EUCLIDES

TIJDSCHRIFT VOOR DE DIDACTIEK DER EXACTE VAKKEN

ONDER LEIDING VAN

J. H. SCHOGT EN P. WIJDENES

7e JAARGANG 1930/31, Nr. 6

P. NOORDHOFF — GRONINGEN

Prijs per Jg. van 18 vel f 6.—. Voor inteekenaars op het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde en Christiaan Huygens f 5.—.

Euclides, Tijdschrift voor de Didactiek der Exacte Vakken, verschijnt in zes tweemaandelijksche afleveringen, samen 18 vel druks. Prijs per jaargang *f* 6.—. Zij, die tevens op het Nieuw Tijdschrift (*f* 6.—) of op „Christiaan Huygens" (*f* 10.—) zijn ingeteekend, betalen *f* 5.—.

Artikelen ter opneming te zenden aan J. H. Schogt, Amsterdam-Zuid, Frans van Mierisstraat 112; Tel. 28341.

Het honorarium voor geplaatste artikelen bedraagt *f* 20.— per vel.

De prijs per 25 overdrukken of gedeelten van 25 overdrukken bedraagt *f* 3,50 per vel druks *in het vel gedrukt*. Gedeelten van een vel worden als een geheel vel berekend. Worden de overdrukken buiten het vel verlangd, dan wordt voor het afzonderlijk drukken bovendien *f* 6.— per vel druks in rekening gebracht.

Boeken ter bespreking en ter aankondiging te zenden aan P. Wijdenes, Amsterdam-Zuid, Jac. Obrechtstraat 88; Tel. 27119.

INHOUD.

De redactie heeft het genoegen in deze aflevering het portret te geven van Prof. Dr. B. L. VAN DER WAERDEN.

Opname Juni 1931

Dr. B. L. VAN DER WAERDEN

geb. 2 Febr. 1903 te Amsterdam, gestudeerd in Amsterdam 1919—'24; in Göttingen, vooral onder leiding van Dr. Emmy Noether 1924—'25. Gepromoveerd 1926 bij Prof. Hk. de Vries in Amsterdam. Assistent bij Prof. Blaschke in Hamburg 1927—'28. Privaat-docent te Göttingen 1928—'29. Professor te Groningen 1929—1931, thans te Leipzig.

DE ONMEETBARE VERHOUDINGEN IN DE ELEMENTAIRE MEETKUNDE

DOOR

PROF. Dr. B. L. VAN DER WAERDEN.

De studie van de geschiedenis der wetenschappen heeft het nut, ons een duideliker inzicht te geven in de principiële moeilikheden, die de mensheid te overwinnen heeft gehad om van vóórwetenschappelike ervaring tot wetenschap te komen. Gaat men van de veronderstelling uit, dat er wel geen principieel verschil zal bestaan tussen de denkbeelden van de moderne schooljeugd vóór zijn kennismaking met de wetenschap en die der oude kultuurvolken in hun vóórwetenschappelike periode, dan volgt hieruit, dat dezelfde moeilikheden, waarmede de ouden kampten, ook nu even zovele struikelblokken zullen kunnen vormen en dat historiese studie voor het begrip van deze moeilikheden verhelderend zal kunnen werken. Eén dezer moeilikheden nu, die zowel in de geschiedenis der Griekse meetkunde als bij het moderne onderwijs een grote rol speelt, is gelegen in de begrippen van het irrationale getal en van de irrationale meetkundige verhouding.

De vóórwetenschappelike ontwikkelde mens, dat wil dus zeggen de Babyloniër, de Griek vóór de tijd van Plato, de schooljongen in de eerste klas van de middelbare school, heeft (voorzover ik dit heb kunnen nagaan) aangaande het getalbegrip en de meting van lijnsegmenten opvattingen, die ongeveer in de volgende twee stellingen kunnen worden samengevat:

I. Er zijn geen andere getallen dan gehele getallen en (gewone of tiendelige of zestigdelige) breuken.

II. Elk lijnsegment heeft een lengte, die, met een bepaalde eenheid gemeten, door een getal wordt voorgesteld.

De ontdekking der onderling onmeetbare lijnsegmenten, naar het heet door de „Pythagoreërs", bracht aan het licht, dat deze beide stellingen althans niet beide houdbaar zijn. De Griekse wiskundigen trokken, aan het getalbegrip vasthoudend, de konklusie, dat de tweede onderstelling fout moest zijn. Het gelukte hun, de meetkunde zonder het postulaat II op te bouwen. De leer der evenredigheden, dit schitterende logiese bouwwerk der Platoniese tijd, [1]) gebruikt niet anders dan gehele getallen, en deze strenge beperking bepaalt ook de voor ons gevoel zo omslachtige uitdrukkingswijze der Elementen van Euklides.

In het moderne schoolonderwijs pleegt men uit het bestaan van onderling meetbare lijnsegmenten een andere konklusie te trekken: niet II, maar I laat men vallen, terwijl II als vanzelfsprekend wordt volgehouden. De logiese onhoudbaarheid van deze methode wordt duidelik, indien men bedenkt, dat de leerling nooit andere getallen dan gewone breuken heeft leren kennen, óók niet in de algebra. De eerste onderstelling berust dus voor de leerling (evenals voor de Griek) op de definitie van het getalbegrip, terwijl juist de tweede bij strenge zelfkritiek blijkt, ongemotiveerd te zijn. Logies zou dus zijn om, nadat men het bestaan van onmeetbare lijnsegmenten heeft ingezien, II te verwerpen. In plaats daarvan suggereert men de verwerping van I. Dit geschiedt door de volgende listige inkleding: éérst de definitie van „verhouding" als quotient der lengten (waarin II impliciet verborgen zit), dàn eerst wijzen op de mogelikheid van onderling onmeetbare lijnsegmenten, ten slotte als konklusie het bestaan van irrationale getallen. En dan verwondert men zich, als de leerling niet begrijpt, wat een irrationaal getal is!

Heeft men de moeilikheid van het begrip der onmeetbare verhoudingen eenmaal (hoe dan ook) overwonnen, dan rijst meteen een tweede moeilikheid bij het bewijs van wat ik in het volgende zal noemen Stelling A: de stelling over de evenredigheid van lijnstukken bij de snijding van twee lijnen door twee, drie of vier parallelen. In het geval, dat de beschouwde verhouding rationaal is, loopt alles nog goed af. In het irrationale geval worden de beide verhoudingen p en q, wier gelijkheid men wil bewijzen, elk tussen twee grenzen ingeklemd, die aldoor nauwer bij elkaar worden gebracht, b.v.:

---

[1]) Zie E. J. Dijksterhuis, De Elementen van Euclides II, p. 55—115 (Noordhoff 1930).

$$\begin{array}{ccc} 1 < p < 2 & ; & 1 < q < 2 \\ 1{,}4 < p < 1{,}5 & ; & 1{,}4 < q < 1{,}5 \\ 1{,}43 < p < 1{,}44 & ; & 1{,}43 < q < 1{,}44 \\ \text{enz.} & ; & \text{enz.} \end{array}$$

Hieruit wordt dan, meestal met enig kommentaar maar zonder overtuigende motivering, de konklusie $p = q$ getrokken, die dan ook door de meeste leerlingen niet wordt begrepen. [2])

Ook het oneindige benaderingsproces, dat aan het bewijs ten grondslag ligt, wordt in de regel bij het „les overhoren" niet juist gereproduceerd en moet dus als „te moeilik" worden aangemerkt.

De hier geschetste moeilikheden kunnen niet, als zovele andere, eenvoudig door een nauwkeuriger formulering der begrippen uit de wereld worden geholpen. Immers, wil men werkelik àlle vaagheid vermijden en uitsluitend nauwkeurige begrippen gebruiken, dan moet men:

1) òf een exakt getalbegrip invoeren, bv. gedefinieerd met de snede van Dedekind of door oneindige decimaalbreuken of kettingbreuken, en de eigenschappen van dit getalbegrip bewijzen,

2) òf met vermijding van elk getalbegrip (behalve de gewone breuken) de gelijkheid van verhoudingen en het rekenen daarmee volgens Euklides, boek V, invoeren.

De eerste methode is wegens haar verregaande abstraktheid en ingewikkeldheid voor het onderwijs klaarblijkelik onbruikbaar. De tweede methode is iets minder ingewikkeld en voert vrij snel tot het doel, maar heeft het niet te onderschatten nadeel, dat men dan in de gehele meetkunde niet met irrationale getallen en niet met lengten van lijnsegmenten mag werken: van $\sqrt{2}$ mag men niet spreken; formules als die van Pythagoras moet men (gelijk de Grieken dit doen) òf door evenredigheden omschrijven, òf met behulp van oppervlakken uitdrukken. Men mist dus het verband met de algebra

---

[1]) En wel met recht, immers waarom zouden twee verschillende getallen niet een zelfde ontwikkeling in een decimale breuk kunnen hebben? In de door Hilbert gekonstrueerde niet-archimediese meetkunden kan het inderdaad voorkomen, dat twee ongelijke lijnsegmenten, in dezelfde eenheid van lengte uitgedrukt, beide door dezelfde oneindige decimaalbreuk, b.v. 0,333... worden voorgesteld: men behoeft voor hun lengten slechts te kiezen de waarden $\frac{1}{3}$ en $\frac{1}{3} + t$, waar t een „oneindig kleine" grootheid is. Vgl. Hilbert, Grundlagen der Geometrie, § 12.

en met alle toepassingen (trigonometrie, natuurkunde, etc.) Ook deze wijze van behandeling is dus voor onze scholen onbruikbaar.

Men is dus gedwongen, met de exaktheid een kompromis te sluiten. Dit sluit echter niet in, dat men de moeilikheden tracht te verdoezelen. Men kan immers, na aangetoond te hebben, dat de rationale getallen niet toereikend zijn om alle verhoudingen van segmenten uit te drukken, wijzen op de noodzakelikheid van een nieuw getalbegrip en vermelden, dat men dit inderdaad door exakte definities kan invoeren, maar dat deze theorie te moeilik is, en ten slotte de eigenschappen van deze nieuwe getallen eenvoudig postuleren. Geeft men dan nog enige voorbeelden van het rekenen met irrationale getallen (decimale ontwikkeling van $\sqrt{2}$ in één of twee decimalen, herleiding van $\frac{1}{\sqrt{2}}$), dan is de leerling met deze getallen prakties voldoende vertrouwd. De leer der „verkorte bewerkingen" kan wellicht ook verhelderend werken.

