

EUCLIDES

TIJDSCHRIFT VOOR DE DIDAC-
TIEK DER EXACTE VAKKEN

ONDER LEIDING VAN
J. H. SCHOGT EN P. WIJDENES

MET MEDEWERKING VAN

Dr. H. J. E. BETH
DEVENTER

Dr. E. J. DIJKSTERHUIS
OISTERWIJK

Dr. G. C. GERRITS
AMSTERDAM

Dr. B. P. HAALMEIJER
AMSTERDAM

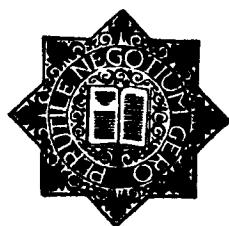
Dr. W. P. THIJSSEN
BANDOENG

Dr. P. DE VAERE
BRUSSEL

Dr. D. P. A. VERRIJP
ARNHEM

8e JAARGANG 1931/32, Nr. 5

CONGRESNUMMER 1932



P. NOORDHOFF — GRONINGEN

Prijs per Jg. van 18 vel f 6.—. Voor intekenaars op het
Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde en Christiaan Huygens f 5.—.

Euclides, Tijdschrift voor de Didactiek der Exacte Vakken, verschijnt in zes tweemaandelijksche afleveringen, samen 18 vel druks. Prijs per jaargang f 6.—. Zij, die tevens op het Nieuw Tijdschrift (f 6.—) of op „Christiaan Huygens” (f 10.—) zijn ingeteekend, betalen f 5.—.

Artikelen ter opneming te zenden aan J. H. Schogt, Amsterdam-Zuid, Frans van Mierisstraat 112; Tel. 28341.

Aan de schrijvers van artikelen worden op hun verzoek 25 afdrucken verstrekt, in het vel gedrukt.

Boeken ter bespreking en ter aankondiging te zenden aan P. Wijdenes, Amsterdam-Zuid, Jac. Obrechtstraat 88; Tel. 27119.

I N H O U D.

	Blz.
Eerste Ned. Alg. Bijeenkomst van Leeraren in de Wiskunde en de Natuurwetenschappen op Vrijdag 1 April 1932 te Utrecht. Naamlijst der deelnemers	161—163
Algemeene Vergadering. Opening	163—165
Prof. Dr. L. G. M. BAAS BECKING, Wiskundige desiderata ten opzichte van het Voorbereidend Hooger Onderwijs .	166—178
Prof. Dr. J. DROSTE, Idem	179—188
Sectievergadering Wiskunde.	
Dr. W. F. DE GROOT, Het Wiskunde-onderwijs volgens de Dalton-methode	189—202
Dr. P. G. TIDDENS, Toepassing van het rekenen met imag. grootheden op de berekening van wisselstroomen	203—214
Natuur- en Scheikunde.	
Dr. J. M. BIJVOET, Röntgenanalyse van kristallen . . .	215—232
Natuurkunde.	
Dr. M. MINNAERT, Natuurkundige waarnemingen in de open lucht	233—243
Scheikunde.	
Ir. J. F. ROEST, Het scheikunde-practicum	244—249
Biologie.	
Prof. Dr. H. J. JORDAN, De beteekenis van de inductie voor het onderwijs	250—257
Prof. Dr. L. G. M. BAAS BECKING, Het biologisch-practicum bij het Voorber. H. O. in de V. S. enz.	258—264

 De redactie heeft het genoegen in deze aflevering het portret te geven van Dr. D. P. A. VERRIJP.

EERSTE NEDERLANDSCHE ALGEMEENE BIJEENKOMST VAN LEERAREN IN DE WISKUNDE EN DE NATUURWETENSCHAPPEN

op Vrijdag 1 April 1932 te Utrecht.

Deelnemers: G. Acket, Eindhoven; J. v. Andel, den Haag; dr. N. Bakker, Wageningen; mej. dr. Chr. E. Bastert, Amsterdam; G. W. M. Bazendijk, Baarn; prof. dr. L. G. M. Baas Becking, Leiden; dr. V. S. F. Berckmans, Maastricht; dr. H. J. E. Beth, Deventer; G. van Beusekom Jr., Bussum; mej. J. C. Bleeker, Wageningen; dr. H. J. Blikslager, Middelburg; dr. S. R. van Asperen de Boer, Deventer; dr. A. W. Boerman, Oud-Beijerland; dr. T. J. Boks, Hilversum; dr. F. W. Bonnet, Utrecht; ir. T. W. A. Borgesius, Tilburg; dr. ir. H. G. Bos, Alphen a. d. Rijn; dr. T. Bouma, Harderwijk; dr. N. Bouman, Amsterdam; H. P. Bouwman, Rotterdam; G. J. B. Bremer, Utrecht; dr. C. J. Brester, Utrecht; mej. dr. J. M. A. ten Broeke, Haarlem; P. Bronkhorst, Eindhoven; dr. H. R. Bruins, Utrecht; dr. J. Brust, Rotterdam; dr. H. H. Buzeman, Amsterdam; dr. J. M. Bijvoet, Amsterdam; H. Corver, den Haag; ir. J. G. Roest Crolius, Leeuwarden; H. W. Derksen, Rotterdam; Ir. J. D. Deuss, Arnhem; dr. A. J. Ditmarsch, Zutphen; mej. B. Doornbos, Sappemeer; A. J. Drewes, Amsterdam; prof. dr. J. Droste, Leiden; mej. dr. M. C. Droste, Amsterdam; dr. E. J. Dijksterhuis, Oisterwijk; C. P. A. van Eck, Roosendaal; Jos. J. van Eck, Roosendaal; dr. J. Ellerbroek, Amsterdam; W. S. H. Elte, Zaandam; ir. W. Estor, Hengelo (O.); ir. G. D. C. Eversmann, Hilversum; mej. P. J. Fluijt, Arnhem; dr. J. P. de Gaay Fortman, den Haag; R. Frantsen, Rotterdam; dr. W. J. Fuss, Haarlem; dr. A. L. W. de Gee, Hilversum; dr. G. C. Gerrits, Amsterdam; dr. G. Girbes, Venlo; Chr. de Graaf, Schiedam; mej. dr. I. M. Graftdijk, den Haag; dr. G. F. C. Griss, Doetinchem; A. van der Groen, Amsterdam; dr. J. T. Groosmuller, Velsen; dr. W. F. de Groot, den Haag; J. P. G. Grootendorst, Deventer; dr. T. de Haan, Utrecht; F. W. C. de Haas, Sneek; M. Hartzema, Bussum; dr. G. van Hasselt, Amsterdam; J. Heerbroek, Amsterdam;

L. Hobma, Zeist; ir. K. J. Hondius, Rotterdam; dr. C. M. Hoogenboom, Deventer; dr. A. Houdijk, Amsterdam; mej. E. J. Idenburg, Utrecht; mej. dr. B. Immink, Rotterdam; A. F. J. Jansen, Nijmegen; dr. E. Jensema, Groningen; dr. W. J. A. Jongkees, Utrecht; H. Jordan Jr., Utrecht; prof. dr. H. J. Jordan, Utrecht; dr. F. A. Jungbluth, Rotterdam; dr. L. C. E. Kniphorst, Enschedé; J. Knock, Utrecht; J. W. Koning, Zeist; H. W. de Koning, Alkmaar; mej. J. Th. Koster, den Haag; mej. dr. A. T. M. Kramer, den Haag; J. J. van der Kreek, Gorinchem; M. Kruyswijk, Rotterdam; ir. P. K. Krijger, Roermond; D. Kuijper, Harderwijk; ir. A. J. van der Laan, Alkmaar; ir. A. A. Lagaay, Leiden; W. de Lange, Amsterdam; mevr. dr. M. de Lange—Zieren, Amsterdam; P. J. van Lent, Eindhoven; J. D. Rutgers van der Loeff, Hilversum; A. J. van der Loo, Delft; mevr. A. Lottgering, Rotterdam; C. J. J. v. d. Maas, Schiedam; mej. dr. J. Marx, Utrecht; mej. ir. J. O. Matthijsen, Utrecht; W. M. Mazee, Amsterdam; N. J. Medemblik, den Haag; dr. W. H. van Mels, Eindhoven; dr. W. Middelberg, Hengelo (O.); dr. M. Minnaert, Bilthoven; dr. J. G. Modderman, Hilversum; dr. E. E. Mogendorff, Enschedé; J. Mulder, den Haag; dr. P. Mulder, Gorinchem; H. J. Munzebrock, Baarn; dr. J. H. G. Nagel, Nijmegen; dr. A. D. Nathans, Utrecht; D. N. van der Neut, Rotterdam; mej. D. M. Niebuur, Leeuwarden; H. Th. Nieuwenhuysen, Goes; pater H. W. G. Nieuwhof, Eindhoven; F. J. M. Offerijns, Amsterdam; H. v. Olphen (stud.), Arnhem; G. M. van Oorde de Lint, Heemstede; R. Oort, Bussum; dr. J. Oosterhuis, Sneek; mej. J. H. Ostermann, Nijmegen; dr. M. Pinkhof, Amsterdam; dr. G. M. Pool, Tiel; mej. dr. A. J. Portengén, den Haag; dr. W. C. Post, Purmerend; dr. G. Postma, den Haag; dr. J. G. v. d. Putte, Harderwijk; A. J. Pijpers, Venlo; J. van Raalten, Utrecht; ir. A. Slingervoet Ramondt, den Helder; dr. J. Chr. Reeders, den Helder; mej. A. J. Reilingh, Nijmegen; W. Reindersma, den Haag; dr. J. F. Reitsma, Rotterdam; dr. E. H. Renkema, den Haag; dr. F. A. M. Reijnders, Amersfoort; Th. J. M. Riswick, Eindhoven; ir. J. F. Roest, Baarn; dr. J. C. Röhner, Zierikzee; ir. B. D. de Roos, Middelburg; dr. G. van Rij, Amersfoort; mevr. S. v. Zweden Rijser, Arnhem; mej. I. M. Saetrang, Baarn; J. Santing, Haarlem; ir. M. J. van Sas, Breda; dr. H. C. Schamhardt, Zeist; J. Scheltens, Middelburg; dr. D. J. E. Schrek, Utrecht; H. H. Schure, Maastricht; A. Th. Sedee, den Haag;

dr. J. Segaar, de Bilt; dr. W. H. van Seters, Amsterdam; mej. E. v. d. Slooten(stud.), Utrecht; mej. L. v. d. Slooten(stud.), Utrecht; dr. C. H. Sluiter, Vught; J. A. Smit (stud.), Arnhem; J. H. Smitt, Amsterdam; dr. ir. A. J. Staring, Wageningen; dr. J. C. van der Steen, Gorinchem; ir. O. H. Stuiver, Nijmegen; dr. H. A. J. van Swaay, den Haag; J. J. Swart, Deventer; ir. P. Telder, Baarn; ir. F. C. Theling, Nijmegen; dr. P. G. Tiddens, Utrecht; dr. P. M. Vader, den Haag; ir. F. J. Vaes, Rotterdam; W. L. Varossieau Jr., den Haag; dr. A. Vega, Utrecht; ir. W. H. Veldhuis, den Haag; dr. D. P. A. Verrijp, Arnhem; H. B. J. Vlas, Alkmaar; P. de Vos, Amsterdam; ir. G. C. J. J. de Vries, Oud-Beijerland; W. de Vries, Harderwijk; S. J. Vroman, Gouda; prof. dr. Th. Weevers, Amersfoort; dr. B. F. Wever, Hilversum; R. A. Wiegman, Sneek; mej. E. J. H. A. Wieringa, Enkhuizen; dr. W. G. L. Wieringa, Haarlem; H. P. A. Willems, Oldenzaal; P. Wijdenes, Amsterdam; R. Wijmenga, den Haag; mej. G. M. v. d. Wijnpersse, Utrecht; ir. D. C. J. Ylst, Utrecht; D. van Zanten, Zeist; dr. H. H. Zeijlstra Fzn., Deventer.

Leiding: dr. D. P. A. Verrijp, Alg. Voorzitter; dr. P. G. Tiddens; dr. G. C. Gerrits; W. L. Varossieau; W. de Lange, Alg. Secretaris.

ALGEMEENE VERGADERING.

Verzorging: het bestuur van de Groep „Leeraren in Wiskunde en Natuurwetenschappen aan Gymnasia en Lycea” (L.i.W.e.N.a.G.e.L.)

1. Opening.

De Voorzitter (dr. Verrijp) opent te 10.30 de vergadering met het uitspreken van de volgende woorden:

Dames en Heeren,

Bij de opening dezer bijeenkomst heet ik U allen hartelijk welkom. In het bijzonder noem ik hierbij den Vertegenwoordiger van den Minister van Onderwijs, den Inspecteur dr. Jensema, verder de Inspecteurs dr. Renkema, den heer van Andel en dr. van Swaay, alsmede allen, die hier als vertegenwoordigers van hun vereenigingen en groepen aanwezig zijn.

Ik mag de motieven, die tot het houden van deze bijeenkomst geleid hebben, bekend onderstellen. Ik herinner er alleen aan, dat

wij het succes, dat wij tot nu toe met de algemeene bijeenkomsten van wiskunde-leeraren hadden, gehoopt hebben te kunnen uitbreiden op een bijeenkomst van leeraren in *alle* exacte vakken, maar dan — zoo was ten minste het voornemen — om de twee jaar en wel op een rustige wijze, door daarvoor een dag in de Paasch-vacantie te nemen.

De financiële verhoudingen zijn thans niet gunstig. Cultureele belangstelling zal daardoor zeker gedrukt worden. Maar wij, die hier samengekomen zijn, willen dan toch het bewijs leveren, dat we deze belangstelling, ook in moeilijke tijden, behooren hoog te houden.

Mag ik nu, al is het slechts voor een oogenblik, stilstaan bij een der Goethe-herdenkingen, die wij ongeveer twee weken geleden beleefd hebben. Te Groningen heeft nl. prof. Buytendijk de antithese beschreven, die er bestaat tusschen de „bild-bedingte” en de causaal-analytische methode van wetenschappelijk werken en al geeft Buytendijk schoorvoetend toe, dat deze antithese — hij spreekt zelfs van vijandschap — eigenlijk onjuist is, zoo komt het mij toch voor, dat het wetenschappelijk denken van den modernen tijd het stellen van een antithese in het geheel niet meer toelaat. Wat doet men in de wiskunde — de wetenschap, waarheen onze gedachten in de eerste plaats gaan, als het om de causaal-analytische methode gaat — zonder phaenomenologie, zoowel in haar grondslagen, welke die ook mogen zijn, als in haar uitwerking? Wij zouden daarbij ook kunnen denken aan de moderne methoden van onderscheiding der meetkundige waarheden volgens de groepentheorie, waarover Beth nog kort geleden in het weekblad sprak, en welke waarheden-onderscheiding in den grond typologisch-phaenomenologisch is. Men kan gerust zeggen, dat in elke wetenschap „het beeld” van a tot z een rol speelt. Omgekeerd, wat zou een wetenschap zijn, wanneer zij het etiket bild-bedingt wilde dragen met verwerping van alle causaal-analyse. Zoo’n wensch zal geen enkel beoefenaar van een wetenschap, zeker ook geen enkel bioloog, voor zijn rekening willen nemen. Welnu, als wij het dan hierover eens zijn, dan zal men *verder* moeten toegeven, dat alle causaal-analyse het correspondentieprincipe in zich draagt, dat bij haar ontwikkeling vanzelf tot het getal, dus tot de wiskunde, voert.

Er is ten slotte een punt, dat wij niet mogen voorbijgaan. Buyten-dijk zegt nl. in zijn rede: „Inderdaad is aan het levende alleen datgene mechanisch verklaarbaar, wat niet tot het leven zelf behoort.” Ik geloof, dat hier een misverstand plaats heeft. Hier wordt „het” leven identiek gesteld met het daarin aanwezige geestelijke element, wat m.i. geenszins geoorloofd is. Maar, waar bij het gewijzigde causaliteitsbegrip, dit element misschien juist de open plaats in onze causaal-analyse inneemt, gaan wij toch vermoeden, dat in het *al*, dat bestaat, een eenheid is, laten we ze volgens Goethe *de idee* noemen, al is het dan een idee, die Goethe in dezen vorm niet zoo zal gedacht hebben.

D. en H. Het komt mij voor, dat de „Tendenz” naar die eenheid — al zijn we van de conceptie van de eenheid „zelf” misschien nog ver af — het richtsnoer bij het docentschap moet zijn. Werkelijk groote mannen hebben de objecten van het denken nooit in kleine hokjes onderverdeeld. Steeds was het de ontzagwekkende verscheidenheid in combinatie, die de nuance gaf. En zij zijn het toch, die aan de wereld, dus ook aan ons docenten in 't algemeen, dat hebben gegeven, waarnaar men steeds heeft om te zien.

De wetenschappen, die *wij*, docenten in de exacte vakken, onderwijzen, vormen een verscheidenheid, die *zeker* „een” eenheid is. Wat de verscheidenheid betreft, hoop ik, dat de leiding van deze bijeenkomst er in geslaagd is U zooveel mogelijk te voldoen. Er is gezorgd voor het didactisch-stoffelijke en voor het didactisch-methodologische element. En wat nu de eenheid in *dit* alles betreft, zoo hoop ik, dat, wat ten slotte van dezen dag in ons bezinkt bij allen die gewenschte eenheid zal achterlaten.

Ik geef nu gaarne het woord aan de sprekers van deze algemeene vergadering. Het verheugt mij ten zeerste, dat U, prof. Baas Becking, en — na eenige moeitevolle oogenblikken — ook U, prof. Droste, aan onzen roepstem gehoor hebt willen geven om hier het woord te voeren.

Een behandeling van het nog steeds actueele onderwerp is niet nieuw. Nieuw is echter vooreerst, dat die behandeling door twee hoogleeraren zal geschieden en vervolgens, dat het onderwerp eens van biologische zijde zal belicht worden. Voldoende grond, om er weer frischeid aan te geven!

2. *Voordracht over*WISKUNDIGE DESIDERATA TEN OPZICHTE VAN
HET VOORBEREIDEND HOOGER ONDERWIJS

DOOR

Prof. dr. L. G. M. BAAS BECKING.

Zeer geachte toehoorders,

Hedenmorgen wilde ik U iets vertellen in den trant van een getuigenis. Het past mij niet, als iemand die nimmer actief heeft deelgenomen aan het Nederlandsche Voorbereidend Hooger Onderwijs en bovendien gedurende lange jaren door verblijf in het buitenland geen contact heeft gehad met vaderlandsche toestanden, om beschouwingen te geven van waardebepalenden of waardeaangevenden aard. Het zou mij nog minder passen om hier als deskundige in uw midden op te treden. Ik zou het examen L. O. wiskunde niet kunnen halen. Dus sta ik hier als leekbroeder en uitspraken van een leekbroeder noemt men getuigenis.

Of dit relaas U van nut kan zijn weet ik niet, aangezien het persoonlijk is en dus alleen op mijn povere ervaring berust. Maar, wat is U als paedologen en paedagogen liever: het zien opbloeien van de beloften uwer beste leerlingen; zoodat zij worden tot behoorlijke mathematici en physici en astronomen; of het feit dat één uwer minder begaafde en belovende produkten op middelbaren leeftijd de logarithmentafel, Kiepert en Briot & Bouquet weer ter hand neemt? De gezeten jurist, die de Odyssee weer gaat ontwarren, heeft wellicht in uw oordeel een schreefje voor op den man, die het uit den aard zijner betrekking dagelijks *moet* doen.

Ik kom hier op mijn eerste punt: Gij die een groote cultureele taak hebt te vervullen, onderschat niet den toekomstigen dilettant. De mogelijkheden om het geestelijk leven van een mensch tot volheid te brengen zijn legio. Maar een der schoonste mogelijkheden voor den amateur is de exacte wetenschap, en een der schoonste dezer wetenschappen is de wiskunde. Juist omdat ze zoo oneindig is, schijnt ze al onze stemmingen te volgen. Willen we los zijn van de vuige stof: zij staat klaar. Willen we het meest materiele probleem benaderen: zij reikt ons de hand.

Het woord dilettant is in de natuurwetenschappen geen epitheton ornans en terecht prijst men het Nederlandsche Voorbereidend Hooger Onderwijs als grondig: fundamenteel. Toch vraag ik mij af,

of het bijbrengen van deze fundamenteele kennis alleen het doel heeft om toekomstige geleerden het hen onontbeerlijke apparaat te verschaffen. Ik weet, er is nog een ander argument: de zoogenaamde cultuur, of algemeene ontwikkeling; iets dat ik op een andere plaats genoemd heb „het groote pak van Sjaalman”. Het eigenlijke cultureele heeft nu, geloof ik, weinig te maken met begrippelijke of factische kennis: het kan niet gedoceed worden; het is waarschijnlijk erfelijk-bepaald.

In dit kleine, stampvolle land is echter de „geestesconcurrentie” groot. Als Dr. A. merkt, dat Mr. B. niet weet wie Helmholtz of Kelvin waren, voelt hij zich eenige centimeters gerezen in „cultureel” niveau; Mr. B. (met beschaamde kaken) staat niet meer op zijn cultureele peil. De wraak blijft niet uit, wanneer Mr. B. merkt, dat Dr. A. niet reageert op Sophocles of John Stuart Mill. Uw onderwijs is niet bedoeld om dit soort van wederzijdsch snobbisme te bevorderen. Hoeveel van dit soort paraatheid gaat echter niet door voor cultuur? Maar uw onderwijs kan wel interesse wekken voor hen, die in minder direct contact staan met uw wetenschap; interesse wat hen op lateren leeftijd steeds weer doet teruggaan tot dien onuitputtelijken bron. Het zou te veel van mijn tijd nemen om uit te weiden over de samenwerking van amateurs en beroepsgeleerden in de andere wetenschappen. Toch wil ik even wijzen op de succesvolle pogingen der amateur-astronomen (de z.g. „kometenzoekers”) en op het feit, dat groote biologische gebieden hun bewerking (vooral de systematische bewerking) te danken hebben aan muziekhandelaars, apothekers, renteniers en Engelsche dominé's. Maar welke wetenschap is nu mooier dan de wiskunde? Welk vak leent zich beter voor zelfstudie? Bij welk vak is de verrassing groter, de „a-ha” momenten (die grootsche oogenblikken, die ons bestaan schijnen te rechtvaardigen) talrijker? Wellicht bij de biologie, die daarom onder hare beoefenaren zoo vele dilettanten telt; de biologie, die, behalve dat zij (evenals de wiskunde) de economische ontwikkeling van den mensch beïnvloedt, niet hare portalen gesloten houdt voor den neophyt; die daardoor een werkelijk cultureele taak vervult (in tegenstelling met een competitief-snobistische taak) en zich te groot voelt om zich daardoor ontheiligd te achten. Deze inleidende „oratio pro domo” bedoelt: gedenkt de armen van geest. Stijgt nu en dan van uw ros en helpt den toekomstigen dilettant!

Heb ik dus in de eerste plaats als dilettant gesproken, U verwacht van mij, dat ik nu als Hoogleeraar zal betoogen. Dat ik zal spreken over de desiderata voor het Voorbereidend Hooger Onderwijs. Op uw vergadering van 28 Augustus 1925 heeft Dr. D. P. A. Verrijp reeds de beteekenis van het onderwijs in de wiskunde voor de B-leerlingen behandeld en, zoover ik kan zien, met groote volledigheid. Ik zou kunnen volstaan met marginalia op zijn betoog ware het niet, dat ik, zooals ik U reeds heb uiteengezet, factisch onbevoegd ware om over de details van de opleiding te spreken. Over de opleiding wil ik echter dit zeggen, dat het mij toeschijnt, dat de behandelde feiten van minder belang zijn dan de aard der opleiding.

U vindt zich voor de taak gesteld om toekomstige wiskundigen, astronomen, physici en actuarissen op te leiden. Het spreekt vanzelf dat op de Hoogescholen en Universiteiten een behoorlijke vooropleiding zéér veel voordeelen meebrengt. Maar U werkt met vaak psychologisch-weerstrevend materiaal, dat als wraak later zoo spoedig mogelijk zal trachten te vergeten, wat gij hebt getracht hen bij te brengen. Nu, voor de bovengenoemde categoriën is dat vergeten praktisch niet aan te raden vóór het doctoraal. Het reproduceeren van een hoeveelheid klassieke wiskunde is daar eisch. Toch vindt men dan bij sommigen van de studenten reeds het wrevelige gevoel opkomen: ik heb het zelf niet gedaan; dit zijn vondsten van anderen. Geeft mij een kans om, al is het op zeer bescheiden schaal, zelf te mogen vinden, zelf te mogen toepassen.

De geesteshouding noodzakelijk voor vinden en toepassen wordt reeds bij het V. H. O. geschapen.

Er zijn mensen, voor wie de principes van de calculus als een groote openbaring komen, een moment dat ze niet licht meer zullen vergeten. Het heeft het staccato rythme gemaakt tot een glijdende continuïteit, het heeft werkwoorden ingevoerd in de taal der wiskunde (want „zijn” is geen werkwoord), woorden zooals worden, groeien, naderen. Zoo’n moment voor te bereiden is uw voorrecht en zoo’n moment, wanneer het zich voltrekt in een jonge geest, is belangrijker dan factische kennis. Want het zal als een geestelijk ferment zijn leven vergezellen. Het toepassen, het individueele gebruiken van de principes zal dan vanzelf komen. Ik vraag van U wellicht iets onmogelijks; een groep van wezens, die nog „van anderen-op”, staren naar de gebouwen uwer wetenschap, deze

wezens reeds (op micro-schaal weliswaar) geschikt te maken tot architect. De factische „veelweter” zij dan de kunsthistoricus of de socioloog, die spreekt over den stijl of het doel dier gebouwen, en men zou den dilettant kunnen vergelijken met den gemiddelden mensch die de gebouwen slechts benut. Uw invloed bij de opleiding van die „bouwkundigen” kan groot zijn; het is wellicht uw hoogste doel om door uw bezieling hen tot zelfstandig denken te inspireeren.

Blijven dan de toekomstige biologen, medici en economen, die wellicht ook in bepaalde gevallen uw leiding nog later indachtig zullen zijn. Ik kan slechts een oordeel uitspreken over de biologen en dat nog met veel reserve. Het is waar, dat in de moderne morphologie en physiologie een steeds ruimer gebruik wordt gemaakt van, zij het dan zeer eenvoudige, wiskundige formulatie. Dit is niet, zooals sommigen denken, een gril van een bepaald laboratorium of een bepaalde school; het is een werkelijk verschijnsel. Het gevolg van dit streven is, dat studenten, die toch de moderne literatuur moeten volgen, dit niet doen en zich in andere gebieden vermejen, of dat zij het ontbrekende door studie moeten aanvullen. Aan sommige onzer Universiteiten en Hoogescholen kan men, bij hun zeer overladen studieprogram nu geen tijd meer vinden voor wiskundige propaedeuse, zoodat de student op zelfstudie is aangewezen. Dit is niet zoo heel erg, wanneer zij van te voren een inspireerende opleiding in de wiskunde hebben genoten. Dan zal het hun niet moeilijk vallen om zich de elementen der Hoogere wiskunde eigen te maken. De meeste mijner vakgenooten hebben dan ook op deze wijze hun grond moeten voorbereiden. En vaak met zeer eigenaardige gevolgen. De bioloog Johannsen heeft als motto genomen voor zijn werk over erfelijkheids- en variatieleer „mit Mathematik, aber nicht als Mathematik” en de meeste misgrepen volgen mijns inziens ook uit het verwaarloozen van deze gedachte. Voordat ik hierover verder uitweid, wilde ik U er op wijzen dat de toepassing der wiskunde in de biologie velerlei is. In de eerste plaats gebruikt de physioloog hetzelfde wiskundige apparaat als de physico-chemicus. Reactie- en evenwichtsvergelijkingen, de uitbouw van de kinetische theorie, de vaak empyrische formulaties der colloid-chemie vindt men in de literatuur geregeld terug. In de tweede plaats is het de variatiestatistiek die, in nog ruimer kring wordt gebruikt (of misbruikt). Verder is er nog een derde gebied, door

velen toegepast, een gebied, dat nog geen officieelen naam heeft, maar dat samenhangt met het ontstaan, den vorm en de rangschikking van organismen en organen, een gebied dat ik zou willen noemen het gebied van de morphogenese. Het eerste punt, evenwichten en reactiesnelheden met de daarbij behorende eenvoudige differentiaalvergelijkingen, kan bij het onderwijs reeds ter sprake komen bij de toepassing van de reeksen-formules in wat vrijwel overal in de leerboekjes genoemd wordt „samengestelde interest”. Hoe zeer heb ik als jongen die sommetjes gehaat waarbij inhalige lieden de laatste grijpstuivers bij hun kapitaaltje (dat altijd op 5 % stond) wilden voegen om dan na 68 jaren een absurd bedrag te vergaren. Nooit is er op gewezen dat ook andere, en meer nobele, dingen „groeien”. Dat die „compound-interest law” in de landbouwkunde, en in de physiologie een groote rol speelt. Wellicht is er terecht niet op gewezen, omdat veelal de groei van organismen andere wetten volgt. Zoodra we spreken over groei valt de groote moeilijkheid van wiskundige toepassing op. De groei wordt namelijk geformuleerd als toename van aantal, van lengte, oppervlak, volume of massa per eenheid van tijd, ja, we kunnen ons groei voorstellen waarbij er geen accretie, doch slechts differentiatie plaats heeft. Velen zijn nu over deze moeilijkheden heengestapt en hebben de groei van volkeren (in aantal), van witte ratten (in gewicht), van boomen (in lengte) en van bacteriënkolonies (in oppervlak) gemeten en grafisch voorgesteld. De S-vormige kromme, die vaak hierbij ontstaat (dus geen logaritmische), lijkt wel wat op de kromme, die men verkrijgt, wanneer men de hoeveelheid van een zekere stof, die bij een autokatalytische reactie ontstaat, uitzet tegen den tijd. Dus, zeiden de biologen, is groei een autokatalytische reactie. Rest ons nog de katalysator te vinden! Deze gedachtengang is in vele opzichten absurd en berust hoofdzakelijk op onvoldoende wiskundige vormenkennis. Want hoe vele vergelijkingen zijn er niet, die grafisch voorgesteld een S-vormige kromme te zien geven! (ogiven, parabolen etc.).

Dit gebrek aan vormenkennis komt daaruit voort, dat men (wiskundig gesproken) te weinig plaatjes heeft gekeken. Hieraan verbind ik nu weer niet: „het zou wenschelijk zijn, dat . . .”, want dan zou men U wellicht alles kunnen opdragen. Het eenige wat mij noodzakelijk schijnt is om interesse te wekken, zoodat men later

voor zich zelve het boeiende gebied der analytische meetkunde (en nu niet specifiek dat der kegelsneden) kan ontdekken.

De grondbeginselen van de differentiaal- en integraalrekening lijken mij (maar dit is weer gebaseerd op eigen, beperkte ervaring) van het grootste belang. Dit desnoods ten koste van veel van de „Euclidica”, die mij doodlopend en star schijnt te zijn voor degenen, die de wiskunde niet als hoofdvak gaan beoefenen. Er is weinig of niets in de elementaire calculus dat onnut is voor den a.s. bioloog en medicus (waarbij ik onder nut nu niet alleen directe toepasselijkheid versta). Het inspireerende boek van den bioloog D. W. Thompson „Growth and Form” is hiervan een goede illustratie. Er zou wellicht bij het onderwijs reeds op gewezen kunnen worden bij behandeling van eerste en tweede afgeleide, van maxima en minima, van normalen, raaklijnen en kromtecirkels, dat deze begrippen van groote beteekenis zijn voor problemen, den vorm betreffende. Ik denk hierbij onder anderen aan de oppervlakken *minimae areae*, het theorema van Lami, de roulettefiguren van Delaunay. De bijencel, het vierkante bakje met maximum inhoud, met minimum oppervlak, zijn, behandeld als toepassingen van maxima en minima, hoogst instructief als voorbereiding van Plateau's theorie van vloeistofoppervlakken. Eenvoudige differentiaalvergelijkingen komen ook veelvuldig voor en behoorren vaak tot de typen, die ook in de chemische dynamica toepassing vinden. Het aardige boekje van L. Michaelis is hier een goede handleiding. (zie ook Fodor).

Uit de meergenoemde voordracht van Dr. Verrijp maak ik op, dat sommigen uwer ook waarde hechten aan het doceeren van de grondbegrippen van de combinatie- en variatieleer. De wijze, waarop Dr. Verrijp dit onderwerp blijkt te doceeren, doet mij de hoop koesteren, dat wellicht in de toekomst biologen een juister idee over dit merkwaardige onderdeel uwer wetenschap kunnen verkrijgen.

Het is waar, dat de methode der kleinste kwadraten meer wordt toegepast teneinde de betrouwbaarheid van biologische metingen te benaderen, maar de interpretatie van de verkregen frequentiekrommen getuigt vaak van gering „morphologisch” inzicht, of zij volgt de zeer onbiologische gedachtengang van een Londensch wiskundige, die de frequentiekrommen in zeven typen indeelt, voor die zeven typen nu vergelijkingen geeft en ons verzoekt het experi-

menteele materiaal nu in deze zeven bedden van Procrustes te persen. De satisfactie, die men hieruit verkrijgt is, volgens een leerling van de „Pearson'sche school” 1e. het „afschaven” van de ruwheid van het empyrische materiaal, 2e. het voorstellen van de empyrische kromme door een „eenvoudige” vergelijking, die 3e. behoort tot een logisch systeem van vergelijkingen (de meer genoemde zeven bedden). Dit komt echter hier op neer, dat we nu niets meer weten dan toen we begonnen. Volkomen leeg lijkt zulk een formulatie, die slechts de algemeene wet illustreert, dat wij vaak het gecompliceerde het liefst met eenvoudige middelen benaderen. Dat wij onze eigen ijdelheid (onze zelf-bedachte vergelijkingen) aan de natuur willen opdringen. Zien wij een bimodale frequentiekromme, dan is het materiaal niet meer homogeen; zien wij een scheeve kromme, dan is er iets gebeurd; wat, dat weten we niet precies, misschien wel groei of zoo

Gaan we nu echter een zeer eenvoudig geval van groei na, dan vinden we onmiddellijk, dat de complicaties daarbij zoo groot worden, dat ons de lust vergaat om uit numerieke gegevens van meer gecompliceerd materiaal verregaande conclusies te trekken. Wij stellen ons een lange, onvertakte draad van levende cellen voor, waarbij de lengte dier cellen normaal verdeeld is. Wij nemen nu aan, dat de cellen uit de hoogste grootteklasse, na een klein bedrag gegroeid te zijn, zich gaan delen in twee gelijke helften, die nu in de kleinste grootteklasse terecht komen, waarvan, op hun beurt de cellen door groei weer zijn opgeschoven in de naastvolgende klasse (we nemen de groei hier aan als onafhankelijk van de celgrootte, dit is echter niet essentieel).

