EUCLIDES

TIJDSCHRIFT VOOR DE DIDACTIEK DER EXACTE VAKKEN

ONDER LEIDING VAN

J. H. SCHOGT EN P. WIJDENES

7e JAARGANG 1930/31, Nr. 4

P. NOORDHOFF — GRONINGEN

Prijs per Jg. van 18 vel f 6.—. Voor inteekenaars op het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde en Christiaan Huygens f 5.—.

Euclides, Tijdschrift voor de Didactiek der Exacte Vakken, verschijnt in zes tweemaandelijksche afleveringen, samen 18 vel druks. Prijs per jaargang *f* 6.—. Zij, die tevens op het Nieuw Tijdschrift (*f* 6.—) of op „Christiaan Huygens" (*f* 10.—) zijn ingeteekend, betalen *f* 5.—.

Artikelen ter opneming te zenden aan J. H. Schogt, Amsterdam-Zuid, Frans van Mierisstraat 112; Tel. 28341.

Het honorarium voor geplaatste artikelen bedraagt *f* 20.— per vel.

De prijs per 25 overdrukken of gedeelten van 25 overdrukken bedraagt *f* 3,50 per vel druks *in het vel gedrukt.* Gedeelten van een vel worden als een geheel vel berekend. Worden de overdrukken buiten het vel verlangd, dan wordt voor het afzonderlijk drukken bovendien *f* 6.— per vel druks in rekening gebracht.

Boeken ter bespreking en ter aankondiging te zenden aan P. Wijdenes, Amsterdam-Zuid, Jac. Obrechtstraat 88; Tel. 27119

INHOUD.

	Blz.
H. J. E. BETH, Het twijfelachtige geval	161—166
L. I. W. E. N. A. G. E. L. 1921— 1931	167—178
U. H. VAN WIJK, Concave figuren	179—184
DR. E. J. DIJKSTERHUIS, Historische revue	185—195
Boekbespreking	196
J. K. ERIKSEN, Over het Middelbaar Onderwijs in Denemarken, in het bijzonder het onderwijs in natuurwetenschappen en wiskunde	197—208

De redactie heeft het genoegen in deze aflevering het portret te geven van Prof. Dr. WEITZENBÖCK; zij hoopt de portretten van al onze hoogleeraren den inteekenaars achtereenvolgens te kunnen aanbieden.

HET TWIJFELACHTIGE GEVAL

DOOR

H. J. E. BETH (Deventer).

Er is over de behandeling van het twijfelachtige geval in de planimetrie reeds veel geschreven, o.a. nog door Verrijp in Euclides, Jaargang 4 (blz. 118). Toch durf ik nogmaals de aandacht vragen voor dit onderwerp, omdat het elk jaar opnieuw een schare leerlingen voor een, m.i. onnoodige, moeilijkheid plaatst. Immers, als een moeilijkheid wordt het „mits" door hen gevoeld, wellicht zelfs als een onvolkomenheid. Deze moeilijkheid wordt door Verrijp's formuleering m.i. nog niet geheel weggenomen.

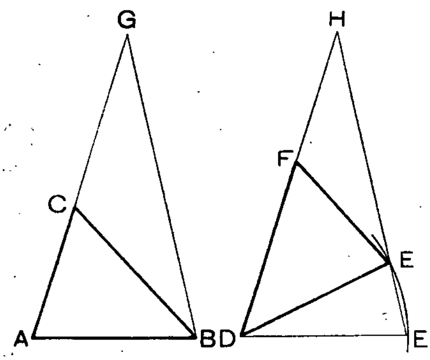
Ik ben er ten slotte toe gekomen mijzelf af te vragen, of het niet het best is, de moeilijkheid op de meest radicale wijze uit de wereld te helpen, nl. door dit congruentie-geval te schrappen en niet meer dan 4 gevallen van congruentie van driehoeken te erkennen. We zijn, als we dat doen, in goed gezelschap; in de „Elementen" van Euclides zal men het twijfelachtige geval vergeefs zoeken.

Dit wil niet zeggen, dat ik zou willen afzien van de beschouwing van twee driehoeken, die twee zijden en een hoek tegenover één dier zijden gelijk hebben. Ik zou nl. willen bewijzen de

Stelling. Indien twee driehoeken twee paren zijden gelijk hebben en de hoeken tegenover het eene paar, dan zijn de hoeken tegenover het andere paar òf gelijk òf elkaars supplement (òf beide tegelijk).

Het bewijs van deze stelling is in hoofdzaak hetzelfde als het bewijs, dat men geeft van de stelling, die het twijfelachtige geval van congruentie inhoudt; men plaatst den eenen driehoek zoo, dat de gelijke hoeken en de daaraan liggende gelijke zijden elkaar bedekken. De beide andere gelijke zijden vallen dan samen, in welk geval men tot de gelijkheid van de bedoelde hoeken besluit, òf zij zijn de beenen van een gelijkbeenigen driehoek, in welke geval men besluit, dat de som dier hoeken gelijk aan 180° is.

Behalve het voordeel, dat de meetkunde bevrijd wordt van een congruentie-geval, dat reeds in zijn naam een moeilijkheid doet vermoeden, is, naar het mij toeschijnt, nog een tweede voordeel verbonden aan de inlassching van de zooeven genoemde stelling in de plaats van de 5de congruentiestelling. Bij de gebruikelijke behandeling let men nl. uitsluitend op het geval, dat „de twee hoeken tegenover de andere gelijke zijden van dezelfde soort zijn", en verwaarloost ten eenen male de toch óók gewichtige mogelijkheid, dat die twee hoeken niet van dezelfde soort zijn. Zoodoende verzwijgt men een waarheid, die in vele gevallen van nut is: dat dàn die twee hoeken elkaars supplement zijn.



Om mijn bedoeling te verduidelijken zal ik een vraagstuk behandelen, dat in ongeveer alle verzamelingen aangetroffen wordt:

Te bewijzen, dat twee driehoeken congruent zijn, indien zij gelijk hebben: basis, tophoek en som der opstaande zijden.

Van $\triangle$ ABC en $\triangle$ DEF is dus gegeven: AB = DE, $\angle$ C = $\angle$ F en AC + BC = DF + EF. Verlengen we AC door C met een stuk gelijk aan BC en DF door F met een stuk gelijk aan EF, dan hebben de $\triangle$en ABG en DEH twee paren zijden gelijk en de hoeken G en H tegenover de zijden van het eene paar. De leerlingen, die de 5de congruentiestelling geleerd hebben, staan thans voor een groote moeilijkheid. Zijn de hoeken ABG en DEH van dezelfde soort of zijn ze het niet? In het gunstigste geval zullen zij die hoeken uitdrukken in hoeken van de driehoeken ABC en DEF en alsdan vinden:

$$\angle\, ABG = B + {}^1/_2\, C = 90^\circ + {}^1/_2\, (B - A),$$
$$\angle\, DEH = E + {}^1/_2\, F = 90^\circ + {}^1/_2\, (E - D),$$

zoodat de vraag omtrent de gelijksoortigheid van de hoeken ABG en DEH blijkt neer te komen op de vraag of de zijden AC en DF, die we verlengd hebben, in elk der beide gegeven driehoeken de grootste der opstaande zijden geweest zijn, of in beide de kleinste, of in den eenen de grootste, in den anderen de kleinste. Achteraf blijkt hun dus, dat zij, alvorens in elk der driehoeken een der opstaande zijden te gaan verlengen, een keuze hadden kunnen doen tusschen de beide opstaande zijden in één der driehoeken om aldus ervoor te zorgen, dat de twee hoeken gelijksoortig worden en dus de nieuwe driehoeken congruent; uit deze congruentie volgt dan gemakkelijk het gestelde.

Men zal het met mij eens zijn, dat alleen de allerbeste leerlingen dit zonder onze hulp in orde krijgen, en dat de opgave dus te zwaar voor de leerlingen is, als zij over de gewone hulpmiddelen beschikken.

Geeft men hun de beschikking over de boven geformuleerde stelling, dan blijft de redeneering onveranderd tot op het oogenblik van de beschouwing der $\triangle$en ABG en DEH. Zij kunnen nu als volgt redeneeren: volgens de stelling zijn de hoeken ABG en DEH òf gelijk, òf ze zijn elkaars supplement. Zijn zij gelijk, dan zijn de $\triangle$en ABG en DEH congruent en het gestelde volgt gemakkelijk met $\angle A = \angle D$ en $\angle B = \angle E$. Zijn zij elkaars supplement, dan is

$$\angle ABC + \angle CBG + \angle DEF + \angle FEH = 180^\circ,$$

dus $$\angle B + {}^1/_2 \angle C + \angle E + {}^1/_2 \angle F = 180^\circ,$$

$$\angle B + \angle E + \angle C = 180^\circ,$$

dus $$\angle E = \angle A,$$

waaruit dan weder het gestelde volgt, echter met $\angle E = \angle A$ en $\angle D = \angle B$.

Wederom blijkt achteraf, maar nu na volledige levering van het bewijs, dat het niet onverschillig is, welke der zijden we verlengen. Verlengen we de overeenkomstige zijden, dan verkeeren de $\triangle$en ABE en DEH in het eerste der beide in de stelling onderscheiden gevallen; verlengen we twee niet overeenkomstige zijden, dan verkeeren die driehoeken in het tweede van die gevallen.

Leg ik nu de beide geleverde bewijzen naast elkaar, dan meen ik aan het tweede de voorkeur te moeten geven. Het schijnt mij nl. onlogisch, (zoo niet onmogelijk) te voren een afspraak te gaan maken omtrent de grootten van de opstaande zijden, terwijl slechts omtrent de sommen iets bekend is. Weinig meer bevredigend schijnt het mij, zulk een afspraak later te gaan maken, nl. op het oogenblik, dat men voor de bewuste moeilijkheid staat.

Ik behoef niet te zeggen, dat het gegeven vraagstuk een voorbeeld uit vele is. Men vindt gemakkelijk tal van vraagstukken, die tot het twijfelachtige geval voeren, en waarbij de vraag omtrent de „gelijksoortigheid" niet dadelijk te beantwoorden is.

Bijna onnoodig is het op te merken, dat ik als „gevolg" (dus als minder diep gelegen waarheid) na de boven geformuleerde stelling uitspreek, dat twee driehoeken, die twee paren zijden gelijk hebben en de hoeken tegenover het eene paar, terwijl de hoeken tegenover het andere paar gelijksoortig zijn, congruent zijn; dat die gelijksoortigheid vanzelf spreekt, indien gegeven is, dat de gelijke hoeken stomp of recht zijn, of indien gegeven is, dat het de grootste zijden zijn, die tegenover de gelijke hoeken liggen, enz.

Ik vermoed, dat sommigen met een bezwaard gemoed van het 5de congruentiegeval afstand zouden doen, omdat zij dan niet meer kunnen staande houden, dat een driehoek door drie onafhankelijke elementen bepaald is. Men merkt hierbij op, dat alleen de drie hoeken een afhankelijk stelsel van drie elementen vormen.

Vooraf een enkel woord over dit „afhankelijk" en „onafhankelijk." Men noemt de hoeken van een driehoek onderling afhankelijk, omdat zij voldoen aan de gelijkheidsbetrekking

$$A + B + C = 180°;$$

een willekeurig ander drietal elementen heet onafhankelijk, omdat tusschen hen niet een vaste gelijkheidsbetrekking bestaat.

Toch kunnen 3 zulke elementen volstrekt niet altijd onafhankelijk van elkaar aangenomen worden. Reeds twee hoeken van een driehoek kunnen niet onafhankelijk van elkaar worden aangenomen; zij zijn niet verbonden door een gelijkheidsbetrekking, maar door de ongelijkheidsbetrekking

$$A + B < 180°.$$

Vat men het begrip afhankelijkheid en onafhankelijkheid in dezen ruimeren zin op, dan zijn ook de zijden van een driehoek niet onafhankelijk van elkaar, omdat zij hebben te voldoen aan

$$a + b > c, \quad b + c > a \text{ en } c + a > b.$$

We kennen deze betrekkingen als „voorwaarden", waaraan gegeven elementen hebben te voldoen om de constructie van een driehoek mogelijk te maken.

Het constructiegeval, waarbij gegeven zijn twee zijden en de ingesloten hoek, stelt géén zoodanige voorwaarde; deze drie elementen vormen in ruimeren zin een onafhankelijk stelsel.

De gevallen, waarbij gegeven zijn een zijde en twee hoeken, eischen de boven neergeschreven ongelijkheidsbetrekking, waaraan de twee hoeken hebben te voldoen.

Het geval, waarbij de drie zijden gegeven zijn, eischt de drie ongelijkheidsbetrekkingen tusschen de zijden alleen.

Een bijzondere plaats neemt het 5de constructiegeval in. De gegeven elementen a, b en A zijn nl. gebonden aan de ongelijkheid

$$b \sin A < a,$$

òf aan de gelijkheid

$$b \sin A = a,$$

en in het eerste geval bovendien aan een der volgende ongelijkheden:

$$A + Bg \sin\left(\frac{b}{a} \sin A\right) < 180°.$$

De bedoelde bewering nu kan luiden: indien in de eerste 4 constructie-gevallen de 3 elementen aan de eerstgenoemde betrekkingen voldoen, dan is er, afgezien van de plaats, slechts één driehoek mogelijk; hetgeen slechts een andere uitdrukkingswijze is voor de 4 congruentie-stellingen. Deze bewering kan niet volgehouden worden in het 5de constructie-geval; men kan de algemeenheid der uitspraak slechts schijnbaar redden door middel van zeer ingewikkelde beperkingen.

Inderdaad zijn de telkwesties, de uitvoerbaarheidsvragen, die van de enkelvoudigheid of meervoudigheid van gegevens, de afhankelijkheid van gegevens, de ondubbelzinnige of niet ondubbelzinnige bepaaldheid eener figuur, wel van de neteligste onderwerpen, die men in de meetkunde aanroert. Ik zou ze wel zoóveel als eenigszins mogelijk is uit de lagere klassen willen houden. Met deze stof kan men in de hoogere klassen beginnen, ook al, omdat daar de driehoeksmeting als hulpmiddel kan dienen. Ter voorkoming van misverstand merk ik nog op, dat ik de termen bestaanbaarheid en onbestaanbaarheid van oplossingen niet vóór de hoogste klasse zou willen gebruiken, waarin, naar ik vroeger uiteengezet heb (Jaargang 5, blz. 110) de complexe getallen voor het eerst aan de orde behooren te komen.

Laat men het 5de congruentiegeval van driehoeken vallen, dan is het m.i. beter ook het overeenkomstige geval van gelijkvormigheid te schrappen, en in plaats van de stelling, die daarop betrekking heeft, de volgende uit te spreken: als van twee driehoeken twee paren zijden een evenredigheid vormen en de hoeken tegenover het eene paar gelijk zijn, dan zijn die tegenover het andere paar gelijk of elkaars supplement (of beide tegelijk).

Ten overvloede merk ik nog op, dat de behandeling der beide twijfelachtige gevallen voor de gelijk- en gelijkvormigheid van drievlakshoeken (boldriehoeken) op de boven aangegeven wijze kan geschieden.

