

BIJVOEGSEL

VAN HET NIEUW TIJDSCHRIFT

□ □ VOOR WISKUNDE □ □

GEWIJD AAN ONDERWIJSBELANGEN

ONDER LEIDING VAN

J. H. SCHOGT EN P. WIJDENES

MET MEDEWERKING VAN

Dr. H. J. E. BETH
DEVENTER

Dr. E. J. DIJKSTERHUIS
OISTERWIJK

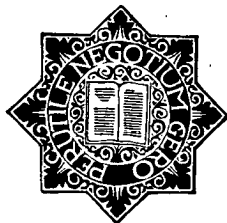
Dr. B. P. HAALMEIJER
AMSTERDAM

Dr. D. J. E. SCHREK
UTRECHT

Dr. P. DE VAERE
BRUSSEL

Dr. D. P. A. VERRIJP
ARNHEM

2e JAARGANG 1925/26, Nr. 3



P. NOORDHOFF — GRONINGEN

Prijs per Jg. van 10 à 12 vel f 3.—. Voor inteekenaars op het
Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde en Christiaan Huygens f 2.—.

Het Bijvoegsel van het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde verschijnt in zes tweemaandelijksche afleveringen, samen 10 à 12 vel druks. Prijs *f* 3.— per jaargang. Zij, die tevens op het Nieuw Tijdschrift (*f* 6.—) of op „Christiaan Huygens” (*f* 8.—) zijn ingeteekend, betalen *f* 2.—.

Artikelen ter opneming te zenden aan J. H. Schogt, Amsterdam, Saxen-Weimarlaan 46; Tel. 28341. Aangeteekende zendingen met bijvoeging: „Bijkantoor Saxen-Weimarlaan 48”.

Het honorarium voor geplaatste artikelen bedraagt *f* 20.— per vel.

De prijs per 25 overdrukken of gedeelten van 25 overdrukken bedraagt *f* 3,50 per vel druks *in het vel gedrukt*. Gedeelten van een vel worden als een geheel vel berekend. Worden de overdrukken buiten het vel verlangd, dan wordt voor het afzonderlijk drukken bovendien *f* 6.— per vel druks in rekening gebracht.

Boeken ter bespreking en ter aankondiging te zenden aan P. Wijdenes, Amsterdam, Jac. Obrechtstraat 88; Tel. 27119.

INHOUD.

E. J. DIJKSTERHUIS, Beschouwingen over de universitaire opleiding tot leeraar in wis- en natuurkunde . .	81— 95
B. P. HAALMEIJER, Nog eenige opmerkingen over het onderwijs in de Mechanica.	96— 98
W., Het onderwijs in wiskunde aan de kweek- en normaalscholen	99—104
Dr. D. P. A. V., Over een vraagstuk uit de samengestelde interestrekening	105—110
Boekbespreking	111—112

 Verschenen **de 17de druk** van Wijdenes Algebra voor M. U. L. O. I.

 Verschenen **de 5de druk** van Wijdenes Algebraïsche Vraagstukken II.

BESCHOUWINGEN OVER DE UNIVERSITAIRE OPLEIDING TOT LEERAAR IN WIS- EN NATUURKUNDE

DOOR

E. J. DIJKSTERHUIS.

Het onderstaande artikel kan beschouwd worden als publicatie van de Commissie, die zich op verzoek van het College van Inspecteurs bij het M. O. belast heeft met een onderzoek van het programma van onderwijs voor wiskunde en verwante vakken op de H. B. S. met 5-jarigen cursus.

De Commissie:

J. v a n A n d e l.

H. J. E. B e t h.

P. C r a m e r.

E. J. D i j k s t e r h u i s.

Naar aanleiding van het samenstellen van een, te zijner tijd te publiceeren, voorstel, om in het programma van de wis- en natuurkundige vakken op de H.B.Scholen zoodanige wijzigingen aan te brengen, als ons voor verhooging van de waarde van het onderwijs in die vakken bevorderlijk voorkwamen, hebben wij gemeend, onze aandacht mede te moeten richten op de opleiding, die de leeraren in wis- en natuurkunde hier te lande voor hun ambt genieten. Het peil van het onderwijs toch wordt, meer dan door een programma, bepaald door de wetenschappelijke en didactische qualiteiten der docenten; ons werk zou daarom onvolledig blijven, wanneer wij niet ook trachtten, om op de vraag, of de wijze, waarop die docenten worden gevormd, niet voor verbetering vatbaar is, een antwoord te geven. Wij deelen hieronder onze persoonlijke meening over dit onderwerp mede, in de hoop, daardoor een gedachtenwisseling uit te lokken, die wellicht tot resultaten van practische waarde, zal kunnen voeren.

Wij beperken ons in dit artikel tot het meest gecompliceerde deel van de kwestie, de universitaire opleiding tot het leeraarsambt; daar wij die opleiding zelve hebben ontvangen en in de gelegenheid zijn geweest, zoowel hare gunstige resultaten als hare tekortkomingen in de practijk van het onderwijs te ervaren, achten wij ons bevoegd, een oordeel over haar uit te spreken; moge de verhouding van waardeering en kritiek daarin de juiste zijn.

Men kan, ten opzichte van de vraag, welke taak de universiteit te vervullen heeft bij diegenen onder hare leerlingen, die later als leeraren bij het middelbaar en gymasiaal onderwijs werkzaam zullen zijn, drieërlei standpunt onderscheiden.

Ten eerste toch bestaat de opvatting, dat de universiteit als zoodanig zich niets behoeft aan te trekken van den toekomstigen maatschappelijken werkkring van den student, dat zij hem wetenschappelijke vorming behoort te geven, maar dat zij er zich in geen enkel opzicht om heeft te bekommeren, welke functie hij later, als wetenschappelijk gevormd man, in de maatschappij wenscht te vervullen. Volgens deze opvatting kan van een universitaire opleiding tot het leeraarsambt eigenlijk niet gesproken worden; tusschen de studie, die men voltooit en de betrekking, die men daarna bekleedt, bestaat geen ander verband, dan dat dezelfde persoon de drager van beide is.

Lijnrecht hiertegenover ontmoet men de meening, dat de universiteit een inrichting behoort te zijn, die opleidt tot een maatschappelijk ambt en dat ze dus tot niets minder, maar ook tot niets meer verplicht is, dan tot het bijbrengen van die kennis en die vaardigheid, die tot het vervullen van dat ambt in staat stellen. Zij, die deze meening huldigen, zijn van oordeel, dat de practijk van het universitaire onderwijs te veel beheerscht wordt door zuiver wetenschappelijke overwegingen, die volgens de aanhangers van de eerste zienswijze alleen doorslaggevend mogen zijn.

Ten derde echter kan het standpunt verdedigd worden, dat de universiteit in het algemeen, zonder schade voor haar wetenschappelijk karakter, aan hare leerlingen, naast de wetenschappelijke vorming, een voorbereiding tot een maatschappelijken werkkring *kan* geven en dat ze hiertoe zelfs verplicht is in die gevallen, waarin de goede vervulling van dien werkkring een wetenschappelijk belang mag heeten.

Wij wenschen, in het midden latende, in hoeverre voor andere

faculteiten een dezer drie opvattingen boven de andere voorkeur verdient, voor de studie in de faculteit van wis- en natuurkunde het derde standpunt verdedigen, daarbij te betoogen, dat bij de wijze, waarop de leeraren in wis- en natuurkunde hun taak vervullen, wetenschappelijke belangen betrokken zijn en de gevolgtrekking te maken, dat voor de faculteit van wis- en natuurkunde niet alleen de mogelijkheid, maar ook de noodzakelijkheid bestaat, de zorg voor de wetenschappelijke vorming van hare leerlingen met de aandacht voor den lateren werkkring te vereenigen.

Verdediging schijnt ons deze stelling naar twee zijden te behoeven. Immers juist waar het de faculteit van wis- en natuurkunde betreft, ontmoet men, zooals we nog nader zullen betoogen, in de practijk van het universitaire onderwijs vrijwel zonder uitzondering misschien wel niet de uitdrukkelijke belijding van de eerste der boven onderscheiden opvattingen, maar dan toch in ieder geval een zoo volledige en consequente toepassing daarvan, dat het bijna beleedigend zou zijn, te onderstellen, dat zij niet de overtuiging zou weergeven, die aan de organisatie van het onderwijs ten grondslag ligt.

Aan den anderen kant echter stoot men ten aanzien van geene andere academische studie dan die in de faculteit van wis- en natuurkunde in het z.g. practische leven zoo vaak op de botte nuchterheid van de verbaasde vergelijking tusschen het zuiver wetenschappelijke karakter van de opleiding en het zuiver onwetenschappelijke van den werkkring, die op die studie volgt; het zijn vooral de aanhangers van de opvatting, die wij als tweede omschreven, die maar niet kunnen begrijpen, waartoe het noodig is, een diepgaande studie van abstracte mathematische onderwerpen te maken, wanneer men later aan schooljongens slechts eenige elementaire beginselen van het vak zal hebben te onderwijzen. Tegen deze beide zienswijzen is verweer gewenscht: het lijkt ons inderdaad noodig, om daar, waar het de opleiding tot leeraar in wis- en natuurkunde betreft, de eischen van de practijk van het onderwijs tegenover de zuivere wetenschap en de belangen der wetenschap tegenover de practijk van het leven te verdedigen.

Zien we daartoe eerst de gevolgen onder oogen, die het hier te lande gevolgde systeem van academische studie voor de a.s. leeraren in wis- en natuurkunde, dat is dus voor de meerderheid van de studenten in deze beide wetenschappen heeft. We

beperken ons daarbij eerst tot een voorbeeld, waaraan een eerste leemte, die wij in het universitaire onderwijs meenen op te merken, het duidelijkste kan worden aangetoond en spreken daartoe over de ervaringen, die de leeraar in wiskunde bij den aanvang van zijn loopbaan veelal opdoet; het komt ons echter voor, dat voor andere vakken, zij het dan misschien in mindere mate, dezelfde opmerkingen geldig zijn.