Wanneer we nu de oorspronkelijke distributie door een puntbinomium voorstellen, dan krijgen wij achtereenvolgens:

1	6	15	20	15	6	1
	↘	↘	↘	↘	↘	
2	1	6	15	20	15	6
12	2	1	6	15	20	15
30	12	2	1	6	15	20
40	30	12	2	1	6	15
30	40	30	12	2	1	6
12	30	40	30	12	2	1
2	12	30	40	30	12	2

Metten we dus, met bepaalde intervallen, de groeiende celdraad, dan vinden we achtereenvolgens: 1) normale distributie, 2) scheefheid naar rechts, 3) bimodaliteit, 4) scheefheid naar links, 5) normale distributie.

Een scheefheid, die niet door een analyse van Kapteyn, een

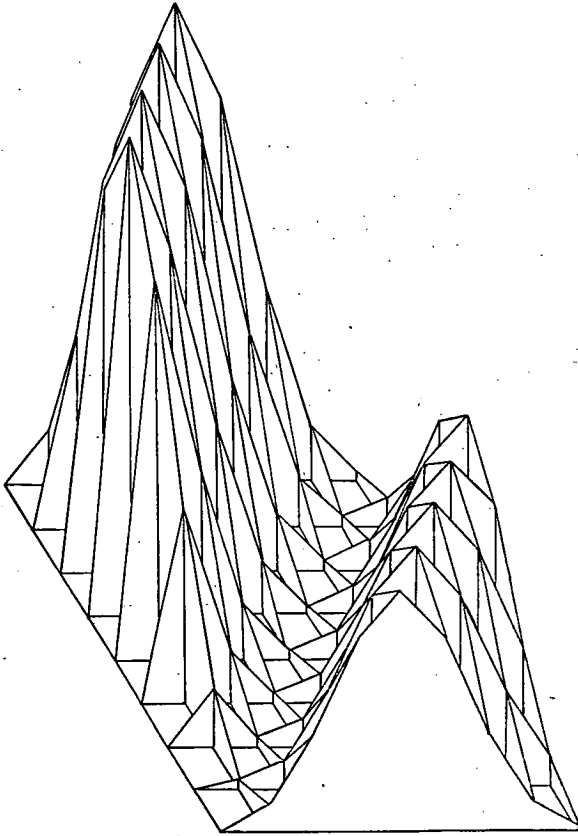


Fig. 1.

Illustreert den tekst over het veranderen van een Punten-Binomium tijdens groei. De Z-as (naar achteren) stelt den tijd voor.

bimodaliteit, die niet door heterogeniteit verklaard kan worden! Ik wilde hieraan nog toevoegen, dat dit eenvoudig model in zijn consequenties groote wiskundige moeilijkheden oplevert, moeilijkheden die mijn wiskundige collegae in Californië niet uit de weg hebben kunnen ruimen.

Wat mij het meest bij dit avontuur heeft verbaasd, was het feit, dat de leer der frequentiekrommen blijkbaar zoo'n formalistischen

kant is uitgegaan; dat behalve het apparaat van Galton en het scheeve-curven-apparaat van Kapteyn de andere beschouwingen meestal „lijkschouwingen” zijn, die ons niets leeren omtrent oorzaken. Het lijkt mij oneindig nuttiger om jongens en meisjes te laten dobbelen met centen en langzaam maar zeker de kromme van Gauss op te bouwen dan een schoonschijnende lijn te construeeren door het meten van bruine boonen. „Car les dés de la nature

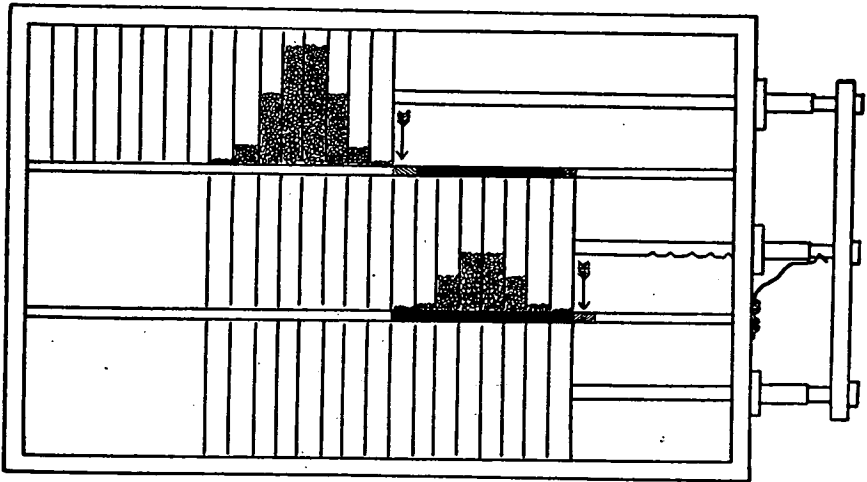


Fig. 2.

Illustreert den tekst over het veranderen van een Punten-Binomium tijdens groei. Het bovenste vak is de toekomst, die het dubbele aantal cellen bevat. Het middelste vak is het heden, met het enkele aantal cellen. Het onderste vak is het verleden (de vergetelheid). Beweging van de schuif naar rechts (groei!) veroorzaakt in het omliggende gebied van het middelste vak de veranderingen beschreven in den tekst.

sont pipés”. Na deze uitlating over het hazardspel klinkt het wel paradox, dat volgens mij hieruit volgt, dat wat U hierover doceert, niet conservatief genoeg kan zijn!

De bovenvermelde misbruiken zijn in nog sterkere mate aanwezig in de correlatieleer, die, wat toepassing betreft, nog geringere zekerheid geeft. Uitstekende biologen hebben zich van de wiskunde afgekeerd, omdat dit goochelen met formules hen tegenstond en zij daarin slechts zagen een poging „pour épater le bourgeois.” Mannen zooals Minot en Huxley hebben krasse woorden gesproken aan het adres der wiskunde. Hadden zij slechts gesproken over de klakkelooze toepassing, en vooral de toepassing in de variatieleer, ik zou het geheel kunnen onderschrijven.

Henri Bergson, „ci-devant homme des jeudis” heeft omtrent het

verband tusschen wiskunde en biologie ook nog een hartig woord in het midden gebracht. Volgens hem is de wiskunde slechts toepasselijk op de processen der organische *destructie*, en niet op de processen van organische constructie. Afgezien van het laakbare feit, dat men gaarne het wonderbegrip in de biologie wil deponeeren, omdat deze wetenschap nog „argeloos” is en dus vaak accepteert wat men haar opdringt, is de uitspraak van Bergson nog om andere redenen aanvechtbaar.

Wiskunde en biologie hebben juist dit gemeen, dat zij constructieve, vormgevende, wetenschappen zijn. De wiskunde geeft vorm aan begrip, de biologie geeft vorm aan iets dat wellicht ook als geconcentreerde praeformatie (in den ruimsten zin des woords opgevat), als *begrip* kan worden beschouwd. Dit verband, het morphogenetische, is een der oudste allianties tusschen beide wetenschappen en dateert van de vroeg negentiende eeuwse toepassing van een kettingbreuk (de reeks van Fibonacci) op de theorie der bladstanden. Twee Nederlanders, J. C. Schoute en G. van Iterson hebben zich op dit gebied bewogen zonder zich te laten verleiden door het zoet gefluit van de oppervlakkige analogieën, die zoo velen op een dwaalspoor hebben gebracht. Beide auteurs zijn hierbij gekomen tot het beschrijven van nieuwe krommen. D. W. Thompson in zijn meergenoemd boek „Growth and Form” heeft hier ook baanbrekend werk verricht. Het is juist hier dat het principe van gelijkvormigheid, van „Gnomon” figuren, zooals Naber het uitdrukt, zoo belangrijk wordt. Gelijkvormigheid, onder anderen uitgedrukt door de logaritmische spiraal.

De spiraal, die men overal in de levende natuur terugvindt en die men dan ook met Church „the curve of life” zou kunnen noemen. Orthogonale gnomon figuren (die dus bij symmetrische doorsnijding gelijk van vorm blijven) kennen we in de rechthoek met zijden $\sqrt{1}$ en $\sqrt{2}$, het drie-dimensionale analogen, dat ik nog nergens beschreven vond, is het rechthoekig parallelepipedum met zijden $\sqrt[3]{1}$, $\sqrt[3]{2}$ en $\sqrt[3]{4}$. In de afleiding van deze „gnomon” figuren speelt de logaritmische spiraal een groote rol.

Over den groei van bladeren wilde ik nog een opmerking maken. Onlangs is door Smirnov beproefd om in bepaalde gevallen voor den bladvorm als functie van den tijd een uitdrukking te vinden. Hij is hierbij uitgegaan van het principe van de conchoïde waarbij

van punten op den bladonttrek gelijke afstanden naar het centrum van het blad worden afgezet. De meetkundige plaats van de uiteinden dier afstanden zou dan de bladonttrek in jongeren toestand voorstellen. Bij sommige bladeren kon Smirnov nu werkelijk deze toestanden voorspellen. In bepaalde gevallen geeft dit principe van de conchoïde een aardige beschrijving van de ontwikkeling van den

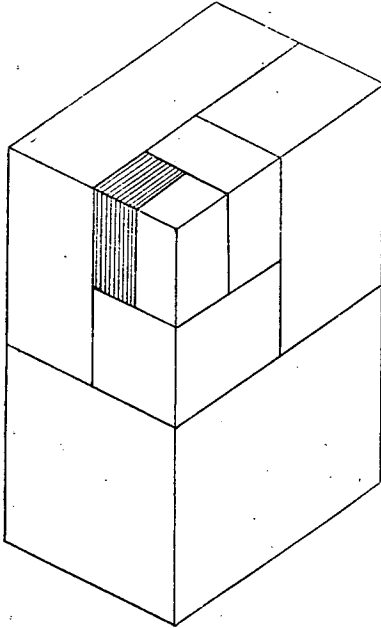


Fig. 3.

Orthogonale Gnomon. Bij symmetrische doorsnijding op de langste as verandert de figuur niet van vorm.

bladvorm eener plant; bijvoorbeeld bij het pijlkruid of bij de *Victoria regia*, waar de geobserveerde stadia in bladontwikkeling goed passen bij de geprojecteerde stadia.

In vele gevallen echter groeit het blad volgens een ander principe. (vinvormige nervatuur). De gegeven voorbeelden mögen gedeeltelijk anecdotisch en zeer speciaal schijnen; zij illustreeren toch wel een punt. Dat ook hier weer een kennis van verschillende krommen, een morphologische kennis dus, een „plaatjes”-kennis zoo ge wilt, soms tot associaties voeren, die juist in dit zoo uiterst belangrijke terrein van het ontstaan van vormen,

nuttig kan zijn. De cissoïde, de limaçon, de versiera, de cardioïde (servetring onder de lamp), de conchoïde, de lemniscaat zijn meer dan speeldingen. Het zijn krommen met physischen inhoud. En wellicht evenzeer de moeite waard als de kegelsneden.

Het is niet moeilijk, maar het is gelukkig overbodig, door te gaan met het noemen van voorbeelden. Het groote gebied van de rhytmiek, b.v. laat ik onaangeroerd. Rhytme in tijd, met de trillingsvergelijkingen, de sinusoiden, de Fourier-analyse, de relaxatietrillingen.

Rhytme in ruimte, of symmetrie, in den ruimsten zin des woords, waarbij we in de levende natuur zoovele schoone voorbeelden vinden. Reeksen van Mac Laurin, transformatie van coördinaten,

kegelsneden, zij allen verkrijgen inhoud. Zij allen zijn te vinden bij het doorbladeren van eenige jaargangen van een modern biologisch tijdschrift.

Wat ik U heb willen geven is een relaas van eigen avontuur. Het avontuur van een wiskundig niet begaafd mensch, die bij het middelbaar onderwijs moeite had met de wiskunde, totdat een leermeester hem in deze wetenschap interesseerde. Dit interesse heeft mij nooit verlaten en komt steeds weer op, wanneer een probleem er om schijnt te vragen. Dan is het zelf zoeken een genot, al wordt het dan ook geregeld gevolgd door het vragen om hulp.

Wellicht is mijn eigen voorbeeld afschrikwekkend en zult U zich er voor willen wachten uw wetenschap als genotmiddel voor minder begaafden te gebruiken. Ik verwijs dan naar wat ik in het begin van deze voordracht gezegd heb.

Er is een mogelijkheid, dat mijn opmerkingen over den dilettant zelfs nog eenige uitbreiding toelaten. Dat voor toekomstige beoefenaren der exacte wetenschappen de opleiding in de wiskunde ook in de richting van het reële interesse van den leerling zou kunnen gaan, zonder daarom aan strengheid in te boeten. Die strengheid, die ons is voorgehouden is goed, maar beter is nog de straling, die ondanks de strengheid van uw vak uitgaat. Misschien zult U mij erop willen wijzen dat het scheppen van geestelijk afgeronde staatsburgers niet (of niet meer) uw taak is. Dat gij voorbereidt voor het Hooger onderwijs en dus een schakel zijt in een keten. Of, in meer huiselijke termen, dat gij moet opleiden voor examens. Dit argument is mij in ander verband toegevoegd als een soort verwijt, als aan een onwereldsch idealist. Welnu, ik geloof, dat deze examens (ik spreek weer ras en uit onvoldoende ervaring) wellicht weleens te serieus genomen worden. Een Gymnasium, een Lyceum, een Hoogere Burgerschool, zij zijn voor mij geen instituten beschreven en voorgeschreven door een wet; zij zijn een groep levende Leeraren, evenals een Universiteit is een groep levende Hoogleraren. Reeds is door uw pogingen de moeilijkheid voor het V. H. O. gedeeltelijk opgelost, Gij behoeft U niet meer aan een star programma te houden, dat uw eigen persoonlijkheid, enthousiasme en initiatief zou beïnvloeden. Doch het odium van het examen treft nog de Hoogere Burgerscholen die in veel opzichten een geestelijk exercitieveld zijn gebleven.

Verdere beschouwingen hierover zouden mij te ver voeren en staan buiten het onderwerp van mijn voordracht.

Wij leven in een tijd van groote geestelijke onrust. Het oude Gymnasium in een slaperig stadje, waar de atmosfeer van stille overdenking al stijgt uit de stadswallen, bestaat niet meer. De plaats, waar Gij met geestdrift een ideale bodem zoudt vinden om peripatetisch en diepgaande de grondslagen uwer wetenschap te geven aan jonge mensen, waarbij begrippen nog gretig werden opgenomen, die plaats bestaat niet meer. De kaleidoscoop van het hedendaagsche verblindt hen, de rust is heen.

Het Middelbaar en V. H. onderwijs is niet meer een krachtige eenheid, het ziet scheel naar de Universiteiten en de Hoogescholen. Deze laatste instituten vooral trachten de verschijnselen der veranderde tijden te interpreteeren als een vervlakking en trachten de remedie te zoeken in zoogenaamde Hoogere Eischen. Ik zeg zoogenaamde, omdat die eischen zijn een veelheid van kennis, nog meer gekleurde glaasjes in de kaleidoscoop van onze en van hunne vanitas.

Desiderata hebt ge mij gevraagd; welnu, waarschijnlijk wensch ik het onmogelijke. Bereidt uw leerlingen voor tot zelfstandig denken, opdat Gij ze rijkdom geeft, die nooit van hen genomen kan worden. Toon hen, dat het aanleggen van een maat, het grijpen van een systeem in een formulatie een quaestie is van smaak, van stijl, van keuze en toon hen de weg, in concrete gevallen, van goede smaak en tot gelukkige keuze. Toon hen, ik vraag het U als leek, dat de wiskunde levend is en waarachtig. Dat ieder probleem nieuw is, dat het aanbrengen van een beperking bij ieder systeem andere gevolgen heeft. Doet hen beseffen de wetgevende en vormgevende kant van uw wetenschap.

3. *Voordracht over*

**WISKUNDIGE DESIDERATA
BIJ HET VOORBEREIDEND HOOGER ONDERWIJS**
DOOR
Prof. dr. J. DROSTE.

Hoewel de H. B. S. niet officiëel tot het voorbereidend hooger onderwijs wordt gerekend, leidt deze school toch, vooral sedert het in werking treden der wet Limburg, op tot het universitaire onderwijs, reden, waarom bij de volgende beschouwingen ook aan haar gedacht moet worden.

Desiderata ten aanzien van het voorbereidend hooger onderwijs zijn er vele, allereerst de algemeene wensch der ouders, die zoodanig onderwijs verlangen, dat hun kind, zonder te veel inspanning, het met vrucht kan volgen, d.w.z. met voldoende cijfers, jaarlijks overgaan en een diploma aan het eind. Voorzooover die wensch betrekking heeft op een bepaald kind, is zij natuurlijk, althans bij klassikaal onderwijs, ongerechtvaardigd, maar het steunt op het inzicht, dat het onderwijs voor de groote meerderheid der leerlingen vrucht moet dragen, een inzicht, waarmede ik instem, al betwijfel ik of de te stellen eischen in die mate door de capaciteiten der nu eenmaal de school bezoekende leerlingen moeten worden bepaald, als sommigen willen, die vergeten, dat voorbereidend hooger onderwijs geen onderwijs voor allen is.

Naast dit algemeene desideratum zijn er nu een aantal, die meer in het bijzonder op de wiskunde betrekking hebben.

Behoort, om eens aanstonds de meest besproken kwestie te noemen, de differentiaalrekening onder de leerstof van het voorbereidend hooger onderwijs te worden opgenomen? Welk antwoord men op deze en dergelijke vragen geeft, wordt voor een groot deel bepaald door de opvatting, die men heeft over het doel van het voorbereidend hooger onderwijs. Vat men dit doel op als „het onderwijzen van nuttige kennis”, dan zal men eer geneigd zijn aan een dergelijken eisch tegemoet te komen, dan wanneer men als doel voor oogen heeft „oefening van het denkvermogen”, want tot dit laatste biedt de planimetrie zeker niet minder gelegenheid; hetzelfde geldt van de algebraïsche vergelijkingen. Het is dan ook geen wonder, dat men op deze en dergelijke gronden zeer ver-

schillend staat tegenover de wiskundige desiderata en men zal dan ook niet tot overeenstemming komen zonder het eerst min of meer eens geworden te zijn over de vraag: „wat beoogt het voorbereidend hooger onderwijs?”

Het antwoord op deze vraag kan natuurlijk niet anders luiden dan: „vorbereiden tot het hooger onderwijs”. Waarop het in dezen echter aankomt, is, wat men daaronder verstaat. Van hem, die aan de universiteit komt studeeren in klassieke talen verwacht men, dat hij reeds een zekere hoeveelheid daarvan kent; van den aankomenden student in de chemie verwacht men kennis van een zekere hoeveelheid wiskunde, natuurkunde, scheikunde. Moet nu dit „vorbereiden tot het hooger onderwijs” zoo worden opgevat, dat het de taak der school is deze kennis haar abiturienten mede te geven? Stellig heeft de zaak dezen kant, maar men doet verkeerd uitsluitend hierop den nadruk te leggen; het voorbereidend hooger onderwijs is heel wat meer dan het brengen van de leerlingen tot een zeker punt van hun weg, vanwaar de hoogleeraar de reis met hen zal gaan voortzetten. Mag de eisch worden gesteld dat op een school van uitsluitend voorbereidend hooger onderwijs, als het gymnasium is, niet dan bij uitzondering leerlingen zich mogen bevinden, die voor geen voortgezette studie geschikt zijn, dan mag tevens de eisch gesteld worden dat het bij de overgrootste meerderheid der abiturienten duidelijk geworden is, voor welke vakstudie zij geschikt zijn. Hoe zwaar die eisch ook is en hoever de practijk ook van haar verwerkelijking moge verwijderd zijn, men moet haar in het oog blijven houden en het onderwijs zoo inrichten, dat daarbij gelegenheid is te ervaren voor welke studie de leerling geschikt is. Om die reden, meer dan ter wille van een zoogenaamde algemeene ontwikkeling, moet vastgehouden worden aan den eisch dat in een aantal vakken, welker beoefening een verschillenden verstandelijken aanleg vereischt, onderricht gegeven worde aan alle leerlingen, opdat zodoende iets zal kunnen blijken van het al of niet aanwezig zijn van zulk een aanleg. Deze eisch is niet in strijd met den wensch naar concentratie, dien ik als zeer gerechtvaardigd beschouw; het aantal vakken, noodig ter bereiking van het beoogde doel, is namelijk niet zoo groot. Vanouds heeft het gymnasium in dit opzicht een voorsprong gehad op de H. B. S., die aanvankelijk niet gedacht is als school van voorbereidend hooger onderwijs; thans heeft het

gymnasium dezen voorsprong gedeeltelijk prijsgegeven, zij het terwille van andere voordeelen.

Tot de vakken nu, die bij uitstek geschikt zijn om het beoogde doel te bevorderen, behoort de wiskunde en al zou zij, zoomin als op het oude gymnasium, onderwezen behoeven te worden ter wille van de natuurwetenschappen, dan nog zou, naar het mij voorkomt, haar verbanning van de school van hooger onderwijs voor elke categorie van leerlingen een onherstelbaar verlies zijn.

Bij sommige vakken is er intusschen nog een andere reden, waarom zij 'moeten' onderwezen worden: zij zijn onmisbaar bij de beoefening van andere vakken. Naast de moderne talen, waarvan men bij elke studie iets moet kennen, behoort tot die vakken de wiskunde, die niet kan worden gemist bij de studie der meeste natuurwetenschappen. Aan dergelijke vakken nu worden nog andere eischen gesteld dan die, waarover ik reeds sprak, en het zijn deze eischen, die — ik spreek nu weer uitsluitend over de wiskunde — optreden als desiderata. Hier komen twee groepen van belangen met elkaar in strijd en daar beide groepen recht van bestaan hebben, moet hier, als steeds in dergelijke gevallen, een compromis gezocht worden. Maar dat compromis dient een optimum te zijn, d.w.z. het moet vooral aan die wenschen van beide groepen tegemoet komen, die het minst storend zijn voor de bevrediging van de wenschen der andere groep.

Na deze inleidende beschouwingen, die misschien wat lang en toch ook weer onvolledig zijn geweest, maar die ik ter verduidelijking van mijn opvattingen niet wel kan missen, kom ik tot de bespreking van eenige desiderata. Ik mag misschien beginnen met een paar kleine wenschen, die bij mijzelf gerezen zijn en dus niet behooren tot de aangekondigde categorie van wenschen, er ook in belangrijk bij achterstaan. Op het gymnasium worden de beginselen der analytische meetkunde onderwezen, niet die der beschrijvende meetkunde; op de H. B. S. is het juist omgekeerd. Zeker is voor hen, die aan de universiteit gaan studeeren — niet in wiskunde, want voor die komt alles op hetzelfde neer —, in deze de gymnasiale regeling te verkiezen, maar voor Delft is het misschien anders. In hoeverre daar het verschil in vooropleiding der studenten moeilijkheden veroorzaakt, is mij niet bekend, maar in Leiden heeft het veroorzaakt, dat er reeds dertien jaren lang een eenvoudig college

gegeven is in de analytische meetkunde, feitelijk alleen ten behoeve van die studenten in de chemie, die hun vooropleiding op de H. B. S. hebben gehad; overeenstemming in dit opzicht van beide opleidingen zou uit een oogpunt van oeconomie zeker wenschelijk zijn. Mijn tweede wensch is deze, dat de invoering bij het onderwijs van de grafische voorstellingen niet moge leiden tot een verdere verdringing van de eigenlijke algebra; bij mijn jaarlijksche bezoeken aan de gymnasia krijg ik wel eens den indruk dat dit gevaar niet denkbeeldig is, terwijl toch juist daar reeds buiten de algebralessen om aan de coördinaten wordt geofferd. Men kan er natuurlijk anders over denken, maar ik persoonlijk ben van meening, dat in de algebra de theorie der vergelijkingen, dus de echte α -algebra, hoofdzak moet blijven, omdat zij nu eenmaal de kern der klassieke algebra vormt.

Thans kom ik aan de desiderata, die aan de wiskunde van buitenaf gesteld worden. M.i. groepeeren zij zich alle om een grooten wensch: de invoering der differentiaal- en integraalrekening op de school. Van de kleinere wenschen heeft zooeven Prof. Baas Becking er een aantal genoemd, voornamelijk van belang voor biologen. Het lijkt mij niet doenlijk en ook niet wenschelijk al die onderwerpen in de onderwijsstof op te nemen, al zal ook een leeraar bij gelegenheid tegenover leerlingen, die hij daarvoor geschikt acht, allicht een of ander daarvan ter sprake brengen. Maar in het algemeen eischt de beperkte tijd, dat men den leerlingen, die de school in verschillende richtingen verlaten, liefst iets meegeeft, dat van belang is voor een zoo groot mogelijk aantal van hen; wat alleen van beteekenis wordt voor een klein deel, kan beter later, als de behoefte zich doet gevoelen, door dit deel verworven worden; hetgeen tevens het voordeel heeft, dat het dan beter begrepen wordt, omdat het gezien wordt in verband met de concrete problemen, die het moet behandelen. Bij de vraag, welk desideratum voor opneming in de leerstof in aanmerking komt, moet men den eisch stellen van voldoende algemeene toepasselijkheid. Hier moeten nu een paar desiderata worden genoemd: de organische groei en de groep, die men met de woorden waarschijnlijkheidsrekening — frequentiekromme kan karakteriseeren. Het is inderdaad verwonderlijk dat de met de grootte evenredige groei in het onderwijs eigenlijk alleen voorkomt bij de samengestelde interest, waar de

kwèstie bovendien nog gecompliceerd wordt door de tegenstelling vloeiende rente — handelsusantie. Het is, dunkt mij, zonder tijdverlies mogelijk en zeer wenschelijk, hier een ruimer standpunt in te nemen en naast vraagstukken over aangroeiend kapitaal ook andere ter sprake te brengen, waarbij dezelfde wet van aangroeiing heerscht. Het andere desideratum, dat ik zooeven noemde, is van nog veel algemeener beteekenis. Waarschijnlijkeits-overwegingen en beschouwingen naar aanleiding van de frequentieverdeeling hebben op een zoo groot terrein van wetenschap, b.v. natuurkunde, sterrekunde, biologie, oeconomie, groote beteekenis gekregen, dat het alleszins gerechtvaardigd is de beginselen te onderwijzen. Haar behandeling zal natuurlijk tijd kosten en dit zal haar invoering misschien in den weg staan.

Ik kom nu tot het allerbelangrijkste desideratum, dat reeds tientallen jaren aan de orde is en waarover nog voortdurend wordt gestreden, het desideratum dat, als het vervuld wordt, bestemd schijnt een groote omkeering te brengen in het wiskundig onderwijs. Met de bespreking van dit desideratum, dat haar voorhoede, de graphische voorstelling, reeds vooruitgezonden heeft, wil ik mijne beschouwingen eindigen. Ik spreek, zooals Gij begrijpt, van de differentiaal- en integraalrekening. Voorzichtig heeft zij haar eerste schreden reeds in het gymnasium gezet en ook in de H. B. S. zal zij waarschijnlijk weldra haar intrede doen. Bescheiden zal zij beginnen, maar heeft zij eenmaal vasten voet gekregen, dan zal zij spoedig meer plaats vragen en een deel der klassieke wiskunde verdringen. Hier ontwaakt bij velen de vrees, bij anderen de hoop. Vrees voor het verlies op school van schoone, zuivere wiskunde, vrees ook voor toenemende oppervlakkigheid. Hoop aan den anderen kant op onderwijs, dat meer onmiddellijke vruchten draagt bij het natuurwetenschappelijk onderzoek, hoop ook voor de leerlingen met weinig aanleg voor het abstracte. Gegronsd zijn beide, hoop als vrees, en daarom zijn er thans voor- en tegenstanders en zullen er in de toekomst zijn, die juichen en die treuren over de verandering, die dan zal hebben plaats gehad; want die verandering komt, naar ik geloof, stellig.

En nu rijst onmiddellijk de vraag: „moeten wij deze verandering bevorderen of tegengaan?” Vragen wij ons eerst af wat de voordeelen zijn, die men van de invoering der differentiaal- en integraal-

rekening kan verwachten. Het lijdt geen twijfel, dat zij de geheele moderne natuurwetenschap, voor zoover daarbij wiskunde te pas komt — en dat is niet weinig en wordt dagelijks meer —, doortrekt. Samen met de mechanica, de moderne astronomie, de natuurkunde is zij ontstaan; zij heeft de grootsche ontwikkeling, die deze wetenschappen in het laatste paar eeuwen gekregen hebben, eerst mogelijk gemaakt en zelf is zij weer door die wetenschappen bevrucht. Wat op school geleerd wordt van *méchanica* en natuurkunde is bijna geheel mechanica en natuurkunde van het laatste paar eeuwen en als zoodanig is het met de differentiaal- en integraalrekening onverbrekkelijk verbonden. Het is mogelijk, zeker, in sommige gevallen zelfs betrekkelijk eenvoudig, de differentiaalrekening te vermijden of, beter, te verbergen, maar men wekt zodoende bij den leerling niet het besef van eenheid van gedachte in verscheidenheid van vorm. Snelheid, versnelling, groei, verval, het is alles een en hetzelfde begrip, dat in de natuurwetenschappen bij uitstek vruchtbaar is gebleken. Voor dit begrip een in alle gevallen bruikbaar *woord* te hebben, ware reeds een winst voor de oeconomie van het denken; hoeveel te meer winst is het, dat wij het kunnen laten optreden in onze wiskundige formules, die een taal spreken, die ver achterstaat bij de gewone taal in vaagheid. Op deze wijze is het bijvoorbeeld mogelijk uit te drukken, niet alleen dat de versnelling van een stoffelijk punt afhankelijk is van zijn plaats, maar ook hoedanig die afhankelijkheid is en, meer nog, hoe men uit haar de geheele beweging van het punt kan leeren kennen. De voordeelen, die deze methode biedt, prijsgeven, is eigenlijk de moderne natuurwetenschappen willen behandelen met de middelen van een paar duizend jaar terug.

Ongetwijfeld zal dan ook door invoering van de differentiaal- en integraalrekening de behandeling der natuurwetenschappen, vooral die der natuurkunde, der sterrekunde, der mechanica en in mindere mate die der scheikunde en der biologie, vergemakkelijkt worden op de scholen van voorbereidend hooger onderwijs. Zoo-even had ik het over den organischen groei; wanneer de leerling begrijpt dat deze door de formule $\frac{dy}{dx} = ay$ wordt uitgedrukt en wanneer deze formule, als hij haar ziet, krachtig tot hem spreekt, dan heeft hij iets geleerd, waarmee hij voor zijn buiten het terrein

der wiskunde liggende toekomstige studie in den regel meer gebaat is dan met de kennis van vele meetkundige eigenschappen. Dat hij den arbeid, door een krachtveld op een bewegend punt verricht, heeft leeren begrijpen als een integraal zoo goed als de oppervlakte eener figuur of den inhoud van een omwentelingslichaam, brengt hem meer nut, dan de kennis der projectiestelling.

Zoo is het, dunkt mij, niet twijfelachtig, of de invoering der differentiaalrekening op de scholen van voorbereidend hooger onderwijs zal ten goede komen aan het onderwijs in de natuurwetenschappen.

Maar, zult Gij vragen, hoe zal de wiskunde zelf erbij varen? Zij wordt toch niet alleen als hulpwetenschap onderwezen, maar ook om haarzelfs wil. Dit is volkomen juist, maar, vraag ik op mijn beurt, maakt het bij de oefening in wiskundig denken zoo heel veel verschil aan welk deel der wiskunde dat denken geoefend wordt? Zouden de begrippen der differentiaal- en integraalrekening en de problemen, die met haar hulp kunnen worden opgelost, voor dat doel zooveel ongeschikter zijn dan die der planimetrie? Ik geloof van niet, al is er zeer zeker verschil. Op ieder, die er ontvankelijk voor is, oefenen de vraagstukken der planimetrie een groote aesthetische bekoring uit, die de oudere meetkunde, die op de scholen wel wordt onderwezen, gemeen heeft met de jongere getallentheorie, die daar niet wordt geleerd, maar er evengoed voor in aanmerking komt. Die bekoring is, naar het mij voorkomt, voor een groot deel te danken aan de abstractheid, de zuiverheid dier beide vakken. Zonde en jammer zou het zijn, gesteld dat dit practisch mogelijk ware, die schoonheid den leerlingen geheel te onthouden, maar is het daarom nu wel noodig de meetkunde te doceeren juist in den gebruikelijken omvang? Die omvang is nog vatbaar voor veel uitbreiding, maar, naar het mij voorkomt, ook voor inkrimping en tot deze laatste ben ik geneigd te raden in verband met het optimum, waarover ik het zooeven gehad heb, waarbij beide eischen, die van de toepassingen en die van de zuivere wiskunde, zooveel mogelijk tot hun recht komen.