L. I. W. E. N. A. G. E. L.

1921—1931.

„Wij, wiskunde-leeraren aan de gymnasia, staan in onze betrekking te veel geïsoleerd. Daarin moest eens verandering komen. Jij moest je er eens voorspannen om tot een soort aaneensluiting te komen."

Aldus de veel oudere dr. H. W. C. E. Bückmann, de leeraar van het Amsterdamsch stedelijk gymnasium, na een dag staatsexamen in 1907 gedurende een rustuurtje in de Slotlaan te Zeist, tot mij, destijds het jongste lid der Staatscommissie. De wijze raad ging toen misschien wel eenigszins aan mij voorbij. Maar later heb ik op verschillende tijdstippen van mijn leeraarsloopbaan ingezien, hoe nuttig het voor ons kan zijn om ten opzichte van de vele kwesties, die zich in de moeilijke betrekking van wiskunde-leeraar aan een gymnasium — bij den een in meerdere, bij den ander in mindere mate — voordoen, met elkander van gedachten te wisselen.

Toen in 1920, na een mislukte poging mijnerzijds bij de Regeering tot rectificatie van de nadien berucht geworden verdeeling der wiskunde-uren over de laagste vier klassen (waarbij ik noch den steun kon krijgen van het Bestuur van het Genootschap, noch dien van mijn eigen leeraarsvergadering, waarin een collega de vriendelijkheid had mij toe te voegen, dat de Regeering 't toch wel beter zou weten dan ik), op den laten avond van de Genootschapsvergadering te Zwolle door mij een verzoek werd gericht tot het bestuur van het Genootschap om eens een commissie van wiskunde-leeraren in te stellen, die zich met allerlei kwesties, 't wiskunde-onderwijs betreffende, zou hebben bezig te houden, was het pad geëffend.

Want kort daarop kreeg ik van den heer W. L. Nolke, die in het bestuur van het Genootschap de functie van penningmeester had gekregen, den raad: Sticht, ingevolge de veranderde „Wet" van het Genootschap (aan welker verandering ge zelf hebt meegewerkt), een *groep:* laten we de leeraren in natuurwetenschappen er bij opnemen.

Na eenige intensieve bemoeiingen, gedurende welke zich aanvankelijk een veertigtal (doch al heel spoedig meer dan het dubbele aantal) docenten in de exacte vakken bij ons aanmeldde, werd op Vrijdag 1 April 1921, in een collegezaal van het Van 't Hoff-laboratorium te Utrecht, ons door den voorzitter van het toenmalig Natuur- en Geneeskundig Congres ter beschikking gesteld, de Groep „Leeraren in Wiskunde en Natuurwetenschappen aan Gymnasia en Lycea" als opgericht beschouwd. Als oprichtingsdatum werd vastgesteld 1 Januari van dat jaar. Nolke had de statuten in overeenstemmnig gebracht met die van het Genootschap, terwijl volgens mijn wensch de instelling van commissies voor de verschillende vakken er in was opgenomen. Verder werd tot de eerste algemeene jaarlijksche vergadering, die aanvankelijk en ook eenige jaren daarna op den middag van den eersten dag der jaarlijksche algemeene vergadering van het Genootschap werd gehouden, als voorloopig bestuur ondergeteekende (voorzitter), Nolke (secretaris-penningmeester) en dr. J. H. v. d. Harst gekozen. De laatste zou als secretaris der Wiskunde-commissie optreden. Kort daarop werden nog dr. E. A. Klobbie en de heer H. W. M. Roelants als bestuursleden geassumeerd.

In de daaropvolgende maanden tot aan de eerste algemeene vergadering in Amersfoort was er voor de Wiskunde-commissie, waarin zeven leden zitting namen, al belangrijke arbeid. Want wij zagen in, dat er naar twee kanten moest gewerkt worden, „naar buiten" en „naar binnen". Wij hadden het goed recht van ons vak te verdedigen en wij hadden ook ons zelf te herzien. Een uitstekenden steun hebben wij toen gehad in onzen helaas veel te vroeg gestorven vriend v. d. Harst. In het rapport, dat, na gehouden enquête, vóór onze eerste algemeene vergadering te Amersfoort gepubliceerd werd, trad vooral de eerste zijde van onze werkzaamheid op den voorgrond. Immers een K. B., regelende het eindexamen der gymnasia, stond voor de deur en een der belangrijkste kwesties was: zal het schriftelijk eindexamen voor de *a*-leerlingen behouden blijven of niet. De geheele Wiskunde-commissie had zich daarbij voor het behoud uitgesproken. In de tweede plaats hadden wij uiting te geven aan de algemeene ontevredenheid met de urenregeling 5-4-2-2 der laagste vier klassen. Doch ook de andere zijde van hetgeen onze belangstelling had te wekken werd niet vergeten. Want bij de leden was een onderzoek ingesteld omtrent mogelijke wenschen, die met den innerlijken aard van het onderwijs verband hielden.

Op de vergadering te Amersfoort bleek alras, dat wij van Regeeringswege niet behoefden te rekenen op steun, wat het eindexamen betreft. Ook mijn pleidooi voor de beteekenis van de wiskunde voor de α-leerlingen op den avond van denzelfden dag in de Genootschapsvergadering was te dien aanzien vruchteloos. 1922 bracht ons in verschillende opzichten de bevestiging van onze vermoedens. Het is misschien jammer, dat wij ons te Amersfoort niet met nog meer kracht hebben uitgedrukt, want velen zagen toch destijds reeds het hellende vlak, dat de degeneratie van de wiskunde voor de α-leerlingen zou meebrengen, een degeneratie, die tot nog meer funeste gevolgen zou kunnen leiden. Immers de in den laatsten tijd ontbrande strijd over het laten afloopen van het α-wiskunde-onderwijs — laat 't dan langer of korter zijn — vóór het einde van den gymnasialen cursus doet vreezen, dat wel eens het tweede bedrijf in die degeneratie zou kunnen komen.

De urenregelingskwestie beloofde reeds spoedig een lijdensgeschiedenis te zullen worden. Want een wijziging was onmogelijk zonder daarbij de lesurenregelingen van andere vakken te betrekken. En bereidwilligheid tot verandering was bij de collega's aan die zijde in 't algemeen ver te zoeken. Dit was trouwens ook niet te verwonderen. De andere vakken hadden in het algemeen gunstige regelingen gekregen. Maar niemand geeft gaarne verkregen voordeelen vrijwillig prijs.

Tweemaal heeft ook de Leerplancommissie zich met deze zaak bezig gehouden. De eerste maal heeft ze getracht de vakken Fransch en Teekenen er in te betrekken; de tweede maal is het geprobeerd met Fransch en Aardrijkskunde. Beide keeren heeft ze geen rechtstreeksch succes gehad. Een bijkomstigheid is echter aanleiding geweest tot het voeren van de actie in een richting, waaraan wij niet eerder gedacht hadden. Die bijkomstigheid was gelegen in het voornemen van den Inspecteur om bij eventueele wijziging in de verdeeling der wiskunde-uren ook tegelijk de natuurkunde in klasse V verandering te doen ondergaan. Van de drie uren, voor alle leerlingen bestemd zou één uur uitsluitend voor β-leerlingen gereserveerd worden en dat wel ingevolge den wensch van vele natuurkunde-leeraren. Aangezien het nu volstrekt niet vast stond, dat dit de wensch was van de overgroote meerderheid der natuurkunde-leeraren, werd door mij hierover een enquête ingesteld. Inderdaad bleek een meerderheid van 34 boven een minderheid van 26 voor verandering te zijn, maar dit betrekkelijk geringe verschil gaf mij toch aanleiding om in dit opzicht nu eens op vrijheid voor de gymnasia aan te dringen. De Leerplancommissie, die het resultaat van mijn onderzoek aan den Inspecteur overhandigde, had het genoegen, dat de Inspecteur met mijn meening omtrent genoemde vrijheid instemde. Begin 1925 kon ik dit alles in het Weekblad meedeelen.

Dit resultaat had echter op 't onverwachtst succes ten opzichte van de wiskunde. Want te Arnhem zag men er een middel in om het aantal uren Grieksch voor *a*'s in de 5e klasse — zonder kosten — met één te vermeerderen, terwijl men daar toch ook wel inzag, dat het beter stond geen eenzijdige politiek te volgen en nu, bij een aanvrage aan de Regeering om wijziging van de verdeeling der lesuren, ook de wiskunde mee te laten profiteeren. De docenten voor Fransch en Aardrijkskunde werden ten slotte voor het plan gewonnen en zoo kon met hun hulp op 1 September 1925 weer de oude regeling der wiskunde-uren 4-3-3-3 tegelijk over alle klassen I—IV (voor een tijdvak van 6 jaar!) worden ingevoerd. Nog juist vóór de groote vacantie van dat jaar werd door mij de wijziging gepubliceerd. Minder aangename woorden over deze kwestie zijn mij, zoowel in het Weekblad als in de groote bladen, niet gespaard, in 't bijzonder van aardrijkskundige zijde. Immers men zag daar al heel spoedig ons succes groeien en dit was volstrekt niet *allen* geografen naar den zin. Het is nu op het oogenblik (Jan. 1930) zoover, dat — naar de Inspecteur mij meedeelde — van de 34 openbare gymnasia 15 de verdeeling 4-3-3-3 en 2 de verdeeling 4-4-2-3 hebben. Van de 18 bijzondere gymnasia hebben 4 de verdeeling 4-3-3-3, 4 de verdeeling 4-4-3-2, 1 de verdeeling 2-3-3-4 en 1 de verdeeling 4-4-2-3. Van de 52 (zuivere) gymnasia hebben dus 27 — alzoo juist de meerderheid! — een van het officieele programma afwijkende regeling. De oplossing van het probleem wordt niet op alle scholen met de hulp van dezelfde vakken gevonden.

Een andere actie in de beginjaren van onze Groep in 't bijzonder door onzen secretaris gevoerd, nl. tot behoud van de vergoeding voor laboratoriumuren, had, ondanks den steun van achttien hoogleeraren in de natuurwetenschappen, bij de Regeering helaas geen succes.

Zooals reeds boven is vermeld, was reeds in 1921 door de gehouden enquête een andere zijde van onze werkzaamheid ingezet. Tal van docenten hadden belangrijke opmerkingen omtrent het innerlijk gehalte van ons onderwijs ingezonden. In het najaar is toen de Wiskunde-commissie aangevangen met het houden van een reeks van bijeenkomsten, waarin over dat gehalte gesproken is. De kleine kring — wij waren meestal met z'n zevenen compleet — deed het zijne om gemakkelijk van gedachten te kunnen wisselen. Die bijeenkomsten (wij stelden ze later ook wel voor niet-leden der commissie toegankelijk, maar daarvan werd weinig gebruik gemaakt), welke ieder van ons zich nog met genoegen zal herinneren, waren voor alle partijen in de hoogste mate leerzaam. Het resultaat werd neergelegd in een z.g. minimumprogramma en toen in 1922 op de vergadering te Nijmegen werd geoordeeld, dat zij, die de discussies niet hadden bijgewoond, toch ook recht hadden om al onze argumenten pro en contra te vernemen, werd besloten een toelichting op dat programma te geven. Doch deze toelichting kwam niet zoo gemakkelijk tot stand en het eind was, dat in 1924 in plaats daarvan een verslag der discussies werd gepubliceerd. Vermelden wij nog, dat bij de opstelling van het minimumprogramma dr. D. J. E. Schrek secretaris was, terwijl de samenstelling van het verslag der discussies heeft plaats gehad door dr. W. F. de Groot (toen secretaris) en ondergeteekende.

Wie echter in het verslag der discussies tusschen de regels wenscht door te lezen, kan opmerken, dat de grond van het verschil van opinie der woordvoerders voor een groot deel te zoeken is in de twee richtingen, die tegenwoordig de docenten in de wiskunde min of meer aanhangen. Aan den eenen kant staat het betrachten van strengheid en het rekening houden met de historische ontwikkeling, 't welk de wetenschap steeds meer is gaan eischen en 't welk onwillekeurig haar terugslag vindt in het onderwijs, en ten andere staat daar de psychologie, die — helaas dikwijls aangezet en dan vertroebeld door de „capillarité sociale" — ook haar eischen meent te moeten stellen en wel vaak in tegengestelden zin. Dat bij verschillende bijeenkomsten beider geluid is gehoord, heeft mij altijd — hoewel men toch weet aan welke zijde ik in hoofdzaak sta — een voordeel, geen nadeel toegeschenen. Beide richtingen ontmoeten elkaar in de wenschelijkheid van het steeds meer tot zijn recht laten komen van het functiebegrip.

Onderwijl was ook elders in ons land de belangstelling voor het innerlijk gehalte van het wiskundig onderwijs opgewekt. Een poging echter tot stichting van een analoge groep als de onze bij de AVMO mislukte. Aansluiting van niet-Genootschapsleden bij onze Groep bleek op de vergadering te Amsterdam niet mogelijk. Maar in die dagen werd de Vereeniging van leeraren in Wiskunde enz., aan H.B.S.n B opgericht, die weldra met ons ging samenwerken. Onwillekeurig had bovendien de discussie over mijn voordracht te Amsterdam (De beteekenis van de wiskunde voor de B-leerlingen) tot gevolg, dat de wenschelijkheid bleek verschillende wiskundige onderwerpen, geheel van didactisch standpunt beschouwd, eens in groote bijeenkomsten te bespreken. Zoo werd dan in 't vroege voorjaar van 1926 de Eerste Algemeene Bijeenkomst van Wiskunde-leeraren door ons, onder medewerking van de drie andere organisaties van wiskunde-leeraren (H.B.S. B, Christ. M. O., St. Bonaventura), te Utrecht gehouden. Daar wij tot nu toe steeds op een groote belangstelling van collega's hebben kunnen rekenen — het aantal bezoekers klom wel tot 70, terwijl onze eigen vergaderingen ten hoogste door 30 collega's bezocht werden — hebben wij die bijeenkomsten geregeld jaarlijks kunnen voortzetten. De Algemeene Bijeenkomst van 1928 gaf nog aanleiding tot het instellen van een Nederlandsche „Nomenclatuurcommissie" (J. H. Schogt, Th. B. Bloten, P. van Lent, D. van Dantzig, Dr. E. J. Dijksterhuis en ondergeteekende) [1]).

Intusschen is de publicatie van het rapport der commissie-Beth ook nog aanleiding geweest tot meerdere samenwerking met de andere organisaties. Op 30 October 1926 is in de docentenkamer van het Stedelijk gymnasium te Utrecht een bijeenkomst gehouden van de vier besturen (of vertegenwoordigers daarvan) der organisaties van Wiskunde-leeraren. Tegenwoordig waren ook twee leden der commissie-Beth, de secretaris onzer wiskunde-commissie,

---

[1]) Een merkwaardige coïncidentie is de volgende: Op het Int. Math. Congres van Bologna (3—10 Sept. 1928) is voorgesteld, dat de C.I.E.M. (Commission internationale de l'Enseignement mathématique) in studie zou nemen: „la nomenclature des termes usités dans les mathématiques élémentaires, dans leur rapport avec les concepts fondamentaux".

tevens destijds voorzitter van het Genootschap, een lid der natuurkunde-commissie, benevens de beide inspecteurs dr. E. Jensema en dr. C. J. Vinkesteijn.

