

EUCLIDES

TIJDSCHRIFT VOOR DE DIDAC-
TIEK DER EXACTE VAKKEN

ONDER LEIDING VAN
J. H. SCHOGT EN P. WIJDENES

MET MEDEWERKING VAN

Dr. H. J. E. BETH
AMERSFOORT

Dr. G. C. GERRITS
AMSTERDAM

Dr. C. E. JONG,
L. EN

Dr. P. DE VAERE
BRUSSEL

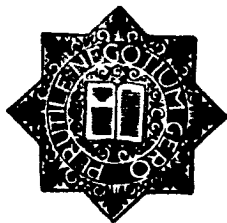
Dr. E. J. DIJKSTERHUIS
OISTERWIJK

Dr. B. P. HAALMEIJER
AMSTERDAM

Dr. W. P. THIJSSEN
BANDOENG

Dr. D. P. A. VERRIJP
ARNHEM

13e JAARGANG 1936/37, Nr. 4.



P. NOORDHOFF N.V. — GRONINGEN

⌘ Prijs per Jg. van 18 vel f 6.—. Voor intekenaars op het ⌘
Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde f 5.—, voor id. op Christiaan Huygens f 4.—

Euclides, Tijdschrift voor de Didactiek der Exacte Vakken verschijnt in zes tweemaandelijks afleveringen, samen 18 vel druks. Prijs per jaargang *f* 6.—. Zij, die tevens op het Nieuw Tijdschrift (*f* 6.—) zijn ingetekend, betalen *f* 5.—, voor idem op „Christiaan Huygens” (*f* 10.—) *f* 4.—.

Artikelen ter opneming te zenden aan J. H. Schogt, Amsterdam-Zuid, Frans van Mierisstraat 112; Tel. 28341.

Aan de schrijvers van artikelen worden op hun verzoek 25 afdrucken verstrekt, in het vel gedrukt.

Boeken ter bespreking en ter aankondiging te zenden aan P. Wijdenes, Amsterdam-Zuid, Jac. Obrechtstraat 88; Tel. 27119.

I N H O U D.

	Blz.
Dr. E. W. BETH, De signifi- ca van de pasigrafische systemen .	145
Verslag van het Staatsexamen 1936	159
Boekbesprekingen	166
Ingekomen boeken . . :	172
Dr. E. J. DIJKSTERHUIS, School en wetenschap	173

DE SIGNIFICA VAN DE PASIGRAFISCHE SYSTEMEN

Bijdrage tot de Psychologie van het Wiskundig Denkproces

DOOR

E. W. BETH.

§ 1. Wat onder „significa” te verstaan is, heeft Prof. G. Mannoury in zijn artikel „Een Inleiding tot de Signifika” (Euclides VII) zo uitvoerig uiteengezet, dat het wel overbodig mag heten, die vraag nog eens in den brede te behandelen. Toch zal het goed zijn, wanneer ik de taak van de significa, voor zover die thans in aanmerking komt, nog iets scherper omschrijf. Ik wil dit doen aan de hand van een aan de dagelijkse schoolpraktijk ontleend voorbeeld.

Wanneer de leraar een zijner leerlingen een stuk werk teruggeeft, waarop hij een „3” heeft gezet, dan heeft het cijfer „3”, als bekend, de waarde van een zeer bepaalde mededeling: deze houdt in, dat het stuk werk op „zeer onvoldoende” wijze aan de gestelde eisen voldeed.

Dat enkele cijfer „3” vertegenwoordigt nu niet alleen de reactie van den leraar op het stuk werk in quaestie („beoordeling”), maar het beoogt ook, het gedrag van den leerling in een bepaalde richting, nl. die van „beter werken”, te beïnvloeden („wilsoplegging”). Het is echter zonder nadere toelichting duidelijk, dat het cijfer „3” slechts in zeer bepaalde kring en dan nog slechts onder zeer bepaalde omstandigheden (nl. in de klas en voorkomende op een stuk werk) op de besproken wijze „begrepen” wordt, en dat het in andere kring of onder andere omstandigheden in den regel niet of anders wordt verstaan.

We drukken dit zó uit: eenzelfde *taaldaad* drukt in verschillende omstandigheden verschillende psychische reacties (bij den „spreker”) uit en brengt in verschillende omstandigheden (bij den „hoorder”) verschillende psychische reacties teweeg.

Reeds het feit evenwel, dat in al die gevallen de taaldaad *objectief* dezelfde is (resp. objectief een grote mate van gelijkenis vertoont), kan doen vermoeden, dat bij àl die psychische reacties een overeenkomstige kern voorkomt, en het ligt voor de hand, die kern in verband te brengen met de centrale, wezenlijke, *wiskundige betekenis* van het symbool „3”. Ik wil (vooruitlopende op het volgende en dus zonder nadere motivering) in het kort even aangeven, waarin die gemeenschappelijke kern bestaat: in het *herkennen* van het symbool „3” als zodanig en in het min of meer bewustworden van de *plaats* van dit symbool in de symbolenrij „1”, „2”, „3”,

De taak van de *wiskundige significa* nu (waarvan de hier in het bijzonder te bespreken *significa* der pasigrafische systemen een onderdeel is) zal bestaan in het opsporen van de (in de aangeduide zin) wezenlijke kern in de psychische reacties, die de in het bijzonder als wiskundig bekend staande taal daden uitdrukken en teweegbrengen.

§ 2. Redelijke verstandhouding door middel van een symbolisme vooronderstelt noodzakelijkerwijs, dat aan de volgende voorwaarden voldaan is: de in de symbolen vervatte mededeling moet *specifieke reactie* zijn op zekere als *stimulus* agerende psychische processen bij hem, die de mededeling doet (bij den „spreker”), ze moet tevens bij hem, die de mededeling ontvangt (bij den „hoorder”), als *stimulus* een specifieke reactie *verwekken*.

Het is duidelijk, dat de symbolen van de pasigrafische systemen (zoals die b.v. gegeven zijn door Peano, Frege, Russell & Whitehead, Hilbert) zonder nadere toelichting niet de beoogde (wiskundige) denkprocessen zullen opwekken (welke reacties onder die omstandigheden wèl optreden, kan de in de logistiek ongeschoolde lezer gemakkelijk vaststellen, wanneer hij even Frege's „Grundgesetze der Arithmetik” dóórbladert; ze plegen het midden te houden tussen ontzetting en afschuw). We zullen dus moeten verwachten, dat de pasigrafische systemen vergezeld gaan van verklaringen in omgangstaal en dat is ook inderdaad het geval.

Nu vallen de mededelingen in omgangstaal, die de in pasigrafische symbolen neergelegde tekst moeten toelichten, onder twee soorten: de eerste soort omvat die mededelingen, die betrekking hebben op de formele structuur van het systeem.

Deze mededelingen duidt men gewoonlijk aan als de *syntactische*, omdat ze grote analogie vertonen met de regels van de grammatica: de syntactische regels bepalen ten eerste, op welke wijze men symbolen tot proposities kan samenvoegen; maar verder leren ze, hoe men proposities kan *bewijzen*. Deze syntactische regels zijn zuiver formeel: men behoeft de proposities en de bewijzen niet te *begrijpen*, om de syntactische regels correct te kunnen toepassen. Met de bedoeling, tot zuiver formele syntactische regels (dat zijn dus grammaticale of deductie-regels) te komen, heeft men nl. de pasigrafische systemen oorspronkelijk juist samengesteld. Deze syntactische regels zijn echter voor ons niet in de eerste plaats van belang.

De mededelingen van de tweede soort zijn voor de significa van de pasigrafische systemen van de allergrootste betekenis: immers, hun bedoeling is meestal geen andere, dan dat ze de reacties van „spreker” en „hoorder” in de juiste banen leiden. Dit behoeft niet in tegenspraak te zijn met het doel, de *syntaxis* van het pasigrafisch systeem zuiver formeel vast te leggen; immers, zolang het pasigrafisch systeem niet geacht wordt, zijn doel in zich zelf te dragen, doch dienen moet als middel tot redelijke verstandhouding, kan het niet onverschillig zijn, *op* welke psychische processen de spreker *niet* zijn taaldaad, en *met* welke psychische processen de hoorder *op* die taaldaad reageert.

Welke banen nu de „juiste” zijn, welke de norm voor de juistheid is, en hoe deze norm is te funderen, ziehier een drietal vragen, waarop de antwoorden zeer uiteenlopen, als gevolg van de zeer verschillende opvattingen over de wijze, waarop de wiskunde moet worden opgebouwd. Het zal dus nodig zijn, deze opvattingen (het logicisme, het intuitionisme, het formalisme en het relativisme) in het kort aan een bespreking te onderwerpen (zie ook mijn werkje: „Rede en Aanschouwing in de Wiskunde”, Noordhoff, Groningen 1935).

§ 3. Het mathematisch-philosophische standpunt, dat in het bijzonder heeft geleid tot het opbouwen van omvangrijke pasigrafische systemen, is het „logicisme” (F r e g e, R u s s e l l, e.a.).

De logicisten stellen zekere logische grondbegrippen („propositie” of „uitspraak”, „niet”, „of”, „alle”, enz.) en zekere logische principes als gegeven en onaantastbaar voorop en trachten nu de mathematische begrippen en bewijzen tot die van de logica (men

onderscheidt de moderne, pasigrafisch uitgedrukte logica van de traditionele als „logistiek”) te herleiden. Verder aanvaarden vele logicisten het z.g. „begripsrealisme”: ze nemen aan, dat die logische entiteiten een bestaan voeren onafhankelijk zowel van de objectieve natuurwerkelijkheid als van de subjectieve psychische werkelijkheid; zo hopen ze tegelijkertijd de objectiviteit en de algemeenheid van logica en wiskunde te redden. Tenslotte is min of meer karakteristiek de afkeer van het z.g. „psychologisme”, het pogen nl., logica en wiskunde te funderen op de empirisch gegeven psychische organisatie van den mens.

Het is toe te schrijven aan het hieruit voortvloeiend opzettelijk vermijden van elke aanraking met de psychische werkelijkheid, dat door de logicisten geen bijdragen zijn geleverd tot de significatie. Voor ons onderzoek is daarom het logicisme vooral van betekenis als punt van uitgang van de andere moderne mathematisch-philosophische stromingen.

Het „intuitionisme” (Brouwer) handhaaft de objectiviteit van de wiskunde, maar verwerpt de metaphysische wijze, waarop het logicisme deze fundeert. Het stelt in plaats van de transcendente objectiviteit (het begripsrealisme) de immanente: de mathematische entiteiten worden opgebouwd in en door het bewustzijn; de logica berust op de wiskunde.

Relativistische opvattingen worden verdedigd door M. n o u r y en door de „Wiener Kreis” (Carnap e.a.); beiden stellen de wiskunde afhankelijk van buiten-wiskundige factoren en ontnemen haar zo haar objectiviteit, haar zelfstandige betekenis en haar eigen waarheidskarakter.

M. n o u r y wijst vooral op de betekenis van sociale en psychologische factoren; van „waarheid” of „onwaarheid” der wiskundige stellingen kan men naar zijn opvatting niet spreken, ze mogen slechts „juist” of „onjuist” heten, „al naar gelang zij met de woordassociaties, die in ons logisch ondercomplex opgestapeld en geconserveerd zijn, in overeenstemming zijn, of niet”.

Ottrekt M. n o u r y, door de nadruk te leggen op de betekenis van sociale factoren, de wiskunde althans aan de individuele willekeur, Carnap erkent generlei inperking van de vrijheid bij het kiezen van de wetenschappelijke taal, van welke formele eigenschappen volgens hem logica en wiskunde uitsluitend afhankelijk zijn: „Eine Frage der „Berechtigung” gibt

es da nicht; sondern nur die Frage der syntaktischen Konsequenzen."

Van andersdenkende zijde (ik denk hier zowel aan de richtingen van Brouwer en Mannoury, als aan die van Hilbert) zal men niet kunnen nalaten, tegenover Carnap te wijzen op het feit, dat zowel begrip en toepassing van de syntactische regels, als de toepassing van de taal op de natuurbeschrijving, een zekere mate van intuïtief mathematisch denken noodzakelijk vooronderstellen; en wanneer dan eenmaal de prioriteit van het intuïtief wiskundig denken boven het toepassen van de syntactische regels van een of ander pasigrafisch systeem is vastgesteld, wordt de twijfel geboren aan de mogelijkheid van een volkomen willekeur bij de keuze van een symbolentaal, die als middel tot redelijke verstandhouding dienst zal moeten doen.

Het standpunt van Hilbert vertoont met dat van Carnap (die zonder twijfel in sterke mate de invloed van Hilbert's formalisme heeft ondergaan) vele punten van overeenstemming. „Ich möchte nämlich die Grundlagenfrage als solche endgültig aus der Welt schaffen, indem ich jede mathematische Aussage zu einer konkret aufweisbaren und streng ableitbaren Formel mache und dadurch die mathematischen Begriffsbildungen und Schlüsse in eine solche Fassung bringe, dass sie unwiderleglich sind und doch ein Bild der gesamten Wissenschaft liefern." De wiskunde wordt dus, evenals bij Carnap, een spel met formules, dat evenwel (en hier bestaat een cardinaal verschilpunt) in een zelfstandige betrekking tot de psychische werkelijkheid treedt. De syntactische regels („spelregels") zijn niet willekeurig, doch weerspiegelen zekere eigenaardigheden van ons denken. „Dieses Formelspiel vollzieht sich nämlich nach gewissen bestimmten Regeln, in denen die *Technik unseres Denkens* zum Ausdruck kommt. . . . Die Grundidee meiner Beweistheorie ist nichts anderes, als die Tätigkeit unseres Verstandes zu beschreiben, ein Protokoll über die Regeln aufzunehmen, nach denen unser Denken tatsächlich verfährt. Das Denken geschieht eben parallel dem Sprechen und Schreiben, durch Bildung und Aneinanderreihung von Sätzen." Niet ten onrechte merkt Mannoury op, dat hier aanknopingspunten liggen voor de wiskundige significa.

§ 4. Men zou kunnen menen, dat het nodig is, alvorens de opbouw van de significa der pasigrafische systemen voort te zetten,

een keuze te doen tussen de genoemde opvattingen. Dit ware op het ogenblik evenwel nog voorbarig. Van verschillend standpunt is nl. onderzoek verricht, dat voor onze bespiegelingen een welkom uitgangspunt kan verschaffen. Ik doel hier op het signifisch onderzoek uit de relativistische school (Mannoury, Van Dantzig), op de formalisatie van de intuitionistische wiskunde (Heyting) en op de bewijstheorie van de formalisten (Hilbert, Bernays, Ackermann, Herbrand, Gentzen).

Ik zal bij de nu volgende opmerkingen over de significatie der pasigrafische systemen me bezig houden met een zeer primitief stelsel, dat tot aanschouwelijke inhoud heeft het vergelijken van natuurlijke getallen. Dit vergelijken van natuurlijke getallen ligt (als vergelijken van de ermee corresponderende cijfers) ongeformaliseerd ten grondslag aan het door Herbrand gegeven contradictieelooisbewijs voor de door hem zo genoemde theoriën 1 en 2 (men zie de reproductie van dit bewijs in mijn artikel: „La Métamathématique”, Christiaan Huygens (jg. XIV blz. 149 vv).

De uitdrukkingen, die in een dergelijk systeem voorkomen, zijn *cijfers*, die we schrijven in de vorm „ $1 + 1 + \dots + 1$ ”, en *proposities*.

De eerste vraag, die zich nu voordoet, is deze: kan een cijfer beschouwd worden als een mathematische taaldaad, d.w.z. gaan met het stellen van een cijfer bij spreker en hoorder psychische processen gepaard, die voor de wiskunde als zodanig wezenlijk zijn?

Het antwoord op deze vraag luidt verschillend, naar gelang men zich op intuitionistisch, dan wel op formalistisch standpunt stelt. Voor den intuitionist beantwoordt aan het stellen van een *cijfer* het in den geest opbouwen van het erdoor aangeduid natuurlijk *getal*; voor hem is dus een enkel cijfer reeds een zelfstandige wiskundige taaldaad. De formalist ontkent, dat een dergelijke aanschouwelijke opbouw van de natuurlijke getallen voor de wiskunde een wezenlijke betekenis bezit; het cijfer kan dus geen wiskundige taaldaad wezen, omdat de eraan beantwoordende psychische processen voor de wiskunde als zodanig zonder wezenlijke betekenis zijn (zie § 1).

De intuitionist neemt aan, dat er, naast het opbouwen *van* het afzonderlijke natuurlijke getal in den geest, nog andere voor de

wiskunde als zodanig belangrijke operaties *met* natuurlijke getallen bestaan, die tussen de verschillende natuurlijke getallen betrekkingen vastleggen: het voortschrijden van een natuurlijk getal naar zijn opvolger, het teruggaan van een natuurlijk getal naar zijn voorganger.

De formalist neemt iets dergelijks aan: voor hem is het cijfer als zodanig (en niet als aanduiding voor een in den geest opgebouwd natuurlijk getal) het primaire aanschouwelijk gegeven; hierop kunnen de volgende fundamentele operaties worden toegepast: het toevoegen van „+ 1” aan een cijfer „a”, het wegnemen van „+ 1” van een cijfer „a + 1”.