De doctorandus, die zich bevoegd heeft zien verklaren tot het geven van onderwijs in wiskunde aan H.B.Scholen en Gymnasia, zal, zoo mogen wij aannemen, indien hij zijn studietijd goed heeft besteed, een algemeen begrip en een zekere mate van inzicht hebben gekregen in den geest en de methoden der moderne mathesis en daarbij van enkele onderdeelen van zijn vak een eenigszins dieper gaande kennis bezitten. Eén onderdeel kent hij echter in het algemeen zeker niet, de z.g. lagere wiskunde, het vak dus, in welks beginselen hij vóór alles onderwijs zal hebben te geven.¹⁾

Hij kent haar niet, in dien zin, dat hij in den regel niet beschikt over de kennis van haren inhoud, van hare methoden en stellingen, maar menigmaal ook niet in dien zin, dat hij niet op de hoogte is van haar bestaan, voorzoover zich dat uitstrekt buiten het gebied, dat hij in zijn schooltijd heeft leeren kennen. Verwonderlijk is dit niet; op de wiskunde van de H.B.S. is voor hem onmiddellijk en met een sterke discontinuïteit de „hogere wiskunde” gevolgd; dat er ook iets bestaat, wat men hogere lagere wiskunde zou kunnen noemen, een zeer ver uitgewerkte, maar zich tot elementaire hulpmiddelen bepalende behandeling van de onderwerpen, waarvan het middelbaar onderwijs niet meer dan de eerste beginselen aanbracht, heeft hij aan de universiteit wellicht nooit ervaren; en voorzoover het toeval hem niet met uitgebreidere werken over lagere wiskunde in aanraking bracht of hem kennis deed nemen van de eischen, gesteld op examens, waar een diepergaande beheersching van dien tak der mathesis wordt geëischt, zal hij wellicht, als docent naar de H.B.S. terugkeerende, een tweede discontinuïteit ondervinden,

¹⁾ Wij bieden hier en in het vervolg onze verontschuldigen aan aan allen, wien wij met dergelijke beweringen onrecht doen. Eigen ervaring en waarneming van de ondervinding van anderen schenken ons echter de overtuiging, dat de toestanden, die we schetsen, vrijwel geregeld voorkomen.

die nog veel moeilijker te overwinnen is dan de eerste: hij moet een vak doceeren, waarvan hij vroeger een weinig heeft geweten, maar waaraan hij nu in jaren niet heeft gedacht; de litteratuur daarover is hem onbekend en menigmaal slaat hij dus maar het boek op, dat hij op school zal gebruiken, om misschien al spoedig last te hebben met vraagstukken, die hij toch zeer elementair vindt.

Het zal voor wie overtuigd is, dat deze voorstelling in den regel niet overdreven is, geen nader betoog behoeven, welk een schadelijken invloed er van het zoo onvoorbereid aanvaarden van een moeilijken werkkring moet uitgaan. De overgang van student tot leeraar is toch al niet zoo gemakkelijk: wie na jaren van academische vrijheid en academischen overmoed terugkeert tot de schoolsche tucht, die hij zich van vroeger herinnert, maar die hij wellicht reeds lang als schoolmeesterachtig heeft leeren bespotten, heeft in de eerste tijden de handen gewoonlijk al wel zoo vol met het beheerschen van zijn klassen, dat het hem allerminst te pas komt, om ook nog moeite te hebben met de beheersching van zijn leerstof en zijn methode. Feillooze zekerheid in kennis van zijn vakken, bewust inzicht in beproefde methodes behoorde hij te bezitten, om zijn energie ten volle te kunnen concentreeren op het inhalen van zijn tekort aan practische ondervinding, dat hem meer in den weg staat, dan hij aan zich zelve en anderen bekennen wil. Maar zijn universitaire opleiding gaf hem noch het eene, noch het andere.

We hooren hier het verwijt, dat onze schildering te zwart wordt. Komt het niet in negen van de tien gevallen vanzelf terecht? Inderdaad, maar ten koste van welk een, bij betere organisatie van de opleiding te vermijden inspanning, ten koste van welke schade, aan het onderwijs in die eerste, tastende jaren toegebracht? En het tiende geval, dat niet terecht komt, dat wellicht tot het menschonteerende bestaan van den mislukten leeraar voert? Heeft men de zekerheid, dat betere voorbereiding tot het ambt, minder plotselinge overgang tot het aanvaarden daarvan, hier geen redding zou hebben gebracht? En, afgezien van dit alles, waartoe zouden we dilettantisme in het onderwijs dulden, wanneer de mogelijkheid aanwezig is, zaakkundige beheersching te kweeken?

Met het volkomen gemis aan voorbereiding tot het toekomstige ambt, waarvan wij boven voor het geval van den wiskunde-leeraar enkele gevolgen schetsten, hangt een andere schaduwzijde van de universitaire opleiding tot leeraar in wis- en natuurkunde in het

algemeen samen: het stelselmatige negeeren van den werkkring, die toch als regel op de studie volgt, leidt er in vele gevallen toe, dat de jonge, academisch gevormde leeraar dien werkkring aanvaardt in een allerbedenkelijkste stemming van geringschatting ten opzichte van het onderwijs, dat hij zal hebben te geven. Wat hij te onderwijzen zal hebben, is in zijn oogën zoo elementair, de leerlingen, die hij voor zich krijgt, staan zoo laag in ontwikkeling en zullen van het eigenlijke wezen van zijn vak zoo weinig begrijpen, dat het werkelijk niet de moeite waard is, zich over het wetenschappelijk peil van het onderwijs veel zorgen te maken en dat er geenerlei vrees bestaat, dat het lesgeven eenige intellectueele inspanning van hem zal vergen. Het is waar, dat deze zienswijze, die in de ergste gevallen zelfs voert tot de verzuchting, dat men, na een universitaire studie, toch eigenlijk te goed is voor dergelijk werk, gewoonlijk niet lang stand houdt; een ernstig docent ziet wel spoedig in, dat het elementaire karakter van het onderwijs het werk niet gemakkelijker en wel verantwoordelijker maakt, dat het vrijwel uitsluitend van hem zelven afhangt, of het geestelijk peil der leerlingen, zoo het laag is, ook laag zal blijven en of hij hen tot inzicht in de beginselen van zijn vak kan brengen (wat bij jongelieden, die gemiddeld achttien jaar zijn, als ze de school verlaten, toch niet uitgesloten is!); hij zal weldra beseffen, dat het een dwaling is, te meenen, dat de sfeer van wetenschappelijkheid (dat is van intellectueele eerlijkheid, geordendheid, exactheid) slechts als gevolg van grootere geestelijke ontwikkeling zou kunnen worden geschapen, dat zij integendeel juist een der voorwaarden is, die voor het groeien van die ontwikkeling noodig zijn. Ook dit komt dus meestal wel in orde (weer: in negen van de tien gevallen en in het tiende niet), maar opnieuw: zou die voor alle partijen schadelijke en onvruchtbare overgangstijd niet te vermijden zijn, indien er wat meer samenhang bestond tusschen de gedachten van den hooger-onderwijs-leerling van heden en den middelbaar-onderwijs-leeraar van morgen? En zou die samenhang niet bevorderd kunnen worden, indien in het bijzondere geval van den a.s. wiskunde-leeraar de beschouwing der lagere wiskunde van hooger standpunt uit, gepaard aan de kennismaking met de hoogere deelen der lagere wiskunde zelf, in het algemeen echter de inhoud en de methodiek van de elementaire wis- en natuurkunde als stof voor colleges en examens, naast de thans gebruikelijke, gekozen werd?

Dit zou niet eens de eenige weg zijn, om een meer behoorlijke aansluiting tusschen academische studie en leeraars-loopbaan te verkrijgen; die aansluiting zou mede in hooge mate bevorderd kunnen worden, indien het universitaire onderwijs slechts meer aandacht wilde schenken aan de, toch ook bij exclusief-wetenschappelijke opvatting van dat onderwijs onmisbare, historische beschouwing van de ontwikkeling der wis- en natuurkundige vakken.

Wij zullen hier geen herhaling geven van het reeds zoo vaak van verschillende zijde uitgesproken, maar nog steeds zoo weinig uitwerkende betoog, dat voor een volledig en zuiver inzicht in de denkbeelden der moderne wetenschap kennis van den groei dier wetenschap onmisbaar is, maar slechts trachten aan te geven, welke gunstige gevolgen, naar onze meening, van historische ontwikkeling der leeraren in wis- en natuurkunde te verwachten zouden zijn en welke leemten er dus in de universitaire opleiding tot leeraar aanwezig zijn, als gevolg van het feit, dat aan de wetenschapsgeschiedenis in het universitaire onderwijs nog maar zelden aandacht wordt geschonken.

Die gunstige gevolgen zien wij in de eerste plaats daarin, dat een historisch ontwikkeld docent in wis- en natuurkunde mede aandeel zou kunnen hebben in de algemeene historische vorming der leerlingen, welke alle onderwijs om haar blikverruimenden, tot begrijpen en waardeeren opvoedenden invloed steeds als doel zal moeten nastreven, maar waartoe de docent in geschiedenis steeds slechts voor een deel zal kunnen bijdragen. Geschiedenis-onderwijs in den engeren zin van het woord zal zich, ter voorkoming van dilettantisme, steeds tot staatkundige en oeconomische geschiedenis moeten beperken; de daardoor veroorzaakte eenzijdigheid echter heeft niet alleen de aanvulling noodig, die het onderwijs in litteratuur- en kunstgeschiedenis kan geven, maar vereischt evenzeer het correctief, dat er in de bespreking van den geweldigen, maar door velen zoo weinig vermoeden invloed van de wis- en natuurkundige wetenschappen gelegen is.