Twee commissies zijn toen ingesteld, één belast met de behartiging van de belangen van de opleiding tot leeraar in wiskunde en aanverwante vakken (ondergeteekende, J. H. Schogt, J. N. A. van den Bouwhuysen, J. van Andel, Dr. E. J. Dijksterhuis, secretaris, waarbij het derde lid later vervangen is door Dr. J. G. C. Vriens) en een tweede, bestemd voor de organisatie van cursussen voor docenten in wiskunde en aanverwante vakken (Dr. P. G. Tiddens, Dr. H. J. E. Beth, Dr. D. J. E. Schrek, secretaris, waarbij het derde lid later vervangen is door Dr. H. C. Schamhardt). De eerste commissie heeft reeds in 1927 een rapport het licht doen zien, terwijl deze commissie verder weer bij de algemeene leeraarsvereenigingen aangedrongen heeft op het instellen van een centrale commissie ter behartiging van de leeraarsopleiding in 't algemeen. Door de zorgen van de tweede commissie zijn verschillende belangrijke voordrachten gehouden. Het is echter gebleken, dat het intensieve werk dezer laatste commissie slechts matige belangstelling mocht verwerven.

Bespreken wij nu nog even, hoe op het gebied der natuurwetenschappen in Liwenagel geageerd werd. Op de vergadering te Nijmegen in 1922 werd (na gehouden enquête) een rapport van de Natuurkunde-commissie behandeld. Dit rapport bevatte vooreerst een verdeeling der onderwerpen over de verschillende klassen, verder eenige wiskundige desiderata (wenschelijkheid van 't functiebegrip)en een niet geheel afdoend antwoord op de vraag „eindexamen: mondeling, schriftelijk of beide". Een paar overige kwesties — logarithmen (als onnoodig voor de *a*'s), goniometrie voor de *a*'s — waren niet van bijzonder principieel belang. Toch kwam toen al uit in het debat, waarin vooral dr. A. D. Fokker zich bewoog, dat de richtingen, die men bij het wiskunde-onderwijs aantreft, zich ook eenigermate in het onderwijs in de natuurkunde afspiegelen: aan den eenen kant de vooropgezette hypothesen, dan de redeneeringen, die de wetten — liefst mathematisch geformuleerd — doen vinden en ten slotte de bevestiging daarvan door de experimenten; aan den anderen kant de bloote experimenten voorop, verder het moeizame daaruit afleiden van de natuurkundige wetten, om dan later eens met hypothesen voor den dag te komen. Al heeft men in de hier geschetste gangen wel de uitersten, waaraan misschien geen enkel docent consequent zal vasthouden, toch bleek ook 's avonds op de Genootschapsvergadering bij de voordracht van dr. E. E. Mogendorf, dat men op die wijze te onderscheiden had. Toen veel later (1927) een studiecommissie van de Natuurkundige Vereeniging zich het natuurkunde-onderwijs aantrok, een enquête voerde, een rapport produceerde en ook bij de Regeering op instemming met hare denkbeelden aandrong (1928), werd onze Natuurkunde-commissie gemobiliseerd om zich over een en ander uit te laten. Deze heeft zich in 1929 — ze heeft ook een enquête gehouden — van haar taak gekweten. Men kan als een voornaam punt in haar rapport aanmerken, dat ze binnen afzienbaren tijd practische oefeningen wenscht te zien ingevoerd. Verder blijkt men ook gesteld te zijn op splitsing van α- en β-leerlingen in klasse V. Natuurkunde-onderwijs in lagere klassen wordt blijkbaar volstrekt niet algemeen gewenscht.

Voor scheikunde en biologie werden geen acties gevoerd. Wel werd door buitenstaanders (en *misschien* ook door sommige vakgenooten) de waarde van het uur scheikunde voor α-leerlingen in de 5e klasse in twijfel getrokken; terwijl juist een gedeeltelijk streven bestaat tot 't invoeren van biologie voor de α-leerlingen der hoogere klassen.

Vermelden wij nog, dat van 1921 tot heden (ongelijk in tijdsduur) waren:

Bestuursleden: Dr. D. P. A. Verrijp, W. L. Nolke, Dr. J. H. van der Harst, Dr. E. A. Klobbie, H. W. M. Roelants, Dr. D. J. E. Schrek, Dr. G. Postma, Dr. W. Middelberg, Dr. H. C. Schamhardt, W. L. Varossieau, Mej. Dr. A. T. M. Kramer;

Leden van de Wiskunde-commissie: Dr. D. P. A. Verrijp, Dr. J. H. v. d. Harst, P. Cramer, Dr. W. F. de Groot, W. L. Nolke, Dr. H. C. Schamhardt, Dr. D. J. E. Schrek, Dr C. de Jong, Dr. P. Mulder;

Leden van de Natuurkunde-commissie: P. Klinkenberg, Dr. A. Kettner, Dr. A. D. Nathans, W. L. Nolke, Dr. P. A. Okken, H. Corver, W. Reindersma, Dr. H. C. Schamhardt, Dr. C. H. Brinkman;

Leden van de Scheikunde-commissie: Dr. E. A. Klobbie, Dr. J. Kramers S. J., Dr. W. Middelberg, W. L. Nolke, Dr. V. S. F. Berckmans, Dr. W. H. van Mels;

Leden van de Biologie-commissie: H. W. M. Roelants, Dr. C. J. Baart de la Faille, Dr. G. Postma, H. J. van Eekeren, W. L. Varossieau.

De volgende voordrachten werden gehouden:

a. Op de algemeene jaarlijksche vergaderingen van Liwenagel:

1923. Dr. W. F. de Groot, Het minimum-programma; Dr. J. H. Falkenhagen, Analytische meetkunde en differentiaalrekening als leervak op het gymnasium;
1924. Dr. W. Macalester Loup, Samensmelting van Planimetrie en Stereometrie; Dr. C. J. Baart de la Faille, Interpretatie van de formuleering der leerstof voor natuurlijke historie in V B en VI B;
1925. Dr. D. P. A. Verrijp, De beteekenis van het onderwijs in de wiskunde voor de B-leerlingen van het gymnasium;
1926. Dr. W. Middelberg, Scheikunde op het gymnasium; W. Reindersma, Inleidend onderwijs in de meetkunde;
1927. Dr. E. J. Dijksterhuis, Grieksche wiskunde;
1928. Dr. A. D. Nathans, Het onderwijs in de natuurkunde aan de gymnasia; Dr. C. H. Sluiter, De scheikunde als leervak voor de A-leerlingen van het gymnasium;
1929. Dr. M. A. van Herwerden, Eugenetiek en Onderwijs; Kleine inleiding van den voorzitter over het al of niet afloopen van het onderwijs in de wiskunde voor de *a*-leerlingen vóór het einde van den gymnasialen cursus;

b. Op de Algemeene Bijeenkomsten van wiskunde-leeraren:

1926. W. L. Nolke, Het planimetrie-onderwijs in de lagere klassen, gevolgd door bijdragen van H. C. Derksen, Ir. W. H. Veldhuis e.a.; A. G. Weijenberg, Vergelijkingen met breuken, waarin onbekende noemers voorkomen; Dr. D. P. A. Verrijp, Vierdecimalige tafels; Dezelfde, Theorie òf vraagstuk in de planimetrie; Dr. S. L. van Oss, Meetkunde op de rechte lijn;
1927. Dr. D. J. E. Schrek, Het Meraner leerplan; W. Reindersma, Inleidend onderwijs in de meetkunde; Ir. W. H. Veldhuis, Eigenschappen van logarithmen aan de hand van grafieken; W. L. Nolke, Over het gelijkteeken in een niet-identieke vergelijking; D. van Dantzig, De sociale waarde van het onderwijs in de wiskunde;
1928. Dr. H. J. E. Beth, De ontwikkeling van het getalbegrip bij het middelbaar en voorbereidend hooger onderwijs; Dr. E. J. Dijksterhuis, De historische behandelingswijze van de axioma's der mechanica; Dr. H. A. Naber, Het theorema van Pythagoras; D. van Dantzig, Enkele moderne standpunten omtrent de methodologie

der wiskunde; Ir. J. L. Hogeweg, Theorie der logarithmen in de 6e klasse van gymnasia en lycea;

1929. D. van Dantzig, Nomenclatuur en notatie van vergelijkingen en functies; Dr. W. F. de Groot, Goniometrie en Trigonometrie; Dr. E. J. Dijksterhuis, Raaklijn en snijlijn van den cirkel; Dr. D. P. A. Verrijp, Bespreking der rekenkundige ontwikkeling, die de leerlingen van de L. S. moeten bezitten, als ze op de H. B. S. of 't Gymnasium komen; [1])

c. Op de cursussen in wiskunde en aanverwante vakken:

1928. Prof. Dr. J. Wolff, Bewerkingen met breuken en haar verband met verschillende gebieden der wiskunde; Prof. Dr. A. D. Fokker, Quanta-mechanica; Dr. E. J. Dijksterhuis, Over de ontwikkeling der wiskunde vanaf Pythagoras tot op heden;

1929. Dr. E. J. Dijksterhuis, Grieksche wiskunde; Dr. H. J. E. Beth, Niet-Euclidische meetkunde; J. H. Schogt, Axiomatica; Prof. Dr. A. D. Fokker, Acoustiek; Dezelfde, Krachten en bewegingen. [2])

Het einde van dit artikel kan door den wiskunde-leeraar, die aan zijn vak een groote waarde toekent als paedagogisch en methodisch apparaat en ook als intelligentiecriterium, niet in een stemming geschreven zijn, die geen zorg verraadt. Want wie gewenscht mocht hebben, dat ik dit artikel alleen als bestuurslid van Liwenagel zou schrijven, zonder iets meer, zou het zonder eenige kleur gewenscht hebben, zou dus verlangd hebben in mij niet den wiskunde-leeraar te zien. Maar zóó te schrijven is alleen mogelijk door iemand — en dat mag men niet wenschen —, die geen overtuiging bezit. Zei ook niet zeer treffend Reindersma op de vergadering te Haarlem, toen het debat liep over de kwestie der „overdracht" en toen de

---

[1]) 1930. Dr. E. J. Dijksterhuis, De toepassing van de plannen der commissie-Sijmons op de opleiding van leeraren in wis- en natuurkunde; Ir. W. H. Veldhuis, Teekenen der tijden; Dr. B. P. Haalmeijer, Het oneindige bij het onderwijs in de wiskunde.

1931. Dr. Fr. A. Jungbluth, Direktor der Deutschen Oberrealschule in Rotterdam: Die Durchführung des Arbeitsprinzips im math. Unterricht; Prof. dr. F. Schuh: Het oneindige in de schoolwiskunde; Ir. W. H. Veldhuis: Grafische en „mechanische" oplossing der vergelijking $a \sin x + b \cos x = c$ (met demonstratie).

[2]) 1930. Prof. dr. A. D. Fokker, Hydrodynamica.

1931. Prof. dr. J. A. Barrau, Coördinaten.

vraag geopperd werd, of wiskunde-onderwijs voor sommige naturen ook „schadelijk" kon zijn: Wie niet meer in zijn vak „gelooft", doet beter onmiddellijk ontslag te nemen!

In 1928 toch heeft de afdeeling Amsterdam van het Genootschap — de rede van den heer Sizoo over de concentratiegedachte heeft er ook toe meegewerkt — den steun verworven van de Algemeene Vergadering om tot een enquête over te gaan in zake de tevredenheid der leden met het tegenwoordige leerprogramma. Wie geen vreemdeling in Jeruzalem was, kon wel voorspellen, dat 't wiskunde-onderwijs aan de *a*-leerlingen in V en VI het weer in 't bijzonder zou moeten ontgelden; de „Mathematikfeindlichkeit" is trouwens internationaal. Aanvankelijk werd over de algemeene gedragslijn van het Genootschapsbestuur een afkeurend oordeel uitgesproken door de gecombineerde besturen van Liwenagel en Classici, alsook in een buitengewone vergadering (midden 1929) van Liwenagel. Men wenschte de „Leerplancommissie" met 't onderzoek te belasten.

Dat later de Groep Classici zich met de wiskunde-kwestie is gaan bemoeien, stemt reeds ontmoedigend, maar meer zorgen baart 't feit, dat men in het exacte kamp zelf, gedeeltelijk door de reeds boven beschreven degeneratie van de wijs gebracht, gedeeltelijk door verkeerd inzicht gedreven, vaak al de verdedigingen van de wiskunde als algemeen onderwijsvak, die de laatste jaren herhaaldelijk hebben plaats gehad, langs zich laat heen gaan en ook te weinig aandacht schenkt aan het feit, dat men in alle andere cultuurlanden bij 't analoge onderwijs meer aan wiskunde doet dan bij ons.

Trots dus alle dankbaarheid, die we hebben, dat onze Groep er in geslaagd is de belangstelling voor het onderwijs in de exacte vakken, en wel hoofdzakelijk in de wiskunde, in ons land gedurende het laatste tiental jaren belangrijk te verhoogen, zal toch 't parool moeten blijven: „Weest waakzaam!"

Arnhem, Jan. 1930. D. P. A. V.

NASCHRIFT.

Tot zoover (behalve een paar toegevoegde noten) het artikel opgenomen in het Gedenkboek ter gelegenheid van het 100-jarig bestaan van het „Genootschap van Leeraren aan Ned. Gymnasia."