We kunnen de beide zo even genoemde door den intuitionist resp. door den formalist aangenomen psychische operaties voorstellen door een tweetal formele schema's (aan te duiden als (α) en (β)):

$$\frac{a}{a+1} \quad (\alpha) \qquad \frac{a+1}{a} \quad (\beta)$$

Deze operaties liggen weer ten grondslag aan het vergelijken van natuurlijke getallen (resp. van cijfers), dat door middel van de volgende schema's geschiedt:

$$\frac{a+1, b+1}{a, b} \quad (\gamma) \qquad \frac{a, b}{b, a} \quad (\delta) \qquad \frac{a+1+1, 1}{a+1, 1} \quad (\epsilon)$$

(hierbij duidt (γ) aan, dat de vergelijking van „a + 1” en „b + 1” wordt teruggevoerd tot het vergelijken van „a” en „b”, enz.).

Ik ga nu het resultaat van een dergelijk procédé van vergelijking uitdrukken door middel van een taaldaad van nieuw karakter, een *propositie*. Deze proposities zijn van de vorm „a = b”, resp. „a ≠ b”, waarbij „a” en „b” weer cijfers zijn. De betekenis van deze proposities wordt vastgelegd door de volgende ervoor geldende schema's:

$$\frac{1, 1}{1=1} \quad (\zeta) \qquad \frac{1+1, 1}{1+1 \neq 1} \quad (\eta) \qquad \frac{a=b}{b=a} \quad (\theta) \qquad \frac{a \neq b}{b \neq a} \quad (\iota)$$

$$\frac{a=b}{a+1=b+1} \quad (\kappa) \qquad \frac{a \neq b}{a+1 \neq b+1} \quad (\lambda) \qquad \frac{a+1 \neq 1}{a+1+1 \neq 1} \quad (\mu)$$

(hierbij duidt (ζ) aan, dat het resultaat van het vergelijken van „1” en „1” luidt: „1 = 1”; (θ) duidt aan, dat uit „a = b” volgt

„ $b = a$ ”, enz.). Men kan zich gemakkelijk voorstellen, hoe de vergelijkingsalgorithmus in een concreet geval verloopt; ik neem als voorbeeld het vergelijken van „ $1 + 1 + 1 + 1$ ” en „ $1 + 1$ ”:

$$\begin{array}{rcl}
 \frac{1 + 1 + 1 + 1, & 1 + 1}{1 + 1 + 1, & 1} & (\gamma) \\
 \frac{1 + 1, & 1}{1 + 1, & 1} & (\epsilon) \\
 \frac{1 + 1 \neq 1}{1 + 1 \neq 1} & & (\eta) \\
 \frac{1 + 1 + 1 \neq 1}{1 + 1 + 1 \neq 1} & & (\mu) \\
 \frac{1 + 1 + 1 + 1 \neq 1 + 1}{1 + 1 + 1 + 1 \neq 1 + 1} & & (\lambda)
 \end{array}$$

Nu doet zich de omstandigheid voor, dat niet elke propositie van de vorm „ $a = b$ ” of „ $a \neq b$ ” met behulp van de beschreven algorithmus kan worden afgeleid: de proposities „ $1 \neq 1$ ” en „ $1 + 1 = 1$ ” bijvoorbeeld niet. Het zal dus gewenst zijn, de „afleidbare” proposities door een ander symbool nader te karakteriseren: hiervoor dient het *assertiesymbool* „ $\vdash$ ”; men kan „ $\vdash a = b$ ” dus als volgt lezen: „„ $a = b$ ” is afleidbaar”. Aan de van het assertiesymbool voorziene proposities komt een anschouwelijke interpretatie toe, die door hun afleiding wordt bepaald; een dergelijke interpretatie ontbreekt voor de overige proposities.

Eigenlijk is dus pas „ $\vdash a = b$ ” een zelfstandige taaldaad. (In verband hiermee staat, dat men soms de in de schema's (ξ) — (μ) voorkomende proposities van het assertiesymbool voorziet.)

§ 5. Het beschouwde pasigrafische systeem bezit niet de uitdrukkingsmiddelen, nodig, om de logische wetmatigheden te formuleren. Deze logische wetmatigheden kunnen worden vastgesteld, wanneer men zich de afleidingen, die men met behulp van het besproken formalisme kan uitvoeren, voor den geest haalt. Men stelt bv. vast, dat van de twee proposities „ $a = b$ ” en „ $a \neq b$ ” er steeds één en slechts één kan worden afgeleid (principes van de contradictie en van het uitgesloten derde). Om deze wetmatigheden pasigrafisch te kunnen formuleren, voert men nieuwe symbolen in, de z.g. „logische constanten” (men vergelijke deze trapsgewijze verrijking van de pasigrafische uitdrukkingsmiddelen met de „taaltrappen” van de omgangstaal). De betekenis van deze logische constanten wordt vastgelegd door het opstellen van de schema's, volgens welke men ermeê opereert; deze schema's zijn

gegeven door Gentzen (men zie hierover het artikel van Dr. Heyting „Intuitionistische Wiskunde”, *Mathematica B IV*). Enkele ervan wil ik even aangeven:

$\mathcal{A}, \mathcal{B}$	$\frac{[\mathcal{A}]}{\mathcal{B}}$	$\frac{[\mathcal{A}]}{\wedge}$	$\mathcal{A}, \mathcal{A}'$
$\mathcal{A} \& \mathcal{B}$	$\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$	$\mathcal{A}'$	$\wedge$

(het eerste schema leze men: kan men uit zekere premissen de proposities $\mathcal{A}$ en $\mathcal{B}$ afleiden, dan kan men uit diezelfde premissen $\mathcal{A} \& \mathcal{B}$ afleiden; het tweede: kan men uit zekere premissen, waaronder $\mathcal{A}$, de propositie $\mathcal{B}$ afleiden, dan kan men zonder $\mathcal{A}$ uit de overige premissen de propositie $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ afleiden; het derde: kan men uit zekere premissen, waaronder $\mathcal{A}$, een contradictie afleiden, dan kan men zonder $\mathcal{A}$ uit de overige premissen $\mathcal{A}'$, de ontkenning van $\mathcal{A}$, afleiden; het vierde: volgen uit zekere premissen $\mathcal{A}$ en $\mathcal{A}'$ beide; dan volgt uit die premissen een contradictie).

Wat is nu het *signifisch gehalte* van een (van het assertieteken voorziene, dus volgens de operatieschema's afleidbare) propositie? d.w.z. van welke *psychische processen* legt ze getuigenis af?

Blijkbaar van die processen, die voor het toepassen van de operatieschema's nodig zijn; dit zijn processen van *reproductie*, van *herkenning* en van *ontleding*; de laatste soort processen treden op, wanneer men een cijfer „a” beschouwt als te zijn van de vorm „b + 1” of „c + 1 + 1”. Samenvattend duid ik al deze processen aan als „*herkenningsacten*”.

Intussen gaat natuurlijk het toepassen van de formele operaties gepaard met nog heel andere psychische processen. Ik noem b.v. de *verwachting*, een bepaald resultaat te verkrijgen (*emotie*), de *wil*, een bepaald procédé door te zetten (*volitie*). De pasigrafische systemen staan evenwel niet toe, ook deze processen tot uitdrukking te brengen; dat is geen inconvenient, maar een groot voordeel. Immers deze processen zijn van wiskundig standpunt als *toevallig* te beschouwen; ze behoren niet tot de voor de wiskunde essentiële kern. Met een bepaalde formele operatie komt een bepaald wiskundig psychisch proces overeen, doch met dat proces kunnen, naar gelang van de omstandigheden, geheel uiteenlopende, secundaire psychische processen gepaard gaan; die, omdat ze telkens

wisselen, voor de wiskunde als zodanig niet essentieel zijn, en daarom in de pasigrafische systemen geen uitdrukking vinden.

§ 6. Voor ik overga tot de behandeling van de vraag: waarop berust de mogelijkheid, de wiskundige denkprocessen pasigrafisch tot uitdrukking te brengen? wil ik de inhoud van de laatste §§ kort samenvatten.

Voor den intuitionist is het fundamentele proces in het wiskundig denken de opbouw in het bewustzijn van bepaalde „mathematische” entiteiten, welker existentie van die rationele constructie principieel niet mag worden losgedacht. Bij die constructie kunnen zich aansluiten bepaalde herkenningsacten met betrekking tot de mathematische entiteiten. De constructie kan symbolisch worden benaderd (b.v. vindt de constructie van de *natuurlijke getallen* haar afspiegeling in de opbouw van de *cijfers*). Zo worden de acten van opbouw en herkenning vertegenwoordigd door zekere formele operatie-schema's. Het zo verkregen pasigrafisch systeem is voor den intuitionist niets dan een middel tot mededeling en tot ondersteuning van het geheugen.

Het op den duur mechanisch opereren met de schema's geeft aanleiding tot het optreden van herkenningsacten van een nieuw type; ze hebben nl. betrekking op de operaties en hun resultaat en niet langer op de geconstrueerde entiteiten. Brouwer heeft dit zo uitgedrukt: men gaat de taal van de wiskunde mathematisch bekijken, zodat een *wiskunde van de tweede orde* ontstaat; tot die wiskunde van de tweede orde behoren de z.g. „logische principes”. Deze kunnen dus geen universele geldigheid bezitten, omdat ze krachtens hun ontstaan slechts betrekking hebben op het beschouwde onderdeel van de wiskunde der eerste orde; evenmin echter kan men ze naar willekeur vaststellen.

De intuitionisten plegen (om praktische redenen; zie Heyting) het pasigrafisch systeem zó op te bouwen, dat het toelaat, de logische principes te formuleren; ze nemen er daartoe, behalve de aan de wiskunde van de eerste orde beantwoordende symbolen, ook de logische symbolen in op.

Voor den formalist staat de zaak principieel anders; hij loochent wellicht niet het bestaan van die acten van mathematische opbouw, die voor den intuitionist eerst zin en betekenis aan de wiskunde geven; hij ontkent evenwel, dat ze, wiskundig gesproken, essentieel zijn. Voor hem begint de wiskunde als exacte wetenschap bij

de herkenningsacten, die betrekking hebben op cijfers (of, in de minder elementaire delen van de wiskunde, op andere symbolen). Het opereren met de formele schema's is voor hem fundamenteel.

§. 7. Ik kom nu tot de cardinale vraag van de wiskundige signfica: *in hoeverre is het mogelijk, de wiskundige denkprocessen met behulp van pasigrafische systemen tot uitdrukking te brengen? en waarop berust een dergelijke symbolisatie van het wiskundig denken?*

Verstandhouding door middel van symbolen berust op *suggestie* van een psychisch proces door een ander, dat als symbool van het eerste kan fungeren. De symbolisatie van een psychisch proces door een ander is alleen dan een *formele* (zoals de pasigrafische systemen die nastreven), wanneer dat laatste psychische proces uit herkenningsacten bestaat. Een formele symbolisatie van een psychisch proces is dus alleen mogelijk met behulp van een suggestie van dat proces door middel van een complex herkenningsacten.

Verder is op te merken, dat een psychisch proces alleen op *adaequate* wijze kan worden gesymboliseerd door middel van gelijksoortige psychische processen.

Een voorbeeld van een formele, niet-adaequate symbolisatie van een psychisch proces is o.a. te vinden in de symbolisatie van muziek door het notenschrift.

Het is duidelijk, dat alleen de herkenningsacten zelf vatbaar zijn voor een symbolisatie, die zowel formeel als adaequaat is. Bij een dergelijke symbolisatie worden dus alleen de objecten, waarop de herkenningsacten betrekking hebben, door andere geremplaceerd, de herkenningsacten zelf kunnen geheel gelijksoortig zijn.

Voor een psychisch proces, dat geen herkenningsact of complex van herkenningsacten is, bestaat geen formele, adaequate symbolisatie. Het is blijkbaar om deze reden, dat men aan de herkenningsacten een grotere mate van „objectiviteit” pleegt toe te kennen dan aan de overige psychische processen; ten aanzien van de herkenningsacten immers is, ten gevolge van de mogelijkheid van formele adaequate symbolisatie, veel minder misverstand mogelijk. Hierop berust de mogelijkheid, de door Mannoury ingevoerde onderscheiding van het „indicatief” en het „emotioneel”-element in een taaldaad in verband te brengen met de relatie van die taaldaad resp. tot de gewaarwordingen van over-

eenkomst en verschil en tot die van lust en onlust (Van Dantzig). Intussen behoeven gewaarwordingen van overeenkomst en verschil resp. van lust en onlust niet de enige inhoud van het bewustzijn te vormen.

Het schijnt mij daarom voorzichtiger, de herkenningsacten als de enige psychische processen, die vatbaar zijn voor een adaequate, formele symbolisatie, te stellen tegenover alle overige, en dat element in een taaldaad, dat een herkenningsact adaequaat symboliseert, aan te duiden als het indicatieve element van die taaldaad.

Keren we nu terug tot de bespreking van de significante consequenties van intuitionisme en formalisme, dan is op grond van het voorgaande duidelijk, dat twee opvattingen denkbaar zijn:

1. Voor de wiskunde zijn principieel van de herkenningsacten onderscheiden opbouwprocessen essentieel; in dat geval is een adaequate, formele symbolisatie van de mathematische geesteswerkzaamheid *a priori* uitgesloten.

2. Voor de wiskunde zijn alleen zekere herkenningsacten essentieel; acten van mathematische opbouw worden niet als essentieel beschouwd, wellicht wordt hun bestaan zelfs ontkend. Van dit laatste standpunt kan de wiskundige geestesarbeid geacht worden, voor een adaequate formele uitdrukking vatbaar te zijn; het hiertoe dienend pasigrafisch systeem geeft dan uitdrukking aan de techniek van ons denken. Deze opvatting is, meen ik, die van Hilbert persoonlijk; men dient haar wel te onderscheiden van het b.v. door Von Neumann verdedigd formeel historisch standpunt en van het syntactisch relativisme van Carnap.

De pasigrafische systemen trachten op formele wijze zekere psychische processen te symboliseren door middel van herkenningsacten; met die herkenningsacten gaan in het algemeen zekere secundaire psychische processen gepaard, die in het pasigrafisch systeem geen uitdrukkingsmogelijkheid vinden, en die men daarom of helemaal niet, of wel in omgangstaal tot uiting brengt.

§ 8. *Het Assertiesymbool.* Onder die secundaire psychische processen kunnen nog herkenningsacten voorkomen (van een ander type, dan het pasigrafisch systeem suggereren wil); voorzover deze betrekking hebben op de formele eigenschappen van de pasigrafie vormen ze het bij die pasigrafie behorend *metamathematisch systeem*. De tot deze metamathesis behorende psychische

processen zijn (als herkenningssacten) ook weer vatbaar voor formele adaequate symbolisatie.

Van formalistisch standpunt zal men nu het in § 4 besproken assertie-symbool moeten rekenen tot de metamathematische symbolen; immers, het assertie-symbool geeft de afleidbaarheid aan van de propositie, die erop volgt. Volgens de formalisten berust de afleidbaarheid van een propositie alleen op haar formele structuur; het assertieteken geeft dus aan, dat van die propositie op grond van herkenningssacten een bepaalde structuur-eigenschap is vastgesteld. Dit vaststellen behoort tot de metamathesis, zoals die zoëven is omschreven.

Deze interpretatie van het assertieteken is op de intuitionistische pasigrafie (zoals die door Heyting is opgebouwd) niet zonder meer van toepassing. Van intuitionistisch standpunt zijn immers van het symbool „ $\vdash \mathfrak{A}$ ” twee interpretaties denkbaar:

1. De propositie $\mathfrak{A}$ is formeel *afleidbaar*; deze interpretatie komt met de formalistische overeen.
2. De propositie $\mathfrak{A}$ is bij intuïtief mathematische interpretatie *juist*; voor den intuitionist is deze juistheid de grond voor de afleidbaarheid, niet omgekeerd. Deze interpretatie (ze is echter niet die van Heyting) brengt de propositie $\mathfrak{A}$ niet uitsluitend in verband met herkenningssacten, doch vooral met acten van mathematische opbouw; ze is dus niet metamathematisch. Men moet dus van intuitionistisch standpunt „ $\vdash \mathfrak{A}$ ” beschouwen als inadaequate symbolisatie van een mathematisch constructie-proces.

Zo brengt ons de intuitionistische opbouw van de wiskunde in aanraking met een opvatting van de assertie, die geheel afwijkt van de metamathematische interpretatie als aanduiding van de formele afleidbaarheid, die van de assertie als *realiteitsbeaming* (Van Ginneken); hier dient het begrip realiteit signifisch, niet logisch te worden opgevat: reëel is datgene, wat zich tegen onze wil verzet. Bij een dergelijke opvatting is het wellicht mogelijk, ook het begripsrealisme, zij het in zeer gewijzigde vorm, te handhaven; maar op die mogelijkheid wil ik thans niet ingaan.

§ 9. Samenvattend wil ik het resultaat van de vorige §§ als volgt formuleren: Symbolisatie van een psychisch proces berust op suggestie van dat proces door een ander; een *formele* symbolisatie bestaat, wanneer het suggererend proces een complex

herkenningsacten is; een *adaequate* symbolisatie is alleen mogelijk, wanneer het suggererend proces met het gesuggereerde gelijksoortig is; een formele, *adaequate* symbolisatie bestaat derhalve alleen voor complexen van herkenningsacten.