Daarnaast echter kan historische ontwikkeling ook voor het onderwijs in de wis- en natuurkunde zelve zegenrijk werken. Er bestaat onder docenten in deze vakken niet zelden een vrij vergaand onvermogen, om zich te kunnen indenken in de soms bijna onoverkomelijke moeilijkheden, die de leerlingen kunnen ondervinden bij

onderwerpen, waarmede hun eigen wetenschappelijk geoefende denken zoo volkomen vertrouwd is geraakt, dat ze de noodzakelijkheid van een nadere uitlegging heelemaal niet inzien, en een eerlijk gemeente, van alle inzicht verstoken verbazing over het telkens weer voorkomen van telkens dezelfde, toch zoo vaak waar-schuwend aangewezen fouten. Wanneer echter een docent, die deze methodische fout begaat (want het is een fout, niet te kunnen begrijpen, dat men niet begrepen wordt) eens enkele eeuwen teruggaat in de geschiedenis der wetenschap, welker tegenwoordige rijkdommen hij bezit, dan zal hij menigmaal òf de denkers zelve, aan wier werk hij die rijkdommen dankt òf hun onmiddellijke voorloopers bevangen vinden in dezelfde fouten, die hem bij zijn leerlingen ergeren of worstelend met dezelfde moeilijkheden, waarin hij hen met ongeduld verstrikt ziet.

Er bestaan bezwaren tegen, om het geheel algemeen uit te spreken, maar voor tal van vakken kan men de stelling volhouden, dat de normale (d.w.z. telkens weer bij normaal begaafde leerlingen voorkomende) denkfouten van de tegenwoordige jeugd bij het aanleeren van een wetenschap menigmaal de denkfouten uit de jeugd dier wetenschap zelve zijn, waaruit onmiddellijk de conclusie volgt, dat hij, die de jeugd geestelijk te leiden heeft, vertrouwd moet zijn met den groei der wetenschappen, in welke beginselen hij hen inwijdt.

Er is wellicht geen sprekender voorbeeld voor de juistheid der uitgesproken stelling dan het onderwijs in mechanica, waarbij kennis van de geschiedenis dezer wetenschap ieder oogenblik weer in de foutieve denkbeelden en redeneeringen der leerlingen de beroemde historische dwalingen doet herkennen en waarbij zij dus inplaats van ergernis over wat domheid schijnt, begrip van moeilijkheid en inzicht in den weg tot verheldering doet ontstaan.

De historische beschouwingswijze schenkt echter nog meer dan deze verruiming en verzachting van oordeel; zij verleent in menig geval eerst de juiste waardeering voor de intellectuele waarde van de eerste beginselen van een vak en het juiste inzicht in hare beteekenis. Zij wekt veel tot nieuw leven, wat den, uitsluitend op het heden ingestelden, beoefenaar der wetenschap, misschien slechts een stoffige curiositeit lijkt; zij voert terug tot de tijden, toen de bekoring van het nieuwe, onvermoede, gedurfde al dat nu schijnbaar vanzelfsprekende omgaf. Zou zij dan niet de ware sfeer scheppen, om al deze oude wetenschap weer levend te maken

voor jonge mensen, waarvoor zij nog niet vanzelfsprekend is?

Historische ontwikkeling zou men daaron den docent in wis- en natuurkundige vakken willen toewenschen, historische ontwikkeling echter, verkregen op wetenschappelijke wijze en behoed voor het dilettantisme, dat men menigmaal bij beoefening der wetenschaps-geschiedenis toelaatbaar acht. Maar, helaas, ook op dit punt schiet, op zeer enkele en daarom des te meer waardeeren uitzonderingen na, het universitaire onderwijs tekort en nog steeds verlaat de a.s. leeraar de universiteit zonder een voldoende begrip van den groei der wetenschappen, waarvan hij het tegenwoordig stadium van ontwikkeling heeft leeren kennen. Tot schade voor hem zelve (want gemis aan historisch inzicht is altijd een geestelijke beperktheid), tot schade ook voor het onderwijs.

De lof van de universitaire opleiding tot leeraar in wis- en natuurkundige vakken is reeds zoo vaak gezongen en zij is tot op zekere hoogte ook zoo verdiend, dat het wellicht geen kwaad kan, om, ter wille van het evenwicht, nog op een andere leemte te wijzen, die deze opleiding naar onze meening niet zelden vertoont. Wij bedoelen het gemis van philosophische, in het bijzonder kennis-theoretische voorlichting over het wezen en de methoden der wis- en natuurkundige wetenschappen, dat, samen met het gemis aan historische scholing, zoo vaak de ontwikkeling van dat inzicht in de grondslagen dezer wetenschappen en in hare kenmerkende onderlinge verschillen verre achter doet blijven bij de technische beheersching van hare tegenwoordige methoden. Het behoeft, opnieuw, geen betoog, hoe onmisbaar juist voor hem, die beginselen doceeren moet, helder besef van de juiste beteekenis, den onderlingen samenhang en de fundeering dier beginselen is en hoezeer hier gemis aan eigen inzicht schadelijk op het onderwijs moet inwerken. We willen hier met een concreet voorbeeld volstaan: wie de verschillende, in ons land gebruikelijke leerboeken der mechanica kritisch beschouwt, zal verstomd staan over de uit historisch, philosophisch en wiskundig standpunt om het sterkst te veroordeelen wijze, waarop juist met de behandeling der beginselen, met de invoering van de axioma's der mechanica, veelal wordt omgesprongen. Valt de verantwoordelijkheid over een zoo algemeen verspreid gemis aan besef over de moeilijkheid der ondernomen taak bij de schrijvers dier leerboeken, over een zoo vaak herhaalde onvoldoende vervulling daarvan, niet voor een groot deel op het hooger onderwijs,

dat zij hebben genoten; en moet, zal hier ooit verbetering te verwachten zijn, de stoot daartoe niet van het hooger onderwijs uitgaan?

We willen hiermee het overzicht van de leemtes, die de universitaire opleiding van den leeraar in wis- en natuurkunde naar onze meening vertoont, beëindigen; niet zoozeer wegens uitputting van het onderwerp (immers men zou ook nog de waarschijnlijk zeer moeilijk op te lossen kwestie aan de orde kunnen stellen, hoe men aan de a.s. leeraren onder de studenten eener universiteit de gelegenheid zou kunnen geven tot het opdoen van practische onderwijservaring), maar omdat het ons tijd lijkt, de argumenten te gaan beschouwen, die men steeds weer tegen alle bezwaren als de boven opgesomde kan hooren aanvoeren.

Het eerste van die argumenten wijst er den klager op, dat de omvang van de wis- en natuurkundige wetenschappen zoo aanzienlijk is, dat men niet verlangen kan, dat de student in den tijd zijner academische studie over alle mogelijke onderwerpen, die hij bijzonder interessant of belangrijk vindt of die een ander onmisbaar voor hem acht, colleges zal kunnen volgen, dat de universiteit meer te zorgen heeft voor ontwikkeling van de wetenschappelijke studiemethode, dan voor het aanbrengen van een zoo groot mogelijke hoeveelheid kennis, dat zij zich ten doel stelt, den student zoover te brengen, dat hij in staat is, door eigen kritische studie aan te vullen, wat hem, naar hij voelt, ontbreekt.

Men kan de juistheid van deze redeneering toegeven en daarbij toch de klacht staande houden, dat de universiteit te weinig doet voor de opleiding van den leeraar. Want vooreerst is er toch nog wel eenig verschil tusschen niet alles kunnen geven en het juist onmiddellijk noodige niet geven; verschil ook tusschen het niet uitvoerig doceerend behandelen van een zeker gebied (b.v. de lagere wiskunde) en het laten ontbreken van ieder voorlichting over de studie van dit gebied en van iederen prikkel, die daartoe zou kunnen drijven. Ook zijn er onder de gebieden, waarmee we den leeraar in wis- en natuurkundige vakken bij de aanvaarding van zijn ambt gaarne vertrouwd zouden willen zien, verschillende (we denken hier vooral aan de geschiedenis dezer wetenschappen), waarop ieder, die ze geheel zelfstandig betreedt, aanvankelijk zoo vreemd en hulpeloos staat, en waarop het zooveel moeite kost, met de beschikbare hulpbronnen bekend te raken, dat persoonlijke leiding

van een academischen docent, indien ooit, toch zeker wel hier noodig is. En ten slotte zou men de vraag kunnen stellen, of de opvatting, dat ieder, die de academische studie heeft volbracht, nu verder wel in staat zal zijn, te voelen, wat hem nog ontbreekt en dat ontbrekende aan te vullen, niet een wat erg theoretische en met de realiteit wat heel weinig rekening houdende fictie is. Tusschen het vermogen, iets te doen en het doen zelf ligt vaak een wijde afstand en wanneer een drukke betrekking, gepaard aan de verstrooiingen en zorgen van het leven den leeraar vaak beletten te doen, wat hij, naar de academische illusie, zou behooren te doen, dan rijst de vraag, of het niet practischer zou zijn, te zorgen, dat hij althans voor zijn ambt geheel klaar was, als hij de universiteit verlaat. Men is tegenwoordig wel wat heel sterk geneigd, om op verantwoordelijkheidsgevoel, plichtsbesef, studiezin en wilskracht zoo vast te vertrouwen, dat men prikkels en controlemiddelen, zooals er in examens liggen, overbodig en zelfs eenigszins minderwaardig gaat vinden. Voor de meesten van ons is echter een prikkel gewenscht en een controle niet overbodig. Ook van dit standpunt uit moge hier het, velen misschien onderwetsch lijkende denkbeeld bepleit worden, dat de a.s. leeraar, alvorens tot het geven van onderwijs bevoegd te worden verklaard, door het afleggen van een examen blijk zou behooren te geven, op zijn loopbaan voldoende voorbereid te zijn.

Het tweede argument, waarop we boven doelden en welks invloed we in het bijzonder meenen te herkennen in de, in het hooger onderwijs niet ongebruikelijke stemming van geringschatting en onverschilligheid ten opzichte van het middelbaar onderwijs, is het schijnbaar logische uitvloeisel van de opvatting, dat de universiteit slechts wetenschappelijke belangen heeft te dienen, dat de vraag, of iemand al dan niet in staat is, een goed leeraar te zijn, daartoe niet behoort, en dat men dus van een universitaire opleiding tot leeraar heelemaal niet mag spreken. Het is dezelfde opvatting, die in haar meest krasse, maar daarom soms toch evengoed aangedurfde consequentie het doel der academische studie bij iemand, die leeraar wordt en geen zelfstandig wetenschappelijk werk meer levert, geheel, en bij iemand, die als leeraar nog wel eenige productiviteit vertoont; toch wel grootendeels gemist acht. Voor hen, die deze meening zijn toegedaan, mislukt dus de academische opleiding bij de meerderheid van hen, die haar ontvangen; wat, zoo het waar ware, toch ook wel eenigszins tegen de opleiding zelve zou pleiten.