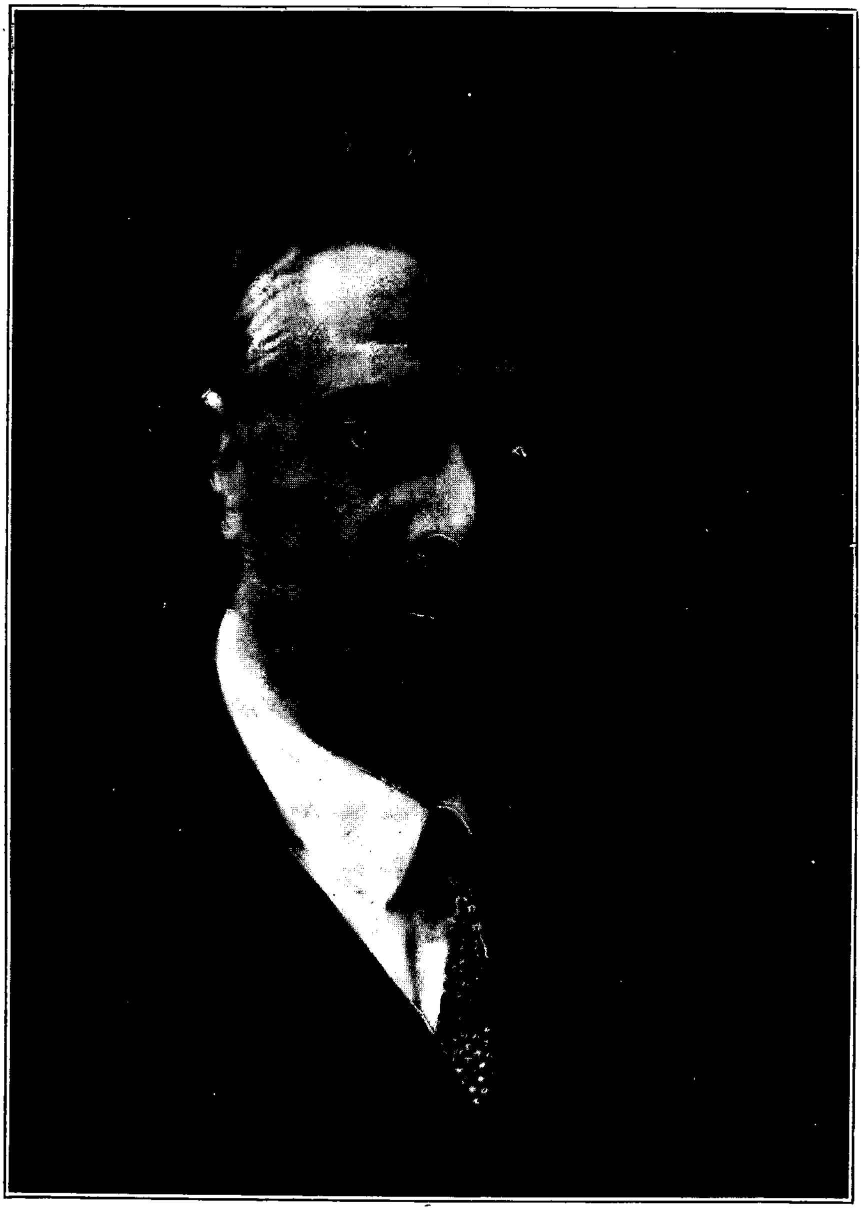
Ik kan het aanvullen met de volgende mededeelingen:

Naar aanleiding van de discussie over het al of niet afloopen van het onderwijs in de Wiskunde voor de *a*-leerlingen vóór het einde van den gymnasialen cursus op de algemeene vergadering in 1929 werd op verzoek van de aanwezigen een buitengewone vergadering gehouden te Utrecht op 8 Februari 1930, waarop deze kwestie ingeleid werd door dr. W. F. de Groot, Ir. P. Schut en dr. ir. U. Ph. Lely. De eerste inleider stelde de zaak van een — zooveel mogelijk — objectief standpunt in het licht, liet alle argumenten pro en contra wegen en eindigde met tot het besluit te komen, dat hij niet anders dan vóór het behoud kon wezen. De tweede inleider bracht van allerlei bij de zaak te pas en toonde zich iemand, die het wiskunde-onderwijs in zijn tegenwoordigen vorm al heel weinig apprecieerde. De derde inleider sprak kort. Zijn bezwaar tegen het behoud in klasse VI voor *a*-leerlingen betrof meer de te geringe vrijheid om het wiskunde-onderwijs naar eigen smaak te kunnen behandelen. Aan het debat namen tal van leden der zeer druk bezochte vergadering deel. Ook de inspecteur der gymnasia dr. C. J. Vinkesteijn vond zich een paar maal geroepen om enkele beweringen te weerleggen. Hij betoogde ook op overtuigende wijze, dat in het bijzonder practische gronden een afloopen der wiskunde voor *a*-leerlingen in klasse V alleronwenschelijkst maakten.

Een stemming werd — op mijn voorstel — niet gehouden. Evenmin is later — conform den wensch der wiskunde-commissie — een enquête gehouden.

En nu ten slotte:

Moge een druk bezoek der vergadering van Liwenagel op het Natuur- en Geneeskunde-Congres te Delft op 8 April a.s. na haar 10-jarig bestaan toonen, dat de leeraren in de exacte vakken bij het Gymnasiaal en Middelbaar onderwijs (de laatsten zijn even welkom) in *hun* vak „gelooven"! V.



Prof. Dr. R. WEITZENBÖCK

geb. 26 Mei 1885 te Kromsmünster (Opper-Oostenrijk). Promotie Wien 1910; privaatdocent Wien 1912, Graz 1913. Hoogleeraar Praag 1918, Graz 1920, Amsterdam 1923

CONCAVE FIGUREN

DOOR

U. H. VAN WIJK.

I. Bij het meetkunde-onderwijs heeft het ter verruiming van de kijk der leerlingen op het vak zijn nut van tijd tot tijd eens concave figuren in onze beschouwingen op te nemen. Het is usance bij de bespreking van de vierhoeken ook het type van fig. 1a. te behandelen.

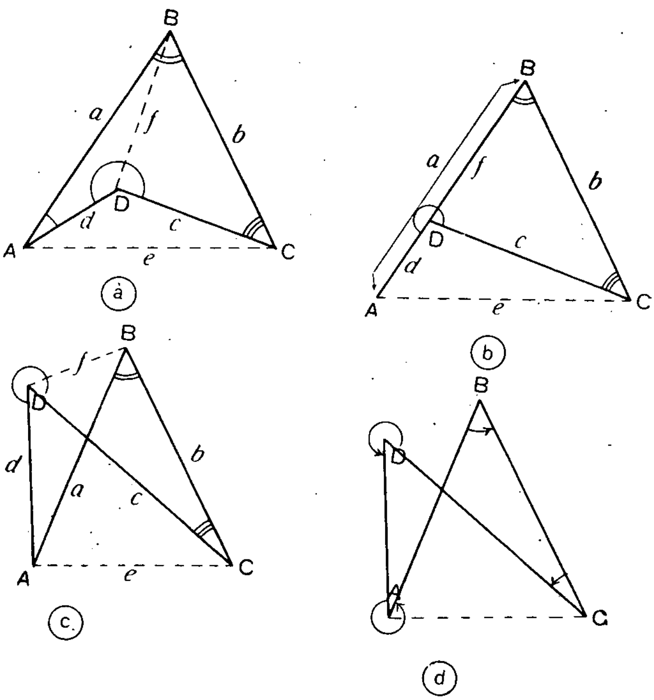


Fig. 1.

De leerlingen vinden 't dan vanzelfsprekend, dat hoek D als inspringende hoek in rekening wordt gebracht.

Men kan echter gerust een stapje verder gaan en hun via het type 1b. vierhoeken van het type 1c. voorleggen. Dan verdient het m.i. aanbeveling bij dergelijke vierhoeken de eisch te stellen, dat de som der hoeken ook 360° moet zijn. Hoek D zullen we wederom als inspringend hebben te beschouwen, terwijl hoek A in het geval van 1b. nul moet worden gesteld en in 't geval van fig. 1c. negatief in rekening moet worden gebracht.

Gemakkelijk is te verifieeren, dat betrekkingen als die van Bretschneider:

$$e^2f^2 = a^2c^2 + b^2d^2 - 2abcd \cos (A + C)$$

ook voor alle concave vierhoeken gelden. Opgemerkt kan worden, dat deze betrekking voor fig. 1b. overgaat in:

$$e^2f^2 = a^2c^2 + b^2d^2 - 2abcd \cos C$$

en dan niets anders is dan de stelling van Stewart ter berekening van het lijnstuk AC in △ BCD (in de gewijzigde vorm, die voorkomt in de vorige jaargang van dit tijdschrift blz. 65).

Gewoonlijk vermijdt men het gebruik van negatieve hoeken. Men neemt dan, b.v. van B uitgaande en steeds in positieve richting (tegen de wijzers van de klok in) draaiende, voor hoek A de inspringende hoek (fig. 1d), wat goniometrisch op hetzelfde neerkomt als

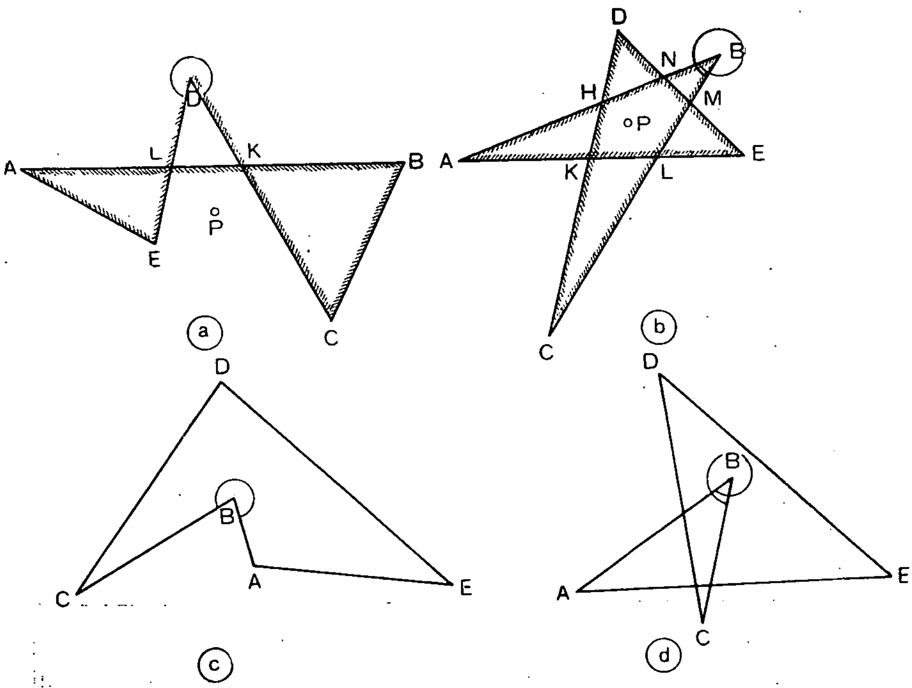


Fig. 2.

hem een negatieve waarde toe te kennen. Op deze wijze doet o.a. Brückner het in zijn werk: „Vielecke und Vielflache”, blz. 2 e.v. Men krijgt dan echter voor de som der hoeken 720°. Dit wordt in orde gemaakt door de formule voor de som der hoeken van een n-hoek te verruimen, maar dat is voor leerlingen eener middelbare school te lastig.

Bij de vijfhoek van fig. 2a. zouden we op deze wijze juist 540° voor de som der hoeken krijgen, bij die van fig. 2b echter slechts 180°. Via de figuren 2c en 2d zien we, dat we bij onze afspraak één der hoeken van fig. 2b grooter dan 360° moeten nemen. Uit dit voorbeeld blijkt echter wel, dat 't aanbeveling verdient ons bij het onderwijs tot eenvoudige concave figuren te bepalen.

II. Ter bepaling van de oppervlakte van dergelijke figuren kan men, geheel analoog aan het procédé bij een convexe vierhoek, waarbinnen een punt P aangenomen wordt, de in een door de letters aangegeven richting doorloopen concave vierhoek ADCB (fig. 3) in 4 driehoeken PAD, PDC, PCB en PBA verdeelen, die nu echter gesommeerd moeten worden met inachtneming van het teeken [1]. Men noemt de oppervlakte van een driehoek negatief, als de richting, aangegeven door de letters, die van de wijzers van de klok is. Klein toont in zijn: „Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus" (Bd. II. pag. 3—11) aan, dat deze afspraak overeenkomt met die betreffende de asrichtingen van rechtsche coördinatensystemen. De oppervlakte van de in de vorige zin bedoelde driehoek heeft nl. ook het minteeken, als ze wordt uitgedrukt in de op een rechtsch stelsel betrokken coördinaten der hoekpunten (natuurlijk in dezelfde volgorde genomen).

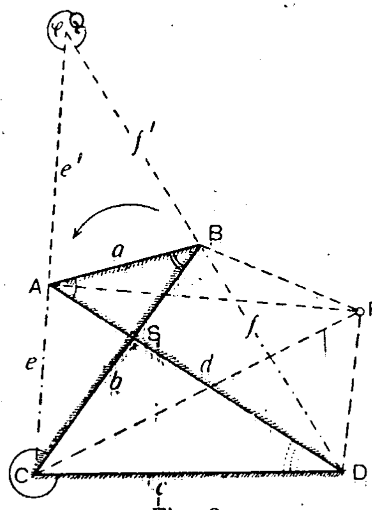


Fig. 3.

In ons geval hebben de driehoeken PBA en PAD het plus-, de andere twee het minteeken. De som is ook gelijk aan |SBA|—|SDC| en dus onafhankelijk van de ligging van P; ze kan positief, nul (AC//BD) of negatief zijn. Het eenvoudigst is het P met S te laten

[1]) Landré: Stereometrische Hoofdstukken, blz. 168—173.
Brückner: Vielecke und Vielflache, blz. 6—8.

samenvallen. We komen tot hetzelfde resultaat, als we P met B of C laten samenvallen en de oppervlakte berekenen uit: $\frac{1}{2}ab$ sin B + $\frac{1}{2}cd$ sin D. Bij het doorloopen van de vierhoek in de richting ADCB is hoek B uitspringend en hoek D inspringend of negatief, zoodat deze uitdrukking ons ook weer |SBA|—|SDC| levert.

Ook de formule: O = $\frac{1}{2}ef$ sin φ blijft voor de concave vierhoek van kracht. Ze geeft de waarde nul voor het geval AC//BD. Voor φ heeft men in het geval van fig. 3 de inspringende hoek te nemen. Men krijgt nl:

$$\tfrac{1}{2}ef \,.\, \sin\varphi = \tfrac{1}{2}(e+e')(f+f')\,.\,\sin\varphi - \tfrac{1}{2}(e+e')f' \sin\varphi -$$
$$- \tfrac{1}{2}e'\,.\,(f+f')\sin\varphi + \tfrac{1}{2}e'f'\,.\,\sin\varphi = \text{QDC}(-) + \text{QCB}(+)$$
$$+ \text{QAD}(+) + \text{QBA}(-).$$

Weglating van den factor $\frac{1}{2}$ sin φ in het vorenstaande komt neer op de vervanging van een kwadraat als oppervlakte-eenheid door een gelijkbeenige driehoek.

Het eenvoudigst is de oppervlakte vast te leggen door bij het doorloopen van de omtrek der figuur de zijden aan de linkerkant van streepjes te voorzien. Die onderdeelen, waarbij de streepjes naar binnen zijn gericht, moeten dan positief in rekening worden gebracht. (Voor $n>4$ moet deze regel nog eenigszins aangevuld worden).

Tenslotte beschouwen we nog de oppervlakte-formule van Bretschneider:

$$O = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d) - abcd\,.\,\cos^2 \tfrac{1}{2}(A+C)}$$

(Weber—Wellstein. II. blz. 327—328; de afleiding dezer formule is voor de middelbare school te lastig).

Hieruit volgt voor de convexe koordenvierhoek (A + C = 180°) de s-formule en voor de concave (A + C = 0° of 360°):

$$O = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d) - abcd}$$

Bij de concave koorden-, tevens raaklijnvierhoek, waarvoor geldt $a = c$ en $b = d$, krijgt de formule de gedaante:

$$O = \sqrt{abcd - abcd} = 0.$$

III. Bij de door streepjes aangegeven richting wordt de oppervlakte van fig. 2a:

PBA(+) + PAE(+) + PED(—) + PDC(—) + PCB(+) = |BCK| + |ALE| — |DKL|.

