BIJVOEGSEL

VAN HET NIEUW TIJDSCHRIFT VOOR WISKUNDE GEWIJD AAN ONDERWIJSBELANGEN

ONDER LEIDING VAN

J. H. SCHOGT EN P. WIJDENES

MET MEDEWERKING VAN

Dr. H. J. E. BETH
DEVENTER

Dr. E. J. DIJKSTERHUIS
OISTERWIJK

Dr. B. P. HAALMEIJER
AMSTERDAM

Dr. D. J. E. SCHREK
UTRECHT

Dr. P. DE VAERE
BRUSSEL

Dr. D. P. A. VERRIJP
ARNHEM

1e JAARGANG 1924/25, Nr. 5/6

P. NOORDHOFF — GRONINGEN

Het Bijvoegsel van het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde verschijnt in zes tweemaandelijksche afleveringen, samen 10 à 12 vel druks. Prijs *f* 3.— per jaargang. Zij, die tevens op het Nieuw Tijdschrift (*f* 6.—) of op „Christiaan Huygens" (*f* 8.—) zijn ingeteekend, betalen *f* 2.—.

Artikelen ter opneming te zenden aan J. H. Schogt, Amsterdam, Saxen-Weimarlaan 46; Tel. 28341. Aangeteekende zendingen met bijvoeging: „Bijkantoor Saxen-Weimarlaan 48".

Het honorarium voor geplaatste artikelen bedraagt *f* 20.— per vel.

De prijs per 25 overdrukken of gedeelten van 25 overdrukken bedraagt *f* 3,50 per vel druks *in het vel gedrukt*. Gedeelten van een vel worden als een geheel vel berekend. Worden de overdrukken buiten het vel verlangd, dan wordt voor het afzonderlijk drukken bovendien *f* 6.— per vel druks in rekening gebracht.

Boeken ter bespreking en ter aankondiging te zenden aan P. Wijdenes, Amsterdam, Jac. Obrechtstraat 88; Tel. 27119.

INHOUD.

☞ **De uitgever bericht, dat aan het eind van den tweeden jaargang een band zal worden gemaakt voor de eerste twee jaargangen samen.**

ONZE OUDSTE 17e-EEUWSCHE REKENBOEKEN

DOOR

A. HALLEMA.

Vervolg van No. 3.

Moge Bartjens' „Cijfferinghe" al diepe sporen nagelaten hebben in de geschiedenis der methodiek van ons rekenonderwijs, doordat zijn werk, dat in 1633 voor het eerst verscheen, nog in het begin der 19e eeuw herdrukt werd, toch is hij niet de eenige profeet eener nieuwe richting. Zelfs hij, die gehouden wordt voor den grootmeester in het cijfervak, stond bij zijn onderwijzing op de schouders van mannen als Stockmans en Van der Schuere. Met den laatsten was hij opgegroeid; immers zijn portret met een bijschrift in de uitgave der „Vernieude cijfferinghe" van 1648 bewijst, dat hij in laatstgemeld jaar 64 jaar was, terwijl het geboortejaar van Van der Schuere omstreeks 1570 is te stellen. Doch eerst 33 jaar na de „Arithmetica" van laatstgenoemde verscheen het rekenboek van Bartjens, die toen nog schoolmeesterde te Amsterdam, terwijl Van der Schuere's rekenboek in opvolgende drukken te Haarlem van de pers kwam, waar eerst Gillis Rooman, en daarna diens zoon, Adriaen Rooman, de eerste in de Jacobijnestraat en de tweede in de Koningstraat, beiden als „boeckdrukkers in de vergulde Parsse," de uitgaven verzorgden. Daarin zie ik een onmiskenbare aanwijzing, hoe het mogelijk werd, dat Bartjens' leergang gebaseerd kon worden op de methode, welke reeds meer dan 3 decennia gevolgd was door Van der Schuere, en door dezen als geheel oorspronkelijk is ontworpen.

Wat ik in 't algemeen omtrent de weinige bekendheid met het leven en werken der rekenmeesters in 't midden bracht, geldt inzonderheid den persoon van Jacobus van der Schuere. In onze vaderlandsche onderwijsgeschiedenis is zijn naam slechts een klank en de drager er van in een waas van nevelen gehuld. Ook diverse Belgische en Fransche handboeken betreffende dit onderdeel der cultuurhistorie, die ik er op nasloeg, gaven geen stof, zelfs niet voor de meest beknopte biographie [1]) Ik had trouwens weinig hoop, omtrent hem iets van belang in Belgische of Fransche biographische werken te vinden, daar hij als Zuid-Nederlander spoedig na den val van Antwerpen in 1585, zijn toekomst in Holland schijnt gezocht te hebben. Want hij kwam oorspronkelijk van Meenen, een plaatsje in het Westvlaamsche tusschen Yperen en Kortrijk.

In 1600 scheen hij echter al vrij aardig in de Noordelijke Nederlanden te zijn ingeburgerd, want behalve dat we hem blijkens het titelblad van zijn boekje vinden als „Françoysche School-meester tot Haerlem" had hij zijn vermogende en aanzienlijke vrienden onder de Amsterdamsche kooplieden, van wie hij speciaal in zijn opdracht noemt Govert Willemsz.

Het medaillonportret in de uitgave van 1600, in hetwelk zijn devies „Door Siet Den Grond" duidelijk wijst op de richting van zijn onderzoek en den aard zijner geestelijke verlangens, beeldt hem af als een jonge man van ± 30 jaren. Hij zou dus, zooals reeds in 't voorbijgaan werd medegedeeld, ± 1570 zijn geboren. Ook in een hem opgedragen „Ode, op het tal-const boeck wtghegheven door M(onsieur) Iaqves van der Schver", wordt door den dichter die schuil ging onder het motto „Een is noodich", gezinspeeld op des rekenmeesters jongen leeftijd:

...... Tot van der Schuer haest u ter Scholen,
Laet rijpen eerst u sinnen groen,
In Reecken-Const t'verstant laet grijsen,
Coopt desen Boeck en laet u wijsen,
Van lit te lit al haer natuer,
V hert' al werdt verwondert vreuchdich,
Soo rijpe vrucht in bloeytijdt jeuchdich,
Te sien in een soo jonghe Schuer.

Ook was hij zeer bevriend met den te Haarlem wonenden dichter Carel van Mander, zijn landgenoot, een zeer veelzijdig ontwikkeld en talentvol kunstenaar, aan wiens subtiele kunstbeschouwingen we het bekende „Schilderboec" danken. Het was op verzoek van dezen, dat Van der Schuere zich belastte met de vertaling en uitgave van

---

[1]) Zelfs in de overigens zeer volledige Dictionnaire paedagogique en eveneens in de Dictionnaire des Dictionnaires zoekt men tevergeefs naar hem.

een der werken des Latijnschen dichters Publius Ovidius Naso, nl. diens „Tristia". Daar deze treurdichten reeds in 1612 opnieuw vertaald werden door Theodorus Schrevelius, den schrijver van

ARITHMETICA,
Oft Reken-const/
Verchiert met veel schoone
Exempelen/seer nut voor alle Coop-
lieden/ Facteurs/ Cassiers / Ontfan-
ghers/etc. Ghemaeckt/ Door
IAQVES VAN DER SCHVERE
VAN MEENEN.
Nu ter tijdt Françoysche School-meester
tot HAERLEM.

Gerardus Campensis

TOT HAERLEM,
By Gillis Rooman Boeckdrucker/in de Jaco-
bijne-strate/ in de vergulde Parsse. 1600.

Titelblad van de „Arithmetica" van Van der Schuere.
(De geschreven woorden „Gerardus Campensis" zijn waarschijnlijk de namen van een vroegeren eigenaar.)

„Harlemum, sive Urbis Harlemensis incunabula" [1]), vermoed ik, dat òf de overzetting van Van der Schuere niet aan de gestelde eischen

[1]) In slordige vertaling verschenen als „Harlemias (sic!) ofte de eerste stichtinghe der Stadt Haerlem", 1648.

voldeed, òf dat genoemde Schrevelius toen het werk van den eersten vertaler voor nieuw uitgaf. In elk geval zou daar uit afgeleid mogen worden, dat Van der Schuere een eenigszins verzorgde opvoeding had genoten, daar hij behalve Hollandsch en Latijn ook het Fransch goed verstond en schreef. Daar Carel van Mander reeds in 1606 overleed [1]), moeten deze letterkundige studiën van Van der Schuere vóór dat jaar geplaatst worden.

In de opdracht aan koopman Govert Willemsz. van Amsterdam erkende hij de eerste Vlaming te zijn, die met het werk, van een handleiding voor het rekenonderwijs te schrijven, begonnen was. Hij vond in dezen arbeid, dien hij zelf een moeilijk werk noemt, een verkwikking des geestes, „à l'endroit de mes disciples" samengesteld, wat er dus op zou kunnen wijzen, dat het boek zijn oorsprong vond in de school der practijk. Elders spreekt hij nog van dit rekenboek „comme estant premice de mes labeurs," zoodat dus wel vast staat, dat hij hiermede zijn schrijversarbeid begon [2]).

Maar met dit begin eindigt tevens het verhaal van den persoon en het werk van Jacobus van der Schuere, want van zijn verdere lotgevallen weten we tot heden niets.

Bernardus Stockmans is een even weinig bekende figuur. Hij was evenals Van der Schuere een Zuid-Nederlander van geboorte, nl. uit de koopstad Antwerpen, waar hij kort vóór of na 1550 het levenslicht aanschouwde. Hij schijnt omstreeks 1585 om des geloofs wille te zijn uitgeweken, althans in 1589 vinden we hem reeds als geadmitteerd schoolmeester te Dordt. En in datzelfde jaar was ook de eerste druk van zijn „Aritmetica ofte Cijfferboeck" gereed gekomen, waaraan hij stellig enkele jaren gewerkt zal hebben, zoodat veilig mag worden aangenomen, dat hij in ieder geval tusschen 1580 en 1590 de Zuidelijke Nederlanden verlaten

---

[1]) Vgl. Dr. J. Prinsen, Handboek tot de Nederl. Letterk. Geschiedenis, bladz. 223 v.v.

[2]) Behalve de opgave van het jaartal 1600 onder aan het titelblad wijst ook een chronogram, door den schrijver „Incarnatie" gedoopt, op het jaar der verschijning van zijn eersteling der wiskundige pennevruchten: „dIe reken-Conste CLaer deVrslet hIer t'VWen keVre,

$1 + 100 + 100 + 50 + 5 + 1 + 1 + 5 + (5 + 5) + 5 = 278.$

In desen boeCk gheMaeCkt, deVr IaqVes Van der sCheVre."

$1 + 100 + 1000 + 100 + 5 + 1 + 5 + 5 + 100 + 5 = 1322.$

$278 + 1322 = 1600$, het jaar der uitgave van Van der Schuere's rekenboek in zijn oudsten vorm.

heeft, om zich met zijn bekwaamheden dienstbaar te maken aan den snel ontluikenden handel in zijn nieuwe vaderland. Het is trouwens belangwekkend, ook in verband met het hier behandelde onderwerp, te kunnen opmerken, hoe er kort vóór en in de bekende „Tien Jaren” (1588—’98; dit „etiket” van den bekenden Fruin neem ik hier dankbaar over), een groote „trek” van onderwijskrachten plaats had van Zuid naar Noord, welke uittocht de ontwikkeling van het rekenonderwijs ten goede kwam. Deze immigranten toch vestigden zich tusschen en dikwijls met steun van hun handeldrijvende en neringdoende landgenooten meest in onze grootste handels- en nijverheidscentra als bijschoolhouders of particuliere onderwijzers, huisonderwijzers, privaatdocenten. Ze gaven in hoofdzaak onderwijs in talen, rekenen en boekhouden, vroegen en verkregen hiertoe meestal onverwijld toestemming van de plaatselijke overheid. Voor een enkele stad, nl. Leiden, in de jaren 1596—1610, heb ik dat in een studie, elders gepubliceerd [1]), tamelijk uitvoerig aangetoond uit de Gerechtsdagboeken en andere archivarische bescheiden ter plaatse, doch we staan hier nog aan het begin van een omvangrijk onderzoek.

Deze uitgewekenen beluisterden meer dan de ingeboren Hollandsche schoolmeesters de stem der practijk, om ten dienste van nieuwe bestaansmiddelen en een hoe langer hoe meer zich uitbreidend internationaal verkeer de opkomende vaderlandsche jeugd voor te bereiden door onderwijs in rekenen, boekhouden [2]), aardrijkskunde, zeevaartkennis, Fransch enz. Heb ik niet reeds drie oude rekenmeesters genoemd, wier bakermat in de Zuidelijke Nederlanden lag: Simon Stevin, geb. te Brugge omstreeks het midden der 16e eeuw, Bernardus Stockmans, geb. te Antwerpen in denzelfden tijd en Jaques van der Schuere van Meenen, geb. ± 1570? En leverden zij niet de oudste rekenboeken voor de Nederlandsche scholen der 17e eeuw af, alsmede zulke ten dienste van de practijk voor volwassenen?

---

[1]) Deze is verschenen in „Het Onderwijs”.

[2]) Ik wijs hier op een der oudste zoo niet de oudste in onze taal verschenen handleiding voor het boekhouden, nl. Bart Cloot, „Korte maniere ende stijl om boeck te houden op Italiaensche wijze”, 1582. De samensteller er van was „franchoischen schoolmeester” te Delft. Hem volgde in 1595 met een tweede handleiding Claes Pietersz van Deventer met „Boeckhouden op die Italiaensche maniere.”

Om mij echter tot eenige levensbijzonderheden van Bernardus Stockmans nog een wijle te bepalen. Zijn vader was de Antwerpenaar Jan Stockman(s), bierbrouwer van zijn vak, die zijn bedrijf mede naar Dordt schijnt te hebben overgebracht, want diens andere zoon Hans of Jan Stockmans was aldaar in het begin der 17e eeuw eveneens bierbrouwer. Onze Bernard beoefende in zijn jonge jaren vlijtig de wiskunde en in 1589 kon hij een der eerste vruchten van zijn studie aanbieden aan de stedelijke regeering der genoemde stad. De Dordtsche gemeentearchivaris, de heer J. L. van Dalen, vermeldt in zijn korte biographie van Stockmans, — een der weinige tot heden verschenen levensschetsen van onze oude rekenmeesters [1]), die echter ook nog maar enkele regels telt, de hem bekende opeenvolgende herdrukken van dit werkje, nl. die van

1622 te Middelburg,
1633 [2]) en 1637 te Utrecht,
1644 te Gouda,
1653 [3]) te Rotterdam,
1655 te Gouda, en volgende uitgaven [4]).

De 3e druk werd o.a. verbeterd bezorgd door den landmeter Cornelis van Nieurode of Nyenrode [5]) en door Abel W. Waesenaer, rekenmeester te Utrecht, vermeerderd met „een tafelken om te rebatteeren op sulcken tijt ofte interest men begeert."

---

1) Vgl. Nieuw Nederl. Biogr. Woordenb., onder redactie van Prof. dr. P. J. Blok en Dr. P. C. Molhuysen, dl. V, i.v.

2) Vgl. in de navolgende bibliographie der 17e eeuwsche rekenuitgaven, sub VI-VI c, bl. 142—143, terwijl het bedoelde nummer ook voorkomt in Nijhoff's „Bibliographie van Noord-Nederlandsche werken tot op dezen tijd verschenen", afd. IX, kol. 13, waar de editie echter vermeld wordt als afkomstig te zijn van de Rotterdamsche persen der Waesberghe's, die heel wat „Arithmetica's" hebben over- en afgedrukt.

3) Gepasseerd wordt hier de Amsterdamsche uitgave, bij J. J. Bouwman aldaar verschenen ten jare 1648. Zie mijn lijst onder VI*b*.

4) In het rekenboek van Mr. Jillis Kok, (zie lijst onder X), wordt op het jaar 1639 nog genoemd „barnardus stockman", alsmede in het hiermede vergeleken „Regester der reekenboecken". Ook van dat jaar zal dus een uitgave van Stockmans dateeren.

5) De varianten van dezen eigennaam zijn menigvuldig: „nieuwrode" (Regester) „Niuwrade" (Scheepstra en Walstra, Bekn. Gesch. v. Onderwijs en Opv. bl. 182), Nienrode (Nijhoff, Bibliographie), afd. IX, kol. 6, 20, enz.

Ook de opdracht in het rekenboek van Stockmans is merkwaardig en geeft eenig idee omtrent de bedoelingen, welke de schrijver koesterde met zijn uitgave der „Aritmetica". In de oudste uitgave deelt de schrijver mede aan zijn „Eerweerdighen, wijsen, seer voorsienigen Heeren," (waarmee de stedelijke Magistraten, inz. de Schepenen van Dordt bedoeld werden), hoe „wy by experientie dagelijcx bevinden, hoe noodich, nut ende bequaem de Const va(n) Arithmetica (dat is de konst van Rekenen, tellen of Cijfferen), wesen mach", daar zij, in 't kort gezegd, het eerst en meest aansloot bij de practijk van 't leven. Handeldrijven, zaken doen, een bedrijf exploiteeren, ja, het geheele leven en verkeer der menschen onder elkaar, kan niet gedacht worden zonder vaardigheid in de bewerking met getallen. Behalve deze materieele waarde erkent de schrijver nog de formeele beteekenis van het rekenonderricht, „boven alle andere Consten diemen de seven vry Consten noemt" verheven, hoewel bekend is, dat juist de arithmetica volgens het Middeleeuwsch schoolbegrip een der zeven vrije kunsten was! Die formeele waarde was reeds door Augustinus aangetoond in de woorden, welke Stockmans aldus weergaf: „Niemant en can te recht de Hemelsche dingen gheweten, ten sy dat hy van te voren wel gheleert hebbe de Const van wel te tellen".