Min of meer duidelik vindt men een dergelike wijze van behandeling ook in de nieuwere leerboeken der vlakke meetkunde: ik noem bv. die van Reindersma, van Schogt, van Haalmeijer. In alle drie genoemde boeken bevat de uiteenzetting echter m.i. een onnodig bezwarend element: het verhoudingsbegrip wordt namelik min of meer uitgesproken vastgekoppeld aan bepaalde oneindige processen (het insluiten tussen breuken bij Reindersma, de oneindige decimaalbreuken bij Haalmeijer, de kettingbreuken bij Schogt), welke oneindige processen dan ook weer worden gebruikt bij het bewijs van de boven reeds besproken stelling A.

Vaak wordt niet geheel duidelik gemaakt, of deze oneindige processen als definitie van het onmeetbare getal dienen, of dat ze op grond van een als bekend verondersteld getalbegrip worden uitgevoerd. Maar in elk geval gaan deze processen en hun gebruik bij het bewijs der stelling A het bevattingsbegrip van de meeste leerlingen te boven, gelijk de ervaring leert.

Nu is een wijze van uiteenzetting der verhoudingsleer mogelik, waarbij de oneindige processen geheel vermeden worden. Deze uiteenzetting kan in de volgende stappen geschieden.

1. Definitie van onderling meetbare lijnstukken en van hun verhoudingen.

2. Bewijs van de hoofdstelling over de evenredigheden bij snijding van 2 rechten door 3 (of 4) parallelen in het meetbare getal.

3. Bewijs van het bestaan van onmeetbare lijnstukken (met het voorbeeld van de rechthoekige gelijkbenige driehoek).

Hiermede behoeft men niet (als bij Haalmeijer) te wachten totdat men de gehele theorie tot aan de Stelling van Pythagoras heeft ontwikkeld; evenmin is men op het bewijs met behulp der „antanairesis” aangewezen, dat Reindersma en Schogt geven. Men kan eenvoudig zo redeneren:

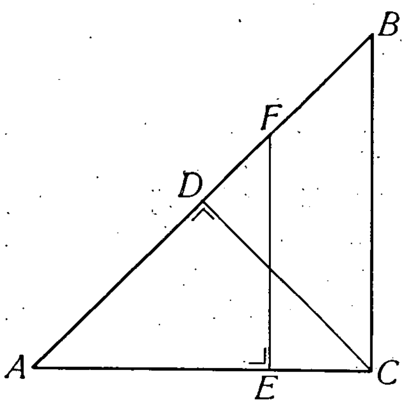

Fig. 1.

Laat ABC een bij C rechthoekige gelijkbeenige driehoek zijn, CD de hoogtelijn (= zwaartelijn) uit C. Indien nu de verhouding $\frac{AB}{AC}$ rationaal was, dan was hij gelijk aan de verhouding $\frac{AC}{AD}$ wat men gemakkelik inziet door AE = AD op AC af te passen, EF // CD te trekken, uit de kongruentie $\triangle$ ADC $\cong$ $\triangle$ AEF te besluiten tot AC = AF en dan de stelling A toe te passen, welke levert AB : AF = AC : AE. We zouden dus hebben:

$$AB : AC = AC : AD = m : n$$
$$AB : AC = 2AD : AC = 2n : m$$
$$m : n = 2n : m$$

(1) $$m^2 = 2n^2,$$

waaruit op de bekende wijze een tegenspraak af te leiden is, indien m en n als onderling ondeelbaar en dus niet beide even aangenomen worden [3]).

4. We zien dus, als we een bepaald lijnstuk tot eenheid van lengte promoveren, dat niet alle lengten door rationale getallen kunnen worden voorgesteld. We postuleren nu, dat de lengten der lijnstukken toch door een uitgebreide soort getallen voor te stellen zijn, die aan dezelfde rekenregels voldoen als de rationale en die

---

[1]) Is nl. m oneven, dan is het tweede lid van (1) door 2 deelbaar en het eerste niet. Is m even en n oneven, dan is het eerste lid door 4 deelbaar en het tweede niet.

op grond van bepaalde „groter” en „kleiner” betrekkingen tussen de rationale getallen verstrooid liggen.

Door dit duidelik uit te spreken, bereikt men, zonder op de definitie van het irrationale getal in te gaan (welke definitie immers principieel te moeilijk is), dat toch een voldoende grondslag gelegd wordt, waaruit al het volgende zich zuiver logies laat ontwikkelen. Ter toelichting kan men, zoals ik boven reeds zeide, enkele herleidingen en(of) decimale ontwikkelingen bespreken, of bv. bewijzen dat $\sqrt{2}$ tussen $1^2/_5$ en $1^5/_{12}$ in ligt.

De verhouding van twee lijnstukken kan men daarna eenvoudig als het quotient van hun lengten definiëren.

5. Het bewijs van „Stelling A” in het onmeetbare geval kan men òf geheel weglaten, òf tot later uitstellen, òf direkt erbij geven, al naar eigen pedagogies inzicht. Ik wil hier een bewijs aangeven, waarin geen oneindige processen worden gebruikt en dat uitsluitend op de onder 4 geformuleerde onderstellingen berust.

Hulpstelling. Zijn p en q twee ongelijke positieve getallen, dan ligt tussen p en q steeds een rationaal getal $r = \frac{m}{n}$, waarvoor dus geldt

$$p < r < q. \text{ [1]}$$

Bewijs. Zij n een geheel getal, groter dan $\frac{1}{q-p}$. Dan is

$$n\,(q - p) > 1,$$
$$n\,q > n\,p + 1.$$

Zij nu m het kleinste natuurlike getal groter dan $n\,p$, dus:

$$m > n\,p, \text{ maar } m - 1 \leqq n\,p.$$

Daaruit volgt

$$n\,p < m \leqq n\,p + 1 < n\,q$$
$$p < \frac{m}{n} < q.$$

Daarmee is het gestelde bewezen.

---

[1]) Men kan de hulpstelling ook meetkundig formuleren: Zijn p en q lijnsegmenten en $p < q$, dan is er een rationaal veelvoud re van het eenheidssegment e met de eigenschap $p < re < q$. Ten bewijze past men het segment $q—p$ zo vaak op de eenheid e af, totdat men een veelvoud $n(q—p) > e$ vindt, enz. als boven. Bij het bewijs wordt het z.g. Postulaat van Archimedes twee maal toegepast.

Stelling A.

Onderstelde:
AB // CD // EF.

Gestelde:
$$\frac{CE}{CA} = \frac{DF}{DB}.$$

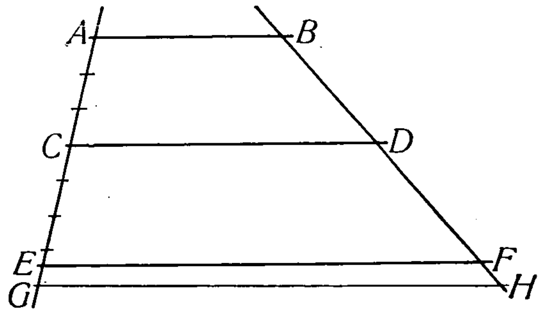

Fig. 2.

Bewijs. Stel $\frac{CE}{CA} = p$, $\frac{DF}{DB} = q$. Stel dat het gestelde onwaar, dus $p \neq q$ is, bv. $p < q$. Bepaal een rationaal getal $r = \frac{m}{n}$ tussen p en q, dus

$$p < \frac{m}{n} < q.$$

Deel CA in n gelijken delen en pas het deel m maal op CE af, maak dus $CG = \frac{m}{n} CA$. Dan is

$$\frac{m}{n} CA > p \,.\, CA$$

dus
$$CG > CE.$$

Trek door G de parallel met EF, die BF snijdt in H. Dan is (volgens stelling A in het rationale geval):

$$\frac{DH}{DB} = \frac{CG}{CA} = \frac{m}{n} < q.$$

Maar ook, volgens de figuur, DH > DF, dus

$$\frac{DH}{DB} > \frac{DF}{DB} = q.$$

Dit is een tegenspraak. Op analoge wijze vindt men voor $p > q$ een tegenspraak (verwissel de lijnen AE en BF!). Dus blijft slechts $p = q$ over.

Een dergelik bewijs kan natuurlik worden gegeven voor de stelling, dat de oppervlakken van twee rechthoeken met dezelfde basis zich verhouden als de hoogten, voor de stelling dat twee bogen van dezelfde cirkel zich verhouden als de middelpuntshoeken, etc. De hulpstelling, die slechts op getallen betrekking heeft, kan voor al deze bewijzen tegelijk dienen.

HISTORISCHE REVUE

DOOR

E. J. DIJKSTERHUIS.

1929 (Vervolg).

A. B. Chace, L. Bull, H. P. Manning and R. C. Archibald. The Rhind Mathematical Papyrus. *British Museum 10057 and 10058. Photographic Facsimile, Hieroglyphic Transcription, Transliteration, Literal Translation, Free Translation, Mathematical Commentary, and Bibliography.* Oberlin (Ohio, U.S.A.) 1927—1929. Vol. I, 200 blz. Vol. II, 16 en 288 ongenummerde bladzijden.

Deze prachtige editie van den vermaarden papyrus, die nog steeds de voornaamste bron van onze kennis der Aegyptische wiskunde vormt, beduidt wel het toppunt van wat ooit op het gebied van uitgaven van historische belangrijke documenten is bereikt. De leider der uitgave, A. B. Chace, kanselier van de Brown University, Providence, Rhode Island, heeft met medewerking van verschillende geleerden in een vijftienjarige studie al het materiaal bijeengebracht, dat men zich bij de studie van een dergelijk werk maar wenschen kan en hij heeft bovendien met groote edelmoedigheid aan de Mathematical Association of America de middelen verschaft, om het zeer kostbare werk te kunnen doen verschijnen.