Tot hetzelfde resultaat komen we, als we de vijfhoek in de driehoeken CBA, CAE en CED verdeelen. (P in C). De oppervlakte van de eerste is. $\frac{1}{2}$ AB. BC. sin B, dus positief, van de derde $\frac{1}{2}$. CD. DE. sin D, dus negatief. Nu is bij een convexe vijfhoek $\angle$ ACE = $\angle$ BCD — $\angle$ BCA — $\angle$ ECD. $\angle$ ECD moeten we hier negatief in rekening brengen, omdat opp. CED = $\frac{1}{2}$. EC. CD. sin ECD negatief is. Dan wordt $\angle$ ACE positief en krijgen we:

O = CBA(+) + CAE(+) + CED(—) = |BCK|+|ALE|—|DKL|.

Kiezen we in het geval van fig. 2b. P. binnen de kernvijfhoek, dan wordt de oppervlakte de som van 5 positieve driehoeken of:

|AHK| + |BMN| + |CKL| + |DHN| + |ELM| + 2. |HKLMN|. [1])

Tot dezelfde uitkomst komen we weer, als we de oppervlakten der driehoeken CBA, CAE en CED sommeeren. CBA en CED zijn beide positief, daar de hoeken B en D uitspringend zijn. $\angle$ ACE = $\angle$ BCD — $\angle$ BCA — $\angle$ ECD is negatief. $\triangle$ CAE moet dus negatief in rekening worden gebracht, wat dan weer tot dezelfde oppervlakte van de vijfhoek leidt.

Als we met een regelmatige stervijfhoek te doen hebben, moet de oppervlakte van BAEDC beschouwd worden als het dubbele van de oppervlakte van de stervijfhoek, daar we bij het doorloopen van de omtrek de cirkel tweemaal doorloopen hebben. Dit klopt met de algemeene oppervlakte-formule van een regelmatige ingeschreven n-hoek. Voor $n = 2\frac{1}{2}$ geeft deze nl.: $O = \frac{1}{2}.n.R^2 \sin \frac{360^\circ}{n} =$ $\frac{5}{4}.R^2 \sin 144^\circ$ en dit is juist de oppervlakte van de kernvijfhoek, vermeerderd met $2\frac{1}{2}$ sterpunt.

Zonder nadere bespreking vermelden we, dat van de vijfhoeken

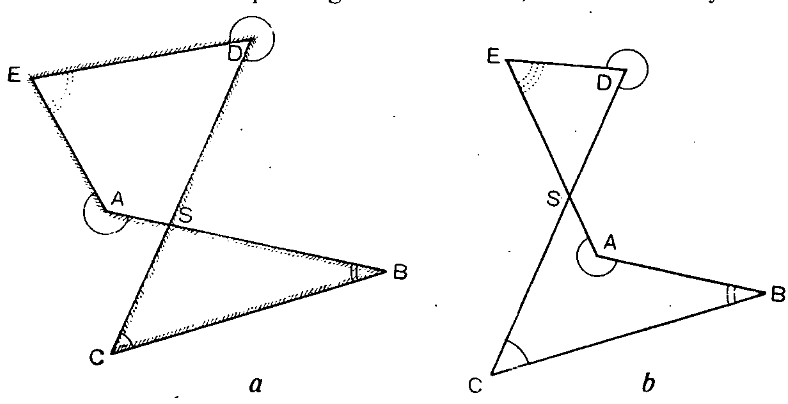


Fig. 4.

[1]) Bepaalt men de oppervlakte van de tienhoek AKCLEMBNDH, dan moet de oppervlakte van de kernvijfhoek slechts eenmaal in rekening worden gebracht.

van fig. 4a. en fig. 4b. de hoeken B en C een uitspringende, A en D een inspringende E een negatieve waarde hebben. Voorzien we de omtrek weer van streepjes, dan is de oppervlakte ook in deze gevallen direct uit de figuur af te lezen.

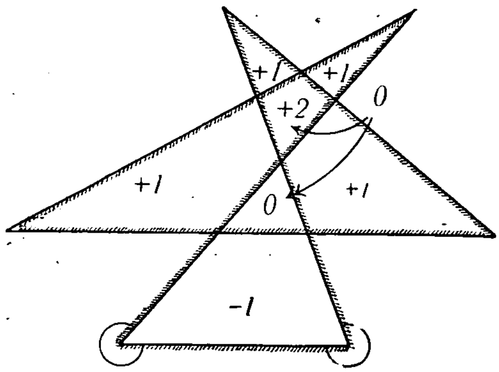


Fig. 5.

De sub II gegeven regel eischt voor fig. 2b. een kleine aanvulling. Begeven we ons nl. van „buiten" naar de verschillende onderdeelen der figuur, daarbij onze weg zoodanig kiezende, dat we geen hoekpunten of andere snijpunten van zijden (dubbelpunten) passeeren, dan moet, als we een zijde overschrijden van de gestreepte naar de ongestreepte kant, de oppervlakte van het bereikte onderdeel eenmaal minder in rekening worden gebracht dan die van het verlaten onderdeel en in het tegenovergestelde geval eenmaal meer. Gaan we dus in fig. 5 volgens de enkele pijl naar binnen, dan komen we via het eenmaal te tellen onderdeel op het tweemaal te rekenen deel en langs de dubbele pijl via dat eerste onderdeel op een, waaraan een oppervlakte nul toegekend moet worden.

HISTORISCHE REVUE

DOOR

Dr. E. J. DIJKSTERHUIS.

De redactie stelt mij in de gelegenheid, in het laatste nummer van elken jaargang een overzicht te plaatsen van de in het afgeloopen kalenderjaar verschenen literatuur op het gebied van de geschiedenis van de wis- en natuurkunde, voorzoover ik daarvan kennis heb kunnen nemen. Voor deze eerste maal zal dit overzicht nog verscheidene werken uit vorige jaren bevatten; hierom verschijnt in deze aflevering reeds een gedeelte van het voor dezen jaargang bestemde.

1928.

H. Dingler. Das Experiment. Sein Wesen und seine Geschichte. München (Ernst Reinhardt) 1928. 255 blz.

Voor vermelding in dit overzicht van historische literatuur komt voornamelijk het derde gedeelte van deze Philosophie des Experiments in aanmerking, waarin als aanvulling van de onderzoekingen naar het wezen van het experiment, die den hoofdinhoud van het boek uitmaken [1]), de historische ontwikkeling van deze voor de moderne physica onontbeerlijke kenbron wordt geschetst. Een geschiedenis van het experiment dus; echter niet van de experimenteertechniek, maar van de kentheoretische fundamenten, die in verschillende tijdperken aan het bewuste en opzettelijke verzamelen van ervaringsmateriaal ten grondslag hebben gelegen. De schrijver begint met zeer terecht te betoogen, dat het niet aangaat, dat wij ons zullen verbazen, of, nog erger, zullen verhoovaardigen, omdat wij sedert betrekkelijk korten tijd na eeuwenlange dwalingen op dit gebied het voor de hand liggende middel hebben toegepast, de natuur zelf door bemiddeling van het experiment te laten antwoor-

---

[1]) Ik heb hierover kort bericht in een bespreking in het tijdschrift Faraday (Wolters) I.

den op de vragen, waarvoor zij den denkenden mensch stelt. Hij concludeert integendeel, dat de schijnbaar zoo natuurlijke gedachte, dit te doen, toch blijkbaar niet zoo heel erg voor de hand lag en zijn boek is juist gewijd aan de kentheoretische ontleding van wat een experiment eigenlijk is en wat men er van verwachten kan. In het historische gedeelte wordt nu eerst begrijpelijk gemaakt, waarom de Grieken geen experimenteele physica hebben beoefend: de doorslaggevende factor bij het experiment is namelijk de geestelijke instelling van den experimentator en waar de Grieksche philosophie nog niet beschikte over de logische vormen, die in staat stellen, de verandering als zoodanig in exacte begrippen te beheerschen, bleef hun physica tot statica beperkt. Daarna wordt aangetoond, hoe de middeleeuwen het probleem van de exacte behandeling van de verandering van qualiteiten hebben aangevat en tot een voorloopige (namelijk graphische) oplossing hebben gebracht. Het hoogtepunt van deze ontwikkeling wordt bereikt in het werk van den Franschen bisschop Oresme (1323—1382). Naast deze meer theoretische onderzoekingen groeit vanaf de 13e eeuw een zuiver experimenteele natuurwetenschap (Roger Bacon, Nicolaas van Cusa), maar deze weet zich vóór Galilei niet tot metingen op te werken wegens gemis aan kennis van de mechanische bewegingswetten. De schrijver legt er den nadruk op, dat bij de opstelling van deze wetten zelf het experiment geen noemenswaarde rol gespeeld heeft, maar dat integendeel het metende experiment eerst onder invloed van de valwetten van Galilei zijn intrede in de physica heeft gedaan. Het door Galilei begonnen werk wordt voltooid door Newton, maar de volledige toepasbaarheid van de mechanische begrippenwereld op de physica wordt eerst door de opstelling van het energieprincipe mogelijk gemaakt.

Helmut Hasse und Heinrich Scholz. Die Grundlagenkrisis der Griechischen Mathematik. Pan-Bücherei. Gruppe: Philosophie. Nummer 3. Charlottenburg 2 (Pan Verlag Kurt Metzner). 1928. 72 blz.

Een philosophisch ontwikkelde mathematicus en een wijsgeer, die een goed wiskundige blijkt te zijn, hebben zich vereenigd, om in dit boek de voor de geheele ontwikkeling der wiskunde fundamenteele crisis te behandelen, die in de Grieksche wiskunde omstreeks

— 400 moet zijn ontstaan ten gevolge van het veldwinnend inzicht in de ontoereikendheid van de tot dusver aanvaarde behandelingswijze van het irrationale en van den opbouw van het continuum. Uitvoerig en duidelijk wordt geschilderd, hoe die crisis door het geniale werk van Eudoxos overwonnen wordt. In een *Nachtrag* wordt gepolemiseerd tegen een door T. Bonnesen (*Sur la théorie des nombres irrationels de l'antiquité. Periodico di Matematiche* (4) I (1921)) gehuldigde opvatting van de reden van Eudoxos, die hij feitelijk met het irrationale getal identificeert. Bonnesen heeft intusschen op deze kritiek gereageerd in een artikel *Eudoxos-Dedekind (Matematisk Tidsskrift* 1930 B, 41—62.). Vervolgens komt nog een *Anhang,* waarin H. Scholz de vraag stelt: *Warum haben die Griechen die Irrationalzahlen nicht aufgebaut?* Hij toont hierin eerst overtuigend de waardeloosheid aan het antwoord, dat O. Spengler in zijn *Untergang des Abendlandes* (I, 33—47) op deze door hem voor het eerst gestelde vraag gegeven heeft. Zelf toont Scholz aan, dat de Grieken geen irrationale getallen hebben gekend, omdat zij de rationale uit hun wiskunde hebben geweerd. Dan rijst natuurlijk onmiddellijk de vraag naar de motieven, die hen tot die uitsluiting kunnen hebben bewogen. Hierover zijn slechts vermoedens uit te spreken; de schrijver tracht het te verklaren met behulp van het Grieksche begrip van bestaan: slechts aan de natuurlijke getallen, die tot het tellen dienen, komt een van alle menschelijke willekeur onafhankelijk „zijn" toe.

Ik wil niet ingaan op enkele detailpunten, waarop men met de schrijvers van meening zou kunnen verschillen. Hoofdzaak is, dat zij een op degelijke bronnenstudie gebaseerd, voortreffelijk geschreven en veel stof tot nadenken gevend werkje over een van de meest belangwekkende momenten uit de geschiedenis der wiskunde hebben geleverd.

A. Kneser. Das Prinzip der kleinsten Wirkung von Leibniz bis zur Gegenwart. Wissenschaftliche Grundfragen IX. Leipzig-Berlin (Teubner) 1928. 70 blz.

Men kan dit, in omvang zeer kleine, maar naar inhoud zeer omvangrijke werkje in twee deelen verdeelen: het eerste bevat een historische schets van de ontwikkeling van het principe van de kleinste werking vanaf Leibniz tot in de algemeene relativiteitstheorie; het tweede (vanaf blz. 41) is een poging, de plaats van dit principe in de kentheorie van Kant, zooals deze door den neo-Kantiaan Stadler is geinterpreteerd, aan te wijzen. We beperken ons, met het oog op het doel van dit overzicht, tot het eerste, historische, gedeelte. Hierin wordt eerst met tal van aanhalingen uit de werken van Leibniz bewezen (wat gewoonlijk veronachtzaamd wordt), dat Leibniz degene is, die het principe van de kleinste werking het eerst heeft opgesteld en dat hij het ook dadelijk in zijn algemeenen vorm (d.w.z. met het inzicht, dat de extreme waarde van de werkingsintegraal voor de werkelijk doorloopen baan evengoed een maximum als een minimum kan zijn) heeft uitgesproken. De mathematische uitwerking van het door Leibniz geschapen denkbeeld is in de eerste plaats aan Euler te danken; naast hem zou Maupertuis met zijn oppervlakkige teleologie en zijn grof-anthropomorphe Godsvoorstellingen wellicht reeds lang niet meer genoemd worden, wanneer Euler zelf zich niet zooveel moeite had gegeven om den president van de Berlijnsche academie als den eigenlijken schepper van het principe te laten uitkomen. De schrijver onderstelt bij de uiteenzetting van deze kwesties bij zijn lezers reeds vrij veel bekend: er wordt over den strijd tusschen Maupertuis en Samuel König (die voor de rechten van Leibniz opkwam) en over het weinig sympathieke optreden van Euler in deze zaak als over volkomen bekende dingen gesproken. Het principe van Euler-Leibniz wordt nu verder vervolgd in zijn ontwikkeling tot het principe van Hamilton en tot de veel algemeenere, eigenlijk alleen nog maar in de grondgedachte met het oorspronkelijke denkbeeld samenhangende toepassingen van extremaalprincipes in de electro- en thermodynamica, de elasticiteitstheorie en de relativiteitstheorie.

1929.

Historische Bibliotheek voor de Exacte Wetenschappen. Groningen (Noordhoff).

Deel I. E. J. Dijksterhuis. De Elementen van Euclides. Deel I. 220 blz.

Deel II. H. J. E. Beth. Inleiding in de niet-Euclidische Meetkunde op historischen grondslag. 214 blz.

Deel III. E. J. Dijksterhuis, De Elementen van Euclides. Deel II. 287 blz.

Deze werken zijn in dit tijdschrift reeds besproken. Deel I: VI, 33—36. Deel II: VI, 37—41. Deel III: VI, 207—208.

Gino Loria. Storia delle Matematiche. Volume I. Antichità. Medio Evo. Rinascimento. Torino (Stén) 1929.

Dit werk werd in dit tijdschrift besproken VI, 125.