Tegen de geschetste opvatting nu met al haar meer of minder vergaande consequenties wenschen wij met nadruk te protesteeren. Ten eerste al, omdat het ons onjuist voorkomt, als doel van wetenschappelijke vorming uitsluitend of overwegend het vermogen tot wetenschappelijke productie te stellen. Niet, dat wij òf de waarde òf de bekoring van zij het ook nog zoo bescheiden zelfstandige wetenschappelijke werkzaamheid zouden willen ontkennen. Maar het is niet alleen in het leven van hen, die al hun krachten aan haar verdere ontwikkeling wijden, dat de wetenschap een rol van betekenis heeft te vervullen; zij kan dit, op andere wijze, maar in even sterke mate, doen voor hen, die, na in hun academische studie de eerste inwijding te hebben ontvangen, nu verder als belangstellend en begrijpend toeschouwer meeleven in haar groei en die anderen trachten te doen deelen in de bewondering, waarmee het boeiende schouwspel van de ontwikkeling van menschelijk weten en menschelijk inzicht hen vervult; wij meenen, dat bij dezulken het doel der academische studie niet gemist mag worden genoemd, omdat zij te weinig tijd, te weinig wetenschappelijk productievermogen of te veel zelfcritiek hebben, om de wetenschap ook nog met eigen bijdragen te verrijken.

Zou men het echter geen wetenschappelijk belang mogen noemen, dat dergelijke menschen in zoo groot mogelijken getale en met zoo degelijk mogelijke voorbereiding in de maatschappij aanwezig zijn?

Voorzeker niet, wanneer men de opvatting deelt van hen, die in een wetenschap niet meer zien dan een soort van sport voor hare actieve beoefenaars of die haar beschouwen als een organisatie, die met inspanning van alle beschikbare krachten en onder afwering van alle nieuwsgierigheid van het profane leeken-vulgus een ver en onbereikbaar doel nastreeft, dat niet goed kan worden omschreven, maar dat toch richting geeft aan aller inspanning.

Even zeker echter wèl naar de meening van hen, die bij de „sportieve” opvatting van wetenschap geen voldoende motief aanwezig kunnen vinden, om voor haar op meer waardeering en steun van de zijde der maatschappij aanspraak te kunnen maken dan voor andere particuliere liefhebberijen, zooals schaken, en die tegenover de tweede beschouwingswijze, bij alle bewondering voor de toewijding van hen, die haar huldigen, te skeptisch staan, om door haar het recht ontkend te willen zien, tijd en werklust te besteden aan eigen aandachtige bestudeering van de door den wetenschappe-

lijken arbeid toegankelijk gemaakte gebieden en aan het inwijden van anderen in de bekoring, die daarvan kan uitgaan. Zij achten het wel degelijk een wetenschappelijk belang, dat zooveel mogelijk menschen in staat zullen zijn, voor hun geestelijk leven iets van den bloei der wetenschap te genieten, omdat zij in dat genot in laatste instantie een der bestaansrechten van die wetenschap zien. Het is op grond daarvan, dat zij pleiten voor de goede verzorging van de organen, waardoor de invloed van de wetenschap op het algemeene intellectueele leven der maatschappij wordt uitgeoefend. Die organen zijn echter in de eerste plaats de scholen voor middelbaar en gymasiaal onderwijs: want het is niet door het gevaarlijke bedrijf van de z.g. populariseering, dus met behulp van lezingen en bevattelijke werkjes, dat een werkelijk waardevolle beïnvloeding van het algemeene intellectueele leven door den groei der bijzondere wetenschappen plaats vindt. Die beïnvloeding vindt plaats op de scholen, waar in nauwgezette intellectueele tucht de grondbeginselen dier wetenschappen aan het jeugdige denken worden ingeprent en waar zich feitelijk dat wonderlijke geleidelijke doordringen van nieuwe wetenschappelijke denkbeelden in het menschelijk denken voltrekt, waardoor in enkele tientallen jaren een gedachte, die aan het geniale brein van een enkeling ontsproot, in het denken van allen plaats kan vinden.

Vanaf dit standpunt moet het een wetenschappelijk belang heeten, dat de leeraren, die dit onderwijs moeten geven, volkomen op hun taak zijn voorbereid en moet het dus beschouwd worden als een plicht der universiteiten, als hoedsters van het wetenschappelijk leven, voor die opleiding zorg te dragen. Tevens volgt uit het voorgaande duidelijk, dat zij dit zullen moeten bereiken, door op de gebieden, waarover wij boven spraken, meer te doen dan tot dusver, maar daartegenover op het gebied, waarop zij nu reeds werkzaam zijn, dat der wetenschappelijke vorming, vooral niet minder, dan nu het geval is.

Verlaging van het wetenschappelijk peil van de universitaire opleiding tot leeraar ter wille van de voorbereiding op den lateren werkkring zou een middel zijn, erger dan de kwaal, die het zou moeten genezen. Want de leeraar in wis- en natuurkunde — dit moge nog eens uitdrukkelijk worden betoogd tegenover hen, die in den wāan verkeeren, dat men toch niet zulke hooge eischen behoeft te stellen aan wie toch slechts onderwijs aan schooljongens zullen behoeven te

geven — kan zijn ambt niet naar behooren vervullen zonder een soliede en niet al te smalle basis van eigen wetenschappelijke ontwikkeling. Hij heeft telkens weer te spreken over de beginselen van onderwerpen, die bij ieder dieper doordringen onmiddellijk hun schijnbaar elementair karakter verliezen en die dan voor behoorlijke behandeling een zeer veel verder gaande ontwikkeling vereischen, dan in schijn slechts voor de bespreking der beginselen ter beschikking behoeft te staan.

Als men ons een vergelijking ter verduidelijking hiervan zou willen toestaan, zouden we willen wijzen op de in het elementaire onderwijs voorkomende formulé voor den slingertijd van den enkelvoudigen slinger; de uitdrukking voor dien slingertijd bij kleine amplitudines is de eerste term van een oneindig voortlopende reeks, welker overige termen in eerste benadering kunnen worden verwaarloosd; wie echter met werkelijke beheersching over den eersten term wil spreken, zal de geheele reeks moeten kennen.

Welnu, zoo gaat het in het middelbaar onderwijs voortdurend: men spreekt als het ware telkens over eerste termen van reeksen, waarvan men het overige deel in eerste onderwijsbenadering verwaarloost; maar men moet het overige deel kennen, om met de noodige vastheid en overtuiging over den eersten term te kunnen spreken. Het is niet goed, wanneer de leerlingen het gevoel krijgen — en wij meenen, dat ze op dit punt fijngevoelig zijn —, dat de leeraar hun alles geeft, wat hij heeft; ze moeten het gevoel hebben, dat hij hun geeft uit zijn overvloed. Men kan zoo volhouden, dat men — om met enkele voorbeelden te volstaan — geen Euclidische meetkunde kan doceeren, zonder de niet-Euclidische te kennen, geen drie-dimensionale, als men niet in de vier-dimensionale eenigermate thuis is.

Dit zijn voorbeelden uit de wiskunde; voor de natuurwetenschappen klemmt de gehouden beschouwing echter in nog sterkere mate. De zeer groote verscheidenheid van onderwerpen, welker beginselen in het H. B. S.-onderwijs ter sprake komen, maakt het dikwijls al moeilijk, om niet bij het doceeren menigmaal het wat charlatanachtige gevoel te hebben, dat men zelf niet veel meer van het behandelde gebied weet, dan men ervan vertelt. De ontzaglijk snelle groei der natuurwetenschappen maakt het daarbij, ook voor den leeraar met de voor studie geschikt makende eigenschappen, die de academische fictie aan allen toekent, uiterst bezwaarlijk, zich te handhaven op het peil van wetenschappelijke ontwikkeling, waarop

hij bij het verlaten van de universiteit stond. Daarbij komt nog, dat de officieele opvatting tegenwoordig deze schijnt te zijn, dat een leeraar geene wetenschappelijke behoeften bezit en dat men dus ook bij het vaststellen van zijn taak als docent geen rekening behoeft te houden met het feit, dat hij tijd, lust en voldoende materiëelen welstand behoort te bezitten, om aan die behoeften te kunnen voldoen. Bedenkt men dan verder nog, dat de universiteit hare leerlingen pleegt los te laten, wanneer zij door het verleenen van haar hoogsten graad de overtuiging heeft uitgesproken, dat zij hem nu in staat heeft gesteld verder voor zich zelve te zorgen en dat ook onder de leeraren nog slechts zelden de toch wel bij vele enkelingen levende begeerte tot uiting komt, om door het organiseeren van vacatie-cursussen en van onderlinge wetenschappelijke samenkomsten te voorzien in het tekort, dat hen steeds bedreigt, dan zal het wel geen nader betoog behoeven, hoe volstrekt wij de gedachte verwerpen, dat men door verkorting of verlichting van het zuiver wetenschappelijke deel der academische studie het fundament zou gaan verzwakken, waarop toch de geheele verdere ontwikkeling van den leeraar moet steunen.

Wij meenen in het bovenstaande met voldoende duidelijkheid enkele principes te hebben aangegeven, die, naar onze meening, aan een wijziging van de universitaire opleiding tot leeraar in wis- en natuurkunde ten grondslag zouden kunnen worden gelegd; een verdere uitwerking van de in beginsel uitgesproken denkbeelden ware op het oogenblik voorbarig. Wij zullen echter ons doel bereikt achten, indien het ons gelukt is, eenige belangstelling te wekken voor een vraagstuk, welks juiste oplossing een wezenlijk belang voor ons geheele onderwijs mag heeten.

NOG EENIGE OPMERKINGEN OVER HET ONDERWIJS IN DE MECHANICA

DOOR

B. P. HAALMEIJER.

Ongetwijfeld hebben velen met geheele of gedeeltelijke instemming het artikel van den heer S c h o g t in het vorige nummer gelezen. Zijn degelijk gedocumenteerd betoog komt mij op vele punten juist voor. Het opbouwende deel zijner kritiek is uit den aard der zaak fragmentarisch, doch doet veel verwachten.