Op deze wijze gaat de schrijver voort, het nut der rekenkunde aan de Dordtsche vroede vaderen duidelijk te maken en hij kon niet nalaten, om „deze Corte ende eenvuldige Instructie...... op het claerlijkste, ende lichtste, naar (zijn) cranck vermoghen, in gheschrift te stellen," mede op verzoek van zijn vrienden. En ook had de stad zijner inwoning behoefte aan een dergelijk werk, want in geestelijken zin leefde men in dien tijd nog zeer plaatselijk en moest de voorziening in die behoefte daaraan beantwoorden. M.a.w. de schilder schilderde in de eerste plaats voor zijn medeburgers, de koopman leverde zijn waar vóór alles aan zijn plaatsgenooten, de schoolmeester-schrijver werkte voor zijn medemenschen in dezelfde stad of hetzelfde dorp en eerst daarna kon de omwonende en vreemdeling van het aangebodene profiteeren. Elk had zijn afgebakend terrein als afzetgebied voor behoeften-voorziening, dat bij velen zich niet verder uitstrekte dan tot de uiterste randen der bastions, welke de stad hunner inwoning afdekten.

Op het stuk der geschiedenis van het rekenonderwijs overgebracht, wil zulks dit zeggen. Dordt, Haarlem, Amsterdam, Middelburg, Nijmegen, Zwolle enz. zagen zoo langzamerhand een rekenmeester tot zich komen, die een rekenboek schreef allereerst voor plaatselijke behoeften. En kwam zich in de meest belangrijke steden niet zoo iemand vestigen, of werd er althans geen „plaatselijk" rekenboek geschreven, dan nam de een of andere schoolmeester de gelegenheid te baat, om uit de meest bekende handleidingen een keuze te doen en die te bewerken voor een „plaatselijke" pers, dikwijls met weglating van den naam en het portret van den oorspronkelijken schrijver. Dit verklaart het groot aantal drukken, welke sommige rekenboeken beleefden, doch waarbij het auteursrecht dikwijls schandelijk werd geschonden. In de bovenaangehaalde uitgaven van Stockmans' werkje vindt men hiervan reeds een enkel bewijs.

Alzoo, Dordrecht had een rekenboek noodig voor zijn jeugd, die straks in den handel zou gaan, of op andere wijze aan het bedrijfsleven zou medewerken. Degene, die het schreef, diende derhalve het publiek belang en had dus recht op bescherming door de stedelijke overheid. Dit was de gewone redeneering der auteurs en ook Stockmans was die meening toegedaan. Vandaar zijn motief voor de opdracht aan de Magistraten, hetwelk hij aldus omschreef: „Ende alsoo ick niemanden en weet, wien ick desen mijnen cleynen arbeydt behoorlycker behoorde te dediceren, toe schrijven, ende te Recommanderen dan aen uwe Eerw(aerd)e, onder wiens Jurisdictie, beschuttinghe ende Beschermінghe ick woonachtich ende Ingeseten ben," ook omdat hij wilde medewerken om „der Jonckheyt dagelycks meer ende meer te imployeren" en „om de Jeucht" tot „gheschicktheydt ende goede perfectie" te mogen brengen.

En om zich eenigermate te verzekeren tegen de aanslagen der plagiatoren op zijn werk, riep hij mede de hulp in van de regeeringsleden. Deze zonden bij acceptatie van de opdracht als beschermmiddel presentexemplaren door naar hun collega's, — rechters in andere belangrijke plaatsen — waardoor gewaakt werd tegen overdruk of letterdiefstal, omdat men het contrôlemiddel bij de hand had. Dit verklaart de aanwezigheid van de hier beschreven rekenboeken in de bibliotheek der voormalige Schepenbank te Breda. En zelfs kan opgemerkt worden, dat de Schepenen van den inhoud der handleidingen nog konden profiteeren ten eigen nutte in hun ambtsvervulling, waar vele moeilijke kwesties inzake hun judicium in civiele zaken, b.v. op het stuk van erfdeeling, kustingbrieven, geschillen uit de handelspraktijk, haar oplossing vonden door overeenkomstige uitgewerkte voorbeelden in de oude rekenboeken.

In de door mij gebruikte uitgave van Stockmans' rekenboek vertelt de bewerker, Cornelis van Nieurode, nog het volgende omtrent

Titelblad van den druk van 1637 van Stockmans' „Aritmetica."

de degelijkheid en het vruchtbaar gebruik, maar ook van het verval des werks. De auteur scheen toen, nl. in 1637, al gestorven of naar elders vertrokken te zijn, want hij wordt door Van Nieurode aangeduid als: B. S. *eertyts* Françoysche Schoolmeester binnen Dordrecht". Zijn boek was volgens den bewerker „altijt wel begheert geweest door de brede beschrijvinge ende clare wytlopige instructiën, die daerinne zijn, tot groot behulp ende goedt onderwijs voor alle Discipelen die begherich zijn de Cijfferconst te leeren, *als oock mede voor vele Schoolmr. welck niet al te vast inde zelve Const en zijn."* Daarom was het boek reeds verscheidene malen herdrukt, doch niet voldoende van misstellingen en drukfouten gezuiverd, zoodat de laatste edities onbruikbaar waren geworden, doordat men er meer dan 2000 fouten in kon tellen. Daarom ook had hij een nieuwe welverzorgde uitgave op zich genomen, dienstig voor allen, „die haer eenigher ley wyse met Coopmanschap ofte reeckeninghen zijn behelpende". De uitgever wees verder op de door hem in het boek aangebrachte veranderingen, die in de practijk verbeteringen zouden blijken, vooral ten gerieve van „Cooplieden, Boeckhouders ende Cassiers, alsoock Ontfangers ende Rentmeesters.

Interessant is ook de mededeeling, dat bij moeilijkheden advies kon worden gevraagd bij sommige rekenmeesters in andere plaatsen, waar het boek eveneens gebruikt werd. Van der Schuere had zich daarvoor ook reeds persoonlijk beschikbaar gesteld. In „Den Avthevr tot synen Boeck" schreef deze o.m. aan de gebruikers van zijn geestesproduct:

End' ist dat sy van doen yet hebben el [1]),
Dat ghy (te swack) noch niet en condt verdragen,
Sy meughent my, u Vader comen vraghen
Die my daer toe voor elck bereyd' altijt,
Soo langhe Godt my gheven sal respijt."

Zoo deed ook Van Nieurode ter aanwijzing voor de Amsterdamsche rekenaars, die Stockmans' werkje in studie namen. Daar de bewerker zelf in Utrecht woonde, had hij in de Amstelstad een zijner vrienden in den arm genomen. Zijn advies luidde als volgt: „Doch zoo yemandt binnen Amsterdam noch naerder ende claerder onderrichtinghe van de zelve practijk voor 't eerst begheerde, die versoecke t'selve aen Mr. Henrick Kaldekercken, Françoysche Schoolmeester, wonende aldaer op de Brestraet aen S. Teunis Merckt, die yeder die 't belieft goede onderrichtinghe daer in doen zal."

Als landmeter meende Nieurode zijn publiek nog een practischen

---

[1]) Anders, het tegenovergestelde, hier vermoedelijk: (dat U te) moeilijk of moeilijker is; vgl. Verdam, Middelned. Wdb. i.v.

dienst te bewijzen door „tot lust van de Liefhebbers sommige Geometrische questien[1]) hier achter aen bij te voeghen, om den geest te scherpen voor die lust hebben in de Const van Geometria." Dit drukte natuurlijk een geheel nieuw stempel op den inhoud des werks, doordat het niet langer een handels- maar tegelijk een meetkundig rekenboek werd. De uitgever betoogt ook nu, dat hij meent gehandeld te hebben „tot dienst van alle eenvoudige ende tot welvaert van 't ghemeene best, uyt liefde tot de Const."

De tijd, waarin de hierboven beschreven rekenboeken ontstonden, bleek langzamerhand de geesten meer ontvankelijk te maken voor bestudeering van rekenkundige vraagstukken. Hij sloot een periode af, waarin op de scholen en in het volle leven de studie van kerk en godsdienst in het midden stond en die zoowel op de harten als op de hoofden geheel beslag had gelegd. Wel was de arithmetica een der onderwijsvakken geweest, doch haar methode was dor en onbegrijpelijk en veel beoefenaars kon ze niet tot zich trekken. Wat er in de kloosterscholen en in de grootste parochiescholen op het stuk van rekenen geleerd was, geschiedde volgens de methode der Romeinen, welke nog geen relatieve waarde der eenheden kenden. Eerst toen de Indisch-Arabische cijfers in gebruik kwamen, de Longobarden optraden als de eigenlijke rekenmeesters voor de West-Europeesche volken, en het rekenen in liniën vooral in Duitschland veel werd toegepast, waarbij de plaats der eenheden door verschillende lijnen of kolommen werd uitgedrukt en aldus een onderscheid in de relatieve waarde der cijfers werd aangegeven, begon de rekenkunde vooral in de practijk ingang te vinden. Dit viel samen met den bloei van Venetië als het middelpunt van den wereldhandel, waarop de handelswegen via de Hansesteden, Keulen, Nürnberg en Augsburg, uit de Nederlanden en de Duitsche landen uitliepen.

---

[1]) Die „questien" blijven beperkt tot het terrein der lagere meetkunde en vertegenwoordigen in hoofdzaak de meest elementaire begrippen uit de planimetrie en stereometrie. Van Nieurode is ook de eerste uitgever van de z.g. „15 boecken euklides," dus vóór Jillis Kock. Vgl. mijn artikel in „Het Schoolblad", l.c.; ook: Nijhoff, Bibliographie, afd. IX, Kol. 6, die het werkje opgeeft als uit het Latijn te zijn overgezet door G. V. N(ieurode), Uytr. 12mo z. j. en de uitgave van Kock niet geboekt heeft. De leer van de quadratuur des cirkels beschreef van Nieurode voor zijn tijd in „Volkomen proportie des cirkels diameter teghen synen ronden om-loop", eveneens te Utrecht verschenen in 1628.

„Nach Beendigung der Seekriege mit der Nebenbuhlerin Genua (in der Zeit von 1256—1381) ist Venedig Herrin des Mittelmeeres und des Levantehandels", (Ploetz, Auszug aus der Geschichte). In dien tijd verscheen in Duitschland het oudste rekenboek van den schrijver-drukker Heinrich Petzensteiner, „Rechnung in mancherley weys, waarin reeds het tellen, de vier hoofdbewerkingen met geheele en gebroken getallen en de regel van drieën afzonderlijk behandeld en op de practijk des handels toegepast werden.

Langen tijd behielp men zich in het internationale handelsverkeer met dit werkje, totdat in de eerste helft der 16e eeuw de veel uitvoeriger en ook practischer rekenboeken van Adam Riese in Duitschland in gebruik kwamen, en eenige decenniën later ook hier te lande de oudste 16e eeuwsche rekenboeken hun intrede deden o.a. met: „Nicolaus Petri Daventriensis, Practicque om te Leeren Rekenen, Cypheren ende Boeckhouwen, met die Reghel Coss [1]), ende Geometrie, seer profijtelijcken voor allen Coopluyden," waarin naast de rekenkunde ook de algebra, de meetkunde en het boekhouden vluchtig werden aangeroerd terwijl de opzet in meerdere opzichten van alle methodiek gespeend was. Hetzelfde gold ook de rekenboekjes van Robrecht van Heusden en Cornelis Cresvelt, welke tusschen 1570 en 1590 waren uitgegeven en die door den bekenden schoolmeester van Barsingerhorn, Dirck Adriaensz Valckoogh aldus werden aangekondigd: Een boexken, daer 't fundament van cyfferen in staet, by Robrecht van Heusden in ordine ghestelt", en „Om Arithmetica en 't reekenen voorts te leeren (door) C. Cresvelt." [2])

Een zelfde samenloop van omstandigheden als welke ik boven schetste in de opkomst en handelsbloei van Venetië, hetgeen aanleiding was voor onze Oostelijke naburen in de aanzienlijke Hansesteden tot het geven van beter onderwijs in het rekenen en dientengevolge ook tot de publicatie van schriftelijke handleidingen voor dat vak, heeft men kunnen ontdekken in wat ik hiervoor schreef over het verband tusschen den val van Antwerpen in 1585, den uittocht van een groot aantal onderwijskrachten van de Zuidelijke naar de Noordelijke Nederlanden, het verrijzen van een menigte bijscholen, waar het onderwijs meer dienstbaar gemaakt werd aan de practijk.

[1]) Algebra.

[2]) Sommige schrijvers spreken hier met meer of minder recht van een z.g. Deventer methode en een dito richting; vgl. o.a. J. J. Verbeeten en A. Vincent, Opvoeding en Onderwijs, I, 329.

Reeds een eenvoudige vergelijking tusschen de „Practicque om te Leeren Rekenen" enz. van Claes Pietersz van Deventer in den druk van 1596 en de oudste uitgave van Van der Schuere's „Arithmetica oft Reken-const" van 1600 bewijst, hoeveel practischer het werkje des laatstgenoemden schrijvers was ingericht en geredigeerd.

Deze eerste editie van 1600 overtrof in theoretischen opzet en practischen uitleg al het tot dusverre geleverde.

De nieuwe tijd kwam en met dezen geheel nieuwe eischen op het stuk van onderwijs. De geringe leerstof was voor het leven onvoldoende en veroorzaakte, dat langs den weg van het particulier initiatief bijscholen geopend werden. De handel vroeg om vaardigheid in het rekenen, bedrevenheid in het opstellen van brieven, eenvoudige kennis der aardrijkskunde, hoofdzaken van het Fransch. De allergebrekkigste leerboeken moesten vervangen worden door betere. De practische koopmansgeest deed de richting van het rekenonderwijs geheel veranderen. Langzamerhand zouden de raadselsommen worden tot oefeningen in eenvoudig cijferen en het leeren omgaan met de groote verscheidenheid van munten, maten en gewichten.

Hierin vindt men de verklaring van het ontstaan der betrekkelijk vele rekenboeken gedurende de 17e eeuw en van het uiterst weinige, wat de 16e in dit opzicht laat zien. En dat, niettegenstaande het schoolreglement voor de steden en het platteland, staande onder de Generaliteit van 3 Mei 1655, van de onderwijzers, die in dat gebied officieel in de school werkzaam waren, eischte, dat zij goed behoorden te schrijven, de psalmen Davids goed moesten kunnen zingen en ten slotte *een weinig* wisten te rekenen. De practische koopmansgeest onzer vaderen zorgde echter wel, dat de samenstellers der rekenboeken in hun werk voldoende gewaardeerd en gehonoreerd werden.

Met het oog op de onvolledige bibliographie onzer rekenboeklitteratuur [1]) laat ik ten bewijze van het vorenstaande hier de door mij samengelezen lijst van werkjes en handleidingen volgen, welke gedurende de 17e eeuw in de Noordelijke Nederlanden zijn verschenen:

I. Schuere van Meenen, Jacques van der,
Arithmetica, oft Reken-const,
Haerlem, by Gillis Rooman, 1600, 8vo.

[1]) Zie ook de belangrijke studiën over dit onderwerp van Dr. J. du Saar in „De Verzekering", Jg. 1923.

Ia. Hetzelfde, versch. bij Adriaen Rooman, 1615, 8vo.
(met bijzonder drukkersvignet aan de achterzijde, niet voorkomende bij I, in welks rand de woorden van Gen. III, 19: „Int sweet ws aensichts svldi v broot eten." Deze uitgave wordt niet genoemd in de „Catalogus van boeken, in Noord-Nederland verschenen van den vroegsten tijd tot op heden," afd. IX, kolom 12, 's Gravenhage, Martinus Nijhoff, 1911. Wel de volgende edities:)

Ib. Hetzelfde, „By den autheur oversien, verb. en verm. Amsterdam. D. van der Schuere, 1643, 8vo.

Ic. Hetzelfde. Rotterdam. P. van Waesbergen, 1653, 8vo. Deze 4 drukken zijn de voornaamste van het rekenboek, door Van der Schuere samengesteld, omdat ze, — althans de edities van I—Ib—, door den schrijver eigenhandig zijn bewerkt, verbeterd en vermeerderd. De volgende drukken zijn slordig en soms zonder naam op het titelblad. Een misstelling in ons aangehaald artikel, in „Het Schoolblad", l.c. dient hier te worden gerectificeerd, nl. dat reeds bij den aanvang der 17e eeuw deze rekenboeken werden gebruikt, inplaats, gelijk daar staat, in de 16e eeuw. Omstreeks 1645 leefde de schrijver nog.

II. Stevin, Simon L'arithmetique, Leide, Elzevier, 1625.

III. Willemsz. Harm. Arithmetica, Enckhuysen,
by I. L. Meijer 1616.
(de 4e druk verscheen te Hoorn, 1749, 8vo).

IV. Stevin, Simon, De thiende, leerende door ongehoorde lichticheyt alle rekeninghen afveerdighen door heele getallen, Ter Goude, 1626, 4to.