Zoo zullen, naar ik geloof, alle leerlingen, ook zelfs zij, die later in het geheel geen wiskunde zullen behoeven, bij de verandering gebaat zijn. Vooreerst zullen zij, die voor het abstracte die belangstelling missen, die de wiskundig aangelegde leerling er veelal voor

heeft — en zij vormen de meerderheid —, bij de verandering opleven. Er zal belangstelling komen daar, waar zij voorheen niet of nauwelijks was. Maar ook de mathematisch aangelegden zullen er bij winnen. Het meetkundige stelsel, zooals dit onderwezen wordt, is het resultaat van een lange ontwikkeling; als axiomatisch stelsel is het zoo te zeggen uitgekristalliseerd uit een veelheid van aanschouwelijke waarheden. De gronden van het stelsel, de axioma's, komen bij dit proces eerst gaandeweg voor den dag, maar is het stelsel eenmaal gereed, dan komen zij, in de logische orde der ontvouwing van het stelsel, vooraan. Van dit geheele proces van losmaking van de ervaringsfeiten en van omkeering der inductief verkregen resultaten tot een stelsel van deducties, krijgt de leerling niets te zien; hij begint daar, waar een geheele ontwikkelingsgang eindigt. Natuurlijk is dit logisch volkomen in orde, want de leerling begint daar, waar het logische begin ligt, dat aan het eind gevonden is. Maar het behoeft geen betoog, dat voor hem daarmede iets verloren gaat van den samenhang met de levende werkelijkheid; dat voelen de leerlingen onwillekeurig en vele wenden er zich om die reden in hun gemoed van af. Ik heb dit niet gezegd om hieraan nu een pleidooi vast te knopen voor een zoogenaamde propaedeutische cursus, want tenslotte kan men ook weer niet alle afkortingen, die in den loop van de ontwikkeling der wetenschappen mogelijk zijn gebleken, ongedaan maken bij het onderwijs; wij hebben ze integendeel dankbaar te aanvaarden, daar ze ons de kracht en den tijd overlaten verder te komen dan vroeger mogelijk was. Waarop ik wijzen wil is meer dit, dat er iets onnatuurlijks ligt in de plaatsing van een af deductief stelsel aan het begin van het wiskundig onderwijs, en bovendien iets, dat ontmoedigt en het initiatief doodt; het stelsel is al te volmaakt, de leerling kan er niet tegenop en moet zijn zelfwerkzaamheid beperken tot het maken van directe toepassingen van de hem geleerde stellingen. Daarom lijkt het mij, die ook het onderwijs van een deductief stelsel geenszins wil missen, dat een verscheidenheid van aan de werkelijkheid ontleende problemen, zooals die met behulp van eenvoudige, op het terrein der differentiaal- en integraalrekening liggende methoden kunnen worden behandeld, een ware verademing kan veroorzaken en in hooge mate stimuleerend kan werken, ook, neen juist, op de mathematisch begaafden. Maar dan

moet niet op haar beurt ook de differentiaal- en integraalrekening gemaakt worden tot een systeem van stellingen die, den een uit den ander, in een lange keten worden afgeleid, een keten, die begint met de theorie van het onmeetbare getal (of nog vroeger) en die voortgaat in schakels, gesmeed van ϵ 's en δ s. Hier moet men zich, voor alles, houden aan den stelregel, dat de inzichten, die de wiskundigen tenslotte hebben gekregen bij herhaalde kritische door-denkning van wat zij allang met succes, maar min of meer ondoor-dacht, gedaan hadden, niet geplaatst moeten worden aan het begin van het onderwijs in de differentiaalrekening en dus niet moeten behandeld worden op de school, die alleen dit begin onderwijst. Waar het om gaat, dat zijn problemen en methoden en de zich daaraan geleidelijk ontwikkelde begrippen, maar deze laatste genomen meer van den intuïtieven dan van den logischen kant. Aan U, leeraren, de moeilijke, maar belangrijke taak, hier den juiste weg te vinden!

Zoo kan de vervulling van het belangrijkste van alle wiskundige desiderata, de invoering dus der differentiaal- en integraalrekening op de scholen van voorbereidend hooger onderwijs, verjongend werken op het geheele wiskundig onderwijs en daarmee nog een anderen wensch, die door velen ongetwijfeld vaak gekoesterd is, in vervulling doen gaan, deze nl., dat de wiskunde moge afleggen iets van haar ontoegankelijkheid, die haar bij oningewijden geen vriendschap kan verschaffen, maar slechts minachting of begrip-looze vereëring. Zal de wiskunde, zoo kan men nog vragen, op die wijze haar zelfstandigheid op de school niet te veel verliezen? Ik meen van niet: ook op haar zal van toepassing blijken het woord, dat wie zichzelf verliest zichzelf zal weervinden, dienende zal zij blijken wat zij is: de vorstin der wetenschappen.

DISCUSSIE.

De heer *Mogendorff* zegt: Met groote waardeering heb ik de voordrachten van de beide sprekers gehoord. Deze hooggestemde opvatting van het onderwijs in de wiskunde zal velen docenten goed doen. Ons onderwijs moet niet door conservatisme verstarren; ook het middelbaar onderwijs moet groeien. Dat kan alleen, wanneer er veel van het oude gesnoeid wordt; met het bewaren van alle oude leerstof belemmert men de natuurlijke groei.

Wij zullen ons dus in de oude leerstof moeten beperken, om behoorlijk plaats te vinden voor de infinitesimaalrekening. Een leerstofcommissie voor wiskunde en natuurwetenschappen zal een studie moeten maken van de mogelijke en gewenschte beperkingen en van de omvang der beginselen van de infinitesimaalrekening en van de toepassingen.

Invoering van deze beginselen dient op de H.B.S. in het begin van de 4e klasse en voor een Gymnasium zoo mogelijk aan het eind van de 4e klasse plaats te vinden, om er van te profiteeren bij de behandeling van de natuurkunde.

In verband daarmee is meer vrijheid voor de docenten gewenscht; de eischen bij het eindexamen der H. B. S., zooals deze thans zijn, laten den docenten nauwelijks vrijheid iets te behandelen buiten de voorgeschreven examenstof. Voor het gymnasium is in dat opzicht de toestand veel aangenamer.

De heer *Tiddens* maakt de opmerking, dat de strijd voor de invoering van de differentiaalrekening al meer dan 25 jaar oud is. Destijds behoorde hij tot de tegenstanders, doch in den loop van den tijd is hij bekeerd en acht hij nu deze invoering wel wenschelijk, mits men zich beperke tot de allereerste beginselen; in geen geval zou hij zoover willen gaan, dat de oplossing der vergelijking $\frac{dy}{dx} = ay$ met de leerlingen zoude kunnen worden behandeld.

Verder wijst hij er op, dat in de jongste algemeene vergadering der vereeniging van leeraren in de wiskunde aan h.b.s^{en} met algemeene stemmen de wenschelijkheid van de bedoelde invoering is uitgesproken, en dat het bestuur dier vereeniging thans werkzaam is om dezen wensch werkelijkheid te doen worden.

Prof. *Droste* merkt nog op, dat hij niet over de oplossing der vergelijking $\frac{dy}{dx} = ay$ gesproken heeft, maar over hare beteekenis.

De *Voorzitter* dankt daarna de sprekers in eenige hartelijke bewoordingen voor hunne hoogst belangrijke voordrachten, waaruit het idealisme zoo ten volle blijkt.

SECTIEVERGADERING WISKUNDE.

Tegelijk de Zevende Algemeene Bijeenkomst van Wiskunde-Leeraren. Verzorging: het bestuur van de Vereeniging van Leeraren in de Wiskunde enz. aan H.B.S-en met 5 j. c. B enz.

Te 2.15 opent de Voorzitter (dr. Tiddens) de vergadering. Allereerst wordt de volgende voordracht gehouden:

HET WISKUNDE-ONDERWIJS VOLGENS DE DALTON-METHODE

DOOR

Dr. W. F. DE GROOT.

Dames en Heeren!

Aan een bespreking van den invloed, dien de daltonmethode heeft op den aard van het wiskunde-onderwijs, dient, zij het dan ook in groote trekken, vooraf te gaan een uiteenzetting van de organisatie eener H.B.S., die volgens deze onderwijsmethode werkt, benevens een bespreking van de vraag wat met deze methode wordt beoogd en ten slotte een kort verslag van hetgeen zich van het theoretisch wenschelijke tot heden verwezenlijkte.

Op een H.B.S., waar men volgens de daltonmethode onderwijs geeft, is een gedeelte der klassikale uren opgeheven en vervangen door de zoogenaamde vrije uren. Op de H.B.S. waarvoor ik spreek, zijn de twee uren na de morgenpauze vrije uren; er zijn er dus maximaal 12 per week. Gedurende die uren wordt geen les gegeven, maar werken de leerlingen aan taken, die eens per week worden opgegeven. Niet de klasse heeft een eigen lokaal, doch iedere leeraar heeft zijn eigen vaklokaal, waarin hij gedurende de vrije uren aanwezig is, om de leerlingen bij het maken van hun taak behulpzaam te zijn, hun werk na te kijken of hun lessen te overhooren. Gedurende de vrije uren vormt de school één werkgemeenschap, de lokalen staan open en in de gangen zijn werknissen aangebracht,

waar de leerlingen plaats nemen, wanneer de lokalen te vol worden. Het cellulaire karakter, dat een H.B.S. gedurende de klassikale uren kenmerkt, is gedurende de daltonuren geheel opgeheven. Als bijzonderheid, die voor onze H.B.S. geldt, moet nog worden vermeld, dat voor de taak geen cijfer wordt gegeven en dat de leerling niet voor alle vakken zijn taak behoeft af te hebben. De bedoeling van deze regeling is den leerlingen gedurende de daltonuren zóoveel mogelijk vrijheid te geven, waardoor ze leeren de verantwoordelijkheid voor een goede regeling en indeeling van hun werk op eigen schouders te nemen. De leerlingen worden dus doordrongen van het feit, dat de taken er zijn ter wille van hen en niet omgekeerd. Deze opvatting brengt mee, dat een leerling eens ongestoord aan een bepaald leervak kan werken zonder gehinderd te worden door de gedachte aan ander werk, dat nog moet worden afgemaakt. De verplichting alle taken af te hebben zou vanzelf voeren tot het van elkaar overschrijven, wanneer de leerlingen in het gedrang raken.

In de plaats van het voorschrift treedt het persoonlijk overleg van den leerling met de leeraren en den leider der school, die door het nauwere contact, dat zij met de leerlingen in de daltonuren krijgen, deze goed leeren kennen en hen daardoor met veel succes met raad en daad kunnen bijstaan. Den leerlingen is ook toegestaan elkaar te helpen, hetgeen in allerlei vormen kan geschieden. Of men werkt met zijn tweeën, of in groepen, of men roept de hulp in van een leerling der hoogere klassen; dit laatste komt echter nog sporadisch voor.

Met deze nieuwe onderwijsorganisatie wordt o.m. beoogd de leerlingen zoowel geestelijk als moreel zelfstandiger en onafhankelijker te maken. Moet de zelfwerkzaamheid leiden tot zelfstandigheid bij het werk in den meest uitgebreiden zin van het woord, van de vrijheid van bewegen, die den leerlingen gedurende de daltonuren is toegestaan, wordt verwacht, dat zij leiden zal tot zelfdiscipline, dat zij het accent zal verleggen van de gehoorzaamheid naar de zelftucht.

Wat heeft zich tot heden van het theoretisch wenschelijke verwezenlijkt? Zeker nog lang niet alles, maar daarbij moet worden bedacht dat de daltonmethode nog verkeert in het stadium van het experiment en bovendien, dat ze werkt onder omstandigheden, die

nog te veel verband houden met het oude klassikale stelsel, omstandigheden, die nu eenmaal niet in een handomdraaien zijn te veranderen.

Houdt men hiermee rekening, dan kan met volle overtuiging, worden verklaard, dat zich van het theoretisch mogelijke en gewenschte reeds zooveel verwezenlijkt heeft, dat wij in de daltonmethode een niet te miskennen correctief op het eenzijdige klassikale stelsel hebben te begroeten.

Het blijkt reeds, dat de voordeelen, die aan het klassikale stelsel niet kunnen worden ontzegd, juist door de afwisseling met de vrije uren, veel meer tot hun recht komen; het onderwijs-rendement wordt er door vergroot. Het valt dan ook niet te ontkennen, dat, wanneer kinderen eenige uren op school zich zelf kunnen zijn, het hun gedurende den overigen schooltijd minder moeite kost zich te voegen en te schikken, dan wanneer dit den geheelen schooldag van hen wordt gevergd. Gevoelens van opstandigheid, die bij de jeugd in hare moeilijke overgangsjaren, wanneer zij zooveel met zich zelf heeft uit te vechten, naar boven komen, indien zij te sterk in het gareel wordt gehouden, worden door een zekere mate van vrijheid, die haar wordt toegestaan op natuurlijke wijze wegge-reageerd, wat op het psysische evenwicht der leerlingen een heilzame uitwerking heeft.

Tot hiertoe de voordeelen van algemeen paedagogisch-psychologischen aard; gaan wij thans over tot de vraag welke uitwerking de daltonmethode heeft op den aard van het onderwijs in didactisch-methodologischen zin.

Dat er zulk een uitwerking zijn moet is reeds in abstracto duidelijk, omdat, door het nauwere contact dat de leeraren in de vrije uren met de leerlingen hebben, zij veel meer dan bij het klassikale stelsel in de gelegenheid zijn om zich op de hoogte te stellen van hunne werkwijzen, zoodat de didactiek, die zich tot heden in hoofdzaak naar de leerboeken richtte, meer en meer rekening zal gaan houden met de geestelijke en psychische geaardheid der jeugd. Dit is niet alleen theorie, de praktijk, vooral van het wiskunde-onderwijs, wijst er ten duidelijkste op, dat het zich onder de daltonmethode naar psychologische gezichtspunten gaat richten en zich ontwikkelt in de lijn van het arbeidsonderwijs, een onderwijsmethode, waarbij het initiatief, de spontaneiteit en de autonomie

van den leerling mede opgenomen zijn onder de factoren, die den onderwijsgang hebben te bepalen. Het is een onderwijs, dat de kinderen animeert om zelf te denken en niet steeds te wachten tot de denkstooten van buiten komen. Het bevordert de zelfwerkzaamheid, d.i. het uit vrijen wil werken aan problemen, die men zich zelf stelt, met zelf bedachte hulpmiddelen.

Aan het arbeidsonderwijs is het receptieve, reproductieve en nabootsende karakter, dat aan de doceermethode en haar veelvuldig toegepaste variant, de heuristische methode, eigen is, ontnomen.

Bij de doceermethode zoowel als bij de heuristische methode ligt het initiatief in hoofdzaak bij den leeraar; deze denkt voor en de leerlingen denken na, van een zelf veroveren van inzicht is weinig sprake, veeleer wordt kennis overgedragen; de weg naar het door den leeraar gestelde doel wordt door dezen voor den leerling gebaad en niet door den laatsten tastenderwijs gezocht. Het vragen- en antwoordspel der heuristische methode kan hierin geen wijziging brengen, omdat door het vragen van den leeraar de leerling niet wordt gesteld voor de moeilijkheden, die hij bij zelfstandige studie zou ondervinden. Door het vragen van den leeraar worden de leerlingen afgeleid van de problemen, die de leerstof hun zelf biedt, ook worden zij er door weerhouden om de dwaalwegen van het eigen denken in te slaan; dit is echter voorwaarde voor het veroveren van een zelfstandig oordeel.

Heel terecht merkt Jungbluth in een van zijn artikelen over het arbeidsonderwijs op, dat de voldoening van een leerling, die met behulp van zijn leeraar een resultaat heeft bereikt, te vergelijken is met de vreugde van een kind, dat aan de hand van zijn moeder een verstopt paaschei gevonden heeft.

De tekortkomingen der heuristische doceermethode zijn niet naar voren gebracht om er de onbruikbaarheid van te betoogen. Wij zijn er ons volkomen van bewust, dat er nu eenmaal kennisstof is, die men niet uit zich zelf vinden kan en die dus op doceerende manier moet worden overgedragen, ook ontveinzen wij ons niet, dat het volgen van den gedachtengang van een ander den leerling zeker een goede intellectuele training geeft, maar het is noodig om zich goed bewust te worden, wat een onderwijsmethode wel en wat ze niet geeft om te weten in welk opzicht ze aanvulling of verbetering behoeft. Deze aanvulling moet gezocht worden in het scheppen

van de mogelijkheid, dat de geest zich meer in vrijheid kan ontplooiën, ontwikkelen en vormen.

De groote beteekenis der daltonmethode is onder meer deze, dat zij het onderwijs in deze richting leidt, hoofdzakelijk omdat het contact met de leerlingen, dat door het klassikale stelsel verloren was gegaan, door de nieuwe methode van onderwijs herwonnen is. De geestelijke en psychische geaardheid der jeugd, haar wijze van werken, haar opvatting van wetenschap en begripen, haar meer of mindere vatbaarheid voor abstracte rede-neering enz., van dit alles krijgt de leeraar in de daltonuren een helderder beeld dan gedurende de klassikale lessen.

Bij de bespreking van den invloed, dien de daltonmethode heeft op de methodiek van het onderwijs hebben wij met de volgende feiten rekening te houden. Om te beginnen leert de ervaring, dat de leerlingen graag zelfstandig bezig zijn. Leerlingen, die in de klassikale lessen tot de lastige en ongedürige behooren, leggen op de daltonuren vaak een grooten ijver aan den dag. Men kan gerust de stelling uitspreken, dat het tot de natuur der jeugd behoort om bezig te zijn. Maar zij willen ook graag den zin begripen van hetgeen zij doen. Dat van deze laatste neiging oogenschijnlijk zoo weinig blijkt, komt doordat de leerling snel de ervaring op doet, dat zijn succès op school, uitgedrukt in de rapportcijfers, meer bevorderd wordt, wanneer hij gedwee aan den leiband van den leeraar loopt, dan wanneer hij voortdurend zijn kritiek laat spreken, zoo'n leerling is een lastig element in de klassikale les.

Sterk is ook de behoefte der jeugd om iets zelf te vinden of iets zelf te scheppen; de leerling mag gaarne het initiatief tot iets nemen en voelt zich overgelukkig, wanneer hem hiertoe de gelegenheid wordt gegeven. De leeraar nu, die bij zijn onderwijs de psychische structuur van zijn leerlingen als uitgangspunt neemt, zal dit dan ook zoo inrichten, dat hij ten eerste zoo min mogelijk voordenkt, ten tweede de richting, waarin zijn onderwijs moet voortschrijden meer laat bepalen door de wijze, waarop de klasse reageert, dan door het leerboek, ten derde zooveel mogelijk de leerstof in persoonlijk contact brengt met den leerling, ten vierde samenvattingen en formuleeringen van ervaringsfeiten aan den leerling overlaat, ten vijfde met de klasse gemeenschappelijk een doel opstelt en de leerlingen laat deelnemen aan den opbouw van

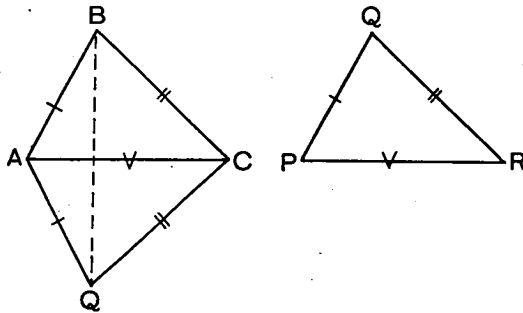
het te ontwikkelen systeem. Tenslotte zal hij zijn leerlingen niet beschouwen als recipienten, waarin leerstof moet worden ingebracht, doch veel meer als jeugdige zoekers, die hij behulpzaam heeft te zijn bij hun worsteling met eigen problemen.

Wat nu het meetkunde onderwijs betreft, leert de praktijk, dat wij aldus ingesteld geenszins uitkomen met de onderwijsmethoden, zooals die in de verschillende leerboeken zijn neergelegd. Het begin is veel te abstract en staat in te weinig persoonlijk contact tot den leerling, zoodat er zoo goed als geen aanknoopingspunten zijn voor zelfwerkzaamheid. Gelegenheid om mede te werken aan den opbouw van het meetkundige systeem is er ook niet, omdat het hun kant en klaar wordt voorgezet. De vraagstukken, die louter gegeven worden als toepassing der theorie en daarop zijn geconstrueerd, staan buiten de persoonlijke belangstelling van den leerling. De scheiding tusschen theorie en toepassingen wekt bij de leerlingen den verkeerden indruk, als zou wiskundige aanleg alleen getoetst worden aan de vaardigheid, waarmee men problemen door anderen gesteld vermag op te lossen aan de hand van theorema's eveneens door anderen bedacht; aan de opvatting, dat wiskunde iets is dat in hen zelf leeft, komen de leerlingen niet toe. Om deze opvatting bij de leerlingen te wekken en levendig te houden is het vooral bij den aanvang van het meetkundeonderwijs noodzakelijk, dat de leeraar tot hun standpunt afdaalt, hetgeen zeggen wil, dat hij begint met zich zakelijk in te stellen, van de aanschouwing uitgaat en de meetkunde opbouwt op even zoovele grondwaarheden als door de aanschouwing zelve worden opgeleverd.

Dat de som van twee zijden van een driehoek grooter is dan de derde zijde wordt dus niet bewezen, omdat het evident is, dat de rechte weg korter is dan een omweg. Ook brengt de opvatting, dat wij aan de leerlingen het woord moeten laten, mee, dat wij ons heel bewust de meetkundige figuren bij den aanvang van het onderwijs materieel denken, zoodat ruim gebruik wordt gemaakt van op elkaar leggen, vouwen, omklappen en draaien, terwijl bij de bewijzen ook van constructieve eigenschappen wordt gebruik gemaakt. Als voorbeeld geef ik de congruentie van twee driehoeken, die de drie zijden gelijk hebben.

In de leerboeken gaat men gewoonlijk zoo te werk, dat men $\triangle PQR$ tegen $\triangle ABC$ aanlegt en het geval terugbrengt tot Z.H.Z.

Dit is een kunstje, dat geen der leerlingen zelf vindt, het moet hun voorgedaan worden. Het nadoen is een kwestie van onthouden en geeft weinig of geen oefening in het wiskundig denken.



Het ligt geheel in de lijn der zelfwerkzaamheid om de leerlingen zelfstandig met dit probleem te laten worstelen. De leerlingen zullen, evenals bij de vorige congruentiegevallen de driehoeken op elkaar leggen bijv. PR op AC. De vraag rijst nu: waar komt het punt Q? Het behandelen van deze kwestie in den vorm van een klasgesprek, waarbij de voorstellen der leerlingen door hun overige klasgenooten worden becritiseerd, is niet alleen voor de leerlingen maar ook voor den leeraar zeer instructief. Hij krijgt een indruk van de wijze, waarop zij denken, wanneer hij zelf de richting niet aangeeft en zal ervaren, dat dat vaak zeer uiteenloopt. Zoo zijn er leerlingen, die uit de wijze waarop een driehoek met drie gegeven zijden met passer en lineaal wordt geconstrueerd, de congruentie als een vanzelfsprekendheid aanvaarden.

Om aan het gevaar te ontkomen, dat de leerlingen de gevonden stellingen alleen beschouwen als noodzakelijke hulpmiddelen bij de oplossing van de opgegeven vraagstukken, zooals zoo vaak door de indeeling der leerboeken wordt gesuggereerd, worden nieuwe congruentiegevallen opgegeven of door de leerlingen zelf gezocht zonder dat eenige aanwijzing wordt gegeven in welke richting de oplossing moet worden gezocht en, wanneer men dan de vaak origineele, soms zeer verrassende, oplossingen ziet, begrijpt men welk een gelegenheid tot zelfwerkzaamheid men den leerlingen beneemt, indien men hen door een aanwijzing de oplossing suggereert.

Er zijn verschillende vraagstukken, wier oplossing veel natuur-

lijker verloopt, wanneer men zich bedient van de methode van op elkaar leggen, dan wanneer men ze tot een der vijf congruentie gevallen terugbrengt. Een treffend voorbeeld is wel de congruentie van twee driehoeken, die de hoeken en den omtrek gelijk hebben. Men kan dit voorbeeld met vele vermeerderen. Het voorschrift, dat de vraagstukken over congruentie moeten worden teruggebracht tot de vijf congruentiegevallen leidt er van zelf toe, dat in vele gevallen door den leeraar een aanwijzing zal moeten worden gegeven, zooals bijvoorbeeld bij het boven aangehaalde vraagstuk. De leerling heeft dus een bepaald maniertje na te doen; dit leert echter minder wiskunde dan het zelfstandig vinden van den weg tot de oplossing bij eenvoudige problemen.

Na de theorie van de congruentie volgt in de leerboeken de theorie van de veelhoeken, het parallelogram en het trapezium. De stellingen worden eerst afgeleid en dienen weer als kapstok voor de op dit hoofdstuk geconstrueerde vraagstukken. Veel instructiever is het echter de leerlingen voor het probleem te zetten om zelf een onderzoek in te stellen naar de eigenschappen van genoemde figuren en ze te bewijzen.

Men moet zulk een opdracht gegeven hebben om te weten met welk een animo de leerlingen zich hierbij aan het werk zetten en men vergete ook niet, dat de vreugde over de zelf ontdekte en bewezen eigenschap steeds weer terugkeert, wanneer de leerling haar bij een nieuw geval gebruikt. Op deze manier wordt de meetkunde een deel van de leerlingen zelf en werken zij mede aan den opbouw van het systeem.

Wanneer men op natuurlijke wijze voortschrijdt, waarmee ik bedoel, dat men den voortgang van het onderwijs meer door de leerlingen zelf laat bepalen dan door het leerboek, dan is er inderdaad niet veel uit de theorie der meetkunde, dat niet door de leerlingen zelf kan worden gevonden.

De ervaring gedurende den vrijen arbeid in de daltonuren leert, dat de kinderen graag hun oogen en hun handen gebruiken. Construeeren, teekenen, vouwen, iets in elkaar zetten doen zij graag en goed. Dit feit heeft ons voor de vraag gesteld hoe wij het ontdekken van mathematisch verband zullen kunnen bevorderen aan de hand van visueele en motorische indrukken. Een onderlinge bespreking van deze kwestie met de betrokken wiskunde-docenten heeft tot

resultaat gehad, dat na de congruentie en de veelhoeken, de stereometrie in het meetkundeonderwijs wordt opgenomen, waarbij het uitgangspunt vormt het construeeren van eenvoudige lichamen als de kubus, de tetraëder en combinaties daarvan. Het algemeene probleem is om van die lichamen alles te weten te komen. Vanzelf komen dan ter sprake kwesties als kruisende lijnen, standhoek, de stand van een lijn ten opzichte van een vlak. Begrippen die weer niet van boven af worden geformuleerd, maar die zooveel mogelijk door de leerlingen zelf moeten worden ontwikkeld.

Aangezien hiermee eerst na de Paaschvacantie zal worden begonnen, kan ik nog niets meedeelen over de resultaten. Het staat echter bij ons reeds van te voren vast, dat het opnemen van de stereometrie in de eerste klasse niet alleen geen moeilijkheden met zich zal meebrengen, maar dat het zich als zeer natuurlijk en vanzelfsprekend zal uitwijzen. Alle problemen van constructieven aard kunnen door de leerlingen zonder moeite zelf gevonden worden; wil men grootheden berekenen, zooals bijvoorbeeld de hoofd-diagonaal van den kubus, dan moeten de leerlingen beschikken over de stelling van Pythagoras en er is niets tegen van deze stelling ad hoc een eenvoudig bewijs te geven.

Dames en Heeren! Ik wil het hierbij laten, ik hoop U een voldoende indruk te hebben gegeven van het feit, dat de dalton-methode, door het nauwere contact dat zij legt tusschen leeraar en leerling, er van zelf toe leidt den gang van het onderwijs meer te richten naar de psychische structuur der jeugd dan dit tot heden toe met het klassikale stelsel is mogelijk gebleken. Ik wil nog besluiten met de opmerking dat een gedaltoniseerde H.B.S. het probleem van de opleiding van den toekomstigen leeraar nader tot de oplossing brengt. Alle commissies, die zich met deze materie bezig houden, zijn het er over eens, dat de aanstaande leeraar, alvorens zijn loopbaan aan te vangen, zich eerst eenigen tijd onder de leiding van een ervaren docent moet stellen. Hiervoor leent de gedaltoniseerde H.B.S. zich bij uitnemendheid, omdat de toekomstige leeraar in de vrije uren ruimschoots de gelegenheid krijgt zich te oefenen in de kunst van uitleggen, hetzij aan een enkelen leerling, hetzij aan een kleinere groep; hij is niet gedoemd om alleen passief de lessen van zijn mentor aan te hooren. Moet hij eens invallen, dan heeft hij het voordeel, dat hij komt te staan voor een klasse, waarvan hij

de leerlingen reeds door het daltonwerk kent. Bovendien heeft hij gedurende de daltonuren vaak gelegenheid om met de docenten van gedachten te wisselen, wat zelfs aanleiding kan geven tot geregelde samenkomsten, waar kwesties van didactiek en methodiek worden besproken. Veel van hetgeen ik in deze rede naar voren heb gebracht is dan ook het resultaat van besprekingen, die eens per week door leeraren en hospitanten van onze H.B.S. worden gehouden.

DISCUSSIE.

Een levendig debat volgt op de lezing van den heer *de Groot*.

De heer *Droste* vraagt inlichtingen omtrent de taak. Wordt aan elk leerling een taak opgegeven of is deze voor groepjes van leerlingen of de geheele klas dezelfde? Verder vraagt spreker of het klassikaal onderwijs niet hinderlijk is voor het Daltononderwijs en wenscht hij inlichtingen over de verhouding tusschen de uren voor het klassikaal onderwijs en het Daltononderwijs.

De heer *de Groot* antwoordt, dat gewoonlijk de geheele klas dezelfde taak verkrijgt. In de klassikale uren wordt gewoon les gegeven. Geheel zonder klassikaal onderwijs gaat het niet. De verhouding tusschen klassikaal en Daltononderwijs hangt af van het vak. Het eene vak is meer gedaltoniseerd dan het andere.

De heer *Dijksterhuis* doet de volgende vragen: Hoe kan men de klas op peil houden, wanneer men het afhebben van een taak niet verplicht stelt? Wordt de vervaardigde taak in de klassikale of in de vrije uren besproken? Wordt bij de stereometrie over den kubus, die in de eerste klas behandeld wordt, bijvoorbeeld de loodrechte stand als vanzelfsprekend aangenomen? Bedoelt spreker met constructies, die hij in verband met de stereometrie noemde, model, neerslag of teekening?

De heer *de Groot* antwoordt, dat het peil van de klas behouden wordt door proefwerken, die ongeveer om de drie weken worden gegeven. Een leerling, die achter geraakt is, heeft voldoende gelegenheid gedurende de volgende periode om weer bij te komen. Op de tweede vraag antwoordt spreker dat de bespreking van de taken zoowel in de gewone lesuren als in de vrije uren plaats heeft. Hebben vele leerlingen dezelfde fout gemaakt, dan wordt deze klassikaal besproken; individuele fouten worden met den leerling

persoonlijk in het Daltonuur behandeld. De derde vraag kan spreker slechts onder voorbehoud beantwoorden, daar de proef practisch nog niet gedaan is. Hij stelt het zich echter als volgt voor. Men ziet aan den kubus twee vlakken, welke elkaar snijden. Snijdende vlakken kunnen dichter en minder dicht bij elkaar staan, welk inzicht leidt tot het begrip „standhoek”. Van hieruit komt men van zelf tot den loodrechten stand. Onder constructie verstaat spreker zoowel netwerk en model als teekening. Bijzonder instructief lijkt hem het plakken van de modellen en het aanbrengen van de plakstrookjes. Hiervoor is veel inzicht noodig.

Mej. *Portengen* maakt de opmerking, dat de mededeeling van den heer de Groot omtrent de 12 Daltonuren haar heeft doen berekenen, dat, indien men ongeveer 200 leerlingen heeft, men voor individueel contact met de leerlingen slechts 3 minuten per leerling heeft, wat haar te weinig voorkomt. Voorts ziet spreekster bijvoorbeeld in het geval van de congruentie van driehoeken het bijzondere van het Daltononderwijs niet in; deze verandering is toch op andere scholen ook in te voeren.

De heer *de Groot* geeft toe, dat het groote aantal leerlingen wel een bezwaar is en dat het inderdaad voor sommige leeraren zeer moeilijk is om alle leerlingen te helpen. De ondervinding leert echter, dat het met wat routine op den duur wel in orde komt. De tweede opmerking van de spreekster is zeker juist. De Daltonmethode is echter zoo geschikt om dergelijke minder logische gevallen uit het wiskundeonderwijs aan het licht te brengen.

Mej. *Kramer* merkt op, dat het voor den leeraar wel moeilijk moet zijn, dat hij in de Daltonuren leerlingen van verschillende klassen moet helpen. Voorts vraagt zij of het niet dikwijls voorkomt, dat een leerling lang moet wachten, voordat de leeraar hem kan helpen.

De heer *de Groot* had, voor hij zich aan het Daltononderwijs ging wijden, dit ook als een bezwaar gevoelt. Het is hem echter gebleken dat de praktijk erg meevalt en dat zich alles heel eenvoudig van zelf regelt.

De heer *Wieringa* staat eenigszins sceptisch tegenover het opgeven en het maken van de taak. Een der voorbeelden door den inleider gegeven, was het zoeken van bijzondere vierhoeken en het nagaan van de eigenschappen, welke deze bezitten. Kunnen nu

werkelijk de leerlingen deze taak tot een goed einde brengen? Welken waarborg heeft men, dat ze het gevondene zelf ontdekt hebben en dat ze elkaar niet geholpen hebben of leerboeken hebben gebruikt? Ook wenscht spreker te weten of de behandeling van een onderwerp besloten wordt door een klassikale bespreking, opdat alle leerlingen een samenvatting van het in de Daltonuren gevondene ontvangen.

