. Holl. des Sc. à Harlem.

La Théorie Générale des Plis et la Surface ψ de Van der Waals dans le cas de Symétrie, Id. p. 295—368.

Zie ook meer algemeen:

Math. Ann. 41 (1893) p. 286—307.

Nog op een enkel punt wijzen wij. Men vindt in verschillende tijdschriften (Intermédiaire des Math., Comptes Rendus, e.a.) korte artikelen van K o r t e w e g's hand, die op H u y g e n s betrekking hebben. Daarnaast zijn er echter twee grootere, van meer dan historisch belang: nieuwe onderzoekingen over vraagstukken, die H u y g e n s reeds bezig hielden.

De titels zijn:

1. „Over de verschillende evenwichtstoestanden van drijvende rechthoekige parallelopipedische lichamen, wier lengteas met de vloeistofoppervlakte evenwijdig loopt” (N. A. v. W., 2de Reeks VIII (1904)). Dit onderwerp is verder behandeld door K o r t e w e g's

leerling P. Brandsen in' zijn dissertatie¹⁾ en in een bekroond antwoord op een prijsvraag, uitgeschreven door het Wiskundig Genootschap.

2. „Huygens' sympathetische uurwerken en verwante verschijnselen in verband met de principale en samengestelde slingeren, die zich voordoen, als aan een mechanisme met één enkele vrijheidsgraad twee slingers bevestigd worden”.

Wat wij ten slotte nog te vermelden hebben, de Huygens-editie, noemt men wel Korteweg's grootste verdienste. Wij laten de juistheid van de uitdrukking in het midden, echter niet uit twijfel aan het groote belang van de uitgaaf der complete werken van Christiaan Huygens. Zij is ondernomen door de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen; Korteweg, die lid en later voorzitter der voor dit doel ingestelde commissie was, was van 1911—1927 de leider der uitgave. Hij verzorgde de uitvoerige registers der 10 deelen correspondentie en bewerkte den geheelen tekst der deelen XI—XV, waarbij hij de Avertissements van de deelen XI, XII en XIV alleen, die van XIII en XV met de heeren Lorentzen en Nijland samenstelde. Hij heeft zich daarbij moeten inwerken en indenken in de geheele wetenschap ten tijde van Huygens op het gebied der wiskunde, natuurkunde en sterrekunde en in het wijsgeerig denken harer toenmalig voornaamste beoefenaars. Hij heeft daardoor een uitgaaf tot stand gebracht, die — volgens een bij uitstek deskundige (Dr. E. Dijksterhuis) — in volledigheid en betrouwbaarheid door geen enkele publicatie van dezelfde soort in binnen- of buitenland wordt overtroffen.

Als we Korteweg als docent willen schetsen, dan beginnen we het beste bij zijn colleges in de analytische meetkunde voor de eerstbeginnenden. Hij beschouwde deze inderdaad als eerstbeginnende, nam niets als reeds bekend aan en liet niets aan het toeyal over. Voor hem, die Korteweg niet in de collegezaal bezig gezien heeft, maar hem alleen ontmoet heeft als den vriendelijken en jovialen man, moet het weinig geloofwaardig schijnen, dat diezelfde Korteweg voor den gemiddelden jongen student een zoo gevreesd persoon was. Zijn uitgangspunt was, dat men kwam om te studeeren, en het was hem een gruwel, als hij jonge lieden ontdekte, die het met de studie niet al te ernstig namen. Zij kwamen aan het licht bij de vragen, waardoor de heldere en altijd geestdriftige uiteenzetting voortdurend onderbroken werd. En wee den

¹⁾ Amsterdam 1909.

ongelukkige, van wien het bleek, dat hij niet over „het materiaal” beschikte, dat voor het volgen van het college noodig was. Want Korteweg rustte niet bij het ontvangen van een foutief antwoord, vóórdat hij door verder vragen de diepte van de onwetendheid gepeild had. Weinigen beschikten over den treurigen moed, het college te bezoeken, als ze niet gereedgekomen waren met de problemen, die ter oefening meegegeven waren. Uitvluchten als ongesteldheid, afwezigheid op het vorige college e.d., golden voor Korteweg niet. Streng kon hij dan in zijn bestraffing zijn. Menigmaal werd de vraag gesteld, waarom men juist wiskunde moest studeeren, als men daarvoor zoowel den aanleg als de belangstelling miste; hij noemde dan andere studierichtingen, die toch ook aantrekkelijk waren en goede vooruitzichten boden. Ook bestonden er goede betrekkingen, waarvoor men in het geheel niet behoefde te studeeren.

Dat echter het meerendeel van de studenten zich voor het onderwijs van Korteweg wel wilde inspannen was toch niet in de eerste plaats een gevolg van vrees voor zijn gerechten toorn. Maar men kwam spoedig onder den indruk van de voortreffelijkheid van dit onderwijs. En bovendien gaf Korteweg een zoo hoog voorbeeld van ijver en plichtsbetrachting, dat ieder den invloed daarvan onderging en er door meegesleept werd. Wie in later jaren nog eens zijn dictaat heeft doorgebladerd, moet het opgevallen zijn, hoe degelijk en goed overdacht dit alles in elkaar zat. Toch is Korteweg er nooit mee opgehouden zich voor zijn colleges voor te bereiden, zelfs voor de meest elementaire. Dit deed hij, omdat hij niet kon verdragen, dat hij zich even vergiste. Inderdaad gebeurde dit dan ook alleen bij hooge zeldzaamheid; bekend is, hoe wanhopig hij heeft uitgeroepen: „wat ben ik vandaag weer aan het knoeien”, toen hij voor de tweede maal in één uur op het bord een rekenfout gemaakt had.

Dat Korteweg ieder uur met versche aantekeningen kwam, ontging ook zijn hoorders niet. Hij gaf hun daarmee een goede les voor hun toekomstige werkzaamheid bij het onderwijs. Ze hebben kunnen zien hoeveel het waard is, als men goed voorbereid voor de klasse komt. Korteweg bleek doordrongen te zijn van het besef, dat de overgrootste meerderheid van zijn leerlingen later bij het middelbaar of gymasiaal onderwijs terecht zou komen. In zijn tijd dacht men nog niet aan een systematische voorbereiding voor het leeraarsambt. Deze hoogleeraar gaf echter incidenteel vaak aanwijzingen, waarmee zijn leerlingen later hun voordeel hebben kunnen doen. Hij heeft altijd een warme belangstelling voor het middelbaar

onderwijs behouden en mocht graag nog eens praten over zijn eigen ervaringen bij dat onderwijs. We herinneren ons nog, dat hij zich gemengd heeft in den strijd, toen het ging om de verlenging van den cursusduur van de Hoogere Burgerschool. Bij deze gelegenheid bleek hij een tegenstander te zijn van den 6-jarigen cursus, hetgeen aan een voorstander de opmerking ontlokte, dat weinigen luisteren naar den naam Korteweg, maar dat er meer Langelaan moesten heeten.