Het eerste deel bevat na een studie van de Aegyptische wiskunde in het algemeen een vrije vertaling van den inhoud van den papyrus met commentaar en een uitvoerige, door R. C. Archibald met groote zorg bewerkte bibliographie van alle geschriften, die met de studie daarvan in verband staan. Het tweede deel brengt op 31 bladen de eerste photographische reproductie van het fascineerende document en daarna op 109 platen een facsimile van den hieratischen tekst, vergezeld van een hieroglyphische transcriptie en een transliteratie; daarnaast is de transliteratie dan telkens opnieuw afgedrukt in de thans gebruikelijke rangorde der teekens met daaronder de letterlijke vertaling; ook wie geen Aegyptisch kent, kan zich nu dus volkomen oriënteeren over de wijze, waarop het gelezene in den oorspronkelijken tekst voorkomt. Dit zal in een volgende aflevering van dit tijdschrift door voorbeelden worden aangetoond.

De Aegyptische wiskunde heeft in dit werk een fundament van onschatbare waarde verworven, waarvoor men Chace en zijn medewerkers wel zeer dankbaar moet zijn.

De uitgever van de Italiaansche serie *Per la Storia e la Filosofia delle Matematiche* zendt ons nog de volgende deelen van deze reeks toe:

4. **E. Rufini. Il „Metodo" di Archimede e le origini dell' Analisi infinitesimale nell' Antichità.** VIII en 293 blz. L. 22.50. Roma (Stock) 1926.

5. **R. Dedekind. Essenza e significato dei numeri. Continuità e numeri irrazionali.** Roma (Stock) 1926. 306 blz. L. 22.

6. **A. C. Clairaut. Teoria della forma della terra dedotta dai principi dell' Idrostatica.** Bologna (Zanichelli) 1928. VI en 245 blz. L. 30.

Van deze werken werd No. 4 reeds in dit tijdschrift besproken (IV, 1927/28, 37). No. 5 en No. 6 zullen hier te lande, waar men Dedekind en Clairaut wel in het oorspronkelijke kan lezen, wel weinig belangstelling ondervinden. Toch kan aan iemand, die zich met deze onderwerpen bezighoudt, de raad worden gegeven, de Italiaansche edities te raadplegen wegens de goede noten, waardoor ze vergezeld gaan. Het werk van Dedekind is bewerkt door O. Zariski, dat van Clairaut door M. Lombardini. Bovendien vindt men in het laatste nog een studie van F. Enriques: *Il problema della Forma della Terra nell'antica Grecia.*

Florian Cajori, A History of Physics in its elementary branches including the evolution of physical laboratories. Revised and enlarged edition. New York (Macmillan) 1929. XIII en 424 blz.

Van een geschiedenis der physica, die bij de Sumeriers begint en met de quantenmechanica eindigt, en die toch slechts 424 bladzijden beslaat, zal men niet kunnen verwachten, dat ze voldoende diep op alle behandelde onderwerpen ingaat, om een verplaatsing van den lezer in oudere gedachtengangen te bewerken en evenmin, dat ze de continuiteit van de historische ontwikkeling voldoende tot haar recht doet komen. Wie echter niet zooveel eischt, maar wie, zooals met de lezers, waarvoor de schrijver zijn boek bestemd heeft (docenten en studenten in physica), in den regel wel het geval zal zijn, een beknopt, practisch en betrouwbaar overzicht van de ontwikkeling van zijn wetenschap verlangt, kan in onzen tijd nauwelijks een geschikter werk vinden dan dat van den bejaarden, maar nog steeds zeer productieven Amerikaanschen historicus. De uiteenzetting is ingedeeld naar tijdvakken en in die tijdvakken weer naar physische onderwerpen. Dit is wel eens lastig, als men den groei van een bepaald gebied wil nagaan. Het slot van het boek wordt gevormd door een behandeling van de evolutie van de physische laboratoria, waarbij uit den aard der zaak veel aandacht aan Amerikaansche en Engelsche toestanden wordt besteed. Het boek is goed gedrukt en schaars geïllustreerd.

Kurt Vogel, Die Grundlagen der ägyptischen Mathematik in ihrem Zusammenhang mit der 2:n Tabelle des Papyrus Rhind. München (Beckstein) 1929. 211 blz.

Sedert het verschijnen (in 1923) van de door T. E. Peet verzorgde uitgave van den mathematischen papyrus, die met den naam van zijn ontdekker A. E. Rhind pleegt te worden aangeduid, kan men een sterke toename van de belangstelling van de historici der wiskunde in vorm en wezen van de Aegyptische arithmetica constateeren. De editie van Peet gaf reeds dadelijk aanleiding tot tal van besprekingen, waarin veel dieper op het onderwerp werd ingegaan, dan in recensies gewoonlijk geschiedt en daarna verschenen er verschillende omvangrijkere verhandelingen, die zich ten doel stelden, de eigenaardigheden van de Aegyptische rekenkunde te beschrijven en in haar ontwikkeling te begrijpen.

Als een belangrijke bijdrage tot het bereiken van dit doel kan de hierboven aangekondigde dissertatie van Dr. Kurt Vogel worden beschouwd, waarin de schrijver na een uitvoerige behandeling van de grondslagen der Aegyptische arithmetica het fascineerende probleem bespreekt, dat de beroemde 2:n tabel in haar samenstelling en ontwikkeling aan den historicus biedt. Deze tabel leert elke breuk met teller 2, waarvan de noemer een oneven getal is, niet grooter dan 101, schrijven als een som van stambreuken en stelt daardoor in staat, algemeene breuken met zulke noemers geheel te vermijden en met geen andere dan stambreuken te werken; hierdoor wordt echter juist een der karakteristieke trekken van het Aegyptische rekenen bepaald. Die tabel nu is tot op zekere hoogte volgens een vast systeem bewerkt, maar het gelukt niet, haar samenstelling geheel uit een algemeen gezichtspunt te verklaren; dit geeft aanleiding tot het mathematisch-historische probleem, haar ondersteld geleidelijk ontstaan te reconstrueeren. De schrijver geeft nu eerst een goed gedocumenteerd overzicht van wat reeds door anderen op dit gebied is verricht, om vervolgens zijn eigen theorie te ontwikkelen. Deze voert wel tot een helder inzicht in het formalisme van de Aegyptische breukrekening; de vraag naar de ontwikkelingsgeschiedenis van de hierin toegepaste techniek moet echter bij gebrek aan documenten onbeantwoord worden gelaten. Dit zeer verdedigbare standpunt verschilt principieel van dat, waarop de verhandelingen over hetzelfde onderwerp van den mathematischen Aegyptoloog O. Neugebauer zijn gebouwd; deze toch streeft er naar, om door verplaatsing in de praelogische mentaliteit van de tijden, waarin men zich de 2:n tabel ontstaan moet denken, die wordingsgeschiedenis ondanks gebrek aan documenten toch te reconstrueeren, een subtiel werk, waarvan de resultaten natuurlijk sterk hypothetisch blijven. Het is hier niet de plaats, om dit principieele verschil nader te bespreken; men kan slechts aan ieder, die zich voor het probleem der Aegyptische wiskunde interesseert, den raad geven, Neugebauer en Vogel in hun heldere uiteenzettingen en hun hoffelijke wederzijdsche kritiek beide te bestudeeren.

Oeuvres Complètes de Christaan Huygens, publiées par la société hollandaise des Sciences. La Haye (Nijhoff) 1929. Tome XVI.

Van de prachtige uitgave van de verzamelde werken van Christiaan Huygens, die in 1888 door de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen is begonnen en die, voltooid, het schoonst denkbare monument voor onze genialen landgenoot zal vormen, is thans het zestiende deel verschenen, waarin de belangrijke onderzoekingen op het gebied der Mechanica, die Huygens voor zijn vertrek naar Parijs in 1666 heeft verricht, verzameld zijn. Men vindt hierin in de eerste plaats de beroemde verhandeling *De motu corporum ex percussione,* die pas na zijn dood in de *Opuscula Posthuma* (1703) is gepubliceerd, maar waarvan de definitieve redactie reeds in 1656 was vastgesteld. Huygens slaagt er in deze verhandeling in, het raadsel van de botsing, waarvoor Galilei nog stil was blijven staan, op te lossen door de toepassing van het door hem ingevoerde relativiteitsbeginsel der klassieke mechanica in vereeniging met het dynamisch gegeneraliseerde axioma van Torricelli, dat in wezen aequivalent is met het beginsel van behoud van mechanisch arbeidsvermogen in het homogene zwaarteveld der aarde. De verhandeling is thans gepubliceerd met verschillende Appendices, die een inzicht in de wordingsgeschiedenis van de theorie geven en met een van die uitvoerige Avertissements, die de studie van de werken van Huygens zoo zeer vergemakkelijken.

Een tweede groep van publicaties bevat een aantal nog niet eerder volledig gepubliceerde beschouwingen over de botsing en over de kwestie van het bestaan en de waarneembaarheid van een absolute beweging. Het moet een moeilijk probleem zijn geweest, de uiteenzettingen over het laatste onderwerp te ordenen en in hun samenhang te overzien. Volkomen helder is het beeld van Huygens' opvattingen in de eeuwenoude, maar in onzen tijd weer meer dan ooit actueele vraag naar de mate van relativiteit van het bewegingsbegrip er nog niet door geworden, maar in ieder geval zijn de documenten, die het materiaal voor het historisch onderzoek in deze zaak bevatten, nu in uitmuntenden vorm tot ieders beschikking gesteld.

Hierna volgt weer een samenhangende verhandeling, die eveneens reeds in de *Opuscula Posthuma* is gepubliceerd; ze bevat de schoone theorie der vis centrifuga, waarin de kracht, werkend op een stoffelijk punt, dat eenparig een cirkel doorloopt, bestudeerd wordt vanuit het standpunt van een waarnemer, die aan de cirkelvormige beweging deelneemt.