De heer *de Groot* antwoordt, dat een dergelijke waarborg niet bestaat, maar dat, daar bij elken leerling de drang tot eigen onderzoek aanwezig is, de leerlingen ook ongetwijfeld zelf zullen zoeken. Doen ze dit niet, dan zijn ze reeds vóór het Daltononderwijs bedorven.

De heer *Sedee* wenscht te weten welke leerlingen het meest van het Daltononderwijs profiteeren, de zwakke, de middelmatige of de begaafde.

De heer *de Groot* antwoordt, dat hierin geen verschil tusschen het Daltononderwijs en het gewone onderwijs bestaat. Op elke H.B.S. is een categorie leerlingen, die er niet behoort en dus mislukt, zoowel bij gewoon als bij Daltononderwijs.

Mej. *Graftdijk* merkt op, dat men in het begin te veel tijd besteedt aan leerlingen, die niet op de school thuis hooren.

De heer *Veldhuis* begrijpt niet goed hoe de verhouding is tusschen de uren, welke als Daltonuren en die, welke als klassikale uren voor eenzelfde vak zijn uitgetrokken. Het kan bijvoorbeeld voorkomen, dat men een onderwerp behandelt; dat buitengewoon geschikt is voor een taak, terwijl er ook wel weken zullen voorkomen, dat het geven van een taak onmogelijk is. Spreekt men in dit opzicht met collega's af, zoodat een ruil van uren mogelijk is? Zijn verder de vrije uren op school eigenlijk geen uren, waarin het huiswerk gemaakt wordt? Voorts is het spreker niet duidelijk, hoe men de grootte van de taak regelt. De hoeveelheid huiswerk voor één avond geeft al moeilijkheden, hoe krijgt men nu voldoende samenwerking onder de leeraren om tot een behoorlijke verdeling te komen van werk voor een geheele week? Kan men de kinderen de inhouden van lichamen zelf laten vinden?

De heer *de Groot* antwoordt, dat voor elk vak de verhouding tusschen de klassikale uren en de uren voor de taak is vastgesteld, zoodat iedere leeraar weet voor hoeveel tijd hij een taak

mag opgeven. Verder is het altijd mogelijk een taak op te geven; voor wiskunde mag een taak bijvoorbeeld ook uit vraagstukken bestaan. Huiswerk wordt ook opgegeven, maar dat is niet hetzelfde als het werk voor de vrije uren. Over het huiswerkprobleem kan inleider niet spreken, daar het op zijn school niet bestaat. Ook de laatste vraag kan hij niet beantwoorden, daar dit onderwerp nog bestudeerd moet worden.

De heer *Krujswijk* voelt het als een onbillijkheid, dat de leerlingen met eenzelfde proefwerk verrast worden, terwijl de individualiteit van den leerling bij het Daltononderwijs in het centrum staat. Waarom geeft men niet een taak, die voor den leerling persoonlijk geschikt is, als verplicht proefwerk?

De heer *de Groot* antwoordt, dat het noodzakelijk is een norm te stellen, welke gericht is op het gemiddelde van de klas.

De heer *Schrek* vraagt of de wettelijke regelingen het Daltononderwijs wel toelaten. Bij Koninklijk besluit is toch voor elk vak een bepaald aantal uren vastgesteld.

De heer *de Groot* antwoordt, dat bij de Daltonmethode aan de wet voldaan is. Het rooster van de school is in overeenstemming met het Koninklijk besluit.

De heer *Bakker* vraagt of de Daltonmethode wel voor alle leerlingen geschikt is en of er wel eens overgang plaats heeft van leerlingen van het Daltononderwijs naar gewoon onderwijs en omgekeerd.

De heer *de Groot* antwoordt hierop, dat er leerlingen zijn, die zoo passief zijn, dat de Daltonmethode voor hen ongeschikt is. Zulken leerlingen wordt aangeraden naar een niet gedaltoniseerde school te gaan. Dit geval komt echter uiterst zelden voor.

De heer *Theling* merkt op, dat er leerlingen zijn, die voortdurend moeten worden nagezeten. Hoe handelt men bij het Daltononderwijs met dergelijke leerlingen?

De heer *de Groot* zegt, dat, indien er leerlingen zijn, die misbruik maken van de Daltonmethode, zij gedurende eenigen tijd aan strenger toezicht worden onderworpen en niet vrij mogen rondloopen gedurende de Daltonuren.

De heer *Droste* vraagt nog of bij het klassikaal onderwijs elke leerling zijn eigen bewijs van een stelling houdt of dat het bewijs van het leerboek voorop wordt gesteld.

Hierop antwoordt de heer *de Groot*, dat iedere leerling zijn zelfgevonden bewijs houdt. Het is echter de vraag of men dit zal kunnen volhouden.

Ten slotte stelt de heer *Buzeman* nog eenige vragen: Wat wordt van de leerlingen gevergd, dat ze onthouden? Wat moeten ze tot hun beschikking hebben en wat moeten ze telkens afleiden? Wordt daarbij leiding gegeven of wordt het aan de leerlingen overgelaten?

De heer *de Groot* zegt, dat dit van den leeraar afhangt. Naar zijn meening moet men de leerlingen zoo weinig mogelijk laten onthouden.

Daar niemand meer het woord verlangt, bedankt de *Voorzitter* den spreker voor zijn boeiende en leerzame voordracht. Hierna wordt ongeveer 15 minuten gepauzeerd.

Na de pauze draagt de heer Tiddens het presidium over aan den heer Verrijp.

De *tweede voordracht* wordt nu gehouden over:

PROSPECTUS

LAGERE ALGEBRA

LEERBOEK VOOR DE
AKTE WISKUNDE L.O.

DOOR

P. WIJDENES

AMSTERDAM

DEEL II

VERGELIJKINGEN, FUNCTIES,
GRAFIEKEN EN REEKSEN.

DERDE DRUK

480 bladzijden, 152 nieuwe figuren.

Gebonden in linnen band f 8,50

 Voor intekenaars op onze wiskundige tijdschriften *Compositio Mathematica*, *Nieuw Archief voor Wiskunde*, *Christiaan Huygens*, *Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde*, *Euclides*, tot 1 Dec. 1935 slechts **f 6,50**.

In Indië tot 1 Febr. 1936.



1 9 3 5

P. NOORDHOFF N.V.
GRONINGEN - BATAVIA

VOORBERICHT.

De derde druk is vergeleken bij de tweede bijna een nieuw boek; de ondervinding, opgedaan bij het dagelijks gebruik, heeft ons aanleiding gegeven om een en ander te veranderen en te verbeteren en vooral te vereenvoudigen.

Lange stukken theorie zijn gesplitst in kleinere, die dan onmiddellijk gevolgd worden door voorbeelden en vraagstukken; daardoor wordt de theorie het best vastgelegd. Men zie de inhoudsopgave. De gemiddelde omvang van een paragraaf theorie met inbegrip van de voorbeelden en de vraagstukken is 9 bladzijden. Wat van minder gewicht is, of bij eerste lezing kan worden overgeslagen, is met kleine letter gedrukt.

Bij de keuze van de onderwerpen, bij de diepte en de omvang van behandeling, is vooral rekening gehouden met de eisen van de examens Wiskunde L.O., hier te lande en in Indië. Van zelf ontstaat daardoor een werk, waarin alles, wat tot de lagere algebra behoort, uitgebreider en degelijker tot zijn recht kan komen dan in een schoolboek.

De voornaamste veranderingen, die zijn aangebracht en die verbeteringen zullen blijken, zijn: de bekorting van de binomiaalvergelijkingen; eenvoudiger voorbeelden voor de ontwikkeling van het functiebegrip en dus tevens van de eerste grafieken; zorgvuldige bespreking en splitsing in onderdelen van de theorie der gebroken functies en van hun uiterste waarden; de ongelijkheden zijn naar de eis behandeld, niet alleen de lineaire, maar ook de kwadratische en de exponentiële; de onbepaalde vergelijkingen, die niet zoveel voorkomen en de normale stof onderbraken, zijn naar het eind verplaatst.

De vele opleiders voor de acte Wiskunde L.O., die dit werk gebruiken, zullen zelf nog wel meer verbeteringen opmerken, die met hun wensen stroken; ze voldoen in elk geval ten volle aan die van de heren TOUSSAINT en VAN WEELE, de leiders van de cursus „Die Haghe”, die bij hun lessen de Lagere Algebra met stijgend succes gebruiken.

In het hele boek wordt de uiterste zorg besteed aan het aanbrengen van heldere begrippen door een zuivere theorie. Als voorbeeld zie men de behandeling van de irrationale vergelijkingen, waarbij de wortels eenwaardig zijn genomen; de behandeling is verder geheel gewijzigd en verbeterd. Men zie ook, hoe de theorie van de gelijkwaardigheid van stelsels vergelijkingen niet beperkt is tot de lineaire, maar ook zorgvuldig wordt uiteengezet bij de irrationale, de exponentiële en de logarithmische, wat nog dringender noodzaak is dan bij de lineaire; ook bij de eliminatie is er volle aandacht aan gewijd.

Nog te veel heerst de verkeerde mening, dat het werken met algebraïsche vormen, de techniek van het vak dus, algebra is; dat moge het zijn voor sommig schoolonderwijs, in geen geval kunnen volwassenen, die door een examen onderwijsbevoegdheid wensen te verwerven, er mee volstaan; deze hebben behoefte aan en recht op een boek, waarin de gehele stof zuiver wordt behandeld. Wij twijfelen niet, of deze nieuwe druk geeft alles, wat geëist kan worden.

—

Hoewel de hoeveelheid en de aard van de vraagstukken de kandidaten geheel op het peil brengen van het examen, zal het toch nuttig zijn, dat ze de „Gids voor Wiskunde L.O.” van VERKAART met de opgaven en uitwerkingen L.O. en de honderden vragen van mondelinge examens ijverig bestuderen. Een onmisbare vraagbaak en krachtmeter is het *Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde* met zijn talrijke vraagstukken (o.a. van de examens L.O., ook uit Oost-Indië) en de model-oplossingen, alle op de hoogte van het examen en de vele verslagen van de mondelinge examens.

Als iemand enige voorkennis nodig acht alvorens aan de Lagere Algebra te beginnen, dan neme hij *Nieuwe School-algebra* door P. WIJDENES en DR. H. J. E. BETH (thans, Juli 1935, I 7e druk, II 6e druk, III 5e druk). Ook hierin vindt hij, zij het op lager plan, goed verzorgde theorie en voldoende oefening.

Het is mij een behoefte mijn dank uit te spreken aan HERREILERS en HARLAAR voor al het werk, dat zij verricht hebben om deze arbeid naar behoren te voleindigen; verder aan DR. J. G. VAN DE PUTTE voor enige opmerkingen, waarmee rekening is gehouden in § 76.

Gebruikers van dit boek, waaronder begrepen de studerenden, zullen mij ten zeerste verplichten met alle mogelijke op- en aanmerkingen.

Amsterdam Zuid.

P. WIJDENES.

Jac. Obrechtstraat 88.

De antwoorden en uitwerkingen zijn ter perse en verschijnen voor September 1935.

INHOUD.

LINEAIRE VERGELIJKINGEN.

Par.		Blz.
1.	Inleiding	1
2.	Vergelijkingen met één onbekende. Algemene eigenschappen	6
3, 4.	De lineaire vergelijking $ax + b = 0$	11
5, 6.	Twee vergelijkingen met twee onbekenden	15
7, 8.	Afhankelijk en strijdig bij twee vergelijkingen met twee onbekenden	26
9, 10.	n vergelijkingen met n onbekenden	33
11, 12.	Afhankelijk en strijdig bij stelsels vergelijkingen met meerdere onbekenden	47
13, 14.	Eliminatie	60
15—17.	Lineaire ongelijkheden	69

LINEAIRE FUNCTIES.

18, 19.	Het begrip functie	86
20, 21.	Grafische voorstelling van een functie	92
22, 23.	Coördinaten	96
24, 25.	De lineaire functie $y = px + q$	98
26, 27.	Grafieken in verband met de oplossing van lineaire vergelijkingen en ongelijkheden	108

VIERTANTSVERGELIJKINGEN.

28, 29.	Oplossing van $ax^2 + bx + c = 0$	119
30, 31.	Aard van de wortels	129
32, 33.	Eliminatie bij vierkantsvergelijkingen	142
34, 35.	Symmetrische functies van de wortels	151
36, 37.	Kwadratische ongelijkheden	167

KWADRATISCHE FUNCTIES.

38, 39.	De grafiek van $y = ax^2 + bx + c$	174
40, 41.	Grafieken in verband met de oplossing van kwadratische vergelijkingen en ongelijkheden	184
42, 43.	Uiterste waarde van $ax^2 + bx + c$	196
44, 45.	Uiterste waarden van een paar symmetrische functies met voorwaarde-vergelijking	209

GEHELE RATIONALE VERGELIJKINGEN.

46, 47.	Hogere-machtsvergelijkingen met gehele wortels	221
48, 49.	Wederkerige vergelijkingen	227

Par.		Blz.
50, 51.	Binomiaalvergelijkingen	234
52, 53.	Twee vergelijkingen met twee onbekenden van de tweede graad	240
54, 55.	Stelsels vergelijkingen van hogere graad	253
56, 57.	Eliminatie	260
58.	Grafieken in verband met de oplossing van twee vergelijkingen met twee onbekenden	266

ANDERE VERGELIJKINGEN EN FUNCTIES.

59, 60.	Gebroken rationale vergelijkingen	273
61.	De functies $y = \frac{c}{x}$ en $y = \frac{c}{x^2}$; asymptoten	284
62, 63.	De functie $y = \frac{ax + b}{px + q}$	287
64, 65.	De functie $y = \frac{ax^2 + bx + c}{px + q}$	292
66, 67.	De functie $y = \frac{ax^2 + bx + c}{px^2 + qx + r}$	298
68, 69.	Irrationale vergelijkingen	314
70, 71.	Grafieken van irrationale functies	329
72, 73.	Exponentiële en logaritmische vergelijkingen	338
74, 75.	Grafieken van de exponentiële en logaritmische functies	350

ONBEPAALTE VERGELIJKINGEN VAN DE EERSTE GRAAD.

76, 77.	Eén vergelijking met twee onbekenden	356
78, 79.	Onbepaalde vergelijkingen met meer dan twee onbekenden	370
80, 81.	VERGELIJKINGEN IN WOORDEN	381

REEKSEN.

82—85.	Rekenkundige reeksen	391
86—89.	Meetkundige reeksen	400
90, 91.	Reken-meetkundige reeksen	413
92, 93.	Harmonische reeksen	418
94—99.	Samengestelde intrest	423
100.	ALGEMENE HERHALING	455
101.	Vraagstukken van het examen Wiskunde L.O. in Ned. Oost-Indië van 1930—1934	471
	Register	473
	Lijst van artikelen over Lagere Algebra uit de jaargangen van het N. T. v. W.	481
	Idem uit die van Euclides	484

	Blz.		Blz.
Complex getal	234	Evenwijdige rechten	107, 111
toegevoegd —	129	Expliciet	90
Complexe vlak	235	Exponentiële functie	350, 403
Contante waarde	417, 426	„ ongelijkheden	347
Convergent	408	„ vergelijkingen	338
Coördinaatassen	96	Extrapoleren	392, 395, 401, 420
Coördinaten	96	Extreem, zie uiterste waarde.	
imaginaire —	272		
Coördinatenstelsel	96		
		Factoren	
Deellijn van een kwadrant	100	aard der —	132
Deling van vergelijkingen	255	imaginaire —	133
Derde evenredige	393, 402	irrationale —	133
Dezelfde vergelijkingen	8	rationale —	133
Disconto	439	reële —	133
„ tafels	427, 440	Functie	89
samengesteld —	440	„ van een nat. getal	391
Discriminant	130	„ „ „ veranderlijke	89, 90
Discussie, zie bespreking.		„ „ twee verander-	
Dubbele wortel	121	lijken	90
		eenwaardige —	89, 90
Eenheid		expliciete —	90
wortels uit de —	235	exponentiële —	350, 403
Eenwaardige functie	89, 90	gebroken rationale —	284
Eenzijdig gesloten interval	305	gehele rationale	7
Eerste lid	3, 75	impliciete —	90
„ soort	228	inverse —	351
Eindbedrag	423, 434	irrationale —	329
Eindig interval	305	kwadratische —	174
Eindpunten van een interval	305	lineaire —	86, 98
Eindwaarde	423, 434	logarithmische —	351
Eliminatie	19, 60, 142, 260, 281	meerwaardige —	89
„ bij rationale verg.	281	rationale —	
„ bij stelsels van		273, 284, 287, 292, 298	
„ hogere graad	260	symmetrische —	151
„ bij vierkantsverg.	142		
„ door gelijkstell.	19, 62	Gebied	114
„ door opt. en aftr.	21, 63	negatief —	114
„ door substitutie	20, 63	positief —	114
Elimineren	61, 66, 142, 260	Gebroken rationale functies	284
Ellips	270, 271, 331	„ „ ongelijk-	
Enkelvoudige intrest	424	heden	81, 283
Euclides	69	Gebroken rationale vergelij-	
Evenredig		kingen	273
gedurig —	402	Gedurig evenredig	402
Evenredige interpolatie	354	Gehele oplossingen	356
derde —	393, 402	„ positieve oplossingen	
middel —	402	356, 364	
		„ rationale functie	7

Ondergeteekende, abonné op $\left\{ \begin{array}{l} \text{„Christiaan Huygens”} \\ \text{„N. T. voor Wiskunde”} \\ \text{„Euclides” (het vroegere Bijvoegsel)} \end{array} \right.$
verzoekt toezending van een exemplaar:

NEWTON'S „PRINCIPIA”

door Dr. H. J. E. BETH

2 deelen geb. f 6.25, in plaats van f 8.50

door bemiddeling van den boekhandel

direct per post,

.....
Naam:

Woonplaats:

.....
*) Ieder abonné heeft slechts recht op 1 ex. en mits besteld vóór 1 Aug. 1932.

BESTELKAART VOOR BOEKWERKEN.

1½ cts.
postzegel

N.V. Erven P. NOORDHOFF'S

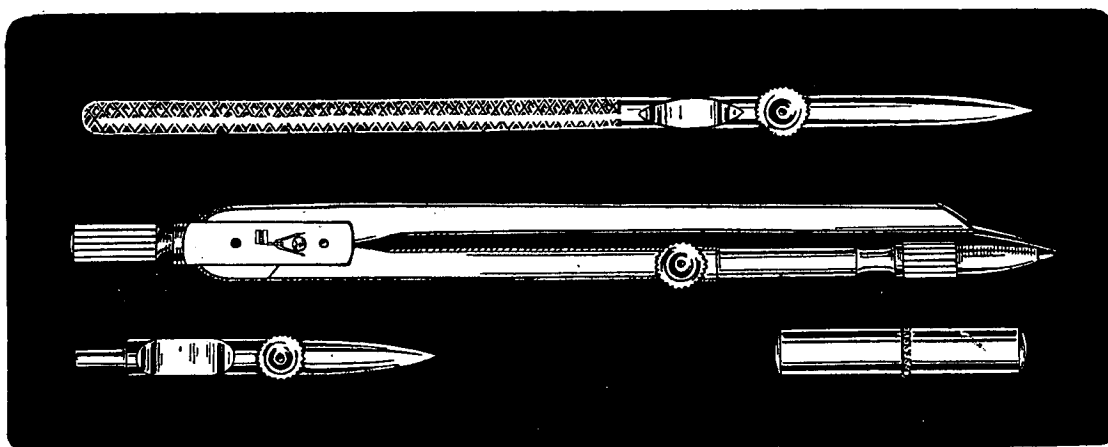
Uitgeverszaak.

Postbus 39

Giro Ned. Bk. No. 1858

Post Giro No. 6593

GRONINGEN.



WARE GROOTTE

NOORDHOFF'S PASSERDOOS

NEDERLANDSCH FABRIKAAT

Bovenstaande afbeelding geeft de ware grootte aan van het materiaal der passerdoos. De passer is vervaardigd van

PRIMA GEWALST NIEUWZILVER

De trekpenen zijn gemaakt van extra gehard

SPECIAAL TREKPENNSTAAL

ROESTVRIJ — OOK IN DE TROPEN

Leerlingen, die niet aan lijntekenen doen, hebben
VOOR HUN SCHOOLWERK GENOEG AAN DIT MATERIAAL,
ook als ze met inkt tekenen

OOK VERKRIJGBAAR IN DE BOEKHANDEL

EISCHT NOORDHOFF'S PASSERDOOS
NEDERLANDSCH FABRIKAAT

Prijs per stuk. . . . **f1.85** per 10 stuks à f 1.75
per 20 stuks à - 1.65

Postgironummer 6593

P. NOORDHOFF N.V. - GRONINGEN-BATAVIA

DE CATALOGUS VOOR WIS- EN NATUUR- KUNDE-UITGAVEN VAN P. NOORDHOFF TE GRONINGEN VERMELDT:

14	titels	Differentiaal- en Integraalrekening
17	"	Analytische meetkunde
36	"	Algebra
34	"	Rekenkunde
11	"	Handelsrekenen
27	"	Meetkunde
15	"	Stereometrie
14	"	Driehoeksmeting
18	"	Beschrijvende meetkunde
11	"	Diversen
19	"	Proefschriften
17	"	Redevoeringen
6	"	Philosophie der Wiskunde
16	"	Examenuitgaven
9	"	Logarithmentafels (21 tafels)
3	"	Natuurkundige Bibliotheek
4	"	Historische Bibliotheek
6	"	Geschiedenis der Wiskunde
20	"	Natuur- en werktuigkunde
5	"	Tijdschriften (N. T. v. Wisk., Euclides, Chr. Huygens, Nieuw Archief voor Wiskunde en Revue Semestrielle)

Vele dezer titels omvatten twee, drie of vier werken

GRATIS EN FRANCO wordt op aanvraag gezonden:

CATALOGUS A - bevattende de titels en prijzen van **alle uitgaven** voor wis- en natuurkunde.

CATALOGUS B - van **schoolboeken**, met volledige inhoudsopgaven en voor welke school of studie geschikt.

CATALOGUS C - idem van **studieboeken**.

CATALOGUS D - bevat de bij Noordhoff verkrijgbare leermiddelen, b.v. veelvlakken - kegels - cylinders - bollen gradenbogen, linialen, enz.

P. NOORDHOFF N.V. - GRONINGEN-BATAVIA

TOEPASSING VAN HET REKENEN MET IMAGINAIRE GROOTHEDEN OP DE BEREKENING VAN WISSELSTROOMEN

DOOR

Dr. P. G. TIDDENS.

Voor de stroomsterkte i in een keten, waarin de electromotorische kracht (e.m.k.) sinusoidaal wisselt, en waarin in serie geschakeld zijn een Ohmsche weerstand R en een inductieve weerstand L , geldt de differentiaal-vergelijking

$$iR = E \sin \omega t - L \frac{di}{dt}; \quad (1)$$

hierin is ω de hoeksnelheid, waarmee de wisseling der e.m.k. geschiedt, terwijl E de maximumwaarde der e.m.k. en t de tijd voorstelt. •

De oplossing dezer vergelijking geeft:

$$i = \frac{E\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\omega t - \varphi), \quad (2)$$

wanneer φ een hoek in het eerste kwadraat is, bepaald door $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}$.

De eerste term van het tweede lid van (2) stelt een stroomsterkte voor, die met het aangroeiën van de tijd tot nul nadert; in den regel zal dan ook reeds zeer kort na het sluiten van de stroom deze term buiten rekening mogen worden gelaten, en mag voor het verdere beloop van de tijd worden aangenomen, dat alleen de tweede term aanwezig is. Dit beteekent, dat de keten, onder de invloed der wisselende e.m.k., doorloopen wordt door een stroom, die evenals deze e.m.k. sinusoidaal verandert, en wel met gelijke frequentie. Tusschen e.m.k. en de stroomsterkte bestaat evenwel een phaseverschil, waarvan de grootte wordt bepaald door de hoek φ , en wel in die zin, dat de e.m.k. een hoek φ bij de stroom voor is.

Uit de vergelijking (2) volgt onmiddellijk de maximumwaarde der stroomsterkte van de zuivere wisselstroom n.l.

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}.$$

In de hierna te bespreken gevallen zullen we steeds onderstellen, dat we te doen hebben met een zuiver sinusoïdaal wisselende stroomsterkte.

Uitgaande van deze onderstelling kunnen we met behulp van de vergelijking (1) vinden, welke e.m.k. noodig is om in een keten, als de boven aangeduide, een wisselstroom te doen ontstaan, waarvan de maximumwaarde $= I$ is, en waarvan de wisselingssnelheid bepaald wordt door ω . We stellen daartoe in (1) e in plaats van $E \sin \omega t$, terwijl we voor i substitueeren $I \sin \omega t$. We krijgen dan

$$IR \sin \omega t = e - IL\omega \cos \omega t,$$

waaruit volgt

$$e = I\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \sin (\omega t + \varphi). \quad \dots \quad (3)$$

$$\text{als } \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}.$$

Uit deze vergelijking volgt eveneens het boven reeds besproken phase-verschil tuschen e.m.k. en stroomsterkte, alsmede de betrekking tuschen de maximum-waarden dezer beide grootheden.

In plaats van een inductieve weerstand kan in een stroomketen, die door een wisselstroom wordt doorlopen, een capaciteit in serie met de Ohmsche weerstand worden geschakeld.

Is de waarde van de capaciteit C , dan wordt voor de e.m.k., die in de keten een sinusoïdaal wisselende stroom doet ontstaan, gevonden de waarde

$$e = I\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} \sin (\omega t - \varphi), \quad \dots \quad (4)$$

waarin φ een hoek is, bepaald door $\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{\omega CR}$.

Ook hier is de benoodigde e.m.k. sinusoïdaal wisselend met dezelfde frequentie als de stroom, maar in phase is hij een hoek φ bij de stroom achter. Zijn maximumwaarde wordt gevonden uit

$$E = I\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}.$$

Nadert in het geval, waarop vergelijking (3) betrekking heeft, de Ohmsche weerstand tot nul, d.w.z. hebben we een keten met enkel inductieve weerstand, dan gaat (3) over in:

$$e = I \omega L \sin(\omega t + \frac{1}{2}\pi) \dots \dots \dots (5)$$

In dit geval is de e.m.k. een rechte hoek in phase voor bij de stroomsterkte, terwijl zijn maximum-waarde bedraagt:

$$E = I \omega L.$$

Nadert in de keten, waarin een capaciteit in serie met een Ohmsche weerstand voorkomt, deze laatste tot nul, dan hebben we:

$$e = \frac{I}{\omega C} \sin(\omega t - \frac{1}{2}\pi) \dots \dots \dots (6),$$

zoodat nu de e.m.k. een rechte hoek in phase bij de stroom achter is, terwijl

$$E = \frac{I}{\omega C}.$$

De betrekkingen, aangegeven in de vergelijkingen (3) t/m (6), kunnen overzichtelijk worden voorgesteld door gebruik te maken van vector-diagrammen.

Het vector-diagram, dat bij (5) behoort, verkrijgen we door een rechthoekig assenstelsel XOY aan te nemen, en op dit stelsel een draaiende vector I, die met een hoeksnelheid ω in de zin van de positieve X-as naar de positieve Y-as wentelt, terwijl we de tijd beginnen te tellen op het oogenblik, dat hij de positieve X-as passeert, zoodat dus op een tijdstip t een hoek ωt met de X-as wordt gemaakt. De projectie van deze vector op tijd t op de Y-as stelt de grootte van de stroom op dat oogenblik voor.

Rechthoekig op de stroomvector, en wel van deze vector uit over een rechte hoek in positieve richting gedraaid, teekenen we de vector der e.m.k.; zijn grootte is ωL maal die van de stroomvector. Zijn projectie op de Y-as leert kennen de e.m.k. $E \sin(\omega t + \frac{1}{2}\pi)$, die benoodigd is om de op datzelfde oogenblik aanwezige stroom, waarvan de sterkte $I \sin \omega t$ is, door de inductieve weerstand L te doen gaan. Fig. 1.

Strikt genomen is het niet noodzakelijk om in de figuur de hoek ωt te teekenen; men kan toch I met de X-as en E met de Y-as laten samenvallen en dan onderstellen, dat I en E met de hoeksnelheid ω in positieve zin draaien om het punt O. Het wil mij voorkomen,

dat de alsdan gevormde figuren minder suggestief zijn dan die, welke op de eerst aangegeven manier worden ontworpen; daarom is ook bij de volgende figuren deze methode verder gevolgd.

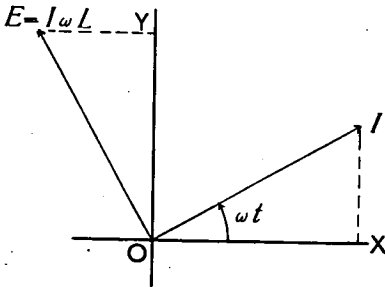


Fig. 1.

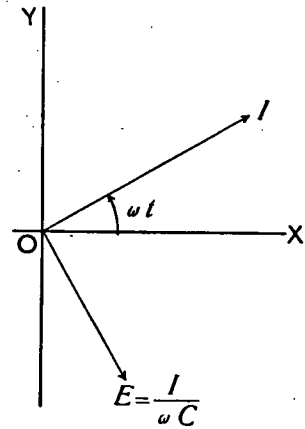


Fig. 2.

Bij vergelijking (6) behoort fig. 2, die op geheel overeenkomstige wijze als fig. 1 verkregen wordt.

Vergelijking (3) geeft aanleiding tot een diagram, dat we vinden door weer uit te gaan van de stroomvector I en te bedenken, dat de e.m.k. thans uit 2 gedeelten bestaat, waarvan het eene dient voor het overwinnen van de Ohmsche weerstand, het andere voor

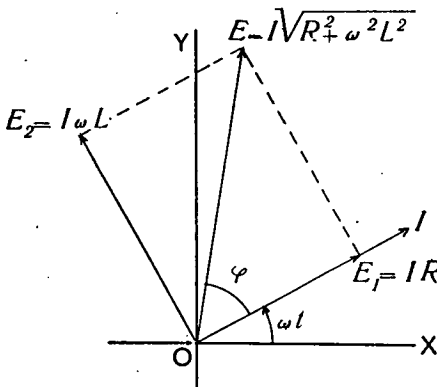


Fig. 3.

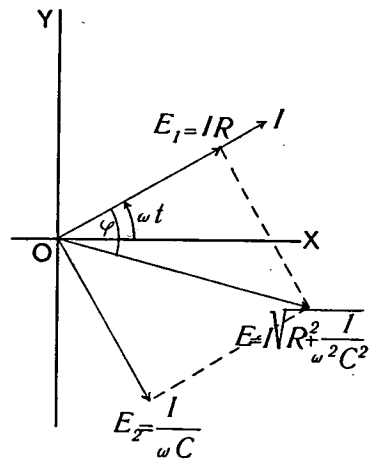


Fig. 4.

het overwinnen van de inductieve weerstand. Het eerste gedeelte der e.m.k. is in phase met de stroom en is op elk oogenblik evenredig met de momenteele stroomsterkte, evenredigheidsfactor = R ;

het tweede is een rechte hoek in phase bij de stroomsterkte voor en is samengesteld evenredig met de inductieve weerstand en met de hoeksnelheid, waarmede de stroomsterkte wisselt. Deze twee gedeelten der e.m.k. worden volgens de methode der vector-diagrammen tot een resulterende e.m.k. samengesteld. Fig. 3.

Fig. 4 geeft de betrekking, neergelegd in vergelijking (4), in een vector-diagram weer.

Met behulp van een vector-diagram kunnen we nu gemakkelijk antwoord geven op de meer algemeene vraag: Welke e.m.k. is noodig om een sinusoidale wisselstroom te voorschijn te roepen in een keten, die in serie bevat Ohmsche weerstand, inductieve weerstand en capaciteit?

We merken nu op, dat er een e.m.k. noodig is voor het overwinnen 1^o) van de Ohmsche weerstand, 2^o) van de inductieve weerstand en 3^o) van de capaciteit. De e.m.k. sub 1 is met de stroom in phase, die sub 2 is een rechte hoek bij de stroom voor en die sub 3 is een even groote hoek bij de stroom achter; de beide laatste gedeelten hebben dus een phase-verschil van een gestrekte hoek.

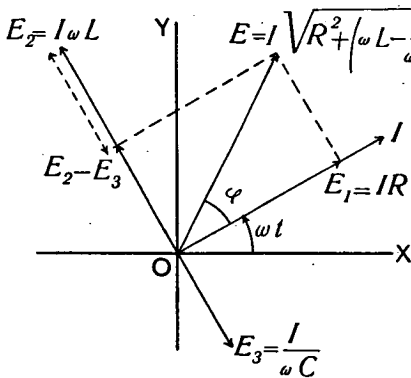


Fig. 5.

De constructie van het vector-diagram levert nu geen enkele moeilijkheid; fig. 5. Hierbij moge worden opgemerkt, dat de beantwoording der gestelde vraag langs analytische weg als vrij wat moeilijker moet worden gekwalificeerd, wanneer men daarbij de methode volgt, die aan het begin dezer voordracht zeer in het kort is aangeduid. De reden daarvan is gelegen in de aanwezigheid van inductieve en capaciteieve weerstanden in de wisselstroomketen; daardoor wordt de betrekking, die het verband tusschen stroomsterkte en e.m.k. aangeeft, vrij gecompliceerd en zulks in tegenstelling met de eenvoudige formules, die van toepassing zijn, zoolang deze beide soorten van weerstand in de keten niet voorkomen, zoolang dus alleen Ohmsche weerstand aanwezig is.

Het mag daarom als een gelukkige vondst worden aangemerkt,

dat men er in is geslaagd om de grootheden, die in de wisselstroomtheorie zoo'n belangrijke rol spelen in zoodanige vormen in de berekeningen te betrekken, dat men voor de formuleering der wetten, waaraan de wisselstroomen onderhevig zijn, komt tot formeel dezelfde resultaten als die, welke voor de gelijkstroom reeds lang bekend zijn.