O. Spiess. Leonhard Euler. Ein Beitrag zur Geistesgeschichte des 18 Jahrhunderts. (Die Schweiz im deutschen Geistesleben. Band 63—64). Frauenfeld-Leipzig (Huber). 1929. 228 blz.

Euler, de meest universeele mathematicus der 18e eeuw en daardoor een centrale figuur in de cultuurgeschiedenis van dien tijd, waarin de wiskunde nog de belangstelling van iederen intellectueel ontwikkelde bezat, is om zijn tallooze wiskundige vondsten heden nog bekend genoeg bij iederen beoefenaar van de analyse en de mechanica. Zijn persoon en zijn lotgevallen daarentegen zijn vergeten bij de meesten van hen, die zijn naam toch vaak genoeg met bewondering noemen; men moet het daarom zeer waardeeren, dat er een werkje over hem verschenen is als het boven aangekondigde, waarin op hoogst boeiende wijze een schets van zijn leven en van de plaats, die hij in het geestesleven van de 18e eeuw inneemt, wordt gegeven. De voortreffelijke uiteenzetting van Spiess doet veel meer dan een begrijpelijke, maar op zich zelf niet tot dieper inzicht voerende biographische belangstelling bevredigen. Ze brengt in kennis met tal van interessante persoonlijkheden, waartoe Euler in relaties van vriendschappelijken of ook wel van vijandigen aard heeft gestaan: de familie Bernoulli, Maupertuis, Wolff, Frederik de Groote, Voltaire, d'Alembert, Lagrange; ze geeft inzicht in de curieuse organisatie van het wetenschappelijk leven van de 18e eeuw in de academies en ze levert, wat misschien wel het allerbelangrijkste is, een kostelijke bijdrage tot de psychologie van den zuiveren mathematicus in zijn zuiversten, volkomen eenzijdigen vorm. Want dat is Euler: onovertroffen op het gebied der zuivere mathesis schiet hij te kort op physisch en philosophisch terrein, omdat hij ten onrechte meent, dat hij daar zijn wiskundige methoden ook zonder meer zal kunnen toepassen. Het duidelijkst komt dit uit in den fellen strijd tegen de monadenleer van Leibniz.

Het is trouwens niet alleen zijn mechanisch-mathematische eenzijdigheid, die hem zoo fel gekant doet zijn tegen de philosophie van den man, wiens wiskundig werk hij als geen ander heeft helpen ontwikkelen. De diepste grond van zijn vijandschap ligt in zijn streng orthodoxe geloovigheid, die hem ook tot den trouwen helper van Maupertuis maakt, als deze uit het principe van de kleinste werking een onomstootelijk bewijs voor het bestaan van God tracht af te leiden.

De schrijver kan natuurlijk niet diep ingaan op het mathematische werk, dat Euler in zijn welbesteed leven heeft verricht. Toch weet hij een denkbeeld te geven van de groote verdiensten, die hij zich in zijn ongeloofelijke vruchtbaarheid heeft verworven voor de ontwikkeling van de analyse, die hij heeft weten te bevrijden van de gebondenheid aan mechanische en geometrische voorstellingen en door het schrijven van de beroemde boeken (de Mechanica, de Analysis Infinitorum, de Algebra), waardoor hij tot in de 19e eeuw de eigenlijke leermeester van de wiskundige wereld zou blijven.

C. A. Crommelin. Het lenzenslijpen in de 17e eeuw. Amsterdam (Paris) 1929. 45 blz.

De Leidsche physicus Crommelin schetst in dit werkje de ontwikkeling van de technische en practische optica in de 17e eeuw, in den tijd dus, dat men in de brekingswet van Snellius voor het eerst over een behoorlijk theoretisch fundament voor de reeds sedert eeuwen zuiver empirisch beoefende kunst van het lenzenslijpen kon beschikken. Descartes was de eerste, die langs wiskundigen weg lensvormen zoo construeerde, dat de sphaerische aberratie volkomen was opgeheven. Veel practisch resultaat hebben zijn onderzoekingen echter niet gehad. Tot resultaten, die zoowel theoretisch groote waarde hadden als practisch bruikbaar waren, leidt dan de innige verbinding van mathematischen en physischen aanleg in het genie van Christiaan Huygens. Wat hij op theoretisch gebied bereikte, kan men in zijn twee groote werken over optica, de *Dioptrique* en het *Traité de la Lumière* nalezen; over zijn practisch werk op dit gebied worden we ingelicht door zijn correspondentie en door een posthume verhandeling *Commentarii de formandis poliendisque vitris ad Telescopia*, waarin hij de methoden beschrijft, volgens welke hij en zijn broer Constantijn hunne lenzen geslepen hebben. De schrijver geeft hiervan een uiteenzetting aan de hand van een photographische reproductie van afbeeldingen uit de Commentarii. Tevens wordt bericht over een slijpmachine van Hooke, over het werk van Hartsoeker en over de optische praestaties van Baruch de Spinoza. Ten slotte worden nog eenige andere werktuigen voor het maken van slijpvormen en het slijpen van lenzen behandeld.

De afbeeldingen der verschillende machines zijn met een aantal portretten in een afzonderlijke fasciculum vereenigd. Het geheel vormt een ook uiterlijk zeer aantrekkelijk boekje.

Philipp Lenard. Grosse Naturforscher. Eine Geschichte der Naturforschung in Lebensbeschreibungen. München (J. F. Lehmann) 1929. 324 blz. 10 RM; geb. 12 RM.

De Duitsche physicus Lenard, bekend door zijn proeven over kathodestralen en het photo-electrisch effect heeft zich, na zijn deel te hebben bijgedragen tot den groei der actueele physica, de vervulling veroorloofd van den reeds lang gekoesterden wensch, door te dringen in de historische ontwikkeling van zijn wetenschap, zooals die zich aan hem voordeed in het leven en werken van de groote onderzoekers. Het resultaat van zijn werk is het zeer fraai uitgevoerde, met tal van portretten verluchte en voor matigen prijs te verkrijgen boek, welks titel hierboven vermeld staat en waaraan ieder, die zich voor de historie van de physica interesseert, veel zal kunnen hebben.

Het is echter te hopen, dat de lezer over een voldoende mate van kritischen zin zal beschikken en dat hij niet de hem aangeboden beschouwingen zal aanvaarden als vaststaande resultaten van objectief wetenschappelijk onderzoek. Want Lenard moge een verdienstelijke experimenteele physicus geweest zijn, een betrouwbaar historicus is hij niet. Men krijgt den indruk, dat de sterk subjectief getinte waarde-oordeelen, die hij uitspreekt over de experimenteele zijde van de physica in vergelijking met de mathematische, over de rol der intuitie, over den invloed van de phantasie in het natuuronderzoek en over tal van onderwerpen meer, niet het resultaat van zijn historische studie zijn, maar dat ze integendeel het standpunt bepalen, van waaruit hij de historie van den aanvang af heeft beschouwd. En het moge nog zoo waar zijn, dat alle geschiedschrijving een sterk subjectieve zijde heeft, men zal toch nooit kunnen berusten in een zoo volkomen voorbijzien van langzamerhand toch wel vaststaande historische feiten ter wille van de persoonlijke meeningen van den schrijver, als Lenard zich op meer dan een plaats veroorlooft. We vermelden ten slotte nog, dat de documentatie in het algemeen onvoldoende is.

De belangstellende lezer moge voor een verdere motiveering van de hier meegedeelde kritische opmerkingen verwezen worden naar mijn bespreking van dit werk in *De Gids* van April 1930.

K. Bopp. Drei Untersuchungen zur Geschichte der Mathematik. Schriften der Straszburger Wissenschaftlichen Gesellschaft in Heidelberg. Neue Folge. 10 Heft. Berlin und Leipzig (de Gruyter). 1929. 66 blz.

Van deze drie onderzoekingen bevat de eerste een aantal gegevens over een aankoop van manuscripten van Kepler door Katherina van Rusland ten behoeve van de Petersburgsche academie en over de plannen, die destijds hebben bestaan, om deze manuscripten geheel of ten deele uit te geven. Ter zelfder tijd is de collectie aangeboden aan de Berlijnsche academie. Geen van beide lichamen hebben echter de uitgave tot stand weten te brengen.

De tweede verhandeling, getiteld *Leibniz, Arnauld und de Nonancourt und die Elementarmathematik in XVII Jahrhundert,* kan beschouwd worden als een aanvulling van de in 1902 verschenen verhandeling van denzelfden schrijver, waarin hij de aandacht vestigt op den grooten invloed, dien de bekende Jansenist Antoine Arnauld door zijn werk over de elementen der geometrie op de ontwikkeling der elementaire wiskunde heeft uitgeoefend. (*Antoine Arnauld, der grosse Arnauld, als Mathematiker. Abhandlungen zur Geschichte der Mathematischen Wissenschaften.* Heft 14. 1902). De schrijver behandelt nu de aanteekeningen van Leibniz bij een werkje over de redentheorie van den Vlaamschen edelman François de Nonancourt, dat bij zijn verschijnen door Huygens en bij latere bestudeering door G. Monchamps ongunstig is beoordeeld, maar dat door Bopp als voorbereiding tot het latere werk van Arnauld hooger gewaardeerd wordt. Verder verzamelt hij in dit artikel de opmerkingen, die Leibniz over het werk van Arnauld (dien hij zeer hoog schatte) heeft gemaakt en die van belang zijn voor de kennis van Leibniz' eigen opvattingen over den opbouw der elementaire meetkunde. Ten slotte behandelt hij nog een geval van nawerking van het met Arnauld inzettende streven, het wiskunde-onderwijs te emancipeeren van de Euclidische methode.

In de derde plaats bevat de publicatie een editie van een vroeger verloren gewaande, maar in 1916 te Gotha teruggevonden verhandeling van Fatio de Duillier, getiteld *De la Cause de la Pesanteur,* waarvan het bestaan bekend was uit de correspondentie van Huygens met Leibniz en met Fatio zelf, en uit de Fatio-biographie van R. Wolf. De verhandeling van Fatio is historisch belangrijk, daar ze de eerste mechanische verklaring van de zwaarte op grond van de aetherstoottheorie bevat. Zij verwierf de instemming van Newton en Halley en, na aarzeling, ook die van Huygens. Van publicatie is echter, ondanks de aansporing van Jacob Bernoulli, niets gekomen. Het geschrift van Fatio is ook nog van belang voor de kennis van Newton's *Principia;* men vindt namelijk aan het slot een in 1692 geredigeerde lijst van de correcties en toevoegingen, die Newton in de editie van 1687 wilde aanbrengen.

Fritz Kliem. Humanismus und Mathematik. Sammlung Neudeutscher Humanismus. 7. Bändchen. Breslau (Trewendt und Granier) 1929. 60 blz.

Het sympathieke doel, dat de schrijver met dit werkje vervolgt, is: den beoefenaar der klassieke philologie duidelijk te maken, dat hij ten onrechte de klassieke wiskunde buiten den gezichtskring sluit, waarin hij de philosophie en de kunst der Ouden wèl opneemt; en den mathematicus te laten zien, dat de Grieksche wiskunde iets anders is dan de elementaire wiskunde die op de middelbare scholen onderwezen wordt.

De wijze, waarop hij dit doel tracht te bereiken, is echter eenigszins wonderlijk: er wordt namelijk eerst gesproken over wiskundigen uit den laat-Romeinschen tijd en de middeleeuwen, bij wie van de klassieke Grieksche wiskunde niet veel meer dan resten voortleven; daarna worden verschillende vertalingen, bewerkingen en uitgaven van Grieksche wiskundigen behandeld, die tusschen 1100 en 1700 nieuwe belangstelling in de mathematische cultuur der Ouden in Europa hebben opgewekt; zoodoende is men al over de helft van het boekje, voordat er nog iets over stof en methode der Grieksche wiskunde gezegd is. En in de tweede helft hoort men daarover ook niet veel: er worden wat titels en namen opgesomd, maar eenig inzicht in den geest der klassieke mathesis wordt niet ontwikkeld.

Zoodat men moet concludeeren, dat de schrijver niet opgewassen is gebleken tegen de hooge taak, die hij zich gesteld had.

L'Algebra. Opera di Rafael Bombelli da Bologna. Libri IV e V comprendenti „La Parte Geometrica" inedita tratta del manoscritto B. 1569. Biblioteca dell' Archiginnasio di Bologna. Publicata a cura di Ettore Bortolotti. Per la Storia e la Filosofia delle Matematiche No. 7. Bologna (Zanichelli). 1929.

De *Algebra* van Bombelli (Bologna 1572) was in de 16e en 17e eeuw een der meest beroemde studiewerken op hooger algebraisch gebied; Leibniz voltooide er zijn algebraische ontwikkeling door en roemt den schrijver als „egregium artis analyticae magistrum"; en Huygens kan geen hoogere waardeering voor het eigen werk van Leibniz vinden dan door hem te schrijven: „vous avex fait plus que Bombelli . . . . ."

Van dit werk nu, dat in drie boeken de geheele rijke oogst van denkbeelden, methoden en resultaten verzamelt, die in de eerste helft van de 16e eeuw door de Italiaansche beoefenaars van de algebra was voortgebracht, bestonden nog steeds twee onuitgegeven boeken. Deze zijn nu in de Italiaansche serie van werken over de geschiedenis en de philosophie der wiskunde, die onder leiding van Enriques staat, door Bortolotti gepubliceerd en voorzien van een inleiding, waarin het leven en de werken van Bombelli worden geschetst en de inhoud van de Boeken I—III wordt geanalyseerd.

Van het thans voor het eerst toegankelijk gemaakte deel van het werk bevat het Boek IV, dat verreweg het meest omvangrijke is, in zijn eerste hoofdstuk de meetkundige oplossing van algebraische vergelijkingen van den eersten tot en met den vierden graad volgens de methoden, die in beginsel in de Grieksche oppervlakterekening worden ontwikkeld. Het tweede hoofdstuk behandelt in meetkundige voorstelling verschillende typen van irrationale grootheden en de algebraische bewerkingen daarmee; blijkbaar voelt de algebra van dien tijd zich door de arithmetisch nog onvatbare aard van het irrationale niet langer gehinderd, wanneer de irrationale getallen slechts door lijnstukken (die men de irrationaliteit niet kan aanzien) worden voorgesteld. In de meeste gevallen speelt de meetkundige voorstelling (zooals reeds bij Euclides het geval is) echter geenerlei wezenlijke rol. In het derde hoofdstuk worden verschillende arithmetische problemen meetkundig behandeld; het doel hiervan is, zich los te maken van de bijzondere gegevens van het probleem, maar dan niet, zooals in de algebra, door inplaats van getallen letters te zetten, maar door ze te vervangen door lijnstukken en oppervlakken. Dat schijnt dus in den waren zin van het woord geometrische algebra te zijn; de meegedeelde oplossingsmethoden worden echter heelemaal niet meetkundig afgeleid, maar slechts door getallenvoorbeelden gecontroleerd: „come si puo vedere col numero"; aldus de stereotiepe uitdrukking. En de gang van zaken is dus blijkbaar veeleer deze geweest, dat aan een numeriek voorbeeld een algemeene regel is ontleend en dat deze meetkundig in beeld wordt gebracht. In het eerste Hoofdstuk van Boek V wordt dan de relatie van meetkunde en algebra geheel omgekeerd; hier worden planimetrische vraagstukken opgelost met behulp van algebraische methoden, zooals dat nog in onze elementaire meetkunde geschiedt. Ten slotte worden in een tweede hoofdstuk van dit boek constructies en berekeningen aan de regelmatige en aan drie halfregelmatige veelvlakken uitgevoerd.