De hoofdvraag van de significa der pasigrafische systemen: kan wiskunde *adaequaat* en formeel worden gesymboliseerd? loopt dus uit op de volgende: zijn voor het wiskundig denkproces andere dan herkenningsacten essentieel?

Formalisme en intuitionisme leiden tot verschillende antwoorden op deze vraag; voor de formalisten zijn voor de opbouw van de wiskunde herkenningsacten essentieel voldoende; de intuitionisten houden de noodzakelijkheid van zekere acten van mathematische opbouw vol; zo komt Hilbert tot de uitspraak: „Das logische Denken findet sein Abbild in einem Logikkalkül” waartegenover Heyting (van zijn standpunt eveneens consequent) als zijn opvatting stelt: „Die Sprache, sowohl die gewöhnliche wie die formalistische ist kein Bild der Mathematik, noch weniger die Mathematik selbst”¹⁾.

¹⁾ Het voorgaande is de bewerking van een deel van mijn door het Wiskundig Genootschap bekroond antwoord op de volgende prijsvraag: „Een der grootste moeilijkheden bij de opbouw van een pasigrafisch systeem is gelegen in de invoering van het waarheidswaarde- of assertiesymbool met bijbehorende algoritmus, welke invoering ten nauwste samenhangt met de z.g. metamathematiek (Hilbert), d.i. met de aansluiting tusschen de taalvorm van empirie en wil (z.g. levende taal) en die der wiskundige symbolen. Gevraagd wordt een vergelijkend-critisch overzicht van de verschillende wijzen, waarop deze moeilijkheid in de voornaamste bestaande systemen tot oplossing is gebracht”.

De voornaamste litteratuur betreffende de mathematische significa is te vinden bij G. M a n n o u r y: „Die signifische Grundlagen der Mathematik”, Erkenntnis IV 1934.

UIT HET VERSLAG VAN DE STAATSEXAMEN- COMMISSIE 1936.¹⁾

De subcommissie voor de *wiskunde* moet tot haar leedwezen opmerken, dat de verbetering van de examenresultaten der A-candidaten, die zij in het vorige jaar mocht waarnemen, niet behouden is gebleven. Terwijl de gemiddelde cijfers der A-candidaten voor stekunde en meetkunde in 1935 respectievelijk waren 5,31 en 5,27, zijn deze cijfers thans 5,08 en 4,98. De achteruitgang blijkt ook uit de relatieve vermindering van het aantal kandidaten, dat voldoende cijfers behaalde voor de stekunde, en uit de niet alleen relatieve, maar ook absolute vermindering van het aantal kandidaten, dat voor de meetkunde voldoende cijfers wist te verkrijgen. Van de 230 A-candidaten, die in de stekunde geëxamineerd werden, verwierven 113 voldoende cijfers, en van de 224 A-candidaten, die examen in de meetkunde hebben afgelegd, hebben slechts 95 voldoende cijfers behaald. In het vorige jaar waren de overeenkomstige getallen voor stekunde 194 en 106 en voor meetkunde 188 en 99.

Uit de afgelegde examens blijkt gelukkig, dat de meerderheid der kandidaten zich meer en meer tracht aan te passen aan den eisch, dat zij doelbewust en met begrip de fundamenteele definities, stellingen en formules hebben te hanteeren bij het oplossen van de opgegeven vraagstukken. Voor begriploze routine, voor het ventileeren van allerlei stellingen en formules, pasklaar gemaakt voor het oplossen van zeer bepaalde vraagstukken, heeft de subcommissie niet veel respect.

Het kwam echter herhaaldelijk voor, dat men wel is waar de

¹⁾ Bijvoegsel tot de Nederlandsche Staatscourant van 27 en 28 Nov. 1936 nr. 232. — Als steeds een zeer belangrijk verslag met nuttige wenken en raadgevingen; volstrekt onmisbaar voor de opleiders, in welk vak dan ook. Red.

bovenbedoelde definities, stellingen en formules goed uit het hoofd had geleerd en ze ook, zij het dan met eenige leiding van den examiner, kon hanteeren ter oplossing van vraagstukken, maar dat er van het bewijs en de afleiding van deze stellingen en formules niets zou zijn terecht gekomen, indien niet de examiner voortdurend had ingegrepen. De subcommissie acht dit een ernstig gebrek. Aan den eisch van het goed beheerschen van de weinige theorie, die men noodig heeft om bij het examen behoorlijk voor den dag te komen, moet evenzeer voldaan worden als aan dien van het kunnen toepassen dezer theorie bij het maken van vraagstukken. Dat is noodzakelijk, wil men met begrip en zonder sleur de oplossing van een vraagstuk aanvatten.

Zoo konden sommige kandidaten de reststelling nog wel behoorlijk formuleeren, maar niet zonder hulp bewijzen. Eveneens kwam het voor, dat men zelfs de formule voor het extreem van de functie $y = ax^2 + bx + c$ uit het hoofd kende, dat men wel goed wist te vertellen, wanneer dit extreem een minimum of een maximum is, dat men de voorwaarde kon formuleeren, waaraan a , b en c moeten voldoen, wil de bovenstaande functie voor alle reële waarden van x hetzelfde teeken behouden, maar dat het bewijs voortdurende tusschenkomst van den examiner eischte. Ook de pogingen tot beredeneering van de wijze, waarop men bij

een gebroken rationeele functie $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx^2 + ex + f}$ de intervallen voor x bepaalt, waarin zij positief en negatief is, en van de wijze, waarop de extremen van deze functie worden bepaald, en waarop wordt uitgemaakt, welk der extremen een minimum en welk een maximum is, gaven in menig geval blijk van volkomen wanbegrip der theorie of van uiterst slordige voorbereiding. Zelfs waren er kandidaten, die de formules voor de wortels eener vierkantsvergelijking kenden en ook goed konden toepassen, maar bij wie het antwoord op de toch volkomen gerechtvaardigde vraag naar het bewijs van die formules ten eenenmale uitbleef.

Bij de examens in de meetkunde is het herhaaldelijk voorgekomen, dat wel de definities van den hoek tusschen een lijn en een vlak en van den afstand tusschen twee kruisende lijnen den candidaat bekend waren, maar dat het hanteeren dezer definities bij vraagstukken met veel moeite gepaard ging, ja zelfs geheel

mislukte. Evenzoo werd bij het bewijs, dat een of andere lijn een gegeven andere lijn loodrecht moest snijden of kruisen, door verscheidenen niet welbewust de methode gevolgd, die daarin bestaat, dat men bewijst, dat door de eene lijn een vlak gebracht kan worden, dat loodrecht op de andere staat. Zelfs de noodzakelijke en voldoende voorwaarde voor het loodrecht staan van een lijn op een vlak konden sommige kandidaten niet eens behoorlijk formuleeren, en zoo zij dat wel konden, mislukte alweer de toepassing op eenvoudige gevallen. Kennis was er in menig geval genoeg vergaard, maar aan een zelfstandig gebruiken er van bij het oplossen van vraagstukken ontbrak dikwijls veel, zoodat alleen door de helpende vragen van den examinerator deze onvruchtbare kennis aan het licht kwam.

Overgaande tot de B-candidaten, moet de subcommissie constateeren, dat hun examens in groote meerderheid zijn gebleven beneden het peil, dat men van deze kandidaten mag verwachten. Hun gemiddelde cijfers waren voor stekunde, meetkunde, trigonometrie en analytische meetkunde onderscheidenlijk 4,19, 4,74 en 4,50. Van de 42 B's, die in stekunde geëxamineerd werden, kregen 30 een cijfer beneden voldoende. Voor meetkunde waren de overeenkomstige getallen 39 en 27; voor trigonometrie en analytische meetkunde 42 en 27. Het slechte examenresultaat der B-candidaten blijkt ook uit het feit, dat 21 dezer kandidaten in alle drie de onderdeelen der wiskunde een onvoldoend examen hebben afgelegd. Verder ook hieruit, dat 16 van de 42 examens in de stekunde met een lager cijfer dan 4 moesten worden gewaardeerd, en dat voor de meetkunde en de trigonometrie en analytische meetkunde de overeenkomstige getallen waren 11 en 39, respectievelijk 14 en 42.

Hetgeen boven is opgemerkt naar aanleiding van de A-examens in stel- en meetkunde, geldt minstens evenzeer voor de examens der B-candidaten.

Ook kwam het weer voor, dat de definitie van het begrip logaritmie, het bewijzen van de eigenschappen der logaritmen, het onderzoek van een functie als $y = (x - 2) \log (x + 1)$ niet zonder hulp tot een goed einde konden worden gebracht.

Wat de trigonometrie en goniometrie betreft, wijst de subcommissie er op, dat het haar veel liever is, dat de kandidaten

weten te woekeren met enkele fundamenteele goniometrische formules, met den sinusregel, en zoo noodig met den cosinusregel, dan dat zij hun heil zoeken in het memoriseeren van een uitgebreide verzameling formules.

Bij de analytische meetkunde bleek zelfs een uitdrukking als vergelijking eener rechte of kromme lijn een aangeleerde, maar onbegrepen spreekwijze te zijn. Ook het bepalen van meetkundige plaatsen van punten, wier ligging bepaald is door één of meer parameters, liep in sommige gevallen op een deerlijke mislukking uit, waarbij de examinerator met gelatenheid menige enormiteit moest aanhooren.

Dat er wederom A-candidaten en helaas ook B-candidaten op het appèl verschenen waren, die door een volkomen gebrek aan kennis of vermogen om het eenvoudigste wiskundige vraagstuk op te lossen, eigenlijk onexamineerbaar waren, behoeft nauwelijks te worden gezegd.

Het voldoen aan de eischen, die nu eenmaal zoowel aan de A- als aan de B-candidaten wat betreft de wiskunde moeten worden gesteld, vordert een degelijke studie zoowel van de theorie als van haar toepassing op vraagstukken. Deze studie zal slechts zelden autodidactisch kunnen geschieden; in de groote meerderheid der gevallen eischt zij volkomen deskundige leiding. Deze leiding is in menig geval blijkbaar afwezig geweest, wellicht wegens financieele bezwaren, of heeft, indien zij aanwezig was, niet het minste resultaat gehad wegens gebrek aan capaciteiten bij haar leerlingen.

De resultaten van het examen in de *natuurkunde* kan de subcommissie niet schitterend noemen, als zij ziet, dat circa het derde deel der in dit vak geëxamineerde kandidaten een voldoende cijfer konden erlangen. Bij sommigen was de voorbereiding al te oppervlakkig geweest; anderen waren totaal onkundig omtrent de eischen als gevolg van slechte voorlichting; weer anderen waren te verward en wild en reageerden al te vreemd op de hun gestelde vragen. Dit kwam in het bijzonder bij vragen over de electriciteitsleer tot uiting, waar de subcommissie moest vernemen, dat de stroomsterkte vóór een weerstand grooter is dan er achter, dat de electrostatische krachtlijnen om een condensator heen

loopen, dat de magnetische krachtlijnen van een rechten stroomdraad de gedaante van spiralen hebben, dat voltmeters weinig weerstand bezitten, dat bij een loopenden motor de aanloopweerstand uitgeschakeld kan worden, omdat de weerstand van den motor zelf steeds grooter wordt volgens de wet van Lenz, een naam, die sommigen kandidaten als het ware op de lippen lag bestorven. Wanneer het bleek, dat verschillende kandidaten niet vertrouwd waren met de brug van Wheatstone, met de methode van Poggendorff voor het bepalen van electromotorische krachten, met de schakeling van volt- en ampèremeters, met toepassingen van de Lorentzkracht, met serie- en shuntmotoren, vreemd aanzagen tegen de schets van een transformator, onbekend bleken te zijn met het verband tusschen veldsterkte en potentiaal, tusschen watt en P.K., dan werd het al zeer bezwaarlijk hun een voldoende cijfer toe te kennen. Vooral in verband met het bovenstaande acht de subcommissie het gewenscht ook aan kandidaten voor volgende jaren op het hart te drukken de leerstof door een voldoende aantal korte vraagstukjes te verlevendigen.

Alhoewel vragen over de andere onderdeelen der natuurkunde over het algemeen beter tot haar recht kwamen en in het bijzonder allerlei beeldconstructies met passende berekeningen vlot werden uitgevoerd, bleken ook daar leemten in kennis en begrip te bestaan: vele kandidaten konden geen behoorlijke verklaring geven van den bouw van achromatische lenzen, konden de functie van lenzen in kijkers niet correct beschrijven, kenden den prismakijker niet, evenmin als den Hollandschen kijker, en stonden op slechten voet met interferentie- (buigings-) en polarisatieverschijnselen, terwijl ook een onjuist inzicht in het wezen van een longitudinalen staanden trillingstoestand bij verschillende kandidaten aan het licht kwam. Zelfs het beginsel, waarop een moderne koelmachine berust, werd niet steeds duidelijk weergegeven; hetzelfde gold voor den Dieselmotor en voor het begrip nuttig effect. Waarom hebben niet alle kandidaten bij de hand, dat $1 \text{ cal.} = 427 \text{ K. G. M.}$ is? Ook in vroegere verslagen is er meer dan eens op gewezen, dat het aanbeveling verdient steeds de oogen gericht te houden op de toepassingen der natuurkundige beginselen in de practijk: daardoor immers wordt het natuurkundig inzicht in hooge mate versterkt en verdiept.

Gaarne wil de commissie aan haar verslag nog de volgende algemeene opmerkingen toevoegen.

Na zooveel jaren met aandrang bepleit te hebben, dat de examengelden zouden worden verhoogd, is zij dankbaar gestemd, dat de hiertoe noodige wetswijziging thans is tot stand gekomen. Ofschoon van de verbeteringen, die van de ingevoerde verhooging verwacht werden, dezen zomer nog zeer weinige zijn ingetreden (o. a. trokken zich nog 39 kandidaten vóór den aanvang van hun examen terug), is de commissie vol vertrouwen op de gevolgen er van in de toekomst. Merkwaardig mag het zeker heeten, dat zich, ondanks de bovengenoemde verzwaring der kosten, een grooter getal kandidaten voor het examen aanmeldde dan in 1935. Mogelijk ligt hierin een aanwijzing tot gedeeltelijke verklaring van de daling van het algemeen percentage geslaagden van 44,5 tot 40,2, een percentage, dat wel bitter laag is te noemen, en dat, zoo ooit, dan toch zeker in geen jaren werd bereikt. Waar de achteruitgang zoo sterk is en zich in bijna alle onderdeelen van het examen doet gevoelen, moeten er nog andere oorzaken werkzaam zijn dan die, welke de laatste jaren herhaaldelijk in de slotbeschouwing van dit verslag zijn aangegeven.

De voor velen moeilijke tijdsomstandigheden zijn zeker mede een belemmering voor de voorbereiding tot dit examen: financiële overwegingen verleiden meer dan vroeger tot overhaasting bij de studie of tot het zoeken van hulp bij onbekwame opleiders.¹⁾ Maar die zelfde omstandigheden leiden er ook wel toe, dat menigeen, die in gunstiger tijden met zijn H.B.S.-diploma zijn toekomst in handel of bedrijf zou hebben gezocht, het thans een verbetering van zijn kansen acht, zijn toch onbezette tijd aan universitaire studie te gaan wijden. Het mag daarom wel eens worden gezegd, dat lang niet ieder, die na een voldoende-eind-examen de hoogere burgerschool heeft verlaten, ook opgewassen is tegen den eisch van volhardend doorzetten, groote nauwkeurigheid en ware belangstelling, welke noodig zijn om de Grieksche en Latijnsche schrijvers te leeren verstaan.

De zooveen aangeroerde inzinking tot 40,2 pct. werd, zooals

¹⁾ Zie Euclides Jg. XII blz. 201 en volgende.

ook die van het vorig jaar, het sterkst bevorderd door de candidaten met einddiploma H. B. S., ditmaal vooral door hen, die het A-examen aflegden, van wie het laatste verslag reeds constateerde, dat zij hun B-collega's op bedenkelijke wijze ter zijde streefden, en door de volledige B-candidaten.

De candidaten voor het B-examen met einddiploma H. B. S. bleven de traditie van de laatste jaren getrouw en zagen hun percentage geslaagden van 40,3 in 1935 nu dalen tot 38,5. Aan 84 van deze 130 candidaten werd in een der twee afdelingen, waaruit hun examen bestond, of in beide, het eindcijfer 4 of lager toegekend, terwijl de cijfers 1, 2 en 3 zeker niet het minst voorkwamen.

Van de 39 volledige B-candidaten bleven 11 in alle afdelingen beneden de maat, en 7 hunner behaalden in de afdelingen V en VI het eindcijfer 4 of minder.

Van de 216 candidaten voor het volledige A-examen slaagden 81 of 37,5 pct. Van deze categorie behaalden 47 in alle afdelingen een eindcijfer beneden voldoende en 56 verwierven in een der afdelingen Grieksch en Latijn, of in beide, het eindcijfer 4 of lager.