Men is tot dit resultaat gekomen door de invoering van een rekenmethode, die geheel analoog is aan die, welke geldt voor de berekeningen met complexe getallen, zooals deze in de leer der getallen kunnen geschieden, wanneer men uitgaat van de door Gauss daarvoor aangegeven methode. En deze analogie is zoo volledig, dat zij kan dienen als een illustratie en een toepassing van die rekenmethode. Deze omstandigheid is het dan ook, die mij de vrijheid heeft gegeven U daaromtrent in deze bijeenkomst het een en ander mede te deelen. Hierbij dient nog te worden vermeld, dat een artikel van de hand van W. Spreen in het Zeitschrift für Mathematischen und Naturwissenschaftlichen Unterricht aller Schulgattungen, Jahrgang 58, pag. 273 mij op het idee dezer mededeeling heeft gebracht; terwijl bovendien de door dezen schrijver aangegeven voorstellingsmethode der electricische grootheden ook door mij in het volgende zal worden toegepast.

We gaan dan daarbij als volgt te werk:

Zooals uit het voorgaande kan blijken, vervullen de grootheden ωL en $\frac{1}{\omega C}$ tot op zekere hoogte dezelfde rol als de Ohmsche weerstand R . Ze hebben bijv. dezelfde dimensie als R , daar immers zoowel $I\omega L$ als $\frac{I}{\omega C}$, evenals IR , een e.m.k. aanduidt. Maar anderzijds moet in het vector-diagram de e.m.k. $I\omega L$ een rechte hoek maken met de e.m.k. IR , terwijl eveneens de e.m.k. $\frac{I}{\omega C}$ een rechte hoek, maar dan aan de andere kant, maakt met de e.m.k. IR . De inschakeling van de weerstand ωL of $\frac{1}{\omega C}$ doet a.h.w. de e.m.k. over een rechte hoek in de een of andere zin draaien.

Dit feit kan worden vastgelegd door de totale weerstand, d.w.z. de Ohmsche en de inductieve en capaciteieve, voor te stellen door de coördinaten van een punt van het platte vlak, met dien verstande, dat de x-coördinaat de Ohmsche weerstand voorstelt, terwijl de

positieve y-coördinaat de inductieve weerstand aangeeft en de negatieve de capacatieve weerstand aanduidt. Verder stellen we dan

$$\mathbf{R} = R + j\omega L,$$

waarin het symbool j de beteekenis heeft, dat ωL moet worden afgezet in een richting, die in positieve zin een rechte hoek maakt met de as, waarop R wordt gemeten; de inductieve weerstand is derhalve t.o.v. de Ohmsche over een rechte hoek gedraaid; j duidt aan een draaiing in positieve zin over een rechte hoek.

Past men de draaiing j nogmaals in dezelfde zin toe, dan komen we weer op de lijn, waarop de Ohmsche weerstand is afgezet, met dien verstande evenwel, dat men het gedraaide stuk in mindering van R moet brengen, d.w.z. dat $j \cdot j = -1$ is.

De draaiing j nogmaals herhalende komen we tot de weerstand

$$\mathbf{R} = R - j \frac{1}{\omega C},$$

die de combinatie van een Ohmsche en een capacatieve weerstand kan aangeven.

Het „complexe” getal $\mathbf{R} = R + j\omega L$ heeft blijkbaar tot modulus $\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$ en tot amplitude de hoek φ , bepaald door

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}.$$

We kunnen nu ook schrijven:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} (\cos \varphi + j \sin \varphi) \\ &= \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} e^{j\varphi}. \end{aligned}$$

De stroomsterkte, die een functie van de tijd is, kan op een willekeurig oogenblik t voorgesteld worden door het punt, dat tot coördinaten heeft $I \cos \omega t$ en $I \sin \omega t$. Deze voorstelling kan worden opgevat als een splitsing van de oogenblikkelijke stroom in twee gedeelten, waarvan het eene deel $I \cos \omega t$ behoort bij de Ohmsche weerstand, terwijl het andere deel verloopt in de inductieve of capacatieve weerstand. Het eerste deel vertegenwoordigt een zeker nuttig effect, terwijl dit voor het tweede deel nul is.

Hierbij behoort als complexe uitdrukking voor de stroomsterkte:

$$\mathbf{I} = I (\cos \omega t + j \sin \omega t) = I e^{j\omega t}.$$

Geheel overeenkomstig hiermede kan een sinusoidaal wisselende e.m.k. worden aangegeven door het complexe getal

$$\mathbf{E} = E (\cos \omega t + j \sin \omega t) = E e^{j\omega t}.$$

Het „reële” gedeelte van E dient voor het overwinnen van de Ohmsche weerstand, terwijl het „imaginaire” gedeelte de stroom drijft door de inductieve resp. capacatieve weerstand.

Passen we op deze verschillende „complexe” grootheden toe de regels, die gelden voor het rekenen met de complexe getallen der Algebra, dan kunnen we de uitkomsten, bedoeld in figuren 1 t/m 5, geheel door berekening vinden.

Ter bekorting zullen we ons daarbij bedienen van de exponentiële uitdrukking voor het complexe getal. We hebben boven eerst de vormen met $\sin$ en $\cos$ gegeven, omdat deze uitdrukkingen beter de beteekenis der beide deelen van de verschillende besproken complexe grootheden tot hun recht deden komen.

Voor het in fig. 1 bedoelde geval krijgen we dan:

$$\begin{aligned} R &= jL\omega = L\omega (\cos \tfrac{1}{2}\pi + j \sin \tfrac{1}{2}\pi) = L\omega e^{j\frac{1}{2}\pi} \\ \text{en} \quad I &= Ie^{j\omega t}. \end{aligned}$$

Het product dezer 2 grootheden wordt:

$$IR = IL\omega e^{j(\omega t + \frac{1}{2}\pi)}.$$

Het tweede lid is nu juist de complexe uitdrukking voor de e.m.k., waarvan op een tijdstip t de amplitude $\omega t + \frac{1}{2}\pi$ is; voor dit lid kunnen we dus schrijven de complexe grootheid E , als we deze tot argument geven $IL\omega$. We hebben dan

$$IR = E.$$

Deze betrekking tusschen de drie complexe grootheden is formeel geheel gelijk aan de wiskundige uitdrukking voor de wet van Ohm voor gelijkstroom en wisselstroom met enkel Ohmsche weerstand, en kan, zooals we dit aan het slot zullen doen, toegepast worden voor verschillende berekeningen, die uit de wisselstroomtheorie voortvloeien.

We krijgen nu achtereenvolgens, voor

$$\text{fig. 2.} \quad IR = \frac{I}{\omega C} e^{j(\omega t - \frac{1}{2}\pi)}$$

$$\text{fig. 3.} \quad IR = I \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} e^{j(\omega t + \varphi)}$$

$$\text{fig. 4.} \quad IR = I \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} e^{j(\omega t - \varphi)}$$

$$\text{fig. 5.} \quad IR = I \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} e^{j(\omega t + \varphi)}.$$

Telkenmale kan, bij geschikte keuze van de veranderlijke amplitude en van het argument, het tweede lid dezer betrekkingen voorgesteld worden door een complexe e.m.k. E , zoodat we in al deze gevallen formeel de wet van Ohm als uitkomst vinden.

Op welke wijze deze formule kan worden toegepast, moge uit een tweetal voorbeelden blijken:

1) In een keten met Ohmsche, inductieve en capaciteve weerstand in serie geschakeld doet zich resonantie voor, indien

$\omega L = \frac{1}{\omega C}$. De stroom is dan in phase met de e.m.k.; voor de berekening van de stroomsterkte heeft alleen de Ohmsche weerstand in rekening te

worden gebracht. Hoe groot is in zoo'n geval het spanningsverschil E_1 tusschen de uiteinden van de inductieve weerstand en dat tusschen de uiteinden van de capaciteit E_2 ? Zie fig. 6.

De spanning E_1 tusschen de punten B en C wordt gevonden uit

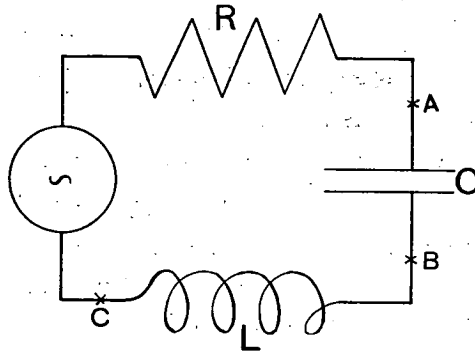


Fig. 6.

$$E_1 = IR_{BC},$$

waarin R_{BC} volgens de onderstelling enkel inductieve weerstand bevat. Nu is, volgens het bij fig. 1 besprokene,

$$E_1 = I e^{j\omega t} \cdot \omega L e^{j \cdot \frac{1}{2}\pi} = I \omega L e^{j(\omega t + \frac{1}{2}\pi)}.$$

Voor het spanningsverschil E_2 tusschen de uiteinden van de capaciteit kunnen we schrijven:

$$E_2 = IR_{AB},$$

waarin R_{AB} de capaciteve weerstand aangeeft. I stelt dezelfde waarde voor als in de voorgaande formule, daar de weerstanden in serie geplaatst zijn, zoodat de stroomsterkte voor alle op hetzelfde oogenblik dezelfde is.

Uit de bij fig. 2 behoorende vergelijking volgt nu

$$E_2 = \frac{1}{\omega C} e^{j(\omega t - \frac{1}{2}\pi)}.$$

Volgens de gemaakte onderstelling omtrent de inductieve en capacitive weerstand is $L\omega = \frac{1}{\omega C}$, waaruit volgt, dat

$$E_1 : E_2 = e^{j(\omega t + \frac{1}{2}\pi)} : e^{j(\omega t - \frac{1}{2}\pi)} = -1,$$

zoodat dus de beide gezochte spanningen elk oogenblik even groot maar tegengesteld zijn.

De wisselstroom-machine, die de stroom in de keten levert, heeft derhalve enkel te zorgen voor een e.m.k., die de Ohmsche weerstand in de keten moet overwinnen. In vele in de praktijk voorkomende gevallen blijkt het, dat de maximum-waarde van E_1 en dus ook die van E_2 , in verband met de grootte der constanten, waarvan deze waarden afhangen, veel grooter kunnen zijn dan de maximum-waarde der e.m.k. van de wisselstroom-machine (Ferranti-effect).

2) Een inductieve weerstand en een capacitive zijn parallel

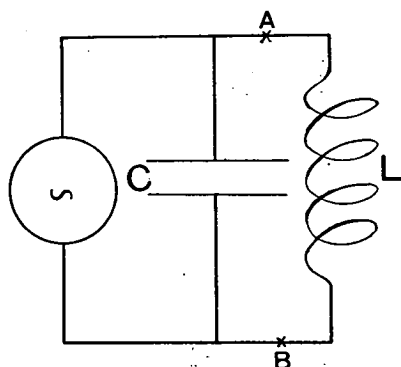


Fig. 7.

geschakeld; hun uiteinden zijn verbonden met een dynamo, waarvan de e.m.k. wordt aangegeven door $E \sin \omega t$. Gevraagd de stroomsterkte in de toeleidingsdraden, als de Ohmsche weerstand in de keten kan worden verwaarloosd. zie fig. 7.

Tusschen de punten A en B bestaat tengevolge van de onderstelling betreffende de te verwaarloozen Ohmsche weer-

stand een spanningsverschil, dat voortdurend gelijk is aan de e.m.k. van de machine.

Voor de tak ALB geldt

$$I_L = \frac{E}{R_L}$$

en voor de tak ACB

$$I_c = \frac{E}{R_c},$$

terwijl de stroomsterkte I in het ongesplitste deel gelijk is aan $I_L + I_c$. We hebben dus:

$$I = E \left(\frac{1}{R_L} + \frac{1}{R_c} \right) = E \frac{R_c + R_L}{R_c \cdot R_L}$$

of

$$I = E e^{j\omega t} \cdot \frac{-\frac{j}{\omega C} + j\omega L}{\frac{L}{C}} = \frac{CE}{L} e^{j\omega t} j \cdot \left(-\frac{1}{\omega C} + \omega L \right)$$

$$I = E \left(-\frac{1}{\omega L} + \omega C \right) e^{j\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}.$$

Hierbij is ondersteld, dat $-\frac{1}{\omega L} + \omega C$ positief is; de stroomsterkte is dan een rechte hoek in phase voor bij de e.m.k.; is de genoemde waarde negatief, dan blijkt het, dat de stroom evenveel in phase bij de e.m.k. achter is.

Is $-\frac{1}{\omega C} + \omega L = 0$, dan is eveneens $I = 0$, zoodat de vertakking werkt als een oneindig groote weerstand; dit altijd in de onderstelling, dat de Ohmsche weerstand te verwaarloozen is.

In het laatst bedoelde geval bestaat in de beide takken wel een stroom; die in de eene tak is even sterk als die in de andere, doch beider richtingen zijn elk oogenblik aan elkaar tegengesteld.

Voor de eene tak hebben we

$$I_c = \frac{E}{R_c} = \frac{E \cdot e^{j\omega t}}{\frac{-j}{\omega C}} = E \omega C e^{j(\omega t + \frac{1}{2}\pi)}$$

en voor de andere

$$I_L = \frac{E}{R_L} = \frac{E \cdot e^{j\omega t}}{j\omega L} = \frac{E}{\omega L} e^{j(\omega t - \frac{1}{2}\pi)},$$

waaruit volgt, bij de gemaakte onderstelling omtrent $\frac{1}{\omega C}$ en ωL ,

$$I_c = -I_L.$$

DISCUSSIE.

Na de voordracht van den heer Tiddens worden door eenige aanwezigen enkele vragen gesteld.

De heer *Beth* merkt op, dat spreker de theorie op serieschakeling heeft toegepast. Hij zou gaarne weten of spreker ook onderzocht heeft of dezelfde theorie op parallelschakeling kan worden toegepast.

De heer *Tiddens* licht aan de hand van een schema toe, dat dit geen verandering geeft.¹⁾

De heer *Oort* wenscht te weten, wat men over dit onderwerp aan de leerlingen zou kunnen meedeelen, waarop de heer *Tiddens* antwoordt, dat het hem voor de leerlingen wel wat te moeilijk toeschijnt.

Ook de heeren *Kruijswijk* en *v. d. Neut* doen eenige vragen, die door spreker worden beantwoord.

De heer *Verrijp* bedankt nu den heer Tiddens voor zijn boeiende voordracht.

Hierna neemt de heer *Tiddens* weer het voorzitterschap van den heer *Verrijp* over en zegt, dat het hem een vreugde geweest is om de sectie te presideeren en dat hij er zich in het bijzonder over verheugt, dat de heer *Verrijp* bij het einde tegenwoordig is. Spreker zou dezen dag willen noemen „den dag van *Verrijp*”. Deze dag is door den heer *Verrijp* georganiseerd; hij is de kroon op het werk, dat de heer *Verrijp* al 11 jaar als voorzitter van *Liwenagel* gedaan heeft. Het is spreker een waar genoegen om namens alle aanwezigen den heer *Verrijp* hiervoor dank te zeggen.

Niets meer aan de orde zijnde, sluit de Voorzitter de sectievergadering.

¹⁾ Deze toelichting is als tweede voorbeeld aan de tekst der voordracht toegevoegd.

SECTIEVERGADERING NATUUR- EN SCHEIKUNDE.

Verzorging: het algemeen bestuur van de Vereeniging van Leeraren in Natuur- en Scheikunde.

Te 2.15 opent de Voorzitter (dr. Gerrits) de vergadering. De volgende voordracht wordt gehouden:

RÖNTGENANALYSE VAN KRISTALLEN

DOOR

Dr. J. M. BIJVOET.

§ 1. *Inleiding.* Het opmeten van de ligging der atomen in kristal en molecule met behulp van Röntgenstraling is in chemie en physica zóó belangrijk geworden en de methode kan zóó suggestief gedemonstreerd en instructief ontwikkeld worden, dat het, naar het eerste gedeelte van deze voordracht wil aantoonen, mogelijk en wenschelijk is deze stof op Gymnasium en H. B. S. te behandelen.

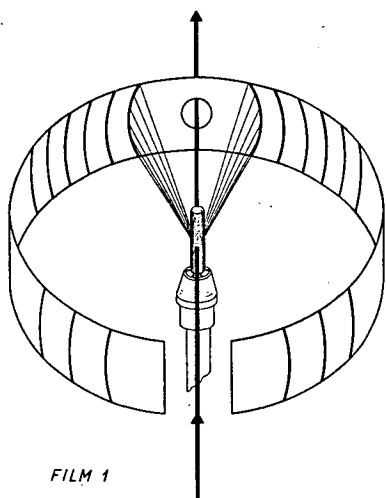


Fig. 1.

figuur aangegeven. Met een door Philips' fabrieken vervaardigd

Men laat een fijne bundel Röntgen-straling, geleverd door een Röntgenbuis met b.v. koper-antikathode,¹⁾ vallen op wat kristalpoeder. Voor dit laatste kiezen wij keukenzout. Men kan nu constateeren, dat de straling niet alleen het poeder doordringt, maar dat zij ook zijdelings wordt afgebogen en wel onder eenige scherp bepaalde afbuigingshoeken. Een fotografische film, cilindrisch om het praeparaat gebracht (zie fig. 1), laat n.l. na ontwikkelen een afbuigingsbeeld zien als in de

¹⁾ Van het antikathode-materiaal hangt de kwaliteit (golflengte) der straling af.

aggregaat (hoogspanningstransformator - Röntgenbuis - opname-camera), ¹⁾ dat alle moeite en gevaren van het werken met intensieve Röntgen-straling *volkomen* elimineert, is een dergelijke opname in een tiental minuten te maken.

De demonstratie van een zoo onverwacht en fraai afbuigingsverschijnsel door wat onaanzienlijk kristalpoeder verzekert m.i. van den beginne af de belangstelling op den weg, die den kristal-bouw heeft doen kennen tot in de nauwkeurige ligging en afmeting der afzonderlijke atomen.

Laat ik schetsen, hoe de leerling de interpretatie der kristaldiffractie voor een goed deel *actief* kan volgen, wat hem met den inhoud der verschillende stappen vertrouwd maakt.

§ 2. *Vervaardiging en berekening van het diagram van een keukenzout-kristalletje, dat om een kubusribbe gedraaid wordt.*

Men make een opname, waarbij een kristalletje (splijtkubusje) van keukenzout belicht wordt, dat opgesteld is met een kubusribbe volgens de camara-as en tijdens de opname om die as gedraaid wordt. ²⁾ Na belichting van een half uur verkrijgt men het beeld van fig. 2.

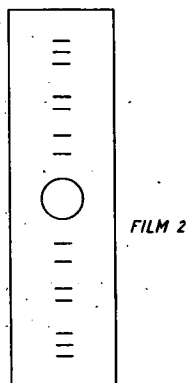


Fig. 2.

Men kan hieruit direct aflezen, dat een kubusvlak van het keukenzout-kristal de opvallende straling niet reflecteert bij *elken* stand van het kristal: dan toch zou bij draaiing van het kristal *elke* richting de rol van reflectie-richting doorloopen. Denk nu echter in het inwendige van het kristal de deeltjes in een *volkomen regelmatige* stapeling — zooals kristallografen reeds lang onderstelden — dan zal men in het kristal-innerlijk evenwijdig aan een buitenvlak (ons kubusvlak) met deeltjes dicht bezette „netvlakken” hebben, welke elkaar op vasten afstand opvolgen. (Men

toone een eenvoudig ruimte-rooster als dat, waarin de deeltjes gerangschikt liggen in de hoekpunten van kubische cellen, zie fig. 6). Gaan wij na, hoe bij zulk een bouw ons draaiend kristal op den invallenden bundel zal reageeren; te bedenken is dan,

¹⁾ Beschreven in Zeitschrift für Kristallographie 77, 507 (1931).

²⁾ Hiertoe kan het best een uurwerkje op de camera gemonteerd worden.



Opname April 1932

Dr. D. P. A. VERRIJP

geb. 27 Jan. 1869; 1 Sept. 1892 leeraar aan de H.B.S. en B.A.S. te Deventer;
1896 leeraar aan het Gymnasium te Arnhem; 1902 tevens verbonden aan de
Handelsschool aldaar.

1921 voorzitter van de Groep Leeraren in Wiskunde en Natuurwetenschappen
aan Gymnasia en Lycea.

dat de Röntgen-stralen, diep in het kristal doordringend, van *elk* der opvolgende netvlakken een gereflecteerde golf doen uitgaan, welke golfjes samen den gereflecteerden bundel formeeren. Alleen wanneer deze elkaar superponeerende golfjes onderling *volkomen* in phase zijn, zal er een gereflecteerde bundel ontstaan. Bestaat er toch ook maar een gering phase-verschil tusschen de golfjes afkomstig van twee opvolgende netvlakken, dan zal dit defect voor het eerste en een zeker ver weg gelegen vlak oploopen tot zulk een bedrag (π), dat de golven tegen deze beide vlakken teruggekaast elkaars werking juist opheffen; aldus de vlakken samennemend, blijkt er van de terugkaatsing niets terecht te komen, tenzij dan de golfjes afkomstig van opvolgende vlakken volkomen in phase overeenstemmen. Deze voorwaarde is slechts vervuld bij zeer bepaalde waarden van den hoek, waaronder de stralen op het reflectie-vlak invallen. Deze waarden, welke direct aan onze film van fig. 2 ontleend kunnen worden, staan in verband met — en stellen in staat te besluiten tot — den afstand tusschen de opvolgende netvlakken.

Bedoeld verband lezen wij af uit fig. 3, waar voor twee opvolgende netvlakken een opvallende en teruggekaatste straal aangegeven is. Het wegverschil tusschen beide stralen is daar geconstrueerd als $ED + DH = 2 ED = 2d \sin \vartheta$, waarin, als aangegeven, d de netvlak-afstand voorstelt en ϑ de hoek, welke de opvallende bundel maakt met het netvlak. De voorwaarde voor reflectie is dus, dat dit verschil precies een geheel aantal (n) golflengten der gebruikte Röntgen-straling bedraagt; in formule:

$$2d \sin \vartheta = \lambda n. \quad (I).$$

Geldt fig. 3 voor de reflectie, waarbij het wegverschil tusschen de stralen, afkomstig van opvolgende netvlakken, één golflengte bedraagt, de z.g. 1e orde-reflectie, dan

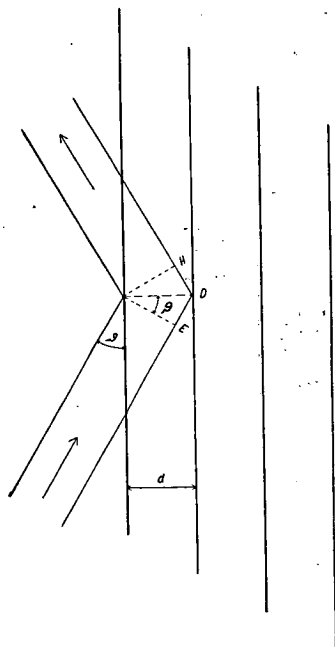


Fig. 3.

dan

geven fig. 4b en 4c de overeenkomstige standen van kristal en richting van gereflecteerden bundel voor de 2e en 3e orde-reflectie.

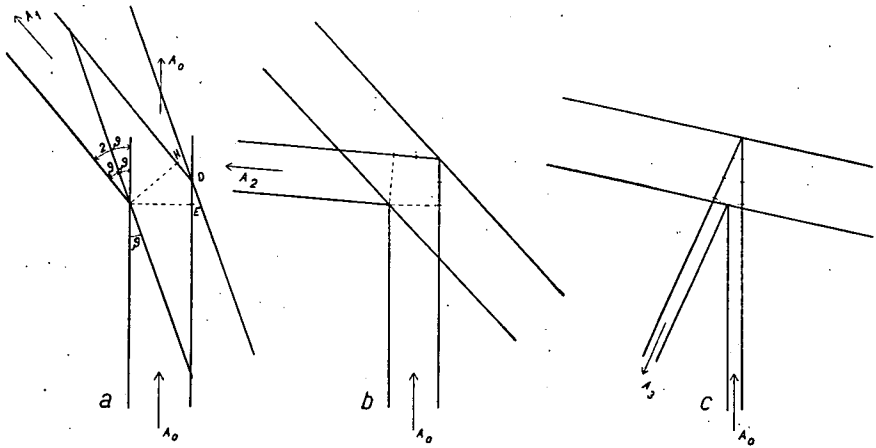


Fig. 4.

Het meten der terugkaatsingshoeken uit onze film 2 is zeer eenvoudig: Men vindt in de diffractiepunten de richtingen A_1 , A_2 , A_3

		1	2		3	1'	2'		3'				
FILM.	Schema- tisch.	afstand langs film in c.m.	2θ	θ	sin θ	afstand langs film in c.m.	2θ	θ	sin θ				
	A ₃ —	5.5	110°	55°	0.82	5.05	101°	50.5°	0.77				
	B ₂ —												
	A ₂ —	3.3	66°	33°	0.55	2.25	45°	22.5°	0.38				
	B ₁ —	1.6	32°	16°	0.27								
	A ₁ —				2.25	45°	22.5°	0.38					
		1.6	32°	16°					0.27				
	—	3.3	66°	33°	0.55	5.05	101°	50.5°	0.77				
	—	5.5	110°	55°	0.82								
	—												
	—	5.5	110°	55°	0.82								

FILM 2

fig. 5

geregistreerd. De richting A_0 , door de centrale vlek te vaag gegeven, vindt men als midden tusschen overeenkomstige reflecties ter rech-

ter en ter linker zijde. Hieruit zijn de waarden direct te berekenen, immers de afbuigingshoek tusschen opvallende richting A_0 en gereflecteerde A bedraagt — zie fig. 4a — 2ϑ , zoodat het slechts noodig is de afstanden A_0A langs de film tot graden om te rekenen.

Men geeft den leerling film 2¹⁾ op te meten. Hierbij wijst men ter interpretatie eerst de in fig. 5 met A_1 , A_2 en A_3 gemerkte reflecties aan. Bij elk dier reflecties (zie fig. 5) wordt de afstand uit het midden genoteerd, omgerekend²⁾ tot den overeenkomstigen afbuigingshoek 2ϑ , tot ϑ , tot $\sin \vartheta$. Uit kolom 3 blijkt:

$\sin \vartheta_{A_1} : \sin \vartheta_{A_2} : \sin \vartheta_{A_3} = 0,27 : 0,55 : 0,82 = 1 : 2 : 3$, welk verband deze reflecties doet kennen als 1e, 2e en 3e orde-reflecties tegen eenzelfde netvlak.

Vervolgens vat men de met B_1 en B_2 gemerkte reflecties in het oog. Dat bij een roosterstructuur als van fig. 6 ons draaiend kristal nog andere reflecties moet leveren dan die tegen het kubusvlak is gemakkelijk in te zien: Elke schaar netvlakken, welke men in het bouwsel kan aanwijzen, zal op de boven beschreven wijze de Röntgen-straling

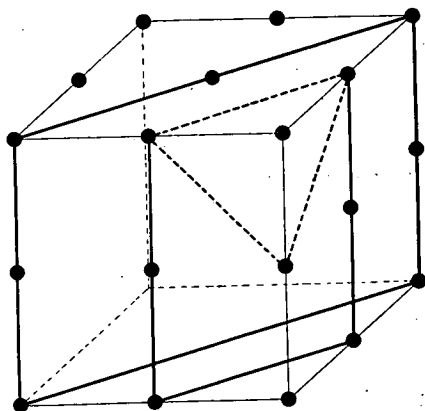


Fig. 6.

bij passende invalshoek terugwerpen (dat deze aan het steenzoutkristal niet als buitenvlakken optreden, kan voor de Röntgenstraling, die toch het kristal doordringen, weinig verschil maken); elke verticaal staande schaar, zooals die in fig. 6 aangegeven,

¹⁾ Door afdrukken is de film in gewenscht aantal te vermenigvuldigen. Wij geven de afstanden in fig. 5 slechts tot in mm. op, hoewel met een dubbelen decimeter tienden van mm. te schatten zijn. Dit laatste cijfer valt dan echter binnen de kleine afwijking, die de dikte van het praeparaat in de plaats der afbuigingslijnen veroorzaakt (straling niet precies in de as der camera afgebogen). Men neme dus het bestraald kristalletje van zoo klein mogelijke doorsnede.

²⁾ Een afstand $2r$ (r = straal camera) langs de film representeert 360° , de straal der camera moet dus gemeten worden; deze is bij het Philips-apparaat zoo gekozen, dat 1 mm met 2° overeenkomt; de in kolom 1 van fig. 5 opgegeven afstanden hebben op deze schaal betrekking.

reflecteert daarbij in het horizontale waarnemingsvlak onze filmstrook.

Bij de reflecties B_1 en B_2 dan, worden weer de $\sin \vartheta$ -waarden afgeleid. Uit kolom 3 blijkt: $1^\circ, \sin \vartheta_{B_1} : \sin \vartheta_{B_2} = 0,38 : 0,77 = 1 : 2$, wat deze reflecties doet kennen als 1e en 2e orde-reflecties tegen eenzelfde netvlak; $2^\circ, \sin \vartheta_{A_1} : \sin \vartheta_{B_1} = 0,27 : 0,38 = 1 : \sqrt{2}$, wat volgens verg. (I) leert, dat de reflecties B ontstaan tegen een schaar netvlakken, wier onderlinge afstand $\frac{1}{\sqrt{2}}$ maal zoo groot is als die der bij de reflecties A behorende vlakken.

In het in fig. 6 geteekende rooster is de afstand tusschen de met stippellijnen aangegeven vlakken ¹⁾ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ maal die tusschen de kubusvlakken. Bij onze waarnemingen past dus de kubische celbouw van fig. 6.

§ 3. *Vervaardiging en berekening van een diagram, waarbij het keukenzoutkristalletje om een zijvlakdiagonaal-richting gedraaid wordt.*

Wij gebruiken dus, aan de hand van verg. (I), de afbuigings-

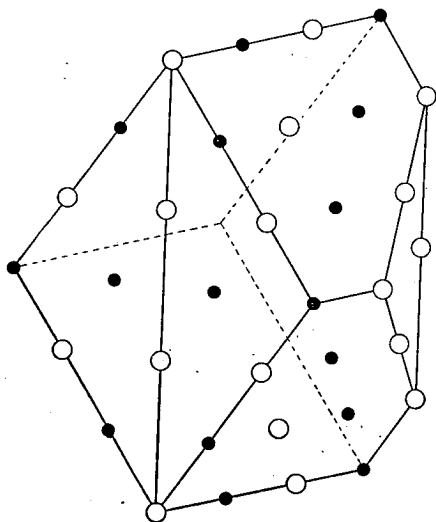


Fig. 7.

hoeken om er een peiling der netvlakafstanden in verschillende richtingen van het kristal mede te verrichten. Leerzaam is het, dit ook voor de octaëder-vlakken nog te herhalen; dit zal blijken, naast een bevestiging van onzen kubischen cellenbouw, uitsluitel te geven t.o.v. de fundamentele, nog niet te berde gekomen vraag, wát voor deeltjes (grootere NaCl-complexen, of NaCl-moleculen of afzonderlijke Na-

en Cl-atomen) in het kristal in de aequidistante rangschikking van fig. 6 worden aangetroffen.

¹⁾ z.g. rhombendodekaëder-vlakken.

Willen wij de octaëder-reflecties naar onze film, d.i. in een horizontaal vlak, afgebogen vinden, dan moet thans een octaëder-vlak vertikaal staan; in een nieuwe proef monteren wij derhalve het steenzoutkubusje met een zijvlakdiagonaal in de richting der camera-as (zie fig. 7). Men verkrijgt dan de film 3 van fig. 8. Allereerst doet men hier opmerken, dat de afbuigingen A en B teruggevonden worden; dit moet het geval zijn, immers bij de

FILM.	Schema- tisch.	reeds gevonden reflecties		reflecties C	1	2		3
		A tegen kubus- vlak.	B tegen rhomben- decaëder vlak.		afstand langs film in c.m.	2ϑ	ϑ	$\sin \vartheta$
				C ₄ —	7.1	142°	71°	0.95
				C ₃ —	4.5	90°	45°	0.71
				C ₂ —	2.8	56°	28°	0.47
				C ₁ —	1.35	27°	13.5°	0.23
				—	1.35	27°	13.5°	0.23
				—	2.8	56°	28°	0.47
				—	4.5	90°	45°	0.71
				—	7.1	142°	71°	0.95
				—	—	—	—	—
				—	—	—	—	—

FILM 3

fig. 8

opstelling van fig. 7 treft men wederom vertikaal staande kubus- en rhombendodekaëder-vlakken aan.

Vervolgens wijze men de met C₁, C₂, C₃ en C₄ aangegeven reflecties ter onderzoek aan. Hun $\sin \vartheta$ -waarden worden berekend. Het blijkt, dat $\sin \vartheta_{C_1} : \sin \vartheta_{C_2} : \sin \vartheta_{C_3} : \sin \vartheta_{C_4} = 0,23 : 0,47 : 0,71 : 0,95 = 1 : 2 : 3 : 4$. Deze betrekking indentificeert de afbuigingen als reflecties van opvolgende orden tegen eenzelfde netvlak. Merk op, dat, terwijl de A en B reflecties alle van eenzelfde sterkte waren, hier een karakteristiek afwisselen van zwakke en sterke reflecties gevonden wordt: C₁ zwak, C₂ sterk, C₃ zwak, C₄ sterk.