De nog overblijvende ruim 200 bladzijden worden ingenomen door een reeks van met een uitzondering nog niet eerder gepubliceerde stukken op het gebied van statica en dynamica. We vermelden hiervan in het bijzonder de stukken, die betrekking hebben op het tautochronisme van de cycloidale valbeweging, waarin men het tot stand komen van deze beroemde ontdekking van den aanvang af kan vervolgen met een nauwkeurigheid, die de wetenschapsgeschiedenis slechts zelden vermag te bereiken en de lange rij van onderzoekingen over het pendulum isochronon van lichamen van verschillende gedaante, waarin Huygens den grondslag legt voor de dynamica der vaste lichamen en waarin men onophoudelijk gelegenheid heeft, zijn schitterend vernuft te bewonderen. Echter niet zijn vernuft alleen; de wijze, waarop de uitgever van deze stukken de vaak moeilijk te begrijpen redeneeringen van Huygens heeft ontcijferd en verduidelijkt, verdient den hoogsten lof.

Volgens traditie wordt het deel besloten met al de uitvoerige en betrouwbare tabellen, die het den lezer zoo gemakkelijk maken van de onoverzienbare rijkdommen aan historische kennis, die in de Huygens-uitgave geborgen liggen, te profiteeren.

1930.

Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik. Abteilung B: Studien. Band I. Berlin (Springer) 1929—1930. 412 blz. R.M. 58.80.

Over de oprichting van dit nieuwe tijdschrift voor de geschiedenis der wiskunde, dat een kostelijk hulpmiddel voor het historisch onderzoek belooft te worden, heb ik reeds eerder in dit tijdschrift bericht (VI, 1929/30, 69—74); tevens is daar reeds de inhoud van de eerste aflevering besproken. In het jaar 1930 zijn nu ook de beide andere Hefte van Band I der *Studien* verschenen. De inhoud hiervan ligt hoofdzakelijk op het gebied van de Babylonische en Aegyptische wiskunden, die sedert enkele jaren in zoo hooge mate de belangstelling der historici prikkelen en waarin we, niet in de laatste plaats door het voortreffelijke werk van O. Neugebauer, een steeds juister inzicht verkrijgen. Van zijn hand verschijnen hier twee artikelen over Babylonische wiskunde: in de *Beiträge zur Geschichte der babylonischen Arithmetik* (blz. 120—130) wordt de in Heft I (blz. 67—80) begonnen bewerking van de door Frank gepubliceerde spijkerschriftteksten voortgezet; er komen hierbij tal van interessante resultaten voor den dag (additieve verbinding van grootheden van verschillende dimensie: een bewijs van gevorderde analyse en van mechaniseering van het technisch procédé, zooals in een zeer jonge wiskunde niet zou voorkomen; oplossing van twee vergelijkingen met twee onbekenden, waarvan de eene van den tweeden graad is). In het tweede stuk *Sexagesimalrechnung und babylonische Bruchrechnung* (blz. 183—193) komt de schrijver terug op het probleem, dat hij reeds in de fundamentale verhandeling *Zur Entstehung des Sexagesimalsystems* (Abh. d. Ges. d. Wiss. zu Göttingen. Math.—Phys. Klasse 1927. Band 13, 1) heeft onderzocht, de vraag namelijk naar het ontstaan en het wezen van het pseudo-sexagesimale, relatief positioneele getalsysteem der Sumeriers. Hij bespreekt thans de rekentabellen, die in de spijkerschriftliteratuur in zoo grooten getale voorkomen en komt tot het resultaat, dat deze te beschouwen zijn als hulpmiddelen voor de breukrekening, doordat ze in staat stellen, het sexagesimale aequivalent van een algemeene breuk te bepalen. Op het gebied van de Aegyptische wiskunde publiceert Neugebauer verder een zeer uitvoerige studie *Arithmetik und Rechentechnik der Aegypter* (blz. 301—380), die te beschouwen is deels als een uitbreiding, deels als een omwerking van zijn bekende geschrift uit het jaar 1926: *Die Grundlagen der ägyptischen Bruchrechnung*. Berlin (Springer). Zooals al zijn publicaties is ook dit stuk onovertrefbaar nauwkeurig in zijn documentatie, bewonderenswaardig ruim van opzet en probleemstelling en overal sterk overtuigend in zijn conclusies, ook daar, waar het historisch materiaal reeds lang te kort schoot en de onderzoeker voor de reconstructie van de onderzochte gedachtengangen geheel is aangewezen op het vermogen, zich te verplaatsen in verleden stadia van wiskundige ontwikkeling. Het zou, zonder zeer uitvoerig te worden, niet mogelijk zijn, hier een indruk van het verloop van zijn onderzoek te geven; aan ieder, die belang stelt in de historie der wiskunde, kan echter dringend worden aangeraden, kennis te nemen van deze verhandeling van den Duitschen geleerde, van wien wij, als niet alle teekenen bedriegen, nog zeer veel goeds zullen mogen verwachten.

We vermelden verder op het gebied van de prae-helleensche wiskunden de volgende bijdragen:

H. S. Schuster, *Quadratische Gleichungen der Seleukidenzeit aus Uruk*. blz. 194—200. Men kan hierin de oplossing van de algemeene quadratische vergelijking in de Babylonische wiskunde stap voor stap vervolgen. De teksten zijn afkomstig uit den tijd van omstreeks —200 en geven dus een inzicht in de wiskundige kennis, die, zeer waarschijnlijk op grond van overlevering op eigen bodem bewaard en dus zeer veel ouder van oorsprong, in den Griekschen tijd nog in Babylon bestond.

Bibhutibhusan Datta, *Origin and history of the Hindu names for Geometry*. blz. 113—119.

Idem, *Geometry in the Jaina Cosmography*. blz. 245—254. Samenvatting van de kennis van de Jainas in de periode van —500 tot —350 op het gebied van de meetkunde van cirkel en driehoek.

S. Gandz, *Die Harpedonapten oder Seilspanner und Seilknüpfer.* blz. 255—277. Hierin wordt eene nieuwe interpretatie voorgesteld van den term harpedonapt, bekend uit de aan Demokritos toegeschreven uitlating, dat hij in het construeeren van lijnen met bewijs zelfs niet door de Aegyptische harpedonapten werd overtroffen. De schrijver maakt met behulp van Hebreeuwsche literatuur aannemelijk, dat de functie van de harpedonapten heeft bestaan noch in het construeeren van rechthoekige driehoeken met behulp van de kennis van Pythagorische drietallen noch in het bepalen van de oriëntatie van een op te richten gebouw, maar in het uitzetten van de maten daarvan na de vaststelling van de oriëntatie.

Twee verhandelingen hebben betrekking op de denkbeelden van Archimedes in eigen werk of bij navolgers:

H. Wieleitner, *Das Fortleben der Archimedischen Infinitesimalmethoden bis zum Beginn des 17 Jahrhunderts, insbesondere über Schwerpunktsbestimmungen.* blz. 201—220. In deze verhandeling, die met vrucht zal kunnen worden geraadpleegd door iemand, die de geschiedenis van de infinitesimaalrekening wil overzien, wordt, na een inleiding over de fata van de werken van Archimedes in het algemeen, bericht over het werk, dat op het door hem ontsloten gebied is verricht door Maurolico, Commandino, Luca Valerio, Torricelli en Fermat.

W. Stein, *Der Begriff des Schwerpunkts bei Archimedes.* blz. 221—244. De schrijver analyseert het Archimedische zwaartepuntsbegrip door na te gaan, welke axiomata Archimedes hierover uitdrukkelijk formuleert en welke conclusies hij zonder axiomatische basis trekt.

Grootendeels buiten het gebied van de wiskunde vallend, maar methodisch en principieel samenhangend met de reeds eerder in het tijdschrift gepubliceerde onderzoekingen over het Grieksche redenbegrip is:

O. Regenbogen, *Eine Forschungsmethode antiker Naturwissenschaft.* blz. 131—182.

Van zuiver philologischen aard:

Vittorio Da Falco, *Beiträge zur kritischen Textgestaltung des Autolykos und des Hypsikles.* blz. 278—300.

Ten slotte is te vermelden een bijdrage:

A. Prag, *John Wallis.* blz. 381—412.

Een zeer gecondenseerde en daardoor niet altijd aangenaam en gemakkelijk leesbare analyse van het werk van John Wallis op het gebied van infinitesimaalrekening en algebra.

Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik. Abteilung A: Quellen. Band I. Mathematischer Papyrus des Staatlichen Museums der schönen Künste in Moskau, herausgegeben und kommentiert von W. W. Struve unter Benutzung einer hieroglyphischen Transkription von B. A. Turajeff. Berlin (Springer) 1930. 197 blz. 10 tafels R.M. 48.80.

Over dit werk heb ik reeds bericht in dit tijdschrift: VII, 1930/31, 140—148.

Gino Loria, Curve Piane Speciali algebriche e trascendenti. Teoria e Storia. Vol. I. Curve algebriche XVI en 574 blz. **Vol. II. Curve trascendenti. Curve dedotte da altre.** XI en 439 blz. Milano (Hoepli) 1930.

Dit werk vormt de ten opzichte van de beide vroegere Duitsche edities sterk uitgebreide eerste Italiaansche uitgave van het bekende werk van den Genueeschen mathematicus Loria over vlakke krommen. Het vervolgt in de eerste plaats het zuiver mathematische doel, een volledig overzicht te geven van de verschillende vlakke krommen en hare eigenschappen en het wil in de tweede plaats inlichten over de geschiedenis van de hierop betrekking hebbende onderzoekingen. Tot de behandeling hiervan voert het gekozen onderwerp al spoedig, omdat juist de studie van de vlakke krommen, waaraan de grootste namen verbonden zijn, zoo vaak een belangrijke rol in de ontwikkeling der wiskunde heeft gespeeld. De schrijver, zelf historicus van naam, zal zich ongetwijfeld tot de verzorging van dit deel van zijn taak in het bijzonder aangetrokken hebben gevoeld.

Het werk is naar methodisch-mathematische gezichtspunten ingedeeld in zes boeken, die naar historische rangorde in hoofdstukken zijn verdeeld. In de boeken I—IV worden de algebraische krommen van bepaalde graden, in Boek V die van willekeurige graden behandeld; Boek VI handelt over transcendente krommen, terwijl het laatste, zevende Boek gewijd is aan de afleiding van krommen uit andere volgens wetten, die op elke willekeurige kromme toepasbaar zijn. Het historische deel van de uiteenzetting beperkt zich tot de vermelding van de historische feiten, overzichtelijk en betrouwbaar, zonder in te gaan op de methoden, die in de oorspronkelijke verhandelingen zijn toegepast. Dit zou den omvang van het boek ook onmatig hebben doen groeien.