De candidaten voor het A-examen met einddiploma van de A-afdeeling eener H. B. S. en zij, die aanvullingsexamen A deden, hebben gezorgd voor het eenige plekje licht op het overigen's zoo duistere beeld van het examen van dezen zomer. In beide categorieën werden de percentages geslaagden van het vorig jaar overtroffen.

BOEKBESPREKINGEN.

Prof. Dr. F. Gonseth und Dr. P. Marti, Leitfaden der Planimetrie. Orell Füssli Verlag, Zürich. I, 1933 (175 bladzijden, Fr. 3.—). II, 1936 (190 bladzijden, Fr. 3,—).

Wanneer in dit tijdschrift een buitenlandsch schoolboek wordt besproken, is het niet de bedoeling, critiek te leveren op ondergeschikte punten, maar den Nederlandschen leeraren gelegenheid te geven om kennis te nemen van beschouwingen, die voor hun onderwijs misschien van eenig nut kunnen zijn. Het komt mij voor, dat het werk van de heeren Gonseth en Marti hier te lande belangstelling verdient, omdat men hierin een denkbeeld verwezenlijkt vindt, dat te onzent meer dan eens besproken en aanbevolen is: de behandeling der vlakke meetkunde te doen volgen door eene nauwkeuriger behandeling van het begin, op een min of meer volledig stel axiomata berustend. De eind-examinandus zou dan niet meer in de meening behoeven te verkeeren dat de vlakke meetkunde berust op „de” vier axiomata!

Het werk van de heeren Gonseth en Marti vormt een onderdeel van: Mathematisches Unterrichtswerk für höhere Mittelschulen. Leitfäden und Aufgabensammlungen; herausgegeben vom Verein Schweizerischer Mathematiklehrer. Het is verdeeld in eene Unterstufe en eene Oberstufe. De schrijvers hebben zich ten doel gesteld, de nadeelen te overwinnen van de verwijdering die er naar hunne meening is ontstaan tusschen wiskundige gestrengheid en door de didaktiek geëischte aanschouwelijkheid, die zich in tegengestelde richtingen van Euclides' klassieken leergang hebben verwijderd. Zij hebben gestreefd naar: 1°. aanknooping aan de aanschouwingswereld, 2°. wetenschappelijke zuiverheid van den opbouw, 3°. herstel van het verband met wiskundige opvattingen in het algemeen. Aan dit laatste streven is de „Oberstufe” gewijd.

De inleiding (waaraan nog een inleidende cursus kan voorafgaan) geeft eene aanschouwelijke invoering van de grondbegrippen, zooals punt, lijn en hoek. Axiomata worden niet geformuleerd, vervolgens wordt zeer uitvoerig de congruentie en de axiale symmetrie behandeld, en deze behandeling is gebaseerd op aan de aanschouwing ontleende eigenschappen van verschuiving, draaiing en spiegeling. Allengs treden min of meer volledige bewijzen op. Zooals in een niet-Nederlandsch werk, dat voortbrengsel is van ernstige overdenking, van zelf spreekt, komt de behandeling der evenwijdigheid na die der congruentie. Daarna volgt de leer der meetkundige plaatsen met eenige toepassingen, eenige stellingen over den cirkel (onderlinge ligging, hoeken en bogen, koordenvierhoek) en de oppervlakten van veelhoeken. Eene op oppervlakten gebaseerde behandeling der stelling van Pythagoras vormt het laatste hoofdstuk van het eerste deeltje.

In het tweede deeltje wordt de behandeling der Unterstufe voortgezet. Eerst komt de evenredigheid van lijnstukken aan de orde, dan zeer uitvoerig de homothetie en gelijkvormigheid. In aansluiting hieraan worden de eenvoudigste goniometrische functies heel in het kort behandeld, alsook het te onzent gebruikelijke bewijs der stelling van Pythagoras, en de stelling omtrent evenredigheid van lijnstukken in den cirkel, de gulden snede en nog eenige onderwerpen. De Unterstufe wordt besloten met de regelmatige veelhoeken, en oppervlakte en omtrek van den cirkel.

Omtrent de nu volgende Oberstufe zeggen de schrijvers in hunne voorberichten o. a. dit: „Wir dürfen es als ein besonderes Merkmal unseres Lehrganges bezeichnen, dasz nicht nur die Unterstufe so durchgearbeitet ist, dasz eine weiterführende Oberstufe überhaupt möglich ist, sondern dasz diese Oberstufe auch vorgelegt werden kann.“ — „Ohne das Wiederaufgreifen der Grundgedanken der Geometrie in einer oberen Klasse (Prima) würde dem geometrischen Unterricht des Gymnasiums ein bedeutender Bildungswert verloren gehen.“ — „Unter keinen Umständen sollten jedoch die Ausführungen der Oberstufe als *Lernstoff* betrachtet werden.“

Met veel zorg wordt duidelijk gemaakt, dat men bij eene redeneering slechts een deel van de gegevens gebruikt, die de aanschouwing verschafft. Men kan de eigenlijke onderwerpen der redeneering vervangen door dingen, waaraan men geen andere dan de werkelijk gebruikte eigenschappen toekent. Zoo ontstaat wat de schrijvers een schema noemen; zij geven aan, hoe zulk een schema kan worden losgemaakt van de onderwerpen, waaraan het zijn ontstaan te danken heeft, en somis kan worden toegepast op andere onderwerpen, mits daartusschen de relaties gelden, die in het schema zijn opgenomen. Vervolgens wordt dit toegepast op de betrekkingen tusschen de meetkundige figuren der Unterstufe, waardoor eene axiomatische meetkunde ontstaat. Axiomata en grondbegrippen worden behandeld, een axiomastelsel meegedeeld, en daarna aan eenige voorbeelden verduidelijkt, hoe men op grond van zulk een stelsel redeneeren kan. Eene systematische afleiding van alle stellingen wordt niet ondernomen. Tenslotte wordt het begrip „model” behandeld, en toegepast op de euclidische en eene niet-euclidische meetkunde (Lobatschefskij). Een kort overzicht van de geschiedenis der meetkunde vormt het besluit der Oberstufe.

Het boekje van de heeren Gonseth en Marti maakt den indruk van een met zorg overwogen werk; het kan zeker goede diensten bewijzen als men hier te lande ooit tot wijziging van het meetkunde-onderwijs in de richting der axiomatica zou overgaan. J. H. S.

Dr. Paul de Vaere en Dr. V. Herbiet, *Complement der Algebra* voor middelbaar onderwijs en middelbaar normaalonderwijs. Namen, Wesmael—Charlier, 1936. (322 bladzijden).

Het Complement der algebra van de heeren De Vaere en Herbiet

dient als aanvulling op het Leerboek der algebra van dezelfde schrijvers en is bestemd voor onderwijs-inrichtingen met uitgebreider wiskundeprogramma. Het bevat eene uitgebreidere theoretische behandeling van onderwerpen die in het leerboek behandeld zijn, en voorts verscheidene onderwerpen, die in het leerboek niet ter sprake komen. Onder deze laatste zijn er vele, die niet tot de leerstof der Nederlandsche middelbare scholen behooren (zooals combinatieleer, determinanten en de toepassing op stelsels lineaire vergelijkingen), andere onderwerpen behooren wel tot de Nederlandsche leerstof, en worden in het boek op ongeveer dezelfde wijze behandeld als te onzent gebruikelijk is (eigenschappen der wortels eener vierkantsvergelijking). Het komt echter ook voor, dat onderwerpen, die hier te lande wel behandeld worden, in het Belgische leerboek beter tot hun recht komen. Zoo bijvoorbeeld de reststelling, die in het leerboek voorkomt in het hoofdstuk over eigenschappen van veeltermen.

De behandeling is breeder dan wij hier in Nederland gewend zijn, zeer zorgvuldig, precies en duidelijk. In dit opzicht kan het werk onzen leerboeken tot voorbeeld strekken.

J. H. S.

Ir. D. J. Kruijtbosch, Avontuurlijk wiskunde-onderwijs. Rotterdam, W. L. en J. Brusse N.V., 1936. (175 bladzijden f 2,50).

Het werk van den heer Kruijtbosch wil in het wiskunde-onderwijs het element van verrassing versterken, de leerlingen meer in spanning houden dan gewoonlijk geschiedt. Het vormt eene reactie tegen de gestadige toepassing van algemeene methoden, welke zoo licht tot sleur leidt. Als middel hiertegen geeft de schrijver eene ruime keuze van — voor het meerendeel amusante — problemen, waaronder verscheidene van ouden datum. In het algemeen kan men zeggen, dat de schrijver een sterk voorstander van epistemisch onderwijs is, maar naar mijne persoonlijke meening onderschat hij de beteekenis van systematische oefening wel eenigszins.

De lezers — die ik dit boek gaarne in grooten getale toewensch — zullen allicht niet allen dezelfde bladzijden het meest waardeeren. Ik voor mij kan geheel instemmen met de op bldz. 134 voorkomende aanprijzing van discussies bij algebraische vraagstukken, maar kan het erfenisvraagstuk van bldz. 102 geen gelukkig voorbeeld vinden, daar namelijk de oplossing vrijwel geheel berust op niet-wiskundige beginselen.

Maar dit zijn persoonlijke inzichten, de lezer oordeele zelf.

J. H. S.

Dr. G. C. Gerrits, Leerboek der Natuurkunde.

I, 20e druk, 1936 (249 bldz., geb. f 3,—).

II, 16e druk, 1936 (226 bldz., geb. f 3,—).

Leiden, E. J. Brill.

Ik heb eene kleine moeilijkheid ondervonden bij het overschrijven van den titel: op den band en in het begeleidende briefje van den

LOGARITHMEN- EN RENTETAFELS.

P. WIJDENES, Log- en Rentetafel A, 6e druk, gec. . . . f 0.60.

Deze bevat: Aanwijzingen. Gewone log. Log. van constanten. Log. van rentefactoren. Rentetafels I $(1+i)^n$; II $(1+i)^{-n}$ voor de procenten 2, $2\frac{1}{2}$, 3, $3\frac{1}{2}$, 4, $4\frac{1}{2}$, 5, $5\frac{1}{2}$ en 6. Machten, wortels en omgekeerden.

P. WIJDENES, Log- en Rentetafel B, 10e druk, gec. . . . f 0.75.

Inhoud als A en bovendien Rentetafel III $\Sigma (1+i)^n$; IV $\Sigma (1+i)^{-n}$; V Annuïteitentafel.

P. WIJDENES, Log. tafel C, 2e druk f 0.40.

Inhoud als A maar zonder rentetafels en aanwijzingen.

P. WIJDENES, Rentetafel D, 2e druk f 0.50.

Deze bevat de rentetafels I, II, III, IV en V onder A en B hierboven genoemd, met 50 termijnen in 8 decimalen.

P. WIJDENES en Dr. P. G. VAN DE VLIET, Log- en Rentetafel E, 2e druk, gec. met hulpboekje f 3.25.

Deze bevat de gewone log. en de vijf tafels voor samengestelde interest, verder de vijf overeenkomstige voor samengesteld disconto in 100 termijnen en procenten van $\frac{1}{2}$ tot 8 met $\frac{1}{2}\%$ opklimmende.

NOORDHOFF'S SCHOOLTAFEL in 2 kleuren, in slap linnen band. 5e—10e duizendtal f 1.50.

I Gewone logarithmen, blz. 3.

II Logarithmen Sinustafel, blz. 24.

III Sinustafel (de goniometrische functies), blz. 81.

IV Rentetafel; $(1+i)^n$ en $(1+i)^{-n}$ van $1\frac{1}{2}\%$ — $7\frac{1}{2}\%$ met 50 termijnen, blz. 107.

Geen moeilijkheden bij de interpolatie; in tafel II twee volle graden naast elkaar, in tafel III zelfs vier.

J. VERSLUYS, Grote tafel H, in drie kleuren, 298 blz. 3de druk, gebonden f 2.90

Wit I. Gewone logarithmen blz 1-32. — Rose II. De log. der gon. functies blz. 1-96. — Wit III. De gon. functies met interpolatietafels blz. 1-128. — Groen IV. Bijtafels blz. 130-170.

A. Natuurlijke logarithmen.

B. Omzetting van natuurlijke logarithmen in gewone.

C. Gon. verh. van hoeken in radialen uitgedrukt.

D. Exponentiële en hyperbolische functies.

E. Factorentafel en tafel der priemgetallen.

F. Machten, wortels en omgekeerden.

G. Enige constanten met hun logarithmen.

 Wilt gij weten, welke tafel voor U of voor Uw school geschikt is, vraag dan inlichtingen aan P. WIJDENES, Jacob Obrechtstraat 88, Amsterdam Zuid, Tel. 27119.

P. NOORDHOFF N.V. TE GRONINGEN EN BATAVIA.

Voorschoolen, waarmen
geen goniometrie leert,
maar wel sam. intrest.

Voorschoolen,
L.O., H.B.S.,
Gymn. B

Voor examens in
Handelsrekenen,
H. Handelsschoolen,
banken, kantoren,
accountants.

Middelbaar en Gym-
nasiaal Onderwijs;
Midd. Technische
Scholen.

H.B.S. 5-j., c., Gymn., K.I. Delft
Landmeter, Wiskunde L.O.; Studenten.

NIEUW MEETKUNDEBOEK

VOOR SCHOLEN MET BEPERKT WISKUNDE-PROGRAMMA

door

M. G. H. BIRKENHÄGER en

H. J. D. MACHIELSEN

deel I f 0.60

deel II f 1.—

MEETKUNDIGE VRAAGSTUKKEN

VOOR SCHOLEN MET BEPERKT WISKUNDE-PROGRAMMA

door

M. G. H. BIRKENHÄGER en

H. J. D. MACHIELSEN,

bevattende 1100 methodisch gerangschikte vraagstukken,
waaronder vijf groepen van 25 herhalingen elk van 3 op-
gaven.

Prijs: gecartonneerd f 1.50

NIEUW REKENBOEK

door

P. WIJDENES

met medewerking van

M. G. H. BIRKENHÄGER en

H. J. D. MACHIELSEN

deel I, 2e druk f 0.60, gec. f 0.75, deel II geb. f 1.—,
deel III geb. f 1.20.

Antwoorden à f 1.—

P. NOORDHOFF N.V. — GRONINGEN — BATAVIA

Verschenen:

No. XVII Noordhoff's verzameling van wiskundige werken

Dr Hk. DE VRIES

Inleiding tot de studie der meetkunde van het aantal

gebonden in heel linnen f 5.75, ingenaaid f 4.75

Als premie op Noordhoff's wiskundige tijdschriften gebonden in heel linnen f 4.90, ingenaaid f 3.90

P. NOORDHOFF N.V. — GRONINGEN-BATAVIA

Ook verkrijgbaar in de boekhandel

Afl. I van de 15e jaargang van

Christiaan Huygens is verschenen.

Deze bevat de uitwerkingen K V 1936, de gewone rubrieken en een artikel van Ir. J. F. SCHUH. Een functie met begrensde fluctuatie is Riemann-integreerbaar.

Verwacht in Jg. XV het vervolg van

Prof. Dr B. L. v. d. WAERDEN

De logische grondslagen der Euklidische meetkunde.

Prof. Dr Hk. DE VRIES

Beschrijvende meetkunde in R 4.

Tekent in op

1 Christiaan Huygens 15e Jg. f 10.— fr. p. post

2 Euclides . . . 13e Jg. - 6.— fr. p. post

3 N. Tijdschr. v. wisk. 24e Jg. - 6.— fr. p. post

Verbindingen: 1 en 2 f 14.—; 1 en 3 f 14.—;

2 en 3 f 11.—. Alle drie samen slechts f 18.—.

Adres voor artikelen voor deze tijdschriften

P. WIJDENES, Jac. Obrechtstraat 88, AMSTERDAM-Z.

STEREOMETRIE

- a. Dr H. J. E. BETH, Meetkunde van de Ruimte (Stereometrie en Beschrijvende meetkunde tot één geheel verwerkt) f 2,90.
- C. A. CIKOT, Stereometrische Vraagstukken. 4e druk f 1,25.
- C. A. CIKOT, Complement der Stereometrie. 2e druk f 2,25.
- C. L. LANDRÉ, Stereometrische hoofdstukken, 2e druk f 3,50.
- Dr P. MOLENBROEK, Leerboek der Stereometrie, 8e druk, bewerkt door P. WIJDENES, met overzicht, gebonden f 6,—.
- UITWERKINGEN, 3e druk f 2,25.
- b. Dr P. MOLENBROEK en P. WIJDENES, Stereometrie voor M.O. en V.H.O., met overzicht, 4e druk f 1,90, gec. f 2,25.
- ANTWOORDEN f 0,50.
- c. P. REIJNDERS, Stereometrie voor de M.T.S. f 1,90 gec. f 2,25.
- J. VERSLUYS, Handboek der Stereometrie f 4,—.
- d. J. VERSLUYS, Leerboek der Stereometrie, 13e druk, herzien door J. H. SCHOGT, gec. met overzicht f 2,90.
- ANTWOORDEN, 2e druk f 0,50.
- J. VERSLUYS, Beknopt leerboek der Stereometrie, met antwoorden, 8e druk f 1,50.
- J. VERSLUYS, Vraagstukken over Stereometrie f 0,75.
- C. VOLKER, Enige methodisch gerangschikte ruimteconstructies, gewijzigde en aangevulde overdruk uit het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde f 2,—.
- e. P. WIJDENES, Kleine Stereometrie, 3e druk, geb. f 1,40.
- f. P. WIJDENES, Beknopte Stereometrie, 3e druk, geb. f 1,50.
- P. WIJDENES, Stereometrisch tekenen f 0,50.