V. Stockmans Jansz. Bernardus. Een corte ende eenvuldighe instructie, om te leeren cijfferen, enz. Van nieus overz. en verb. door C. P. Boeye, Utrecht, 1630, 8vo.

De 1e uitgave van dit oudste cijferboek, hier te lande verschenen, heeft men tot heden niet op het spoor kunnen komen. Stockmans moet het omstreeks 1600 hebben geschreven.

VI. Stockmans Jansz. Bern. Arithmetica ofte cijffer-boeck, Rotterdam, P. van Waesberghe. 1633 8vo.
Dit is een der eerste Rotterdamsche herdrukken van de oorspronkelijke uitgave van 1589. Zie hiervoor nog het

lijstje van de diverse uitgaven van dit rekenboekje met de bibl. aant. bl. 134.

VIa. Hetzelfde, verb. en verm. door Abel Waesenaer, Rekenmeester tot Utrecht, met een inleiding en toevoegingen in den tekst door Cornelis van Nieurode; gedr. tot Utrecht, by Esdras Willemsen Snellaert, 1637 8vo.

Ook deze uitgave is niet vermeld in den Catalogus van boeken, in Noord-Nederland verschenen, enz.; vgl. ald. afd. IX, kol. 13. Een exemplaar is nog voorhanden op de aangegeven plaats te Breda.

VIb. Hetzelfde, Amsterdam, J. J. Bouman, 1648 8vo.

VIc. Hetzelfde, Rotterdam, 1653 8vo.

VII. Smits, Piet, De arithmetica, verdeeld in 4 dln.
Leyden, J. Roels, 1635. 8vo.

VIII. Wilkens, Mart., Officina algebrae.
Groningen, A. Eissens, 1636. 4to.

In dit zeer oorspronkelijke werk gaat de stelkunde nog hand aan hand met de rekenkunde.

IX. Bartjens Willem, Cijfferinge, 2dln.
Zwolle, Geraert Bartjens, 1633.

Dit werk heeft door zijn practische indeeling, uitvoerige behandeling der stof en last not least door de nauwkeurigheid der opeenvolgende uitgaven de meeste drukken veroverd, het langst stand gehouden en het meeste profijt afgeworpen. Reeds 12 jaren later verscheen het als

IXa. Bartjens Willem, Vernieude cijfferinghe, waer uyt men meest alle de grondt-regelen van de reecken-konst leeren kan. Swol, 1645, 2 dln. 8vo.

IXb. Hetzelfde, Amsterdam, 1693, 1707, 1732, 1736, 1737, 8vo.

IXc. Hetzelfde, Leeuwarden, 1741, 1744, 1746, 1761.

IXd. Hetzelfde, Amsterdam, 1747, 1752, 1764, 1765, 1768, 1771, 1779, 1784, 1793, 1794.

IXe. Hetzelfde, Zalt-Bommel, 1815, 8vo.

IXf. Hetzelfde; latere drukken, herz. door Jan van Dam, Klaas Bosch, Jan de Groot, Hayke Haanstra, A. B. Strabbe, e.a.

Tusschen de vele elkander snel opvolgende Amsterdamsche drukken en de Friesche uitgaven van Bartjens' „Cijfferinge" is een opvallend onderscheid. In dit gewest werden gedurende de 18e en een deel der 19e eeuw nog z.g. „eigen drukken" uit Bartjens'. rekenboeken gedistilleerd.

X. Kok, Jillis, Grondige onderrichtinge over d'arithmetica ofte rekenkonst, synde een 't Samenspreeckinge tusschen Meester en Discipel, 1649, 8vo.

Deze uitgave werd eertijds ook wel aangeduid als „15 boecken euklides, yllis kock 1649."

Het was deze schrijver, die volgens zijn eigen opgave gebruik kon maken van een nog veel grooter aantal rekenboekjes en handleidingen, dan welke ik hiervoor in chronologische orde heb opgesomd. Zijn opgaven zijn echter niet alle even betrouwbaar, weshalve ik reeds vroeger een en ander in mijn eerder aangehaald artikeltje heb gerectificeerd volgens authentieke gegevens, waardoor de volgende sommierlijke staat verkregen werd als:

„Regester der reekenboecken

1.	Adriaan van gught gedruckt	*1569*
2.	nicolaas petrij	1635
3.	antonij smyter	1620
4.	Charles hoornaert	1641 (1644).
5.	mathijs bruskens	1628
6.	willem barties	1636
7.	Marten wilckes	1639
8.	barnardus stockman	1639
9.	Sibrand hansz. kardinael	1644
10.	petrus ramus (Petrus Kamus)	1636
11.	h. c. mots	1640
12.	pieter smits	1635
13.	harmen willems	1623
14.	johan coutreels (Johan Contreels)	1626
15.	daeniel van hocke (Daniel van Houkke)	1639
16.	gillis van hoecke	*1514*
17.	C. v. Nieuwrode (C. V. Niuwrade)	1632
18.	jan belodt	1629
19.	jacob van der schure	1615 (1620) [1]
20.	daued kock	1645

[1]) De tusschen haakjes geplaatste eigennamen en jaartallen zijn abusievelijk afgedrukt bij Scheepstra en Walstra, Beknopte Geschiedenis van Opvoeding en Onderwijs, vooral in Nederland, bladz. 182.

21. willem raat 1580
22. 15 boecken euklidis yllis kock 1649;
dese sijn gemeene reekenboecken tot het gemeen gebruijck."

Slechts enkele dezer 22 nummers zijn tot heden teruggevonden, doch de dorre nomenclatuur van titels bewijst opnieuw, dat er groote behoefte bestond aan rekenboeken, dat deze behoefte tamelijk snel bevredigd werd en dat wel naar eisch en vraag van plaats en tijd. Intusschen kwamen de meeste handleidingen van de Hollandsche drukpersen, ook al weer, doordat Holland het rijkste en machtigste gewest der Vereenigde Zeven was geworden, waar de geestelijke behoeften ook het eerst vroegen om verzadiging.

Doch zetten we onze bibliographie voort:

XI. Cock, David, De cijferkonst, benevens een korte onderrichtinge, soo van het Italiaensch boeckhouden, alsoock van de voornaemste hooftstucken des Koophandels. Amsterdam, H. Tjercksz. de Vries, 3e dr. 1652, 8vo.
Een vroegere druk verscheen in 1645.

XIa. Hetzelfde, Verm. d. S. Cock, enz., gesuyv. door Is. Le Duc, Dordrecht, 1664, 8vo.

XIb. Hetzelfde, 5e dr. verb. en verm. door D. de Hollander, Amsterdam, bij Gysbert de Groot 1686 8vo.

XII. Cardinael, Sybr. Hansz., Arithmetica ofte reeckenkonst. Het eerste, tweede, derde en vierde Schoolboeck van S. H. C. 1644, 1654, 1658—'78, 4 dln. 8vo. Amsterdam, E. Cloppenburgh.

XIII. Coutereels, Joh., Arithmetica, 1620. 8vo.

XIIIa. Hetzelfde, nu nieuwelijck oversien, enz. vermeerdert door C. F. Eversdijck, Middelburg, 1658, 8vo.

XIV. Steerling. P. H., School-Cyffer-Boeck, zeer bequaem om in de schoolen gebruyckt te worden, en voorderlijck allendegeenen die de Rekenkonst leeren willen. Waar in een menichte van Leersame Exempelen bij een vergadert, ende ordentelijck gestelt zijn. Als oock vele subtijlicheden claerlijck vertoont ende geopenbaert werden, door P. H. Steerling. Schoolmeester ende geadmitteert Landt-Meter tot Alcmaer 1642.

XV. Hoornaert, Ch., Arithmetica ofte rekenkonste, Deventer, 1659,

XVI. Gietermaker, Cl. H., Arithmetica ofte rekenkonst, Amsterdam, 1661/62, 2 dln. 8vo.

XVII. Graaf A. de, Principia arithmetica (sic!) theoretica et practica (sic!).
Amsterdam, S. van Lier, 1662, 8vo.

XVIII. Cyffer-boeck, inhoudende de fundamenten van d'arithmetica. Op nieuws oversien door Cornelis de Herder, Rotterdam, 1676, 8vo.

XIX. Rademaker, H., Arithmetica ofte bouwkonstige rekeninge. Amsterdam, Hermannus van den Bergh, 1688, 8vo.

XX. Coutereels, Jean, Konstigh cyfferboeck, enz. Utrecht, 1690. Dit is een gewijzigde bewerking van nr. XIII.

XXI. Graaf, Abr. de, Wiskundigh arithmetica, enz. Op deze ordre gebraght door A. van Dam, Amsterdam, Wed. van Gysb. de Groot, 1696, 12 mo.

XXIa. Graaf Abr. de, Exemplaar-boekje van de arithmetica, zijnde een vervolg van de wiskonstige arithmetica. Op ordre gebraght door A. van Dam, Amsterdam 1715, 12mo; (de oorspr. uitgave dateert echter uit de 17e eeuw).

XXII. Kinckhuysen, Ger., Konstig cyferboeck, Amsterdam, P. Witteboel, 1699, 8vo.

De grondslag van al deze uitgaven op het meer beperkte terrein van de theorie en practijk van het rekenen was echter gelegd geworden door de oorspronkelijke werkjes van Stockmans en Van der Schuere, met uitzondering van de nrs. 8, 11, 19 en 21, waarin meer speciaal de algebra, het handelsrekenen, boekhouden, meetkundig rekenen enz. naar de behoeften des tijds en de gelegenheid des lands op den voorgrond werden gesteld. Het verdient derhalve aanbeveling, omtrent deze standaardwerkjes in eenige nadere beschouwing te treden.

Aangezien van den inhoud er van reeds een summierlijk overzicht werd gegeven, waarbij vooral op het onmethodische der indeeling en het onlogische der volgorde van de behandelde onderwerpen werd gewezen, staan we hier nog enkel stil bij de uitwerking van de stof.

Van der Schuere vangt het eerste hoofdstuk „Numeratio ofte Tellinghe" aldus aan:

„Die sijn ghetallen al te namen (d.i. noemen) niet en vveet,
Van Rekeningh' en sal hy gheven gheen bescheet."

In den volgenden druk wordt „Tellinghe" dan ook reeds „Naminge". Voorts: „Leert alle ghetallen noemen ende uytspreken, die men int Cijfferen behoeft. Ghetallen zijn, daer door de menichte van eenigh dinck verclaert wart, als door een, werdt verclaert de menichte van een eenich: Door twee, de menichte van twee eenighen," enz. Verder wordt in dit hoofdstuk nog aanwijzing gegeven, hoe het getal benoemd moet worden, nl. van rechts naar links, welke cijfers er zijn, dat men onder de getallen, — de schrijver bedoelt natuurlijk cijfers —, onderscheidt driederlei: „digitus" of „enckel-getal", bv. 1, 3, 7, 9, „articulus" of „punckt-getal", b.v. 30, 500, 8000, dus een getal van een cijfer met een of meer nullen; en ten slotte een „compositus" of „t'samen-ghevoeghde ghetal", bv. 35, 705, 1102, enz. Onder de tweede soort noemt deze rekenmeester voor het eerst „millioen of duysent mael duysent" en „bimillioen" voor ons billioen. In de 16e eeuwsche rekenboeken kende men nog geen millioen of veelvouden daarvan.

Maar overigens ziet men reeds hieruit, dat Van der Schuere en met hem zijn reeks van navolgers het cijfer voor het getal neemt, dit laatste niet als een abstractie beschouwt, zich met namen en feiten tevreden stelt, waar zijn leerlingen zaken en begrippen te verwerken moeten krijgen. Er wordt geen inzicht gegeven in den bouw en de samenstelling der getallen en die het cijfer voor een getal kende, heette ook van dat getal zelf reeds een voorstelling te hebben. De definities zijn in dit en andere hoofdstukken even omslachtig als verwarrend. Het axioma wordt in zijn bestaan en groote beteekenis niet erkend, nog minder onder woorden gebracht. De natuurlijke volgorde der getallen en dus het tellen als noodzakelijk gevolg er van blijft derhalve een in de ruimte zwevend verschijnsel, dat den mensch te hulp komt bij de bewerking met getallen. Eveneens worden gepasseerd de rangwaarde der cijfers in het getal en dus ook het verschil tusschen volstrekte en betrekkelijke waarde. Alles moet als een lesje gememoriseerd worden en voor zelfstandig denken is weinig plaats, ten hoogste voor denken achter den ontwerper der leerstukken aan. Natuurlijk was zulks ten eenenmale onvoldoende voor inzicht in de getallenleer. Stockmans gaat in zijn „Het ghetal" niet verder dan een reeks van getallen uit te drukken door cijfers.

Waar zoo de opzet en inleiding was, kan men zich indenken, waarop de verdere gang der behandeling uitliep. Als een toevallig maar gelukkig gevolg van de practijk leerde Van der Schuere zijn pupillen optellen en aftrekken met benoemde getallen. Stockmans laat eerst de optelling van onbenoemde getallen voorafgaan. Ook de bepaling van optelling is bij den eerste heel wat duidelijker en meer in overeenstemming met de waarheid dan bij den tweede. Men vergelijke slechts. Van der Schuere leert dat onder „Additio, Tsamentellinghe" verstaan wordt: „van twee, drie ofte meer ghetallen, die t'samen tellende, een somme oft ghetal maken", terwijl Stockmans voorstelt: „Additie, leert 2, 3, 4, ofte meer Sommen te gader doen ende voegen, oft het is, vele diversche sommen in een te vergaderen, maeckende van veel Sommen een, beginnende van beneden opwaerts, aende rechterhandt na de slincker," enz. Overigens wordt de hier voorgestelde methode bij het optellen nog steeds in hoofdzaak gevolgd met onbewuste toepassing der uit de hoofdeigenschap voortvloeiende secundaire eigenschappen, welke de hier bedoelde rekenmeesters eveneens verzwijgen.

Aangezien de schrijvers hun leerlingen in het rekenen hadden onder de „eenvoudighen, slechten ende ongheleerden, mede den ghenen, die den middel, tijdt ofte gheleghenheydt niet en hebben om ter Scholen te gaen," moesten ze wel een middel aan de hand doen ter zelfcontrôle, hetwelk beiden aanprezen in de bekende negenproef. Geheel aan het rekenen met geld ontleend is ook Van der Schuere's bepaling van de aftrekking: „Leert aftrecken een ghetal van een ander meerder getal, ende t'ghetal daer men af treckt, heet men schult, dat men aftreckt betalinghe, ende wat dan blijft, is de reste." Maar de drogreden, welke hierin schuilt, is zelfs vermakelijk, want de meester had beter gedaan voor het goed begrip zijner leerlingen „schult" te vervangen door bezit en „betalinghe" door schuld. Rationeeler is dan ook de uitleg van Stockmans, die de aftrekking beschouwt als het omgekeerde van de optelling, doch door zijn fout in de definieering der eerste hoofdbewerking ook de bepaling der tweede mismaakt: „Substractie, leert een somme van een ander te substraheren oft te trecken, te weten, de meeste van de minste (? *H.*); stellende altijdt de minste onder de meeste, de selve minste van de meeste treckende," enz. De proef op de som wordt echter bij beiden verkregen door de wetenschap, dat de som van aftrekker en verschil gelijk is aan het aftrektal.

Het zoeken van de som van eenige gelijke getallen op kortere wijze dan door optelling, hetgeen wij vermenigvuldigen noemen, werd door beide rekenmeesters buitengewoon onduidelijk verklaard. Van der Schuere ziet in deze hoofdbewerking: „Leert een getal door hem selven ofte door eenich ander ghetal te vermenichvuldigen, waer toe noodich is dese volghende Tafel (van vermenigvuldiging) wel perfectelijck van buyten te connen.” Hij maakte er dus een kunstbewerking van, die haar instrument vond in de tafels van vermenigvuldiging in plaats van het wezen te zoeken in een voortgezette optel-

Fol. 15.

DIVISIO.

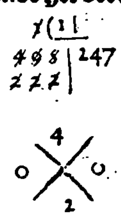
Deelinghe.

De vijfde Specie

Leert een ghetal deelen in 2. 3. 4. ofte meer ghelijcke deelen / contrarie dan in Multiplicatio het vermenichvuldighen ghelêert is.

Om deelen recht te leeren met verstande
VVilt uvven sin te vvercke stellen hier,
Daer't u betoont sal vvorden goederhande
Met vvoorden claer end' vverck menigertier.

Wildy 495. deelen in twee ghelijcke deelen / doet hem alsoo / stelt eerst t'ghetal dat ghedeelt sal worden / ende het deelende ghetal daer onder aen de slincker handt / als hier neffens de



2. onder 4 / ende seght / hoe menich mael 2. hebbe ick in 4. comt 2. mael / die schrijft achter / want 2. mael 2. is 4 / deurstreept dan 2. ende 4 / ende stelt 2. achterwaerts onder 9 / segghende / hoe menich mael 2. heb ick in 9 / comt 4. mael / schrijft dat achter / want 4. mael 2. is 8 / van 9. blijft 1. dat ghy boven de 9. stellen sult / ende deurstrepen 2. ende 9 / stellende dan 2. onder de 5. seght / hoe menich mael 2. heb ic in 15 / comt 7. mael / dat schrijft achter / ende blijft 1. stelt dat boven 5. ende teeckenet af voor reste die onverdeelt blijft / als min zijnde dan het deelende ghetal.

Proeve.