Behalve de analytische meetkunde doceerde Korteweg voor de candidandi ook de astronomie. Het zou ons verwonderen, indien hij zich bij de keuze van de stof niet in hoofdzaak had laten leiden door de overweging, dat zijn studenten later de bevoegdheid zouden ontvangen, onderwijs in die wetenschap te geven.

Het tentamen, dat Korteweg afnam voor het candidaats-examen, omvatte, behalve de analytische meetkunde en de astronomie, ook de projectieve meetkunde. Hierin werd in de jaren, over welke wij schrijven, geen college gegeven. De bedoeling was, dat het werkje van Cremona bestudeerd werd. Aanvankelijk leek dit een zware eisch, maar het viel mee en het was goed gezien, dat ook de jonge menschen eens leerden zich zelf te redden en uit een boek te studeeren.

De eerste tocht naar Vondelstraat 118 F zal wel voor vele lieden een van de zwaarste in hun jonge leven geweest zijn. Want was Korteweg al gevreesd op het college, hij heette geducht op het tentamen. Zoodra men, na zich van de overtollige kleedingstukken ontdaan te hebben, en de hooge trap in het deftige huis opgeklimmen te zijn, de kamer van den professor binnenkwam met de groote boekenkasten en de groote tafels vol folianten en manuscripten, voelde men zich 't weinigje moed ontzinken, dat men had weten te bewaren. En alles scheen onwezenlijk zoodra men op den stoel met hoogen gebeeldhouwden rug had plaats genomen tegenover den hoogleeraar in zijn leuningstoel. Toch kreeg men den indruk, dat de inlichtingen niet juist geweest waren, maar dat Korteweg hier lang niet zoo geducht was als in de Oudemanhuispoort. Zelfs zou men, als men op zoo jeugdigen leeftijd over eenige menschenkennis beschikt had, wellicht opgemerkt hebben, dat de spanning omtrent den afloop van deze ontmoeting minstens even groot was aan gene dan aan deze zijde van de tafel. Uit vele aantekeningen op een blad papier, dat eenigszins ter zijde lag, kon het slachtoffer de gevolgtrekking maken, dat evenals elk college ook elk tentamen zorgvuldig voorbereid was, en dat ook hier niets aan het toeval werd overgelaten.

Ieder wist, dat bij dit tentamen, dat in zijn geheel ruim twee uur duurde, het eerste halfuur in hoofdzaak de beslissing gaf, al waren ook teleurstellingen later op den avond niet geheel uitgesloten. Dat eerste halfuur namelijk was gewijd aan *het* vraagstuk. Hoeveel verzamelingen had men niet bij de voorbereiding door-gewerkt, om de noodige oefening te verkrijgen in de keuze van het voordeeligste assenstelsel en den doelmatigsten parameter! De aandacht van professor was er vooral op gespannen, hoe men in deze te werk ging; veel hulp was hierin van hem niet te verwachten. Sommigen vertellen, dat de spanning tijdens dit onderdeel zoo hevig was, dat het binnenkomen van het meisje met de thee hun noodlottig werd. Was het eerste gedeelte naar wensch verlopen, dan was er een goede kans, dat ook het einde goed zou zijn. Ook de vreugde bij een goeden afloop of de teleurstelling bij een mislukking waren voor den professor niet minder groot dan voor den student. Voor het doctoraalexamen doceerde Korteweg de mechanica en de waarschijnlijkheidsrekening. Het was niet moeilijk vast te stellen, dat van de wetenschappen, die hij onderwees, de mechanica zijn groote liefde had. Het was hem aan te zien, dat hij, na de vele jaren, waarin hij deze stof onderwezen had, elk jaar opnieuw geboeid werd door het onderwerp. Men kan zich moeilijk voorstellen, dat een ander de afleiding van het gyrostatisch beginsel en de toepassingen daarvan zou onderwijzen zoo helder als hij dit deed. Kenmerkend voor zijn wijze van werken was, dat hij de vraagstukken geheel afmaakte en dat hij, evenals P o i n s o t, niet tevreden was voordat hij de bewegingen als voor zijn oogen zag uitgevoerd. Misschien sprak hierin nog altijd de ingenieur.

Door zijn superieur onderwijs heeft Korteweg op allen, die het groote voorrecht hadden, het te mogen volgen, een onvergetelijken indruk gemaakt; hij heeft hun allen een rijken schat voor het leven meegegeven. Echter liet hij zijn leerlingen niet graag los, zoodra zij de examens achter den rug hadden. Hij was dankbaar, als iemand bij hem kwam met het verzoek, een proefschrift onder zijn leiding te mogen bewerken. Men was dan al zoo ver, dat men begrepen had, dat Korteweg niet was de man, dien men in zijn eerste jaren bovenal gevreesd had, maar een hartelijk en zachtmoedig mensch. Bij de inwilliging van het verzoek dreigde hij wel, hooge eischen te zullen stellen en geen hulp te zullen verleen (we spreken over den tijd nadat de eisch van het bezit van den doktorsgraad voor de benoeming tot leeraar vervallen was), maar hier was de theorie strenger dan de practijk. Inderdaad was hij niet veeleischend, doch mild in zijn beoordeeling; hij was overgelukkig

met een wetenschappelijk succes, hoe gering ook, van een willekeurigen bekende, zeker in het bijzonder, als het een van zijn leerlingen gold. Velen zullen zich met groote dankbaarheid deze samenwerking met Korteweg herinneren, de belangstelling in hun pogingen en de vreugde bij hun slagen.