P. NOORDHOFF N.V. — GRONINGEN-BATAVIA

uitgever heet het boek „Leerboek der Natuurkunde”, maar de voor-titel en het titelblad vermelden „Leerboek van de Natuurkunde”. Een voorzichtig stapje in de richting, die de antipathie, welke in onderwijskringen tegen verbogen vormen heerscht, voorschrijft? Maar scherts ter zijde. Zoowel tekst als illustratie leggen getuigenis af van den onvermoeiden arbeid, dien de schrijver verricht om zijn werk op de hoogte des tijds te houden, en het de vooraanstaande plaats, die het in onze schoolboekliteratuur inneemt, waardig te doen blijven.

J. H. S.

Les carburants; première partie: l'essence, par E. Audibert. 181 pp., 44 fig. 21 × 16,5 cm. Gauthier-Villars, Paris. 1936. frs. 45,—.

Dit werk geeft de resultaten van recente onderzoekingen, die besproken zijn op de conferenties van het Conservatoire national des Arts et Métiers (Oct. 1935), weer. Dit eerste deel behandelt de benzine, terwijl de beide volgende deelen getiteld zullen zijn: le benzol; les gaz combustibles.

De eigenschappen van de benzine (80 pp.) en haar fabricatie (60 pp.), benevens de eigenschappen van de uitgangsstoffen (30 pp.) zijn vrij uitvoerig, doch voor den technicus toch goed begrijpelijk beschreven, doordat de schrijver niet slechts de resultaten der onderzoekingen heeft medegedeeld, doch ze heeft samengevat tot een samenhangend geheel, dat een overzicht over de problemen van de benzine geeft. Toch is hierdoor geen nieuw raffinage-handboek ontstaan; alleen de principieele zijde der problemen wordt besproken, echter zoodanig, dat alles, wat het begrip ten goede komt, ter sprake komt. Zoo worden 30 pp. aan de bespreking der uitgangsstoffen gewijd, omdat de kennis van hun eigenschappen van zoo groot belang is voor het benzine-vraagstuk.

Men kan dit werk daarom een Fransch overzicht van de beste soort noemen en het ten zeerste ter lezing aanbevelen.

Dr. H. W. Herreilers.

Cours de chimie industrielle, Tome III: Métallurgie, par G. Dupont. 357 pp., 161 fig. 25 × 16,5 cm. Gauthier-Villars, Paris. 1936. frs. 65,—.

Dit derde deel is onderverdeeld in 3 hoofdstukken. Allereerst worden de algemeene methoden voor de bereiding van de metalen uit erts en de bereiding der alliages, de algemeene eigenschappen van de metalen en hun legeringen, het gieten en de metaalbewerking besproken (113 pp.). In het derde onderdeel van dit eerste hoofdstuk worden tevens de algemeene onderzoekingsmethoden behandeld, waarbij vooral de thermische methoden vrij uitvoerig ter sprake komen (30 pp.), om te besluiten met de studie van de mechanische eigenschappen.

In het tweede hoofdstuk (63 pp.) wordt de metallurgie van het ijzer besproken. De verschillende procédés worden uiteraard slechts

kort aangegeven, doch zoodanig, dat een goed overzicht verkregen wordt.

In het laatste hoofdstuk (156 pp.) worden de andere metalen behandeld en wel allereerst het koper (40 pp.), dat een belangrijke plaats inneemt. Ook hier is natuurlijk van volledigheid afgezien. De andere metalen worden, al naar hun belang, korter of minder kort besproken. Aan het einde van elk hoofdstuk is een literatuurlijst opgenomen, deze bevat echter slechts Fransche werken. Zelfs waar dit boek voornamelijk voor Fransch gebruik bedoeld is, moet dit negeeren van de vele buitenlandsche handboeken onjuist genoemd worden. Een uitvoerige klapper besluit het werk.

Het geheel maakt dit werk tot een aanwinst voor hen, die zich in korten tijd oriënteren willen. Het is echter jammer, dat niet wat meer plaats ingeruimd kon worden aan de metallographie, die toch zoo belangrijk is voor de studie der metalen. Ze is slechts heel kort aangegeven, terwijl slechts hier en daar een microfoto is opgenomen. Wie zich echter op de hoogte willen stellen van de zuivere metallurgie, kan dit werk ten zeerste ter lezing aanbevolen worden.

Dr. H. W. Herreilers.

Dr. phil. L. C. Due. Die Brückenverbindungstheorie und ihre Anwendung zur Klasseneinteilung und Klassenzusammensetzung quadratischer Irrationalzahlen und binärer quadratischer Formen. 39 S.

Verlag Levin & Munksgaard. Kopenhagen. Preis D. Kr. 4,50.

Tot de belangrijkste problemen van de klassieke getallentheorie behoort ongetwijfeld het vraagstuk van de klassifikatie der quadratische vormen $ax^2 + 2bxy + cy^2$ (a , b en c geheel). Dit probleem is door Gauss en Lejeune-Dirichlet behandeld op een zoo volledige wijze, dat er eigenlijk niets meer aan toe te voegen is. Daarbij worden de quadratische vormen van de bovengenoemde gedaante met gelijke determinant $D = b^2 - ac$ gesepareerd in klassen van onderling equivalente q.v., waarbij onder equivalente q.v. vormen worden verstaan, die door een unimodulaire substitutie

$$x = ax' + \beta y'; y = \gamma x' + \delta y'; (\alpha, \beta, \gamma, \delta, \text{ geheel, } \alpha\delta - \beta\gamma = \pm 1)$$

in elkaar kunnen worden getransformeerd. Het blijkt dan bij het verdere onderzoek, dat dit equivalentiebegrip in onmiddellijk verband staat met het andere equivalentiebegrip uit de theorie der kettingbreuken, waarbij twee irrationale getallen equivalent worden genoemd, wanneer hun regelmatige kettingbreukontwikkelingen van een bepaalde deelnoemer af overeenstemmen.

Door den schrijver van dit boekje wordt deze klassieke gedachten-gang nu volslagen omgekeerd. Hij begint met aan de hand van een soort kettingbreukalgoritme het begrip van klasseindeeling van irrationale getallen te ontwikkelen. Bij deze ontwikkeling wil hij de schijn wekken, zich op een algemeen standpunt te stellen door in afwijking met de klassieke theorie zich niet te beperken tot een *regelmatige* kettingbreukontwikkeling, maar hij ontwikkelt de irrationale getallen

(i.h.b. de quadratische i.g.) in een onregelmatige kettingbreuk, en hij zegt in zoo'n geval, dat de beide i.g., die het begin- en eindlid van deze ontwikkeling vormen, (onder eenige beperkende nevenvoorwaarden) door een „brug” zijn verbonden. Zulke i.g. worden dan in dezelfde klasse ingedeeld.

Ondanks de algemeenheid van deze opzet kunnen wij in deze behandeling weinig meer dan een Spielerei zien, daar het volgens deze algemeene methode ten eenenmale onmogelijk is, om in een concreet geval à priori de equivalentie van twee voorgelegde q.i. get. te onderzoeken, daar de brug niet vast ligt. Men weet wel, waar men moet beginnen, maar men kan niet voorspellen, hoe men verder moet gaan. Dit onderzoek loopt dan ook spoedig dood, en het kan alleen gered worden door een normeeringsvoorschrift voor de kettingbreukontwikkeling, dat *natuurlijk* gezocht en gevonden wordt in de *regelmatige* kettingbreukontwikkeling, waardoor de brug dan inderdaad vastgelegd is. Nadat de schrijver er dan ook in geslaagd is, de „hoofdstelling” van zijn onderzoekingen te bewijzen, welke inhoudt, dat twee gereduceerde i.g., die door een algemeene brug zijn verbonden, eveneens door een *regelmatige* brug zijn verbonden; is hij gelukkig weer op klassieke, vaste bodem aangeland.

Aan het slot van de beschouwing komt dan een hoofdstuk over de klassifikatie der binaire quadratische vormen, waarbij hij twee q.v. in dezelfde klasse indeelt, wanneer de corresponderende irrationale getallen in dezelfde klasse behooren, en wanneer de beide q.v. hetzelfde getallencomplex voorstellen.

Deze *definitie* is in den grond niets anders dan een bekende *stelling* uit de klassieke theorie. Hoewel deze beschouwingswijze den schrijver in staat stelt, het probleem van de equivalentie der q.v. aan te pakken, zonder eerst de substitutietheorie en de theorie der gereduceerde vormen te moeten ontwikkelen, zooals de klassieke theorie dit vereischt, toch is de hiermede behaalde winst o.i. illusoir, daar deze winst in de verste verte niet opweegt tegen het verlies, dat ontstaan is door de verbreking van den samenhang met de verwante gebieden der getallentheorie.

Hoewel wij ons in het algemeen zullen verheugen, als zulk een belangwekkend hoofdstuk uit de klassieke getallentheorie weer eens op een nieuwe wijze wordt belicht, toch kunnen wij de verschijning van dit werkje allerminst toejuichen. Ofschoon in dit boekje weinig pertinente onjuistheden zijn aan te wijzen, toch worden de, overigens bekende, stellingen uit de getallentheorie hier ontwikkeld op een verwarde, uiterst onoverzichtelijke wijze, die het lezen van dit werk niet bepaald tot een genoegen maken. Het algeheele gemis aan voorbeelden werkt daarbij ook niet stimulerend. De stijl laat alles te wenschen over, eenvoudige feiten en waarheden worden vertroebeld door een gewichtig aandoende, maar lastige, ongebruikelijke, symboliek, waardoor vele beschouwingen onnoodig gecompliceerd worden. De schrijver is sterk in het bedenken van nieuwe namen voor oude, bekende objecten. Wij wijzen onder meer op de niet zoo slecht bedachte naam „Amphibien-klasse” voor de „classis anceps” van Gauss (ambige Klasse bij Dirichlet en Kummer).

Voor iemand, die onbekend is op dit terrein, en die zich op dit gebied wensch te oriënteren, is de studie van dit boekje bepaald af te raden, daar de lezer slechts een heel scheve voorstelling erdoor krijgt van hetgeen in de getallentheorie in deze richting is bereikt, terwijl de meer georiënteerde lezer tevergeefs naar iets werkelijk nieuws of althans naar een vereenvoudigde beschouwingswijze zal moeten zoeken.

Dr. S. C. van Veen.

INGEKOMEN BOEKEN.

Van W. E. J. TJEENK WILLINK, Zwolle.

- Dr. TH. G. D. STOELINGA en Dr. M. G. VAN TOL, *Planimetrie. Leerboek voor H.B.S., Gymnasium en Lyceum.*
 Deel I ing. f 1,50, geb. f 1,80
 Deel II ing. f 1,70, geb. f 2,05
- L. J. J. BOGERS en Dr. TH. G. D. STOELINGA, *Leerboek der Natuurkunde voor H.B.S., Gymnasia en Lycea.*
 Deel I f 2,25, geb. f 2,55
- Dr. TH. G. D. STOELINGA en Dr. M. G. VAN TOL, *Leerboek der Algebra voor H.B.S., Gymnasium en Lyceum.*
 Deel I f 1,75, geb. f 2,—
 Deel II f 1,75, geb. f 2,05

Van P. NOORDHOFF, Groningen.

- B. H. GERRITSMA en G. H. KOUDIJS, *Onze technische serie Meetkunde I.*
 I 58 blz. 77 fig. . . f 0,70. II 63 blz. 31 fig. . . f 0,70
- M. G. H. BIRKENHÄGER en H. J. D. MACHIELSEN, *Nieuw Algebraboek I. 2e druk.*
 65 blz. f 0,75, gec. f 0,90
- P. WIJDENES en Dr. D. DE LANGE, *Vlakke Meetkunde,*
 deel I, 11e druk, met gradenboog en formules,
 ing. f 1,75, gec. f 2,00
 deel II, 9e druk, met overzicht en sinustafel, gec. . . f 2,25
- P. WIJDENES en Dr. H. J. E. BETH, *Nieuwe Schoolalgebra I.*
 8e druk, geb. f 2,25
- Dr. A. D. NATHANS en Dr. H. LINDEMAN, *Natuurkunde voor het Middelbaar en Voorbereidend Hoger Onderwijs.*
 Deel I 228 blz. 185 fig. f 2,75, geb. f 3,10
- P. WIJDENES, *Beknopte Driehoeksmeting. 7e druk,* met
 formules. 161 blz. 85 fig. ing. f 1,90, geb. f 2,25

Van The MATHEMATICAL ASS. OF AMERICA.

- Prof. Dr. R. C. ARCHIBALD. *Outline of the History of Mathematics.*
 3d edition, 62 pages \$ 0,50

Van Gebr. VAN DER HOEK, Leiden.

- Wiskundige en litterarische opgaven van het Staatsexamen 1936* f 0,50

Van de Vereeniging voor kadaster en landmeetkunde.

Tijdschrift 52e Jg. nr. 6.

SCHOOL EN WETENSCHAP¹⁾

DOOR

E. J. DIJKSTERHUIS.

Onder de vele problemen van didactischen aard, waarvan de bespreking het onderwijs van onzen tijd met zulk een stemming van twijfel en onzekerheid omgeeft, moet de vraag gerekend worden, die ik door den titel van mijn voordracht reeds kort heb trachten aan te duiden: in welke betrekking moet de school voor Middelbaar en Voorbereidend Hooger Onderwijs tot de actueele wetenschap van deze dagen staan; in hoeverre is zij verplicht en in staat, zich onder haar invloed te hervormen en welke zijn de gezichtspunten, die bij zulk een hervorming in acht moeten worden genomen? Men behoefde het programma van dit derde congres van Nederlandsche leeraren in wiskunde en natuurwetenschappen slechts oppervlakkig te bezien, om reeds onmiddellijk te beseffen, hoezeer dit probleem ook de besprekingen van vandaag zou beheerschen en nu wij het einde van onze werkzaamheden naderen, zal iedereen, die hier aanwezig is, zeker levendiger dan ooit gevoelen, hoezeer het verdient, om bestudeerd te worden en hoe dringend het om oplossing vraagt. Juist daarom durf ik aan het slot van dezen dag nog eens uw aandacht vragen voor enkele algemeene beschouwingen, die daarop betrekking hebben.

Ik wil beginnen met aan te knopen bij een opmerking, die wellicht velen van u zullen hebben gemaakt, toen zij het programma van dit congres voor het eerst onder oogen kregen; het is een opmerking, die zich als vanzelf opdringt, wanneer men de titels van de verschillende voordrachten, die hier over physische en chemische onderwerpen zijn gehouden en de strekking van althans een deel der biologische lezingen vergelijkt met het behandelde in de sectie voor wiskunde: bij de eerste is telkens weer sprake

¹⁾ Voordracht, gehouden op het Derde Nederlandsche Congres van Leeraren in de Wiskunde en de Natuurwetenschappen op 16 April 1936 te Utrecht.

van moderne wetenschappelijke theorieën en wordt telkens weer de mogelijkheid overwogen, daarvan ook op de scholen iets te brengen; in het wiskunde-programma daarentegen voert ons de naam van *Moebius* dadelijk naar de historische sfeer en de aankondiging van een behandeling van het wiskundig gedeelte van het eindexamen H. B. S. naar die van didactiek en organisatie. Blijven dan, zoo kan men vragen, de docenten in wiskunde eigenlijk door het probleem van de relatie van school en wetenschap onberoerd en deelen zij niet in de algemeene gedachte, die den grondslag van dit congres vormt?

Wanneer ik deze vraag tot op zekere hoogte bevestigend beantwoord, dus erken, dat het onderwijs in wiskunde en, kan ik er dadelijk bijvoegen, in mechanica, in veel mindere mate dan dat in de natuurwetenschappen wordt verontrust door de vraag, of het noodzakelijk en mogelijk is, het contact met de ontwikkeling der wetenschap niet te verliezen, dan wil ik daarmee volstrekt niet den indruk vestigen, alsof de wiskundigen op dit congres eigenlijk niet thuis zouden hooren en alsof de betrekkelijke rust, waarmee zij zich voortdurend blijven bewegen in den traditioneelen kring van hun klassieke leerstof zoover zou afstaan van het tastend zoeken naar nieuwe wegen, dat hunne natuurwetenschappelijke collega's in spanning houdt, dat zij ook niets zouden kunnen bijdragen tot de verheldering van de problemen, die zich aan dezen opdringen. Veeleer lijkt het mij toe, alsof zij, steunend op de ervaringen, die het reeds eeuwenoude onderwijs in hun vak hun ten dienste stelt, aan de beoefenaren van de zooveel jongere natuurwetenschappen zekere richtlijnen kunnen aangeven, die voor de behandeling van de-daar actueele kwesties waarde kunnen hebben.