Waer ghy mede gedivideert hebt / stelt onder in't cruys / ende wat in't uytcomende ghetal over de 9. comt /

De deeling bij Van der Schuere.

ling. Stockmans had het beter begrepen, doch zijn omschrijving van het begrip vermenigvuldiging laat aan duidelijkheid weer alles te wenschen over: „De Multiplicatie die leert het een ghetal door een ander te vermeerderen, dat is soo veel als den Multiplicatuer oft den

Multipliceerder in hem selven besluyt ende bevangt, soo menichmaels te Multipliceren, te vermeerderen, oft te augmenteren den nomber oft ghetal d'welck men begheert te Multipliceeren." En dit wordt n.b.! geschreven, zonder dat eerst verklaard is, welke beteekenis aan de gebruikte termen gehecht moet worden! De tafels van vermenigvuldiging, die Stockmans als reeds gemeld werd, vóór de optelling plaatst, met de toevoeging „Die in 't Cyfferen, Rekenen, ende tellen wil prospereren, Moet deze Multiplicatie neerstelijck observeren," herhaalt hij in het hoofdstuk der „Multiplicatie" door inlijsting van de „Tabvla Pitagorica, het bekende Pythagorische kwadraat, waaruit de tafels tot en met die van 12 door de leerlingen gememoriseerd moest worden. Ook Van der Schuere richt zijn tafels door accolades op deze wijze in en leerde aldus de getallen 1—12 respectievelijk met die van 1—12 vermenigvuldigen en de verkregen producten van buiten leeren. Overigens was de behandeling dezer hoofdbewerking, gelijk we die nog heden kennen en toepassen.

Met de deeling valt die gelijkenis niet zoo sprekend uit. „Deelinghe leert een ghetal deelen in 2. 3. 4. ofte meer ghelijcke deelen, contrarie dan in Multiplicatio het vermenichvuldighen gheleert is," vertelt Van der Schuere als inleiding tot deze hoofdbewerking. We vinden hierin terug onze huidige bepaling van de verdeelingsdeeling: het verdeelen van een grootheid in eenige gelijke deelen, wanneer het deeltal benoemd en de deeler onbenoemd is, voorzoover het geldt het eerste gedeelte der definitie van Van der Schuere, doch in het kader van zijn verklaring had hij beter de typeering van de deeling als het tegengestelde der vermenigvuldiging kunnen weglaten. Daarentegen vinden we bij Stockmans geheel de definitie der verhoudingsdeeling terug: hoe veel maal is de eene grootheid in de andere begrepen in het geval als deeltal en deeler beide benoemde getallen zijn, hetgeen de rekenmeester aldus zegt: „De Divisie Leert deelen d'een somme met een ander, ende te besien hoe menichmaels een ghetal ofte somme in een ander begrepen is." Doch later weet hij ook nog van de tweede soort deeling te spreken: „Oft het is een ghetal in veel ghelijcke deelen te deylen, bewijsende hoe dickwils een ghetal oft somme in een ander meerder bevonden wordt," enz. Doch beider redeneering scheen niet logisch genoeg te zijn, om tot de eenvoudige gevolgtrekking te komen, dat de deeling in wezen niets anders is dan een bewerking, die op kortere wijze dan door gewone aftrekking leert vinden, hoe menigmaal een getal van een ander getal kan worden afgetrokken, m.a.w. hoe vaak een getal op een ander begrepen is.

De uitvoering dezer hoofdbewerking was minder eenvoudig, dan wij ze thans kennen. Ter kenschetsing neem ik uit het boekje van Van der Schuere een door dezen uitgewerkt geval met toelichting, dus van het type der verdeelingsdeeling.

„Wildy 495, deelen in twee ghelijcke deelen, doet hem alsoo, stelt eerst t'ghetal dat ghedeelt sal worden, ende het deelende ghetal daer onder aen de slincker handt, als hier neffens de 2. onder 4, ende seght, hoe menich mael 2. hebbe ick in 4. comt 2. mael, die schrijft achter, want 2. mael 2. is 4, deurstreept dan 2. ende 4, en de stelt 2. achterwaerts onder 9, segghende, hoe menich mael 2. heb ick in 9, comt 4. mael, schrijft dat achter, want 4. mael 2. is 8, van 9. blijft 1. dat ghy boven de 9. stellen sult, ende deurstrepen 2. ende 9, stellende dan 2 onder de 5. seght, hoe menichmael 2. heb ic in 15, comt 7. mael, dat schrijft achter, ende blijft 1. stelt dat boven 5. ende teeckenet af voor reste die onverdeelt blijft, als min zijnde dan het deelende ghetal."

1 (1
~~4~~ ~~9~~ ~~5~~ | 247
~~2~~ ~~2~~ ~~2~~ |

Deze, althans voor een kinderverstand wegens haar omslachtigheid, min begrijpelijke redeneering zouden wij aldus kunnen voorstellen, daarbij in plaats van naar boven naar beneden werkende:

2 / 495 \ 247
2..4 ..2
2..09
2...8 ..4
15
2....14..7
1

Bij Van der Schuere treft men den term quotient nog niet aan, wel bij Stockmans in diens druk van 1637.

Doordat de getallen in de deeling naar boven en onder telkens in hun geheel worden vermenigvuldigd met elk rangcijfer van het quotient, is de redeneering buitengewoon omslachtig en de uitwerking alles behalve overzichtelijk. Zoo vullen bij Stockmans een paar uitgewerkte „exempels" een 8-tal compres gedrukte bladzijden verklaring! Toch duurde het tot diep in de 18e eeuw, voor men het noodig vond, naar een gemakkelijker deelingsmethode om te zien, die men dan ook eindelijk vond in den huidigen vorm van de bewerking.

De „proeve" was al even lastig in het bekende St. Andrieskruis, doch ook maakte Van der Schuere reeds gebruik van de eigenschap, dat bij een opgaande deeling het deeltal gelijk is aan deeler $\times$ quotient ($+$ rest): „Ofte multipliceert het uytcomende met het deelende, daer by adderende de reste, ende moet comen het ghetal dat ghediviseert wort," het laatste geval aldus.

Na de deeling volgt bij Stockmans toepassing van deze hoofdbewerking en die der vermenigvuldiging in het herleiden der vele muntsoorten, welke in de Zeven Provinciën en ook daarbuiten gangbaar waren. Hij noemt dit hoofdstuk „Reductio van gelde", waaraan toegevoegd is een z.g. „Tafel van worpinghe," in welke een aanwijzing gegeven wordt, op welke wijze vlug herleid kunnen worden stooters en braspenningen of oortjes in deelen van een gulden. Dat hij echter hiermee in rekenkundigen zin reeds lang het terrein der breuken had betreden, schijnt niet tot den schrijver te zijn doorgedrongen. Van der Schuere handelde dan ook logischer door de practijktoepassing van „Cleene Gelden, Maten ende Ghewichten tot deelen van hare groote te brenghen," te laten volgen op de theorie van het gelijknamig maken van breuken.

Wat de practische toepassing der hoofdbewerkingen betreft, vindt men hier telkens opgaven met het antwoord er bij achter een behandeld gedeelte theorie, na de uitgewerkte voorbeelden van den schrijver. In dit opzicht komen de oude rekenboekjes wel eenigszins overeen met de huidige schoolboekjes „voor den onderwijzer" met antwoorden achter de som ter bevordering van een vlotte mondelinge of schriftelijke correctie. Ook is het merkwaardig te kunnen opmerken, hoe die opgaven bijna altijd berekeningen met geld bevatten. Eigenlijk worden hier ook niet 4 hoofdbewerkingen, maar vijf z.g. „species" behandeld, daar de „telling" voor de eerste hoofdbewerking doorging als gevolg van een gebrekkig inzicht in de getallenleer.

Na de hoofdbewerkingen volgde zonder „specie"-aanduiding bij Van der Schuere de „Regel van Drieën, door hem en anderen „Gulden Reghel," „Reghel van Proportien," enz. genoemd. Dit laatste klinkt wel vreemd als de leer der proporties zelve eerst achteraan in het boekske een plaatsje vindt. Doch voor den schrijver was de beroemde regel van drieën de zuiver rekenkundige toepassing van vermenigvuldiging en deeling samen. Hier is het weer dezelfde fout, die ik boven reeds signaleerde inzake Stockmans' toepassing van breuken in de herleiding der muntsoorten, voordat nog de breuken haar beurt hadden gekregen. En niets er van, dat de regel van drieën een bewerking is tot het vinden van een getal, door het als vierden term eener evenredigheid te beschouwen.

Overigens is er bij dit hoofdstuk wel terdege reden voor, om te wijzen op het belang der oude rekenboeken voor onze kennis der economische geschiedenis, die der cultuurhistorie van het vaderland, alsmede ten dienste van de lexicologie van vroegere eeuwen. De prijs der goederen, de soort der verhandelde waren, de sprongen in het doolhof der oneindige verscheidenheid van gangbare munten, wij volgen ze alle met aandacht bij het doorbladeren van dit gedeelte uit de practijk. Aan Van der Schuere's rekenboek ontleen ik bijv. woorden als „vettewarier", [1]), een „last Boter" voor 12 tonnen, „passement" [2]), „carsey" [3]) „stametten" [4]), „stucken naturellen" [5]), „garen-vat", „loots garen", een „last assche," „Haerlems Vidslaken", „ghelovet wordt" [6]), „'t Roet" [7]) enz. En zoo zou er meer van het prachtigste illustratie-materiaal vertoond kunnen worden [8]).

Na de hoofdbewerkingen met geheele getallen komen we dan

---

[1]) Winkelier in vetwaren en oliën: kaarsen, vetten, smeer, olie, teer, pek, traan, enz.

[2]) Omboordsel van goud- en zilverdraad, dat tot sieraad op kleederen dient.

[3]) Grof, gekeperd laken.

[4]) Zekere grove wollen stof.

[5]) Stof, die gekleurd, geverfd, bewerkt was in tegenstelling met onbewerkte, ongebleekte, ongeverfde stof.

[6]) B.v. „Soo een elle Lijnwaet ghelovet wordt 5 st. 3 p. ende men dingt af", enz. hetgeen doet herinneren aan ons: loven en bieden, m.a.w. als iets aangeboden wordt voor, geprijsd wordt op.

[7]) Vet, smeer, ook wel talk en vet voor kaarsen, vandaar het 16e eeuwsche „kersroet" of „keersruyt": „Soo eenen Osse cost 84 guldens, ende men betaelt voor excijns 13 stuijvers van 't slagh-gelt (slagersloon,) ende andere oncosten zijn 4 guld. 8 stuyv., daerenteghen vercoopt men de Huyt voor 6 gulden, 15 stuyv. ende 't Roet weghende 75 ℔ tot 3 stuyv. elck ℔. Hoe veel ℔ vleesch moet den Osse uytbrenghen, op dat het come te staen op 2 stu. elck pont?"

[8]) Ter typeering van het maatschappelijk leven dier dagen noem ik verder nog uit het hfst. „Reghel van Drie in 't gebroken": „twijn", „smallen", „loerman", „Scheer-wolle", „Plock-wolle", „Vriessche Boter", „Ammelakens", „Cap-ravens", „Bofken", „Back-gelt", „Balen Meede" enz.

met een sprongetje over den regel van drieën bij de breuken, waarbij weer de cijfervoorstellingen de getalbegrippen moeten vervangen, als de schrijvers probeeren, om duidelijk te maken wat breuken zijn. Natuurlijk gelukt dit op zulk een wijze slecht. Van het nauwe verband tusschen deeling en breuken wordt niet gerept. De cijfers,

104 Divisio in't ghebroken.

Divideert $\frac{3}{4}$ met 6 comt $\frac{1}{8}$

Item $3\frac{1}{2}$ met $\frac{2}{3}$ comt $5\frac{1}{4}$

Item $4\frac{3}{4}$ met $\frac{3}{4}$ van $\frac{2}{3}$ comt $9\frac{1}{2}$

Item/ $\frac{2}{3}$ van $2\frac{1}{2}$ met $\frac{3}{4}$ comt $2\frac{2}{9}$

Item $5\frac{5}{6}$ van $2\frac{2}{3}$ met $\frac{1}{5}$ comt $77\frac{7}{9}$

Item $3\frac{2}{3}$ met $2\frac{1}{4}$ comt $1\frac{17}{27}$

Item $4\frac{1}{2}$ van $\frac{5}{6}$ niet $3\frac{1}{2}$ van $\frac{3}{4}$ comt $1\frac{3}{7}$

Item $3\frac{1}{4}$ van $1\frac{1}{3}$ met $1\frac{2}{3}$ van $2\frac{1}{4}$ comt $1\frac{7}{45}$

Volcht den Regel van dryen in't gheheel.

Als wy u nu d'eerste fondamenten Arithmetices (te weten de vijf specien in't gheheele ende in't ghebrokẽ) hebben onderricht eñ gheleert in't lange / die u als vooreenen patroon (om alle andere regulen / vraghen eñ propositien te leeren verstaen eñ te solveren) dienen sullen: Soo willen wy nu voortaen ooch de andere regulẽ die allen Coopluyden/Cramers oft Coopmans / seer nut/ bequaem ende profijtelijcke zijn/in't lange verclarẽ/eñ by ordre stellen. Maer gemerckt dat onmogelijcken is deselve te leeren (gelijckt ooch is sonder wel gheleert te

Blz. 104 van Stockmans' Aritmetica.

die breuken moeten voorstellen met de getalwaarde er achter, worden gewoon neergeschreven ter verklaring van het begrip „breuken", zonder de essentieele kenmerken van deze getalvormen nader aan te geven.

Ook hier moet dus de cijfervoorstelling dienen als surrogaat voor het getalbegrip. Maar voor het onderwijs is de „Ersatz" van slecht gehalte, want wat tot de kennis der zaak moest leiden, werd op die wijze slechts een voorstelling van haar uiterlijke gedaante. Op zijn best werd het werken met de breukcijfers een rekenspelletje zonder inhoud en blijvende waarde, van geen beteekenis voor de

Den Reghel van Dryen in't geheel. 105

hebben den A. B. C. eenigen boec te leſen) ſonder eerſt ende te voren wel geleert te hebben de voorgaende fondamenten / jae ſwaerlijcken oft by nae onmogelijcken / ſonder de ſelve eenigen reghel / queſtie oft propoſitie te ſolveren: Soo wilt neerſtichheydt doen de ſelve wel te leeren / op dat ghy daer door bequaem meucht te orden andere Regulen te verſtaen / van de welcke den reghel van dryen den alderbequaemſten nutſten / ende profijtelijckſten is / want deſen reghel welverſtaende / ſo ſult ghy alle de ander lichtelijcken begrijpen ende verſtaen.

Deſen Reghel wordt van ſommighe ghenoemt den Gulden Reghel / daer mede zijn weerdicheydt ende deucht bewijſende. Van den Lombaerden wordt hy ghenoemt den Reghel van Try. Oock van ſommighe den Reghel van Proportien. Maer gheineynelijcken wordt hy den Reghel van Dryen ghenoemt / om dat hy dry bekende ghetalen (om tot kenniſſe des vierden te comen) in hemſelven beſluyt / van welcke drie ghetalen het eerſte ende het leſte / oft derde malcanderen moet ghelijck zijn / te weten / van eenen name ende natuere / ende d'middelſte is een ander beduydende ſake. Maer oft ghebeurde dat een van deſe drie ghetalen oft oock wel alle drie te ſamen (d'welck dickwils gheſchiet) diverſche namen hadden / als guldens ſtuyv. pen. pon. ſchel. groo. laſt. mud. ſchep. ende alſo voorts / ſoo moetmenſe tot haren cleynſten name brenghen / ende alſdan den tweeden met den derden te ſamen Multipliceren / ende t'product van dien met den eerſten te divideren / ende watter alſdan uyt comt is den tweeden ghetale ghelijckformich / te weten / den facit daer de queſtie af was / ende indien alſulcken facit van cleyne ſubſtantie is / ſoo moet ment tot een grooter brenghen / alſoo t'ſelve hier nae in't langhe genoechſaem gheleert ende ghesien ſal worden / ende inden eerſten met pon. ſchel. groo. ende daer na met gul. ſtuy. pen.

N 2 Als

Blz. 105, De Regel van Drieën in Stockmans' Aritmetica.

ontwikkeling en het verstandelijk inzicht. Op een en dezelfde bladzijde maakt b.v. Stockmans de sprong van $^1/_4$ naar $^{12}/_{13}$ en $^5/_4$, terwijl de eerstgenoemde breuk nota bene voor $^1/_2$ wordt geplaatst. Achter elke breuk in cijfers wordt eenvoudig de waarde in letters geplaatst b.v. „$^1/_4$ doet een vierendeel, $^1/_2$ een helft, $^1/_3$ een derden-deel", enz. en daarmee uit. Van der Schuere ontwerpt in ieder geval nog een breukentafel, waarbij in de bovenste rij de eenheid verdeeld wordt in halven, derden, vierden enz. tot negende deelen toe, waarna in de daaronder volgende rijen van de breuk telkens een dier gelijke deelen wordt afgetrokken, hetgeen wel ietwat beter tot het inzicht in den bouw en de samenstelling van het „breuken-lichaem" moest meewerken, doch de zaak voor het begrijpen nog verre van gemakkelijk maakte. Aldus:

$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{6}{6}$	$\frac{7}{7}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{9}{9}$
	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{9}$
		$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{9}$
			$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{9}$

enz.