Maar ook na hun promotie konden zijn leerlingen op zijn hulp en toewijding rekenen. Als hij wist, dat de lust aanwezig was, dan vond hij wel gelegenheid tot aanmoediging. Vele prijsvragen, uitgeschreven door het Wiskundig Genootschap, waren door hem ingezonden met de blijkbare bedoeling, een leerling tot verder onderzoek aan te sporen. De leerlingen, die hem aldus nader gekomen zijn, zij vooral, die hem meegemaakt hebben in zijn huiselijken kring, zullen zich hem in de latere jaren niet in de eerste plaats herinnerd hebben als den scherpsten geleerde en den voorbeeldigen docent, maar bovenal als een gaaf en goed mensch.

Tot zoover spraken wij over Korteweg als man der wetenschap en als docent. Maar niet alleen personen, zijn leerlingen in de eerste plaats, ook vereenigingen heeft hij op buitengewone wijze aan zich verplicht; vooral de Koninklijke Akademie van Wetenschappen, de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen en het Wiskundig Genootschap.

Van de Akademie werd hij lid in 1881 en bleef het (ten slotte als rustend lid) tot 1941, dus — toevallig juist op den dag af — gedurende 60 jaren. Hij was van 1902—1919 de zeer gewaardeerde ondervoorzitter der afdeling Natuurkunde. Hij was jarenlang de directeur van het Regionaal bureau voor de samenstelling van een internationalen catalogus van wetenschappelijke uitgaven, welk bureau voor Nederland in de Akademie was gevestigd. Korteweg was de ziel daarvan. Hij kwam voor dit werk jarenlang elken morgen op de Akademie. De onderneming is nooit voltooid. Kort na den vorigen wereldoorlog is de uitgave gestaakt, toen er reeds verscheidene deelen te Londen waren verschenen.

Op zijn buitengewone verdiensten voor de Hollandsche Mij. wezen wij reeds; wij willen niet in herhaling treden.

Onsterfelijk zal hij zijn in de annalen van het Wiskundig Genootschap, waarvan hij op 17-jarigen leeftijd lid werd en waarvan hij een menschenleeftijd lang een der leiders, zoo niet de leider, was. In het begin werkte hij, vooral met zijn vriend en ambtgenoot den Groningschen hoogleeraar P. H. Schoute, verder o.a. met J. C. Kluyver en W. Kapteyn, mede tot de zoo noodige hervorming van het Genootschap en zijn tijdschrift het Nieuw Archief. Hij was

driemaal voorzitter, bijna zestig jaar lang bestuurslid van het Genootschap, van 1897 tot 1941 redacteur van het Nieuw Archief en werkte van 1892 tot 1936 mede aan de uitgave, door het W.G., van de Revue Semestrielle des Publications Mathématiques. Ten slotte was hij gedurende 40 jaar inspecteur der boekery.

Maar zijn hoofdverdienste is, dat hij zoolang zijn krachten dat toelieten, de voordrachten verzorgde. Daarvoor zocht hij steeds nauw contact met jeugdige mathematici, die iets beloofden, won ze voor een voordracht, ontving ze met vaderlijke vriendelijkheid in de vergadering van het Genootschap en bij zich thuis.

Zoo komen wij dan tot de onuitputtelijke gastvrijheid van het echtpaar Korteweg. Wie der wiskundigen, die thans het einde hunner loopbaan in zicht of reeds achter zich hebben, herinnert zich niet met dankbaarheid en ontroering dezen ouderen vriend en zijn echtgenoot?

Korteweg was 25 Juli 1878 getrouwd met W. M. baronesse d'Aulnis de Bourrouill. Het huwelijk bleef kinderloos, maar in April 1893 nam het echtpaar Korteweg de drie ouderlooze kinderen van hunne vrienden, den Amsterdamschen archivaris De Roever en zijn vrouw, tot zich. Een zware slag was het voor de familie Korteweg, toen in 1896 de jongste — de eenige pleegzoon — overleed. Men zou de pleegdochters zelf aan het woord moeten laten om de beschrijving der liefderijke opvoeding, aan haar geschonken, tot haar recht te doen komen.

Korteweg was een zeer sociaal voelend man, die levendig belang stelde in binnen- en buitenlandsche politiek, literatuur, kunst en sport (hij fietste tot zijn tachtigste en wandelde tot zijn negentigste jaar). Hij was daardoor bekend en werd gewaardeerd ook buiten akademische kringen. Zijn sterk gestel (lichamelijk en geestelijk), stelde hem tot alles in staat.

Zoo verliep zijn leven, van buiten gezien, kalm en zeer gelukkig; zooals ieder denkend en warm voelend mensch werd hij toch soms diep getroffen door kleinere en grootere tegenslagen en decepties. In 1918 trad hij als hoogleeraar af. Nog bleef hij jaren lang krachtig en helder van geest, Maar langzamerhand begon hij zich eenzaam te voelen door het verlies van tijdgenooten en bloedverwanten. De hardste slag trof hem in 1931 door het verlies van zijn vrouw na een zoo lang en zoo gelukkig huwelijk. Het leven viel hem hierna soms zwaar. Hij bleef wonen in het huis in de Vondelstraat, waar hij zooveel gelukkige jaren had gekend; daarin werd hij gezelschap gehouden en ten slotte liefdevol verpleegd door een zijner pleeg-

dochters en haar man, het echtpaar Verdonk—De Roever. Daar overleed hij op 93-jarigen leeftijd op 10 Mei 1941.

Van het geslacht der Nederlandsche wiskundigen, die wij — d.w.z. de tijdgenooten van de schrijvers en zij zelve, nu bijna allen hun aftreden wachtende of reeds afgetreden — eens vereerden, was hij de laatste; door zijn kunde en zijn karakter voor ons een imposante, onvergetelijke figuur uit onze jeugd.

H. J. E. BETH en W. VAN DER WOUDE.

CAUSALITEIT EN DETERMINISME.

door

W. SJOERDSMA.

Met veel genoegen heb ik het artikel van Prof. van Laer gelezen over „Causaliteitsbeginselen en moderne physica” in Euclides 23, no. 1, blz. 15 e.v.

De belangstelling voor natuurfilosofische onderwerpen in Nederland groeit en hieraan komt het artikel van Van Laer in 't bijzonder tegemoet, omdat het één der moeilijkste, maar ook één der meest belangwekkende vraagstukken uit de natuurfilosofie aansnijdt.