BOEKBESPREKINGEN.

Mécanique des fluides par M. Henri Villat. Paris, Gauthier-Villars et Cie 1930. 175 bladzijden. Prijs frs. 50,—.

Het werk begint met de algemeene bewegingsvergelijkingen van vloeistoffen zonder wrijving, waarbij de leer der wervels een voorname plaats krijgt. Mooi komt daar voor den dag, hoe de snelheid in een punt afhangt van de liggingen en sterkten der wervelbuizen, namelijk juist zooals in het magnetische veld van een stelsel stroomen de magnetische kracht in een punt afhangt van de liggingen en sterkten der stroomen (wet van *Biot* en *Savart*). Deze wet wordt in het boek veel toegepast. Als verdere voorbereiding wordt de lezer op de hoogte gebracht met het deel van de complexe functietheorie dat gebruikt zal worden. Hierbij zij aangeteekend dat de conforme afbeelding fraai behandeld wordt; de aandachtige lezer vermoedt daar al, dat het onderzoek van de beweging van een lichaam S in een vloeistof (bijv. de vleugel van een vliegtuig in de lucht) kan neerkomen op conforme afbeelding van een gebied op een cirkelschijf.

In hoofdzaak worden vlakke bewegingen behandeld. Begonnen wordt met trage bewegingen waarbij de wervels verwaarloosd kunnen worden. Door middel van conforme afbeelding van het buitengebied van S op een cirkelschijf komt de stelling van *Kutta-Joukowsky* te voorschijn, leverende den tegendruk dien S ondervindt. Daarna komt de stoutmoedige theorie van *Prandtl:* S wordt door vloeistof vervangen, die als een vast lichaam voortgaat; aan den rand van S en achter S wordt een wervellaag gedacht, om de discontinue beweging op die plaatsen te vervangen. Zoodoende wordt het vraagstuk teruggebracht tot het onderzoek van de beweging van een vloeistof met wervels, doch zonder S. De uitkomsten aangaande den tegendruk breiden de stelling van *Kutta-Joukowski* uit.

Is de beweging van S sneller, dan wordt rekening gehouden met een periodieke wervelvorming achter S (theorie van *Bénard-Karman*). Bij nòg grootere vaart vormt zich achter S een uitgebreid vloeistofgebied dat S tennaastenbij volgt. Bij deze studie viert de conforme afbeelding hoogtij (methode van *Levi-Civita*). En eindelijk, bij zeer groote snelheid, gaat de inwendige wrijving een rol spelen. Het laatste hoofdstuk geeft daarvan een korte uiteenzetting (methode van *Oseen*).

De drukfouten zijn niet ernstig. Eenigszins storend zou kunnen zijn het bezigen van de letter z voor $x + yi$ in hoofdstuk V, waar een assenstelsel $Oxyz$ gebruikt wordt, en het foutje op bladzijde 128, waar een potentiaal wordt gelijkgesteld aan een divergente integraal, maar dat heeft niet kunnen verhinderen dat wij het boek bestudeerd hebben met een waardeering, die met de snelheid van S aangroeide, totdat de „mouvement turbulent" onze bewondering met wat duizeling vergezeld deed gaan. En met verbazing over het menschelijk vernuft dat zulke bewegingen durft te volgen.

J. Wolff.

OVER HET MIDDELBAAR ONDERWIJS IN DENEMARKEN, IN HET BIJZONDER HET ONDERWIJS IN NATUURWETENSCHAPPEN EN WISKUNDE

DOOR

J. K. ERIKSEN. [1])

Het middelbaar onderwijs in Denemarken is geregeld bij de *Wet op de hoogere algemeene scholen enz.*, van 24 April 1903.

„In aansluiting aan het onderwijs op de Lagere School voor kinderen tot 11-12 jaar wordt hooger algemeen vormend onderwijs gegeven eerst in de *tusschenschool* [Mellemskole], daarna in het *gymnasium*.

De tusschenschool is een kinderschool, die in vier éénjarige klassen haar leerlingen een voor den gegeven leeftijd geschikt hooger algemeen vormend onderwijs verschaft, dat tot een geschikte afsluiting wordt doorgevoerd.

Het onderwijs van de tusschenschool kan na het afsluitende jaarexamen worden voortgezet in een „Realklasse [*Realafdeling*]".

Het *gymnasium* geeft in aansluiting aan de tusschenschool in drie éénjarige klassen zijn leerlingen een voortgezet hooger algemeen vormend onderwijs, dat tevens den noodzakelijken grondslag vormt voor verdergaande studie.

Het onderwijs aan het gymnasium zal kunnen worden gegeven langs drie ten deele verschillende lijnen, die naar de vakken van onderwijs, die op elke lijn een bijzonderen stempel drukken, achtereenvolgens kunnen worden aangeduid als de *klassiek-taalkundige*, de *modern-taalkundige* en de *wis- en natuurkundige lijn*.

Het hoogere algemeen vormend onderwijs kan ook buiten staatsscholen worden gegeven.

---

[1]) Vertaald door J. H. Schogt. In een paar gevallen zijn de Deensche namen tusschen vierkante haakjes bijgevoegd.

Zoowel de tusschenschool als het gymnasium kan omvatten *jongensscholen, meisjesscholen* en *gemengde scholen* voor jongens en meisjes. Maar in de gemengde scholen kan op enkele punten afzonderlijk onderwijs worden voorgeschreven bij koninklijk besluit."

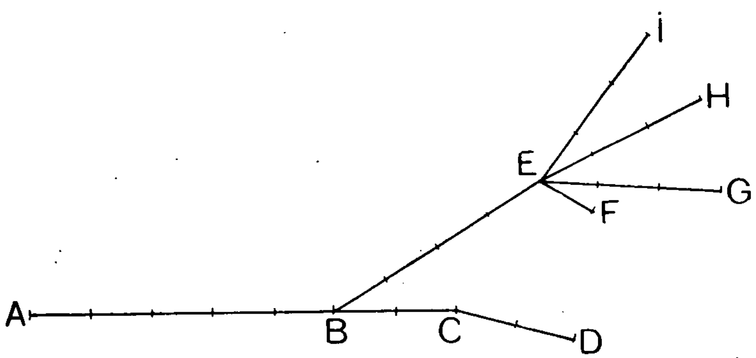
„Het afsluitend jaarexamen der tusschenschool heet *tusschenschoolexamen*, het eindexamen der realklasse *realexamen,* dat van de drie lijnen van het gymnasium *studentenexamen.*

De genoemde examens zijn ten deele *schriftelijk,* ten deele *mondeling.* De mondelinge examens zijn openbaar."

„Het kan aan scholen, die uitsluitend meisjes opnemen, worden toegestaan, een bijzonder *meisjesschoolexamen* af te nemen, dat erop berekend is, niet te worden afgenomen vóór den leeftijd van 17 jaar, en in de plaats treedt van het realexamen."

Het was de bedoeling, dat het *algemeene voorbereidende examen* [Almindelig Forberedelseseksamen, Præliminæreksamen], dat afgenomen wordt twee jaar na de beeindiging van het lagereschoolonderwijs, zou vervallen, maar het bestaat nog.

Schematisch overzicht der schoolindeeling.



AB	Opleidingsschool, particulier.	
AC	Volledige volksschool, gemeentelijk.	
CD	Voorbereiding tot het Præliminæreksamen, particulier of gemeentelijk.	
BE	Tusschenschool.	Staats-, gemeentelijke en particuliere scholen.
EF	Realklasse.	
EG	Gymnasium, wis- en natuurkundig lijn.	
EH	„ modern-taalkundige lijn.	
EI	„ klassiek-taalkundige lijn, sommige staatsscholen.	

Overzicht over de Examenscholen.

A. Hoogere algemeene scholen.

I. Scholen met gymnasium:

32 Staatsscholen (11 in de hoofdstad).
School van de Academie te Sorø.
Herlufsholm-school (bij Næstved).[1])
23 gemeentelijke en particuliere scholen (12 in de hoofdstad).

Al deze 57 gymnasia hebben een modern-taalkundige lijn, 49 hebben een wis- en natuurkundige, en 8 hebben tegelijk een klassiek-taalkundige lijn.

II. Scholen zonder gymnasium.

204 gemeentelijke en particuliere scholen (62 in de hoofdstad).

B. Scholen, waaraan het algemeene voorbereidende examen wordt afgenomen:

69 gemeentelijke en particuliere scholen (alle buiten de hoofdstad).

De staat en de gemeenten der hoofdstad hebben in 1918 een aantal particuliere gymnasia overgenomen, en men kwam overeen, dat de totale kosten van het middelbaar onderwijs in de hoofdstad voor $^2/_5$ door den staat, en voor het overige door de gemeenten (Kopenhagen, Frederiksberg en Gjentofte) zouden worden gedragen.

De particuliere hoogere scholen in de hoofdstad en de gemeentelijke en particuliere examenscholen in de provincie ontvangen een belangrijke ondersteuning van staatswege.

Er zijn examencommissies ingesteld tot het afnemen van studentenexamen, algemeen voorbereidend examen, tusschenschool-, real- en meisjesschoolexamen aan extranei, en erkende gemeentelijke en particuliere cursussen, die voor deze examens opleiden, ontvangen eveneens eene staatssubsidie.

Schoolgeld, Aantallen leerlingen, e. d.

Het schoolgeld der openbare examenscholen wordt berekend naar het belastbaar inkomen van den verzorger. In de scholen van den staat en van de gemeenten der hoofdstad wordt niets betaald;

---

[1]) Een plaats in het zuiden van Seeland.

als het belastbaar inkomen 4000 kronen per jaar of minder bedraagt. Voor hoogere inkomens is het schoolgeld aldus vastgesteld:

Belastbaar inkomen	Schoolgeld per leerling	
	gymnasium en realklasse	tusschenschool
4050 kronen per jaar	4 kronen per maand	3 kr. per maand
⋮	⋮	⋮
16000 „ „ „ (of daarboven)	16 „ „ „	14 „ „ „

Voor kinderen uit één gezin wordt eenige reductie gegeven.

In de hoofdstad verdeelen de staat en de gemeenten de inkomsten in dezelfde verhouding als de uitgaven ($^2/_5$ voor den staat, de rest voor de gemeenten).

Gemeentelijke scholen leenen den leerlingen schoolboeken tegen eene geringe vergoeding.

In 1927 was het totale aantal der de lagere en middelbare scholen bezoekende kinderen 487082, waarvan 455050 van den leerplichtigen leeftijd (7—14 jaar). De tusschenschoolklassen hadden in het geheel 38458 leerlingen, de realklassen 4902 en de gymnasiumklassen 4479 leerlingen.

De staatsscholen (32, plus de Academie te Sorø en Herlufsholm) hadden 10320 leerlingen. De 3868 gemeentelijke scholen (160 examenscholen) hadden 428495 leerlingen en de 580 particuliere scholen (126 examenscholen) hadden 48268 leerlingen.

In 1928 legden 1087 jongens en 501 meisjes het studentenexamen af (de scholen verlieten er 1367, waarvan 66 klassiek, 777 modern, en 524 wis- en natuurkundig). 1912 jongens en 1675 meisjes legden realexamen af, 89 meisjes meisjesschoolexamen en 686 jongens en 424 meisjes algemeen voorbereidend examen.

Godsdienstige, nationale en sociale tegenstellingen spelen geen rol van eenige beteekenis bij de schoolorganisatie; 98% der bevolking behoort tot de evangelisch-luthersche kerk, 99% is van Deensche nationaliteit en taal, en de sociale scheidingslijnen zijn niet scherp.

Vrouwen worden tot alle beroepen toegelaten (behalve geestelijke en militaire), en het meisjesonderwijs is er in hooge mate op gericht, dat zij in het latere leven zullen concurreeren met de jongens. Meisjes en jongens hebben gelijkelijk toegang tot de openbare scholen (uitgezonderd kostscholen).

Het doel van de schoolwet van 1903 was de zoogenaamde *eenheidsschool.* De tusschenschool zou voortkomen uit de grondschool (volksschool), en het gymnasium zou rusten op de tusschenschool. Zoo zou de eenheidsschool langzamerhand alle afscheidingen in het volk wegbreken. Er kan echter nooit gevaar ontstaan voor gedwongen nivelleering, daar de onderwijsvrijheid constitutioneel verzekerd is (in § 83 der grondwet):

„De kinderen, wier ouders geen middelen hebben om voor hunne opvoeding te zorgen, hebben recht op vrij onderwijs in de volksschool. Ouders of voogden, die er zelf voor zorgen, dat de kinderen onderwijs krijgen, dat eene vergelijking kan doorstaan met wat in het algemeen in de volkschool geeischt wordt, zijn niet verplicht, de kinderen in de volksschool te laten onderwijzen."

Overzicht, waar de verschillende scholen gewoonlijk de leerlingen vandaan krijgen, en welke wegen deze na aflegging van het eindexamen uitgaan.

Gemeentelijke scholen . Grondschool → Tusschenschool → Gymnasium (Realklas)
Staatsscholen . . . . Tusschenschool → Gymnasium (Realklas)
Particuliere scholen . . Grondschool → Tusschenschool → Gymnasium (Realklas)

	Studenten-examen	Algemeen voorbereidend examen Real- of meisjesschoolexamen
Universiteit	×	
Polytechnische School	×	
Milit. Acad., Cadettenschool	×	
Landbouwhoogeschool	×	×
Pharmaceutische School	×	×
Tandheelkundige School	×	×
Handelshoogescholen	×	×
Kweekscholen	×	×
Bedrijven (Spoorwegen, Post, Telegraaf, Douane)		×

De universiteit laat iedereen toe, die het studentenexamen heeft afgelegd. Verschillende andere hoogere onderwijsinrichtingen hebben „wegens plaatsgebrek" den toegang verzwaard door een bepaald peil (cijferlijst) van het examen te verlangen.

De polytechnische school neemt behalve wis- en natuurkundige studenten ook candidaten op, die een bijzonder *toelatingsexamen tot de polytechnische school* hebben afgelegd.

De militaire scholen eischen behalve het studentenexamen een aanvullingsexamen (in talen voor de mathematici, in wiskunde voor de talenmenschen).

De landbouwhoogeschool, de pharmaceutische en de tandheelkundige school nemen even gaarne personen met een goed realexamen of algemeen voorbereidend examen op, als „studenten".

„Studenten" van de moderne-talenlijn kunnen *het hoogere handelsexamen* in één jaar doen, en in de kweekscholen kunnen „studenten" in den regel in de tweede klasse worden opgenomen.