Abel Rey, La science orientale avant les Grecs. La science dans l'antiquité (Bibliothèque de synthèse historique. L'évolution de l'humanité) Paris. La Renaissance du Livre. 1930. XVII en 495 blz. Frs. 35.

Als eerste deel van een serie werken, waarin Abel Rey, hoogleeraar in de geschiedenis en de philosophie der wetenschap aan de Sorbonne, de historie der zuivere wetenschappen hoopt te schetsen, verscheen de boven aangekondigde omvangrijke studie, waarin een overzicht wordt gegeven van den huidigen stand van onze kennis inzake de wiskundige en astronomische ontwikkeling van de Chaldeeërs en Assyriërs, van de Aegyptenaren, de Chineezen en de Hindoes en waarin bovendien wordt bericht over de als wetenschappelijk te beschouwen praestaties dier zelfde volkeren op physisch en medisch gebied. Het schrijven van een dergelijk werk is uit den aard der zaak een hachelijke taak: we bezitten over de prae-helleensche phasen der wis- en natuurkunde zoo bitter weinig inlichtingen en van die inlichtingen zijn zoowel dateering als interpretatie vaak zoo onzeker en zoo moeilijk, dat elke poging tot systematische uiteenzetting van onze kennis op dit gebied en a fortiori elke poging tot reconstructie van een ontwikkeling, die vanaf het eerste ontluiken van een wetenschappelijke gedachte zou moeten voeren tot de verbijsterende hoogte van de Helleensche wetenschap, onderhevig is aan alle gevaren, die een overheersching van de mathematisch-historische phantasie boven de mathematisch-historische exactheid pleegt te veroorzaken.

Voor die gevaren is men nu echter bij Rey wel volkomen veilig. Sterker: voor die gevaren zal men zelden zoo ernstig en welsprekend worden gewaarschuwd als in de *Introduction* en *Précautions Préliminaires,* die met een uitvoerige behandeling van het technische milieu, waarin de Oostersche wetenschap zou groeien, de 103 bladzijden tellende Prolegomena van de gedetailleerde uiteenzetting vormen.

Natuurlijk rijst daarbij ook het eeuwige probleem van het begin: wanneer men onder wetenschapsgeschiedenis niet de geheele geestesgeschiedenis van de menschheid wil verstaan, waar moet men dan de historie eener wetenschap laten beginnen? De schrijver bepaalt dat tijdstip voor zijn onderwerp vrij scherp: iets, gelijksoortig aan wat wij nu wetenschap noemen, ontstaat pas in die beschavingsstadia, die de Fransche sociologen als *Empires* onderscheiden van de *Clans* en waarvan de vier bovengenoemde culturen voorbeelden opleveren. Het is in die tijden, dat sommige gebieden van menschelijk weten zich gaan onttrekken aan magische en mythische beschouwingswijzen, dat sommige gebieden van menschelijk kunnen het zuiver-technische karakter verliezen. Wat dan groeit, zijn de eerste beginselen der wiskunde, beschouwd als leer van maat en getal, aanvankelijk slechts ter wille van de practische toepassing, daarna ook om het probleem zelf beoefend. Natuurwetenschap is van veel jongeren datum; de ervaring, die haar eerst mogelijk maakt, is van heel anderen aard (namelijk veel minder onmiddellijk met de gewaarwording samenhangend) dan die aan de wiskundige begripsvorming ten grondslag ligt; ze vereischt grootere en meer bewuste geestelijke activiteit, die eerst in den loop van vele eeuwen zal groeien.

Tusschen de algemeene beschouwingen over den oorsprong der wetenschap en de nabetrachting, die nog eens den onmerkbaren overgang van techniek tot wetenschap, van mythe en magie tot logica voor oogen voert, staan de vier hoofdstukken, die den feitelijken inhoud van de mathematisch-astronomische ontwikkeling der bestudeerde perioden behandelen, wel wat geïsoleerd: wat daarin verteld wordt, is voor de algemeene beschouwingen noch illustratie, noch bewijsgrond. De schaarschte van onze historische kennis maakt zulke gapingen wel onvermijdelijk.

Te betreuren is, dat de schrijver, die zijn boek blijkbaar in 1928 heeft afgesloten, geen gebruik meer heeft kunnen maken van het vele, dat sinds dien op het door hem behandelde gebied verschenen is: met de nieuwste Duitsche publicaties over Aegyptische wiskunde (Neugebauer, Vogel) en Sumerische wiskunde (Neugebauer c.s.) is al evenmin rekening gehouden als met den door Struve uitgegeven Moskouschen papyrus. Dit vermindert wel de actueele historische waarde van het werk; het beïnvloedt echter nauwelijks de algemeene historisch-philosophische strekking, die het in zijn ernstige en bedachtzame beschouwingswijze heeft. Het is waarschijnlijk, dat de schrijver na kennisname van de resultaten der nieuwere onderzoekingen zijn algemeene conclusies niet noemenswaard zal hebben behoeven te wijzigen.

Vera Sanford, A Short history of Mathematics. London (Harrap). Geen jaartal. 402 blz. 10/6.

Dit is een werk over de geschiedenis van de wiskunde van ongeveer hetzelfde karakter als het boven besproken boek van Cajori over de ontwikkeling der physica: kort, practisch, overzichtelijk, maar natuurlijk oppervlakkig. Een inleiding van 71 bladzijden: *Men who made mathematics,* geeft in vogelvlucht een overzicht over den groei der wiskunde in den tijd. Verder is de stof naar onderwerpen ingedeeld; veel aandacht wordt besteed aan het practische rekenen, aan toepassingen en aan systemen van maten en gewichten. In tegenstelling tot het boek van Cajori is het rijk geïllustreerd.

K. Bögel. Aus dem mathematischen Schrifttum der Griechen. Eclogae Graecolatinae. Fasc. 54. Leipzig—Berlin (Teubner) 1930. 32 blz. R.M. 0.80.

Dit boekje wil bijdragen tot de verlevendiging van de aandacht, die de Grieksche wiskunde als element van klassieke vorming waard is. Het geeft daartoe een aantal geannoteerde fragmenten uit Grieksche schrijvers, waarbij echter meer plaats is ingeruimd aan beschouwingen over de wiskunde dan aan wiskundige onderzoekingen zelf.

C. Dorner und J. Hamacher. Vom deutschen Anteil an der physikalischen Forschung. Heft 1: Begründer und Führer der klassischen Physik. Leipzig—Berlin (Teubner) 1930. IV en 71 blz.

De schrijvers geven een reeks van korte verhandelingen over belangrijke Duitsche natuuronderzoekers: Kepler, von Guericke, Robert Mayer, Fraunhofer, Abbe, Helmholtz, Hertz. Bij de bewerking is meer de nadruk gelegd op cultuurhistorische dan op biographische gezichtspunten, wat niet wegneemt, dat aan eminente persoonlijkheden, zooals Helmholtz, ook als mensch aandacht wordt besteed. De uiteenzetting is helder en eenvoudig; het boekje lijkt zeer geschikt voor belangstellende leerlingen van hoogere klassen.

The Commentary of Pappus on Book X of Euclid's Elements. Arabic Text and Translation by W. Thomson with introductory remarks, notes and a glossary of technical terms by G. Junge and W. Thomson. Cambridge. Harvard University Press. 1930.

In 1922 verscheen van de hand van H. Suter een vertaling van een in het Arabisch bewaard gebleven commentaar van Pappos op het tiende Boek van de Elementen van Euclides, die reeds in 1855 in de oorspronkelijke taal door Woepcke was uitgegeven. Zonder Suter's werk te kennen had in 1924 G. Junge het plan opgevat, een uitgave van hetzelfde werk tot stand te brengen; hij wist daarvoor de medewerking te verkrijgen van den Arabist W. Thomson en aan hun beider samenwerking hebben we het statige boekdeel te danken, dat de Harvard University Press in het afgeloopen jaar heeft doen verschijnen. Het bevat een mathematisch-historische inleiding van de hand van G. Junge, waarin kort bericht wordt over de inlichtingen, die Plato's werken inzake de geschiedenis der irrationaliteitstheorie bevatten en waarin dan getracht wordt, den inhoud van het befaamde tiende Boek nader te brengen tot het begrip van den modernen lezer. Daarna geeft Thomson na een inleiding over het benutte handschrift en over de bronnen van de opvattingen van Pappos een vertaling van den tekst, die door de beide uitgevers gezamenlijk met noten wordt toegelicht. Dan komt de reproductie van den Arabischen tekst, gevolgd door een glossarium van technische termen, als geheel aan belangrijk hulpmiddel voor wie zich geroepen en in staat voelt, in de nog te weinig onderzochte Arabische wiskunde door te dringen.

De studie van den commentaar bevestigt den reeds door Suter's uitgave verkregen indruk, dat de inhoud niet bijzonder belangrijk is; het werk staat niet hooger dan de beste scholia op Euclides, die men in Deel. V van de groote Heiberg-uitgave vinden kan. Uit historisch oogpunt zijn vooral de mededeelingen over verloren gegane verhandelingen van Apollonios op het gebied der irrationaliteitstheorie van waarde. In de hierop betrekking hebben inleiding van Junge valt een zeer aannemelijke hypothese op over een van de onderwerpen daaruit, namelijk over de uitbreiding van het begrip mediaal. Een mediaal is de middenevenredige van twee rationale slechts potentieel symmetrische rechten; de commentator zegt hierover, dat men, dit begrip uitbreidend, ook 3, 4 en meer middenevenredigen kan nemen. Dit was raadselachtig: waarom wordt niet over 2 middenevenredigen gesproken (Delisch probleem) en hoe is het te verklaren, dat men telkens van twee slechts potentieel symmetrische lijnstukken uitging. Bekorend is nu het vermoeden van Junge, dat men zou moeten lezen: 3, 7 en meer (wat door een kleine wijziging in de schrijfwijze van den Arabischen tekst te lezen *is*). De algemeene uitdrukking zou dan zijn $2^n—1$; men komt dan steeds tot uitdrukkingen, die Euclidisch construeerbaar zijn.