Bij de hoofdbewerkingen der breuken, weer „species" genoemd en vijf in getal, werden dezelfde kunststukjes vertoond, die we thans nog kennen, maar die we nu ook door eigenschappen bewijsbaar kunnen maken, waartoe destijds niet de minste poging werd ondernomen. Als voorbeeld haal ik hier enkel aan, hoe een breuk door een breuk gedeeld wordt, waarvoor Stockmans het volgende spelletje liet zien:

„Item wildy Divideren ghebroken met ghebroken, soo Multipliceert altijdts door 't cruys ende alsoo ghy inde navolghende Exempelen sien ende leeren meucht, die u als patroonen om na te wercken dienen sullen, merckt als waer met staet, dient in plaets van het kruys, want door 't kruys gewerckt worden moet, als Divideert",

$$\frac{3}{5} \text{ met } \frac{3}{7} \text{ ende komt } 1\frac{2}{5}$$

want:

$$\frac{3}{5}\,\frac{21}{\underset{15}{\text{met}}}\,\frac{3}{7}\;\left\{\frac{3}{5} \overset{21}{\underset{15}{\times}} \frac{3}{7}\right\}$$

$$\text{komt } \begin{matrix} \cancel{1}(6 \\ \cancel{2}\cancel{1} \\ \cancel{1}\cancel{5} \end{matrix} \left\{ 1\frac{2}{5} \right.$$

hetgeen thans heel wat eenvoudiger wordt uitgevoerd:

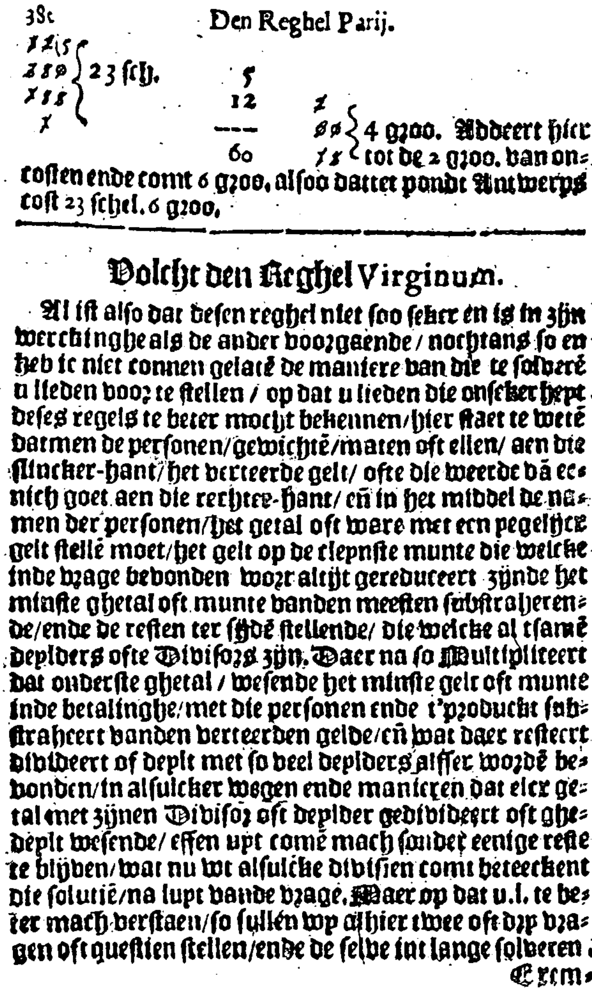
$$\frac{3}{5}:\frac{3}{7}=\frac{7}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{21}{15}=1\frac{2}{5}.$$

Het derde gedeelte der theoretische beschouwingen wordt aangeduid als „Practica", waarbij nogmaals de hoofdbewerkingen gerepeteerd worden, doch waarin het meest uitvoerig aandacht geschonken wordt aan het gebruikelijke stelsel van munten, maten en gewichten. Hiertoe behoort ook de „Rekeninghe voor Cassiers," die speciaal noodig was met het oog op de onderscheiden hier en in het buitenland circuleerende muntenvoorraad. Uit enkele vraagstukken excerpeer ik een staatje als beeld van die verscheidenheid:

„Croonen tot 6 st. 8 p.; Philippus Daelder ghelt 51 stuyvers; Men telt 8 cluyten voor eenen hoop ende een cluyt doet 2¼ guld.; Den Angelot doet 5 gulden 8 stuyv.; Croonen van 63 stuyvers; Pistoletten tot 3 gulden; Rijcxdaelders tot 46 st.; Gout-guldens tot 28 stu.; Eenen Reael van achten doet 45 st.; Van een dobbel stuyvers gaen 4 stucken in 't worp; Ruyters Blancken, doende elck $^7/_8$ stuyv.; gouden Conincx-daelders tot 55 stuyvers, (doch) die maer weert en zijn 54 stuyvers"; enz.

Na dit derde stuk is het eigenlijk afgeloopen met de „beschouwende rekenkennisse." Dan beginnen in waarheid de kunststukjes van het goochelen met cijfers langs de kronkelpaden der talrijke regels, zoodat $^1/_3$ van het boekje, door Van der Schuere samengesteld, globaal genomen rekenkunde —, of wat als zoodanig daarvoor gehouden werd —, met bijbehoorende vraagstukken bevat en $^2/_3$ sommen met het oog op de practijk, doch lang niet altijd ontleend aan de practijk, althans allerminst van practisch belang. In de laatste hoofdstukken komen echter de evenredigheden, verhoudingen en worteltrekking nog even neuswijs om het hoekje kijken.

Het zou echter ondoenlijk zijn, op al die practijksommen nog in den breede de aandacht te vestigen. Ik volsta dan ook met de kortst mogelijke samenvatting. De „Reghel van gheselschap" vinden we terug in onze berekening van aandeel in winst en verlies bij den handel in compagnie, evenals de „Facteur rekeninghe" vergeleken kan worden met den huidigen commissiehandel en daaruit voortvloeiende bepaling van het commissionnairs- en makelaarsloon, gebaseerd op een zeker percentage aandeelen in den gemeenschappelijken handel. We vinden in deze en voorgaande sommen-„vormen" zeer sprekende en levende historische beelden uit den tijd zelf. Een paar voorbeelden slechts uit het hoofdstuk „Verkeerden Reghel van Drien." Aan de talrijke stedenbelegeringen uit den tijd, dat Van der Schuere zijn boekje schreef, herinneren vraagstukken als het volgende: „Soo in een Stadt zijn 29400 Menschen die ghevictuailleert zijn voor 3 Jaer ende 7 Maenden, ende dat daer terstont uyt-trecken 12000. Menschen, Hoe veel tijdts sullen de blijvende daer bij leven? En de dagelijksche gedachte aan het gevecht ter zee vindt haar uitdrukking in een som als deze: „Ist



Den Reghel Parij.

38t
1115
2180 } 23 sch.
1118
1

5
12

60

1
00 } 4 groo. Addeert hier
11 tot de 2 groo. van oncosten ende comt 6 groo. alsoo datter pondt Antwerps cost 23 schel. 6 groo.

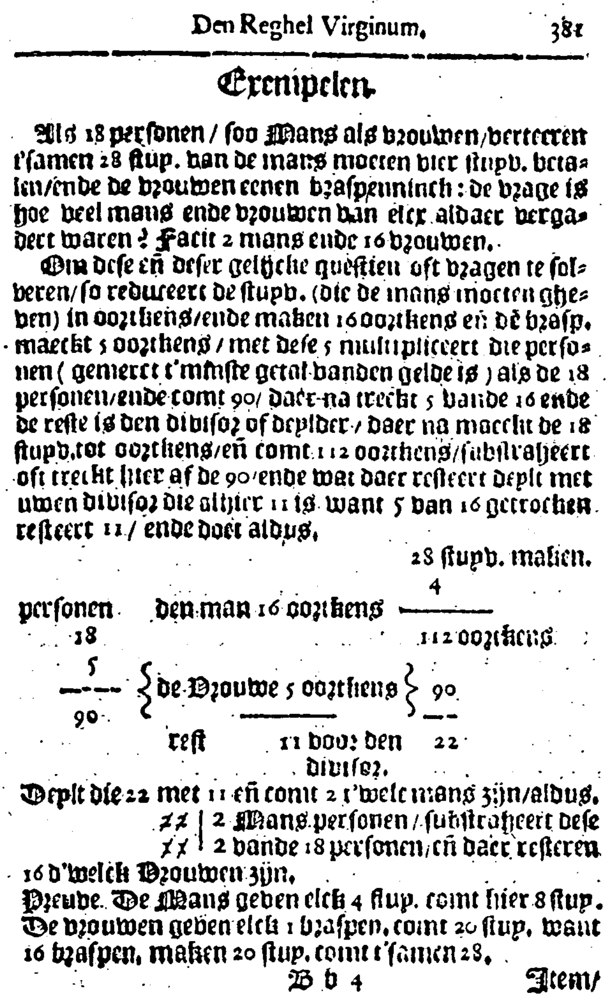
Volcht den Reghel Virginum.

Al ist also dat desen reghel niet soo seker en is in zijn werckinghe als de ander voorgaende / nochtans so en heb ic niet connen gelaten de maniere van die te solveren u lieden voor te stellen / op dat u lieden die onsekerheyt deses regels te beter mocht bekennen/hier staet te weten datmen de personen/gewichten/maten oft ellen/ aen die slincker-hant/het verteerde gelt/ ofte die weerde van eenich goet aen die rechter-hant/ en in het middel de namen der personen/het getal oft ware met een yegelijcke gelt stellen moet/het gelt op de cleynste munte die welcke inde vrage bevonden woordt altijt gereduceert zijnde het minste ghetal oft munte vanden meesten subtraheren-de/ende de resten ter zijden stellende/ die welcke al tsamen deylders ofte Divisors zijn. Daer na so Multipliceert dat onderste ghetal / wesende het minste gelt oft munte inde betalinghe/met die personen ende t'product subtraheert vanden verteerden gelde/en wat daer resteert divideert of deylt met so veel deylders alsser worden bevonden/in alsulcker wegen ende manieren dat elck getal met zijnen Divisor oft deylder gedivideert oft ghedeylt wesende/ effen uyt come mach sonder eenige reste te blijven/wat nu wt alsulcke divisien comt beteeckent die solutien/na luyt vande vrage. Maer op dat u.l. te beter mach verstaen/so sullen wy alhier twee oft drij vragen oft questien stellen/ende de selve int lange solveren. Exem-

Blz. 380 uit Stockmans' Aritmetica.

dat in de Hollantsche Vlote uytvarende A° 1599 in Mey, gheordonneert zijn te varen 29400 Soldaten, ende datse Victuaille hebben voor 3. Jaer 7 Maenden, Hoe veel sullen der selver Soldaten moeten t'huys blijven op datse kost hebben voor $6^{19}/_{348}$ Jaer?"

Doch als ik het hier heb over waardevolle historische memorabilia in zulke vraagstukjes, mag ik evenmin nalaten U de keerzijde der medaille te laten zien. Het is bekend, dat onze voorvaderen op het stuk der zeden grover waren, dan men het onder de massa in onzen tijd gedoogt. Doch hoe de ideeënwereld der spes patriae



Den Reghel Virginum. 381

Exempelen.

Als 18 personen / soo Mans als vrouwen/verteeren t'samen 28 stuyv. van de mans moeten vier stuyv. betalen/ende de vrouwen eenen braspenninck: de vrage is hoe veel mans ende vrouwen van elcx aldaer vergadert waren? Facit 2 mans ende 16 vrouwen.

Om dese en deser gelijcke questien oft vragen te solveren/so reduceert de stuyv. (die de mans moeten gheven) in oortkens/ende maken 16 oortkens en de brasp. maeckt 5 oortkens / met dese 5 multipliceert die personen (gemerct t'minste getal vanden gelde is) als de 18 personen/ende comt 90/ daer-na treckt 5 vande 16 ende de reste is den divisor of deylder / daer na maeckt de 18 stuyv. tot oortkens/en comt 112 oortkens/subtraheert oft treckt hier af de 90/ende wat daer resteert deylt met uwen divisor die alhier 11 is want 5 van 16 getrocken resteert 11/ ende doet aldus.

28 stuyv. maken.

personen den man 16 oortkens 4

18 112 oortkens

5 { de Vrouwe 5 oortkens } 90

90

rest 11 voor den divisor. 22

Deylt die 22 met 11 en comt 2 t'welc mans zijn/aldus.

~~22~~ | 2 Mans personen / substraheert dese

~~11~~ | 2 vande 18 personen/en daer resteren

16 d'welck Vrouwen zijn.

Preuve. De Mans geven elck 4 stuy. comt hier 8 stuy. De vrouwen geven elck 1 braspen, comt 20 stuy. want 16 braspen, maken 20 stuy. comt t'samen 28.

B b 4 Item/

Blz. 381. Een der practische regels uit Stockmans' Aritmetica.

destijds mismaakt werd, waar het gold de natuurgeheimen, kan niet beter dan door de volgende voorbeelden, ontleend aan de berekeningen over „Erfdeelinghe”, geïllustreerd worden. Juist omdat op dit punt nog weinig de aandacht is gevestigd, meen ik goed te doen, een paar sprekende citaten uit dat soort sommen hier te doen afdrukken.[1])

„Eenen Man overlijdende, laet achter eene bedruckte bevruchte Vrouwe, hebbende sijn Testament ghemaeckt, dat, soo Godt ter tijdt haerder baringhe, haer verleende eenen Sone, dien soude hebben $^3/_4$ des goets, ende sy de reste, waert daer en teghen een Dochter, soo soude sy selve hebben $^3/_5$ des goets, ende de Dochter de reste. Nae des Mans doodt baerde sy eenen Sone met een Dochter, Hoe veel comt elck dan, om des Mans uytersten wille niet te verbreken, soo 't goet weerdich bevonden wordt 47519 guldens."

„Eenen overleden Man achter-ghelaten hebbende een bevruchte Vrouwe met 3175 guldens, heeft sijn Testament ghemaeckt, dat, so Godt haer Moeder liete worden van eenen Sone, dien soude 3. maal soo veel hebben als de Moeder: maer, Soo t'Kindt een Dochter ware, dat en soude maer hebben half soo veel als de Moeder, Soo ontfangt sy ter tijdt haerder baringhe eenen Sone met een Dochter, ende een Hermaphroditus, dat is, half Man, half Vrouwe. Hoe veel sal elck dan hebben, op dat des Mans verbondt onverbroken blijve."

Behalve het onkinderlijk en onpractisch karakter dezer vraagstukken, zou de inhoud daarvan ook aanleiding kunnen zijn, om nader stil te staan bij de eigenaardige verhoudingen, welke destijds door het vigeerende erfrecht werden geschapen. Het zou mij verder lusten, om over het handels-etiket van de andere sommen in de volgende hoofdstukken in nadere beschouwingen te treden. Doch ter wille van de waarheid, in het Fransche spreekwoord uitgedrukt: „Le secret d'ennuyer est celui de tout dire" eindig ik met verwijzing naar het vele belangrijke materiaal, hetwelk de rekenboekjes aanbieden en dat hier nog onbesproken moest blijven.

Resumeerende som ik hier nog enkele methodische eigenschappen der boekjes op. Het rekenen werd volmaakt als een kunstje beoefend. De hoofdbewerkingen besloegen de voornaamste plaats en werden naar een gegeven voorbeeld machinaal beoefend. De

---

[1]) Versluys vermeldt in zijne Beknopte Geschiedenis der Wiskunde (§ 93) dat dit soort vraagstukken van Romeinschen oorsprong is.

Nog heden ten dage treft men dergelijke vraagstukken, die quaesties van erfrecht en niet van wiskunde zijn, in wiskundeboeken aan! Zie Derksen en De Laive Algebra I (11e druk 1919), bldz. 147—148; (Noot van de Redactie).

vraagstukken kenmerkten zich door een omslachtige redactie en geleken vaak korte verhalen. Van de rekenkundige waarheden werd geen bevattelijke verklaring gegeven en de eigenschappen der theorie van het rekenen werden zoo goed als niet omschreven, zoodat de wetenschappelijke grondslag ontbrak. Voorzoover er nog wel regels, stellingen en bepalingen werden aangeroerd of onder woorden gebracht, moesten deze door de leerlingen langs mechanischen weg gememoriseerd worden, gelijk de kennis er van hun ook aangebracht werd. Bovenal was het te betreuren, dat de kennis van de namen der cijfers en der getallen voor de kennis der hoeveelheden gold. Dat de getallen abstracties zijn, was nog niet helder; de deductieve methode werd te veel toegepast. Aanschouwelijk rekenen was nog geenszins alpha en omega geworden van alle rekenonderwijs, vooral van dat aan beginnelingen. De oude rekenmeesters van Claes Pietersz, Jacob van der Schuere en Stockmans, Bartjens en hun volgelingen tot Van Olm uit de 18e eeuw incluis dachten nog aan geen aanschouwingsmiddelen: voor hen was het cijfer het getal en wie tellen kon had reeds een voorstelling van de hoeveelheden!

Dat waren de algemeene gebreken van de treffende rij der vele 17e eeuwsche rekenboeken, welke hier te lande verschenen zijn. En zij golden ook in 't bijzonder de in dit opstel nader besproken werkjes van Van der Schuere en Stockmans. Want het nieuwe beginsel, dat de eerstgenoemde predikte in zijn opdracht [1]) en getracht heeft toe te passen in zijn werk, was nog in geen geval voldoende voor degelijk rekenonderwijs naar onze begrippen. Voor hun tijd hebben de schrijvers echter pionierswerk, vruchtbaar werk en werk van blijvende waarde geleverd. Laat ons dat in dankbaarheid als een stille hulde aan hun waardige nagedachtenis bedenken.