De strooming welke hier tot uiting komt is te begrijpen. De laatste eeuw bracht groote toename van strengheid in wiskunde en natuurphilosophie en het lag voor de hand dat de docenten welke in de modern exacte richting waren opgeleid, vroeger of later zouden trachten hun leerlingen van 12 tot 18 jaar althans iets van deze zegeningen deelachtig te doen worden.

De heer S c h o g t heeft waarschijnlijk verstandig gedaan zijn eersten grooten aanval te richten tegen het traditioneele onderwijs in de mechanica. Dit toch is, voor zoover de leerboeken er een juist beeld van geven, ontzettend slordig. Verbetering is op vele punten dringend noodig, maar misschien is hierbij het gevaar van overdrijving niet denkbeeldig. Ik wil in dit verband een paar kwesties even aanroeren.

Waar het meerendeel onzer leerlingen wel nooit tot voortgezette studie der theoretische physica zal komen, lijkt het toch niet zoo kwaad de mechanica op de H. B. S. als eenigszins technisch vak te beschouwen. Persoonlijk bespreek ik gaarne toepassingen, die in het dagelijksch leven voorkomen. De enkeling welke later natuurphilosophie zal bestudeeren, moet het diepere inzicht dan voorloopig nog maar ontberen. Is hij (of zij) kritisch aangelegd, dan kan men eenige aparte leiding geven.

Wat betreft de axioma's en definities meen ik, dat dienaangaande niet al te hooge eischen mogen worden gesteld. Zooals veel op dit

ondermaansche, is vermoedelijk ook het begrip „strengheid” wel relatief en de vraag is maar hoever men gaan wil. Er is wel eens beweerd dat niets vervelender is dan een poging om betreffende een onderwerp alles te vertellen, en zoo geloof ik dat niets meer geschikt is om onze leerlingen in de war te brengen dan een poging om met de strengheid zóó ver te gaan als wij zelf nog juist kunnen verwerken.

Principiëel bereikt men er trouwens weinig mee. Zoo heeft de heer Schogt eene hem geheel bevrèdigende behandeling van de begrippen kracht, massa en versnelling aangetroffen, waarvan hij vermoedelijk bij zijn onderwijs een dankbaar gebruik maakt. Of hierbij ook het begrip „tijd” goed onder handen wordt genomen, durf ik voorloopig betwijfelen.

Dat bij het middelbaar onderwijs nog wel iets van een vak terecht kan komen al is de fundeering niet onberispelijk, blijkt uit de planimetrie. Nog steeds bouwen de meesten onzer deze op uit drie axioma's en zien daarbij zelfs kans den leerlingen een zekere strengheid te suggereeren. Vele docenten wijzen er later op dat hier en daar nog wel een speld is tusschen te krijgen, maar wie dit in de lagere klassen durft doen, is een moedig mensch en zelfs in de hoogere klassen zal men er in het algemeen niet diep op ingaan. Zoolang de zaken zóó staan, en ik ben niet in staat mij die veel anders voor te stellen, is het misschien raadzaam een niet te hoog standpunt in te nemen wat betreft de eerlijkheid.

Een andere kwestie is het toepassen van een stelling op een algemeener geval dan waarvoor deze bewezen is (ik neem natuurlijk aan dat de stelling voor het ruimere geval juist blijft). Ook dit lijkt mij in sommige gevallen toelaatbaar, mits men wijst op het hiaat in de afleiding. Ook bij andere vakken is dit veelal gewoonte. De exponentenformules bijvoorbeeld, worden min of meer bewezen voor meetbare waarden der exponenten en dan bij de logaritmen kalm toegepast op onmeetbare waarden. Vermoedelijk vestigen de meeste leeraren de aandacht op deze handelwijze, maar als de kwestie in het brein der leerlingen wat doezelig wordt, zullen we ons in den regel daar wel bij neerleggen.

De vraag of een leerling ooit een onvolledige redeneering, gebouwd op een wankel fundament, goed kan begrijpen, zou ik bevestigend willen beantwoorden, zij het met eenige schroom. Over de beteekenis van „begrijpen” kan men van meening verschillen, maar

in ieder geval zal, dunkt me, iemand de vraag slechts ontkennend kunnen beantwoorden, wanneer hij zich bewust is eene olympische hoogte te hebben bereikt. Laten we toch bedenken dat het na Euklides nog meer dan 2000 jaar heeft geduurd voor Hilbert geboren werd, dat Euler leefde vóór Cauchy en dat er een flinke tijd ligt tusschen Newton en Einstein. Ten slotte zij er nog op gewezen, dat de zeer moderne kritiek veel voor zinledig verklaart wat anderen rekenen tot het beste werk van eminente mathematici, waarvan sommigen nog in leven zijn. Trouwens, de opvatting wint veld dat de wiskunde subjectieve elementen bevat, om van de natuurphilosophie maar niet te spreken.

Men begrijpe mij niet verkeerd. Ik breek geen lans voor minderwaardige leerboeken en slecht onderwijs, maar geef als mijne meening dat men het stellen van eischen aan de strengheid bij het schoolonderwijs kan overdrijven.

Tegenwoordig is de aureool van de exacte vakken in het middelbaar onderwijs danig aan het verbleeken. Zoo men hierin verandering wil brengen, overwege men de middelen eerst terdege.

HET ONDERWIJS IN WISKUNDE AAN DE KWEEK- EN NORMAALSCHOLEN.

Wij zetten naast elkaar de exameneischen voor de acte van onderwijzer, zooals die zijn opgenomen in Staatsblad nr. 433 van den 10den September 1923 en het leerplan der Rijkskweekscholen, voorgeschreven bij art. 8 van het Kon. Besluit Staatsblad nr. 439 van 11 Sept. 1923.

A l g e b r a.

Exameneischen.

Eenige bekendheid met de hoofdzaken uit de algebra tot en met de vergelijkingen van den tweeden graad met één onbekende.

Leerplan der Kweekscholen.

In de eerste twee studie jaren de hoofdbewerkingen met positieve en negatieve getallen; ontbinding in factoren, merkwaaardige producten en quotiënten, algebraïsche breuken, vergelijkingen van den eersten graad met één onbekende; wortelgrootheden; de hoofdbewerkingen met wortelvormen.

In de hoogste twee studie jaren vergelijkingen van den eersten graad met meer dan één onbekende; vierkantsvergelijkingen; *a.* eenvoudige onbepaalde vergelijkingen; *b.* logaritmen; *c.* grafische voorstellingen; *d.* algemeene herhaling.

De deskundige leest uit de vergelijking van de exameneischen en het leerplan, dat het laatste de onderwerpen, onder *a*, *b* en *c* genoemd, bevat, die niet onder de eischen voorkomen, tenminste, als men de tot heden gebruikelijke volgorde volhoudt. Ik ben daarvan in mijn Nieuwe School-algebra afgeweken; eenvoudige onbepaalde vergelijkingen en de grafieken der lineaire functies worden

vóór de vierkantsvergelijkingen behandeld; maar tot het inzicht, dat ze daar logisch behooren, is men nog niet algemeen gekomen, zoodat ik mij ook zal houden aan de opvatting, dat de punten onder a , b en c genoemd, wel moeten worden onderwezen, maar dat men er op het examen geen onderzoek naar mag doen; vraagstukken daarover kunnen op het schriftelijk examen niet voorkomen; ook zal men op het mondeling examen deze onderwerpen slechts mogen aanroeren, nadat men zich overtuigd heeft, dat de daarvoor aangegevene gekend worden.

Bij de Algebra zal men zeker ook de reeksen mogen vragen, omdat die bij de rekenkunde worden genoemd als deel van de leerstof; het zal wel niet mogelijk zijn in de exameneischen te lezen, dat ze een onderdeel van deze eischen zijn; nergens toch worden de reeksen vóór de vierkantsvergelijkingen behandeld; zoo zal men ze m.i. in geen geval mogen vragen voor de hoofddacte, waarvan het examenprogram gelijkkluidend is met de eischen, hierboven genoemd.

De meest aangewezen weg bij het onderwijs in de Algebra zal zeker zijn, dat men op de school een niet te omvangrijk leerboek volgt. Neemt men in de eerste en tweede klas 2 uur, in de derde en vierde ieder 1 uur, dan heeft men 6 uur voor dat vak over 4 jaar verdeeld; de H.B.S. met driejarigen cursus, die 2, 2 en 2 uur heeft, heeft meer te doen dan de Kweekschool; de resultaten van de H.B.S. met driejarigen cursus kan men op de Kweek- en Normalscholen, waarvan de leerlingen dooreengenomen twee jaar ouder zijn, zeker bereiken. Mij dunkt, dat de leeraar de grafieken slechts dan mag behandelen, als hij weet, dat de examenstof het eigendom der leerlingen is; en dan beperke hij zich tot $y = ax + b$, waarbij de onbepaalde vergelijkingen ter sprake kunnen worden gebracht, zoomede de afhankelijkheid en strijdigheid van twee vergelijkingen met twee onbekenden; tot $y = ax^2 + bx + c$, om het begrip maximum en minimum aan te brengen. Ik zeg „als de examenstof het eigendom der leerlingen is”; dit is toch zeker een eerste eisch; ik geloof daarom, dat men dikwijls niets aan de grafieken zal kunnen doen, *tenminste niet, als men ze tot het eind uitstelt, zooals het programma aangeeft*; wel zal men ze eenvoudig kunnen behandelen, als men ze er bij ieder onderdeel als illustratie bijhaalt, zooals zulks behoort. Van de onder a , b , c en d genoemde onderwerpen is d bij ieder onderwijs vereischte; het is gedachteloos neergeschre-

ven door den mij onbekenden samensteller. Het onderwerp onder *a* genoemd nl. eenvoudige onbepaalde vergelijkingen ($ax + by = c$) behoort bij de functie van den eersten graad te worden behandeld en met grafieken; het behoort eigenlijk thuis in de Theorie der Rekenkunde; in de Getallenleer krijgt men vooral de toepassingen. De grafieken onder *c*, op die plaats behandeld, zullen wel geen beurt krijgen. In geen geval mag men echter nalaten de logaritmen degelijk te behandelen en het ware zeker te wenschen, dat deze ook onder de exameneischen voorkwamen.