De wijze, waarop Junge het 10e Boek van Euclides uiteenzet, lijkt mij niet geheel doeltreffend; hij geeft eigenlijk alleen voorbeelden van de verschillende irrationaliteiten en hij geeft ze in getallen, waardoor èn aan de algemeenheid èn aan de historische getrouwheid te kort wordt gedaan. Bepaald ongewenscht is, dat hij telkens uitgaat van de *fundamenteele* rationale rechte *r*, die als eenheid wordt aangenomen. Als men b.v. de apotome modern schrijft als $\varrho - \varrho\sqrt{\lambda}$ (λ rationaal getal) kan ϱ iedere rationale rechte lijn zijn; ϱ kan dus wel met de eenheid slechts potentieel symmetrisch zijn, dus van de gedaante $r\sqrt{\mu}$ (μ rationaal). $r(\sqrt{5} - \sqrt{2})$ is dus, zooals Junge trouwens zelf opmerkt, evengoed een apotome als $r(5 - \sqrt{5})$, maar zou het den lezer, die niet in de geheimen van Euclides X is ingewijd, zonder meer duidelijk zijn, waarom die twee uitdrukkingen tot één categorie behooren? Ik vrees, dat de schrijver zoowel hier als bij de behandeling van de andere irrationaliteiten te beknopt is geweest.

Johannes Tropfke, Geschichte der Elementarmathematik in systematischer Darstellung mit besonderer Berücksichtigung der Fachwörter. Erster Band. Rechnen. Dritte, verbesserte und vermehrte Auflage. Berlin und Leipzig. (Walter de Gruyter & Co.). 1930. VI en 222 blz. R.M. 12.

De eerste editie van dit werk verscheen in 1902 in twee deelen, de tweede in zeven deelen in 1920; in 1929, dus na de helft van den tijd, die tusschen de beide eerste verliep, heeft de schrijver reeds de derde, verbeterde en vermeerderde uitgave moeten beginnen. Deze opmerking wijst al eenigszins op de belangrijkheid van de plaats, die Tropfke's werk langzamerhand in wiskundige kringen is gaan innemen: het heldere, degelijke boek met zijn zeer zorgvuldig bewerkt notenmateriaal, dat niet alleen de groote lijnen van de ontwikkeling der elementaire wiskunde duidelijk trekt, maar dat bovendien in terminologische detailvragen een nooit te kort schietende informatie biedt, wordt hoe langer hoe meer op zijn juiste waarde geschat. Het behoorde in geen enkele wiskundige bibliotheek en zeker niet in die van een docent der elementaire mathesis te ontbreken.

De derde editie van Band I (*Rechnen*) legt in haar uiterlijk reeds getuigenis af van de verbeteringen en uitbreidingen, die de schrijver in zijn werk heeft aangebracht: de omvang is van 177 op 222 bladzijden toegenomen, het aantal noten van 974 op 1343. De vooruitgang van het mathematisch-historisch onderzoek heeft op tal van plaatsen tot wijziging en aanvulling van den tekst gevoerd; zoo is overal rekening gehouden met de belangrijke uitkomsten van de nieuwere onderzoekingen over Aegyptische en Sumerische wiskunde. Het uiterlijk van het boek is door betere papierqualiteit veel aantrekkelijker geworden.

De bezitter van de tweede editie zal wellicht de discrepantie tusschen de ranggetallen van bladzijden en noten in de twee thans loopende uitgaven met eenige ongerustheid aanzien, omdat ze hem het gebruik van de registers, die Band VII besluiten, onmogelijk dreigt te maken. Aan dat bezwaar is de schrijver zooveel mogelijk tegemoetgekomen door opname van tabellen, die in staat stellen, bij elke bladzijde of noot van de tweede editie de eventueel correspondeerende van de derde te vinden. Daardoor kan in afwachting van het gecompleteerde register aan het slot van Band VII der nieuwe uitgave dat der oude gebruikt worden.

En zoo begint dan het onschatbare werk zijn derde leven. Moge het nog vaak herrijzen!

Joshua C. Gregory, The scientific achievements of Sir Humphry Davy. Oxford University Press. London (Humphrey Milford) 1930. VII en 144 blz.

Ter gelegenheid van de honderdste herdenking van Davy's sterfdag in 1929 verscheen het hierboven vermelde werkje, dat een beknopt en helder overzicht geeft van zijn wetenschappelijk werk. Biographisch materiaal wordt er slechts in verwerkt, voorzoover dat noodig is, om over dat werk samenhangend te kunnen verhalen; in het bijzonder wordt over Davy's menschelijke zwakheden (die soms pijnlijk worden, zooals wanneer hij de opname van Faraday in de Royal Society tegenwerkt) alleen in de eerste bladzijden gesproken; daarna kan dan het volle licht vallen op zijn eminente wetenschappelijke persoonlijkheid en op het welhaast ongeëvenaarde maatschappelijke succes, dat zijn schitterende begaafdheid en zijn onuitputtelijke werkkracht hem brachten.

Het werkje is natuurlijk in de eerste plaats van belang voor hen, die in de geschiedenis der scheikunde belangstellen; dit neemt niet weg, dat het ook voor physici groote waarde heeft. Davy's beschouwingen over de oorzaken van het ontstaan van warmte bij verbrandingsprocessen spelen een rol in de geschiedenis van de mechanische warmtetheorie; zijn electrochemische onderzoekingen hebben de ontwikkeling der electriciteitsleer in niet mindere mate bevorderd dan die der scheikunde en zijn naam pleegt ook in het elementaire natuurkunde-onderwijs reeds te worden genoemd naar aanleiding van zijn zegenrijke uitvinding der veiligheidslamp voor mijnen.

Alexander Brill. Uber Kepler's Astronomia Nova. Tübinger Naturwissenschaftliche Abhandlungen. Heft 13. Stuttgart (Enke) 1930. 15 blz.

Voordracht, door den schrijver gehouden op 4 Maart 1930 in de Tübinger Dienstagsgesellschaft ter voorbereiding van de Kepler-herdenking in November 1930.

Max Caspar und Walter von Dyck, Johannes Kepler in seinen Briefen. München und Berlin (R. Oldenbourg) 1930. Band I, XXVIII en 396 blz. Band II, XVI en 348 blz.

Er zijn van de hand van Kepler een groot aantal brieven bewaard gebleven, die zoowel voor de kennis van zijn uiterlijke levensomstandigheden als voor het inzicht in zijn wetenschappelijke ontwikkeling groote waarde hebben en die tot dusver òf niet òf slechts moeilijk (namelijk fragmentarisch benut in de inleidingen en aanteekeningen van de editie van de werken van Kepler door Frisch) toegankelijk waren. Men kan zich dan ook nauwelijks een schoonere bijdrage tot de 300e herdenking van Kepler's sterfdag op 15 November 1930 denken dan gevormd wordt door de boven vermelde bloemlezing, waarin de schrijvers een deel van de bijna 400 voorhanden brieven hebben verzameld, in modern Duitsch vertaald, waar het origineel in het Latijn was geschreven, in den oorspronkelijken vorm weergegeven, waar Kepler zelf de landstaal had gebruikt. Zij hopen op deze wijze bij te dragen tot verdieping van het inzicht in den geestelijken rijkdom, dien een edele persoonlijkheid en belangrijke wetenschappelijke figuur, zooals Kepler er een was, in zijn werken en brieven nog steeds voor ons vertegenwoordigt en daardoor tevens den reeds zoo vaak geuiten en ongetwijfeld ook geheel gerechtvaardigden wensch naar een goede moderne editie van zijn volledige werken nog dringender te maken.

Ik moet er hier uit den aard van de zaak van afzien, den inhoud van het werk te gaan opsommen; in deze brieven trekt heel het veelbewogen, door politieke en religieuse conflicten bedreigde, in relatie tot tal van merkwaardige historische persoonlijkheden verloopende, aan exact wetenschappelijke gedachten en resultaten evenzeer als aan de meest phantastische bespiegelingen rijke leven van den grooten astronoom aan ons oog voorbij; een inhoudsopgave zou reeds een korte biographie worden, zooals men er dan ook inderdaad een vinden kan in de uitvoerige registers der opgenomen brieven, die elk der beide deelen openen.

Ik wil nog opmerken, dat het werk niet in de eerste plaats bestemd is als grondslag voor historische studie: niet alleen zijn, zooals reeds werd opgemerkt, vele brieven in vertaling opgenomen, maar bovendien ontbreken alle gegevens omtrent de herkomst der gepubliceerde stukken (waarvan vele hier voor het eerst verschijnen) en alle commentaren op den inhoud. De schrijvers motiveeren dit door er op te wijzen, dat zij hun werk bestemd hebben voor breedere kringen dan die der historici der wis- en natuurkunde; of die breedere kringen bij het ontbreken van iedere toelichting op de vaak nog al erg moeilijke beschouwingen, die Kepler aan zijn toch ook niet zoo heel elementaire onderwerpen wijdt, gebaat zullen zijn, lijkt mij zeer de vraag.

Het boek is verlucht met 11 interessante afbeeldingen.

1931.

Jakob Steiner, Allgemeine Theorie über das Berühren und Schneiden der Kreise und Kugeln, worunter eine grosse Anzahl neuer Untersuchungen und Sätze vorkommen in einem systematischen Entwicklungsgange dargestellt. Herausgegeben von Dr. Rud. Fueter unter Mitwirkung von Dr. F. Gonseth. Orell Füssli Verlag. Zürich und Leipzig. 1931. XVIII en 345 blz., 60 fig. Geh. R.M. 10.80, Fr. 13.50. Leinen R.M. 12.80, Fr. 16.

In de voorrede van de *Systematische Entwicklung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten voneinander* deelt Jakob Steiner mee, dat wanneer dit werk in vijf deelen compleet zal zijn, er nog twee andere deelen zullen verschijnen, die er mee in verband zullen staan

EUCLIDES

TIJDSCHRIFT VOOR DE DIDACTIEK DER EXACTE VAKKEN

ONDER LEIDING VAN

J. H. SCHOGT EN P. WIJDENES

7e JAARGANG 1930/31

P. NOORDHOFF N.V. — GRONINGEN

INHOUD VAN JAARGANG VII.

PORTRETTEN VAN DE HOOGLEERAREN.