Ginneken, Juli 1924.

---

[1]) „Certain Orateur ancien, digne de haute recommendation, dist, que l'instruction (donné par maniere de questions ou exemples) a beaucoup plus d'efficace & vertu, que les paroles nuës, d'autant que les exemples excitent assez plus vivement les courages humains à comprehension de ce, dont ils sont desireux". Doch dit was nog niet de levende aanschouwing, waarvan we thans uitgaan bij het onderwijs!

DER FUNKTIONSBEGRIFF IN DEN HÖHEREN SCHULEN DEUTSCHLANDS[1])

VON

W. LIETZMANN IN GÖTTINGEN.

Der Funktionsbegriff ist zum Kennzeichen geworden für die grosse mathematische Reformbewegung, die etwa um 1900, zunächst von Deutschland und Frankreich ausgehend, den mathematischen Unterricht wohl aller Kulturländer nach und nach ergriffen hat. Allerdings ist zweierlei dazu zu bemerken: Einmal hat diese Reform *nicht nur* die Einführung des Funktionsbegriffes bewirkt und sonst nichts, und zum andern hat sie nicht etwa Funktionen als etwas ganz Neues dem Lehrstoff der höheren Schulen einverleibt. Funktionen waren immer schon in Tabellenform, ich erinnere nur an die trigonometrischen Funktionen und die Logarithmen, oder in graphischer Form — hierhin gehört, wenn man will, die ganze analytische Geometrie — an höheren Schulen berücksichtigt worden. Aber das Entscheidende war, dass der ganze arithmetisch-algebraische Unterricht von Anfang an „wie von einem Ferment", so hat man gesagt, vom Funktionsbegriff durchsetzt werden sollte.

Ich möchte Ihnen nun heute nicht über die grundsätzlichen Dinge sprechen, von Zweck und Ziel dieser Behandlung des Funktionsbegriffes, von der dadurch erreichten Schulung in formaler und materialer Hinsicht, ich will vielmehr einige didaktische Probleme herausgreifen, die die unmittelbare Unterrichtserfahrung zur Erörterung stellt. Ich muss um Nachsicht bitten, wenn ich Ihnen dabei teilweise Bekanntes vortrage; es ist immer ein schwieriges Ding, wenn jemand in einem ihm nicht ganz bekannten Lande über Schulerfahrungen spricht.

Damit wir uns von vornherein über die zeitliche Eingliederung der zu behandelnden Kapitel der Funktionslehre klar sind, stelle

[1]) Nach einem im Pädagogischen Institut der Universität Amsterdam gehaltenen Vortrage.

ich eine vergleichende Uebersicht des holländischen und des deutschen Schulsystems gegenüber. Sie erkennen zunächst in der leicht lesbaren Darstellung der Fig. 1 das Schema des auf der 6-stufigen Volksschule aufbauenden höheren Schulwesens Ihres Landes, wobei

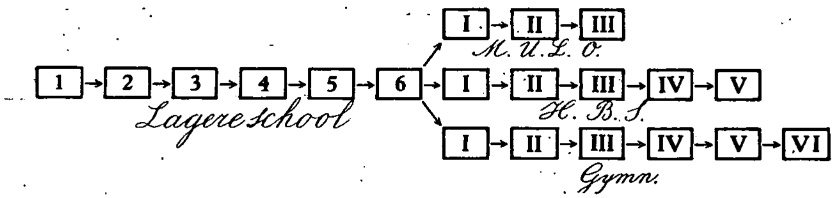


Fig. 1. Holland.

ich auch die M.U.L.O. mit einbezogen und H.B.S. und Gymnasium nebeneinander gestellt habe; ich hätte noch die Lyzeen hinzufügen können, die H.B.S. und Gymnasium unten während zweier Klassen in einem gemeinsamen Unterbau vereinigen.

In der deutschen Schule, die das Schema von Fig. 2 wiedergibt, sehen Sie zunächst als allen gemeinsamen Unterbau eine im Gegen-

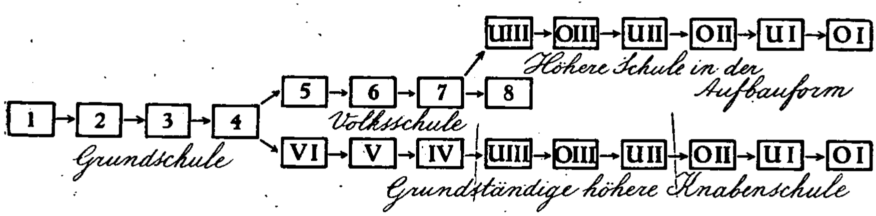


Fig. 2. Deutschland.

satz zu Ihren 6 Jahren nur 4 jährige „Grundschule". Von hier gehen die Schüler zu der „grundständigen höheren Schulen", die 9 Jahresstufen umfasst. Man beachte, dass also der Weg zur Reife 13 Jahre umfasst, nicht 12 oder 11, wie bei Ihnen. Man drängt auch bei uns zu einer Verringerung auf 12 Jahre. Der Versuch des Staates Hamburg, das durch eine nur 8-jährige grundständige höhere Schule zu erreichen, ist als gescheitert anzusehen. Dagegen treten viele dafür ein, wenigstens gut begabte Schüler die Grundschule bereits in drei Jahren durchlaufen zu lassen. Früher war das allgemein üblich, als es noch besondere „Vorschulen" für solche Schüler gab, die beabsichtigten, in eine höhere Schule überzugehen. Diese Vorschulen sind aber überall abgeschafft worden.

Es spielt für uns im Augenblick keine Rolle, von welchem Typ die grundständige Anstalt ist, ob Gymnasium oder Oberrealschule, die etwa Ihrer H.B.S. entspricht, oder aber Realgymnasium oder auch eine der anderen älteren oder neuen davon etwas abweichenden Formen. Wir befinden uns gegenwärtig in den verschiedenen Staaten Deutschlands (das höhere Schulwesen ist letzten Endes Sache der einzelnen Staaten, nicht des Reiches!) in einer Periode der Neugestaltung, deren Einzelheiten verständlich zu machen einen Vortrag für sich beanspruchen würde.

Ich muss nun aber Ihre Aufmerksamkeit noch auf einen anderen Zugang zur Hochschulreife lenken. Die nicht zur höheren Schule gehenden Schüler bleiben noch 4 Jahre schulpflichtig und besuchen die mit den Grundschulen unmittelbar verbundenen Volksschulen. Es ist nun aber neuerdings möglich, nach dem 7. Jahre in eine „Aufbauschule" überzugehen, die in weiteren 6 Jahren gleichfalls zur Hochschulreife führt. Auch hier kommen mehrere Typen vor, die näher zu kennzeichnen sich hier erübrigt. Solcher Aufbauschulen wird Preussen jetzt zu Ostern 1925 schon nahe an 100 haben.

Ich habe in die einzelnen Kästchen der Figur unsere von der holländischen abweichende Klassenbezeichnung hineingeschrieben. Die Klassen Sexta (VI) bis Quarta (IV) bilden die Unterstufe, Untertertia (U III) bis Untersekunda (U II) die Mittelstufe, Obersekunda (O II) bis Oberprima (O I) die Oberstufe. Vielleicht erwarten Sie von mir auch die Angabe der Wochenstundenzahlen für Mathematik. Diesem Wunsch kann ich nicht willfahren. Die Zahlen sind in den verschiedenen Typen und obendrein in den verschiedenen Staaten ganz verschieden, zum Teil sind sie gerade jetzt stark umstritten. Sie schwanken zwischen 3 als Minimum und 6, in Sonderfällen auch noch etwas mehr, als Maximum.

Es ist im Rahmen eines kurzen Vortrages unmöglich, das Eingreifen des Funktionsbegriffes in den Lehrstoff der höheren Schulen systematisch zu verfolgen, selbst wenn man sich auf Andeutungen beschränken wollte. Ich verweise denjenigen, der eine solche geschlossene Darstellung sucht, auf die didaktische Literatur [1]) oder auf eines der aus der praktischen Erfahrung heraus entstandenen

---

[1]) Ich darf etwa auf den entsprechenden Band meiner Methodik verweisen: *W. Lietzmann*, Methodik des mathematischen Unterrichts, II. Band, 2 Aufl., Leipzig, Quelle und Meyer, 1923.

Schulbücher, wie wir deren in Deutschland eine ganze Anzahl haben [1]). Im übrigen haben Sie ja auch in der holländischen Lehrbuchliteratur Beispiele solcher Lehrgänge. Ich beabsichtige vielmehr, einige besondere, zumeist in unserer deutschen Didaktik noch umstrittene Probleme aus dem praktischen Unterricht herauszugreifen und Ihnen vorzuführen.

Ich beginne mit dem Problem der empirischen Funktionen. Soll man an den Beginn der Beschäftigung mit dem Funktionsbegriff eine gewissermassen propädeutische Behandlung stellen, wobei man an der Hand empirischer Funktionen mit einer Reihe grundlegender Begriffe vertraut macht? Als solche Eigenschaften kommen etwa in Betracht: Darstellungsmöglichkeit in Tabellenform, in graphischer und in analytischer Form und Ineinandergreifen der verschiedenen Arten, Stetigkeit und Unstetigkeit, Eindeutigkeit und Mehrdeutigkeit, Steigung, Flächeninhalt, Periodizität, Vergleich verwandter Kurven, Addition (Superposition), Multiplikation usf.

Die Stimmen, die gelegentlich gegen dieses Kapitel laut geworden sind, richten sich nicht so sehr gegen diese Einführung an sich, als vielmehr gegen die Wahl der Beispiele. Es spielt dabei die Eulersche Beschränkung des Funktionsbegriffes auf analytisch fassbare Funktionen eine Rolle, die weitergehende Dirichletsche Fassung wird, wohl oft aus Unkenntnis, abgelehnt. Man spottet über die mannigfachen Beispiele rein erfahrungsmässig gegebener Funktionen aus der Physik, den Naturwissenschaften, dem praktischen Leben; man spricht von einem Bilderbuch, oder man sagt, die physikalischen Beispiele gehörten in die Physik, nicht in die Mathematik. Ich bin anderer Ansicht; dann würden auch physikalische Anwendungen der Gleichungslehre in die Physik und nicht in die Mathematik gehören. Ich möchte Ihnen hier ein paar Beispiele aus dem Gebiet der empirischen Funktionen vorführen, die man vielfach im Unterricht abseits liegen lässt. Sie sollen zweierlei zeigen: Einmal, dass die Mathematik auch zur staatsbürgerlichen Erziehung beitragen kann, zum anderen, dass die empirischen Funktionen nicht nur für den arithmetischen Anfangsunterricht, sondern auch in den oberen Klassen Bedeutung haben können.

---

[1]) Verg. z. B. W. *Lietzmann*, Aufgabensammlung und Leitfaden für Arithmetik, Algebra und Analysis, Ausgabe B: für Realanstalten, Unterstufe, 4. Aufl. 1924, dass. mit P. *Zühlke*, Oberstufe, 3. Aufl. 1924, Leipzig, B. G. Teubner.

Im Leben des Staatsbürgers spielen Tarife eine grosse Rolle; Eisenbahn und Güterbeförderung, Briefsachen und Telegramme, Steuern und Gebühren, überall begegnen wir Tarifen. Im einfachsten Falle sind es Stufentarife, wie der plastische und, wie die graphische Darstellung sogleich erweisen wird, auch vom mathematischen Standpunkte aus recht glückliche Ausdruck lautet.

Ich will als Beispiel einen der Wirklichkeit nachgebildeten, nur wenig vereinfachten Fall aus der ersten Kriegszeit wählen[1]). Bei einem Einkommen bis zu 9000 M wird eine Teuerungszulage gegeben und zwar in der Weise abgestuft, dass bei einem Einkommen bis zu 3 000 M eine Zulage von 1500 M, bei einem Einkommen von mehr als 3 000 M bis 6 000 M eine Zulage von 1 000 M, schliesslich bei einem Einkommen über 6 000 M bis zu 9 000 M eine Zulage von 500 M gewährt wird. Fig. 3 stellt den Tarif dar. Es ist eine Treppenkurve mit drei absteigenden Stufen gleicher Länge und Höhe.

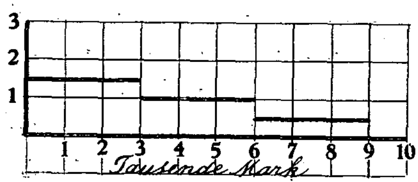


Fig. 3.

Ich möchte übrigens auf eine bemerkenswerte rein arithmetische Eigenschaft der Treppenkurven hinweisen: Wenn der Tarif eindeutig sein soll, so muss an jeder Unstetigkeitsstelle bestimmt sein, ob das Ende der einen oder der Anfang der anderen Stufe gilt. Der Wortlaut der gesetzlichen Bestimmung muss das festlegen. Entweder haben also die einzelnen Stufen keinen Anfang oder kein Ende. Tritt etwa das erste ein, so hat die Stufe, abstrakt mathematisch gesprochen, keinen Anfangspunkt, keinen ersten Punkt.

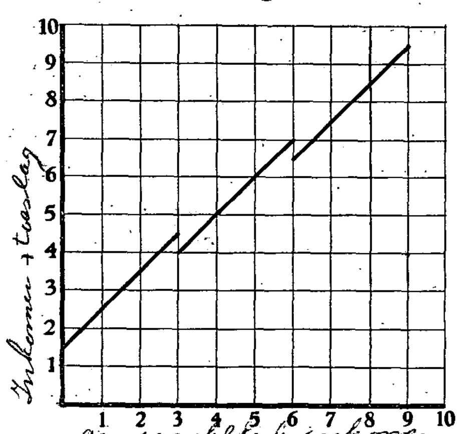


Fig. 4.

Doch zurück zu unserem Beispiel. Wir wollen graphisch ver-

[1]) Dieses und manches der später noch zu bringenden Beispiele sind meinem Büchlein entnommen: *W. Lietzmann*, Funktion und graphische Darstellung, Breslau, Hirt, 1925.

anschaulichen, wie sich bei dem dargestellten Zulagentarif, der recht vernünftig aussieht, das neue Einkommen gestaltet. Fig. 4 führt das aus. Wir bemerken eine sehr sonderbare Erscheinung. Bei einem ursprünglichen Einkommen von 3 000 M. bekommt man jetzt 4 500 M; betrug aber das ursprüngliche Einkommen 3 001 M, dann erhält man mit der Zulage nur 4 001 M, man wird also für das einstige Mehr an Einnahme im Betrage von 1 M mit einem Weniger von 499 M gestraft. Erst diejenigen, die ein Einkommen von 3 500 M besassen, erhalten mit der Zulage soviel wie jener Mann mit 3 000 M. Bei jedem anderen Stufenwechsel wiederholt sich diese Ungereimtheit. Wir sehen dementsprechen in der graphischen Darstellung Fig. 4 drei Verwerfungen.

Um eine solche sinnlose Tarifbestimmung zu vermeiden, wird man etwa sagen: Beträgt das Einkommen mehr als 3 000 M und weniger als 3 500 M, so ist die Zulage doch so zu bemessen, dass ursprüngliches Einkommen und Zulage zusammen ~~3~~4 500 M betragen. Das Kurvenbild ändert sich damit; in Fig. 5 sind die Verwerfungen verschwunden, an ihre Stelle sind wagerechte Strecken getreten.

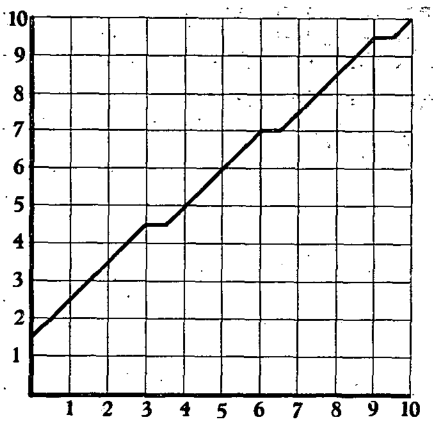


Fig. 5.

Auch dieser Tarif ist keineswegs ideal. Wir wollen ein Beispiel bilden, bei dem die immer noch vorhandene Ungerechtigkeit recht krass hervortritt. Ein Beamter oder Agent erhält als Vergütung bei einem Umsatz bis zu 4 Millionen Mark einen Anteil von $1\,^0/_{00}$, bei einem Umsatz zwischen 4 und 10 Millionen $^1/_2\,^0/_{00}$, bei einem Umsatz über 10 Millionen $^1/_5\,^0/_{00}$. Die graphische Darstellung würde ein Bild vom Typ der Fig. 4 geben, doch wären die einzelnen Teilstrecken verschieden lang, sie hätten verschiedene, nicht wie in Fig. 4 gleiche Neigung und auch die Verwerfungen wären verschieden gross. Wollte man die Ungerechtigkeit der Verwerfungen durch Horizontalen überbrücken, so würden diese Verlegenheitsstrecken recht lang werden. Zwischen 4 Millionen und 8 Millionen Umsatz bliebe der Agent beim gleichen Anteil von 4 000 M, ebenso nachher beim Umsatz zwischen 10 Millionen und 25 Millionen beim gleichen Anteil von 5 000 M. Der Anreiz, in dem für ihn nicht ertragreichen Gebiet durch erhöhte Arbeit vergrösserten Umsatz zu erreichen, hätte keinen materiellen Hintergrund.