Nu is de natuurfilosofie geen empirische wetenschap, zoals de natuurkunde er een is, waar men met proeven zijn overtuiging kan bewijzen. Als natuurfilosoof redeneert men meestal uitgaande van een bepaald wijsgerig stelsel. Het gevolg is, dat over een probleem ook ongeveer evenveel oplossingen komen, als er filosofische stelsels zijn. Zo zijn er ook over het causaliteitsprobleem verschillende opvattingen.

Van Laer beperkt zich niet tot het verdedigen van zijn eigen opvatting, maar noemt tevens verschillende andere.

Tot mijn spijt mis ik bij zijn opsomming de naam van de Nederlandse filosoof G. Heymans, die in zijn boek „Die Gesetze und Elemente des wissenschaftlichen Denkens” een duidelijke uiteenzetting geeft over het causaliteitsprobleem en zijn diverse oplossingen. Ook de opvattingen van het neo-kantianisme waren m.i. het vermelden waard geweest, daar dit een moderne filosofische richting is, die zich intensief met natuurfilosofische problemen bezig houdt. Vergelijk b.v. de werken van Cassirer.

Nu is het niet mijn bedoeling, hier te betogen, dat een ander metafysisch stelsel het causaliteitsprobleem beter kan oplossen dan het stelsel waar Van Laer van uitgaat. In dat geval blijven we binnen de metafysica en het is juist mijn bedoeling, elke metafysica in mijn betoog te vermijden. De opvatting, die elke metafysica uit de wetenschap verbant is de empiristische en ik wil nu in dit artikel nagaan, wat van dit standpunt over het causaliteitsprobleem te zeggen valt. De lezer kan zich zo doende een meer gefundeerd inzicht verschaffen, daar hij dan het causaliteitsprobleem gezien heeft van twee zeer verschillende standpunten uit.

Alvorens hiertoe over te gaan, wil ik één punt in het betoog van

Van Laer bestrijden en wel een zeer belangrijk punt. Op blz. 15 geeft Van Laer de inhoud van het causaliteitsbeginsel als volgt weer: „Hiermee wordt bedoeld de uitspraak van het verstand, dat voor het worden, zijn en zó-zijn van de dingen altijd een geëvenredigde oorzaak vereist is.”

Op blz. 16 constateert hij, dat de Aristotelisch-Themistische filosofie, waarvan, naar ik meen begrepen te hebben, Van Laer een aanhanger is, de mening uitdrukt „dat wij bij het causaliteitsbeginsel te doen hebben met een z.g. analytisch oordeel, waarvan de waarheid evident is uit de verstandelijke beschouwing der termen”.

Verder lezen we op blz. 16: „Volgens deze opvatting is het causaliteitsbeginsel dus een metafysisch beginsel, dat moet gelden voor alles wat is (buiten God) en dat nooit door geen enkele ervaring kan worden omvergeworpen.”

Deze uitspraken zijn naar mijn mening onderling tegenstrijdig.

Het begrip analytisch oordeel is ontleend aan Kant. Wat is nu precies een analytisch oordeel? Kant schrijft hierover:

„In allen Urteilen, worin das Verhältnis eines Subjekts zum Prädikat gedacht wird, ist dieses Verhältnis auf zweierlei Art möglich. Entweder das Prädikat B gehört zum Subjekt A als etwas, was in diesem Begriffe A (versteckterweise) enthalten ist; oder B liegt ganz ausser dem Begriff A, ob es zwar mit demselben in Verknüpfung steht. Im ersten Fall nenne ich das Urteil analytisch, in dem anderen synthetisch. Analytische Urteile sind also diejenigen, in welchen die Verknüpfung des Prädikats mit dem Subjekt durch Identität . . . gedacht wird. Die ersteren könnte man auch Erläuterungs-, die andere Erweiterungsurteile heissen, weil jene durch das Prädikat nichts zum Begriff des Subjekts hinzutun, sondern diesen nur durch Zergliederung in seine Teilbegriffe zerfallen, die in selbigem schon (obgleich verworren) gedacht waren.”

I. Kant, herausgegeben Dr. H. Renner, Kritik der reinen Vernunft blz. 28).

Ook Heymans behandelt in zijn boek „Gesetze und Elemente” de analytische oordelen. Hij geeft een duidelijke analyse, die ik de lezer niet wil onthouden.

„Ein Begriff ist eine durch eine Definition bestimmte Gruppe von Vorstellungen; und diese Vorstellungen heissen die Merkmale des Begriffs. Wir bringen also eine Begriffsanalyse zustande, so oft wir einen gegebenen Begriff in seine Merkmale zerlegen, eine Begriffssynthese, so oft wir aus gegebenen Merkmalen einen Begriff zusammenstellen. Nun werden aber, wie wir uns erinnern, Subjekt und Prädikat eines Urteils eben durch Begriffe bestimmt.

Und so verstehen wir denn unter analytischen Urteilen solche, deren Gewissheit in der Einsicht begründet ist, dass die Analyse des Subjektbegriffs (entweder direkt oder mittels rein logischer Operationen) den Prädikatbegriff ergibt; Oder kürzer und schärfer: alle ausschliesslich aus Definitionen abgeleiteten Urteile sind analytisch, alle anderen synthetisch. Sofern wir „Körper“ als „ausgedehnte Dinge“ definieren, ist demnach das Urteil: alle Körper sind ausgedehnt, ein analytisches.“ (108, 109).

Ik meen te mogen aannemen, dat Van Laer aan een analytisch oordeel dezelfde betekenis toekent, als hierboven is geschetst. Zijn uitspraak op blz. 16, dat de waarheid van een analytisch oordeel evident is uit de verstandelijke beschouwing der termen, lijkt mij met de hierboven beschreven opvatting wel in overeenstemming te zijn.

Van Laer gaat er nu vanuit, dat het causaliteitsbeginsel een analytisch oordeel is, zoals uit het hierboven gegeven citaat blijkt. Het is echter duidelijk, dat analytische oordelen onze kennis omtrent de waarnemingswereld niet vermeerderen. Het zijn definities, die aangeven wanneer b.v. een ding een lichaam genoemd kan worden (vergelijk citaat van Kant). Of er in de werkelijkheid echter wel of geen lichamen zijn, daarover wordt in een analytisch oordeel niets gezegd.

Ook is het duidelijk, dat alle analytische oordelen apodictisch zijn. We kunnen dus de bewering van Van Laer volledig onderschrijven, wanneer hij betoogt, dat het causaliteitsbeginsel nooit door de ervaring kan worden omvergeworpen.