De toevoegingen *a*, *b*, *c* en *d*, die het programma der Kweekscholen onderscheiden van de exameneischen, nog eens beijkend, vind ik:

a volmaakt overbodig, als de behandeling bestaat in wat techniek op de verouderde manier; een degelijke behandeling (zie de Nieuwe Schoolalgebra en de Lagere Algebra) met grafieken eischt te veel tijd en moeite;

b noodig, ook voor het examen;

c men komt er niet aan toe op die plaats;

d behoeft niet te worden genoemd.

Ook op de volgorde der onderwerpen in het leerplan is wat aan te merken; ik zou b.v. wel eens willen zien, hoe iemand de ontbinding in factoren onderwees zonder eerst de merkwaardige producten te behandelen! De vergelijkingen van den eersten graad met één onbekende worden onderbroken door het groote hoofdstuk der wortelvormen; zeker niet, omdat ze gemakkelijker zijn dan de oplossing van 2 verg. met 2 onbekenden en van 3 verg. met 3 onbekenden. De worteltrekking wordt voor de 4e klas als laatste deel der leerstof genoemd bij het vak Rekenen; vóór dien moeten ze het bij algebra en meetkunde maar zonder doen!! Als het leerplan der Kweekscholen een herhaling was van de exameneischen onder toevoeging der logarithmen, dan was het m.i. veel beter geweest.

Meetkunde.

Exameneischen.

Eenige bekendheid met de hoofdzaken uit de vlakke meetkunde en uit de meetkunde in de ruimte.

Leerplan der Kweekscholen.

In de eerste twee jaren: eerste beginselen van de vlakke meetkunde tot en met de eenvoudigste eigenschappen van den cirkel; oppervlak, vormverandering en verdeling van vlakke figuren.

In de hoogste twee studie-jaren voortzetting van de behandeling van den cirkel en van de regelmatige veelhoeken. Inhouden en oppervlakken van regelmatige lichamen; toepassingen van de algebra op de meetkunde; hoofdzaken uit de stereometrie; algemeene herhaling.

De exameneischen kunnen in dezelfde bewoordingen gelden voor alle mogelijke examens, waarbij de kandidaten worden onderzocht in vlakke meetkunde en meetkunde in de ruimte; dit is een deugd van die „eischen”. Wij slaan nu den blik op het leerplan der Kweekscholen; onder de eerste beginselen van de vlakke meetkunde, tot en met de eenvoudigste eigenschappen van den cirkel verstaat men de gewone stof; hoeken, evenwijdige rechten gesneden door een derde, driehoeken, veelhoeken, waaronder de bijzondere vierhoeken de voornaamste plaats innemen (men sla over de congruentie van veelhoeken), eenvoudigste eigenschappen van den cirkel en eenige werkstukken; daarna komen de oppervlakte, de vormverandering en verdeling van figuren. Neemt men op de Kweekschool 2 uur in de 1e en 2e klas, dan komt men zeker met Kerstmis van het tweede studiejaar door de stof heen, die het leerplan voor de volle twee jaar noemt! *Men moet met Kerstmis ook wel zoover zijn*, als ik zeg: er is me in de derde en de vierde klas, waarin men hoogstens 2 en 1 uur zal kunnen geven en waarbij de practijk in de Leerschool heel wat tijd vergt, wat aan de orde! Niet volgens het leerplan, want zonderlinger en rommeliger kan men zich nauwelijks een programma voorstellen. Heeft een ambtenaartje van het Ministerie van Onderwijs dat in elkaar gezet? Voor de eerste twee studie-jaren noemt hij te weinig, voor de laatste twee noemt hij maar zoo wat: *voortzetting van de behandeling van den cirkel* (dat zal wel zijn *meten van hoeken door cirkelbogen*) en dan met weglatingen van 1) evenredigheid van lijnstukken, 2) vermenigvuldiging van figuren, 3) gelijkvormigheid, 4) toepassingen daarvan ook in den cirkel, 5) projectiestelling, 6) merkwaardige lijnen, 7) om- en ingeschreven driehoeken, 8) oppervlakte en omtrek van den cirkel; alleen nog: *en van regelmatige veelhoeken* (volgens het programma *voortzetting* der behandeling daarvan)!

Ik volg verder het leerplan: inhoud en oppervlakte-berekeningen van de regelmatige lichamen. Dat is een acrobatische toer; nog niets is er van de meetkunde der ruimte behandeld en dan: (het leerplan schrijft het voor!) den inhoud te berekenen van een regelmatig viervlak (5 en 6 hebben ze volgens het leerplan *niet* gehad), van een regelmatig twaalf- en twintigvlak!! De samensteller keert op zijn schreden terug; dat is waar ook: *toepassingen van de algebra op de meetkunde!* Wat daarmee bedoeld wordt? Zegge, wie het weet! Onze schoolmeetkunde is van *a* tot *z* niets anders dan het werken met getallen; alleen zijn het dan getallen, die lengten van lijnstukken, aantal graden van hoeken en bogen, aantal oppervlakte-eenheden aanwijzen. „Neen”, zegt misschien een lezer, „de ambtenaar van het Ministerie met zijn „Eindexamen H.B.S. 5” in den zak heeft bedoeld: de *s*-formule, de formules voor de merkwaardige lijnen, die dingen, die hem zoo dikwijls een onvoldoende hebben bezorgd.” Ik zou zeggen, dat men er gewoonlijk die vraagstukken mee bedoelt, waarbij men de gevraagde lijnstukken direct in vergelijking brengt b.v. $x^2 + y^2 = pq$ en $x - y = r$. Maar dat zijn nu net dingen, die beslist bij een eenvoudige behandeling *moeten vervallen*. Laat ik er het zwijgen toe doen, want daar doemen voor ons op de „*hoofdzaken uit de Stereometrie*”; als dat nu niet is: de zaken op haar kop zetten, dan weet ik er niets meer van. De meetkunde der ruimte begonnen met de inhouden der regelmatige lichamen en nu komen de „hoofdzaken!”. Welke die hoofdzaken zijn, wordt ons niet gezegd; dat weet immers ieder, heeft de samensteller gedacht; ik twijfel aan dat „denken” (het programma laat zien, dat hij zeer slecht zijn gedachten bij elkaar heeft gehouden); want hij houdt den leeraren voor, dat zij dienen te behandelen in de tweede klas: oppervlakte van figuren en dat zij daarbij de vormverandering en verdeeling vooral niet zullen vergeten! Tot slot dan de *herhaling*, zoo eindigt immers ieder leerplan, gelukkig niet de „exameneischen”, die in hun soberheid zoo hoog uitstekten boven het prullige leerplan. Is het wonder, dat ik vragen kreeg over dit zonderlinge program en dat men mij vroeg, nu eens duidelijk aan te geven, hoe ik me het onderwijs in Wiskunde op de Kweekscholen voorstel? Voor algebra deed ik dit reeds; nu een enkel woord over de Meetkunde.

De eerste en beste raad is deze: volg in geen geval het „leerplan”; ik kan me niet voorstellen, dat iemand het doet.

U doet als volgt: eerst wat op blz. 102 is aangegeven als leerstof tot Kerstmis in het tweede studiejaar; daarna: meetkundige plaatsen, meten van hoeken door cirkelbogen, evenredigheid van lijnstukken, vermenigvuldiging van figuren, gelijkvormigheid van driehoeken met toepassingen, berekening van de merkwaardige lijnen (geen stelling van Stewart, geen s -formule, geen s -formule voor de deellijnen), cirkels bij drie- en vierhoeken (geen stelling van Ptolemaeus), regelmatige veelhoeken, oppervlakte en omtrek van den cirkel, Teveel? Zeker niet; op de H.B.S. met driejarigen cursus doen wij met 2, 2, 2 lessen meer; dus kan men met oudere leerlingen heel wat meer bereiken en de minder omvangrijke stof afmaken in derde klas omstreeks Kerstmis.

Hoe met de Stereometrie gedaan? Terwijl men de vlakke meetkunde blijft herhalen door b.v. iedere week drie vraagstukken te eischen kan men een klein werkje voor Stereometrie nemen. Als men doet, wat ik aangaf, vooral niet meer, desnoods wat minder, dan hebben de leerlingen wat aan het vak en dan wordt de basis gelegd voor latere wiskundige studie.

Hoe het onderwijs moet worden gegeven? Streng? Niet te streng? 'k Zou zeggen, houd U aan een eenvoudig boek; tracht niet de strengheid van mijn „Lagere Algebra” of van de groote meetkundige werken van Dr. Molénbroek te geven. Maar wat gij doet, doe dat goed; juiste definities, met zorg uitgevoerde bewijzen; verder eische men net werk in elk mogelijk opzicht.

De algebra is voor de leerlingen niet veel meer dan het aanbrengen van de vaardigheden van het algebraïsche werk plus iets over vergelijkingen. Geheel anders stel ik mij de Theorie der Rekenkunde voor; deze moet niet uitgebreid, niet met veel vraagstukken worden onderwezen; maar zeer fijn en zeer subtiel; zij vormt immers de basis voor de algebra en de meetkunde. Om nu alle drie in haar strengheid te onderwijzen, acht ik overbodig; één is genoeg, maar dan die eene, waarop de beide andere rusten. W.

OVER EEN VRAAGSTUK UIT DE SAMENGESTELDE INTERESTREKENING.

Zie blz. 11, bovenaan, van het „Bijvoegsel” 2e jaarg. (1e afl.).

De Redactie zond mij de hieronder staande beschouwing van dr. L. CRIJNS te Maastricht. Hierop heb ik gegeven het daarna geplaatste antwoord. De Redactie heeft zich daarop gewend tot dr. W. C. POST te Purmerend en ook zijne meening dien-aangaande ingewonnen. Vervolgens heb ik de drie stukken aan dr. CRIJNS gezonden met de vraag of hij er nog iets aan wenschte toe te voegen.