De stemming van onrust, die vooral het onderwijs in physica en chemie in onzen tijd zoo merkbaar doordringt, is een natuurlijk gevolg van de ontzaglijke omwenteling, die zich sedert het begin van onze eeuw in deze wetenschappen aan het voltrekken is en die niet alleen een onoverzienbare uitbreiding van onze kennis der natuurverschijnselen met zich mee heeft gebracht, maar ook een diep ingrijpende wijziging in de geheele natuurwetenschappelijke denkwijze heeft veroorzaakt. Het kon niet anders, of een zoo heftige beroering moest doorwerken in het leven van een onderwijsinstelling, die zoozeer als de H. B. S. van haar oorsprong af door

natuurwetenschappelijke gezichtspunten is beheerscht of van een, die zoozeer als het Gymnasium-B haar oorspronkelijke doelstelling onder invloed van diezelfde gezichtspunten heeft gevormd.

Jaarlijks toch komen jonge afgestudeerden, die niet als de ouderen de nieuwe denkbelden op physisch en chemisch gebied op zijn best later hebben bijgeleerd, maar die daarin van den aanvang af zijn opgegroeid, het corps der docenten aanvullen en vernieuwen. Zij vinden een onderwijs, dat zooals alle zaken in het schoolleven, sterk traditioneel gekleurd is en neiging tot verstarring vertoont. Dat onderwijs is dus nog voornamelijk 19de-eeuwsch georiënteerd en van tal van nieuwe denkbelden, die voor de jongeren een integreerend deel van hun wetenschappelijke ontwikkeling vormen, is daar nog niets doorgedrongen. Is het verwonderlijk, dat zij protesteeren? Zij willen hun leerlingen iets bijbrengen van den geest der moderne natuurwetenschap en zij zien zich plotseling opgesloten in de sfeer van wat ze als klassieke en dat wil in de natuurwetenschappelijke terminologie zeggen als afgedane physica, chemie en mechanica hebben leeren beschouwen. Het is niet meer dan natuurlijk, dat zij om vernieuwing roepen.

Even natuurlijk is het echter, dat die roep door verscheidene oudere collega's wel eens met eenig wantrouwen wordt gehoord. Tusschen het tijdstip van de wetenschappelijke vorming van oudere en jongere docenten kan een tijdsruimte van veertig jaren liggen en in het geval van de tegenwoordige natuurwetenschap zijn die veertig jaren juist de beslissende geweest. In de meeste gevallen drukken echter juist op iemands wetenschappelijken habitus de universiteitsjaren een beslissenden stempel. Het is de tijd, waarin de sterkste indrukken worden opgedaan, waarin de studie het meest intens is en waarin de resultaten van die studie het meest in de algemeene denkhouding worden geassimileerd. Gewoonlijk bezit alles, wat later bijgeleerd wordt, een geringeren graad van realiteit dan wat in den studietijd is beoefend. Men kan bij voldoende tijd en studielust zich wetenschappelijk blijven ontwikkelen, maar in den regel leert men, zooals Helmholtz eens gezegd heeft, de nieuwe begrippen niet meer zoo beheerschen, dat men er mee spelen kan. Hieruit vloeit bij ouderen vanzelf een

zekere tegenzin voort, het onderwijs, dat ze moeten geven, al te snel en al te intens in de richting van de moderne ontwikkeling te vervormen. Men is, al dan niet terecht, overtuigd, dat men, werkend met de oude, door traditie respectabel geworden en methodisch goed doordachte leerstof, de leerlingen kan leeren nadenken en van een behoorlijken kennisgrondslag kan voorzien en men begrijpt niet goed, waarom de jongeren er iets op tegen hebben, deze vertrouwde paden nu ook maar te gaan betreden.

Er ontstaan zoo zekere spanningen in het corps van de docenten in natuurwetenschappen, die al in menige didactische gedachtenwisseling tot uiting zijn gekomen en die er het hare toe hebben bijgedragen, het problematische karakter, dat ons M. en V.H.O. tegenwoordig aankleeft, te accentueeren. Niet, dat zij daarvoor uitsluitend verantwoordelijk zouden zijn. Want evenver als wij thans afstaan van den geest van zelfverzekerdheid op den goeden weg te zijn, die de natuurwetenschap van het eind der 19de eeuw kenmerkte, zijn wij tegenwoordig verwijderd van het gemis aan twijfel, waarmee men, misschien nog wel minder lang geleden, over doel en methode van het M. en V.H.O. in het algemeen dacht. De invloed van de crisis in de natuurwetenschap valt samen met een omwenteling in de paedagogische en didactische denkbeelden en het streven naar vernieuwing van de traditioneele leerstof gaat gepaard met een begeerte tot grondige hervorming van de methodiek.

Dit laatste streven heeft nu ten duidelijkste een veel meer algemeene strekking dan het eerste. Geen vak blijft er onaangetast door, ook wanneer de moderne ontwikkeling van de wetenschap, waarvan het de elementen onderwijst, het op zich zelf niet tot hervorming zou dwingen.

Zoo beschouwd, geraakt de brandende vraag, die speciaal de physici en chemici bezig houdt en die betrekking heeft op de mate waarin en de wijze waarop de school moet trachten de ontwikkeling der wetenschap in de verte te blijven volgen, eenigszins op den achtergrond ten opzichte van het meer algemeene probleem, in hoeverre de tegenwoordige denkbeelden over doel en methode der Middelbare School een vernieuwing van de organisatie van het onderwijs in alle wis- en natuurkundige wetenschappen vereischen. Het is niet mogelijk, haar zelfstandig te behandelen,

CHRISTIAAN HUYGENS

XVe Jg.
1936/37.

Mathematisch tijdschrift,

onder redactie van Dr. F. SCHUH, hoogleraar aan de Techn. hogeschool te Delft

Ass. red. K. HARLAAR, aan wien alles voor dit tijdschrift gezonden moet worden.

Het tijdschrift verschijnt om de twee maanden, te beginnen 1 October. Elke aflevering omvat drie à vier vel. gr. oct., waar nodig met figuren. Het is bestemd voor leraren, studenten en studerenden voor de akte KV. Elke aflevering bevat ook vraagstukken en oplossingen. Een jaarabonnement kost f 10.—. Voor hen, die tevens geabonneerd zijn op het Nieuw tijdschrift voor wiskunde, is de prijs voor beide samen f 14.— in plaats van f 16.—.

Intekenaars op Noordhoff's tijdschriften genieten belangrijke prijsvermindering op nieuwe werken.

COMPOSITIO MATHEMATICA

Quod periodicum internationale

Onder redactie van de professoren L. E. J. BROUWER Amsterdam, Th. DE DONDER Brussel, G. JULIA Parijs en met medewerking van 42 geleerden, verspreid over de hele wereld.

„Die Aufgabe der Compositio Mathematica ist es, nicht allein die Entwicklung der Mathematik zu fördern durch Aufnahme wertvoller mathematischer Arbeiten, sondern auch der heute mehr als je erforderlichen internationalen wissenschaftlichen Zusammenarbeit zu dienen.”

Elk deel verschijnt in drie afleveringen en omvat 30 vel. De prijs is f 20.— per deel. Deel III fasc. 2 verscheen 30-VI 1936.

Toegelaten talen voor Compositio Mathematica zijn: Frans, Duits, Engels en Italiaans.

Adressen: P. WIJDENES } Amsterdam Zuid, Jac. Obrechtstraat 88
K. HARLAAR }
H. G. A. VERKAART Roermond, Willem II-singel 57
J. H. SCHOOT Amsterdam Zuid, Fr. v. Mierisstraat 112
Prof. Dr. F. SCHUH Den Haag, v. Boetzelaerlaan 28

Zendingen voor „Compositio” aan het Mathematisch instituut Amsterdam C., Nieuwe Achtergracht 121.

Ondergetekende wenst zich te abonneren op:
verzoekt toezending proefaflevering van
NIEUW TIJDSCHRIFT VOOR WISKUNDE
EUCLIDES
CHRISTIAAN HUYGENS
COMPOSITIO MATHEMATICA

door te
halen wat
niet
verlangd
wordt

en verzoekt toezending van de verschenen afleveringen van de lopende jaargang

Naam en Adres:

NIEUW TIJDSCHRIFT VOOR WISKUNDE

XXIVe Jg.

1936/37

Redactie H. G. A. VERKAART en P. WIJDENES

Het tijdschrift voor de studie voor de examens
Wiskunde L.O. en K I en voor hen, die dage-
lijks les in wiskunde geven.

Het verschijnt in 6 tweemaandelijks afleveringen, gr.
oct., waar nodig met flinke figuren. Elke aflevering bevat
naast degelijke artikelen, vraagstukken en oplossingen.
Verder elk jaar de oplossingen van de L.O.- en KI-
vraagstukken en verslagen van mondelinge examens
L.O. en K I.

Prijs per jaargang van ongeveer 400 bladzijden f 6.—
De jaargang begint in Sept. Proefnummer kosteloos.

EUCLIDES

XIIIe Jg. 1936/37.

Tijdschrift voor de didactiek der exacte vakken
onder redactie van J. H. SCHOGT en P. WIJDENES

Medewerkers: Dr. H. J. E. BETH, Dr. E. J. DIJKSTERHUIS,
Dr. G. C. GERRITS, Dr. B. P. HAALMEYER, Dr. C. DE JONG,
Dr. W. P. THYSSEN, Dr. P. DE VAERE, Dr. D. P. A. VERRIJP.

Euclides is voor leraren en die het hopen te worden.
Men volgt daarin de evolutie van het wis- en natuur-
kundig onderwijs en leest wat ervaren leraren te zeggen
hebben.

Het verschijnt in 6 tweemaandelijks afleveringen.

Prijs per jaargang f 6.—. Abonne's op Nieuw tijdschrift
voor Wiskunde of Christiaan Huygens betalen f 5.—

Proefnummer kosteloos.

 Zij, die wat te zeggen hebben, plaatsen hun artikelen in
Noordhoff's tijdschriften, omdat zij verzekerd zijn, dat hun
arbeid dan onder de ogen van alle belanghebbenden en
belangstellenden komt.

zonder zich door die meer algemeene didactische gezichtspunten te laten leiden en daar deze reeds lang de volle aandacht van de docenten in wiskunde bezitten, bestaat hier voor hen een tweede aanleiding, zich bij de bespreking van de tegenwoordige problemen van het onderwijs in natuurwetenschappen niet afzijdig te houden.

In hoeverre daarvoor nu de gelijktijdige beschouwing van wis- en natuurkunde van nut kan zijn, moge blijken door eens zulk een probleem uit de huidige didactiek der physica in het mathematische te vertalen. Ik neem als voorbeeld een uittaling, die mijn aandacht trok in het verslag van de discussie over het natuurkunde-onderwijs, die op 3 Januari van dit jaar te Kootwijk is gehouden en die in haar eenvoud en natuurlijkheid kenmerkend is voor het standpunt, dat vele jonge physici innemen. Kan men, riep een der sprekers daar uit, eigenlijk tegenwoordig zeggen, dat men physica onderwijst, als men het groote gebied der atoomphysica bijna niet aanroert¹⁾? Die vraag ligt volkomen voor de hand en ik begrijp ten volle, dat men haar stelde. Laten we haar nu echter eens overbrengen op het gebied van wiskunde en mechanica. Kan men, zoo zou zij daar luiden, eigenlijk nog zeggen, dat men wiskunde geeft, wanneer men het groote gebied der infinitesimaalrekening bijna niet aanroert, van functietheorie en niet-Euclidische meetkunde niet rept, het bestaan van de leer der verzamelingen negeert en aan topologie en meerdimensionale differentiaalmeetkunde zelfs niet denkt? Mag men het nog onderwijs in mechanica noemen, wanneer men zich tot de klassieke mechanica van Newton beperkt en woorden als relativiteitstheorie en quantummechanica nooit noemt?

Ik geloof niet, dat er iemand zal zijn, die deze vragen ontken- nend zou willen beantwoorden; ik vrees zelfs, dat men geneigd zal zijn, ze eenigszins dwaas te vinden. En toch zijn ze getrouwe

¹⁾ Uit een correspondentie met den bedoelden spreker, Dr. R. L. Krans, is mij gebleken, dat mijn interpretatie van deze uittaling niet in overeenstemming is met de beteekenis, die hij er zelf aan hechtte. Het was niet zijn bedoeling, dat de school zich zou moeten beijveren, om de ontwikkeling der natuurwetenschap als het ware in de verte bij te houden; hij heeft slechts dat eene willen bepleiten, dat hij met name genoemd heeft: behandeling van de atoomphysica. Ik maak van deze gelegenheid gebruik, om de begane vergissing te herstellen.

vertalingen van wat op de vergadering te Kootwijk voor de natuurkunde gevraagd werd. Hoe komt het, dat wat daar volkomen reden van bestaan had, hier als opzettelijke overdrijving aandoet niet alleen, maar het ook is?

De oorzaak schuilt natuurlijk hierin, dat de waarschijnlijk wel definitieve breuk tusschen school en wetenschap, die voor de tegenwoordige didactische moeilijkheden der physica verantwoordelijk is, hier van zooveel jongeren datum is dan voor de beide andere vakken, die ik noemde. In de 19e eeuw was het nog mogelijk, dat het M.O. voor een groot deel van de onderwerpen der experimenteele en theoretische physica zooal niet een adaequate behandeling, dan toch een elementaire inleiding kon geven en een principieel begrip kon aanbrengen. Dat was een toestand, dien de wiskunde toen al eeuwen lang achter zich had; daar had zich reeds lang een zelfstandig bestaand elementair gebied zoo sterk van de levende wetenschap afgezonderd, dat men, dat gebied in het onderwijs behandelend, zelfs niet meer den wensch in zich voelde opkomen, den leerling nu ook nog een indruk te willen geven van wat de wetenschap der wiskunde nu eigenlijk bevat. Voor de mechanica is het niet anders. Ook daar bestaat sedert den tijd, waarin de Bernouilli's en Euler haar zijn gaan behandelen met de hulpmiddelen der infinitesimaalrekening, een wel omschreven elementair gedeelte, waarvan de omvang volkomen is bepaald door de begrenzing van het systeem der elementaire wiskunde.

En hier blijkt nu de mogelijkheid van een bijdrage van de didactiek van wiskunde en mechanica in de huidige moeilijkheden der natuurwetenschappen; wat deze thans beleven, heeft zij al lang achter den rug en zij kan daardoor wellicht den docenten in physica, die hun geweten verontrust voelen, wanneer ze niet voldoende aandacht schenken aan de resultaten van de moderne wetenschap, de oogen openen voor de waarde van het standpunt van wijze beperking, dat zij, naar ik toegeef eenigszins geresigneerd, inneemt. Zij kan hen wijzen op de noodzakelijkheid, bewust en voorgoed afstand te doen van het misschien nooit openlijk beleden, maar blijkens uitlatingen als de straks geciteerde, toch inwendig nog maar al te vaak gekoesterd ideaal, den leerling van de M. S. de ontwikkeling, der moderne wetenschap op een

weliswaar respectabelen, maar toch constanten afstand te laten volgen; zij kan hen zich helpen bevrijden van het kwellende gevoel, verplicht te zijn, om wat vandaag nieuw wordt ontdekt, binnen een zeker aantal jaren te adapteeren aan het bevattingsvermogen der schooljeugd en op te nemen in de leerboeken.

Wanneer eenmaal dat standpunt bereikt is, zal men op de vraag: kan men zeggen, dat men natuurkunde onderwijst, wanneer men het groote gebied der atoomphysica bijna niet aanroert? aldus antwoorden: of men in het M. O. de atoomphysica al dan niet in het leerplan voor natuurkunde zal opnemen, hangt uitsluitend hiervan af, of dat onderwerp al dan niet tot werkelijk geestelijk eigendom der leerlingen kan worden gemaakt en of men het noodig heeft, om hun physisch denken te ontwikkelen. Dat dit deel der physica voor de wetenschappelijke beoefenaren van het vak bij uitstek boeiend en belangrijk is, dat het hun gedachten vervult als geen ander, doet hierbij heelemaal niet ter zake. Het eenige criterium, dat men stellen mag, is, of het een onderwerp is, dat met leerlingen eener M. S. kan worden behandeld op een wijze, die aan nader te omschrijven eischen van grondigheid voldoet en dat hun inzicht kan geven in de principieele eigenaardigheden van het natuurwetenschappelijk denken. Kan dat niet, dan late men het met dezelfde gelijkmoedigheid vallen als waarmee de wiskundige de meest interessante en meest actueele onderwerpen uit zijn vak in zijn onderwijs doodzwijgt en men voele zich evenmin als paria der wetenschap, wanneer men zich tot de klassieke physica beperkt, als hij het doet, wanneer hij het parallelaxioma als den noodzakelijkheid voorstelt. Kan het echter wel, dan late men zich bij de invoering van nieuwe onderwerpen ook niet weerhouden door de overweging, dat ze nog zoo nieuw zijn, dat er voor oudere docenten wellicht nog zooveel vreemds en ongewoons in schuilt, dat het M. O. niet mag binnendringen op het terrein der universiteit en wat men bij dergelijke gelegenheden nog meer voor argumenten kan hooren aanvoeren. Men beoordeel dus, om het gezegde nog eens kort samen te vatten, een nieuw onderwerp, dat men wenscht in te voeren, niet naar zijn wetenschappelijke beteekenis, maar naar zijn didactische waarde; men late zich niet leiden door het noodzakelijke ijdele streven, de wetenschap bij te houden, maar uitsluitend door de

vraag, welke gebieden van die wetenschap zich het best leenen tot elementaire behandeling.