In het vervolg van zijn artikel gaat Van Laer na, in hoeverre de gegevens der moderne natuurkunde consequenties hebben voor de geldigheid van het causaliteitsbeginsel.

Zijn conclusie is, dat deze gegevens niet in het minst afbreuk doen aan de geldigheid van het wijsgerig causaliteitsbeginsel (zie blz. 26). Merkwaardig is de redenering, die Van Laer hier volgt. Hij gaat er nl. in zijn betoog geheel van uit, dat zijn causaliteitsbeginsel wel iets over de waarnemingswereld zegt. Dit blijkt reeds uit de vroeger gegeven citaten maar o.a. ook uit:

„Onder natuur noodzakelijk werkende oorzaken verstaan we die oorzaken die krachtens haar natuur 1. noodzakelijk werken als de vereiste voorwaarden vervuld zijn en 2. noodzakelijk werken, zoals ze werken. Dit is de wijze van werken, die aan de stof eigen is en o.i. ook de enig mogelijke in de stof“ (blz. 20).

Het is duidelijk dat Van Laer de overtuiging heeft, dat zijn causa-

liteitsbeginsel wel degelijk iets over de waarnemingswereld zegt, wel onze kennis aangaande de waarnemingswereld vermeerderd.

Vervolgens betoogt hij, dat de resultaten der moderne natuurkunde wel in overeenstemming zijn met zijn causaliteitsbeginsel.

Op dit betoog zelf wil ik niet nader ingaan, maar ik moet wel wijzen op de tegenstrijdigheid, die hier aan de dag treedt. Is het causaliteitsbeginsel een analytisch oordeel, dan zegt het niets over de waarnemingswereld en is apodictisch geldig. Zegt het causaliteitsbeginsel wel iets over de waarnemingswereld, dan is het of een synthetisch oordeel a priori (dit is de mening van Kant) en is dan apodictisch geldig, of het is een synthetisch oordeel a posteriori (in de zin van Kant) en is niet apodictisch geldig, maar kan door waarnemingen gefalsifieerd worden. De tegenstrijdigheid ligt nu hierin, dat Van Laer enerzijds beweert, dat het causaliteitsbeginsel een analytisch oordeel is, en anderzijds dat het iets zegt omtrent de waarnemingswereld.

Ik wil nu van deze beschouwingen afstappen en onderzoeken, wat nu de empiristische opvatting over dit probleem is. Daarvoor is nodig, dat ik wijs op een verschil in methode van filosoferen tussen empiristen en metafysici.

De laatsten trachten de betekenis van het causaliteitsbeginsel te vinden door er over na te denken. Het wordt zodoende een min of meer zelfstandige schepping, waartoe ook de natuurwetenschappen weinig hebben bijgedragen. De mening is zelfs, dat de vakwetenschappen op dit gebied weinig kunnen presteren en dat het gevaarlijk is wanneer de beoefenaren hiervan zich met filosofische vraagstukken bemoeien. Van Laer heeft ook deze mening, hij zegt:

„Dat de physici de termen oorzaak, oorzakelijkheidsbeginsel, wet der oorzakelijkheid en derg. vaak in andere betekenissen hebben gebruikt dan de wijsgeren en ook dan de gewone gebruikers der taal, heeft aanleiding gegeven tot veel misverstand. Al kan men den physici het recht niet ontzeggen een eigen, afwijkende, betekenis te geven aan bestaande woorden — mits deze betekenis van te voren nauwkeurig wordt vastgelegd — het blijft zeer gevaarlijk.”

Zou men de fysicus echter ontraden zich met filosofische problemen, als b.v. het causaliteitsprobleem, te bemoeien, dan zou dat betekenen, dat men hem ontraadt om na te denken over begrippen, waarmee hij dagelijks werkt.

De empirist volgt een totaal afwijkende methode. Hij constateert, dat het causaliteitsbeginsel het meest intensief wordt gebruikt in de natuurkunde en dat door de resultaten der moderne natuurkunde,

het probleem over de al of niet geldigheid van het causaliteitsbeginsel is ontstaan.

Hij onderzoekt nu de betekenis van het causaliteitsbeginsel door na te gaan, hoe dit beginsel in de natuurkunde wordt gebruikt. Op dezelfde wijze als men de betekenis van het woord „tafel” vindt, door te onderzoeken hoe dit woord in de omgangstaal wordt gebruikt, moet de betekenis van het causaliteitsbeginsel opgespoord worden door te onderzoeken, hoe dit beginsel in de natuurkunde wordt gebruikt.

Het empirisme ontkent de geldigheid van synthetische oordelen a priori, daar het onmogelijk geacht wordt apodictische uitspraken over de waarnemingswereld te doen, die niet aan de ervaring ontleend zijn.

De enige uitspraken, waaraan apodicticiteit kan worden toegekend, zijn de tautologische uitspraken. Een tautologie is een uitspraak, die uit willekeurig gekozen stellingen kan worden afgeleid door gekozen omvormingsregels. Deze zeggen echter niets omtrent de waarnemingswereld en vermeerderen onze kennis hierover dus ook niet. Hiertoe behoren b.v. de stellingen der wiskunde, die door gekozen omvormingsregels uit wiskundige axioma's zijn afgeleid.

Van de andere uitspraken wordt verlangd, dat ze onze kennis omtrent de waarnemingswereld vermeerderen. Doen ze het niet, dan zijn ze naar de mening der empiristen voor de vermeerdering van onze kennis van geen waarde.

Nu zijn we voldoende voorbereid om ons probleem aan te snijden en vragen dus eerst, welke formulering van het causaliteitsbeginsel iets zegt over de waarnemingswereld, en daarna, of het causaliteitsbeginsel geldig voor de waarnemingswereld is of niet.

Zou blijken, dat de gevraagde formulering van het causaliteitsbeginsel niet mogelijk is, dan zou de conclusie zijn, dat het causaliteitsprobleem een schijnprobleem is voor de wetenschap.

De eerste taak is dus: formuleer het causaliteitsbeginsel zo, dat het een verifieerbare uitspraak is.

Evenals Van Laer moet ik nu onderscheid maken tussen de stelling van het determinisme en het causaliteitsbeginsel.

De stelling van het determinisme luidt: „Wanneer de op een gegeven tijdstip uitgevoerde waarnemingen een afgerond geheel vormen (volledig stelsel van waarnemingen), is het toekomstig gedrag van het afgesloten systeem eenduidig vastgelegd”. (Formulering van Kronig, bij zijn voordracht over „Waarneming en voorspelling in de natuurkunde”, d.d. 13 Maart 1945).