DR. W. BOOMSTRA, Dr. J. C. VAN DER CORPUT, Dr. R. WEITZENBÖCK en Dr. B. L. VAN DER WAERDEN.

P. NOORDHOFF N.V. / GRONINGEN

De Uitgever verzoekt storting van het abonnementsgeld op postgironummer **6593** Groningen. 14 dagen na ontvangst dezer aflevering zal over het bedrag worden gedisponeerd met 15 cent verhooging voor incassokosten.

en dat daarvan het tweede, dat aan elementaire wiskunde gewijd zal zijn en een systematische behandeling van de vraagstukken over snijden en raken van cirkels in een plat vlak en op een bol en van bollen zal bevatten, reeds in 1826 in hoofdzaak klaar is geweest. Van de uitgave van dit werk is echter bij Steiner's leven evenmin iets gekomen als van de voltooiïng van de geometrische encyclopaedie, waartoe de *Systematische Entwicklung* had moeten uitgroeien; in de uitgave van de verzamelde werken door Weierstrass komt het evenmin voor en eerst thans, na meer dan honderd jaar, nu de Schweizerische Mathematische Gesellschaft de nog ongepubliceerde manuscripten van Steiner tot een te Bern gevestigd Steiner-Archiv heeft vereenigd en voor onderzoek beschikbaar heeft gesteld, kan men het in een goede, door Fueter met medewerking van Gonseth verzorgde editie raadplegen.

Intusschen is een groot deel van den inhoud reeds traditioneel geworden in de elementaire wiskunde: de leer van de gelijkvormigheidspunten, -lijnen en -vlakken bij cirkels en bollen, de theorie van macht, machtlijn, machtvlak enz., de behandeling van de hoeken, waaronder cirkels en bollen elkaar snijden, dat alles is, voorzoover het de meer eenvoudige gedeelten betreft, reeds lang tot het schoolonderwijs doorgedrongen, terwijl men de moeilijkere onderwerpen in meer uitvoerige handboeken der meetkunde behandeld kan vinden. (zie b.v. P. Molenbroek, Leerboek der Vlakke Meetkunde, 6e druk, Groningen (Noordhof) 1924, Hoofdstuk XXV).

Deze omstandigheid kan echter veeleer strekken tot verlevendiging dan tot verzwakking van de belangstelling, waarmee men het thans uitgegeven werk van Steiner beschouwt; want niet alleen kan men er de bekoring van de spheer van originaliteit in ondergaan, die de oorspronkelijke werken van de groote mathematici ook dan blijft omgeven, wanneer de inhoud reeds lang bij de algemeene verspreide mathematische kennis is ingelijfd; maar bovendien zal het iederen beoefenaar van de elementaire wiskunde, in het bijzonder dus iederen wiskundeleeraar tot voordeel kunnen strekken, eens kennis te nemen van de onovertreffelijke aanschouwelijkheid en heldere systematiek waarmee de groote geometer Steiner een thans in hoofdzaak alom bekend onderwerp heeft behandeld.

Rollo Appleyard, A Tribute to Michael Faraday. London (Constable) 1931. XIII en 204 blz. 19 afbeeldingen. 7/6.

Als inleiding tot de viering van het jubileum der electromagnetische inductie in September a.s. vertelt het fraai uitgevoerde werkje van Appleyard op heldere en bevattelijke wijze aan de hand van vele, meerendeels zeer interessante illustraties van het leven en werk van den grooten physicus, die meer dan een ander heeft bijgedragen tot de ontdekking van de fundamenteele electrische verschijnselen. De schrijver heeft op ruime schaal geput uit de gepubliceerde brieven en verhandelingen en uit de niet zoo gemakkelijk toegankelijke aanteekenboekjes, waarin de gedane proeven onmiddellijk werden beschreven en hij is er zoodoende in geslaagd een relaas samen te stellen, dat den mensch Faraday evenzeer doet kennen en bewonderen als den geleerde.

VRAAGSTUKKEN OP DE VERKEERDE PLAATS

DOOR

U. H. VAN WIJK.

In vele leerboeken der algebra, bestemd voor het M.O., treft men in het hoofdstuk, dat handelt over de oplossing van stelsels *lineaire* vergelijkingen, vraagstukken aan van het type:

$$(1) \qquad \begin{cases} \dfrac{a}{x} + \dfrac{b}{y} = c \\ \dfrac{a'}{x} + \dfrac{b'}{y} = c' \end{cases}$$

met de toevoeging: stel $\dfrac{1}{x} = p, \ \dfrac{1}{y} = q.$

Die vraagstukken behooren daar *niet* thuis. We hebben immers te doen met een stelsel kwadratische vergelijkingen. (orthogonale hyperbolen, beide met asymptoten evenwijdig aan de coördinaten-assen). Schakelt men, zooals gebruikelijk is, de twee stellen oneindig groote wortels uit, dan blijven er nog *twee* over, nl. de oplossing $x = 0$, $y = 0$ en die, welke beantwoordt aan het stelsel lineaire vergelijkingen in p en q. Waar het geen gebruik is om een oplossing $x = 0$, $y = 0$ uit te schakelen, is het m.i. ook niet geoorloofd deze typen vraagstukken een plaats te geven bij de lineaire vergelijkingen. Trouwens zij duiken, lichtelijk vermomd, gewoonlijk weer op in het hoofdstuk, waarin de stelsels kwadratische vergelijkingen behandeld worden en waar ze inderdaad thuis behooren, nl. in den vorm:

$$(2) \qquad \begin{cases} bx + ay = cxy \\ b'x + a'y = c'xy \end{cases}$$

NASCHRIFT. De meening van den geachten inzender, dat stelsels vergelijkingen van het type (1) in het hoofdstuk over lineaire vergelijkingen misplaatst zijn, kan ik niet deelen, al kan hun oplossing niet uitsluitend met behulp van lineaire vergelijkingen geschieden. De stelsels (2) en (1) zijn niet gelijkwaardig: aan (2) voldoet ten duidelijkste de nuloplossing, maar aan (1) niet. De graphische voorstelling van (2) bestaat uit orthogonale hyperbolen door den oorsprong, die van (1) uit de verzameling der van den oorsprong verschillende punten dier krommen. J. H. S.

Naschrift bij de correctie. Inderdaad heb ik met de vermelding van de nuloplossing een fout begaan. Dit neemt echter niet weg, dat het niet voldoen van deze oplossing de oorspronkelijke vergelijkingen nog niet tot lineaire maakt, al zijn de vergelijkingen, die er door een kwadratische transformatie uit worden verkregen, van den eersten graad.

Stelsels als

$$\begin{cases} \dfrac{a}{x} + \dfrac{b}{y} = c \\ mx + ny = d \end{cases}$$

kan men in de tweede klas niet behandelen, tenzij $d = 0$.

v. W.

BOEKBESPREKING.

Ir. D. J. Kruytbosch. Bijdragen tot de methodologie van de beginselen der meetkunde. 247 blz. Nijgh en van Ditmar N.V. Rotterdam.

Zooals de titel reeds aangeeft, behandelt de Schrijver een reeks, min of meer op zichzelf staande onderwerpen. Na een lang hoofdstuk over de, door hem gewenschte, combinatie van vlakke meetkunde en driehoeksmeting, worden besproken gesloten systemen van stellingen, noodzakelijke en voldoende voorwaarden, identiteitsstellingen, toepassingen van gesloten systemen, bewijsmethoden en een en ander over constructies.

Het boek is helder geschreven en goed verzorgd, ook wat betreft de 166 zeer duidelijke figuren. Gezien het groote aantal der behandelde onderdeelen, moet detailbespreking hier achterwege blijven en is slechts een algemeene waardeering mogelijk. Het komt mij dan voor dat de heer Kruytbosch met deze bijdragen nuttig werk heeft geleverd. Verschillende lezers zullen natuurlijk aangaande diverse punten de opvattingen van den Schrijver niet deelen en mogelijk ook niet steeds de plaatsruimten aan de onderwerpen gegeven, evenredig achten met hunne belangrijkheid. Voor mij is b.v. hoofdstuk III over noodzakelijke en voldoende voorwaarden van meer gewicht dan een pleidooi voor samensmelting van plani- met gonio- en trigonometrie, van welke fusie ik de wenschelijkheid betwijfel. Trouwens beoogen waarschijnlijk lang niet alle docenten met hun meetkundeonderwijs in laatste instantie hetzelfde doel en wat de middelen aangaat, zullen zij het dan ook wel niet gauw eens worden. Hoofdzaak is dat hier op duidelijke wijze eenige onderwerpen, welke zeker aandacht en gedachtenwisseling waard zijn, worden ingeleid door iemand met groote onderwijservaring en liefde voor zijn vak. De stijl heeft behalve de reeds genoemde helderheid ook iets gemoedelijks, dat waarschijnlijk velen met mij zal aanstaan. Slechts lijkt het jammer dat door een zeer groot aantal citaten en literatuurverwijzingen de lectuur soms eenigszins onrustig wordt.

De, in het voorwoord uitgesproken, meening van den Schrijver, dat deze bijdragen de aandacht van docenten in de wiskunde en vooral van studenten, docenten in spe, verdienen, kan ik ten volle onderschrijven. Persoonlijk heb ik er ongetwijfeld uit kunnen leeren.

B. P. H.

H. v. Mangoldts Einführung in die Höhere Mathematik I. 5e und 6e Auflage von Konrad Knopp. 112 fig., ing. 20 Mark, geb. 22,50 Mark, 585 bladzijden. Verlag von S. Hirzel, Leipzig 1931.

Het komt wel eens vóor, dat men in een 5e druk een ouden bekende ontmoet; dit is voor mij echter niet het geval; pas bij de ontvangst van het boek ontmoette ik voor het eerst de naam v. Mangoldt; blijkens een opgave van den uitgever, zijn er nog een 2e en 3e deel, ook beide in 5e druk. opv. over Differentiaal- en Integraalrekening. — De naam van den nieuwen bewerker, prof. Knopp te Tübingen, is natuurlijk wel bekend en waar deze hem verbindt aan een boek, daar kan men verzekerd zijn, dat er wat goeds wordt geboden en in onze geest; dat is in de geest van dit tijdschrift: niet week, niet het onderwijs langs slappe lijnen van geleidelijkheid, maar stevig, doelbewust, dwingend tot ingespannen werk, niet de moeilijkheden verdoezeld, maar ze aangepakt en tot klaarheid gebracht.