De sterke reflecties het eerst beschouwend, vergelijken wij hun $\sin \vartheta$ -waarden met die der kubus (A)-reflecties:

$$\frac{\sin \vartheta_{C_2}}{\sin \vartheta_{A_1}} = \frac{0.47}{0.27} = \sqrt{3}.$$

Wij besluiten, dat aan de sterke C-reflecties een $\frac{1}{\sqrt{3}}$ maal zoo groote netvlakafstand ten grondslag ligt als aan de kubusvlak-reflecties. In ons model van fig. 6 past deze verhouding voor de octaëder-

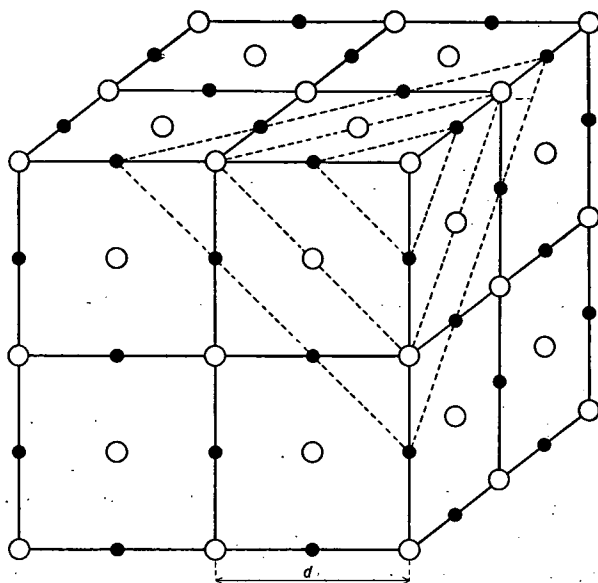


Fig. 9.

vlakken (3 octaëdervlak-afstanden = lichaamsdiagonaal v. d. kubus = $\sqrt{3}$ kubusribbe, dus octaëdervlak-afstand = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ kubusvlak-afstand). Deze overeenkomst tusschen de afstandsverhoudingen in model en experiment bevestigt dus voor het steenzout-kristal de structuur van fig. 6, terwijl wij bovendien de C-reflecties leeren kennen als werkelijk afkomstig van het octaëdervlak.

Het tusschengevoegd vinden van de zwakke octaëder-reflecties is nu echter *niet* in overeenstemming met het structuurmodel van fig. 6. Hierin dachten wij de celpunten alle op gelijke wijze bezet. Het meer ingewikkelde gedrag der octaëder-reflecties toont — zooals onder wordt afgeleid — dat de roosterpunten in ons model

afwisselend bezet zijn, op de wijze als in fig. 9 aangegeven; i.e. moet dit dan zijn met afzonderlijke Na resp. Cl atomen. De opvolgende octaëdervlakken zijn dan ongelijkwaardig, n.l. afwisselend louter met Na resp. Cl bezet; dit verklaart het optreden der tusschengevoegde zwakke reflecties: Is toch het wegverschil — zie fig. 10a — tusschen de straling afkomstig van de opvolgende vlakken I en II *precies één golflengte* (of wel een geheel aantal golflengten), dan treedt een sterke reflectie op, waarbij alle tegen

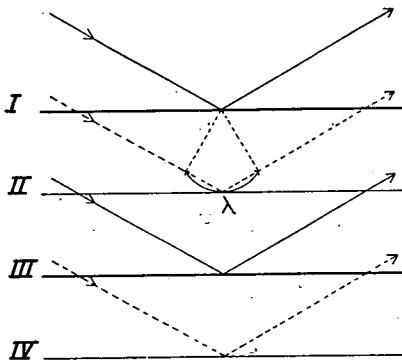


Fig. 10a.

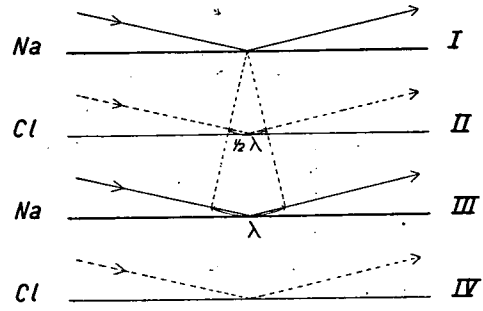


Fig. 10b.

een netvlak gereflecteerde golfjes onderling volkomen samenwerken. Voor een schaar aequidistante, *gelijkwaardige* netvlakken typeert dit, zooals wij boven nagingen, de eenige reflectie-mogelijkheid. In het geval van fig. 10 is er echter ook nog een tweede, die in fig. 10b is aangegeven: Hier voldoet genoemd wegverschil tusschen opvolgende Na- of opvolgende Cl-vlakken wel weer aan den eisch precies één golflengte te bedragen, zoodat onderling alle Na en evenzoo onderling alle Cl samenwerken. Het wegverschil tusschen de straling afkomstig van vlak I resp. II bedraagt nu echter *juist een halve golflengte*: de bijdragen der Cl-vlakken werken nu precies in tegen die der Na-vlakken. Een zwakke reflectie resulteert hier, dank zij de omstandigheid, dat een met Cl atomen bezet vlak de Röntgenstraling in andere (sterkere) mate reflecteert dan een Na-vlak.

De zwakke reflexen treden dus op, als het wegverschil tusschen de straling afkomstig van opvolgende octaëder-vlakken juist $\frac{1}{2} \lambda$, $1\frac{1}{2} \lambda$, enz. bedraagt; de sterke, waar deze wegverschillen λ , 2λ , enz. groot zijn. De afbuigingshoeken der zwakke reflexen liggen dus

telkens tusschen die der sterke. Dit is precies, wat wij vonden bij de C-reflexen.

Het optreden der zwakke octaëder-reflecties bij steenzout bewees de tweesoortige bezetting der roosterpunten, voerde tot de hoogst-opmerkelijke conclusie, *dat het NaCl kristal opgevat moet worden als stapeling van aequidistante Na- en Cl-atomen (ionen)*, waarin geen nauwer molecule-verband een Na deeltje bij één der zes hem omringende Cl deeltjes doet behooren. Men heeft aangetoond, dat de deeltjes geladen zijn; het kristal is dus een ion-stapeling, waarin de electrostatische aantrekking tusschen de positief en negatief geladen ionen het geheel tezamen houdt.

Men overtuige zich er nog van, dat in de opvolging en onderlinge gelijkwaardigheid der kubus- en rhombendodekaëdervlakken niets is veranderd bij den overgang van het model van fig. 6 op dat van fig. 9, zoodat de conclusies uit film 2 getrokken, vervuld zijn gebleven. Ten slotte zij vermeld, dat aan vele andere netvlakken op geheel analoge wijze de reflecties zijn bestudeerd, welker gegevens alle het model van fig. 9 bevestigen.

§ 4. *De absolute schaal der atoomstapeling.* Wij bepaalden voor keukenzout het structuurmodel van fig. 9, maar de *schaal* waarop deze figuur verkleind moet worden om de werkelijkheid weer te geven, kwam nog nergens ter sprake. Ons procédé, steunend op verg. (I), bestond in het opmeten van netvlakafstanden in golf-lengten en dientengevolge ook onderling. $2d \sin \vartheta = n\lambda$. Voor de eerste kubus-reflectie A, vonden wij $\sin \vartheta = \sin 16^\circ = 0,27$; $n = 1$, dus $\frac{d}{\lambda} = \frac{1}{2 \sin \vartheta} = 1,8^{(5)}$ (II).

De vraag is nu, hoe men tot de absolute afmetingen van d en λ komt. Natuurlijk behoeft een absolute meting slechts voor d of λ doorgevoerd te worden, waarna betrekking (II) de andere grootheid ook absoluut doet kennen.

a. Tot voor kort was het uitgangspunt een *primaire bepaling van d*: Voor keukenzout weet men, dat het moleculairvolume $27,0 \text{ cm}^3$ bedraagt (moleculairgewicht 58,5, dichtheid 2,16). In dit volume bevinden zich $2N$ ionen ($N = \text{getal van Avogadro}$). Het volume per ion is dus $\frac{27,0}{2,0,606 \cdot 10^{24}} = 22,5 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^3$, hetgeen met een kubusje met ribbe $\sqrt[3]{22,5 \cdot 10^{-24}} = 2,82 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$ overeenstemt.

Uit fig. 9 blijkt, dat een kubus met ribbe d (netvlakafstand der kubusvlakken) juist één ion bevat. Derhalve $d = 2,82 \cdot 10^{-8}$ cm.

b. Van voor eenige jaren dateeren nauwkeurige *primaire metingen van λ* voor weeke Röntgen-straling. Daarbij wordt de golflengte, dank zij een kunstgreep¹⁾, bepaald met behulp van een rooster van Rowland, op de voor het zichtbare licht gebruikelijke methode.

Bij de onder *a* genoemde primaire bepaling van d dankt men het afdalen tot de grootte-orde der atomaire afstanden aan het gebruik van het getal van Avogadro. Bij de tweede methode benut men den kunstgreep van den rakelingschen inval om tralie-afstand van de orde van 10^{-3} cm en golflengte van de orde 10^{-7} cm commensurabel te maken.

¹⁾ Fig. 11 illustreert voldoende het gebruik van een rooster, waarbij naast de teruggekaatste richting (0^e-orde) die van het eerste buigings-

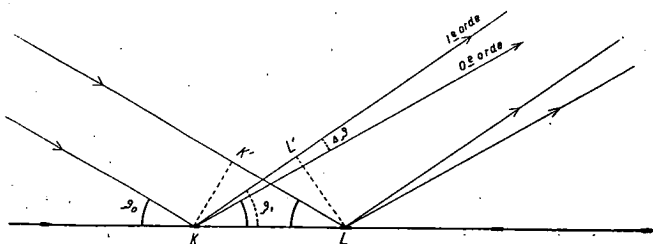


Fig. 11.

maximum is geteekend. De buigingsvoorwaarde luidt: wegverschil $KL' - LK = d (\cos \vartheta_1 - \cos \vartheta_0) = \lambda$. Vraagt men hoever 0^e en 1^e orde uiteenliggen ($\Delta \vartheta$) bij gebruik van een rooster met d van de orde 10^{-3} cm en voor opvallende weeke Röntgen-straling met λ van de orde 10^{-7} cm, dan moet $\cos \vartheta_1 - \cos \vartheta_0$ van de orde $\frac{10^{-7}}{10^{-3}} = 10^{-4}$ (III) zijn, wat, zooals het opslaan van een cos.-tafel leert, bij een gewonen invalshoek (van eenige tientallen graden) $\Delta \vartheta$ van de orde van een honderdsten graad doet vinden. Onder deze omstandigheden is het volkomen onmogelijk beide bundels gescheiden te krijgen. Anders daarentegen — de kunstgreep — wanneer men ϑ zeer klein kiest, dus de stralen rakelings doet invallen: Is ϑ van de grootte van 1° dan bedraagt de door (III) vereischte $\Delta \vartheta$ -waarde eenige tientallen minuten. Geometrisch wil dit eenvoudig zeggen, dat bij rakelingschen inval de lengte van den teruggekaatste straal slechts zeer zwak verandert — $\cos \vartheta$ bij zijn maximum — met den afbuigingshoek, zoodat zeer kleine wegverschillen nog met meetbare hoekverschillen correspondeeren. Algebraïsch: schrijf in (III) bij benadering $\Delta \cos \vartheta = \sin \vartheta \cdot \Delta \vartheta$. De eisch $\sin \vartheta \cdot \Delta \vartheta$ zeer klein wordt bij rakelingschen inval over beide factoren verdeeld.

Bij primaire meting van λ kan men, den onder a doorloopen weg terug aflegend, van λ tot d besluiten, hieruit tot het volume van één ion en, dit deelen op het moleculair-volume, ten slotte *besluiten* tot het getal van Avogadro (voor de getallenwaarden zie onder a). De belangrijkheid van dit laatste resultaat doet m.i. er de voorkeur aan geven bij het onderwijs de absolute meting van λ voorop te stellen.¹⁾

Daarbij dringt men dus, uitgaande van den mechanisch vervaardigden maatstaf van het rooster van Rowland, tot de atoomafstanden door, louter met behulp van buigingsverschijnselen (Röntgen-golflengtemeting met rooster, vervolgens atoomafstandsmeting met Röntgen-golflengte). Het verder meten van nieuwe kristallen (met bekende straling) of onbekende straling (met bekend kristal) op grond der betrekking (I) geschiedt dan met experimenten als die der filmen 1, 2 en 3, waarbij men géén oogenblik de kleinheid der objecten, welke men vergelijkt, meer gevoelt.

Rijst de vraag, of deze stof niet tot de Hoogeschool moet worden uitgesteld, dan zou ik daarop willen antwoorden, dat aan hem, die zijn natuurwetenschappelijke vorming op H.B.S. of Gymnasium beëindigt, deze beschouwingen niet onthouden mogen worden. Deze vormen, in hun bepaling van ligging en grootte der individueele atomen, de kroon op het werk, dat hij met de opstelling der atoomhypothese uit de grondwetten der chemie zag opzetten. Bovendien, de beschreven uitbreiding der interferentie-verschijnselen lijkt mij een didactisch waardevol gebied.

§ 5. Na deze uitvoerige uiteenzetting van den grondslag der Röntgen-analyse, wil ik aanstippen, en wel zéér kort ter wille der plaatsruimte²⁾, wat m.i. verder voor behandeling in aanmerking komt:

¹⁾ Bij dezen opzet, afwijkend van den historischen gang, vergete men toch niet op een geschikt punt te doen uitkomen, hoe geniaal in 1913, toen zekerheid bestond noch over den aard der kristalstructuren noch over dien der Röntgen-straling, von Laue's ingeving was, te probeeren of het kristal wellicht voor de Röntgen-straling als natuurlijk buigingsrooster zou zijn te gebruiken.

²⁾ Voor uitvoeriger behandeling zie b.v. Kolkmeijer, Bijvoet en Karssen, Voordrachten over Röntgen-analyse van kristallen, Centen Amsterdam (1928), onder aangegeven met i.c.

1. Natuurlijk toone men aan modellen¹⁾ eenige *kristalstructuren*, o.a. een dichtste stapeling van atombollen, zooals men in vele metalen vindt, de NaCl-structuur, de sterk analoge CaCO_3 -structuur, die van diamant (tetraëdrisch gerichte bindingen), grafiet (ongelijkwaardigheid der 4e binding). Uit deze modellen is een eigenschap als de splijtbaarheid direct af te lezen. Het grootste deel der anorganische verbindingen is thans onderzocht, ook zeer ingewikkelde structuren heeft men kunnen analyseeren (men toone b.v. het model van granaat).

2. Men kan het principe der *qualitatieve chemische analyse* met

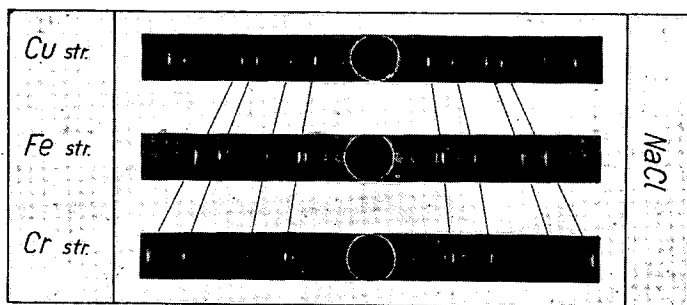


Fig. 12.

Röntgen-stralen doen zien aan de hand van de foto's van fig. 12. Deze diagrammen zijn van eenzelfde stof (NaCl) gemaakt, met Röntgen-buizen, waarin resp. een Fe-, Cu- en Ag-antikathode. De foto's doen zien, dat de chroomstraling een andere (langere) golflengte heeft dan die van ijzer, deze weer langer dan de koperstraling. Wordt bij een bepaald kristal de plaats der afbuigingslijnen bepaald door het antikathode-materiaal, omgekeerd is dit dan uit de plaats dezer lijnen (of zelfs van één hunner) af te leiden. Daar voorts de golflengte der karakteristieke Röntgen-straling, welke een atoom uitstraalt, met den bindingstoestand niet verandert, kan men, wanneer op de antikathode een willekeurige verbinding (of mengsel van verbindingen) gestreken wordt, de atoomsoorten, hierin voorkomend, uit een diffractie-foto direct aflezen.²⁾

¹⁾ Dergelijke modellen worden vervaardigd door „Kristal-Struktur” te München, vertegenwoordigd door den instrumenthandel Salm & Kipp, Amsterdam. De eenvoudigste structuren (close-packed stapeling, NaCl e.d.) zijn natuurlijk gemakkelijk zelf samen te stellen.

²⁾ Voor de apparatuur zie l.c.

De golflengte der karakteristieke Röntgen-straling neemt regelmatig af met toenemend atoomnummer. Waar conflict is tusschen de opvolging volgens atoomgewicht en atoomnummer, volgt de straling streng het *atoomnummer*. De groote beteekenis van dit getal voor den atoombouw komt in de karakteristieke Röntgen-frequenties ten duidelijkste tot uiting. Het is verleidelijk dit in verband te brengen met de beteekenis van het atoomnummer als kernladingsgetal, maar dan verlaat de behandeling m.i. het gebied, dat voor den leerling controleerbaar en in zijn methode voor hem van waarde is.

§ 6. In het tweede gedeelte der voordracht werd een greep gedaan uit de toepassingen en resultaten, die de Röntgen-analyse op verscheidene gebieden der kristallografie, chemie en physica heeft gebracht. Met het oog op de plaatsruimte en het fragmentarisch karakter dezer stof, moge hier hoofdzakelijk volstaan worden met verwijzing naar enkele betreffende literatuurplaatsen.

De toepassing in de *analytische chemie* kwam onder § 5,2 reeds ter sprake. In de *colloidchemie* is de grootte van micro-kristallijne deeltjes te schatten uit de breedte hunner diffractie-lijnen. In de *organische chemie* vond het geheimzinnig alterneeren in kristaleigenschappen (b.v. smeltpunt) in de reeks der tweebasische vetzuren verklaring in een noodzakelijk verschil in stapelwijze van langgerekte koolstof zig-zag-ketens met even resp. oneven aantal C-atomen (A. Müller, *Proceedings Royal Society A* 124, 317 (1929)). Op het gebied der *kristaloptiek* werd vermeld, hoe W. L. Bragg, (*Proc. Roy. Soc. A* 105, 370; 106, 346 (1924)) op zéér eenvoudige wijze de dubbelbreking van calciëet in karakter en grootte uit het kristalmodel berekende; deze beschouwingswijze stelt ook in staat voor vele meer ingewikkelde structuren de dubbelbreking kwalitatief uit het model af te lezen.

Iets uitvoeriger werd vervolgens besproken, hoe de beschreven buigingsproeven niet alleen over de plaats der atomen in het kristal inlichten, maar ook over de *verdeeling der electronen in het atoom*.

Wij zagen, dat bij de zwakke octaëder-reflecties van film 3 de golven van de Cl-ionen afkomstig in phase juist tegengesteld waren aan die door de Na-ionen afgebogen. De resulterende amplitude Cl—Na is klein. Fig. 13 geeft behalve het zoo juist genoemde diagram, ook de overeenkomstige opnamen van de analoog ge-

bouwde zouten KCl en KJ. Met een pijl zijn de zwakke octaëder-vlak-reflecties aangegeven; bij KCl blijkt het resulterend effect nul (of althans onwaarneembaar klein), bij NaCl zwak, bij KJ sterker. Het verstrooiend vermogen van een atoom voor Röntgenstraling hangt af van het aantal sfeer-electronen, dat het bevat: deze lichte electronen zijn het die, door de opvallende Röntgen-golf tot medetrilling gebracht, de straling verstrooien. Uit de grootte van het verstrooiend vermogen zijn zoo conclusies te trekken t.o.v.

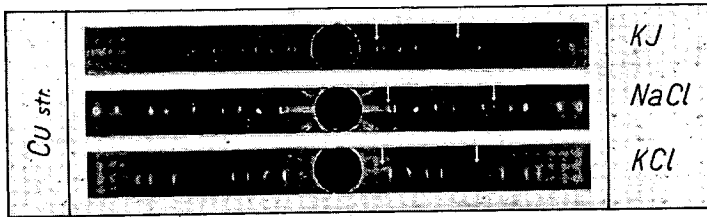


Fig. 13.

het aantal electronen in het atoom. Fig. 13 leert, dat K en Cl (ongeveer) evenveel electronen bevatten, dat Na en Cl in electronenaantal verschillen, K en J sterker. Behalve een telling van het aantal electronen kunnen dergelijke intensiteitsbeschouwingen, in experimenteel en theoretisch opzicht meer verfijnd doorgevoerd, ook inlichtingen geven over de ruimtelijke verdeling der electronen in het atoom. Dat toch het verstrooiend vermogen van een atoom — hetwelk uit onze buigingsproeven experimenteel kan worden bepaald — zonder meer evenredig zou zijn aan het aantal zijner electronen, geldt alleen voor zeer kleine afbuigingshoeken. Voor grootere doet het zich gevoelen, dat er zelfs weg-(phase-) verschillen bestaan tusschen de golfjes afkomstig van verschillende electronen van eenzelfde atoom. Deze verschillen, nul voor afbuigingshoek nul, nemen toe met toenemenden afbuigingshoek, wat een afval van het verstrooiend vermogen van het atoom met toenemenden afbuigingshoek tengevolge heeft.

Naarmate de electronen in het atoom verder uitéénliggen is deze afval sterker (grootere wegverschillen). De analyse van de experimenteel gevonden hoekafhankelijkheid leert de ruimtelijke electronen-verdeling in het atoom. Louter op grond van buigingsproeven dringt men zoo dus door tot de verdeling der electronen

in het kristal; de vraag hiernaar kan ook direct — met voorbijgaan der atomen — worden aangevat.¹⁾

Ten slotte werd vermeld, dat uit nauwkeurige interpretatie der afbuigingsintensiteiten in den laatsten tijd aangetoond is, dat in sommige gevallen *roteerende atoomgroepen* in het kristal voorkomen. Dit is b.v. bij NaNO_3 — isomorf met calciëet — bij hooge temperatuur het geval. Bij verwarming treedt hier in de buurt van 275° over een temperatuurgebied van eenige tientallen graden een overgang (continu dus) op, welke zich macroscopisch openbaart door abnormaal groote warmtecapaciteit en uitzetting. Uit de verandering van het Röntgendiagram kon worden bewezen, dat in dit temperatuurgebied de NO_3 -groepen gaan roteeren om een as loodrecht op hun vlak (Kraeck, Posnjak en Hendricks, Journ. Am. Chem. Soc. 53, 2609, 3339 (1931), Bijvoet en Ketelaar, *ibid* 54, 625 (1932)). Onder dit overgangsgebied treft men op de gewone wijze de zuurstof-atomen op vaste plaatsen aan, waaromheen de warmtebeweging hen doet trillen. Bij toenemende warmtebeweging blijven de uitwijkingen niet tot kleine waarden beperkt, maar treedt een volledig roteerende beweging der NO_3 -groepen op. Met een model werd dit toegelicht. Ook bij de ammoniumhalogeniden b.v. vindt men dergelijke merkwaardige continue overgangen, toe te schrijven hoogstwaarschijnlijk aan een optredende rotatie der NH_4 -groep. De veelvuldigheid der overgangen van ammoniumnitraat zal met het tot rotatie komen resp. der NH_4 - en NO_3 -groep in verband staan.

DISKUSSIE.

De heer *Mogendorff* vraagt of de Röntgen-straling voldoende monochromaties is voor de kristalanalyse. Voorts wil spreker gaarne weten of door middel van de Röntgenanalyse ook reeds is aangetoond, dat ijzer bij ongeveer 400° zijn magnetisatie verliest.

De heer *Bijvoet* antwoordt, dat de straling, welke de Cu-buis, bij enige tientallen Kilovolts werkend, geeft, zeer overwegend bestaat uit stralingen van twee golflengten, z.g. K_α - en K_β -straling, resp. van 1,54 en 1,39 Å. De laatste, hardere en zwakkere komponent wordt door een Ni-filter selektief geabsorbeerd, waarna, op een zwakke, continue achtergrond, prakties monochromatiese K_α -stra-

¹⁾ I.c. Voordracht V.

ling verkregen wordt. Op de foto's van fig. 12 ziet men bij de niet-gefilterde Fe- en Cr-straling de zwakkere β -begeleiders.

Röntgenanalyties is vastgesteld, dat de kristalbouw (atoomligging) van ferromagnetiese stoffen bij magnetisatie niet verandert. Ook bij het magneties omzettingpunt van ijzer (765°) verandert de kristalbouw — i.c. gecenterde kuben — niet. De oorzaak van het ferromagnetisme is dieper gelegen, n.l. in de spin der electronen.

De heer *Derksen* vraagt naar de methode, volgens welke de echtheid van schilderijen met Röntgen-straling wordt onderzocht.

De heer *Bijvoet* antwoordt, dat deze methode berust op het vervaardigen met Röntgen-straling van een absorptie-beeld van het schilderij. Voor biezonderheden, zie A. M. de Wild, Chemisch Weekblad 28, 126 (1931).

De heer *C. P. A. van Eck* oppert de mogelijkheid, dat de kolloïden door de straling in deeltjes-grootte veranderen en dus onzuivere resultaten zouden geven. Spr. vraagt, of men dat zou kunnen controleren.

De heer *Bijvoet* antwoordt, dat het hem niet bekend is, dat zo'n verandering, welke hem onwaarschijnlijk lijkt, ooit is waargenomen. Men zou het optreden er van wel kunnen konstaten, n.l. door verschil in eigenschappen van de kolloïdale oplossing vóór en na de belichting.

De heer *De Gee* informeert naar de prijs van het apparaat.

De heer *Bijvoet* kan meedelen, dat het toestel met inbegrip van twee Röntgenbuizen met verschillende antikathodes, f 2510 kost. Deze hoge kosten verhinderen natuurlijk de aanschaffing voor elke school afzonderlijk. In overweging te nemen is echter het gebruik in grote steden van één apparaat door meerdere scholen tezamen.¹⁾

De heer *De Gee* vraagt, of er dan geen gevaar voor beschadiging of breken van het toestel of zijn onderdelen is bij vervoer over en weer, als verschillende scholen tezamen doen, gelijk de inleider voorstelt. Kan het toestel bovendien worden bediend door „ongeroutineerden” zonder kans voor beschadiging?

De heer *Bijvoet* antwoordt, dat een vakkundige behandeling niet

¹⁾ Door de Philips-fabrieken wordt overwogen, of het mogelijk zou zijn, ten behoeve van het onderwijs een apparaat in vereenvoudigde konstruktie tegen belangrijk lagere prijs te leveren.

vereist wordt; er bestaat geen gevaar voor mishandeling. Voor schoolgebruik zou het venstertje van Lindemannglas (weinig absorberende, maar gemakkelijk verwerende glassoort), waardoor de straling uittreedt, door één van bestendiger glas vervangen moeten worden: lange levensduur der buis is hier toch van meer belang dan maximale stralingsintensiteit.

De heer *Girbes* vraagt, of het mogelijk is, kwantitatieve analyse door Röntgen-straling uit te voeren.

De heer *Bijvoet* antwoordt, dat de kwantitatieve schatting der samenstelling volgens de door spreker behandelde analyse-methode velerlei voorzorgen vereist (samenvattend overzicht: *Fysische Zeitschrift* 27 844 (1926)).

De heer *Groosmuller* merkt op, dat er bij een enkel kristal slechts weinig vlakken zijn, die aan de reflekties meewerken, maar dat er bij kristalpoeder daarentegen veel meer vlakken zijn, die daarvoor in aanmerking komen. Is nu niet het gevolg daarvan, dat er bij kristalpoeder meer lijnen te zien zijn op de film?

De heer *Bijvoet* antwoordt, dat op een poederfilm blijkens verg. (I), alle vlakken tot reflectie komen, waarvoor $2d > \lambda$. Op de aequator van een draaidiagram komen werkelijk minder punten voor, n.l. van de genoemde reflekties slechts die, waarvan het reflektievlak evenwijdig is aan de (zone-)as waarom het kristal gedraaid werd.

De *voorzitter* bedankt de heer *Bijvoet* voor zijn leerrijke, interessante voordracht over een onderwerp, waarin de inleider zelf zoveel heeft gewerkt; de voordracht was vooral door de demonstratie en het grote aantal lantaarnplaatjes gemakkelijk te volgen. Speciaal dankt de voorzitter de spreker ook voor de grote moeite, die de heer *Bijvoet* zich heeft willen getroosten, om de demonstratie te doen slagen.

SECTIEVERGADERING NATUURKUNDE.

Verzorging: het bestuur van de natuurkundesectie van VeLiNeS.

De Voorzitter (dr. Nathans) opent de vergadering omstreeks 4 uur. Na een hartelijk woord van welkom aan den spreker wordt de volgende *voordracht* gehouden:

NATUURKUNDIGE WAARNEMINGEN IN DE OPEN LUCHT

DOOR

Dr. M. MINNAERT.

We willen zoo graag in onze natuurkundelessen iets aan de jongelui meegeven, dat van blijvende waarde is voor hun verder leven. Wanneer we soms hooren, dat een onzer oud-leerlingen, slechts weinige jaren na het verlaten der school, reeds elementaire physische dingen geheel en al vergeten is, dan doet ons dat pijn. Daarom trachten wij ons onderwijs niet te beperken tot de eigenschappen van de machine van Atwood, den hevel, den spectroscop, maar willen wij het vastschakelen aan de dingen, waar de mensch dagelijks mee in aanraking komt. Zulke dingen zijn: eenerzijds de techniek; anderzijds de verschijnselen in de vrije natuur.

Over dit laatste onderwerp zou ik thans met u willen spreken. Ik zou u willen laten zien, dat de natuurkundige, net evengoed als de bioloog, in het vrije veld zijn oogen moet openen, dat er voor ons een overvloed van waarnemingen en proeven te doen zijn over het deinen van zee en water, het bruisen van den stormwind, het schitteren van het zonlicht. En ik zou u in overweging willen geven, of we niet bij ons onderwijs, in veel ruimere mate dan dat tot hiertoe gebeurt, aan deze verschijnselen aandacht moeten schenken. Ik bedoel niet zoozeer: erover *praten* in de les; maar: ze laten *waarnemen* buiten op de speelplaats, bij wandelingen en uitstapjes. Is hier niet ook een mooi arbeidsveld voor padvindders, trekvogels en

kampeeders? En merkt op, dat dit een soort moderne natuurkunde is, die niets kost aan instrumenten! Het mooist wordt de natuurwaarneming, als wij ze kunnen inschakelen in ons onderwijs; dikwijls zijn de natuurverschijnselen slechts te begrijpen, wanneer men eerst in 't laboratorium de elementaire wetten heeft leeren kennen; in andere gevallen zullen wij liefst beginnen met de indrukwekkende waarneming buiten, maar die aanvullen en toelichten met laboratoriumproeven of theoretische beschouwingen.

Wellicht zouden we aldus ons Natuurkunde-onderwijs kunnen bevrijden van het „kunstmatige”, dat er voor vele leerlingen aan vast zit. Wij zouden hun openbaren, dat de natuurwetten niet alleen gelden binnen de vier muren van het klasselokaal, maar dat ze algemeen geldig, alomtegenwoordig zijn. Wij zouden hun oogen openen voor de schoonheid, die ons overal omringt; zonder gebazel over „het boek der natuur”, zouden wij op zakelijke wijze den grondslag leggen voor een verdiepte liefde tot Haar, de bron van oneindige kracht, de harmonische, nooit teleurstellende, altijd nieuwe en toch altijd zichzelf gelijke

Laten wij pogen, uit den overvloed van beschikbare stof eenige grepen te doen, en de voornaamste groepen verschijnselen te noemen, welke tot waarnemingen in open lucht aanleiding kunnen geven.

DE MECHANICA.

Wij beginnen met de afdeeling: spel, sport, vervoermiddelen; en kiezen daaruit den *trein*.

1. Uit het aantal rhythmische stooten per minuut en de lengte van een spoorrail bepalen we de snelheid; we vinden, dat die bij het op gang komen langzamerhand toeneemt, en bij het remmen weer snel daalt.

2. Hoe is de rookpluim van een trein gericht? — Samenstelling van twee snelheden —. Vraagstuk: als een trein met constante snelheid eerst naar het Noorden, dan naar het Oosten spoort, en de rookpluim wees eerst in de richting A, dan in de richting B, hoe is dan de ware windrichting en de windsterkte?

3. Uit de sporen van regendruppels op de ruiten kunnen we de

valsnelheid van die druppels afleiden. Nog zuiverder wordt deze bepaling, als we letten op de arceering, waarmee de regen het landschap bedekt. Sneeuwvlokken ziet men van uit den trein bijna horizontaal voorbijvliegen, omdat ze zoo langzaam vallen.

4. Hang een slinger op, en zoek of hij afwijkingen vertoont bij het remmen en aanzetten. Is de slinger 1 m lang, dan vindt men dat het uiteinde tot 3 of 4 cm afwijkt. Hieruit berekent men een versnelling van 35 cm/sec^2 , een remweg van 440 m.

5. Denk aan de aardige opmerking van den heer Lely: een kinderballonnetje, rook van een cigaret, de vlam van een lucifer bewegen bij het remmen niet in de richting naar waar de trein rijdt, maar in de tegenovergestelde (achteruit dus): ze zijn nml. lichter dan de lucht.

6. Met onzen slinger kunnen we ook de middelpuntvliedende kracht in bochten zoeken. Wij vinden echter niets. Verklaring: de spoorweg is zóó aangelegd, dat de wagons in de bocht een helling krijgen, die de middelpuntvliedende kracht juist compenseert.

7. Bespiegelingen over de gewone relativiteitstheorie bij eenparige beweging, over het equivalentiebeginsel bij versnellingen.

Andere onderwerpen die tot deze rubriek behooren:

De fiets. — We bepalen de overbrengingsverhouding, en schatten nu gemakkelijk afstanden en snelheden. We verklaren kinematisch de dubbelsporen die men op den grond ziet (voorwiel en achterwiel). Hoe blijft een fiets in evenwicht? — De invloed der gyrostatische krachten is zeer klein vergeleken bij de middelpuntvliedende. Wrijving bij het fietsen bepalen, als functie van de snelheid: wrijving in de assen en tegen de lucht.

De tol: gyrostatische krachten, praecessie.