D. P. A. V.

De door Dr. V. gegeven oplossing berust op de praktijk-*usage*, uitgedrukt door den factor $(1 + 0,04y)$; daarbij moet dan eerst berekend worden de bedoelde z , daarna de waarde van den eersten factor van 't eerste lid der vergelijking voor $x=38$, $x=37$ en $x=36$; en zekerheidshalve voor $x=35$? Maar zóó wordt de opgave veel te bewerkelijk als eindexamen-vraagstuk; en de oplosser (in 't boek) heeft zich op 't standpunt van den opsteller der vraag geplaatst. M.i. mag hier niet van „het domme antwoord”, maar hoogstens van „de domme *opgave*” sprake zijn.

Buitendien en echter moet, *altijd m.i.*, de oplossing als volgt geschieden:

$$(324 \times 1,04^{x-2} + 3125)(1 + 0,04y) = 4500 \quad . \quad . \quad (1).$$

Lost men nu ($y=1$ gesteld) z op uit

$$324 \times 1,04^{z-1} + 3250 = 4500,$$

dan vindt men

$$z = 35, \dots$$

Dus is $x=36$. En y vindt men uit (1) na substit. v. $x=36$.

Dr. L. CRIJNS.

ANTWOORD.

Praktijk-*usance*? Inderdaad. Wat wil men anders? De werkelijkheid? Maar die weet men niet en is in verschillende gevallen steeds weer anders. De mathematicus doet toch schier met elk probleem, dat hij onderhanden krijgt, op analoge wijze: Hij *maakt* 't probleem — natuurlijk in 't algemeen niet zonder reëelen grond! En wanneer een oplosser van 't onderhavige probleem *op reële basis* (en van daarover voldoende nagedacht te hebben ben ik bij den oplosser in het eindexamen-boek nog volstrekt niet overtuigd) als antwoord geeft: „Als hij de $f2500$ aan het einde van ieder jaar neemt om de uitgaven van dit afgelopen jaar te betalen, na 38,85 jaar,” dan zou hij moeten aannemen, dat de man op 1 Januari van 't 39e jaar, na zijn schulden betaald te hebben, met $f0$ contant geld het jaar ingaat, elken dag *precies evenveel* schuld maakt en dan, na een vol jaar zoo geleefd te hebben, weer zijn gemaakte schulden ad $f2500$ betaalt. Brengt men dan, dag na dag, zijn schulden in rekening, ja, dan voldoet bij al die onderstellingen 38,85 jaar! Echter komt mij dit complex van onderstellingen nog al dwaas voor.

De onderstelling door mij gemaakt is deze: Wat er met de opgenomen $f2500$ gebeurt gaat ons verder niets aan. Deze is kapitaal *àf*. De grafische voorstelling geeft dan precies den loop van 't kapitaal aan.

Nu nog enkele detailopmerkingen. Dr. CRIJNS schrijft „en zekerheidshalve voor $x=35$?” Ik antwoord hier: neen! De waarden van y voor $x=38$, $x=37$ en $x=36$ vormen ongeveer een rekenkundige reeks. Voor $x=35$ ziet men vooruit aankomen: $y > 1$. „Maar zoo wordt de opgave veel te bewerkelijk als eindexamen (H. B. S.) vraagstuk”, schrijft dr. C. Kom, kom! Men had toen 3 uren voor 3 vraagstukken. Nu de feilen van den *opsteller*. Dom vind ik de opgave niet, maar wel vind ik ze onvolledig. Er is (en was) nu eenmaal die praktijk-*usance*, zoodat alleen nog maar ontbreekt, wanneer de $f2500$ worden opgenomen: bij 't begin of bij 't eind van 't jaar.

Ten slotte geeft dr. C. een andere oplossing van mijn vergelijking. Goed is ze wel, maar ik vind ze minder natuurlijk en minder duidelijk voor de leerlingen. (Ik heb dit al „proefondervindelijk” uitgemaakt!) Wat dr. C. doet is in den grond 't snij-

punt, bepalen van de kromme, die door de *bovenste* punten gaat, met de lijn 90.000. In zijn geval had ik dan ook trouwens liever voor z een getal genomen, dat 1 grooter is en dus opgelost:

$$324 \times 1,04^{z-2} + 3250 = 4500.$$

Men vindt dan

$$z = 36, \dots$$

Men kan dan nemen *vooreerst* $x = 36$. Dit „vooreerst” is met grafische voorstelling terstond duidelijk, maar zonder deze voor de leerlingen minder apert dan mijn „hoogstens 38.”

Dr. D. P. A. V.

OVER EEN VRAAGSTUK UIT DE SAMENGESTELDE INTRESTREKENING.

Op blz. 11 van den tweeden jaargang van dit tijdschrift behandelt Dr. VERRIJP de oplossing van een vraagstuk, dat in 1882 op het Eindexamen H.B.S. is opgegeven. Het vraagstuk luidt: Iemand bezit f 50000. Na twee jaren erft hij nog f 20000. Na hoeveel jaar kan hij f 90000 rijk zijn, als hij jaarlijks f 2500 gebruikt voor zijn onderhoud? Rente 4 %.

Ik wil nu eerst opmerken, dat het vraagstuk onvolledig is. Er had moeten worden aangegeven, wanneer de f 2500 worden opgenomen. Dit kan geschieden aan het begin van elk jaar, aan het einde van elk jaar, maar ook kunnen in den loop van elk jaar verschillende bedragen worden opgenomen, die voor ieder jaar een gezamenlijke waarde van f 2500 hebben.

Dr. VERRIJP heeft zich bij de oplossing op het standpunt geplaatst, dat de f 2500 telkens aan het eind van het jaar worden opgenomen, verder neemt hij aan, dat gedurende den loop van een jaar de rente evenredig met den tijd is, dus rekent hij gedurende den loop van een jaar met enkelvoudigen intrest en vindt dan op deze wijze drie oplossingen. Deze manier van oplossen, nader toegelicht met de grafische voorstelling, zooals die op blz. 11 is geteekend, acht ook ik voor de leerlingen het beste. Dr. VERRIJP vermeldt verder, dat het eindexamen-opgavenboek van 1915, voor het geval, dat de f 2500 aan het einde van ieder jaar worden opgenomen, als antwoord geeft 38,85 jaar en

schrijft dan eenige regels verder: „Het domme antwoord van het eindexamen-boek is de waarde van z , d.i. het snijpunt van de kromme, die door de onderste punten gaat met de lijn 90000.”

Het lijkt me nu wel van belang eens na te gaan, welke veronderstellingen men moet maken om tot het antwoord, dat in het eindexamen-boek staat, te komen.

De oplosser heeft klaarblijkelijk gesteld, dat het gevraagde na x jaar plaats heeft en toen de volgende vergelijking opgesteld:

$$50000 \times 1,04^x + 20000 \times 1,04^{x-2} - 2500 (\sum 1,04^{x-1} + 1) = 90000 \quad (1)$$

welke na herleiding overgaat in

$$50000 \times 1,04^x + 20000 \times 1,04^{x-2} - 2500 \frac{1,04^x - 1}{0,04} = 90000 \quad (2)$$

$$6480 \times 1,04^{x-2} + 62500 = 90000 \quad (3)$$

$$\text{of} \quad 324 \times 1,04^{x-2} + 3125 = 4500 \quad (4)$$

Lost men nu uit de laatste vergelijking x op, dan vindt men $x = 38,86$. De oplossing geeft de abscis van het snijpunt van de exponentiaalkromme

$$y = 6480 \times 1,04^{x-2} + 62500$$

met de rechte lijn $y = 90000$.

Er is dus bij deze oplossing verondersteld, dat het kapitaal na x jaar $(6480 \times 1,04^{x-2} + 62500)$ gld. groot is, niet alleen als x een geheel getal, maar ook als x een gebroken getal is. Hieruit blijkt ten eerste, dat in de uitdrukking

$$50000 \times 1,04^x + 20000 \times 1,04^{x-2},$$

die in het eerste lid van vergelijking (2) voorkomt, ook gebroken waarden van x worden toegelaten, dus dat in den loop van een jaar niet met enkelvoudigen, maar met samengestelden intrest wordt gerekend.

Ten tweede blijkt, dat bij deze oplossing ook in de uitdrukking $2500 \times \frac{1,04^x - 1}{0,04}$, die in vergelijking (2) voorkomt, gebroken waarden van x worden toegelaten. Welke beteekenis is hier aan te hechten? De uitdrukking $2500 \times \frac{1,04^x - 1}{0,04}$ stelt de som van de meetkundige reeks $2500 (\sum 1,04^{x-1} + 1)$ uit vergelijking (1) voor en heeft als zoodanig slechts beteekenis als x geheel is. Toch is er wel een beteekenis te hechten aan de uitdrukking

$2500 \times \frac{1,04^x - 1}{0,04}$, als x een gebroken getal is. Stel bijv. $x = n + \frac{p}{q}$ (p en q positieve geheele getallen, $p < q$, n gelijk aan nul of een positief geheel getal). Veronderstellen we nu, dat de $f2500$ niet aan het eind van het jaar worden opgenomen, maar denken we ons het jaar in q gelijke deelen verdeeld en veronderstellen we dat aan het eind van ieder zoo'n jaargedeelte eenzelfde bedrag wordt opgenomen van zoodanige grootte, dat deze bedragen, met inachtneming van samengestelden intrest gedurende den loop van het jaar, aan het eind van het jaar te zamen $f2500$ groot zijn. Stellen we het bedrag, dat aan het eind van $\frac{1}{q}$ jaar telkens wordt opgenomen op fb , dan heeft men

$$b \times 1,04^{\frac{q-1}{q}} + b \times 1,04^{\frac{q-2}{q}} + \dots + b = 2500,$$

waaruit volgt
$$b = 2500 \times \frac{1,04^{\frac{1}{q}} - 1}{0,04}.$$

Is nu $x = n + \frac{p}{q}$, dan is de gezamenlijke waarde, die alle alle bedragen van fb na x jaar hebben, gelijk aan

$$\begin{aligned} & b \times 1,04^{\frac{nq+p-1}{q}} + b \times 1,04^{\frac{nq+p-2}{q}} + \dots + b \times 1,04^{\frac{1}{q}} + b = \\ & = b \times \frac{1,04^{\frac{nq+p}{q}} - 1}{1,04^{\frac{1}{q}} - 1} = 2500 \times \frac{1,04^{\frac{nq+p}{q}} - 1}{0,04} = 2500 \times \frac{1,04^x - 1}{0,04}. \end{aligned}$$