Definieert men nu de stelling van het determinisme zonder het

criterium van voorspelbaarheid, dan zou men kunnen volhouden dat, wanneer uit dezelfde waargenomen begintoestand verschillende eindtoestanden ontstaan, de oorspronkelijke begintoestanden „in werkelijkheid” niet gelijk geweest zijn. In dit geval echter wordt de stelling van het determinisme een tautologie, nl. de definitie van 2 gelijke toestanden, daar dan als kenmerk van gelijke begintoestand wordt opgevat het feit, dat dezelfde eindtoestand eruit volgt.

Nu is het zeer moeilijk na te gaan, of de stelling van het determinisme gerealiseerd is in de klassieke natuurkunde. In elk geval breekt de moderne quantumtheorie geheel met de stelling van het determinisme, zoals deze hier is gedefinieerd. De quantumtheorie beweert nl. positief, dat op dezelfde waargenomen begintoestand, verschillende eindtoestanden kunnen volgen. De onnauwkeurighedsrelatie van Heisenberg maakt een deterministische behandeling onmogelijk.

Kronig schrijft in verband hiermee: „Het gevolg hiervan is, dat de voorspellingen omtrent het toekomstig gedrag van het systeem zelfs bij volkomen uitbuiting van deze nauwkeurigheidsgrens in het algemeen slechts van statistische aard zijn, d.w.z. in waarschijnlijkheidsopgaven voor de verschillende waarden der het systeem kenmerkende grootheden bestaan.” (Ned. T. Natuurk. X, blz. 216).

Men zou nu kunnen geloven, dat deze toestand niet definitief is en dat een aanvulling van de quantumtheorie gevonden zal worden, die een deterministische behandeling mogelijk maakt. Vooral als men gelooft, dat het indeterminisme van de quantumtheorie het gevolg is van de onnauwkeurigheid, die in de waargenomen begin- en eindtoestand van de microwereld ligt, komt men gemakkelijk tot de overtuiging dat de quantumtheorie een statistische middeling is van een nog onbekend deterministisch systeem.

Een nauwkeurig onderzoek heeft echter geleerd, dat bij juistheid van deze veronderstelling, zekere, door de ervaring reeds bevestigde uitspraken van de quantumtheorie onjuist moeten zijn. Het indeterminisme van de quantumtheorie is dus principieel (vgl. opmerking van prof. Milatz. Ned. T. Natuurkunde X, blz. 218).

Zoals uit opm. 2 blijkt (blz. 26), gelooft Van Laer toch, dat de stof niet anders dan gedetermineerd kan zijn. Men zou dus moeten aannemen, dat wanneer uit dezelfde waargenomen begintoestand toch twee verschillende eindtoestanden ontstaan, de waargenomen begintoestand in beide gevallen „in werkelijkheid” verschillend geweest zijn. In dit geval wordt, zoals we boven gezien hebben, de stelling van het determinisme een tautologie, nl. de definitie van

twee gelijke toestanden. Tautologieën verrijken onze kennis omtrent de waarnemingswereld echter niet.

En nu het causaliteitsbeginsel.

Een gangbare formulering, die iets zegt over de waarnemingswereld is deze: Er is steeds een wet, waardoor het mogelijk is, uit een toestand A_0 volgende toestanden te voorspellen. (Zie Ph. Frank. Das Kausalgesetz und seine Grenzen, blz. 239). Naar mijn mening kunnen we niet zeggen, dat het causaliteitsbeginsel in deze formulering door de moderne natuurkunde is gefalsifieerd.

Als we het in dit artikel behandelde kort samenvatten, dan komen we dus tot het volgende resultaat:

1. Er is een tegenstrijdigheid tussen de manier, waarop Van Laer het causaliteitsbeginsel definieert en gebruikt.

2. De stelling van het determinisme is door de moderne quantumtheorie gefalsifieerd, het causaliteitsbeginsel niet.

3. Ontneemt men aan de stelling van het determinisme het criterium der voorspelbaarheid, dan wordt dit een tautologie.

Almelo. November 1947.

VECTORREKENING MET TOEPASSINGEN IN DE MEETKUNDE ¹⁾

door

J. HAANTJES.

Voor het afleiden van meetkundige eigenschappen van figuren in de ruimte of het platte vlak staan ons verschillende methoden ten dienste. Naast de gewone meetkundige methode — de methode waarop het accent valt bij het meetkunde onderwijs op de middelbare scholen — kennen we de analytische methode, die hierop neerkomt dat men volgens een bepaald vertaalschema elk meetkundig probleem omzet in een vraagstuk uit de algebra of analyse. Hiermede zijn echter de mogelijke hulpmiddelen nog niet uitgeput. Ook de functietheorie levert met behulp van het complexe vlak vele interessante meetkundige eigenschappen op. De bedoeling van deze voordracht is uw aandacht een ogenblik te bepalen bij een methode, die voornamelijk gebaseerd is op de vectorrekening.

Vectoren.

Onder een vector verstaat men een gericht lijnsegment (dus een pijl). Men spreekt van de richting en de lengte van een vector, waarmede bedoeld wordt de richting en grootte van het lijnsegment. Is A het beginpunt van het segment, B het eindpunt dan wordt de vector ook aangeduid met $\overrightarrow{AB}$. Is de lengte van het lijnsegment nul, dan is de richting onbepaald. De betrokken vector wordt nulvector genoemd.

Wat de notatie betreft maken we de volgende afspraak. Punten worden aangeduid met hoofdletters (A, B, ...), vectoren, voor zover niet aangeduid met begin- en eindpunt, met kleine letters ($a, b, u, v, \dots$), terwijl griekse letters steeds getallen zullen voorstellen.

Voor vectoren definiëren we nu enige bewerkingen. In de eerste plaats de

optelling (alleen gedefinieerd voor vectoren met hetzelfde beginpunt). De som $u + v$ van twee vectoren wordt gedefinieerd met de

¹⁾ Voordracht gehouden op de algemene vergadering van Wimecos op 30 Dec. 1947 te Amsterdam.

z.g. parallelogram constructie. Dit behoeft geen nadere omschrijving. Uit deze definitie volgt:

1. commutatieve eigenschap: $u + v = v + u$,
2. associatieve eigenschap: $u + (v + w) = (u + v) + w$.