Ik geloof, dat het gewenscht is, bij alle discussies over vernieuwing der leerstof voor eenig vak deze beide gezichtspunten beter te scheiden dan men tot dusver wel eens gedaan heeft; laat men dit na, dan blijft men noodzakelijk langs elkaar heen praten. Hoe groot de kans daarop is, heeft men allerovertuigendst kunnen ervaren bij den nu al sedert dertig jaren van tijd tot tijd weer opflikkerenden strijd over de vraag, of men in het M. O. al dan niet de beginselen der differentiaalrekening zal invoeren. Het zal u bekend zijn, waarom het gaat: er is voorgesteld, den leerlingen het begrip van het differentiaalquotient bij te brengen, de meetkundige en kinematische toepassingen ervan, voorzoover ze in het M. O. te pas komen, te doen kennen en de waarde ervan in enkele gevallen te bepalen. Dat voorstel schijnt altijd wel heel slecht verdedigd en toegelicht te zijn, want de bestrijders geven nog steeds blijk, dat ze geen juiste voorstelling hebben van de gronden, waarop het rust. Nog steeds laten zij het voorkomen, alsof de docenten in wiskunde op Gymnasium en H. B. S. bevangen zijn door een soort hoogmoedswaanzin, die hen de schennende hand doet uitsteken naar het transcendente terrein der hoogere mathesis; zij vragen met hoon en bitterheid, of de oude en door traditie geheiligde leerstof misschien niet meer voldoende gelegenheid biedt, het wiskundig denken te ontwikkelen, en zij zien geheel voorbij, dat het motief, waardoor de voorstellers gedreven worden, niet bestaat in een laakbare begeerte naar geleerde onderwerpen, maar uitsluitend in hun wel gefundeerde overtuiging, dat de beginselen der differentiaalrekening een wezenlijk bestanddeel vormen van dat gebied der wiskunde, dat het M. O. noodig heeft, dat zij tot de onmisbare elementen behooren.

Die geheele bestrijding, die zoowel in de kringen van het Hooger als die van het M. en Gymn. Onderwijs is gevoerd, berustte dus op misverstand. Men meende, dat de invoering der differentiaalrekening werd bepleit, omdat dit vak zoo interessant was of wetenschappelijk zoo belangrijk en begreep niet, dat zij uitsluitend werd verlangd, omdat, vooral met het oog op het onderwijs in mechanica en physica, bekendheid met de beginselen der differentiaalrekening didactisch noodzakelijk is.

De zaak lag daar eigenlijk juist andersom als nu bij de physica. Den voorstanders der differentiaalrekening werd een argument in de schoenen geschoven, dat degenen, die vernieuwing van het physica-onderwijs bepleiten op grond van de interessantheid en wetenschappelijke belangrijkheid van de nieuw in te voeren gebieden, zelf gebruiken. Op beide punten dreigt echter dezelfde begripsverwarring, als men niet wetenschappelijke en didactische waarden uit elkaar weet te houden.

Ik voel nu echter, dat ik, om het standpunt, dat ik hier verdedig, geheel te verduidelijken, u een nadere toelichting schuldig ben. Ik heb gesproken van de didactische waarde van een onderwerp en gezegd, dat deze alleen kan bestaan, wanneer de behandeling der leerstof aan zekere eischen van grondigheid voldoet; ik ben dus verplicht, die eischen nader te omschrijven.

Ik wil daarbij gebruik maken van een korten samenvattenden term, dien ik voor enkele jaren in een bespreking van de didactiek der wiskunde heb ingevoerd en dus zeggen, dat het onderwijs in wis- en natuurkunde op H. B. S. en Gymnasium alleen waarde heeft, als het epistemisch gegeven wordt, d. w. z. wanneer deze vakken worden behandeld als een *ἐπιστήμη*, als een redelijk weten, en niet als een *τέχνη*, als een technische vaardigheid. Het zou niet gemakkelijk zijn, een expliciete definitie van het woord epistemisch op te stellen; wel mogelijk is het daarentegen, criteria aan te geven, die in concrete gevallen in staat stellen, uit te maken, of het onderwijs inderdaad epistemisch gegeven wordt.

Dat is b.v. het geval, indien bij den docent de voortdurende bereidwilligheid, de kracht en de consequentie bestaat, om telkens weer volledig rekenschap te vragen van de beteekenis van alle gebezigde termen, van de herkomst van alle toegepaste stellingen, van alle gebruikte formules, van alle aangehaalde feiten. Het epistemisch beginsel is samen te vatten in de verplichting van den leerling, om zich voortdurend de beide heilzame vragen te stellen: wat versta ik er onder? hoe kom ik eraan? Zoodra men hem van die verplichting ontslaat, zoodra men hem toestaat, wat hij maar het allerliefste wil, om woorden te gebruiken, waarvan hij niet duidelijk kan zeggen, wat ze beteekenen, stellingen toe te passën of getalwaarden in formules in te vullen, zonder dat hij in groote lijnen kan aangeven, hoe hij zich van de juistheid daarvan kan

overtuigen, en zich op feiten te beroepen, zonder dat hij in beginsel begrijpt, hoe ze zijn vastgesteld; wordt dit beginsel verzaakt en er wordt inplaats van redelijk inzicht een mechanische vaardigheid aangekweekt, die misschien elders waarde kan hebben, maar die op een school voor V. H. O. niet thuis hoort.

Voorbeelden, hoe men epistemisch en hoe men niet-epistemisch te werk kan gaan, zullen voor u allen zonder nadere toelichting natuurlijk voor het grijpen liggen. In het wiskunde-onderwijs is het b.v. typisch niet-epistemisch, wanneer een leerling de lengte van een zwaartelijnstuk van een driehoek alleen kan berekenen, indien en zolang hij daarvoor een formule kent en onmiddellijk in gebreke blijft, indien men hem alleen het gebruik van de stelling van Pythagoras toestaat; evenzoo, wanneer hij op de vraag, of een quadratische vorm in één veranderlijke een maximum- of een minimumwaarde aanneemt, antwoordt door zich eenvoudig te beroepen op den toestand van den coëfficiënt van de tweede macht van x . In de natuurkunde vervalt men in dezelfde zonde tegen den waren geest van het onderwijs in de exacte vakken, wanneer men, waar bij het maken van vraagstukken altijd gevaar voor bestaat, een machinaal gebruik van wetten of formules toelaat, zonder voortdurend te vragen naar de nauwkeurige formuleering in woorden en teekens, naar de definities der verschillende optredende grootheden, de beteekenis van evenredigheidsfactoren en de nauwkeurige omschrijving der gebruikte eenheden; eveneens, wanneer men gedooft, dat de leerling de physica slechts op papier bedrijft en hem dus de gelegenheid onthoudt, om door het zelf hanteeren van physische instrumenten de ware vertrouwdheid met hun eigenschappen te verwerven; vervolgens echter ook, wanneer men zich tevreden stelt met uitsluitend kwalitatieve beschouwingen over onderwerpen, waarvan de mathematische behandeling binnen het vermogen der leerlingen ligt en waarvan dus een diepere kennis kan worden aangebracht, dan door er alleen maar in woorden over te spreken. Maar misschien wel het allerergst, wanneer men quantitatieve formuleeringen gebruikt, waarvan de afleiding door den leerling niet zou kunnen worden gevolgd en die men daarom maar zonder bewijs meedeelt. Er is geen zekerder kenmerk voor de schending van het epistemisch beginsel dan het

voorkomen van zinswendingen als: men kan bewijzen, wiskundig kan worden aangetoond, de berekening leert en derg.

En juist hier kan nu een groot gevaar dreigen, wanneer men zich al te zeer laat meeslepen door zijn wensch, den leerlingen toch vooral een indruk te geven van den werkelijken inhoud der moderne wetenschap. Er bestaat alle kans, dat men daarbij al heel gauw in de onmogelijkheid komt, het epistemisch beginsel te handhaven en, wanneer dat geschiedt, verwijdert men zich juist van het ware doel af, dat het onderwijs behoort na te streven. Ik zeg, dat daarop kans bestaat, niet, dat het onder alle omstandigheden noodzakelijk is. Zoo lijkt het me b.v. heel goed mogelijk, om op H. B. S. en Gymnasium de afleiding van de structuur van het waterstofspectrum op grond van de klassieke theorie van Bohr op epistemisch bevredigende wijze te behandelen en ik zou daarvoor graag een onderwerp als de voortplantingssnelheid van een longitudinale trilling, dat meestal aan de hand van een uit hooger sferen neerdalende formule wordt behandeld, prijs geven. Niet mogelijk lijkt het me daarentegen, dieper dan tot dusver gebruikelijk is, in te gaan op de theorie van de wisselstroomen; de werkelijk epistemische behandeling daarvan gaat het wiskundig bevattingsvermogen van den leerling te boven. In zulk een geval moet men den moed hebben, om zulk een onderwerp radicaal uit de schoolstof te weren. Het is begrijpelijk, dat men dit met tegenzin zal doen; op den duur kiest men echter de wijste partij, door onder alle omstandigheden het epistemisch beginsel te handhaven en geen andere dingen te doceeren, dan die werkelijk volstrekt door den leerling kunnen worden beheerscht; ten slotte bevredigt men op deze wijze toch de diepere begeerten, die de jeugd onder een oppervlakkige belangstelling in de nieuwste resultaten der wetenschap verbergt.

Ik ben er mij natuurlijk volkomen van bewust, dat de opvatting, die ik hier verkondig, lang niet algemeen wordt aanvaard; was dat wel het geval, dan zou het ook weinig zin hebben, er hier over te spreken. Vaak ben ik tenminste al in aanraking gekomen met een geheel tegenovergestelde zienswijze, die ik korthedshalve de zaaiertheorie zou willen noemen. Zij tiert meer buiten dan in de kringen van het M. O., maar ze is toch hier niet zonder aanhangers. Het zal u reeds duidelijk zijn, welke theorie ik bedoel: wek door

uw onderwijs, aldus haar inhoud, vóór alles de natuurlijke belangstelling van den leerling op; breng hem onder den indruk van de grootsche wonderen van natuur en techniek; wees daarbij niet al te bezorgd, of alles wel systematisch ineenpast; laat u niet remmen door logische scrupules en streef er vooral niet naar, alle dingen goed en grondig te behandelen. Strooi zoo het zaad van geestdrift en bewondering; leef in de hoop, dat het bij enkelen in goede aarde zal vallen en rijke vruchten zal dragen en bekommer u niet te veel om de anderen, die het zullen ontvangen zooals rots en zandbodem.

Ik acht deze theorie, welker aanhangers gewoonlijk overtuigd zijn, dat zij de zaak toch wel met veel ruimeren blik aanschouwen dan de in hun oogen eenigszins beperkte voorstanders van het epistemisch beginsel, zeer bruikbaar als leidraad voor het samenstellen van populaire lezingen voor een wetenschappelijk onontwikkeld en daardoor in de eerste plaats onkritisch gehoor, maar ik kan haar niet anders dan funest noemen, wanneer zij wordt aangeprezen voor het V. H. O. Een les is geen lezing en een school geen instituut voor het opwekken van een belangstelling, die niet ten volle bevredigd kan worden. Wat in een populaire voordracht past, is voor het onderwijs verwerpelijk; het onderwijs moet niet populair zijn, maar, wat er het lijnrechte tegendeel van is, elementair. Het moet niet heenloopen over de beginselen en de materieele of formeele moeilijkheden, die daaraan eigen zijn; het moet niet begeeren, om zoo spoedig mogelijk iets te toonen van de resultaten der moderne wetenschap, maar het moet in strenge geestelijke tucht juist de beginselen, de elementen van het weten vast en grondig in het bewustzijn van den leerling verankeren. De leeraar bij het V. H. O. moet niet zijn gelijk een zaaier; hij moet een bouwer zijn, die soliede fundamenten legt en die er zich voortdurend van overtuigt, of hij nog wel bouwt op een steenrots.

Ik hoop niet, dat bij sommigen van u langzamerhand het onrustige gevoel is ontstaan, dat den hoorder pleegt te overvallen, wanneer hij den spreker meent te zien afdwalen van het onderwerp van zijn voordracht. Over school en wetenschap zou ik spreken en ik ben overtuigd, dat ik van dit thema nog geen oogenblik ben afgeweken. Alleen heb ik in mijn laatste beschouwingen niet meer zoozeer de vraag onderzocht, hoe de school behoort te staan

ten opzichte van de resultaten, die de wetenschap bereikt, dan wel mijn opvatting uiteengezet over haar verplichting, in haar onderwijs de methode te volgen, die de wetenschap zelve toepast. Want wat is het epistemisch beginsel, dat bewustheid en eerlijkheid van het denken eischt, anders dan het beginsel van alle ware wetenschap? Te zeggen, dat het onderwijs epistemisch moet zijn, beduidt eigenlijk niets anders, dan dat het op wetenschappelijke wijze moet worden gegeven. U zult vragen, waarom ik het niet dadelijk zoo gezegd heb. Eenvoudig om tactische redenen. Wanneer er in de verslagen van dit congres te lezen zal staan, dat een der sprekers betoogd heeft, dat op H. B. S. en Gymnasium op wetenschappelijke wijze onderwijs moet worden gegeven, dan zullen over enkele dagen in de kranten ingezonden stukken verschijnen, waarin geklaagd wordt, dat nu toch wel duidelijk aan het licht komt, dat de leeraren niet weten, hoe ze met de jeugd moeten omgaan, dat zij geen les willen geven, maar college, dat ze op de middelbare school de universiteit willen nabootsen. Het woord wetenschappelijk is nu eenmaal voor vele menschen met hoogst onaangename associaties beladen en het wordt door nog meerderen hardnekkig misverstaan. Men beseft niet, dat wetenschappelijkheid een kwestie is niet van niveau der stof, maar van stijl van behandeling, dat het woord een sfeer aanduidt en niet een materieelen inhoud. Om zulke reacties te voorkomen, heb ik het euphemisme epistemisch gevormd.

Epistemisch moeten we dus de wis- en natuurkunde onderwijzen en dat wel van den eersten dag af. Van de eerste wiskundeles in de eerste klas af moet het duidelijk zijn, dat er nu een nieuw leven is begonnen, dat het nu uit is met het toepassen van bewerkingen, die zoo en niet anders worden uitgevoerd omdat het zoo geleerd is en omdat het anders fout is; het besef moet worden gewekt, dat het wiskundige spel wordt gespeeld volgens vaste regels, dat men niets mag doen op het gevoel, maar dat men bij iederen stap in staat moet zijn, de eigenschap, die toegepast is, te noemen; het exacte woordgebruik moet worden aangekweekt en aan elken term moet een goed gebouwde definitie onmiddellijk vastgekoppeld liggen. Zoo moet ook het natuurkunde-onderwijs in de derde klasse van den beginne af duidelijk den eigen aard van het physische denken doen uitkomen; daar de leerlingen altijd de neiging heb-

ben, te denken, dat de physica een nieuw soort wiskunde is, moet dadelijk de nadruk worden gelegd op de **principiële verschillpunten**, die wiskunde en natuurkunde van elkaar scheiden; het onderscheid tusschen de inductie, die hier wordt toegepast en de deductie, waarvan de wiskunde gebruik maakt, moet voelbaar worden gemaakt en naar mijn meening ook al spoedig in woorden worden geformuleerd; er moet worden verduidelijkt, in welken zin de deductie ook in de physica een rol speelt, hoe de empirische hypothese voor de theoretische afleiding tot axioma wordt en hoe het bewijs van een empirische vastgestelde wet hier niet, zooals in de wiskunde, de juistheid van het gestelde aantoot, maar integendeel de toelaatbaarheid van de gemaakte onderstellingen. Ik moet er met het oog op den beschikbaren tijd van afzien, volledig de consequenties te ontwikkelen, die het epistemisch beginsel voor het onderwijs in wiskunde, mechanica, astronomie en natuurkunde met zich meebrengt. Ik wil er nog slechts van zeggen, dat het, consequent toegepast, voor de physica zoowel het zelfstandig practisch werken der leerlingen eischt als hun gestadige oefening in het oplossen van vraagstukken. Het eerste behoedt hen voor de overschatting van het mathematische element in het physische denken, het tweede voor de tegenwoordig wellicht meer dreigende onderschatting ervan. Het eerste doet hen beseffen, dat zij, physica beoefend, onderworpen zijn aan een autoriteit buiten hun geest; het tweede behoedt hen voor de illusie, dat zij iets al werkelijk zouden weten, wanneer zij het een paar maal hebben ervaren en die ervaring in woorden hebben weergegeven.