Het blijkt dus, dat het antwoord van het eindexamen-boek fout is, als men veronderstelt, dat de $f2500$ aan het einde van ieder jaar worden opgenomen, daarentegen goed is, als men veronderstelt, dat het opnemen van de $f2500$ gelijkmatig over het jaar verdeeld is. Dat verder voor een gedeelte van een jaar met samengestelden intrest inplaats van met enkelvoudigen intrest is gerekend, geeft niet veel verandering in de uitkomst. Had Dr. VERRIJP met samengestelden intrest gerekend, dan had hij op blz. 11 inplaats van den factor $1 + 0,04y$ den factor $1,04^y$ moeten bezigen. In de grafische voorstelling van fig. 1 moet dan ieder der schuin oplopende rechte lijntjes vervangen worden door dat gedeelte van de exponentiaal kromme $k_x \times 1,04^y$, dat men krijgt, als men y alle waarden van 0 tot 1 laat doorloopen, terwijl k_x dan telkens de beginordinaat voorstelt, dus de grootte van het kapitaal na x (geheel getal) jaar, nadat de $f2500$ er af zijn genomen. De drie snijpunten met de lijn 90000 worden dan

iets naar rechts verplaatst en men vindt dan waarden voor y , die iets grooter zijn, dan die van Dr. VERRIJP. Zoo vindt men voor $z = 38$, dat $y = 0,258$ jaar of 94 dagen is, terwijl Dr. VERRIJP vindt dat $y = 0,254$ jaar of 93 dagen is; een verschil van één dag, dus van geen beteekenis.

De veronderstelling, die aan de oplossing van het eindexamenboek ten grondslag ligt, is nog zoo dwaas niet. In werkelijkheid zal iemand toch wel niet alleen aan het eind van een jaar geld opnemen, maar gedurende het jaar verschillende bedragen opnemen, al zal dan ook niet aan de voorwaarde voldaan zijn, dat het totale bedrag, dat per jaar wordt opgenomen, gelijkmatig over het jaar verdeeld is.

Om mogelijk misverstand te voorkomen, wil ik nogmaals opmerken, dat het volstrekt niet mijn bedoeling is, dat de oplossing, die door het eindexamenboek bedoeld wordt, ook aan de leerlingen wordt uitgelegd. Voor de leerlingen acht ik, zooals ik boven al gezegd heb, de oplossing, die Dr. VERRIJP geeft, de beste. Zooals de opgave gesteld is, is echter ook het antwoord 38,86 jaar van het eindexamenboek goed. Het vraagstuk bevat te weinig gegevens en laat daarom meer dan één oplossing toe. In het vraagstuk had nog moeten staan, dat de $f2500$ in hun geheel aan het eind van ieder jaar worden opgenomen en dat voor een gedeelte van een jaar enkelvoudige intrest in rekening moet worden gebracht, dan was de oplossing van Dr. VERRIJP niet alleen de voor de leerlingen meest gewenschte, maar in het algemeen de eenige goede geweest.

Dr. W. C. POST.

Dr. CRIJNS wenschte hieraan niets toe te voegen. Hij schrijft: „Het was mij trouwens alleen te doen, om de bewerkelijkheid in 't licht te stellen.”

Aan de keurige beschouwing van Dr. POST heb ook ik — ik mag wel zeggen „natuurlijk” — niets toe te voegen. Of het mocht alleen zijn deze opmerking: Mijn qualificatie „het domme antwoord van het eindexamenboek” had betrekking op het *volledige* antwoord. Daar staat toch: „Als hij de $f2500$ aan het einde van het jaar neemt om”. En zooals ook Dr. POST schrijft: dan is 't fout.

D. P. A. V.

BOEKBESPREKING.

Prof. Dr. F. Schuh en Ir. J. C. N. Graafland. Vraagstukken over theorethische mechanica. Eerste deel (P. Noordhoff, Groningen 1926).

In het voorbericht wordt medegedeeld, dat deze verzameling voornamelijk bestemd is om te dienen ter voorbereiding voor het candidaatsexamen in theoretische mechanica aan de Technische Hoogeschool te Delft. Daar ook moeilijker of bewerkelijker vraagstukken zijn opgenomen (met * gemerkt) kan de verzameling ook voor studeerenden aan Universiteiten dienen.

Over onderwerpen uit de Analyse, die bij het oplossen der vraagstukken, in dit eerste deel voorkomend, toegepast worden, vindt men aan het eind van dit deel een overzicht.

Aan de verzameling gaat vooraf een inleiding, die het oplossen van mechanica-vraagstukken behandelt. Daarin is getracht, zoo nauwkeurig mogelijk aan te geven, volgens welke methode dynamica-vraagstukken, inzonderheid die, welke betrekking hebben op *uit een eindig aantal materiele punten bestaande stelsels*, kunnen worden opgelost; dit eerste deel toch handelt uitsluitend over deze stelsels. Het werk geeft niet alleen de opgaven, doch van een groot aantal ook de oplossing, van de overige volledige aanwijzing ter oplossing. Ons schijnt het een bezwaar tegen de inrichting van het boek, dat deze aanwijzingen onmiddellijk na elke opgave zijn geplaatst, zoodat het, ook den ernstigen gebruiker, in vele gevallen moeilijk zal vallen, ervoor zorg te dragen, dat de schrijvers het hem niet al te gemakkelijk maken.

De keuze der vraagstukken lijkt ons een zeer gelukkige; de gebruiker, wiens begroting het aantal te boven gaat, en die nog niet in staat is tot de keuze der meest gewenschte te komen, vindt hiervoor duidelijke aanwijzing in het voorbericht. De opgaven, tot ieder onderwerp behoorend, zijn zorgvuldig naar opklimmende moeilijkheid gerangschikt. De wiskundige uitwerking der vraagstukken kan geen bezwaar vormen voor den lezer, die de eerste beginselen der analyse tot zijn beschikking heeft. Slechts bij uitzondering komt het voor, dat het rekenwerk eenigszins beduidende afmetingen aanneemt; daardoor voorkomen de Schrijvers, dat de aandacht te zeer van de

hoofdzaken afgeleid wordt. De gebruiker wordt eraan gewend, de oplossing geheel ten einde te brengen; d.w.z. de verschillende, met de initiaalcondities verband houdende, mogelijkheden te onderscheiden, en zich van de resultaten rekenschap te geven. Immers heeft men een dynamisch probleem eerst opgelost, wanneer men de beweging van het stelsel als het ware voor zijn oogen ziet gebeuren.

De redactie der opgaven laat aan scherpste en duidelijkheid niets te wenschen over. In de inleiding en in de oplossingen stellen de schrijvers zich dikwijls, o.i. terecht, op het standpunt, dat de goede verstaander (in casu degene, die verstandig genoeg is, zich niet aan de vraagstukken te wagen, vóórdát hij zijn leerboek behoorlijk gebruikt heeft) het met een half woord wel stellen kan.

Van de onderwerpen, aan welke bijzondere aandacht wordt gewijd, noemen we alleen dat van de relatieve beweging; vooral in dit gedeelte vindt men meerdere belangwekkende opgaven, die men in ander bekende verzamelingen vergeefs zoeken zal.

Het schijnt ons niet onwaarschijnlijk, dat dit werk ook gebruikers zal vinden buiten den kring, die aan het begin van het voorbericht getrokken wordt. Ook aan hen, die, de jaren der examens te boven, zich genoopt voelen van de mechanica een eenigszins grondige studie te maken, kunnen wij deze verzameling, niet het minst wegens de aanwijzingen ter oplossing (immers de hier bedoelden zullen veelal van hulp verstoken zijn!) zeer aanbevelen. In het bijzonder voor hen zou het echter gewenscht zijn geweest, indien bij het verschijnen van het eerste deel, het plan van het werk in zijn geheel in korte trekken aangegeven ware.

H. J. E. B.

Dezer dagen verschijnt:

HISTORISCHE STUDIËN

DOOR

Prof. Dr. Hk. DE VRIES.

I

Prijs f 2.50.

Gebonden f 3.25.

Voor abonneés Christ Huygens en Nieuw Tijdschr voor
Wiskunde tot 1 April a. s. f 1.90, gebonden f 2.65.

Ter perse om dezer dagen te verschijnen:

BEGINSELEN DER THEORETISCHE MECHANICA EEN LEERBOEK MET VRAAGSTUKKEN

DOOR

J. H. SCHOGT.

EERSTE DEEL:

Kinematica, Krachtenleer, Arbeid en Arbeidsvermogen.

Tweede deel in bewerking.

Ter perse om dezer dagen te verschijnen:

THEORIE DER REKENKUNDE

DOOR

P. WIJDENES.

UITGAVEN VAN P. NOORDHOFF TE GRONINGEN

P. WIJDENES
NIEUWE SCHOOL-ALGEBRA.

Drie deeltjes groot resp. 136, 136, 180 bladz.

Prijs in linnen geb. . . . f 2.00 per deel.

Antwoorden à f 1.00 per deel.

VLAKKE MEETKUNDE

DOOR

P. WIJDENES en Dr. D. DE LANGE.

Deel I, 7e druk. 123 bl. 149 fig. Prijs gec. met overzicht f 2.25.

Deel II, 6e druk. 130 bl., gevolgd door 40 blz. vraagstukken.
109 fig. — Prijs gec. met overzicht f 2.25.

BEKNOPT MEETKUNDE

DOOR

P. WIJDENES.

Eerste deel, 4e druk. Gec. met overzicht f 1.70.

Tweede deel, 3e druk. Gec. met overzicht f 1.70.

BEKNOPT ALGEBRA

DOOR

P. WIJDENES

Eerste deel, 3e druk. Gec. f 1.70.

Tweede deel, 3e druk. Gec. f 1.70.

Antwoorden I en II à . f 0.75.

REKENBOEK voor de H.B.S.

DOOR

P. WIJDENES en Dr. D. DE LANGE.

Eerste deel, 10e druk. Gec. f 1.70.

Tweede deel, 7e druk. Gec. f 1.70.

Antwoorden I f 0.50, II f 1.00.

UITGAVEN VAN P. NOORDHOFF TE GRONINGEN