De leerlingen, die niet naar de examenscholen gaan, kunnen na hun schooltijd verdere ontwikkeling zoeken in *vervolgcursussen, handelsscholen, technische scholen, vakscholen, landbouwscholen, huishoudscholen,* enz.

De jeugd te plattenlande, en in later tijd ook de arbeidersjeugd, zoekt in grooten getale de volkshoogescholen [Folkehøjskoler], een speciaal Deensche jeugdschool.

(Litteratuur: L. Schrøder: „Den nordiske Folkehøjskole", Kopenhagen, 1905.

A. Hollmann: „Die dänische Volkshochschule und ihre Bedeutung für die Entwickelung einer völkischen Kultur in Dänemark", Berlijn 1910).

Opleiding der leeraren.

De onderwijzers aan de volksschool worden opgeleid in de *kweekscholen* (vroeger drie, thans vier jaar). In de meeste tusschenschool-, real- en preliminærklassen (gemeentelijke en particuliere) wordt eveneens onderwijs gegeven door leeraren, die de kweekschool hebben doorloopen en daarna in den regel een vakcursus (1 à 2 jaar) aan de *staatshoogeschool voor leeraren* [Statens Lærerhøjskole] in Kopenhagen. In de staatsscholen en de gemeentelijke en particuliere gymnasiumklassen worden in den regel slechts leeraren aangesteld, die het *leeraarsexamen aan de universiteit* [Skoleembedseksamen ved Universitetet] hebben afgelegd.

Aan de staatsscholen waren in 1927 aangesteld 521 leeraren en 185 leeraressen, aan de gemeentelijke scholen 7560 leeraren en 4790 leeraressen en aan de particuliere scholen 1201 leeraren en 1775 leeraressen.

Examens in paedagogiek en schoolhygiene, alsmede onderwijsvaardigheid voor leeraren aan gymnasiumscholen.

„Als voorwaarde voor aanstelling op proef of vaste aanstelling als leeraar bij het onderwijs in examenvakken van het gymnasium in de staatsgymnasiumscholen en de gemeentelijke en particuliere gymnasiumscholen, die het recht hebben, eindexamen af te nemen, wordt geeischt, dat de betrokkene een examen heeft afgelegd in paedagogiek en schoolhygiene en een examen in onderwijsvaardigheid."

„Opleiding tot de examens in paedagogiek en schoolhygiene wordt gegeven in een cursus, die van staatswege wordt gehouden door daartoe aangewezen lectoren, tweemaal per jaar, in den loop van het voorjaars- en van het najaarssemester."

„De practische cursus, die ten doel heeft den candidaat-leeraren een begin van oefening in het onderwijzen aan een school te geven, wordt normaliter tweemaal in elk schooljaar gehouden, de eerste cursus in den tijd tusschen zomer- en kerstvacantie, de tweede tusschen midden Januari en midden Mei. De opleiding moet voor iederen candidaat ten minste twee door hem zelf op te geven vakken omvatten, waarvan het eene hoofdvak, het andere bijvak is; in elk geval moet hij wat het hoofdvak betreft, aan het onderwijs deelnemen zoowel op het gymnasium als in de tusschenschool; het totale urenaantal moet ten minste 12 per week bedragen."

„Degenen, die het leeraarsexamen aan de universiteit te Kopenhagen hebben afgelegd, hebben het recht, cursussen in theoretische paedagogiek en schoolhygiene en in onderwijsvaardigheid te volgen, en de daaraan verbonden examens af te leggen."

„Toestemming om cursussen te volgen en de examens af te leggen kan op voorstel van de lectoren in paedagogiek en schoolhygiene en van den leider van den practischen cursus door het ministerie van onderwijs verleend worden aan degenen, die langs anderen weg een vakopleiding hebben ontvangen van in hoofdzaak denzelfden omvang, als het leeraarsexamen onderstelt."

Toelatingsexamens.

Bij het toelatingsexamen tot de eerste klasse der tusschenschool worden de leerlingen geëxamineerd in de volgende vakken: Mondeling en schriftelijk Deensch, rekenen, schrijven, godsdienst, geschiedenis, aardrijkskunde en natuurlijke historie. Bij het examen komt het er vooral op aan, hoe de leerling zich er dóor slaat in Deensch, rekenen en schrijven. In geen enkel vak mogen opgaven gesteld worden volgens een of ander bepaald boek.

De schriftelijke opgaven worden opgesteld door de onderwijsinspectie. Het mondelinge examen wordt gehouden door de school, die de leerlingen zal opnemen (in de hoofdstad evenwel door eene voor de geheele stad gemeenschappelijke toelatingscommissie).

Toelating in de realafdeeling of het gymnasium geschiedt op grond van het tusschenschoolexamen, met een zeker gemiddeld peil (hooger voor het gymnasium dan voor de realafdeeling), en daarenboven moet de betrokkene rijp geacht worden voor verdere ontwikkeling. Voor toelating tot de talenlijnen van het gymnasium wordt tevens een examen in Latijn geëischt.

Om als leerling te kunnen worden opgenomen in een der hoogere klassen van de tusschenschool of het gymnasium, moet de betrokkene een toelatingsexamen afleggen, waaruit blijkt dat hij (zij) in ontwikkeling en kennis op gelijke hoogte staat als de leerlingen der klasse, waarin hij (zij) wenscht te worden opgenomen.

In den regel worden toelatingsexamens afgelegd aan de school, waarheen de leerling zal gaan, maar als hij (zij) een geheel voldoend rapport van zijn vroegere school overlegt, geschiedt de toelating in den regel zonder examen.

De scholen, die voorbereiden tot het algemeen voorbereidend examen, eischen zooals gezegd is, slechts de kennis der lagere school en brengen de leerlingen tot een dergelijke hoogte als de realafdeelingen. Zij vertoonen overigens vele verschillen, zijn meest particulier, en worden in het volgende buiten beschouwing gelaten.

Urentabellen (berekend op lesuren van 50 minuten).

I. Normale urentabel voor de *tusschenschool:*

	I	II	III	IV	Totaal
Godsdienstonderwijs . . .	2	2	2	1	7
Deensch	5	4	4	5	18
Engelsch	6	3	3	3	15
Duitsch	—	5	4	4	13
Geschiedenis	3	2	3	2	10
Aardrijkskunde	2	2	2	2	8
Natuurlijke historie	2	2	2	2	8
Natuurwetenschappen . . .	2	2	2	2	8
Rekenen en wiskunde . . .	4	5	6	7	22
Schrijven	2	1	1	1	5
Teekenen	2	2	1	1	6
	30	30	30	30	120
Gymnastiek (Lich. Oef.) . .	4	4	4	4	
Zang	2	2	1	—	

Opmerking. De scholen kunnen naar eigen verkiezing beginnen met Engelsch of Duitsch; wordt met Duitsch begonnen, dan worden de aantallen uren voor deze taal 6 + 3 + 3 + 3 en voor Engelsch 0 + 5 + 4 + 4.

Voor iedere school afzonderlijk wordt beslist, op welke wijze eventueel uren voor Latijn of Fransch in de vierde klasse en voor handenarbeid en huishouding kunnen worden gevonden door vermindering van het wekelijksche aantal uren in andere vakken. De uren voor vrouwelijke handwerken worden gewoonlijk afgenomen van schrijven en teekenen.

II. In de *realklasse* moet onderwijs worden gegeven in Deensch, twee van de moderne talen (Engelsch, Duitsch, Fransch), practisch rekenen en wiskunde (alleen verplicht voor jongens), hoofdstukken uit natuurkunde, geschiedenis, aardrijkskunde en natuurlijke historie, benevens lichamelijke oefening.

Het volgende urentabel wordt aanbevolen voor de realklasse van jongensscholen en gemengde scholen:

Deensch	4 uur.
Twee vreemde talen	8 „
Practisch rekenen en wiskunde	4 „
De vier „hoofdstukvakken". . .	8 „
Ter keuze	6 „
	30 uur.

In de urentabel voor meisjesscholen (alsmede in de urentabel voor de vrouwelijke leerlingen in gemengde scholen) vervalt practisch rekenen en wiskunde als voorgeschreven vak, zoodat er 10 uren ter keuze blijven.

De facultatieve uren mogen ook gebruikt worden tot versterking der verplichte vakken.

Voor lichamelijke oefening, en bovendien voor zang, handenarbeid, tuinarbeid o. d. kunnen 6 uren buiten de bovengenoemde 30 besteed worden.

III. Normale urentabel voor de drie lijnen van het gymnasium.

	Klassieke lijn			Moderne talen lijn			Wis- en natuurkundige lijn		
	Klasse			Klasse			Klasse		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Godsdienstonderwijs .	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Deensch	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Engelsch	—	—	—	5	5	5	—	—	—
Duitsch	—	—	—	4	4	4	—	—	—
Engelsch of Duitsch .	2	2	2	—	—	—	2	2	2
Fransch	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Grieksch	6	6	6	—	—	—	—	—	—
Latijn	6	5	5	4	4	3	—	—	—
Archaeologie	—	1	—	1	1	1	1	1	1
Geschiedenis	3	3	4	3	3	4	3	3	4
Aardrijkskunde, Natuurlijke historie, Natuurwetenschappen	2	2	2	2	2	2	—	—	—
Aardrijksk. en Nat. Hist.	—	—	—	—	—	—	3	3	2
Natuurwetenschappen	—	—	—	—	—	—	6	6	6
Wiskunde	2	2	2	2	2	2	6	6	6
	30	30	30	30	30	30	30	30	30
Gymnastiek (lich. oef.), zang en eventueele lichaamsarbeid . . .	6	6	6	6	6	6	6	6	6

Voorschriften over het onderwijs in natuurwetenschappen en wiskunde.

I. *Tusschenschool.*

Natuurwetenschappen.

Het onderwijs in de natuurwetenschappen moet den leerlingen zeer elementaire, op eenvoudige proeven gebaseerde kennis verschaffen van een aantal der gewone natuurverschijnselen: zwaarte, lucht en luchtdruk, vloeistofdruk, wet van Archimedes met toepassingen, warmte, magnetisme en electriciteit; eenige van de belangrijkste anorganische verbindingen, hare scheikundige eigenschappen en de elementen, waaruit zij zijn samengesteld; geluid en licht alsmede het allerelementairste van bewegingsleer, arbeid en machines.

Rekenen en wiskunde.

A. Rekenen. Nadat de rekenregels voor gewone breuken en decimale breuken — hieronder begrepen de regels voor de bepaling van den grootsten gemeenen deeler en het kleinste gemeene veelvoud — zijn geleerd en behoorlijk beoefend, wordt later behandeld eenvoudige en samengestelde evenredigheid (regel van drieën), procentrekening, enkelvoudige intrestrekening, gezelschapsrekening, mengingrekening, berekening van zeer eenvoudige oppervlakten en inhouden. Eindelijk worden de leerlingen geoefend in een eenvoudige boekhouding.

b. Reken- en stelkunde [Aritmetik]. In aansluiting aan het voorafgaande rekenonderwijs wordt de leer der optelling, aftrekking, vermenigvuldiging en deeling met geheele en gebroken getallen (daaronder ook de tiendeelige breuken), positieve en negatieve getallen nagegaan; machtsverheffing met geheele positieve exponenten; priemgetallen (ontbinding in priemfactoren en deelbaarheid door 2, 3, 4, 5, 9 en 11); recht en omgekeerd evenredige grootheden; vergelijkingen van den eersten graad met een en meer onbekenden. Van de leer der wortelgrootheden worden slechts de vierkantswortels behandeld. Aan voorbeelden wordt getoond, hoe de grenzen voor een irrationalen vierkantswortel zoo dicht bij elkander kunnen worden gebracht, als men wenscht; daarnevens wordt de gewone manier van vierkantsworteltrekking uit geheele getallen en decimale breuken beoefend, doch zoo, dat de juistheid der methode slechts door voorbeelden wordt bewezen; ten slotte worden de stellingen behandeld over vierkantsworteltrekking uit een product en uit een quotient en over vermenigvuldiging en deeling van vierkantswortels. Voorts oplossing van vierkantsvergelijkingen met getallencoëfficienten, echter zonder dat het van buiten leeren van een formule geeischt wordt.

c. Meetkunde. Het onderwijs hierin moet de volgende hoofdstukken der vlakke meetkunde omvatten, in elementaire voorstelling: grondeigenschappen van de rechte lijn en het platte vlak; gelijk- en ongelijkheid en meting van lijnstukken; hoeken, hun gelijk- en ongelijkheid en meting; evenwijdige lijnen; driehoeken (congruentie, gelijkheid en ongelijkheid van zijden en hoeken, schuine lijnen, vierhoeken (trapezia, parallelogrammen); de cirkel (ligging ten opzichte van een rechte lijn, onderlinge ligging van twee cirkels, betrekking tusschen hoeken en cirkelbogen); oppervlakten van veelhoeken (omtrek en oppervlakte van den cirkel moeten bekend zijn, maar een wiskundige afleiding wordt niet geeischt); de stelling over de evenredigheid van de zijden in gelijkvormige [ensvinklede] driehoeken (het bewijs worde slechts gevoerd voor het geval, dat de zijden onderling meetbaar zijn); met eenige van de gewone toepassingen op de berekening der lengte van lijnstukken, waaronder stellingen over den rechthoekigen driehoek.

Door den geheelen cursus moet de nadruk gelegd worden op de oplossing van eenvoudige werkstukken, waarbij de leerlingen erin geoefend worden, de bijbehoorende teekening net en nauwkeurig uit te voeren.

II. *De realklasse.*

Natuurwetenschappen. Twee of meer hoofdstukken, door de scholen zelve te kiezen, echter met goedkeuring van den betrokken inspecteur van het onderwijs, worden uitvoeriger behandeld.

Practisch rekenen en wiskunde.

a. Voortgezette oefeningen in practisch rekenen, in het bijzonder handelsrekenen, met grootere en ingewikkelder opgaven dan in de tusschenschool. Tegelijkertijd wordt in onmiddellijke aansluiting aan de in de algebra geleerde theorie, geoefend in de practische toepassingen der logarithmen (mantissen van 4 cijfers) en het gebruik van rentetafels.

b. Vergelijkingen van den tweeden graad, haar algemeene op-

Ondergeteekende, **abonné op** { **„Christiaan Huygens"** / **„N. T. voor Wiskunde"** / **„Euclides"** }

verzoekt toezending van een exemplaar:

P. WIJDENES

OPL. EN UITWERKINGEN VAN DE VRAAGSTUKKEN UIT

MOLENBROEK VLAKKE MEETKUNDE

(te gebruiken bij 6e en 7e druk).

tegen den verminderden prijs: geb. à *f* 2.—. (Gewone prijs is *f* 2.50)

door bemiddeling van den boekhandel
direct per post.

....

Naam: .... *Woonplaats:* ....

BESTELKAART VOOR BOEKWERKEN.

Binnenland
$1\,^1/_2$ cts.

N.V. Erven P. NOORDHOFF's

Uitgeverszaak

POSTBUS 39

GRONINGEN.

Postbus . . . No. 39.
Giro Ned. Bank No. 1858.
Post giro . . No. 6593.