Beide eigenschappen zijn onmiddellijk uit een figuur af te lezen.

Aftrekking: Het verschil $u - v$ wordt gedefinieerd als de vector x , waarvoor $v + x = u$. Het betrokken parallelogram is nu bepaald daar een zijde en een diagonaal in ligging gegeven zijn. Uit deze figuur volgt dat men x verkrijgt door bij u een vector op te tellen die dezelfde grootte heeft als v , doch hieraan tegengesteld gericht is. Noemen we deze vector per definitie $-v$ dan geldt

$$u - v = u + (-v)$$

waarmede een aftrekking teruggebracht is tot een optelling. Men verifieert gemakkelijk

$$u - (v + w) = u + (-v) + (-w) = u - v - w.$$

Uit het bovenstaande volgt dat voor het „wegwerken van haakjes” in sommen (en verschillen) van vectoren dezelfde regels gelden als in de algebra.

Vermenigvuldigen met een getal. Onder αu verstaat men een vector, die $|\alpha|$ maal zo groot is als de vector u en dezelfde of tegengestelde richting heeft al naar gelang α positief of negatief is. Men verifieert gemakkelijk:

$$\alpha u + \beta u = (\alpha + \beta)u$$

$$\alpha(\beta u) = (\alpha\beta)u$$

$$\alpha(u + v) = \alpha u + \alpha v.$$

dus ook weer dezelfde rekenregels als in de algebra.

Het begrip „lineaire afhankelijkheid.” De vectoren $u_1, \dots, u_n$ heten lineair afhankelijk als er een betrekking

$$\alpha_1 u_1 + \dots + \alpha_n u_n = 0$$

bestaat, waarbij niet alle $\alpha_i = 0$ zijn. Wat is hiervan de meetkundige betekenis? Voor $n = 2$ geldt $\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 = 0$ met b.v. $\alpha_1 \neq 0$, dus $u_1 = \beta u_2$, d.w.z. of $u_1 = 0$ (indien $\beta = 0$) of u_1 en u_2 hebben dezelfde richting. Evenzo vindt men voor $n = 3$: $u_1 = \beta u_2 + \gamma u_3$, dus u_1, u_2 en u_3 liggen in één vlak. Liggen ze omgekeerd in één vlak, dan is er altijd minstens één lineaire betrekking mogelijk, dus het lineair afhankelijk zijn is equivalent met het liggen in één vlak.

Vier vectoren zijn steeds lineair afhankelijk. Want of u_1, u_2 , en u_3 zijn lin. afh., maar dan $u_1, \dots, u_4$ ook, of u_1, u_2 en u_3 zijn lineair onafhankelijk. Ze liggen in dit laatste geval niet in één vlak en men kan elke vector lineair in deze drie uitdrukken (in de drie richtingen

van u_1 , u_2 en u_3 ontbinden), d.w.z. men heeft steeds een lineaire betrekking.

De bij een punt P behorende vector p. Aan elk punt P van de ruimte voegen we nu toe de vector $\vec{OP} = p$, waarbij O een vast doch overigens willekeurig gekozen punt van de ruimte is. Men kan nu de volgende stelling bewijzen.

Stelling 1. Drie punten P, Q en R liggen dan en alleen dan op een rechte indien voor de vectoren p , q en r geldt:

$$ap + \beta q + \gamma r = 0 \text{ met } a + \beta + \gamma = 0$$

waarbij niet alle coëfficiënten nul zijn.

Bewijs. Laten de punten P, Q en R zodanig op een rechte gelegen zijn, dat $PQ : PR = \lambda : 1$. Dan is:

$$\vec{PQ} = \lambda \vec{PR}, \text{ of } \vec{OQ} - \vec{OP} = \lambda(\vec{OR} - \vec{OP})$$

waaruit volgt

$$q = \lambda r + (1 - \lambda)p \quad \dots \dots \dots (1)$$

wat een lineaire betrekking is waarvan de som der coëfficiënten nul is. Geldt omgekeerd $ap + \beta q + \gamma r = 0$ met $\Sigma a = 0$ en is b.v. $\beta \neq 0$, dan kan men door β delen en vindt een betrekking van de vorm (1), die weer equivalent is met $\vec{PQ} = \lambda \vec{PR}$, waaruit de colliniale ligging volgt.

Opmerking 1. Uit het bovenstaande volgt, dat

$$r = \frac{ap + \beta q}{a + \beta}$$

de vector is van een punt R gelegen op de rechte PQ zodanig dat $PR : RQ = \beta : a$ (let op de volgorde van de letters).

De overeenkomstige stelling voor 4 punten in een plat vlak luidt:

Stelling 2. Vier punten P, Q, R en S liggen dan en alleen dan in een plat vlak als voor de bijbehorende vectoren geldt:

$$ap + \beta q + \gamma r + \delta s = 0 \text{ met } a + \beta + \gamma + \delta = 0$$

terwijl niet alle coëfficiënten nul zijn.

Bewijs. Stel P, Q, R en S liggen in één vlak. Is $PQ \parallel RS$, dan zal gelden

$$q - p = \lambda(s - r)$$

wat een lineaire betrekking is van bovengenoemde aard. Zijn de rechten PQ en RS niet evenwijdig, dan hebben ze een snijpunt A, daar ze in één vlak liggen. Volgens stelling 1 geldt nu

$$a = \lambda p + (1 - \lambda)q = \mu r + (1 - \mu)s$$

waaruit de gezochte betrekking volgt.

Stel omgekeerd, dat $ap + \beta q + \gamma r + \delta s = 0$ met $\Sigma a = 0$.

Is $a + \beta = 0$, dan ook $\gamma + \delta$ en er volgt

$$a(p - q) = \delta(r - s)$$

d.w.z. de lijn PQ is evenwijdig aan RS. Is echter $\alpha + \beta \neq 0$ dan is volgens bovengenoemde opmerking

$$a = \frac{\alpha p + \beta q}{\alpha + \beta} = -\frac{\gamma r + \delta s}{\alpha + \beta} = \frac{\gamma r + \delta s}{\gamma + \delta}$$

de vector van een punt, dat zowel op PQ als op RS ligt. De vier beschouwde punten liggen derhalve in één vlak.