De lift: verticale versnellingen, equivalentiebeginsel.

Schip of roeiboot: werking van het roer, proefondervindelijke bepaling van het metacentrum.

Golfspel: de bal beschrijft een zeer bijzondere baan wegens het Magnuseffekt dat de lucht er op uitoefent. Hetzelfde bij tennis.

De schommel: Voorbeeld van slinger! Hoe krijgt men zulk een ding in beweging zonder zich tegen uitwendige voorwerpen af te zetten? Wrijvingscoëfficiënt bepalen uit de demping der slinger-ringen.

Ringen: de touwen om elkaar wikkelen, de ringen vastgrijpen

en zich om zijn as laten draaien met wijd uitgespreide beenen, dan ineens de beenen intrekken. Behoud van draaiingsmoment!

Een andere groep mooie verschijnselen op het gebied der mechanica vinden we bij de *watergolven*. Men kan deze vooreerst gebruiken ter inleiding in de algemeene golftheorie, zooals men dat b.v. in het bekende leerboek van Grimsehl uiteengezet vindt. Maar de watergolven zijn ook op zichzelf het bestudeeren waard. Thomson toonde aan, dat de groote golven vooral door de gravitatie, de kleine door de capillariteit onderhouden worden, en leidde voor hun snelheid V de formule af: $V^2 = 158 \left(\lambda + \frac{3}{\lambda} \right)$. (alles in cm en cm/sec).

We kunnen deze formule toetsen door een plankje rhythmisch in het water te dompelen en er uit te halen; λ en V kan men schatten, of V berekenen uit $n\lambda$. Een andere proef bestaat daarin, dat we een touw met een gewicht bezwaren en het dan met een bekende snelheid door het water trekken: er vormt zich een sierlijk golfjespatroon: de golfjes vóór het touw hebben een kleiner golflengte (capillariteit), die achter het touw een grootere (gravitatie); we zien vóór ons oogen de twee wortels, die de vergelijking van Thomson voor λ geeft. Verlangzamen wij de beweging tot 23 cm/sec, dan worden de golfjes vóór en achter het touw even lang (twee gelijke wortels!). Bij nog kleinere snelheden vormen zich geen golfjes meer (wortels imaginair!).

Andere verwante onderwerpen:

Rimpelingen op wateroppervlakken: invloed van wind, oliehuidjes.

Zeegolven: onderscheiding tusschen brekers en deining.

Golven in ondiep water: een steen, die in een ondiepen plas valt, vormt geen zuivere cirkels; de branding; waarom zijn de golfkammen evenwijdig aan de kust?

Scheepsgolven: de mooiste van alle golfpatronen! Veel beter waar te nemen van op een brug dan van den oever.

Enkelvoudige golf: de merkwaardige vorm, die niet uit een heelen trein bestaat, maar uit één enkelen golfberg (of golfdal), welke met groote snelheid over het oppervlak voortloopt.

Aan het strand zien we de *ribbels van zand en water*, in de zandstuivingen de *ribbels van zand en lucht*; het is wel merk-

waardig dat de natuurkunde er nog niet in geslaagd is een bruikbare formule af te leiden voor de golflengte van deze zóó opvallend regelmatige verschijnselen: een bewijs, dat men er zich veel te weinig mee bezighouden heeft! Hierbij aansluitend: de duinen en hun voortbeweging; eigenschappen van zand.

GELUID.

Hier is een mooie stelselmatige ontwikkeling van de stof mogelijk; wij kunnen beginnen met in de vrije natuur de eenvoudigste verschijnselen afzonderlijk te laten waarnemen, en kunnen daarna hun combinaties tot steeds ingewikkelder natuurverschijnselen stap voor stap volgen.

Waarnemingen over de voortplantingssnelheid zijn bekend. De echo is overal te vinden, wanneer men twee plankjes op elkaar slaat en aldus een korten luiden knal doet ontstaan. Verschijnsel van Doppler aan treinen, auto's, fietsen. Interferentie is mooi te hooren als een vliegtuig boven ons voorbijvliegt in 't vrije veld: wanneer men zich bukt hoort men het geluid ineens stijgen over wel een oktaaf! Verklaring: interferentie tusschen het rechtstreeksche geluid, dat ons oor bereikt, en tusschen hetgeen door den grond teruggekaatst wordt (vgl. kleuren van zeepvliezen).

Nu komen tot de „natuurgeluiden”. Belangrijk zijn de zwieptonen, waaruit het geluid van den wind bestaat; zij berusten op de periodieke vorming van wervels achter voorwerpen, die zich in een luchtstroom bevinden. Omgekeerd oefenen de luchtwervels ook een kracht uit op die voorwerpen: zoo ontstaan de trillingen van telegraafdraden, wanneer de zwieptoon toevallig samenvalt met een der boventonen van den draad, zoodat er resonantie optreedt. Andere natuurgeluiden: ruischend water; donder; geluiden van trein, tram, auto, vliegtuig; geluiden van vogels en insekten.

Synthese: het „geluidstaferaal” op een zomermiddag buiten in de hei; of in een stormnacht in de stad. Blijf eens vijf minuten roerloos en geef u rekenschap van alle geluiden, die u te hooren krijgt!

LICHT.

Ook hier is een stelselmatige opbouw mogelijk; eigenlijk is dit gebied wel het rijkst aan openluchtwaarnemingen.

We beginnen met het bekijken van zonnebeeldjes onder het gebladerte, en van schaduwen; invloed van de niet-puntvormigheid der zon. — Dan komt de terugkaatsing op een wateroppervlak, inzonderheid de verklaring van de vertikale lichtstrepn, die we elken avond zien als de lantarens in de verte zich weerspiegelen in 't gerimpeld singeloppervlak: uit eenvoudige meetkundige beschouwingen leidt men af, dat de verhouding van de breedte tot de lengte van zulk een lichtzuil ongeveer gegeven is door den cosinus van den invalshoek, de zuil wordt dus des te meer uitgerekt, naarmate men meer rakelings langs 't water kijkt. — Ook de breking leert het water ons kennen. En om de kleurschifting te laten zien is het voldoende een wit keitje op den bodem van een heldere beek te werpen: het lijkt wel een vlammetje, het eene eind is rood en het andere blauw (Boltzmann). Iets ingewikkelder gevallen van breking vinden we in het fonkelen der sterren en in de luchtspiegeling; deze laatste is volstrekt niet beperkt tot de woestijn, maar komt in ons Nederlandsche polderland bijna *ge-regeld* voor op elken zonnigen, helderen voorjaarsochtend (waarnemingen van Braak).

Zelfs de interferentie en de polarisatie zijn dagelijks op te merken; de eerste, overal waar de spatten van een automobiel zeer dunne olielaagjes op den weg hebben gebracht, die in de schitterendste kleuren fonkelen, en van kleur veranderen, als men ze onder een schuinen hoek bekijkt. De tweede, zoodra wij het licht van den blauwen hemel aandachtig onderzoeken, hetzij met een nicol, hetzij door terugkaatsing in rustig water onder den polarisatiehoek, hetzij met behulp van de „bundels van Haidinger”. Dit laatste verschijnsel is slechts met eenige oefening waar te nemen: het is een vlekje, blauw en geel, dat overal aan den hemel verschijnt, waarheen men den blik wendt, en dat door zijn orientatie ineens het polarisatievlak aangeeft; de verklaring moet gezocht worden in dichroïsme van de gele vlek van ons netvlies.

Laten wij thans tot ingewikkelder verschijnselen overgaan, waarin wij de elementaire wetten aan het werk kunnen zien. De regenboog kan aanleiding geven tot een aantal belangwekkende waarnemingen, aangevuld door proeven in het laboratorium; bij wijze van leerlingenproef kan men bv. een lampje laten weerspiegelen in een bekersglas gevuld met water, en met de spelde-

methode den hoek van 42° zoeken, die kenmerkend is voor den regenboog. De halo of kring om de zon (en maan) treedt zeer veelvuldig op: voor één zelfde waarnemingsstation wellicht eens in de vier dagen; in April is er op de twee dagen gemiddeld één halodag! Dan zijn er de fraaigekleurde kransen, ook in 't laboratorium na te bootsen met lycopodiumpoeder. De iriseerende wolken, die in verrassend sterk uitgesproken kleuren schitteren: groen en blauw en purper. De schemeringskleuren, die men moet waarnemen bij onbewolkte lucht, in het half uur, dat volgt op den zonsondergang.

De physiologische optica krijgt buiten een uitgebreid oefenveld. Zoo is het kleurenzien bij dag anders dan 's nachts (kegeltjesstaafjes); de kleuren veranderen in het licht der ondergaande zon. Kontrastverschijnselen zijn dikwijls waar te nemen: men bekijke bijvoorbeeld een sneeuwlandschap onder grijze lucht: iedereen krijgt den indruk, dat de sneeuw helderder is dan de wolken, terwijl toch het tegenovergestelde waar is. Nabeelden verschijnen vooral in de schemering, als de tegenstellingen van licht en donker sterk zijn.

Nu zijn wij in staat te onderzoeken, hoe al deze optische verschijnselen samenwerken om de lichtverdeeling in het landschap te doen ontstaan. Wij ontleden de wisselende kleuren van het water, en vinden hoe zij afhangen van de terugkaatsing aan het oppervlak, de kleur van den bodem, de verstrooiing en de absorptie in de watermassa zelf. Wij vragen ons af, waarom de lucht blauw is (is het niet sterk, dat de meeste leerboeken der natuurkunde geheel en al zwijgen over dit verschijnsel, dat toch den eenvoudigsten mensch treft?); waarom de wolken en de nevel grijs zijn. Wij zien de bladeren anders van kleur, naarmate ze in opvallend of doorvallend licht worden waargenomen; het geheele landschap is anders in de richting naar de zon toe dan van de zon af. Wij volgen ook den raad van Leonardo da Vinci, en letten op het gelaat der voorbijgangers op straat, dat harde trekken krijgt bij zonneschijn, maar zacht en harmonisch belicht is op een grijzen dag. Over deze dingen is meer te vinden bij de kunstenaars dan bij de natuurkundigen; de werken van Ruskin zijn een onuitputtelijke bron voor dergelijke waarnemingen.

Aan ons, de juiste verklaring te geven voor de dikwijls empirische regels, die de schilders hebben ontdekt!

WARMTE.

Met een eenvoudigen thermometer kan men bijvoorbeeld volgende waarnemingen laten doen:

1. Luchttemperatuur bepalen (slingeren, invloed van straling en van geleiding).
2. Temperatuur van water en lucht vergelijken in den loop van een etmaal (soortelijke warmte, land- en zeeklimaat).
3. Temperatuur in den grond op 50 cm. diepte; een grondboor maakt U elke smid voor een tot twee gulden.
4. Temperatuur op verschillende hoogte in het gras, na zons-
ondergang (dauwvorming), of 's ochtends (luchtspiegeling).

Veel is op te merken aan de verschillende vormen van water: regen, ijs, sneeuw, hagel, rijp, nevel. Inzonderheid letten we op de wolkenvormen; en als we eens mooie evenwijdige wolkenbanden over het uitspansel zien loopen, die van één punt schijnen uit te stralen, maken wij er gebruik van om de eenvoudigste wetten van het perspectief te verklaren.

ELECTRICITEIT.

Dit is het eenige hoofdstuk waar de rechtstreeksche natuurwaarneming ons in den steek laat, en ook niet bij benadering een indruk geeft van de veelheid der feiten en wetten. Reden te meer om zorgvuldig op te zoeken al wat wij vinden kunnen!

De luchtelectriciteit is een dankbaar gebied. De fundamenteele proef is met elken goudblad-elektroskoop uitvoerbaar: men begeeft zich op een open terrein, voldoende ver van huizen en boomen verwijderd, en verbindt den knop van het toestel met een kaarsvlammetje, dat als collector werkt. Zoodra men dit met een geïsoleerden stok een paar meter hoog heft, slaat de elektroskoop duidelijk en sterk uit: potentiaalveld der aarde. Met gevoelige elektrometers kan men natuurlijk nog heel wat meer doen.

De bliksem en het onweer. Fotografische bliksemopnamen; onderzoek op plaatsen waar de bliksem ingeslagen is; bliksembuizen.

Het helaas zoo zeldzame St. Elmusvuur: een echte glimontlading in de vrije natuur!

Zelden is ook het noorderlicht waar te nemen. Daarentegen kunnen wij in elken helderen nacht de aandacht vestigen op het „aardlicht” (Yntema), dat een soort bestendig noorderlicht schijnt te zijn, en dat zichtbaar is als een toename van de helderheid van den hemel nabij den gezichteinder.

Met een gevoeligen galvanometer en een eind goed geïsoleerde leiding kan men aardstroomen meten.

Dames en Heeren! We zijn aan het eind van ons kort overzicht. Ik heb slechts enkele grepen gedaan; ik had tienmaal meer kunnen noemen, maar ik weet nog geen honderdste van alles wat er waar te nemen is. U heeft kunnen opmerken, dat deze natuurkundige waarnemingen nauw verwant zijn aan de meteorologie, aan de aardrijkskunde, zelfs aan de geologie, de biologie, de beeldende kunsten. Hier is dus gelegenheid tot „concentratie”, tot het beoefenen van een soort „Heimatkunde” of „Nature-Study”. Een der mooiste voorbeelden van wat men aldus bereiken kan, is de monographie van Forel over het meer van Genève („Le Léman”); hier zien wij een volbloed natuuronderzoeker, die niet alleen de aardrijkskunde van zijn omgeving onderzoekt, maar ook de geheele reeks physische waarnemingen doet, waar die omgeving zich toe leent.

Als iemand nu zegt: „deze dingen staan niet op 't programma, daar is geen tijd voor”, dan antwoord ik: zou met zulk een redeneering niet elke verandering in ons onderwijs a priori uitgesloten zijn? Waarom zijn we hier dan tezamen? Liever wil ik mij niet al teveel bekommeren om programma en eindexamen. De hoofdvraag is, of het mooi en goed is, aan onze jongelui over al deze dingen iets te vertellen. Als wij daarvan overtuigd zijn, komt de rest wel in orde! De programma's zijn door menschen gemaakt en kunnen door menschen veranderd worden. Waar het op aankomt, is op het verspreiden der gedachte, dat de mensch iets weten *moet* van wat hem dagelijks omgeeft: van de vogels en de insekten, de boomen en de bloemen langs den weg, van de sterren in de lucht; maar daarnaast ook van licht en geluid, warmte en koude, beweging, water en wind in de vrije natuur.

DISCUSSIE.

Aan de discussie, die op deze inleiding volgde, namen een vijftal personen deel, die allen echter zich bepaalden tot het doen van een vraag of het maken van enkele opmerkingen over speciale waarnemingen, niet echter het nut van waarnemingen in de open lucht in het algemeen in de discussie betrokken.

De heer *Hobma* merkt op, dat men luchtspiegelingen uitstekend kan waarnemen door langs een spoorlijn te kijken (en dan b.v. op den vorm van een verwijderde locomotief te letten). Uitstekende resultaten heeft hij bereikt door de leerlingen halo's te laten waarnemen; hij raadt dit ten zeerste aan. Dan nog stelt hij de vraag, hoe men zich moet oefenen om op de aangewezen wijze met het bloote oog de polarisatie-richting van b.v. den blauen hemel te bepalen.

De heer *Minnaert* bevestigt, wat omtrent de spoorlijn werd gezegd en noemt in dit verband nog het vlakke strand en zelfs een langen rechten muur als waarnemingsterrein. Ter oefening van het polarisatie-onderzoek kan men eerst door een nicol of in een polariseerenden spiegel kijken, dan is het effect sterker, omdat het in het oog vallende licht dan volledig gepolariseerd is.

De heer *Mogendorff* had een antennedraad dubbel gezien, ook bij opzettelijk herhaalde waarneming. Een verklaring hiervan kan de *inleider* niet geven, tenzij b.v. gedeeltelijk door, gedeeltelijk naast de bril is gekeken.

De heer *Bouma* vraagt, of men de leerlingen niet attent moet maken op de abnormale grootte van zon en maan, wanneer deze ondergaan en opkomen.

De heer *Minnaert* meent, dat men er in ieder geval op moet wijzen, al is er geen afdoende verklaring. De abnormale grootte is schijnbaar. Het gaat hier om een physiologische of psychologische kwestie.

In antwoord op een vraag van den heer *Hoogenboom* bespreekt de heer *Minnaert* het in beweging brengen van een schommel door een persoon die op den schommel staat. De persoon bukt telkens in de uiterste standen en rijst in het midden. Bij schematisering van de baan van het zwaartepunt blijkt het zwaartepunt in het midden meer te rijzen dan in de uiterste standen te dalen. De persoon in kwestie verricht dus positieven arbeid; er is een arbeidsoverschot. Rotaties van het lichaam om een horizontale as door het

zwaartepunt, verandering van impulsmoment, compliceeren het geval.

Dé heer *Boks* bespreekt ten slotte het zichtbaar trillen van sommige telegraafdraden bij rijpbedekking. Ontstaat hier een groote trillingstijd door veel grooter geworden massa?

Hierna dankt de *Voorzitter* spreker voor zijn met belangstelling en aandacht door allen gevolgde voordracht en voor bij herhaling jegens de Sectie betoonde welwillendheid en bereidwilligheid en sluit de vergadering.

SECTIEVERGADERING SCHEIKUNDE.

Verzorging: het bestuur van de scheikundesectie van VeLiNeS.

De Voorzitter (dr. Sluiter) opent te ruim 4 uur de vergadering. Na een woord van dank aan den spreker voor zijn bereidwilligheid om het woord te willen voeren, toen dr. S. C. Bokhorst, die eerst was uitgenoodigd, bleek verhinderd te zijn, wordt de volgende voordracht gehouden:

HET SCHEIKUNDE-PRACTICUM

DOOR

Ir. J. F. ROEST.

De heer Roest begint met te zeggen, dat hij uitgenoodigd is, *zijn* meening te zeggen over een didactisch onderwerp, dat er echter eigenlijk geen chemische didaktiek bestaat; maar dat er op onze middelbare scholen scheikunde-onderwijs gegeven wordt op een uit de traditie geboren wijze.

Tegenover een van zekere zijde wel uitgesproken meening, dat het chemisch practicum op de middelbare scholen (waaronder spr. samenvat gymn., H.B.S. en lyc.) weinig waarde heeft, stelt spr. zijn meening, dat in een practicum, ingericht volgens door hem straks aan te geven regelen, het zwaartepunt van het scheikunde-onderwijs op de middelbare scholen behoort te liggen.

Echter behoort er eerst klaarheid te bestaan over de taak van het M.O. in het algemeen. Sommigen meenen, dat het voldoende is, als den leerlingen datgene wordt bijgebracht, wat voor het met „gunstig gevolg” afleggen van het eindexamen noodig is; anderen (sommige hoogleeraren) vinden, dat de middelbare school haar plicht heeft gedaan, als ze haar leerlingen zóó aflevert, dat ze den professor kunnen volgen. Spr. stelt tegenover deze opvattingen van de taak der middelbare school de zijne, dat op die scholen uit de massa moeten worden geselecteerd die jongelieden, die ge-

schikt zijn voor leidende betrekkingen. In de eerste plaats dient de middelbare school dus te *vormen*; pas in de tweede plaats kennis bij te brengen. De leeraar is dan niet iemand, die voldoet aan een zekere vraag naar kennis, zooals een kruidenier voldoet aan de vraag naar zekere waren; maar hij heeft een belangrijke sociale taak te vervullen.

Nu heeft in de les en het huidige practicum de leerling slechts op te nemen, na te praten en na te doen, wat hem is voorgezegd of voorgedaan. Daaraan heeft iemand, die later een leidende positie moet innemen, vrijwel niets. Op een practicum zooals spr. dit wenscht, krijgt de leerling wel met zorg gekozen opdrachten; maar hij moet zelf zien, dat hij er iets van maakt. Er wordt slechts verder gebouwd op begrippen, die hij uit de ervaring heeft leeren vormen. De verdeeling in goede en slechte leerlingen wordt anders dan bij gewone lessen, maar sluit zich meer aan bij de verdeeling, die het leven straks zal voltrekken.

Er zijn bij spr's methode ook wel groote moeilijkheden: in de eerste plaats gaat het klaar maken voor een examen minder gemakkelijk en de leerlingen moeten toch het examen doen, dat nog altijd is ingesteld op de doceermethode; — verder is het systeem voor groote klassen ongeschikt; — ten slotte sukkelen vele leerlingen van onze middelbare scholen met gebrek aan besef, dat ze wel is waar nog niet voor hun brood werken, maar dat ze toch werken moeten.

Zoo is het dus spr's wensch het onderwijs in nieuwe banen te leiden; niet door het oprichten van nieuwe scholen; maar door het uitoefenen van invloed ten goede in de bestaande.

Ten slotte wil spr. aangeven, hoe hij het practicum zou wenschen; hij is voorstander van een 6-jarige school, waar het scheikunde-onderwijs dan in de 4de klasse aanvangt.

Hij begint zijn leerlingen kennis te laten maken met de stoffen; laat ze gegeven stoffen beschrijven en later klassificeeren. Waar het oog te kort schiet moeten hulpmiddelen worden ingevoerd; zoo komt men tot oplossen en uitkristalliseeren, waarbij wordt nagegaan, of de kristallen karakteristiek zijn. De z.g.n. inventaris wordt daarbij geleidelijk, naar gelang er behoefte aan bestaat, ingevoerd. Proeven, waaraan gevaar verbonden is, doet spr. zelf of laat ze door liefhebbers instudeeren en doen. Proeven, die lang duren,

b.v. die van Lavoisier, staan soms dagen in het laboratorium en leveren dan telkens stof voor discussie.

Na het oplossen komt gebonden water; in een kopersulfaat-kristal zit water, dat niet nat is; dat is een geweldig iets voor den beginner!

Daarna volgen: oxydatie, zuurstof, oxyden, zwavel, zwavel-oxyde, zwavelzuur (onderscheid tusschen zwavelzuur en zwavelig-zuur zou spr. eerst veel later willen maken).

Vervolgens: keukenzout, zoutzuur, metalen, waterstof, reductie, marmer, ongebl. kalk, koolzuurgas, ammoniak, salpeterzuur, stikstofoxyde.

Nu doet zich de behoefte gevoelen aan formules, die dan ook worden ingevoerd; waarmee de inleiding is afgelopen.

Met het oog op den tijd kan deze methode niet worden voortgezet zonder dat de examens in het gedrang zouden komen; toch werkt spr. de stof nog, waar het kan, om, zoodat zooveel mogelijk op het practicum gedaan wordt. Er is weinig tijd voor preparatief en quantitatief werk; wel wordt er tijd besteed aan de analyse; alle behandelde stoffen moeten door de leerlingen geïdentificeerd kunnen worden.

Het gaat er dus bij spr. om de leerlingen hun weg te leren vinden in een hun onbekende materie; ze moeten de omstandigheden leeren beheerschen, want dat is de groote taak van iedere leidende persoon.

Spr. wekt degenen, die evenals hij aan het practicum veel waarde hechten, op, deze meening naar buiten te verbreiden, om te voorkomen, dat kleineering van het practicum van andere zijde tot fatale gevolgen voor het practicum zou leiden.

DISCUSSIE.

De heer *Middelberg* wil niet debatteeren, hij vindt, dat de inleider een meesterlijke gooi heeft gedaan naar juist-ingesteld scheikunde-onderwijs. Het is noodig, dat de leerlingen leeren waarnemen, werken met stoffen, en over het waargenomene nadenken. Dit is echter geen nieuw idee: het boek van Hemmes, hoewel verouderd doordat het te vaak onveranderd herdrukt is, ging uit van hetzelfde principe, met dit verschil, dat waar de heer Roest de eigen proef

zet, Hemmes de lesproef plaatste. De heer Middelberg vraagt den inleider dan: maken de leerlingen verslag van de hun opgegeven taken? Geeft U dictaten? Is er het een en ander van Uw methode in een boekje te vinden? Hoe krijgen collega's, die Uw methode willen volgen, daartoe de gelegenheid?

De heer *Roest* antwoordt, dat de questie leerlingenproef — lesproef niet een verschil in uitwerking, maar een verschil in principe is. Hij beweert ook niet, dat zijn methode iets nieuws is; in Amerika en in Engeland werkt men allang zóó; voor Nederland is er echter wel iets nieuws in.

Hij geeft zijn leerlingen gecyclostyleerde taken; de leerlingen moeten van hun proeven verslag maken; die verslagen worden in de les besproken; blijken sommige proeven te moeilijk voor de leerlingen geweest te zijn, dan worden ze voorgedaan. De groote moeilijkheid is: hoe komt de examenstof erin? Daarvoor bestaan uitstekende repetitieboekjes of er worden gecyclostyleerde uittreksels gegeven.

De heer *C. P. A. van Eck* vraagt of een gewone les van 50 min. voor practisch werken niet te kort is, en of in groote klassen (van 20 leerlingen, zooals op de H.B.S. toch regel is) het niet dienstig zou zijn in groepjes van 3 te laten werken.

De heer *Roest* zegt, dat voor de eenvoudige proefjes, die hij laat doen, 50 min. wel een voldoende tijd van werken is; vorming van groepjes acht hij niet wenschelijk, omdat dan de individueele waarneming in 't gedrang komt; op de H.B.S. is, ook wegens de bindender eindexameneischen zijn methode veel moeilijker toe te passen dan op het gymnasium.

De heer *De Lange* wil eenige bezwaren uiten:

1. de inleider heeft gezegd, dat de mensch gebaat zou zijn met grootere natuurwetenschappelijke vaardigheid; dit is voor den heer *De Lange* nog zeer de vraag.

2. in een klas van 5 leerlingen heeft hij een ongeveer gelijk systeem toegepast, echter nog meer geamerikaniseerd door naar aanleiding van de gedane proeven een aantal vragen te laten beantwoorden; hij vond bij de leerlingen niet veel interesse voor het beschrijven van stoffen, hij heeft er wel is waar geen knaleffecten bijgehaald; maar is toch tot wat interessanter proeven moeten overgaan om belangstelling te wekken.

3. hij ziet de pract. les liever gebruiken tot illustratie van het in een gewone les geleerde.

De heer *Roest* antwoordt:

1. het gaat niet om de vaardigheid an sich, wel om de wijze, waarop de vaardigheid verkregen wordt.

2. als de leerlingen denken, dat de scheikunde een soort toovenarij is, die prachtoplossingen geeft op allerlei vragen, dan is een koude douche wel gewenscht; ze moeten leeren werken, en een bepaalde, zelfs vervelende opdracht goed en nauwkeurig leeren uitvoeren.

3. we moeten menschen hebben, die wat kunnen, niet alleen maar wat weten; daarom moet het practicum niet illustreeren, maar leeren aanpakken. Op de vraag: hebben de natuurwetenschappen algemeen vormende waarde? zou de heer *Roest* antwoorden: jazeke, maar ook practische.

De heer *Van Eck* merkt in dit verband op, dat, om de vraag te beantwoorden of de natuurwetenschappen algemeen vormende waarde hebben, men de proef zou moeten nemen met een 6-jarige middelbare school, waarin aan de natuurwetenschappen evenveel tijd zou moeten worden besteed als op een gymnasium aan de classieken.

De heer *Slingervoet, Ramondt* vraagt: Worden er klassikale of individueele opdrachten gegeven? Bij klassikale opdrachten verwacht hij de vorming van groepjes met één werkende en veel stille vennoten. Moeten er verslagen gemaakt worden? Komt men niet in 't gedrang met den beschikbaren tijd? Wordt het practicum vooraf gegaan door eenige oefening in filtrereen, glasbooren, enz.?

De heer *Roest* vindt het geven van individueele opdrachten onmogelijk met het oog op het ontzettende werk, dat dan van den amanuensis gevergd zou worden; hij geeft naast de gewone taak nog taken met een sterretje, die de vluggeren in de gelegenheid stellen meer te doen dan de anderen. Op het maken van verslagen staat spr. zeer beslist. Door tijdsgebrek in verband met leerplan en exameneischen moet spr. zich inderdaad met zijn methode beperken tot eenige maanden. Daarna moet hij zeer schipperen. Filtrereen, kurkbooren, enz. wordt, als er behoefte aan komt, behandeld tusschen de rest door.

De heer *Girbes* meent, dat tusschen het standpunt van de heeren

Roest en de Lange een compromis mogelijk is, en vertelt, hoe hij zelf te werk gaat. Hij geeft les, doet proeven en laat na b.v. een week de leerlingen de proeven herhalen; ze weten het dan heusch nog niet zóó goed, dat het eenvoudig nadoen is, en zijn toch door de lessen een weinig ingeleid; dan moeten ze toch nog gedeeltelijk zelf zoeken. Op zoo'n manier beklijft de stof uitstekend en hoeft er later niet zoo veel gerepeteerd te worden.

De heer *De Lange* merkt op, dat ook hij vindt, dat het practicum niet moet bestaan uit zout-onderzoek; maar moet gaan in de richting aangegeven door de heeren Roest en Girbes. Hij laat bijna alle lesproeven door leerlingen uitvoeren.

De heer *Sluiter* onderstreept dit laatste; het uitvoeren van lesproeven door leerlingen laat hij ook vaak doen.

De heer *Van der Laan* merkt op, dat de methode-Roest voor groote klassen onmogelijk is, dat het scheikunde-onderwijs toch die richting op moet, en dringt er op aan, dat dit onder de aandacht van de Inspecteurs gebracht zal worden.

De heer *Eversmann* vraagt den inleider of het verslag onder het practicum zelf of later gemaakt wordt, waarop de heer Roest antwoordt, dat de leerlingen hun waarnemingen direct noteeren, maar ze thuis mogen uitwerken.

De *Voorzitter* ten slotte het woord nemend, zegt, dat hij op een eenigszins ander standpunt staat dan de heer Roest; hij meent, dat in 't algemeen niet de methode, maar de persoon van den docent de vruchtbaarheid van het onderwijs bepaalt. Intusschen dankt hij den inleider voor de boeiende wijze, waarop hij zijn meening over deze zaak heeft uiteengezet en sluit de vergadering.

SECTIEVERGADERING BIOLOGIE.

*Verzorging: het bestuur van de Vereeniging van Leeraren in Plant-
en Dierkunde aan scholen voor Voorbereidend Hooger en
Middelbaar Onderwijs (Ve.Le.Bi.).*

De Voorzitter (de heer Varossieau) opent te 2.15 de vergadering, heet den inspecteur dr. van Swaay, de beide sprekers en alle verdere aanwezigen welkom en spreekt zijn vreugde uit over de groote opkomst en over de poging, die gedaan is om een zeker verband tusschen de verschillende vakken te brengen. *Allereerst* is nu aan de orde:

DE BETEKENIS VAN DE INDUCTIE VOOR HET ONDERWIJS

DOOR

Prof. dr. H. J. JORDAN.

Men kan onmogelijk redetwisten over onderwijs, zoolang men het niet eens is over datgeen, wat men met het onderwijs wil bereiken. De keuring van het onderwijs door het examen is een uiterst gebrekkig middel. Een leerling kan de vraag, welke bloeiwijze een wilg heeft, eenvoudig daardoor juist beantwoorden, dat in zijn geheugen het woord wilg geassocieerd is aan het woord katjes. Waarde zou het weten slechts dan hebben, als bij de vraag voor de geestelijke oogen van den leerling een zoodanig beeld van de wilg met katjes opkwam, dat hij tegelijk klaar staat, alle andere relaties van deze bloeiwijze, b.v. t.o. van de bestuiving, als het ware te zien en verder in verband te brengen met de voorwaarden, waaronder de bestuiving van deze boomen plaats heeft: één oogopslag moet dat alles geven. Het examen zal in de meeste gevallen associatieve woordenkennis en werkelijkheidsbeelden voor de geestelijke oogen niet van elkaar kunnen onderscheiden.

Men make zich toch eindelijk los van de meening, dat de schoolkennis een voorbereiding is voor latere vorming in het onderhavige

vak b.v., aan de universiteit, dat biologie onderwezen wordt voor toekomstige biologen en medici, natuurkunde voor toekomstige natuurkundige en technici enz. In tegendeel, de toekomstige vakman heeft het school-onderwijs van het betreffende vak het minst noodig. De school heeft beschaving, vorming te geven, geen voorbarig vakweten.

Beschaving kan uitsluitend berusten op datgeen, wat geschreven staat in het open boek der werkelijkheid. De werkelijkheid daarbuiten moet worden een stuk van onze binnenwereld, opgebouwd volgens dezelfde wetten, die den samenhang daar buiten beheerschen. De grondslag van alle beschaving is dus ervaring op natuur en geestelijk gebied. Deze ervaring nu moet het onderwijs wekken. Door elk onderwijs moet werkelijkheid tot „weten” worden. Alvorens het over de middelen te hebben, waardoor onderwijs het contact van den leerling met de werkelijkheid kan teweegbrengen, moeten wij dat begrip werkelijkheid bespreken. Dit is in het bijzonder belangrijk voor de biologie, waar deze wetenschap zeer langen tijd geweest is een weten van zuiver formeelen aard, een kennis van kenmerken en hunne klassificatie. Kenmerken raken nergens het wezen der werkelijkheid, zij beperken zich tot een verband tusschen het object en den waarnemer. Het wezen der dingen drukt zich uit door de wijze, waarop zij werken op andere dingen, waardoor zij met deze andere dingen in verband staan, dus in wisselwerking. Deze vermogens zijn de ware, objectieve eigenschappen der dingen, kenmerken hebben slechts subjectieve waarde. Deze objectieve eigenschappen leeren wij kennen door inductie. Voor eigenschappen in den genoemden zin zijn wij immers blind, zij openbaren zich aan onze waarneming slechts door de veranderingen, die zij opwekken. Zulk een verandering noemen wij een verschijnsel en de proef beoogt verschijnselen telkens op éézelfde wijze te doen plaats hebben, zoodat daaruit blijkt de invloed van één actieve factor op een of meerdere passieve factoren. De actieve factor is dan aansprakelijk voor de verandering, deze openbaart dus zijn eigenschap. Zoo wijken de passief hangende vlierpitballetjes uiteen, zoodra de gewreven glazen staaf in hunne buurt komt: het verschijnsel is het gevolg van een eigenschap van den staaf. Deze eigenschap wordt nu „afgetrokken”, geabstraheerd en ontvangt, los van den accidenteelen drager (den staaf), in ons denken een

zelfstandig bestaan. Zoo ontstaan onze inductieve begrippen, vooral in de natuurkunde: in ons voorbeeld electriciteit; voorts zwaartekracht, enz.