Overigens echter wordt het nu tijd, dat ik aandacht ga wijden aan de andere kanten, die het thema van mijn voordracht nog bezit naast de twee, waarover ik tot dusver alleen heb gesproken. Welke die andere kanten zijn, zien we gemakkelijk in, door te bedenken; dat een school, als organisme beschouwd, niet alleen bestaat uit leerlingen, die onderwezen moeten worden, maar ook uit leeraren, die het onderwijs moeten geven en dat, dus, waar over school en wetenschap gesproken wordt, niet alleen moet worden nagegaan, hoe dat onderwijs, maar ook hoe de leeraren zelf ten opzichte van de wetenschap staan. Ik roer hiermee een tamelijk gecompliceerde en in menig opzicht ook delicate kwestie

aan; dat zij delicaat is, kan ik niet verhelpen; de complicatie zal ik echter trachten te verlichten, door den leeraar bij het M. en V. H. O. achtereenvolgens te beschouwen in vier verschillende relaties; waarin hij tot de wetenschap kan staan en wel als zelfstandig beoefenaar, als belangstellend en begrijpend toeschouwer, als middelaar en als conservator.

Zooals u bekend is, streeft de universiteit er naar, den student, dien zij aan het eind van zijn studie bevoegd zal verklaren tot het geven van onderwijs, in de allereerste plaats op te voeden tot zelfstandige beoefening der wetenschap; zij tracht hem te brengen tot het peil, waarop de wetenschap heden staat en zij verlangt als bekroning van de studie van hem het bewijs, dat hij haar althans op een enkel punt met een zelfstandig bereikt resultaat heeft kunnen verrijken. Het zou de moeite waard zijn, wanneer eens aan de hand van de door leeraren in functie gepubliceerde wetenschappelijke verhandelingen nauwkeurig werd nagegaan, in hoeverre dit door de universiteit ontwikkelde vermogen tot zelfstandige wetenschapsbeoefening na het voltooien van de studie nog tot uiting komt; de mate, waarin dit het geval is, moet toch, als men consequent de universitaire opvatting aanvaardt, als een criterium voor het effect der gegeven opleiding worden beschouwd.

Men kan nu veilig voorspellen, dat het resultaat van zulk een enquête, uit een oogpunt van wetenschappelijke efficiëntie bekeken, ontstellend zou zijn; de zaak meer algemeen beschouwend, zou men echter heelemaal niet het recht hebben, over dezen uitslag verontwaardigd of zelfs maar verwonderd te zijn. Vooreerst al, omdat velen hun studie niet zoozeer uit zuivere liefde voor de wetenschap hebben volvoerd dan wel als middel tot het verwerven van een maatschappelijken werkkring, die hen op zich zelve aantrok; maar daarnaast, omdat de omstandigheden, waaronder de Nederlandsche leeraar leeft, het hem wel heel moeilijk maken te voldoen aan de verwachtingen, die men op grond van zijn wetenschappelijke opleiding van hem meent te mogen koesteren. Zijn weektaak is van dien aard, dat alleen bijzonder gunstige condities van werkkraft en belangstelling hem tot wetenschappelijken arbeid in staat kunnen stellen. Van een moreele verplichting, de wetenschap zelfstandig te blijven beoefenen, kan dan ook in deze tijden bij hem geen sprake zijn. Dat geeft natuurlijk aanleiding tot

de vraag, of de universiteit wel goed doet, de fictie, dat zij in de faculteiten van wis- en natuurkunde en letteren en wijsbegeerte in de allereerste plaats aanstaande beoefenaren der wetenschap kweekt, nog steeds zoo uitdrukkelijk te handhaven en of er geen middelen te vinden zouden zijn, om met behoud van de vormende waarde, die aan zelfstandig wetenschappelijk werk, hoe bescheiden ook, toekomt, meer dan tot dusver het geval is geweest bij te dragen tot de voorbereiding van den student op zijn lateren maatschappelijken werkkring.

Ik zou niet graag de stelling willen verdedigen, dat die voorbereiding tegenwoordig geheel ontbreekt; het komt aan het epistemisch opgevatte V. H. O. vanzelf ten goede; wanneer de docenten, die het moeten geven, aan de universiteit zoo goed mogelijk wetenschappelijk gevormd zijn en in alles, wat een hoogleeraar doet, om die wetenschappelijke vorming op te voeren, helpt hij den student, zich op zijn latere leeraarstaak voor te bereiden. Wanneer b.v. in het tegenwoordige wiskundeonderwijs een zooveel grootere exactheid bij de behandeling van oneindige processen begint door te dringen en wanneer zooveel betere denkbeelden over de rol van de axiomata in het systeem der meetkunde ingang vinden, dan heeft men hier te maken met een wellicht niet gewilde, maar toch onmiskenbare nawerking van de verbeteringen, die in de laatste honderd jaren geleidelijk in de wetenschappelijke beoefening der wiskunde zelf zijn aangebracht. Op deze wijze helpt de universiteit mee, het middelbaar onderwijs te verzorgen. Het is alleen te betreuren, dat zij dit slechts fragmentarisch en als het ware onbewust doet en dat zij er onvoldoende rekening mede houdt, dat de a.s. leeraar meer gebaat is met een algemeen-wetenschappelijke oriëntering, waarin ook philosophische en historische gezichtspunten tot hun recht komen dan met een eenzijdige training in de meest actueele onderwerpen van zijn vak.

Gelukkig zijn er teekenen, die er op wijzen, dat in dit opzicht betere tijden op komst zijn; wellicht zijn we niet zoo heel ver meer af van een toestand, waarin de universiteit met behoud van het wetenschappelijk peil van de vorming, die ze geeft — een levensbelang voor het M. en Gymn. Onderwijs — a.s. leeraren zal afleveren, die, als ze in functie treden, althans hebben leeren nadenken over de leerstof, die zij te behandelen zullen hebben.

Ik wil dit punt verder laten rusten en ga dus tot de tweede soort van betrekking, die de leeraar tot de wetenschap kan bezitten, tot zijn functie van belangstellend en begrijpend toeschouwer. Het ideaal is daarbij natuurlijk, dat hij er in zal slagen, ten opzichte van de groeiende wetenschap hetzelfde relatieve peil te handhaven, dat hij bezat, toen hij promoveerde, maar ook van dit ideaal zal hij in de overgroote meerderheid der gevallen wel heel ver verwijderd moeten blijven en in den regel zal hij zich onvermijdelijk in wetenschappelijk opzicht de mindere moeten gaan voelen van zijn jongere collega's. Dat is natuurlijk niet voor alle vakken even erg; het is des te minder hinderlijk, naarmate de op school behandelde stof, die in den loop der jaren steeds vaster beheerscht en dieper begrepen wordt, meer afgesloten is van wat de wetenschap behandelt, dus b.v. voor de wiskunde minder dan voor de natuurwetenschappen. Ook bestaan er allerlei overwegingen, die in de gevallen, waarin men zich niet in staat voelt, zijn kennispeil te behouden, troostend kunnen werken: de eenmaal gevormde wetenschappelijke geesteshouding gaat niet meer verloren; en het is nu eenmaal voor iemand, die daags op school een drukken werkkring heeft, thuis een gezin vindt en daarnaast wellicht nog maatschappelijke verplichtingen te vervullen heeft, onmogelijk, om zooveel tijd aan de studie te wijden, als strict genomen eigenlijk noodig zou zijn. Dat alles neemt echter niet weg, dat de vraag, hoe de in functie zijnde leeraren de wetenschap bij moeten houden, een probleem vormt, dat veel dieper gaat en veel ernstiger is dan de gewoonlijk meer op den voorgrond geschoven kwestie, hoe het onderwijs zich in deze moet gedragen. Ik kan ook hier niet meer doen dan het bestaan van de moeilijkheid constateeren en hoogstens daarbij enkele mogelijkheden van verbetering aanduiden. Als zoodanig kan de wenschelijkheid worden uitgesproken, dat de universiteit zich meer gelegen zou laten liggen aan het in stand houden van de wetenschappelijke vorming van haar vroegere alumni en kan tevens de opmerking worden gemaakt, dat het wel goed zou zijn, indien bij de tamelijk intense productie van werken over de moderne natuurwetenschap meer rekening werd gehouden met de behoeften van de in functie zijnde docenten. In den regel toch verschijnen er of studiewerken voor den specialen vakgeleerde

of populaire geschriften, maar de leeraar, die op de hoogte wil blijven, is gewoonlijk met geen van beide gebaat.

Voor mijn gevoel ligt hier een van de allerbelangrijkste zijden van de relatie van school tot wetenschap, omdat de mate, waarin het den leeraar mogelijk is, zijn peil van wetenschappelijke ontwikkeling te handhaven, ten nauwste samenhangt met de wijze, waarop hij de derde der functies kan vervullen, die ik boven onderscheidde, die van middelaar tusschen de wetenschap en de algemeene volkscultuur. Wanneer we in gedachten eens een vijftigtal jaren teruggaan, dan valt het op, welk een sterken invloed sindsdien de moderne natuurwetenschap op het algemeene beschavingspeil heeft uitgeoefend, hoezeer tal van natuurwetenschappelijke begrippen en denkwijzen in het leven der maatschappij zijn doorgedrongen en hoeveel dichter daardoor de gemiddelde ontwikkelde mensch bij vakken als physica, chemie en biologie is komen te staan. Dat is in hooge mate het werk geweest van het tamelijk intense natuurwetenschappelijk onderwijs van onze middelbare scholen en dus van de docenten, die aan die scholen de natuurwetenschappen hebben gedoceerd. Het is voornamelijk door hun bemiddeling, dat het merkwaardig assimilatieproces plaats heeft, waardoor begrippen, die aanvankelijk slechts eigendom schijnen te zullen blijven van een kleine groep vakgeleerden, deel gaan uitmaken van de algemeene cultuur en die middelaarsfunctie legt hun bij voldoende ruime beschouwing van hun taak wellicht het meest onafwijsbaar de verplichting op, op de hoogte te blijven van hun vak.

Of het nu inderdaad dit eenigszins abstracte motief is, dat iemand drijft aan de studie te blijven of de belangstelling in een vak, dat hij toch uit liefde heeft gekozen of de wensch, niet te zeer af te steken bij de jongere collega's, doet niet zoo heel veel ter zake; hoofdzaak is, dat hij er naar streeft, om voorzoover zijn tijd en zijn werkkraft dat toelaten, zijn vak te blijven beoefenen en dat hij het als een tekortkoming voelt, wanneer hij dat door den dwang der omstandigheden of uit menschelijke zwakheid nalaat.

En wanneer we nu werkelijk volledig willen zijn in de schildering van een taak, die, naar ik meen te durven zeggen, door niemand van ons volledig zal kunnen worden vervuld, maar waar-

van we de vervulling toch als ideaal voor oogen zullen moeten houden, dan kunnen we niet voorbij gaan aan het vierde aspect van de kwestie, dat ik heb uitgedrukt door te zeggen, dat de leeraar ook moet zijn conservator van wetenschap. Om duidelijk te maken, wat ik daarmee bedoel, wil ik er op wijzen, dat geen categorie van wetenschappelijk gevormde menschen zoo voortdurend in aanraking komt met de tot historie geworden fasen van hun vak, als dat bij leeraren in wis- en natuurkunde het geval is. Wat thans elementair is, was eens de stof die de levende wetenschap behandelde; wat nu oefenmateriaal is voor den leerling, hield eens de coryphaeën bezig. Voordurend laten wij in ons onderwijs het verleden herleven en het is, als we het werkelijk levend willen maken, noodzakelijk, dat we er ons zelf volkomen in thuis gevoelen. En zoo ontstaat voor den docent, die zich; hoezeer ook begrijpend, dat hij er altijd maar een breukdeel van zal kunnen verwezenlijken, voortdurend bewust wil blijven van wat zijn werkkring, ideaal beschouwd, van hem eischt, de onafwijsbare verplichting, met het verleden van zijn wetenschap nog beter vertrouwd te zijn dan met het heden.

Met opzet zeg ik: nog beter. Want de vertrouwdheid met het verleden zal hem in alle stadia van zijn onderwijs voortdurend te pas komen, terwijl de kennis van het heden nooit anders dan een kortstondige en beperkte toepassing zal kunnen vinden. Wanneer hij de historische perioden der wetenschap helpt conserveeren; zal hij in staat zijn, de leerstof, die hij, pas van de universiteit komend, wellicht geneigd is als trivaal en kinderachtig te beschouwen, ook in zijn eigen denken weer op te heffen in de sfeer van het problematische en hij zal de oude en door eeuwenlang gebruik versleten dingen kunnen omgeven met den bekorenden glans van nieuwhed, die ze omgaf, toen ze in het brein van een grooten mathematicus of physicus voor het eerst gedacht werden.

Ook deze verplichting klemmt meer voor den docent in physica en astronomie dan voor dien in wiskunde. Ongetwijfeld moet ook hier de aandachtige bestudeering van de leerstof vanzelf de historische belangstelling wekken, maar waar zij achterwege blijft of niet bevredigd wordt, behoeft dat geen nadeeligen invloed op het gegeven onderwijs te hebben. Het is denkbaar, dat iemand perfect de vierkantsvergelijking kan behandelen, zonder op een

paar duizend jaar na te weten, wanneer dit onderwerp voor het eerst is bestudeerd en hoe men daarbij vroeger te werk ging; het is echter nauwelijks denkbaar, dat men van de physica, die op H. B. S. en Gymnasium gedoceerd wordt, maakt, wat er van te maken is, wanneer men van haar wordingsgeschiedenis niet voldoende op de hoogte is. De geschiedenis der wiskunde is in zekeren zin dood, die der natuurwetenschap echter is de wetenschap zelf.

En zoo zien we ook hier weer den indruk bevestigd, dien het overdenken en vergelijken van het onderwijs in de verschillende vakken steeds weer maakt, n.l. hoe vergaand en hoe veelzijdig de eischen zijn, die men aan een docent der natuurwetenschap moet stellen. Kort geleden heeft een hoogleeraar in deze stad gezegd, dat lesgeven zulk een eenvoudige en vanzelfsprekende zaak is. Ik heb in de vele meeningen, die men van alle kanten over zaken, die het onderwijs betreffen, kan hooren uitspreken, nooit een uitlating aangetroffen, die mij zoo onjuist leek als deze. Ik vind lesgeven een moeilijk en verantwoordelijk werk en ik vind het heelemaal niet vanzelfsprekend, dat iemand het goed doet. Maar in die moeilijkheid bestaan nog verschillende graden; men schiet gemakkelijk tekort, als men wiskunde moet doceeren; maar om een vak als physica volkomen tot zijn recht te doen komen, is een combinatie van eigenschappen en vaardigheden noodig, die misschien wel heelemaal niet voor verwezenlijking vatbaar is. Ik hoop niet, dat ik door deze opmerking een deprimeerenden invloed uitoefen. Er is veeleer reden, om zich te verheugen, dat het onderwijs in de natuurwetenschap zooveel kanten heeft, dat ieder naar de mate van zijn vermogens en den aard van zijn belangstelling en voorliefde er de gelegenheid in kan vinden, zijn persoonlijkheid in zijn werk tot uiting te brengen.

Dr. A. D. NATHANS en Dr. H. LINDEMAN

Natuurkunde

voor het Middelbaar en voorbereidend Hoger
Onderwijs.

Deel I *f* 2.75, gebonden *f* 3.10

Prof. dr. A. E. v. ARKEL en dr. H. G. S. SNIJDER

Leerboek der Scheikunde

gegrond op atoommodel en periodiek systeem.

Eerste deel *f* 2.75, gebonden *f* 3.25

Tweede deel ter perse.

Ter perse:

Noordhoff's Schooltafel

bewerkt door P. WIJDENES.

11e—15e duizendtal, in slap linnen bandje *f* 1.50

Dr. H. J. E. BETH en dr. P. J. v. LOO

Mechanica

voor het m.o. met vraagstukken.

2e druk, gebonden *f* 2.50

Ter perse:

C. J. ALDERS

Vlakke Meetkunde

P. NOORDHOFF N.V. — GRONINGEN-BATAVIA

Ook verkrijgbaar in de boekhandel.

Ter perse:

Vlakke Meetkunde

door P. WIJDENES en dr. D. DE LANGE

Eerste deel, elfde druk.

Leraren, die de 9e druk van deel III gebruiken, missen daarin het hoofdstuk over OPPERVLAKTE, dat naar deel I is overgebracht. Op aanvraag aan den uitgever ontvangt de leraar reeds thans gratis zoveel overdrukken „Oppervlakte” als hij voor zijn klas nodig heeft.

Verschenen:

P. WIJDENES en dr. H. J. E. BETH

Nieuwe Schoolalgebra

deel I,	achtste druk, geb.	f 2.25
deel II,	zevende druk, geb.	f 2.25
deel III,	vijfde druk, geb.	f 2.25
deel III α ,	vijfde druk	f 1.00
deel IV,	geb.	f 2.25
deel IV β ,		f 0.80
Antwoorden I—IV		à f 1.00
„	III α en IV β	à f 0.50

P. WIJDENES

Beknopte driehoeksmeting

Zevende druk, gec. f 1.90, geb.	f 2.25
Antwoorden, 3e druk	f 1.00

Oefenbladen

Methodisch gerangschikte verzameling van 350 vraagstukken uit de Beschrijvende Meetkunde op 82 losse bladen door P. WIJDENES.

4e druk. Verlaagde prijs in portefeuille f 1.90

Uitgaven P. NOORDHOFF N.V., Groningen-Batavia.
Oock verkrijgbaar in de boekhandel.