Von einem zweckmässigen Tarif wird man verlangen, dass er eine ständige, wenn auch vielleicht allmählich abnehmende Steigerung gewährleistet. Das ist etwa der Fall, wenn man die Festsetzung trifft: Für den Umsatz bis zu 4 Millionen einschliesslich wird ein Anteil von 1 ‰ gewährt; für die überschiessenden Umsätze bis zum Höchstbetrage von 10 Millionen ein Anteil von $^1/_2$ ‰, für die 10 Millionen überschreitenden Umsätze ein Anteil von $^1/_5$ ‰. Das Bild, das die graphische Darstellung dann liefert, deutet Fig. 6 an. Nach diesem Muster sind neuere Steuertarife gebaut.

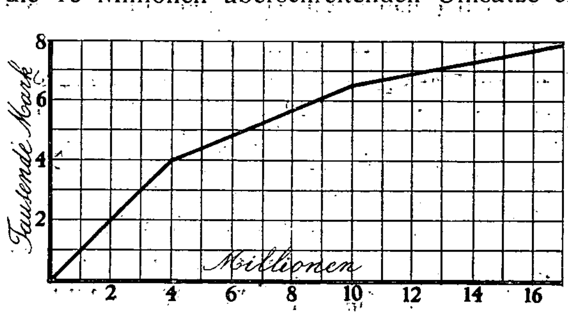


Fig. 6.

Graphische Darstellungen dieser Art haben Bedeutung für die staatsbürgerliche Erziehung. Sie machen gleichzeitig den Gegensatz von stetiger und unstetiger Kurve greifbar deutlich. Sie geben auch Gelegenheit, vom Begriff der Steigung zu sprechen. In der Fig. 6 wechselt die Steigung unstetig. Von da ist der Weg zu Kurven mit stetiger Zunahme oder Abnahme der Steigung nicht schwer, etwa die Behandlung einer Steuerkurve vom Typ der Hyperbel.

Damit sind wir dann aber bereits bei Problemen, die ihrem Sachinhalt wie ihrem mathematischen Gehalte nach der Oberstufe angehören. Ich weise nun auf ein zweites Stoffgebiet hin, das ich für eine unterrichtliche Erprobung empfehle, die Statistik. Am besten knüpft man an eine empirisch gegebene, aus dem Lebenskreise der Schüler genommene, durch eigene Feststellung oder Beobachtung gewonnene statistische Tabelle an, etwa das Alter der Schüler einer Klasse oder auch ihre Mathematikzensuren. Die verschiedenen graphischen Darstellungsverfahren werden behandelt, die Mittelbestimmungen ausgeführt, der Begriff der Streuung erklärt. Ich gehe darauf nicht ein. Ich erinnere aber an zwei wichtige Anwendungen. Ueber die durch die Sterbetafel gegebene Absterbekurve, ihre graphische Behandlung und die daran anschliessende Versicherungsrechnung, bei der es auf die entscheidenden Problemstellungen ankommt, nicht auf die geschäftliche Technik der Prämienberechnung bei den verschiedenen Zahlungsvereinbarungen[1]). Die zweite Anwendung soll uns etwas näher beschäftigen, weil sie die Brücke schlägt zu bedeutsamen, aber etwas isoliert dastehenden Kapiteln der mathematischen Wissenschaft.

Ich gehe von der folgenden Aufgabe aus: A ist die Ecke eines

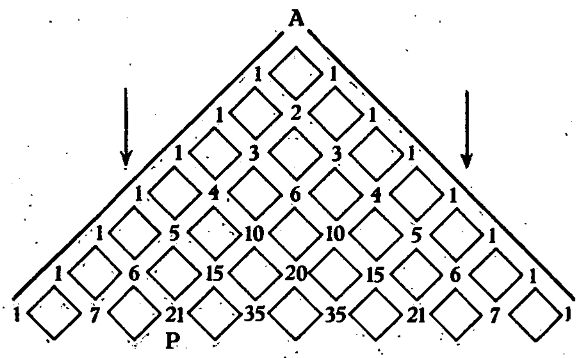


Fig. 7.

rechtwinkligen Strassensystems, das die Fig. 7 andeutet. Ein Wanderer strebt in der Richtung des Pfeiles vorwärts und geht nie zurück. Wieviel Wege stehen ihm zu den einzelnen Strassenkreuzungen offen? Man sieht, dass die Aufgabe eine sehr hübsche, übrigens zuerst von P o l y a gegebene Einkleidung des sogen. P a s c a l-schen Zahlendreiecks ist. An den Strassenkreuzungen treten die Binomialkoeffizienten auf. Wir wenden die Fassung der Aufgabe ein wenig anders: Ein Mann geht wahllos in der Pfeilrichtung. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er einen bestimmten Punkt der n ten Reihe, etwa P, erreicht? Die Anzahl der möglichen Wege bis hin zur 7. Reihe ergibt sich als Summe der siebenten Binomialkoeffizienten, also zu 2^7, die Anzahl der günstigen Fälle für P ist 21. Daraus folgt die Wahrscheinlichkeit, die ja als Quotient der günstigen und der möglichen Fälle definiert ist.

Stellt man sich die Wahrscheinlichkeit für die Kreuzungsstellen der n ten Reihen graphisch dar, dann bekommt man eine Kurven-

---

1) Vergl. etwa *H. Schütze*, Die mathematischen Grundlagen der Lebensversicherung, Mathematisch-Physikalische Bibliothek Bd. 46, Leipzig, Teubner, 1922.

schaar, die mit wachsendem n sich immer mehr einer Glockenform nähert. Auf sie wende man die vorher entwickelten statistischen Kennzeichen an.

Wir geben nun der Aufgabe wieder eine neue Wendung und kommen damit mit einmal aus dem Reiche reiner Phantasie in die praktische Wirklichkeit. Ich lasse die Häuserblocks zusammenschrumpfen in Nägel, die in ein Brett eingeschlagen sind, und schicke, um die Probe aufs Exempel zu machen, nicht einen einzigen Mann soundso oft, sondern eine ganze Schar von Schrotkugeln ihren Weg. Fig. 8 zeigt ein solches zuerst von G a l t o n konstruiertes Brett. Die Schrotkügelchen werden unten aufgefangen und bilden dort, wie Figura zeigt, die Glockenkurve. Es hat immer für denjenigen, der zum ersten Male dieses Experiment sieht, etwas Ueberraschendes, dass auch für den Zufall mathematische Gesetze bestehen. Diese G a u s s sche Fehlerkurve — so nennt man die Zufallskurve, wenn man die Zahl n zur Grenze ∞ übergehen lässt — spielt nun in den verschiedensten Zweigen menschlichen Wissens eine beherrschende Rolle. Einiges kann man sehr wohl den Schülern vortragen [1]).

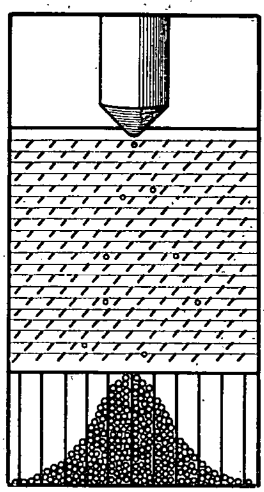


Fig. 8.

Ich verlasse damit das Kapitel der empirischen Kurven und wende mich den in analytischer Form vorliegenden Funktionen zu. Man pflegt mit den einfachsten rationalen ganzen Funktionen zu beginnen, also mit den linearen, quadratischen, vielleicht auch den kubischen Funktionen. Die Beziehung zur Gleichungslösung, auch die anschauliche Erledigung der Lehre von den einfachen Ungleichungen übergehe ich hier, weil diese Dinge Ihnen ja aus der Praxis oder doch aus der Lehrbuchliteratur bekannt sein werden. Ich verweile einen Augenblick bei dem einfachsten Problem, bei den linearen Funktionen. Blättert man in den Aufgabensammlun-

---

[1]) Ich weise etwa auf die Anwendungen aus der Biologie hin: Vergl. *P. Riebesell*, Die mathematischen Grundlagen der Variations- und Vererbungslehre, Mathematisch-Physikalische Bibliothek, 24. Bd. Leipzig, Teubner, 1916.

gen, so findet man hier ausser der Verwendung zur Lösung von linearen Gleichungen die graphischen Fahrpläne. Man findet den Wert dieser Graphik nicht selten recht gering eingeschätzt, wenn es auch stutzig machen sollte, dass die Praxis des Eisenbahnbetriebes die graphischen Methoden den rechnerischen vorzieht, selbst wenn die Schlussformulierung dann wieder, wie der Fahrplan zeigt, in Ziffern erfolgt. Ich möchte Ihnen aber an einem Beispiel im etwas drolliger Einkleidung zeigen, dass auch rein mathematisch die graphische Darstellung nicht zu verachten ist.

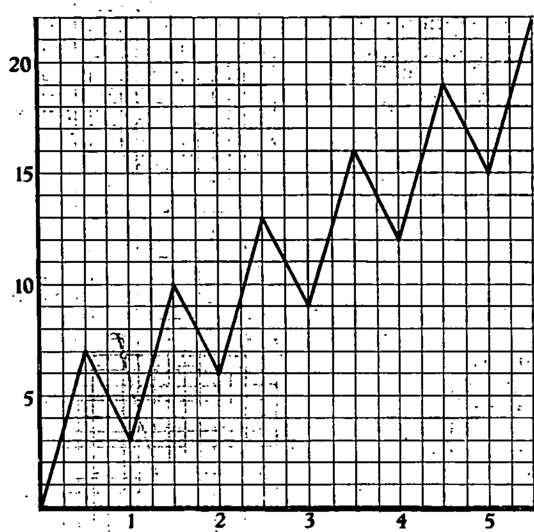


Fig. 9.

In alter Zeit waren Scherzaufgaben sehr beliebt, die von Schnekken oder anderem Getier handelten, die eigentümliche Wanderungen machten. Etwa so: Eine Schnecke kriecht jeden Tag 7 Fuss hoch und nachts wieder 4 Fuss herunter. Am wievielten Tage erreicht sie die Höhe einer Mauer von 19 Fuss? Der Schüler wird vielleicht so rechnen: Täglich kommt die Schnecke alles in allem 3 Fuss nach oben; die Höhe der Mauer wird also zwischen dem 6. und 7. Tage erreicht. Das ist falsch. Wir wollen uns für die Schnecke einen graphischen Fahrplan anlegen (Fig. 9) und sehen sofort, dass die Höhe schon am Abend des fünften Tages erreicht wird.

Nun, das ist auch rechnerisch leicht einzusehen. Es gibt aber Fälle ähnlicher Art, wo die Rechnung recht grossen Schwierigkeiten begegnet. Ein altes Exempel besagt: Ein Baum ist 22 Fuss hoch. Ein Wurm sitzt unten am Stammende und klettert tagsüber 10 Fuss nach oben, nachts 8 Fuss nach unten. Ein anderer Wurm sitzt oben an der Spitze; er klettert tagsüber 10 Fuss nach unten, nachts 6 Fuss nach oben. Wo und wann treffen sie sich?

Der graphische Fahrplan (Fig. 10) zeigt unmittelbar, dass sie sich, was zunächst sehr überraschen wird, nicht weniger als fünfmal treffen. Hat man erst einmal die graphische Uebersicht, dann kann man leicht rechnerisch die genauen Werte bestimmen.

Nach den rationalen ganzen Funktionen folgen die rational gebrochenen Funktionen, namentlich die Hyperbel. Ich kann bei dieser Gelegenheit auf die von Herrn W i j d e n e s heraus-

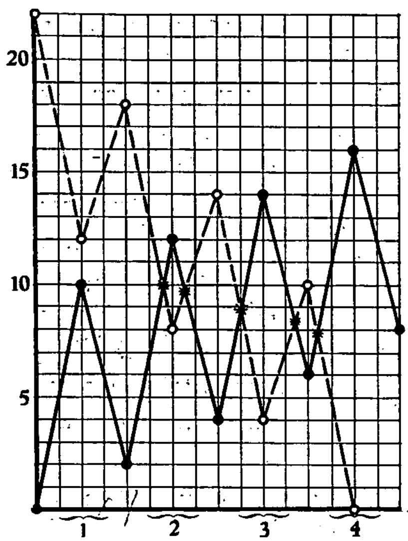


Fig. 10.

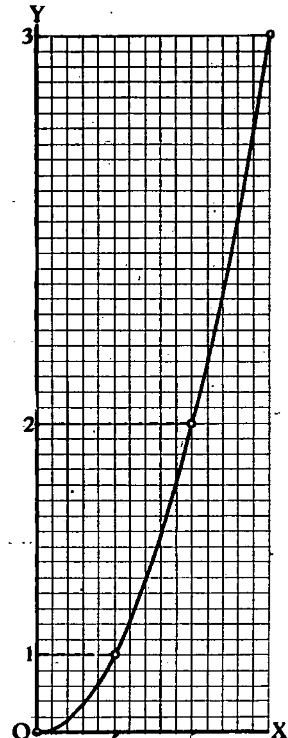


Fig. 11.

gegebenen Tafeln [1]) hinweisen, in denen gerade diese Funktionen sehr gut bedacht sind. Von den algebraischen Funktionen stehen natürlich diejenigen des zweiten Grades, also die Kegelschnitte, im Vordergrund. Auf alles das brauche ich hier nicht einzugehen, weil es bekannt genug ist.

Ich möchte nun Ihre Aufmerksamkeit noch auf eine andere Art der graphischen Darstellung von Funktionen, neben derjenigen in Cartesischen Koordinaten, lenken; ich glaube, dass auch sie Bedeutung für die Schulmathematik haben kann. In Fig. 11 habe ich ein Stück der in der rechten Halbebene gelegenen quadratischen Parabel. Die zu den x-Werten 1, 2, 3 gehörigen Punkte der Kurve habe ich auf die y-Achse projiziert. Dann entsteht auf dieser eine Funktionsskala. Auch sie gibt ein Bild von dem Verlauf der

---

[1]) Vergl. auch: *P. Wijdenes*, Verkleinde Afdrukken van de Wandplaten met Grafieken, Groningen, Noordhoff.

Funktion, in diesem Falle von $y = x^2$. In der Fig. 12 ist das entsprechende mit der Funktion $y = 1/x$ ausgeführt.

Der Massstab, in dem unsere Figuren ausgeführt sind, ist nicht

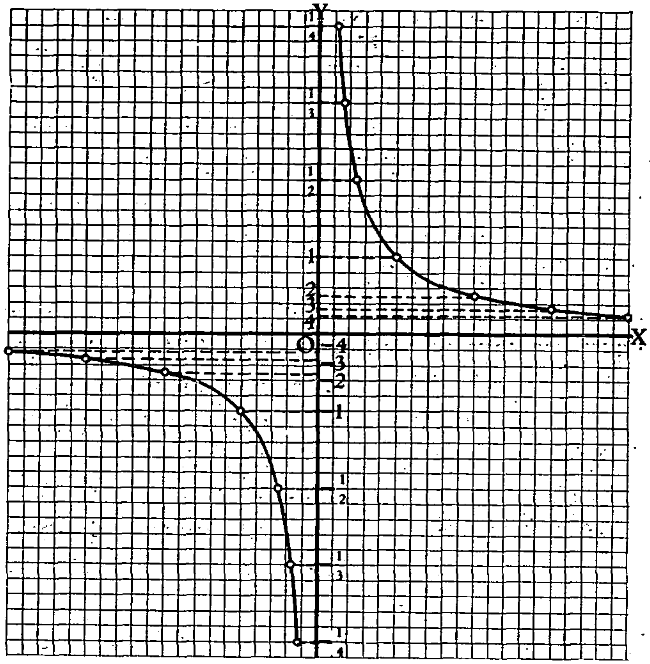


Fig. 12.

recht günstig für den praktischen Gebrauch der Skalen. Fig. 13 zeigt die erste Skala noch einmal, jedoch in einem anderen Massstabe. Ich will nun gleich die Verwendbarkeit dieser Skalen zeigen,

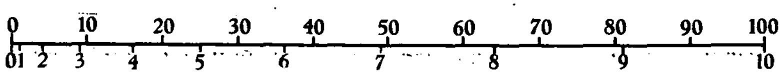


Fig. 13.

wenn ich deren zwei zur Verfügung habe. In Fig. 14, in der übrigens die Massstabsbezeichnung der früheren y-Achse als überflüssig weggelassen ist, ist die zweite Skala gegenüber der ersten um 3 verschoben und man liest nun ab, dass genau über der 5 die Zahl 4 steht. Es handelt sich hier um die Beziehung $3^2 + 4^2 = 5^2$. Verschiebe ich die erste gegen die zweite Skala allgemein um x, und steht über der Zahl z dann eine Zahl y, so ist

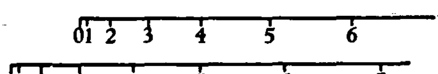


Fig. 14.

$x^2 + y^2 = z^2$ oder auch $z = \sqrt{x^2 + y^2}$. Ich beherrsche also mit diesen Skalen die pythagoreische Gleichung.

Auch die aus der gleichseitigen Hyperbel gewonnene Funktion der reziproken Werte kann in gleicher Weise ausgenützt werden und gestattet die graphische Beherrschung der in der Optik wichtigen Beziehung $1/x + 1/y = 1/z$.