De werkelijkheid is een veelheid van dingen, onderling door dergelijke eigenschappen, relatiemogelijkheden, krachten, verbonden. Werkelijkheid zien; beteekent dus niet alleen de dingen volgens kenmerken te klassificeeren, maar ze in onderling verband, in wisselwerking te zien door hunne eigenschappen. Zoo is elke werkelijkheid; het doel van elke wetenschappelijke analyse is in laatste instantie dit, met hare producten een stukje werkelijkheid zoodanig op te bouwen, dat men ze ziet als bestaande uit dingen en verband. Daarom mag weten niet tot analyse beperkt blijven. Het gaat niet om de bouwstenen, maar om het gebouw. De steenen echter moeten, al denkende, worden samengevoegd, krachtens hunne eigenschappen. Maar het denken is niet slechts reproductief: de leerling moet ook leeren de steenen, d.w.z. de analytische feiten nieuw te groepeeren, er nieuwe gebouwen van op te trekken. Daarvoor moet hij alle mogelijkheden kennen, die de eigenschappen der dingen inhouden. Deze mogelijkheden echter worden door de inductieve begrippen samengevat. Want, wie de begrippen in hun ontstaan (en niet slechts door gebrekkige definities) kent, voor diens geest tooveren zij de voorstelling van alle verschijnselen, die de wortels zijn van dat begrip en dat zijn de genoemde mogelijkheden van onderlingen samenhang en samenwerking der dingen. Het vermogen zoodanig op te bouwen, is, wat wij ervaring noemen. Daarom is ervaring specifiek dynamisch van aard, geen statische kennis, maar een *vermogen*.

Hoe kan onderwijs ervaring wekken? Is het mogelijk uitsluitend door woorden dergelijke bewogen werkelijkheidsbeelden bij den leerling te wekken? Iedereen kent het vermogen van sommige schrijvers, om door hunne boeken, b.v. hunne romans bij den lezer beelden te doen ontstaan, die hij nooit weer zal vergeten. Andere kunnen dat in het geheel niet. Gegeven een zekere basale ervaring aangaande de werkelijkheid is het dus zeker mogelijk dergelijke beelden zoodanig te wekken, alsof zij zelf door ervaring waren ontstaan. Maar afgescheiden van deze basale eigen ervaring is daarvoor noodig, dat de schrijver, en dus bij het onderwijs de leeraar de werkelijkheid, die hij beschrijft, als heldere, en vooral

dynamische beelden voor zijn geest draagt. Om te begrijpen, wat de dynamiek van zulk een voorgesteld beeld beteekent, moge een eenvoudig voorbeeld dienen. Men denke aan een landschap, hetwelk men heeft leeren kennen door erin te dwalen en vergelijk het herinneringsbeeld daarvan met het herinneringsbeeld van een landschap, hetwelk men slechts door een prent kent. Het laatstgenoemde is statisch, het eerstgenoemde beeld is dynamisch, het verandert in onze verbeelding evenzoo als het veranderde toen wij door het landschap dwaalden. Wie onderwijs geeft, weet hoeveel bezielder wij spreken over een ding, dat wij door ervaring kennen, dan over een ding, dat ons slechts uit boeken bekend is. Niemand kan alles zelf ervaren; de ervaring der menschheid is voor iedereen noodig; dus is het leerboek onmisbaar. Maar voor hem, die alle basale ervaring mist, is het leerboek een reeks van onwaarheden. Ten deele bestaat het immers uit feiten, dat zijn meestal abstracties, waarvan de wortels, de waarnemingen onbekend blijven, zoodat ze in het bewustzijn van den leerling niet verder kunnen groeien. In de tweede plaats bevat het leerboek, voorzooover het ervaring en niet slechts abstractie uit ervaring geeft, *vereenvoudigde* ervaring. Alle dwaling en wansucces bij het experiment ontbreken; het leerboek bezit nooit de dynamiek der werkelijkheid. Slechts voor hem, die zelf een, al is het dan ook nog zoo klein stuk weten uit werkelijkheid gemaakt heeft, is het goede leerboek meer dan een som van onwaarheden.

Waar geen middelen ter beschikking staan, waardoor de leerling eigen ervaring kan opdoen, moet het woord van den leeraar de inductieve methode volgen, den gang der ervaring weergeven, niet slechts de feiten, d.w.z. de resultaten en de abstracties. De mededeeling dat in de maag pepsine is, kan geen beelden wekken: 1) omdat „pepsine” slechts een woord is en 2) omdat de eigenschappen van de pepsine niet in de maag zelf, maar slechts in het reageerbuisje waarneembaar zijn. Vertel en liefst vertoon eerst het verschijnsel in de reageerbuis; geef nooit feiten zonder den weg, waarlangs zij verkregen werden, aan te duiden. Het overbrengen van de ervaring uit het reageerbuisje in de maag is een tweede stap, die den overgang vormt tot den opbouw van de ruimere werkelijkheid der spijsvertering. (Proef met maagsap van *Astacus fluviatilis*).

Lang geleden kwam in Duitschland de kreet naar „Anschauungs-

unterricht". Ook dat was in dien vorm onjuist. Ook aanschouwing kan statisch zijn: Een gedemonstreerde proef, die slechts het resultaat demonstreert, geschikt om de woorden van den leeraar te staven, maar zonder inductiewaarde, kan niet tot ervaring worden. Dit geldt trouwens voor elke vorm van „aanschouwen". Ook het vertoon van dieren of planten is vrij waardeloos, zoolang de leeraar de kunst niet verstaat om de kenmerken naar voren te doen treden, door de belangstelling van de leerlingen ervoor wakker te maken. Dit psychologische proces, waardoor de waarneming eerst georganiseerd wordt, mag niet vergeten worden. Het wordt zoo vaak vergeten, omdat de leeraar zooveel belang stelt in de klassificatie, dat hij het van zelf sprekend acht, dat de daarvoor geschikte kenmerken bij de waarneming naar voren komen, zooals iemand, die smokkelwaar in zijn koffer heeft, steeds gelooft, dat de douaneambtenaar juist deze dingen direct zal vinden. Kenmerken zijn een kwestie van waardeering. Nog veel belangrijker wordt het probleem, hoe het essentieele tot beleving wordt, bij eigenschappen, die men slechts door inductie kan leeren kennen. Deze openbaart immers de eigenschappen slechts door den heelen omvang van het verschijnsel; daarom moet de inductieve proef de volle dynamiek van het verschijnsel laten zien.

Wij bespreken nu de proef, onverschillig of zij dient als basis voor beschrijving, voor goede demonstratie, of voor het practicum.

Alleen die proef wekt werkelijke belangstelling en wordt in haar geheelen verloop door den leerling gevolgd, die ertoe bijdraagt een *probleem* op te lossen. Eerst moet dus het probleem begrepen zijn. Zoo moet de proef steeds aansluiten bij iets, dat reeds bekend is, dus een stuk werkelijkheid. Probleem is steeds een onbekende factor in een gegeven, globaal bekende werkelijkheid: b.v. hoe lost het vaste voedsel op, zoodat het door de maag- of darmwand in het bloed terecht kan komen? Hoe dringt de zuurstof door de longen in het bloed? enz.

Maar het begrijpen van het verschijnsel, dat antwoord geeft b.v. op deze laatste vraag, veronderstelt, dat reeds zijn elementen levend bezit van den leerling zijn; dat betreft vooral de natuur- en scheikundige elementen. Dat er zuurstof in de lucht is, mag niet slechts geloofd worden; het onderwijs mag geen sprookjes bevatten. Het natuurkundige „feit", dat zich in water een bepaalde

hoeveelheid zuurstof opgelost bevindt, is evenzeer een sprookje en bovendien totaal ontoereikend om een voorstelling te geven aangaande de hoeveelheid zuurstof die een bepaalde hoeveelheid water, alsnog vrij van zuurstof, in een bepaalden tijd van dat gas opneemt, als men het er doorheen leidt. Heeft het dan werkelijk doel een luchtstroom door het aquarium te laten borrelen? Te zien dat dit inderdaad zoo is, is niet slechts een geruststelling voor den goudvischbezitter, maar het leert ook inductief het opnamevermogen van bloed voor zuurstof in de long kennen. Daartoe koken wij het water uit, vangen de gassen op, herhalen voorts dit uitkoken, nadat door het gasvrij gemaakte water een bepaalden tijd lang lucht doorgeborreld is. Eindelijk zien wij het verbruik van zuurstof door waterinsecten met zuurstofvoorraad, doordat wij de uitgekookte gashoeveelheid uit een kolf, waarin een insect geleefd heeft, vergelijken met de hoeveelheid uit een kolf, waarin géén insect was, beide na toevoeging van kaliloog. Dat wij waterinsecten met luchtvoorraad nemen, dient tevens om de kieuwfunctie van een dergelijke voorraad te laten beleven, dus een zuiver physisch ademhalingsproces. Dit is dus de opname van zuurstof in zijn meest elementaire vorm. Natuurlijk mag de controle niet ontbreken; geloof moet zoo veel mogelijk uitgeschakeld worden: een insect, waar men den luchtvoorraad met een penseeltje verwijdert, onttrekt geen zuurstof meer aan het water. Nu hebben wij ook inderdaad den overgang van het gas in het water, voorts van het water in het gas gezien, beleefd, wij kunnen de snelheid (efficiency) zelf keuren, wij hebben geleerd de verplaatsing van de molekulen voor onze geestelijke oogen te tooveren. Natuurlijk mag in de reeks der verschijnselen geen leemte ontstaan. Al te snel leert de leerling zich bij leemten neerleggen, terwijl de hoofdvoorwaarde tot het opbouwen van een innerlijke werkelijkheid is, dat men geen contradicties noch leemten duldt. Het ontdekken van beiden is en moet zijn het uitgangspunt voor nieuw denken en, indien daartoe de gelegenheid bestaat, tot nieuw onderzoek. Deze opbouw mag natuurlijk niet blijven stilstaan bij een enkel verschijnsel; de verschijnselen moeten alle in verband met elkaar worden gebracht. Door abstractie van het gemeenschappelijke verband uit al deze proeven ontstaat een werkelijk inductief begrip: in ons geval dat der diffusie. Welke veelheid van beelden zal dat eene woord „diffusie” bij den leerling

opwekken, die onze proeven zelf gezien of beter zelf genomen heeft. Dát is de ware functie van het begrip, niet die, om op examen-vragen te kunnen antwoorden. Uit anatomie en verschijnselen bouwen wij in onzen geest het organisme op, voorzoover deze verschijnselen betrekking hebben op de eigenschappen van de inwendige deelen. Hebben zij echter betrekking op die deelen, die samenhangen met de factoren der omgeving, dan verkrijgen wij de eenheid van dier en milieu, dus zijn z.g.n. „biologie” of oecologie.

De rest der gedemonstreerde proeven kan hier onbesproken blijven. Zij toonen alle het eigenlijke proces, niet het resultaat. Het zuurstofgehalte der lucht wordt gedemonstreerd door een chemisch proces, waarbij het zuurstofverbruik door verbranding van phosphorus zichtbaar wordt. De koolzuurafgifte door CO_2 in de uitgeademde lucht aan te toonen, naast het feit, dat de ingeademde lucht geen waarneembare hoeveelheid van dat gas bevat. Het zuurstofverbruik nemen wij waar aan een toestel, door het voortdurende stijgen van een manometer.

Het ideaal der inductieve methode is natuurlijk het practicum met dergelijke zeer eenvoudige toestellen, als wij ze gedemonstreerd hebben, waarbij men het verschijnsel ziet en niet alleen een resultaat, dat het verschijnsel als correlaat van een ander weergeeft, zonder directe evidentie van den samenhang. Sommige gedemonstreerde proeven zullen natuurlijk bij zulk een practicum in meerdere proeven uiteengeknipt moeten worden, want de jonge leerling zal b.v. bij het uitkoken van het water niet in staat zijn de eigenlijke kookverschijnselen tegelijk met de daardoor evident gemaakte biologische verschijnselen in zich op te nemen. Maar de beoordeeling van datgeen, wat de leerlingen in de verschillende klassen kunnen bevatten, moeten wij natuurlijk aan de deskundigen overlaten.¹⁾

Wat leert de leerling door deze inductie? Datgeen wat hij m.i. moet leeren: een stuk werkelijkheid. Veel detail, dat nu onderwezen wordt, zal hij reeds daarom moeten missen, omdat het zich in het gave, maar natuurlijk beperkte geheel, dat wij wenschen te geven, niet logisch invoeft. Men heeft den eisch aan feiten te vaak getoetst aan den eisch dien sommige hoogleeraren van het betreffende vak aan de feitenkennis van hunne toekomstige leerlingen stellen. Dit

¹⁾ Ervaringen dienaangaande werden reeds opgedaan aan het Montessorilyceum te Amsterdam door H. J. Jordan Jr.

is m.i. funest. De school onderwijst geen biologie voor toekomstige biologen, zoo zeiden wij reeds, maar zij gebruikt deze natuurwetenschap van natuurgegeven werkelijkheden om werkelijkheidsbegrip en werkelijkheidsdenken aan te kweeken. De experimenteele natuurkunde onderwijst het gedrag van proefstelsels, dat is vereenvoudigde werkelijkheid, onder uitsluiting van alle wisselwerking. De biologie leert een meer samengestelde werkelijkheid kennen. Deze bevat in eenvoudigen vorm de wetten, die ook de menschelijke samenleving beheerschen. Experimenteeren in de verbeelding met datgeen wat onze verbeelding aan zelf opgebouwde werkelijkheid bevat, de beelden in wisselwerking met de begrippen, ziedaar het werkelijkheidsdenken, waartoe wij onze leerlingen wenschen op te voeden.

Werkelijkheid moet zijn: levende werkelijkheid. Waarom moet de school zooveel materiaal handhaven, hetwelk niet meer bij machte is, belangstelling te wekken, omdat het in het geheel niet meer van onzen tijd is en ook geen grondslag van datgeen wat onzen tijd interesseert? Waarom is men zoo angstig de levende wetenschap, zooals zij aan de universiteiten heerscht, of dient te heerschen, in de stof op te nemen, die voor onderwijsdoeleinden dienst doet? De hoofdwaaarde van de wetenschap is misschien niet wat wij erdoor te weten komen, maar dat ze leeft, zich verandert, voorwaarts streeft. Waarom niet in gepaste mate den leerling van de middelbare en voorbereidend hoogere school dat frissche laten voelen? Laat school en universiteit toch meer dan tot nu het gebruik was, samen werken. Een vruchtbare wisselwerking tusschen deze twee ervaringsgebieden is niet alleen mogelijk, maar noodzakelijk: aan den eenen kant de nieuwe gegevens, nieuwe stukken werkelijkheid, aan den anderen kant de ervaring aangaande de vormende kracht van het onderwijs bij jonge kinderen. Slechts samen kunnen wij de schoonste taak vervullen, die er voor menschen bestaat: de opleiding van de komende geslachten.

DISCUSSIE.

De heer *de Vries* (Harderwijk) vraagt, of er ook afbeeldingen en beschrijvingen van de gedemonstreerde proeven te krijgen zijn.

Prof. *Jordan* laat zijn practicumboek halen en deelt mede, dat hij gaarne inlichtingen wil geven.

Thans komt aan de orde:

HET BIOLOGISCH PRACTICUM BIJ HET VOORBEREIDEND HOOGER ONDERWIJS IN DE V.S., ALS INLEIDING TOT EEN DISCUSSIE OVER EEN BIOLOGISCH PRACTICUM

DOOR

Prof. dr. L. G. M. BAAS BECKING.

Spr. geeft in een zéér kort bestek weer, hoe een practicum in de V.S. is ingericht. Spr. zegt, dat de moderne biologie, niet die welke gegeven wordt volgens het programma der scholen voor V.H. en Midd. O. in Nederland, een grooten invloed op het moderne leven heeft, en van integreerend belang is voor ieder beschaafd mensch. Spr. wijst in dit verband op de erfelijkheidsleer, hygiëne enz. Tegenwoordig komen leerlingen uit alle klassen der maatschappij op de scholen voor V.H. en M.O. Dit maakt de taak der docenten moeilijker, maar ook interessanter en meer loonend. Spr. geeft een citaat van een boekbespreking waaruit blijkt, dat ook thans alle hoogleeraren en docenten nog niet voelen voor een nieuwe richting in het biologieonderwijs, een richting meer gebaseerd op het algemeene belang van de biologie voor den modernen mensch. Het biologie-onderwijs moet niet in de eerste plaats gegeven worden voor a.s. biologen en medici maar vooral voor *die* leerlingen, die in hun later leven een geheel andere richting uitgaan en waarvoor het een groote vormende waarde heeft.

Spr. geeft dan een kort overzicht van een practicum door een groep hoogleeraren aan de Stanford-University gegeven voor alle 1e jaars studenten dus *ook*, en vooral voor a.s. litteratoren, juristen enz. Zij probeerden door practica en voordrachten de hoofdlijnen van de biologie, voor zoover die voor een beschaafd mensch van belang is, te geven.

Voor ons Nederlanders lijkt het misschien wat Amerikaansch oppervlakkig, maar spr. vleit zich, dat men den studenten hierdoor iets van practische waarde voor het leven heeft gegeven.

Het practicum was verdeeld in 5 tot 6 ploegen, die ieder een eenvoudig geheel behandelden.

Spr. geeft als voorbeeld het practicum over bewegingsleer gaande van protoplasmastroomingen tot spierzenuwpraeparaat, of dat van gaswisseling-, kooldioxydassimilatie-gistingsprocessen, of over bevruchting en embryonale ontwikkeling.

Niet alleen de leiders en de kinderen maar ook de ouders moeten nog biologisch worden opgevoed; men moet weten dat erfelijkheid ligt in de chromosomen, niet in de partijen.

DISCUSSIE.

De heer *Oosterhuis* vraagt, hoe men tijd vindt voor een practicum. Hij laat wel wat zien na schooltijd voor die leerlingen, die dat graag willen, maar kan er anders geen tijd voor vinden. Hij zou graag weten, of er aan Rijksscholen practica in biologie gegeven worden.

De *Voorzitter* geeft het woord aan den heer Heimans, die zooals hij meent de eerste is geweest, die een practicum op zijn school heeft ingevoerd.

De heer *Heimans* zegt, dat hij hiermede ongeveer in denzelfden tijd begonnen is als de heer Varossieau. Zijn lesuren-aantal is echter aan zijn (particuliere) school (Amsterdamsch Lyceum) een ander dan aan de Rijksscholen. Zijn ervaring is, dat een practicum zeer wel mogelijk is, en goede resultaten geeft. In de 1e klasse laat hij de leerlingen erwten zaaien en de kieming en de wortel- en stengelgroei bestudeeren. Na schooltijd geeft hij een cursus in microscopie voor *die* leerlingen, die daar belangstelling voor hebben. In de 5e klasse van het Gymnasium komt dan een practicum ook met microscopische en physiologische oefeningen. Hij laat in den tuin ook plantengeographisch werk uitvoeren.

De heer *de Vries* (Harderwijk) deelt mede, dat hij in de afdeeling van het gymnasium, waarin weinig leerlingen zijn, een practicum geeft aan de hand van het boek van Prof. Reinders. De leerlingen maken zelf de praeparaten. Hij geeft dan altijd op, wat er af moet zijn, omdat anders de leerlingen niet gelijk blijven. Hij heeft ook een dierkunde-practicum gegeven met behulp van de hand-leiding van het Utrechtsche practicum (kreeft, mossel enz.). Hij is over dit practicum zéér tevreden. Een moeilijkheid is altijd het materiaal, maar hij kan hiervan veel uit Utrecht krijgen.

Mej. v. *Raalten* heeft ongeveer dezelfde ervaring als de vorige

spreker, gebruikt echter voor het dierkunde-practicum ook het leerboek van Reinders.

De heer *Varossieau* deelt mede, dat materiaal altijd, zooals prof. Jordan reeds vroeger heeft toegezegd, voor leeraren op aanvraag te krijgen is.

De heer *Ségaar* weet, dat het bezit van een te gering aantal microscopen voor velen een bezwaar is. Hij deelt daarom mede, dat men bij de firma ten Have, Amsterdam, Galerij, tegen niet te hooge kosten goede microscopen kan krijgen en dat hij voor zijn school daar ook eenige heeft kunnen koopen. Zijn ervaring in Amersfoort is nog zeer kort. Hij laat de leerlingen zelf kiezen, wat ze doen willen, bijv. het bekijken van waterinsecten. Dat een practicum het onderwijs zou overladen, zooals enkele aanwezigen vreezen, kan hij niet bevestigen, in tegendeel: het is een verlichting voor den leerling. Er wordt veel gedaan en het geeft grooter belangstelling aan den leerling, zoodat het behandelde beter onthouden wordt.

Mej. *Bastert* zou graag weten, hoe men een practicum kan hebben in een school met overvulde klassen en waar geen practicum-lokaal is. Zij kan dan ook niets anders bereiken dan de leerlingen, die belangstelling hebben, in de gelegenheid te stellen om na 4 uur wat te werken en zij moet zeggen dat daar soms tamelijk veel gebruik van gemaakt wordt.

Mej. v. *Raalten* keurt zulk vrij werken na 4 uur af. Zij heeft de ervaring, dat dit te veel voor den leerling wordt en de andere vakken dan in het gedrang komen, waardoor klachten komen van de andere docenten.

De heer *de Vries* geeft mej. Bastert toe, dat een practicum niet te geven is in een gewoon lokaal met vaste banken.

De heer *Varossieau* deelt nu wat van zijn ervaring mede. Hij heeft ook groote klassen maar splitst deze in groepen van ongeveer 12 leerlingen. Hij heeft een practicumlokaal, wel niet zoo groot als hij gewenscht had en niet zoo groot als de practicumzaal voor chemie is, maar hij is er toch wel mee tevreden. Er is een voldoende aantal zeer goede microscopen. Als practicum-onderwerpen noemt hij: (hij moet bekennen, dat hij nog wat ouderwetsch is en veel waarde hecht aan waarnemen) oefeningen zooals uit het bekende boek van Möll, morphologische onderwerpen als bollen en knollen, zaad, kieming, vruchten. Hij laat heel veel teekenen en

gebruikt dat teekenen als controle op het waarnemen. Ook systematische onderwerpen worden behandeld, zooals verband tusschen families, waarvoor in aanmerking komen Tubifloren, Liliifloren. Ook physiologisch werk zooals werken met een groeihoog, erwtenpomp enz. 'sZomers wordt het practicum in den botanischen tuin gehouden.

Prof. *Baas Becking* mist in de discussie, *wat* er nu eigenlijk gedaan wordt voor de menschen, die niet doorgaan in Biologie of Medicijnen. Zijn argument was: geef ook anderen menschen (a.s. juristen enz.) biologisch onderwijs. Hij meent, dat vooral in ons Nederlandsche onderwijs een te sterke scheiding is in de A- en B-vakken. Laat ook aan een jurist de malariaparasiet zien; hij heeft dit noodig voor zijn algemeene ontwikkeling. Leer hun ook de bijzonderheden van de chromosomen.

De *Voorzitter* zou prof. Baas Becking willen uitnoodigen om de Genootschapsvergadering van 7 Mei bij te wonen. Er is kans, dat hij dan zal bemerken, dat de classici nog in het geheel niet overtuigd zijn van de vormende waarde van de Biologie, en dat het groote moeite kost om hun dat duidelijk te maken.

Prof. *Baas Becking* schreef reeds in 1927 in de Gids een artikel over deze te scherpe scheiding in de A- en B-vakken. In Leiden wil men nu trachten wat meer verband tusschen de vakken onderling te brengen. Men moet inzien van hoe groot practisch belang een grondige biologische kennis voor ieder beschaafd mensch is.

De heer *Varossieau* vindt, dat men niet te veel het zuiver practische van ons vak naar voren moet brengen. Leerlingen vragen toch al zoo graag: „Waarvoor moet ik dat leeren, wat heb ik er aan?” Spr. heeft zijn leerlingen op het materieele van deze vraag gewezen, door ze ertoe te brengen dan te vragen: „Kan ik het eten?” Wij moeten juist in ons onderwijs het ideëele meer naar voren brengen.

Prof. *Baas Becking* vreest, dat men hem niet goed begrepen heeft. Ook hij voelt zeer veel voor de ideëele kant van de biologie, al wil hij niet ontkennen, dat ook de vraag: „Kan ik het eten?” nu niet van alle belang ontbloot is. Echter weet op het oogenblik de helft van de menschen niet, dat er een vak Biologie bestaat, dat zoowel practisch als ideëel van het grootste belang is voor een ieder.

Prof. *Jordan* wil er ook op wijzen, dat het onderwijs er vooral op ingesteld moet zijn om de niet-biologen het biologisch denken bij te brengen en hen de wetmatigheid in de natuur duidelijk te

maken, die men overal in het leven aantreft. Er heerscht onder de Biologen vaak een defaitisme. Voel toch zelf, dat U niet de mindere bent en houdt dit tegen een ieder vol! Dan gaat het wel!

De heer *Boerman* is getroffen door het te idealistische van de meeste debaters. Men ziet te weinig den practischen kant. Spr. kent uit jarenlange ervaring het onderwijs zoowel aan Gymnasia als H.B.S. Hij kan verzekeren, dat op het platte land, waar gevochten moet worden om het einddiploma te halen, wat voor vele ouders en leerlingen een noodzakelijkheid is, weinig gevoeld wordt voor het mooie van een vak, omdat de druk van het eindexamen te groot wordt en iedere verandering als een verzwaring van de eischen wordt aangezien. Ook moeten wij leeraren rekening houden met het eind-examen-programma en zijn wij ook door de deskundigen gebonden om onze leerlingen, dat te leeren wat de deskundige kan eischen.

De heer *Bonnet* ontkent dezen druk, die volgens den vorigen spr. op de kinderen zou rusten, waardoor alle belangstelling voor het onderwijs er uit is.

De heer *Boerman* blijft bij zijn opvatting, dat het onderwijs op de scholen al overladen is en iedere wijziging een grootere overlading geeft. Hij waarschuwt ten sterkste hiertegen.

De heer *Varossieau* zegt, dat een practicum geen verzwaring van de eischen geeft, integendeel: het leeren wordt erdoor vergemakkelijkt.

De heer *v. d. Maas* heeft nooit moeilijkheden met de gecommiteerden gehad. Men moet den gecommiteerden duidelijk maken, waarom men enkele onderwerpen niet behandeld heeft.

De heer *de Vries* zegt, dat hij het over een practicum aan een gymnasium heeft gehad. Hij heeft daarbij ook getracht om leerlinen van de A-afdeeling ertoe te brengen wat van de biologie te bestudeeren, maar kon ze daar echter niet toe krijgen.

De *Voorzitter* dankt nu prof. Baas Becking voor zijn zeer belangrijke inleiding. Hij hoopt, dat wat spr. verteld heeft, een grooten invloed zal hebben op het onderwijs ook voor die leerlingen, die later niet in de studie der Biologie zullen verder gaan. Prof. Baas Becking verlaat daarop de vergadering.

De heer *Oosterhuis* vraagt of de heer *de Vries* werkelijk de leerlingen *zelf* laat snijden en of dat resultaat heeft, daar ieder bioloog toch weet hoe ongelooflijk veel tijd met het zelf snijden van preparaten heengaat.

De heer *Varossieau* zegt dat hij het van groot belang vindt, dat zijzelf wat gedaan hebben. Hij geeft een geheel jaar practicum.

Hiervoor is door de gewaardeerde medewerking van den rector een wijziging in den lesrooster gebracht.

De heer *Oosterhuis*: Mijn rector kan wijzigingen in het leerplan moeilijk toestaan, omdat er zooveel leerlingen van de eene school naar de andere gaan en dit dan allerlei moeilijkheden medebrengt.

De heer *Varossieau* weet van vorige vergaderingen, dat dit steeds een belangrijk punt is aan de H.B.S.en. De gymnasia schijnen hiervan minder last te hebben en in ieder geval is daar niet zoo angstvallig alles in het leerplan voorgeschreven. Spr. is van meening, dat het beter is weinig te geven maar dat dan goed, dan veel en dan oppervlakkig.

De heer *Offerijns* krijgt den indruk dat hier telkens uitsluitend over de Gymnasia is gesproken en de H.B.S.-en erg in een hoekje zijn gedrongen. Onze H.B.S.-en zijn zeer groot en overvuld. Desnoods zou met een splitsing nog een practicum in de 5e klasse mogelijk zijn, maar ook daar gelukt het niet o.a. door gebrek aan materiaal. Zoo beschikken de scholen in Amsterdam niet over een behoorlijk aantal microscopen.

De heer *Varossieau*: Wij weten wel, dat speciaal de Amsterdamse midd. scholen slecht bedeeld zijn, maar er is ook niet uitsluitend over een microscopisch practicum gesproken. Ook andere practica zijn mogelijk en wel met veel minder kostbaar materiaal. Kan collega Offerijns niet veel tot stand brengen met het materiaal uit zijn fraaien bot. tuin?

De heer *Offerijns* meent, dat er toch door de aanwezigen speciaal voortdurend gesproken is over een microscopisch practicum. Maar ook een ander practicum zou afstuiten op de kosten: de subsidie, die een H.B.S.-leeraar in Amsterdam jaarlijks krijgt voor aanschaffing en onderhoud is wel zeer miniem.

Prof. *Jordan* meent, dat men het practicum zeer eenvoudig moet houden. Er zijn duizende kleine waarnemingen te doen.

De heer *Varossieau* wijst er op, dat ook demonstraties gehouden kunnen worden. Het behoeft niet steeds een practicum te zijn. Maar de leerling moet, hoe dan ook, in direct verband worden gebracht met de levende werkelijkheid.

De heer *Offerijns* had in het bijzonder zijn aandacht op een

microscopisch practicum gevestigd. Het spreekt toch vanzelf, dat men de leerling zelfstandig laat werken.

De heer *Boerman* vraagt of het niet van belang zou zijn om te trachten een overzicht te verkrijgen over wat men onder een practicum verstaat. De meeningen schijnen hierover nogal verdeeld te zijn.

De *Voorzitter* belooft, dat men in de vereeniging over de vraag van den heer *Boerman* nog wel eens nader zal denken. Hij dankt prof. *Jordan* voor zijn zeer belangrijke voordracht en zijn groote belangstelling ook tijdens de discussie en sluit daarna de vergadering.

Deze vergadering, die ook door verscheidene niet-biologen werd bijgewoond, is als zeer geslaagd te beschouwen, zoowel ten opzichte van de discussie als wat het betoonde enthousiasme betreft.

SLOTWOORD van Dr. D. P. A. VERRIJP.

Toen wij na afloop van onze werkzaamheden ons ten eten begaven, maakte een collega de opmerking, dat het toch wel aardig zou geweest zijn, als er een officieel *slot* aan de bijeenkomst geweest was. Inderdaad had hij geen ongelijk en ik had dit gebrek ook wel voorzien. Helaas echter zijn de afstanden in ons landje meest zoo klein, dat vele collega's zich op het einde van den middag haasten om hunne respectieve haardsteden op te zoeken. Ik had dus aan mijn mede-commissieleden niet durven voorstellen om een eindvergadering te houden.

Daarom zij dan *hier* den dank der commissie gebracht aan *allen*, die meegewerkt hebben om dezen didactischen dag der exacte vakken zoo geheel te doen slagen; in het bijzonder moet wel genoemd worden de groote belangstelling der deelnemers. Maar in de tweede plaats moet ook waardeering uitgesproken worden voor het vele werk, dat tijdens en na de vergaderingen verricht is door de secretarissen en de studenten en de redactie van „*Euclides*”!

Doch alles moeten wij over hebben voor één ding: den bloei der gezamenlijke exacte vakken op onze scholen! Tot weerziens dus op een volgende bijeenkomst!

D. P. A. V.

De bijeenkomst werd gehouden in eenige zalen van het hotel de l'Europe en in het Lab. voor Vergelijk. Physiologie der R. U.

Prof. Dr. F. SCHUH

Lessen over Hoogere Algebra

(9e druk van Lobatto's Lessen over Hoogere Algebra)

1e deel 2e dr. geb. f 13.75; 2e deel met 9 fig. en 506
vraagst. geb. f 11.50; 3e deel met 54 fig. en 1548 vraagst.
geb. f 19.—. 3 deelen samen f 40.—

Prof. Dr. F. SCHUH

Beknopte Hoogere Algebra

geb. f 15.—

Prof. Dr. F. SCHUH

Het Getalbegrip

in het bijzonder het onmeetbare getal met toepassing op
algebra, differentiaal- en integraalrekening, geb. f 7.50

Prof. Dr. J. A. BARRAU

Analytische Meetkunde

1e deel, Het platte Vlak. 2e druk ter perse.
2e deel, De Ruimte Geb. f 14.50

Prof. Dr. J. G. RUTGERS

Inleiding tot de Analytische Meetkunde

Deel I. Het platte Vlak, 2e druk, met meer dan 120
figuren en 250 vraagstukken, geb. f 6.50

Prof. Dr. J. G. RUTGERS

Meetkunde der Kegelsneden

geb. f 5.00

Prof. Dr. J. G. RUTGERS

Beknopte Analytische Meetkunde

A. Het platte Vlak (98 fig. en 225 vraagst. met Antw.)
B. De Ruimte (40 fig. en 130 vraagst. met antw.) geb. f 9.00

UITGAVEN P. NOORDHOFF N.V. GRONINGEN-BATAVIA