Bijna zou men in de verleiding komen het Vorwort van prof. Knopp en de Einleitung van v. Mangoldt over te nemen, omdat daarin voor de lezers van Euclides veel voorkomt, dat hun belangstelling opwekt en waarmee ze het eens zijn, b.v. „Auf leichte Verständlichkeit habe ich überall den gröszten Wert gelegt, aber dabei an Strenge bewusztermaszen nichts nachgegeben. Bei dem heutigen Stande der Wissenschaft scheinen mir völlige Strenge und leichte Faszlichkeit keine unversöhnlichen Gegensätze mehr zu sein. Ich bin vielmehr der Ansicht, dasz genaue Erklärungen und strenge Beweise in der (durch die unermüdliche kritische Arbeit der letzten fünf Jahrzehnte glücklich erreichten) einfachen Form das Verständnis nicht erschweren, sondern erleichtern". „Der Studierende kann verlangen und soll dazu erzogen werden, es zu verlangen, dasz an jeder Stelle volle Klarheit herrscht und bei jeder Schwierigkeit auch gezeigt wird, wie ihre Ueberwindung im einzelnen zu geschehen hat." „So bringt dieser erste Band an Stoff, alles, was vor der Differentialrechnung liegt und unmittelbar an ihre Schwelle führt." „Der Uebergang von der elementaren zur höheren Mathematik ist nicht leicht und pflegt bei jedem einzelnen mit mancherlei Enttäuschungen und Erschütterungen verbunden zu sein, die nicht nur in der Neuartigkeit der Begriffe und Methoden ihren Grund haben, sondern zum guten Teil auch darin, dasz viele Gegenstände, die zum besseren Verständnis erforderlich sind, auf der Schule *noch nicht* (oder nicht eingehend genug) und auf der Hochschule *nicht mehr* behandelt werden können. Diese Lücke musz ausgefüllt worden."

Hierbij zullen we het laten; met Vorwort en Einleitung zal men het van ganscher harte eens zijn; mede met de keuze van de onderwerpen: Permutationen und Kombinationen, Determinanten, Das System der rationalen Zahlen, id. der reellen Zahlen, Grundbegriffe der Analytischen Geometrie, Das System der Komplexen Zahlen; Veränderliche und Funktionen, Grenzwerte, Zahlen- und Punktmenge und Stetigkeit.

Inderdaad, dit zijn alle onderwerpen, die aan de beoefening van de Analyse moeten voorafgaan. We meenen daarom, dat de bestudeering van dit boek van groot nut zal blijken voor de studenten in hun eerste jaar en dat ook de studeerenden voor K I en K V kennis moeten nemen van dit boek. Verder zal het ook van groot nut kunnen zijn voor hen, die reeds leeraar zijn. De laagst denkbare trap van beoefening van de algebra, bestaande in op de spits gedreven grove techniek, heeft zoowat afgedaan; begrippen, daar komt het op aan; de leeraar vindt in dit boek een uitstekende handleiding, te gebruiken naast eenige boeken uit Noordhoffs fonds.

Wij wenschen het boek in veler handen en hopen, dat de bestudeering zal bijdragen tot verhooging van de gehalte van ons onderwijs in wiskunde. En we weten nu dat de discontinuiteit, die bestaat bij de overgang van de middelbare tot de hooge school een ophefbare discontinuiteit is; het middel tot opheffing is de bestudeering van Von Mangoldt—Knopp deel I. P. W.

Dr. A. D. Fokker, Krachten en Bewegingen. 's-Gravenhage, Martinus Nijhoff, 1930. 44 bladz., *f* 1,50.

Dit boekje bevat de voordrachten, door Prof. Fokker in November 1929 gehouden in Teyler's Stichting te Haarlem. In zijne voorrede deelt Prof. Fokker mede, dat hij „een poging heeft willen doen, om de leer der krachten en bewegingen als een hoofdstuk der natuurkunde te demonstreeren", en vermeldt het werk van R. Pohl, dat hetzelfde doel beoogt, maar waarvan de verschijning later valt dan November 1929 [1]).

De schrijver behandelt achtereenvolgens vijf hoofdstukken: Stilstand en evenwicht, Valbewegingen, Krachten en bewegingsveranderingen, Behoud van energie en van hoeveelheid van [2]) beweging en Draaiingen.

In al deze hoofdstukken wordt getracht, langs experimenteelen weg de bewegingswetten te ontdekken, en geleid door proefnemingen de begrippen der mechanica te ontwikkelen en te definieeren. Dat hiertoe wel eens verstrekkende extrapolaties noodig zijn, behoeft geen betoog. Bij de lezing bemerkt men spoedig, dat de schrijver nog een tweede doel nastreeft, dat hij nergens uitdrukkelijk vermeldt, namelijk andere opvattingen omtrent het begrip „kracht" ingang te doen vinden, dan tot nog toe hoofdzakelijk gehuldigd worden. De tegenwoordig bij het elementaire mechanica-onderwijs vrijwel algemeen gebruikte voorstelling (die echter zelden duidelijk en onomwonden wordt uitgesproken) is de *definitie* der kracht als product van massa en versnelling, wel te verstaan ten opzichte van een zeker, z.g. vast, assenstelsel. Het groote bezwaar, dat aan deze definitie verbonden is, is gelegen in de onmogelijkheid, zulk een vast assenstelsel aan te wijzen, en zoo is er inderdaad alle aanleiding om naar eene andere opvatting te zoeken. Eenvoudig is dit probleem niet, want de ontkenning van het bestaan van een vast assenstelsel ontneemt niet alleen aan de oude krachtsdefinitie haar beteekenis, maar maakt ook de gangbare definitie van massa onhoudbaar.

Het is nu wel erg jammer, dat Prof. Fokker zoo weinig duidelijk is in de uiteenzetting zijner opvattingen. Hij beroept zich hier en daar op Einstein, echter zonder relativiteitsmechanica te behandelen (wat ook misplaatst zou zijn in een werkje, dat bedoelt, invloed op de schoolmechanica uit te oefenen): het oude tijdsbegrip blijft onaangetast, massa beteekent een aantal protonen en electronen, maar hoe op deze wijze een sluitend geheel van bepalingen te krijgen is, blijkt niet. Nergens wordt erop gewezen, ten opzichte van welk

1) R. W. Pohl, Einführung in die Mechanik und Akustik. Berlin, Julius Springer, 1930.

2) De schrijver zelf noemt „hoeveelheid van beweging" eene minder fraaie uitdrukking. Doch hij had haar minder leelijk kunnen maken door, het Nederlandsche spraakgebruik volgende, „hoeveelheid beweging" te schrijven.

coördinatenstelsel de bewegingen bedoeld zijn, en dat toch, terwijl volstrekt niet alleen bewegingen over kleine gebieden der aardoppervlakte behandeld worden, maar zelfs de slingerproef van Foucault en de wet van Buys-Ballot ter sprake worden gebracht.

Men krijgt telkens den indruk, dat de schrijver geen begrip heeft van de bijzondere moeilijkheden der mechanica als schoolvak, niet weet, hoe de leerlingen als het ware eene natuurlijke neiging tot wanbegrip hebben, die door eene historisch verklaarbare, maar ongelukkige terminologie nog wordt versterkt, en evenmin bevroedt, hoeveel moeite het velen leeraren kost, de gangbare opvattingen tot een zuiveren en duidelijken leergang te verwerken, getuige de meest gebruikte leerboeken der mechanica. Hoe is het anders te verklaren, dat Prof. Fokker door een in zoo lossen stijl geschreven boekje als deze voordrachten, een heilzamen invloed op het mechanica-onderwijs meent te kunnen uitoefenen?

Nadat ik aldus een enkel mijner bezwaren heb geformuleerd — ik gevoel er meer — wil ik eindigen met het boekje ter lezing aan te bevelen aan allen, die met het onderwijs in de mechanica belast zijn. Want het bevat m.i. veel, waarvan zij kunnen profiteeren, maar het bevat die dingen in niet gemakkelijk toegankelijken vorm.

Prof. Fokker eindigt zijne voorrede met de woorden: „Aan de leeraars moet ik overlaten te beoordeelen op welke wijze en wat zij daarvan zullen kunnen gebruiken. Ik hoop, dat zij daarbij noch zichzelf, noch de begripwekkende kracht hunner demonstraties zullen onderschatten." Welnu, ik waarschuw alwie de in dit boekje neergelegde beschouwingen ten grondslag wil leggen aan een leergang der mechanica, zich ernstig en langdurig voor te bereiden; de moeilijkheden van dit vak niet te onderschatten, en zichzelf en de inzichtgevende werking van demonstraties niet te *over*schatten. J. H. S.

INGEKOMEN BOEKEN.

Van de firma P. Noordhoff, Groningen—Batavia C.

P. WIJDENES, Antwoorden en uitwerkingen van de Vraagstukken uit Molenbroek, Vlakke Meetkunde . . . . *f* 2,50
Voor int. op de Tijdschriften . . . . - 2,—

Dr. W. J. H. MOLL en Dr. H. C. BURGER, Leerboek der Natuurkunde voor middelbaar, voorbereidend hooger en propaedeutisch onderwijs. Deel I, Mechanica, eigenschappen der materie, warmte, geluid, *2e druk* *f* 3,90, gebonden . . . - 4,50

P. WIJDENES en Dr. P. G. VAN DE VLIET, Algebra voor Hoogere Handelsscholen, *2e druk* . . . . . gec. *f* 2,50

Prof. Dr. G. SCHAAKE, De bouw der Meetkunde . . . - 0,60
Rede uitgesproken bij de aanvaarding van het ambt van Hoogleeraar te Groningen.

Prof. Dr. J. WOLFF, Fourier'sche Reihen mit Aufg., geb. - 2,40

Prof. Dr. Hk. DE VRIES, Leerboek der Beschrijvende Meetkunde. Deel I. De leer der projectiemethoden. *3de verbeterde druk,* met afzonderlijke atlas, geb. . . . . . . - 11,75