Opmerking 2. De lineaire betrekkingen met $\Sigma \alpha = 0$ zijn onafhankelijk van het punt O. Gaat men nl. van O' uit, dan is

$$p = p' + \vec{OO'}; \quad q = q' + \vec{OO'}, \text{ enz.}$$

Substitutie geeft dezelfde betrekking voor $p', q', \dots$ als voor $p, q, \dots$.

Enige meetkundige toepassingen.

I. Laat P een punt zijn in het vlak van de (echte) driehoek ABC. Volgens stelling 2 bestaat er dan een lineaire betrekking tussen de vectoren a, b, c en p waarvoor de som der coëfficiënten nul is. Nu is de coëfficiënt van p niet nul omdat A, B en C niet op een rechte liggen d.w.z.: Voor elk punt geldt een betrekking van de vorm

$$p = \alpha a + \beta b + \gamma c \text{ met} \\ \alpha + \beta + \gamma = 1.$$

Deze laatste restrictie kan vervallen als men schrijft

$$p = \frac{\alpha a + \beta b + \gamma c}{\alpha + \beta + \gamma} \quad (2)$$

Het komt dan alleen op de verhouding van α, β en γ aan. De getallen α, β en γ (waarbij het alleen op de

verhouding aankomt) zijn de *baricentrische coördinaten* van het punt P t.o.v. de coördinatendriehoek ABC.

Wat is de betekenis van de verhoudingen van α, β en γ ? Uit (2) volgt dat de vector van het punt Q gelijk is aan

$$q = \frac{\beta b + \gamma c}{\beta + \gamma} = \frac{(\alpha + \beta + \gamma) p - \alpha a}{\beta + \gamma}$$

dus

$$BQ : QC = \gamma : \beta.$$

Evenzo geldt:

$$CR : RA = \alpha : \gamma$$

$$AS : SB = \beta : \alpha.$$

Vermenigvuldiging geeft de stelling van de Ceva

$$\frac{BQ \times CR \times AS}{CQ \times AR \times BS} = 1.$$

II. *Stelling van Menelaos voor een scheve vierhoek.* Op de zijden A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4 en A_4A_1 van een scheve vierhoek kiest

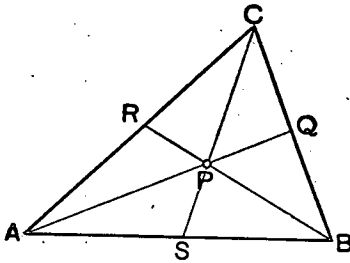


Fig. 1.

NIEUWE SCHOOL-ALGEBRA

DOOR

P. WIJDENES

AMSTERDAM

EN

Dr H. J. E. BETH

AMERSFOORT

I. Zeventiende druk	156 blz. 21 fig. f 3.—*
II. Zestiende druk	204 blz. 50 fig. f 3.00*
III. Elfde druk	198 blz. 60 fig. f 3.00*

Deel I en II geven de volledige stof voor de klassen 1, 2 en 3 van de H.B.S., deel III voor de 4e en 5e van de H.B.S. B.

Voor de 4e en 5e van de H.B.S. A.

P. WIJDENES en Dr P. G. VAN VLIET

ALGEBRA VOOR DE H.B.S. A.

Vijfde druk. 164 blz. 20 fig. f 2,00*.

Voor Gymnasia en Lycea:

Klassen I—IV: Nieuwe Schoolalgebra I, II, zonder de reeksen

$V\alpha$ en $VI\alpha$ Nieuwe Schoolalgebra III α

$V\beta$ en $VI\beta$ Nieuwe Schoolalgebra III

Voor het Staatsexamen:

Voor α de delen I, II, III α

Voor β de delen I, II, III.

Verschenen: nieuwe drukken van alle drie antwoordenboekjes.

Voor leraren zijn antwoorden verkrijgbaar; bovendien bij P. Wijdenes de volledige uitwerkingen van de logaritmenvraagstukken in 4 en in 5 decimalen.

Uitgave P. NOORDHOFF N.V. — GRONINGEN—BATAVIA

Ook verkrijgbaar door de boekhandel.

Zo juist verschéén:

HOGERE WISKUNDE

DEEL I

door

V. ESBACH

270 blz. Met 45 fig. f 14.50

Een duidelijke uiteenzetting van de grondbeginselen der limieten-theorie en van de inleiding tot de differentiaal en integraal-rekening.

Door de vele voorbeelden en vraagstukken zal dit boek goede diensten bewijzen aan hen die dit vak moeten bestuderen.

In de boekhandel verkrijgbaar

G. B. van Goor Zonen's
Uitgeversmaatschappij N.V.

Postbus 290

's-Gravenhage



Zo juist verschéén:

Dr P. MOLENBROEK

en

P. WIJDENES

STEREOMETRIE

voor Middelbaar en voorbereidend
Hoger Onderwijs

Achtste druk

f 2.65*; geb. f 3.20*

**RICHTSNOER: BEPER-
KING TOT REDELIJKE
EISEN;** de gehele leerstof in
124 blz. met 142 figuren.

UITGAVE P. NOORDHOFF N.V.
GRONINGEN — BATAVIA

Ook verkrijgbaar door de Boekhandel

WIJDENES en DE LANGE

Leerboek der Algebra I, 11e druk f 2,60

„ „ „ II, 9e druk, gec. - 2,00

Rekenboek voor de H.B.S. I, 22e druk - 2,30

„ „ „ „ II, 13e druk - 1,65

Vlakke Meetkunde I, 13e druk - 3,40

„ „ „ „ II, 11e druk -

P. WIJDENES

Algebraïsche Vraagstukken I, 10e druk *ter perse*

„ „ „ II, 10e druk f 2,30

„ „ „ III, 8e druk - 1,50

P. WIJDENES

Algebra voor Middelbare Handelsscholen I, 9e druk - 1,95

„ „ „ II, 7e druk - 2,40

P. WIJDENES en Dr. P. G. VAN DE VLIET

Logarithmen- en Interesttafels E, 6e druk - 4,40

Ter perse:

Lagere Algebra I, II, beide 5e druk.

Middel-Algebra I, II, beide 4e druk.

Getallenleer, 2e druk.

Leerboek der Stereometrie, 11e druk.

Leerboek der Vlakke Meetkunde, 10e druk.

UITGAVEN P. NOORDHOFF N.V. — GRONINGEN-BATAVIA

Ook verkrijgbaar door de boekhandel