Nehmen wir schliesslich als Ausgangspunkt die logarithmische Funktion und gewinnen so die logarithmischen Skalen, dann kommen wir zu den praktisch überaus wichtigen Rechenschiebern, deren Behandlung im Unterricht der höheren Schulen Deutschlands immer mehr in Aufnahme kommt [1]).

Ich habe hier etwas erzählt von einer Art Vorspiel zu dieser Behandlung des logarithmischen Rechenschiebers; ich könnte nun auch von einen Nachspiel reden. Man kann nämlich nun auch zu einigen weiteren einfachen Fällen der Nomographie übergehen, jenes Zweiges der angewandten Mathematik, das in neuester Zeit so überraschend viele praktische Verwendungen gefunden hat. Ich muss mir hier aber weitere Ausführungen versagen, verweise vielmehr auf die bekannten, einer Darbietung in der Schule durchaus fähigen Hefte von Luckey [2]).

Ich habe bisher nur von einer Art der Behandlung von Funktionen gesprochen, die in dem üblichen Sprachgebrauch als elementar bezeichnet zu werden pflegt. Man geht heute in Deutschland wohl allgemein darüber hinaus und gibt also den Schülern auch einen Begriff von der Infinitesimalrechnung und ihren Anwendungen.

Zunächst eine methodische Bemerkung! Am Eingang zur Infinitesimalrechnung steht der Grenzbegriff. Es ist nach unserer Ansicht gänzlich verfehlt, das irgend wie zu vertuschen und etwa für die Schule eine Infinitesimalrechnung auszuklügeln, die diesen scheinbar vermeidet, ihn also nicht offen erkennen lässt. Die Geschichte der Mathematik gibt hier nach unserer Ansicht einmal *nicht* den richtigen Weg auch für den Unterricht. Wir möchten jenen unstrengen, um nicht zu sagen mystischen Zugang mit unendlich kleinen Grössen, mit absoluten und relativen Nullen, mit rechtwinkligen

---

[1]) Als knappe Einführung empfehle ich: *A. Rohrberg:* Theorie und Praxis des logarithmischen Rechenschiebers, Mathematisch-Physikalische Bibliothek 23. 2e Auflage Leipzig, Teubner, 1919.

[2]) *P. Luckey*, Einführung in die Nomographie, 2 Teile Math.-Phys. Bibl. 28 und 37. Leipzig, Teubner, 1918 und 1920.

Dreiecken aus unendlich kleinen Katheten, mit unendlich vielen dünnen Streifen usf. nicht auch in der Schule gegangen wissen. Leider begegnen uns derartige unklare, weil in sich widerspruchsvolle Begriffe gerade in demjenigen Gebiete, das von einer Infinitesimalrechnung den besten Nutzen ziehen kann, in der Physik, namentlich in der Mechanik.

Eine bei uns nicht entschiedene Frage ist die, ob man nun, weil hier ganz besonders die Gefahren missverständlicher Auffassung bestehen, ganz auf Differentiale verzichten soll oder nicht. Einige Methodiker, die mit Vorliebe von den Anwendungen her kommen, legen grossen Wert auf die Differentiale, andere, zu denen ich mich zähle, möchten sie, besonders wenn es sich um kurze Lehrgänge handelt, ganz missen. Jedenfalls aber muss die Forderung erhoben werden, dass da, wo man Differentiale heranzieht, es einwandfrei geschieht. Man darf nicht je nach Bedarf lim x (wobei man wohlweislich nicht hinzuschreiben pflegt, welchen Grenzübergang man eigentlich ausführt) bald $= dx$, bald $= 0$ setzen. Man sollte in diesen Dingen, wo sich auch in der wissenschaftlichen Mathematik oft ein etwas laxer Jargon (ich denke an Ausdrücke wie Punkt und Nachbarpunkt einer Kurve und dergl.) eingeschlichen hat, besonders korrekt in der Formulierung sein.

Der Grenzbegriff wird den Schüler nicht als etwas Fremdartiges anmuten, wenn man den mathematischen Unterricht der Unter- und Mittelstufe bereits zu einer Art Propädeutik benutzt. Man muss sich nur klar sein, wie oft man da ja bereits Grenzwerte vor sich hat. Ich erinnere an die unendlichen Dezimalbrüche, an die übliche archimedische Kreisberechnung, an das Cavalierische Prinzip, das uns den Zugang zur Körperberechnung von der Pyramide an eröffnet, an die fast durchweg sehr früh behandelte unendliche geometrische Reihe. Vor allem aber gibt die praktische Einführung der Irrationalzahlen, der Wurzeln, der Logarithmen, der Werte trigonometrischer Funktionen wertvollste Gelegenheit, den Grenzbegriff wirklich in seiner praktischen Bedeutung kennen zu lernen [1]).

---

[1]) Ich weise hier gern auf eine kleine, als 6. Beiheft der Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht erschienene Arbeit hin: *K. Kommerell*, Der Begriff des Grenzwerts in der Elementarmathematik, Leipzig, Teubner, 1922.

Meine zweite methodische Bemerkung soll sich auf den Einbau der Infinitesimalrechnung in den übrigen mathematischen Lehrstoff beziehen. Wir sind in Deutschland wohl durchweg der Meinung, dass es sich nicht darum handeln kann, Infinitesimalrechnung als besonderes Kapitel und gleichsam als Schlussstück und Krönung des Ganzen darzubieten; wie der Funktionsbegriff bereits den ganzen Lehrstoff der Mittelstufe durchdringt, so soll das möglichst auch die infinitesimale Betrachtungsweise in der Oberstufe tun. Wir führen also den Differentialquotienten zunächst an der rationalen ganzen Funktion zweiten Grades ein und gewinnen damit ein Mittel, die bereits in der Mittelstufe bestimmte Lage des Scheitelpunktes der quadratischen Parabel in neuer, einfacher Weise zu bestimmen. Wir gehen dann zur Diskussion der Funktion dritten Grades über, erörtern neu Wendepunkt und Wendetangente, und so geht das weiter. Nacheinander werden so rationale ganze, rationale gebrochene, algebraische und transzendente Funktionen mit infinitesimalen Methoden behandelt. Nicht nur die Lehre von den Extremwerten, wenn ich will auch von der Krümmung, wird hier eingebaut, auch die ganze Gleichungslehre kann so ihren Platz finden. Und wenn dabei Verfahren wie die Cardanische Formel mehr zurücktreten und dafür numerische Lösungen wie die Newtonsche Methode stärker in den Vordergrund treten, so kann das nur erwünscht sein.

Es kommt nun noch eines hinzu. Wir haben in der Physik einen zweifachen Lehrgang. Auf eine Vorstufe folgt in den letzten drei Jahrgängen der Hauptkurs. Man möchte ihn gern mit der Mechanik beginnen. Dem stellte sich früher die Tatsache entgegen, dass in der drittletzten Klasse noch nicht das mathematische Rüstzeug zur Verfügung stand. So bequemte man sich vielfach dazu — und die amtlichen Lehrpläne schlugen auch diesen Weg ein — mathematisch weniger anspruchsvolle Gebiete, etwa die Wärmelehre oder die geometrische Optik, vorweg zu nehmen. Es mehren sich nun neuerdings die Stimmen, die für eine Behandlung der allerersten und einfachsten Begriffe der Infinitesimalrechnung bereits in der drittletzten Klasse eintreten, damit dann die Mechanik von vornherein sauber behandelt werden kann und zwar schon in der eben genannten Klasse, dort, wo sie ihrer ganzen Art nach hingehört. Praktische Versuche an den verschiedensten Stellen haben gezeigt, dass das wirklich geht. Man braucht ja nicht viel mehr als die

Differentiation von x^n, wenn man etwas anspruchsvoller ist auch von $\sin x$ und $\cos x$. Die Einführung dieser Dinge ist erfahrungsgemäss weit leichter als viele Sachen, die wir sonst in diesen Klassen zu treiben gewöhnt sind.

Sie werden nun auch wissen wollen, was man an Lehrstoff aus der Infinitesimalrechnung im Unterricht unserer höheren Schulen heranzieht. Von der Differentialrechnung und ihren Beziehungen zur Kurvendiskussion, zur Gleichungslehre, zur Mechanik habe ich schon gesprochen. Auch die Integralrechnung — natürlich auch wieder nur in ihren grundlegenden Begriffen — wird getrieben, wenn auch etwas seltener wie die Differentialrechnung. An den Realanstalten nimmt man auch die unendlichen Reihen hinzu — und darüber möchte ich doch noch ein Wort sagen.

Die Aufgabe der Reihenlehre in der höheren Schule war und ist nach meiner Auffassung noch heute, zu zeigen, wie man praktisch die Werte von trigonometrischen Funktionen, Logarithmen, Wurzeln, die bekannten Irrationalzahlen π und e berechnet; „praktisch" sage ich, denn schon die Unterstufe lehrt oder sollte doch lehren, wie nicht nur Wurzeln, sondern auch z.B. Logarithmen und Werte trigonometrischer Funktionen überhaupt bestimmt werden können, wenn auch in umständlicher Weise.

Man hat an den Realanstalten in Deutschland schon seit sehr langer Zeit die Lehre von den unendlichen Reihen betrieben, aber scheinbar ohne infinitesimale Methoden. Sie stand im Lehrplan, als die Differentialrechnung geradezu verboten war. Die Art und Weise, wie man damals die Reihen ableitete, war die von Euler und seiner Zeit: Mit Worten umschriebene Differentiationen, höchst angreifbare, aber als selbstverständlich hingestellte Grenzübergänge, ein Hinüberspielen der Untersuchungen ins Komplexe, obwohl dafür die Grundlagen fehlten — das waren die Mittel, mit denen man zum Ziel kam.

Wie stellt man sich heute dazu? Will man die Ableitungen wirklich streng machen, so muss man recht weit gehen. Den Begriff der Konvergenz fasst man heute auch in den Schulen ausreichend streng, aber darüber hinaus bleiben manche Lücken. Restgliedbetrachtungen werden von den meisten Schulmännern abgelehnt. Nach meiner Meinung ist das kein Schaden. Zu fordern ist dann aber, dass der Lehrer auf die Lücken den Finger legt, dass er den Schülern erklärt: Da fehlt noch etwas! Dass man beispielsweise eine

Potenzreihe gliedweise differenzieren kann, wird man vielleicht benutzen, aber nicht beweisen. Man soll nun aber nicht verschweigen, dass da etwas fehlt, sondern im Gegenteil ausdrücklich darauf hinweisen. Ich glaube nicht, dass wir, zumal es uns ja nur auf die praktische numerische Bedeutung der Reihen ankommt, so weit gehen können, Beispiele für Reihen heranzubringen, die, gliedweise durch Differentiation gewonnen, konvergent sind, aber die Funktion garnicht darstellen.

Gerade das Kapitel der Reihen zeigt in besonderer Deutlichkeit die neue Auffassung vom mathematischen Unterricht im Gegensatz zu der früheren. Wir wollen nicht den Glauben wecken, als hätten wir es in der Mathematik mit einer fest gefügten, abgeschlossenen, fertigen Wissenschaft zu tun, wir wollen die Schüler merken lassen, dass auch diese Wissenschaft in stetem Fluss ist, das es eine Entwicklung gibt, dass neue Auffassungen alte ablösen, neue Methoden alte verdrängen, dass die Forschung bis in die Gegenwart hineinragt, ja dass es unerledigte Probleme in Fülle gibt. Der Stein der Weisen, der uns befähigt, dem Toten, Starren Leben einzuhauchen, ist, so lautet das Evangelium der Reformer, der Funktionsbegriff.

NASCHRIFT.

Gaarne deel ik op verzoek van de Redactie omtrent den schrijver van bovenstaand artikel nog het volgende mede. Dr. Walther Lietzmann, directeur der Kaiser Wilhelm II Oberrealschule te Göttingen is een vooraanstaande figuur op het gebied van de didaktiek der wiskunde. Belangrijk werk werd door hem in zijn land verricht in den Deutschen Ausschuss für den mathemathischen und naturwissenschaftlichen Unterricht (D.A.M.N.U.); evenzoo naam hij krachtig deel aan het werk van de voormalige Internationale Mathematische Unterrichtskommission (I.M.U.K.), waarvoor hij verschillende rapporten samenstelde en waarvan hij de congressen te Milaan, Cambridge en Parijs bijwoonde.

Sedert 1913 is Dr. Lietzmann hoofdredacteur van de bekende Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht. Hij is mederedacteur van de reeks handboekjes Mathematisch-Physikalische Bibliothek, waarnaar in het voorgaande meermalen wordt verwezen, en schrijver zoowel van schoolboeken als van methodische werken. Als zijn hoofdwerk is wel de „Methodik des Mathematischen Unterrichts" in drie deelen (Leipzig, Quelle & Meyer) te beschouwen. En wie, als ondergeteekende, het voorrecht had, den Heer Lietzmann te hooren doceeren in de Oberprima van zijn school, weet, dat hier geenszins de paedagoog van de studeerkamer aan het woord is, maar een man, die midden in de practijk van het lesgeven staat.

Dr. Lietzmann, wiens adviezen de Duitsche Regeering meermalen toonde op prijs te stellen, tracht door studiereizen in zijn land en daarbuiten voortdurend op de hoogte te blijven van wat er op onderwijsgebied voorvalt. Bovenstaande voordracht hield hij tijdens zijn verblijf in Nederland (begin Maart van dit jaar) voor het Nutsseminarium voor Paedagogiek te Amsterdam.

D. J. E. Schrek.

BOEKBESPREKING.

H. C. Derksen, Vlakke Meetkunde, 6e druk, 1923; Stereometrie, 1924. Hilversum, J. Schaafstal.

Deze werken behandelen de gewone leerstof. Dikwijls worden de bewijzen geheel of gedeeltelijk aan den lezer overgelaten, zij zijn dan gekleed in den vorm van een reeks vragen. Ook overigens worden den lezer vele vragen gesteld, welker antwoorden een andere schrijver allicht als „opmerkingen" zou opnemen. De wijze van uitdrukking is weinig precies, en een overvloedig gebruik van teekens en soms eenigszins lachwekkende afkortingen (prlgr, prlpd) maakt een onbehaaglijken indruk. Er komen in deze boeken eenige hoogst zonderlinge beschouwingen voor. Zoo b.v. op bldz. 6 der Stereometrie, waar men leest, „omdat [twee evenwijdige lijnen] aan de voorwaarde gebonden zijn, dat ze in één vlak liggen, is het niet juist te zeggen, dat we een vlak kunnen brengen door twee evenwijdige lijnen". Hoe vaak gebeurt het niet, dat men door toepassing van de transitiviteit der evenwijdigheid bewijst, dat twee lijnen evenwijdig zijn, en dan het vlak gaat beschouwen, waarin die lijnen liggen; welnu, in zulk een geval heeft men een vlak door twee evenwijdige lijnen gebracht. In de vlakke meetkunde vat de Schrijver een hoek op als deel van een plat vlak, waartegen ik niet het minste bezwaar kan hebben, maar het lijkt mij hoogst bedenkelijk, om ter vergelijking van de grootte van hoeken gebruik te maken van een tot andere deelen van het platte vlak dan veelhoeken uitgebreid oppervlakte-begrip, al is het dan ook slechts in een betoog, dat als volgt eindigt:

$$\text{vlak } CDE : \text{vlak } CAB = \infty : (\infty + 1)$$
$$\text{d. i.} = 1 : \left(1 + \frac{1}{\infty}\right)$$
$$\text{,,} \quad = 1 : 1,$$

zoodat vlak CDE $=$ vlak CAB is.

De boeken lijken mij in geen enkel opzicht aanbevelenswaardig.

J. H. S.

WISKUNDEVREES.

Het zij mij vergund met een enkel woord de lezing aan te bevelen van een dezer dagen (bij Gustav Fischer, Jena) verschenen werkje van Felix Auerbach, getiteld: „Die Furcht vor der Mathematik und ihre Überwindung" (68 pag.). De bekende schrijver bespreekt op zeer onderhoudende wijze het alom voorkomend verschijnsel van wiskundevrees, een vrees, die niet altijd in reinkultuur optreedt, doch vaak vermengd met andere gevoelens, als onverschilligheid, minachting, afschuw. Zij treedt meestal epidemisch op, en blijkt in de school in hooge mate besmettelijk te zijn. Tot hare bestrijding zal men alle bruikbare middelen moeten aangrijpen. Meestal is het echter moeilijk haar te overwinnen, waar zij reeds opgetreden is; daarom is het noodzakelijk ook prophylactisch te werk te gaan, d.w.z. zorg te dragen, dat bij de schoolgaande jeugd de vrees geen gelegenheid heeft, voor den dag te komen.

Men heeft bijna steeds te doen met een vrees, die uit onwetendheid voortkomt, en deze onwetendheid wijt de schrijver (hoe paradoxaal het ook moge klinken) aan de school. Daarom behandelt hij eerst de vraag, wat wiskunde eigenlijk is, om daarna te komen tot de vraag, hoe men de vrees voor haar overwint, en welk nut men van deze overwinning heeft. Bij de beantwoording der eerste vraag behandelt hij twee ernstige, zeer verbreide, misvattingen: 1°. dat rekenen en wiskunde in wezen gelijk, of ten minste verwant, zouden zijn, 2°. dat wiskunde een natuurwetenschap, of zelfs slechts hare hulpwetenschap zou zijn; om daarna achtereenvolgens te bespreken: wiskunde als *wetenschap*, wiskunde als *taal* en wiskunde als *kunst*.

H. J. E. Beth.